Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической механики

Г.В. Куча, И.И. Мосалева

РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
к лабораторной работе
по дисциплине «Теоретическая механика»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург
2011

УДК 531.2(016)
ББК 22.213я7
К 95

Рецензент – профессор, кандидат технических наук Р.В.Ромашов

Куча, Г.В.
К 95 Равновесие твердого тела: методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Теоретическая механика» / Г.В. Куча, И.И. Мосалева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2011 – 27 с.

Основное содержание: произвольная плоская система сил, момент силы относительно точки, главный вектор и главный момент системы, основная теорема статики, равновесие абсолютно твердого тела, составление расчетных схем и уравнений равновесия плоской произвольной системы сил.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторной работы «Равновесие твердого тела» по дисциплине «Теоретическая механика» для студентов очной и заочной форм обучения направлений подготовки 280700.62 Техносферная безопасность, 201000.62 Биотехнические системы в технологии, 151900.62 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 190700.62 Технологии транспортных процессов, 190600.62 эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

УДК 531.2(016)
ББК 22.213я7

Содержание

Введение

Настоящие методические указания содержат основные определения по теме «Произвольная плоская система сил», общие рекомендации к решению типовых задач по этой теме, а также вопросы для самоконтроля, на которые необходимо ответить прежде, чем приступать к выполнению лабораторной работы.

Методические указания включают содержание лабораторной работы, цель работы; варианты исходных расчетных схем и необходимых числовых данных. Кроме того, подробно рассмотрен пример выполнения работы.

Методические указания разработаны для студентов очной и заочной форм обучения.

1 Произвольная плоская система сил

1.1 Сила. Проекция силы на ось

Векторная величина, являющаяся количественной мерой механического взаимодействия материальных тел, называется *силой*.

Проекция силы на ось – скалярная величина, равная взятой с соответствующим знаком длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца силы. Проекция имеет знак плюс, если перемещение от её начала к концу происходит в положительном направлении оси, и знак минус – если в отрицательном.

Проекция силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между направлением силы и положительным направлением оси. *Проекция* будет *положительной*, если угол между направлением силы и положительным направлением оси – острый, и *отрицательной*, если этот угол – тупой. Если сила перпендикулярна к оси, то её проекция на ось равна нулю. Если сила параллельна оси, то её проекция на ось равна самой силе (рисунок 1).

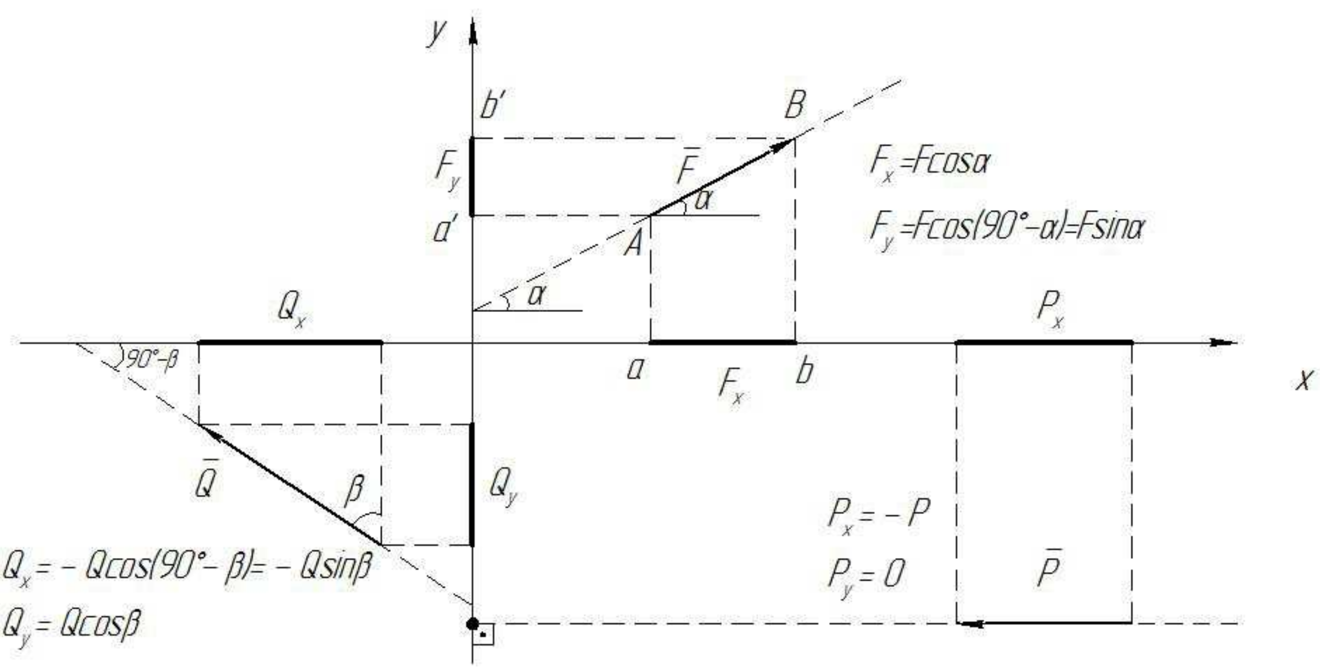


Рисунок 1

Совокупность нескольких сил, действующих на данное тело, называется *системой сил.*

Система сил, линии действия которых произвольно расположены в одной плоскости, называется *плоской произвольной системой сил.*

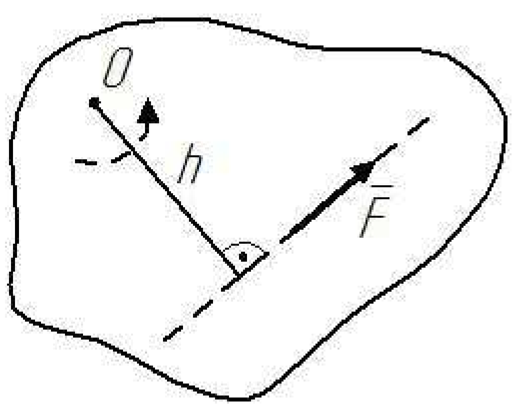
Сила, которая одна заменяет действие данной системы сил на твердое тело, называется *равнодействующей.*

Величина $\bar{F}$, равная геометрической сумме всех сил системы, называется *главным вектором системы*:

$$\bar{F} = \sum_{1}^{n} \bar{F}_k \qquad (1)$$

1.2 Момент силы относительно точки

Алгебраическим моментом силы относительно точки О называется скалярная величина, равная произведению модуля силы на её плечо, взятое со знаком «+», если сила стремится повернуть тело вокруг точки против хода часовой стрелки (рисунок 2а) и со знаком «-», если сила стремится повернуть тело вокруг точки по ходу часовой стрелки (рисунок 2б):



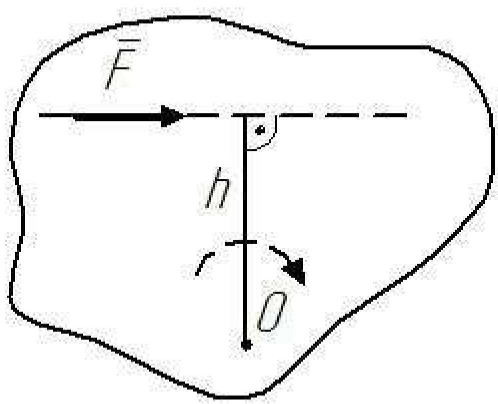


Рисунок 2

Итак,

$$M_O = \pm F \cdot h \qquad (2),$$

где h – *плечо* силы $\overline{F}$ относительно точки O – длина перпендикуляра, проведенного из точки O на линию действия силы $\overline{F}$.

Момент силы относительно точки равен нулю тогда, когда плечо силы равно нулю, то есть, если линия действия силы проходит через эту точку (рисунок 3).

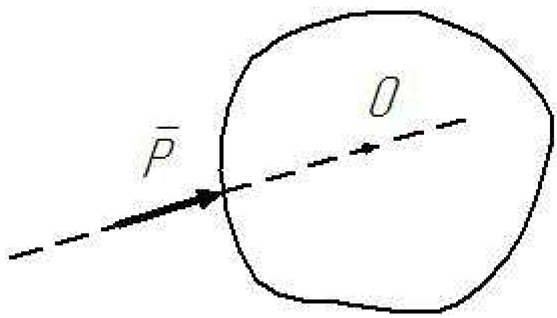


Рисунок 3

Величина M_O, равная алгебраической сумме моментов всех сил произвольной плоской системы сил относительно центра O, называется *главным моментом* этой *системы* относительно центра O:

$$M_O = \sum_{1}^{n} M_O\left(\overline{F}_k\right) \qquad (3)$$

1.3 Пара сил. Момент пары

Система двух равных по модулю, противоположных по направлению сил $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$, линии действия которых не совпадают, называется *парой сил* (рисунок 4).

Плоскость, в которой расположены линии действия сил пары, называется *плоскостью действия пары*.

Кратчайшее расстояние d между линиями действия сил пары называется *плечом пары*.

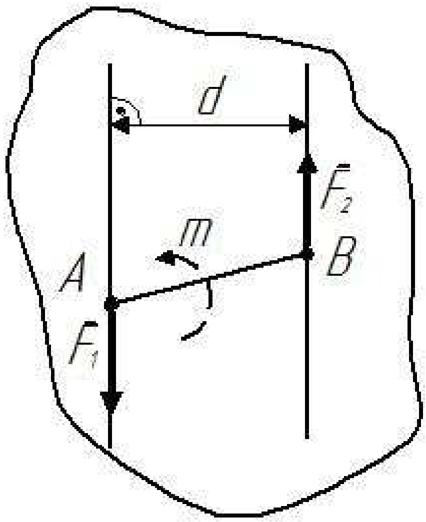


Рисунок 4

Действие пары сил на твердое тело сводится к некоторому вращательному эффекту, который характеризуется моментом пары. Пара сил не имеет равнодействующей.

Алгебраическим моментом пары называется скалярная величина, равная произведению модуля одной из сил пары на её плечо, взятое со знаком «+», если пара стремится повернуть тело против хода часовой стрелки и со знаком «-», если пара стремится повернуть тело по ходу часовой стрелки :

$$M_O = \pm F_1 \cdot d = \pm F_2 \cdot d \qquad (2),$$

Так на рисунке 4 момент пары будет положительным.

1.4 Основная теорема статики

Произвольную плоскую систему сил, действующую на твердое тело, в общем случае можно заменить одной силой, равной главному вектору $\bar{F}$ *системы и приложенной в произвольно выбранном центре приведения и одной парой сил, момент* M_O *которой равен главному моменту системы сил относительно центра O* (рисунок 5):

$$\left(\bar{F}_1, \bar{F}_2, ..., \bar{F}_n\right) \equiv \left(\bar{F}, M_O\right).$$

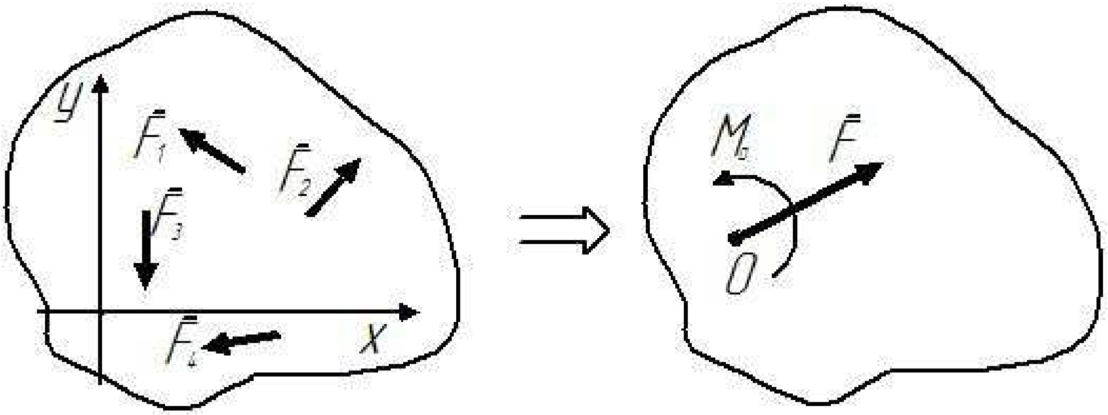


Рисунок 5

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент этой системы относительно произвольно выбранного центра равнялись нулю, то есть

$$\bar{F} = 0,\ M_O = 0 \tag{3}$$

Аналитические условия равновесия произвольной плоской системы сил запишутся в виде:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum M_O\left(\bar{F}_k\right) = 0 \end{cases} \qquad (4),$$

То есть, *для равновесия произвольной плоской системы сил* необходимо и достаточно, чтобы *сумма проекций всех сил* на две взаимно перпендикулярные оси в данной плоскости, и *сумма моментов всех сил относительно любой точки* той же плоскости, были равны нулю

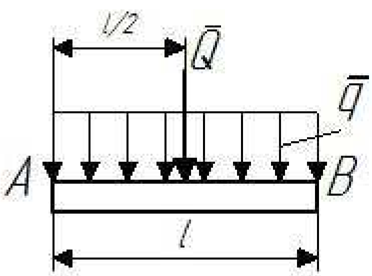
1.5 Теорема Вариньона

Если произвольная плоская система сил приводится к равнодействующей $\bar{R}$, *то момент равнодействующей относительно какой-либо точки, лежащей в плоскости действия сил, равен алгебраической сумме моментов всех сил данной системы относительно той же точки*

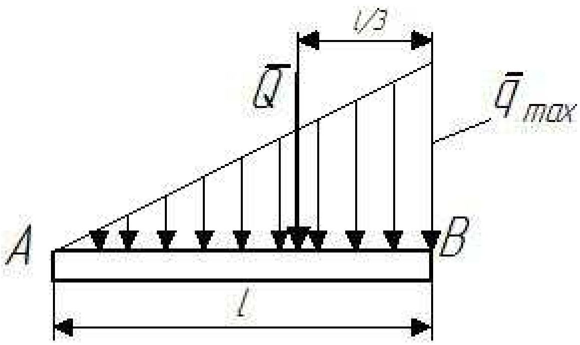
$$M_O\left(\bar{R}\right)=\sum_{1}^{n}M_O\left(\bar{F}_k\right). \quad (5)$$

Система сил, действующих на абсолютно твердое тело, может состоять как из сосредоточенных, так и *распределенных сил*.

Плоская система распределенных сил характеризуется её интенсивностью $\bar{q}$, то есть величиной силы, приходящейся на единицу длины нагруженного отрезка (рисунок 6).



а)



б)

Рисунок 6

При решении задач распределенная нагрузка заменяется сосредоточенной силой $\bar{Q}$. Равномерно распределенную нагрузку можно заменить равнодействующей $\bar{Q}$, которая приложена в середине отрезка АВ. Модуль равнодействующей равен $Q = q \cdot l$ (рисунок 6а).

Силы, распределенные вдоль отрезка прямой по линейному закону, можно заменить равнодействующей $\bar{Q}$, которая приложена на расстоянии $\frac{l}{3}$ от точки приложения максимального значения нагрузки. Модуль равнодействующей равен $Q=\frac{q \cdot l_{max}}{2}$ (рисунок 6б).

1.6 Связи. Силы реакции связей

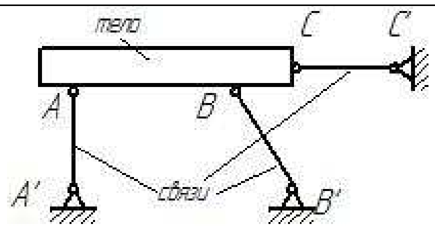
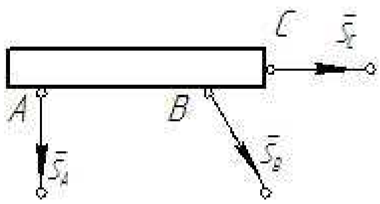
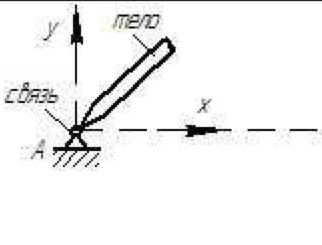
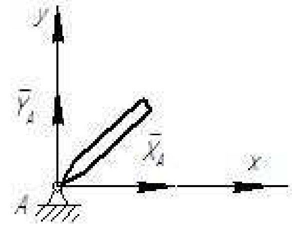
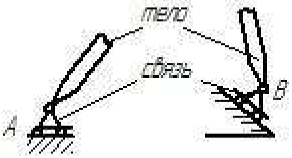
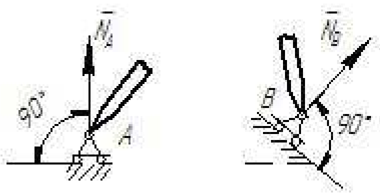
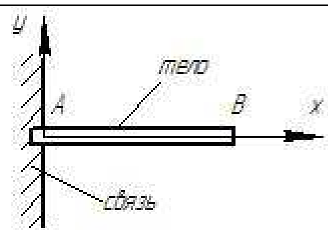
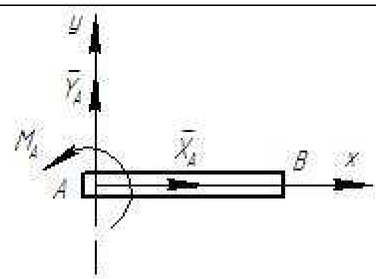
Тело, на перемещение которого в пространстве не наложено никаких ограничений, называется *свободным*. Тело, перемещения которого в пространстве ограничены другими телами, называется *несвободным*. Тела, ограничивающие перемещение данного тела, называются *связями*. Сила, с которой связь действует на данное тело, называется *силой реакции связи*.

1.7 Аксиома связей (принцип освобождаемости от связей)

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если мысленно отбросить связи и заменить их действие силами реакции связей, приложенными к данному телу.

1.8 Некоторые виды связей и их реакции

Таблица 1

Виды связей	Изображение связи на схемах	Схема замены связи реакцией
Идеальный стержень		
Цилиндрический шарнир (шарнирно-неподвижная опора)		
Шарнирно-подвижная опора		
Жесткая заделка		

2 Вопросы для самоконтроля

Что называется силой?

Чему равна проекция силы на ось?

Как определяется знак проекции?

В каком случае проекция силы на ось равна нулю?

Какая система сил называется плоской произвольной системой сил?

Что называется главным вектором системы сил?

Чему равен алгебраический момент силы?

В каком случае алгебраический момент силы равен нулю?

Как определяется знак алгебраического момента силы?

Что называется главным моментом плоской произвольной системы сил?

Что называется парой сил?

Чему равен алгебраический момент пары сил?

Как формулируется основная теорема статики?

Как формулируются условия равновесия плоской произвольной системы сил?

Сколько независимых уравнений равновесия имеет плоская произвольная система сил?

В чем состоит теорема Вариньона о моменте равнодействующей плоской произвольной системы сил?

Чем можно заменить равномерно распределенную нагрузку?

Чем отличается несвободное тело от свободного?

Что называется связью?

Что называется силой реакции связи?

Как формулируется аксиома связей?

Перечислить основные виды связей и указать их реакции.

3 Лабораторная работа №1 Равновесие твердого тела

3.1 Содержание работы

Лабораторная работа состоит из трех задач на равновесие твердого тела, находящегося под действием плоской произвольной системы сил. Числовые данные ко всем задачам одинаковы и представлены в таблице 2.

Цель работы: научиться составлять расчетные схемы и уравнения равновесия плоской произвольной системы сил.

Таблица 2 – исходные данные к задачам 1-3.

	Длины, м			α, град.	F, кН	М, кНм	q, кН/м
№ условия	a	b	c				
0	5	2	3	30°	5	10	10
1	3	4	3	45°	10	20	10
2	2	6	2	60°	15	30	10
3	6	1	3	30°	20	10	10
4	4	4	2	45°	5	20	10
5	2	6	2	60°	10	30	10
6	3	2	5	30°	15	10	10
7	5	2	3	45°	20	20	10
8	3	3	4	60°	5	30	10
9	4	3	3	30°	10	10	10

Задача 1

Балка АВ закреплена в точках А и В (рисунок 7). В точке А – шарнирно неподвижная опора, в точке В – шарнирно подвижная опора (схемы 0 – 7) или невесомый стержень (схемы 8 – 9). На балку действует сила $\overline{F}$ и пара сил с моментом М. Размеры *a, b, c* указаны на схемах. Определить реакции опор в точках А и В. Числовые значения заданы в таблице 2.

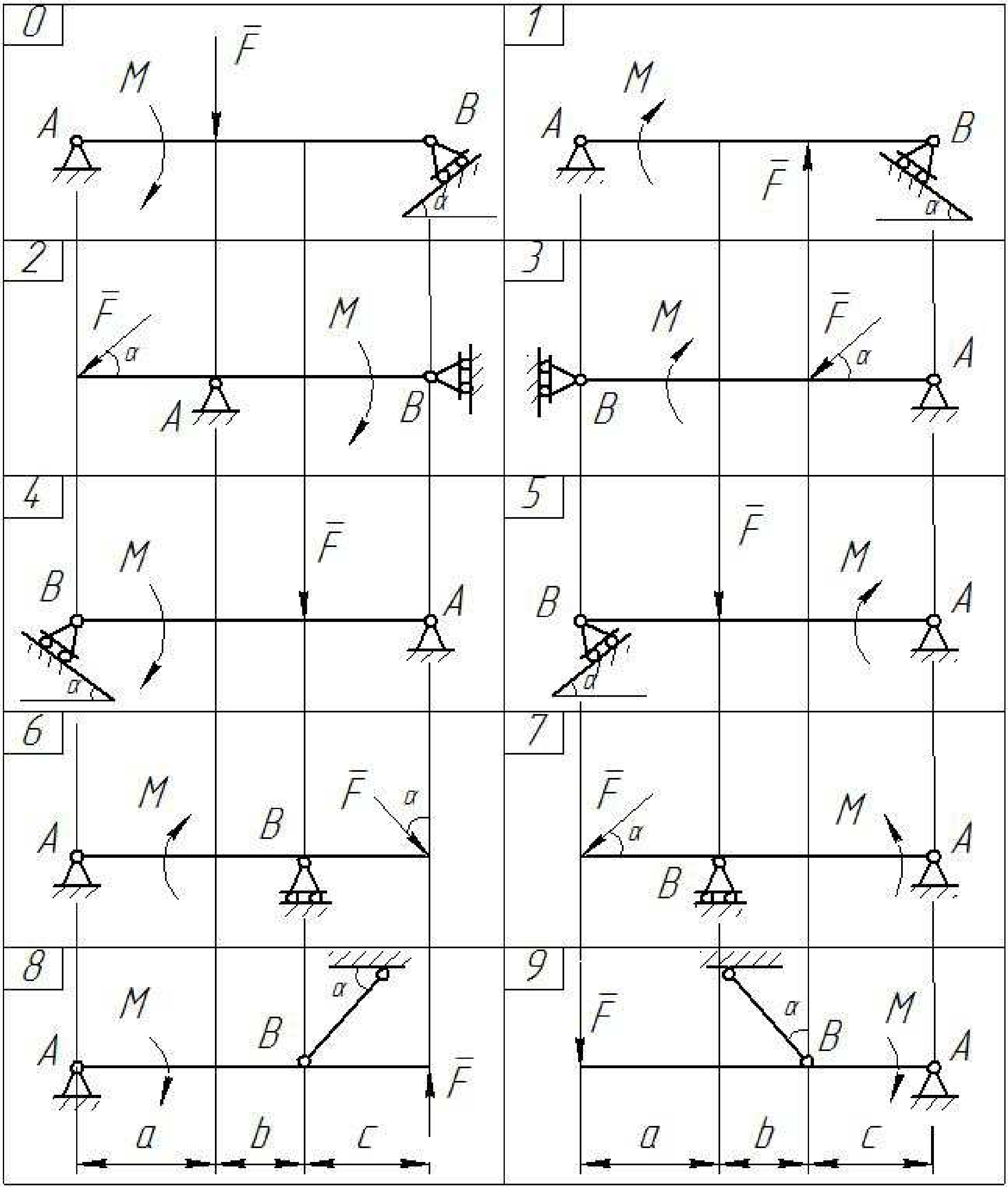


Рисунок 7

Задача 2

Балка АВС заделана одним концом в стену (рисунок 8). На неё действует сила $\overline{F}$ и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $\overline{q}$. Размеры *a, b, c* указаны на схемах. Определить реакции жесткой заделки. Числовые значения заданы в таблице 2.

П р и м е ч а н и е – при определении момента силы $\overline{F}$ применить теорему Вариньона (см. пример решения задачи 1 – моменты сил $\overline{S}_A$, $\overline{F}$, $\overline{N}_B$ относительно точки Е и пример решения задачи 3 – момент силы $\overline{P}$ относительно точки А).

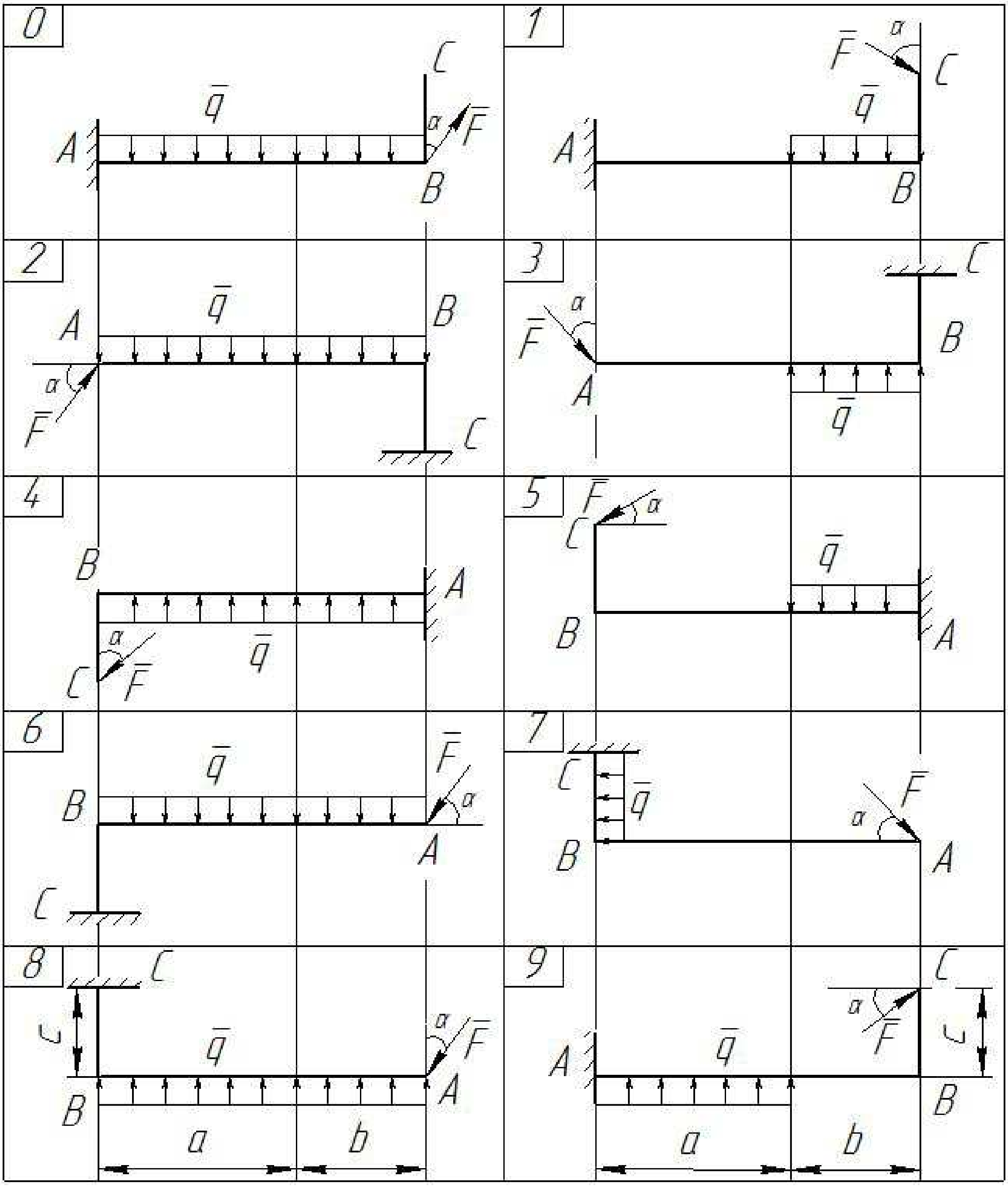


Рисунок 8

Задача 3

На схемах 0 – 9 (рисунок 9) показан брус, ось которого – ломаная линия. На брус действует сила $\overline{P}$, пара сил с моментом М и распределенная нагрузка интенсивностью $\overline{q}$. Определить реакции опор. Числовые значения заданы в таблице 2.

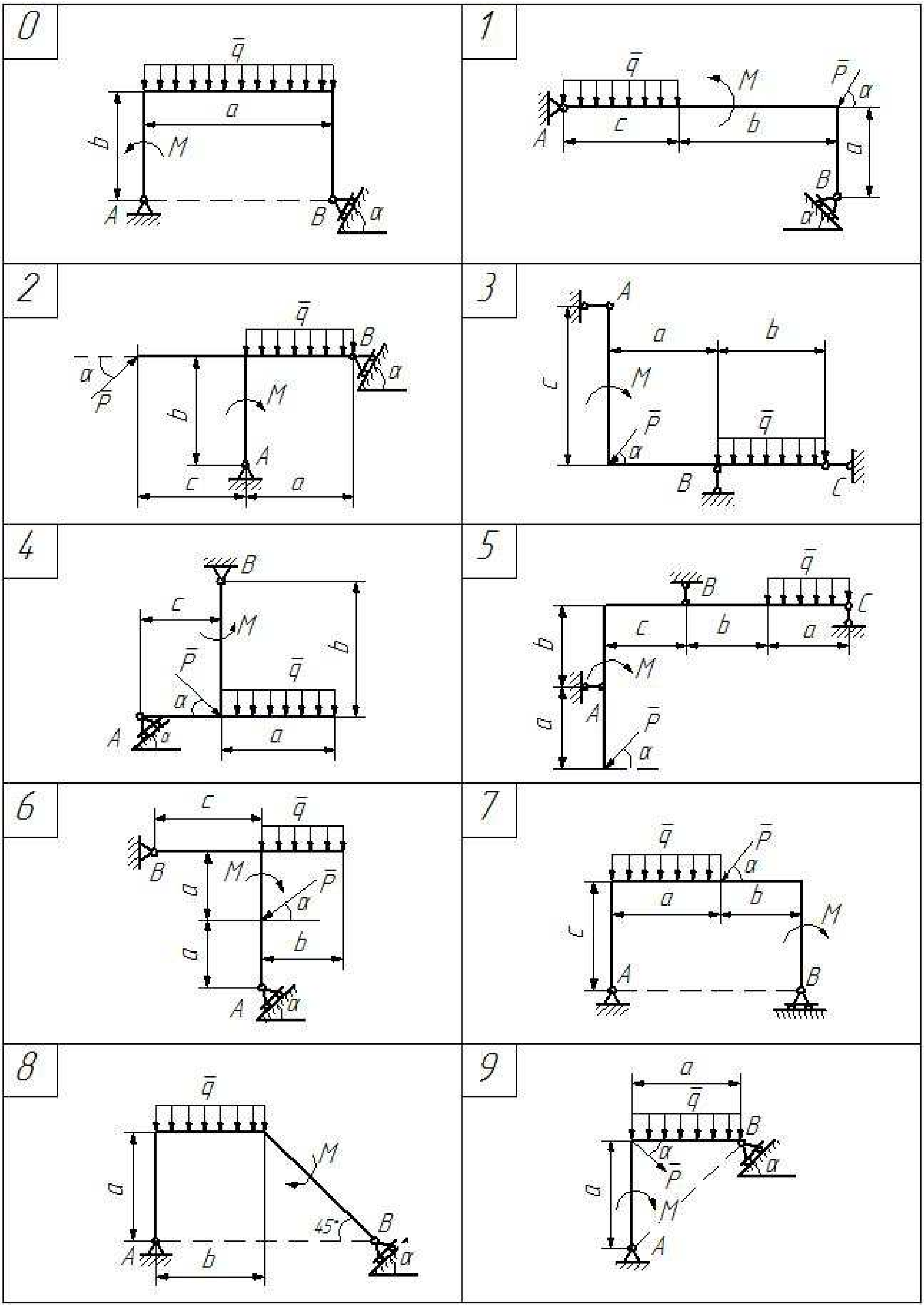


Рисунок 9

3.2 Порядок решения задач

1 Выбрать объект исследования, то есть тело, равновесие которого надо рассмотреть для определения искомых величин.

2 Приложить к нему заданные силы и силы реакции связей.

3 Определить, какая получилась система сил и сколько уравнений равновесия имеет данная система.

4 Убедиться, что задача является статически определенной, то есть число неизвестных не превышает числа уравнений равновесия.

5 Указать координатные оси.

6 Составить уравнения равновесия для полученной системы сил и решить эти уравнения.

4 Пример выполнения лабораторной работы №1

Лабораторная работа №1

Равновесие твердого тела

Задача 1

Однородная горизонтальная балка AB весом P = 120 Н в точках A и E соединена шарнирно с невесомыми стержнями AK и EL, а в точке B имеет шарнирно подвижную опору (рисунок 10). В точке D под углом $\beta = 45°$ к балке приложена сила F = 60 кН. Расстояния AE = 2 м; ED = 3 м; DB = 1 м. Определить реакции опор в точках A, B, C.

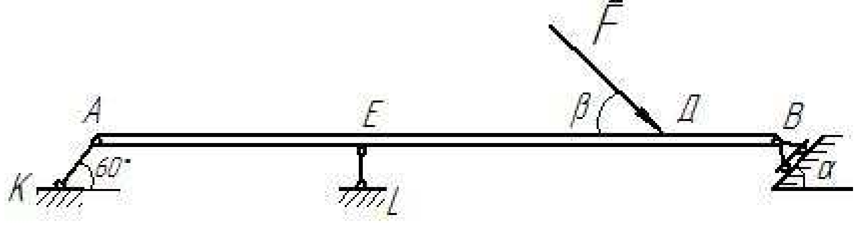


Рисунок 10

Дано: P = 120 кН, F = 60 кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$

Определить реакции опор в точках A, C, B.

Решение.

Рассмотрим равновесие балки AB (рисунок 11). На нее действуют активные силы: $\overline{F}$ и вес балки $\overline{P}$, приложенный в середине балки (AC = CB = 3 м). Связями для балки являются стержни AK и EL и опора в точке B. Отбросим связи и заменим их действие силами реакции связей (рисунок 11).

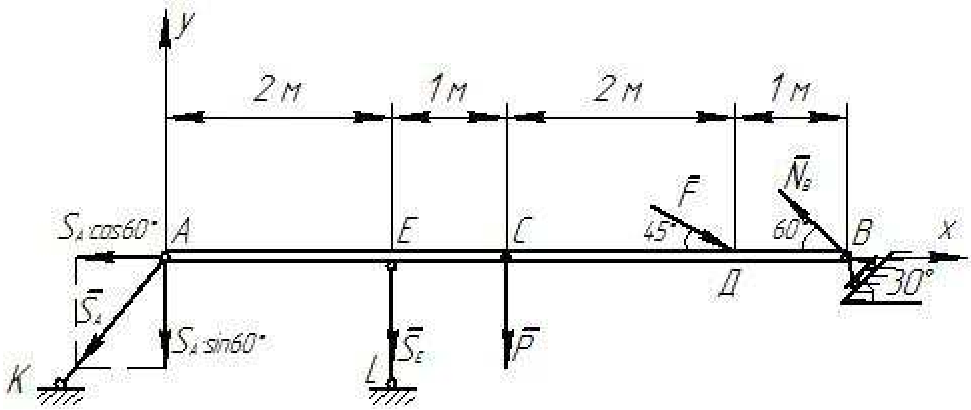


Рисунок 11

Реакция $\overline{N}_B$ в точке B направлена перпендикулярно к опорной плоскости, а реакции $\overline{S}_A$ и $\overline{S}_E$ невесомых стержней AK и EL направлены вдоль этих стержней и приложены к балке.

Для полученной произвольной плоской системы сил составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad -S_A \cdot \cos 60° + F \cdot \cos 45° - N_B \cos 60° = 0 \tag{6}$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad -S_A \cdot \sin 60° - S_E - P - F \cdot \sin 45° + N_B \cdot \sin 60° = 0 \tag{7}$$

$$\sum M_E\left(\overline{F}_k\right) = 0, \quad S_A \cdot \sin 60° \cdot AE - P \cdot CE - F \cdot \sin 45° \cdot DE + N_B \cdot \sin 60° \cdot BE = 0 \tag{8}$$

Данная задача является статически определенной, так как число неизвестных ($\overline{N}_B$, $\overline{S}_A$, $\overline{S}_E$) равно числу уравнений.

Моменты сил $\overline{S}_A$, $\overline{F}$, $\overline{N}_B$ относительно точки Е найдены по теореме Вариньона путем разложения этих сил на две составляющие, направленные по координатным осям X и У (рисунок 11). Так как линии действия составляющих, направленных по оси X (S_{Ax} = S·cos60°; F_x = F·cos45°, N_{Bx} = N_B·cos60°) проходят через центр моментов, точку Е, то их моменты относительно этой точки равны нулю, и в уравнение (3) вошли моменты только вертикальных составляющих этих сил (S_{Ay} = S_A·sin60°; F_y = F·sin45°, N_{By} = N_B·sin60°)

Из уравнения (6)

$$S_A = \frac{F \cdot \cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} - N_В = \frac{F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}5} - N_В = F \cdot \sqrt{2} - N_В \qquad (6`)$$

Тогда уравнение (8) примет вид

$$F\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot AE - N_B \cdot \sin 60^\circ \cdot AE - P \cdot CE - F \cdot \sin 45^\circ \cdot DE + N_B \cdot \sin 60^\circ \cdot BE = 0$$

$$N_B = \frac{-F\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot AE + P \cdot CE + F \cdot \sin 45^\circ \cdot DE}{(BE - AE) \cdot \sin 60^\circ} =$$

$$= \frac{-60 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 + 120 \cdot 1 + 60 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3}{(BE - AE) \cdot \sin 60^\circ} = 57{,}91 \ кН$$

Из уравнения (6`)

$$S_A = F \cdot \sqrt{2} - N_В = 60 \cdot \sqrt{2} - 57{,}91 = 26{,}94 \ кН$$

Из уравнения (7)

$$S_E = -S_A \cdot \sin 60^\circ - P - F \cdot \sin 45^\circ + N_B \cdot \sin 60^\circ =$$

$$= -26{,}94 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 120 - 60 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 57{,}91 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -135{,}6 \ кН$$

Проверка:

$$\sum M_D(\overline{F}_k) = N_B \cdot \sin 60° \cdot DB + P \cdot CD + S_E \cdot DE + S_A \cdot \sin 60° \cdot AD =$$

$$= 57{,}91 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 + 120 \cdot 2 - 135{,}6 \cdot 3 + 26{,}94 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5 =$$

$$= 50{,}15 + 240 - 406{,}8 + 116{,}65 = 406{,}8 - 406{,}8 = 0$$

Следовательно, реакции опор найдены верно.

Ответ: S_A = 26,94 кН; S_E = - 135,6 кН; N_B = 57,91 кН.

Знак минус, полученный для значения силы S_E, указывает, что эта сила имеет направление, противоположное принятому на рисунке 11, то есть стержень EL сжат.

Задача 2

Балка АВ заделана одним концом в стену (рисунок 12). На участке СВ равномерно распределена нагрузка интенсивностью q = 0,5 кН/м, в точке В на нити, переброшенной через блок О; подвешен груз весом Р = 2кН. К балке АВ приложена пара сил с моментом М = 3 кНм. Определить реакции жесткой заделки.

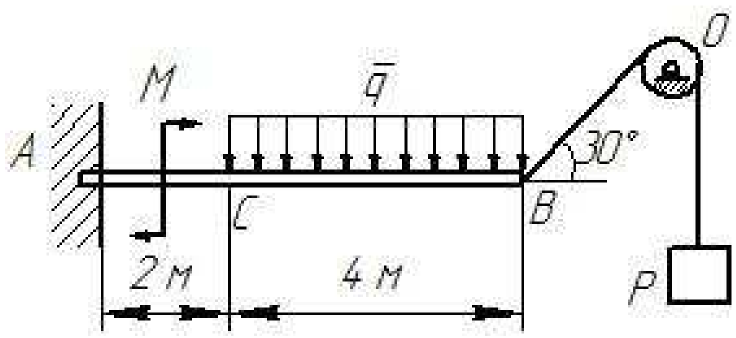


Рисунок 12

Дано: Р = 2 кН, М = 3 кНм, q = 0,5 кН/м, α = 30°

Определить реакции жесткой заделки X_A, $У_A$, M_A.

Решение.

Рассмотрим равновесие балки АВ (рисунок 13). На нее действует активная нагрузка: пара сил с моментом М, распределенная нагрузка интенсивностью $\bar{q}$, в точке В к балке приложим силу натяжения нити (предварительно оборвав нить), которая направлена вдоль нити, в сторону обрыва и по модулю равна весу груза Р, так как натяжение нити во всех ее точках одинаково. Распределенную нагрузку заменим одной равнодействующей, которая приложена в середине участка и равна

$$Q = q\ CB = 0{,}5\ 4 = 2\text{кН}.$$

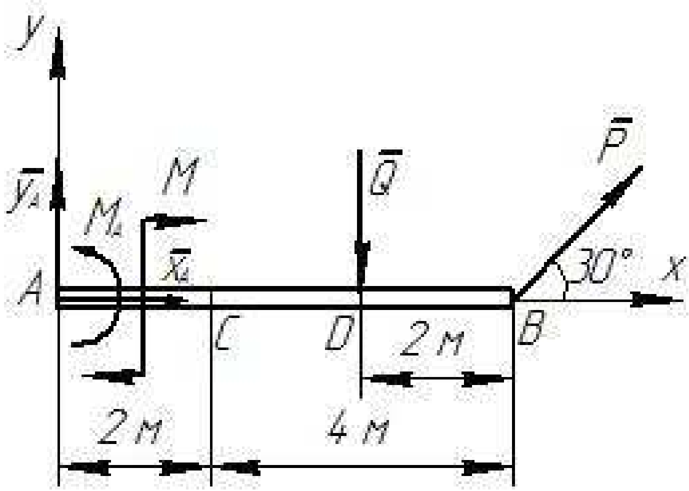


Рисунок 13

Связью для балки является жесткая заделка. Отбросив связь, заменим её действие парой сил с моментом M_A, для которого принято положительное направление, то есть против хода часовой стрелки, и силой реакции связи, направление которой неизвестно. Поэтому покажем две составляющие $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ этой силы реакции, совпадающие с положительным направлением координатных осей.

Для полученной произвольной плоской системы сил составим три уравнения равновесия (число уравнений равно числу неизвестных в задаче X_A, $У_A$, M_A):

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad X_A + P \cdot \cos 30° = 0 \tag{9}$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Y_A - Q + P \cdot \sin 30° = 0 \tag{10}$$

$$\sum M_A\left(\overline{F}_k\right) = 0, \ \mathrm{M_A} - M - Q \cdot AD + P \cdot \sin 30° \cdot AB = 0 \tag{11}$$

Из уравнения (9)

$$X_A = -P \cdot \cos 30° = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1{,}73 \ \text{кН}$$

Из уравнения (10)

$$Y_A = Q - P \cdot \sin 30° = 2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \ \text{кН}$$

Из уравнения (11)

$$\mathrm{M_A} = M + Q \cdot AD - P \cdot \sin 30° \cdot AB = 3 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 = 5 \ \text{кНм}$$

Проверка:

$$\sum M_B\left(\overline{F}_k\right) = Q \cdot DB - M + \mathrm{M_A} - Y_B \cdot AB = 2 \cdot 2 - 3 + 5 - 1 \cdot 6 = 9 - 9 = 0.$$

Следовательно, реакции опор найдены верно.

Ответ: X_A = - 1,73 кН; Y_A = 1 кН; M_A = 5 кН.

Знак минус указывает, что направление составляющей $\overline{X}_A$ противоположно указанному на рисунке 13.

Задача 3

Балка ADC в точке A закреплена шарнирно, а в точке B имеет шарнирную подвижную опору. На балку ADC действует пара сил с моментом M = 6 кНм, сила P = 10кН, приложенная в точке C под углом 30° к горизонтали, на участке DC равномерно распределена нагрузка интенсивностью q = 5кН/м. Угол наклона части AD балки к горизонтали 45°. Определить реакции опор. Размеры указаны на чертеже (рисунок 14).

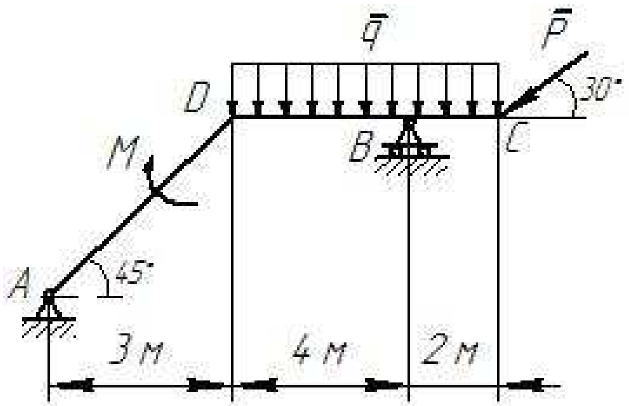


Рисунок 14

Дано: P = 10 кН, M = 6 кНм, q = 0,5 кН/м.

Определить реакции опор X_A, $У_A$, R_B.

Решение.

Рассмотрим равновесие балки ADC (рисунок 15). На нее действует активная нагрузка: сила $\overline{P}$, приложенная в точке C, пара сил с моментом M, распределенная нагрузка интенсивностью $\overline{q}$, которую заменим одной равнодействующей Q = q·DC = 0,5·6 = 3кН, приложенной в середине участка DC (рисунок 15).

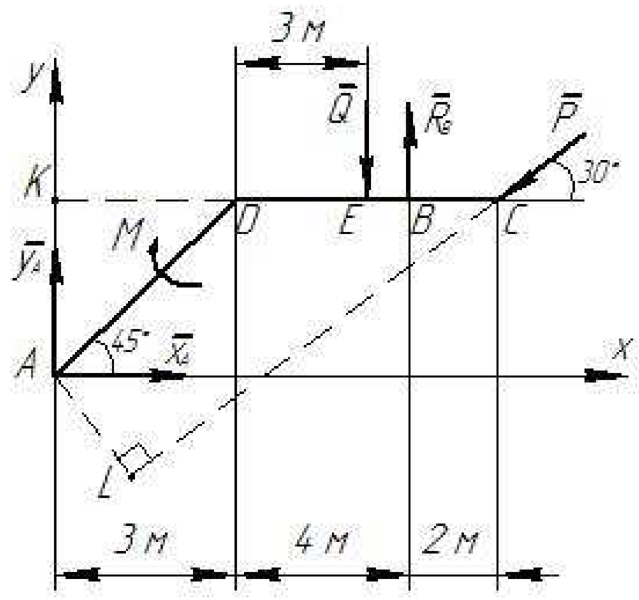


Рисунок 15

На балку наложены две связи: опоры в точках А и В. Указать заранее направление силы опорной реакции в точке А нельзя, поэтому изобразим две взаимно перпендикулярные составляющие этой силы реакции. Направив ось X по горизонтали вправо, а ось Y – перпендикулярно ей вверх, покажем составляющие силы реакции $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ (рисунок 15). Реакция $\overline{R}_B$ в точке В направлена перпендикулярно опорной плоскости. Теперь рассмотрим балку ADC как свободное твердое тело, находящееся под действием произвольной плоской системы сил, из которых неизвестны три величины $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$. Задача является статически определенной, так как такая система сил имеет три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad X_A - P \cdot \cos 30^\circ = 0 \tag{12}$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Y_A - Q + R_B - P \cdot \sin 30^\circ = 0 \tag{13}$$

$$\sum M_A\left(\overline{F}_k\right) = 0, \; -M - Q \cdot KE + R_B \cdot BK + P \cdot \cos 30^\circ \cdot AK - P \cdot \sin 30^\circ \cdot KC = 0 \tag{14}$$

Момент силы $\overline{P}$ относительно точки А равен

$$M_A(\overline{P}) = - P \cdot AL.$$

Так как вычисление плеча AL затруднено, то для определения $M_A(\overline{P})$ используем теорему Вариньона. Для этого разложим силу $\overline{P}$ на две составляющие, параллельные координатным осям X, Y:

$P_x = P \cdot \cos 30°$, $P_y = P \cdot \sin 30°$ (рисунок 15). Далее найдем момент силы $\overline{P}$ относительно точки A как алгебраическую сумму моментов этих составляющих относительно точки A:

$M_A(\overline{P}) = M_A(P_x) + M_A(P_y) = P \cdot \cos 30° \cdot AK - P \cdot \sin 30° \cdot KC$.

Из уравнения (12)

$$X_A = P \cdot \cos 30° = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8{,}66\ кН$$

Из уравнения (14)

$$R_B = \frac{M + Q \cdot KE - P \cdot \cos 30° \cdot AK + P \cdot \sin 30° \cdot KC}{BK} =$$

$$= \frac{6 + 3 \cdot 6 - 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 + 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9}{7} = 6{,}15\ кН$$

Из уравнения (13)

$$Y_A = Q - R_B + P \cdot \sin 30° = 3 - 6{,}15 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}85\ кН$$

Проверка:

$$\sum M_E(\overline{F}_k) = R_B \cdot BE - P \cdot \sin 30° \cdot CE - M - Y_A \cdot KE + X_A \cdot AK =$$

$$= 6{,}15 \cdot 1 - 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 - 6 - 1{,}85 \cdot 6 + 8{,}66 \cdot 3 = 6{,}15 - 15 - 6 - 11{,}1 + 25{,}98$$

$$= 32{,}1 - 32{,}1 = 0,$$

Следовательно, реакции опор найдены верно.

Ответ: X_A = 8,66 кН; Y_A = 1,85 кН; R_B = 6,15 кН.

5 Литература, рекомендованная для изучения дисциплины

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. втузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Иитеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для втузов/С.М.Тарг.-15-е изд., стер.-М.:Высш. шк.,2010.- 416 с.

3 Бутенин, Н.В. Курс теоретической механики: учебное пособие для для студ. вузов по техн. спец. В 2 т. / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. 5-ое изд.,–испр. СПб.:Лань, 1998. - Т.2 - 729 с.

4 Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. /М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.-М.:Наука, 1990. - Т.2 - 670 с.

Помимо указанных в списке, могут быть использованы любые учебники и пособия по теоретической механике.

Список использованных источников

1 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебное пособие для студ. втузов /А.А. Яблонский [и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 11-е изд., стер.-М.;Иитеграл-Пресс, 2010.-382 с.

2 Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 т. /М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб.-М.:Наука, 1990. - Т.1 - 670 с.

3 Сборник коротких задач по теоретической механике: учебное пособие для втузов / О.Э. Кепе [и др]; под ред. О.Э.Кепе. – М.: Высш. шк., 1989. – 368 с.

4 Попов, М.В. Теоретическая механика: Краткий курс: учебник для втузов / М.В. Попов. – М.: Наука, 1986. – 336 с.

5 Дырдина, Е.В. Теоретическая механика в таблицах и схемах: учебное пособие для студ.: в 2 ч. /Е.В. Дырдина, Т.И. Коршунова. – Оренбург: ОГУ, 2001. – Ч.1 – 40 с.