

Министерство образования и науки российской федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

С. А. Сильвашко

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭЛЕКТРОНИКА И СХЕМОТЕХНИКА»

Рекомендовано Ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по направлению подготовки 230100.62 Информатика и вычислительная техника

Оренбург
2012

УДК 621.3
ББК 31.21
С 36

Рецензент – кандидат технических наук, доцент С. Н. Бравичев

Сильвашко, С. А.

С 36 Лабораторный практикум по дисциплине «Электротехника, электроника и схемотехника» : учебное пособие / С. А. Сильвашко; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2012. – 103 с.

В учебном пособии приведены теоретические основы электротехники в объеме, достаточном для подготовки к выполнению серии лабораторных работ, предусмотренных рабочей программой при изучении дисциплины «Электротехника, электроника и схемотехника» в третьем семестре. Пособие также содержит задания и методические указания для выполнения лабораторных работ.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по направлению подготовки 230100.62 Информатика и вычислительная техника.

УДК 621.3
ББК 31.21

© Сильвашко С. А., 2012
© ОГУ, 2012

Содержание

Введение.....	5
1 Электрические цепи постоянного тока.....	7
1.1 Понятие электрической цепи. Схемы электрической цепи	7
1.2 Элементы цепи постоянного тока.....	10
1.2.1 Резистор. Резистивный элемент.....	11
1.2.2 Источники напряжения и тока	13
1.3 Вопросы для самоконтроля.....	17
1.4 Тестовые задания к разделу 1	17
1.5 Лабораторная работа № 1. Исследование вольт-амперных характеристик элементов электрических цепей	20
1.5.1 Задание на подготовку к работе.....	21
1.5.2 Задание на проведение исследований.....	21
1.5.3 Порядок проведения исследований.....	21
1.5.4 Варианты исходных данных.....	25
2 Установившийся режим в линейной электрической цепи при синусоидальных воздействиях	26
2.1 Явление резонанса в электрических цепях.....	26
2.2 Частотные характеристики электрических цепей	34
2.3 Вопросы для самоконтроля.....	37
2.4 Тестовые задания к разделу 2	39
2.5 Лабораторная работа №2. Исследование частотных характеристик электрических цепей.....	41
2.5.1 Подготовка к работе	42
2.5.2 Задание на проведение исследований.....	42
2.5.3 Порядок проведения исследований.....	42
2.5.4 Варианты исходных данных.....	45
2.6 Лабораторная работа № 3. Исследование резонансных явлений в линейных электрических цепях	46

2.6.1 Подготовка к работе	46
2.6.2 Задание на проведение исследований.....	47
2.6.3 Порядок проведения исследований	47
2.6.4 Варианты исходных данных.....	50
3 Анализ установившегося режима в цепи при несинусоидальных входных воздействиях	51
3.1 Спектральный анализ сигналов.....	51
3.2 Применение системы Mathcad в спектральном анализе	61
3.3 Вопросы для самоконтроля.....	66
3.4 Тестовые задания к разделу 3	67
3.5 Лабораторная работа № 4. Исследование спектров сигналов	70
3.5.1 Подготовка к работе	71
3.5.2 Задание на проведение исследований.....	71
3.5.3 Порядок проведения исследований	71
3.5.4 Варианты исходных данных.....	73
4 Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях	77
4.1 Общие сведения о переходных процессах.....	77
4.2 Переходные процессы в цепи первого порядка.....	80
4.3 Переходные процессы в цепи второго порядка.....	86
4.4 Вопросы для самоконтроля.....	93
4.5 Тестовые задания к разделу 4	94
4.6 Лабораторная работа № 5. Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях.....	97
4.6.1 Подготовка к работе	97
4.6.2 Задание на проведение исследований.....	97
4.6.3 Порядок проведения исследований	98
4.6.4 Варианты исходных данных.....	101
Список использованных источников	103

Введение

Целью лабораторного практикума является формирование элементов общекультурных и профессиональных компетенций, предусмотренных ФГОС ВПО по направлению подготовки 230100.62 – «Информатика и вычислительная техника», таких как способность к обобщению, анализу и восприятию информации, умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования, а также способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.

Для выполнения лабораторных работ предусматривается использование компьютерной программы моделирования электрических и электронных схем Electronics Workbench 5.12 (EWB), а также математической системы Mathcad.

В процессе подготовки к выполнению лабораторной работы студент должен изучить теоретические положения по тематике предполагаемых исследований, используя материал пособия и рекомендованную литературу. После изучения теоретических положений необходимо ознакомиться с методическими указаниями по выполнению планируемой лабораторной работы и *выполнить* требуемые *предварительные расчеты*, если таковые предусмотрены заданием к лабораторной работе.

Примечание – Каждый студент при выполнении лабораторной работы использует индивидуальные исходные данные (номинальные значения параметров элементов используемых схем, испытательных сигналов и т. д.), приведенные в конце методических указаний к каждой лабораторной работе. Номер варианта исходных данных выбирается с учетом номера студента в списке группы.

Исследования по теме лабораторной работы проводятся в соответствии с требованиями и рекомендациями, изложенными в методических указаниях. *Экспериментальные результаты*, полученные в процессе исследований, заносятся в *отчет*. По полученным результатам, если предусмотрено методическими указаниями, строят *графики* соответствующих *функциональных зависимостей*.

После завершения исследований каждый студент индивидуально оформляет отчет о выполненной лабораторной работе. **Отчет должен содержать:**

- *название и цель работы;*
- *результаты предварительных расчетов,* предусмотренных заданием;
- *схемы электрических цепей,* используемые при проведении исследований;
- *таблицы,* заполненные экспериментальными данными, полученными при проведении исследований;
- *графики функциональных зависимостей,* построенные с использованием экспериментальных данных;
- *изображения экранов измерительных приборов и пр.*

Результаты, полученные при выполнении лабораторной работы, необходимо проанализировать, сопоставить с известными теоретическими положениями и результатами предварительных расчетов. По результатам анализа сформулировать лаконичные *выводы* по каждому пункту проведенных исследований. Выводы поместить в отчет.

Отчет оформляется в соответствии с СТО 02069024.101-2010.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо продумать ответы на вопросы, приведенные в конце соответствующего раздела учебного пособия. С целью самоконтроля уровня знаний по соответствующему теоретическому разделу целесообразно выполнить тестовые задания.

1 Электрические цепи постоянного тока

1.1 Понятие электрической цепи. Схемы электрической цепи

Электрической цепью называется совокупность устройств, образующих пути для электрического тока, электромагнитные процессы в которой могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе, токе и напряжении.

Основными элементами электрических цепей являются источники и приемники электромагнитной энергии, а также устройства для ее передачи и преобразования.

Электрические цепи подразделяются на *цепи постоянного тока* и *цепи переменного тока*. Электрические цепи, в которых получение электрической энергии в источниках, ее передача и преобразование в приемниках происходят при неизменных во времени токах и напряжениях, называются **цепями постоянного тока**.

В данном разделе внимание уделим электрическим цепям постоянного тока и их элементам.

Источниками электромагнитной энергии являются различные генерирующие устройства, в которых энергия какого-либо вида (механическая, тепловая, ядерная, химическая, световая и др.) преобразуется в электромагнитную.

Источником энергии постоянного тока может служить гальванический элемент, аккумулятор, электромеханический преобразователь (генератор), термоэлемент, солнечная батарея и т. д.

Передающими элементами в электрической цепи являются *линии электропередачи, электрические сети, линии связи, соединительные провода*.

Приемниками в электрической цепи являются устройства, в которых осуществляется *преобразование электромагнитной энергии* в энергию другого вида (механическую, тепловую, акустическую, химическую).

Обычно вместо термина «приемник электромагнитной энергии» используют более краткие термины – «**приемник**» или «**потребитель**», а вместо термина «ис-

точник электромагнитной энергии» – «**источник энергии**», «**источник питания**» или «**источник**».

Элементы электрической цепи можно разделить на *активные* (источники электромагнитной энергии, полупроводниковые приборы, электровакуумные приборы) и *пассивные* (прочие потребители и соединительные провода).

Условимся токи, напряжения и ЭДС, действующие в цепях постоянного тока, обозначать большими буквами, соответственно I , U и E . «Мгновенные» значения тока, напряжения и ЭДС (то есть ток, напряжение и ЭДС в любой момент времени), действующих в цепях переменного тока, будем обозначать, соответственно, $i(t)$, $u(t)$ и $e(t)$, или, с целью упрощения – i , u и e .

Графическое изображение электрической цепи называется *схемой*. Различают несколько видов схем электрической цепи: *эскизная* схема, *схема электрическая принципиальная*, *схема замещения* и др. Для изображения элементов электрической цепи на схемах используют их *условные графические обозначения* (УГО), предусмотренные соответствующими стандартами. На рисунке 1.1 в качестве примера приведены УГО некоторых элементов электрических цепей.

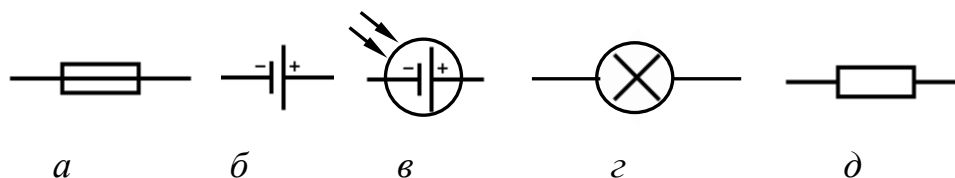


Рисунок 1.1 – Условные графические обозначения элементов электрической цепи:

a – плавкий предохранитель; $б$ – электрохимический элемент; $в$ – солнечный фотоэлемент; $г$ – лампа накаливания; $д$ – резистор

*Графическое изображение электрической цепи, содержащее условные графические обозначения ее элементов и показывающее соединения этих элементов, называется **схемой электрической принципиальной**.*

Анализируя электрическую принципиальную схему можно уяснить принцип функционирования электротехнического (или электронного) устройства,

назначение элементов, входящих в состав электрической цепи, их взаимодействие. Но такая схема является непригодной для расчета режима работы цепи, поскольку не в полной мере отображает свойства элементов. Чтобы выполнить инженерный расчет электрической цепи, необходимо каждый ее реальный элемент (источник, потребитель) представить соответствующей ему *схемой замещения* (эквивалентной схемой).

Схема электрической цепи, состоящая из совокупности идеализированных элементов и отображающая при определенных условиях свойства реальной цепи, называется схемой замещения электрической цепи (кратко – *схемой замещения*).

К идеализированным элементам, используемым при построении схемы замещения, относятся: *идеальный источник напряжения (тока), резистивный элемент (R -элемент), емкостный элемент (C -элемент), индуктивный элемент (L -элемент)*. Кроме этого предполагается, что сопротивление проводов, соединяющих элементы, равно нулю.

На рисунке 1.2 приведен пример схемы замещения некоторой электрической цепи.

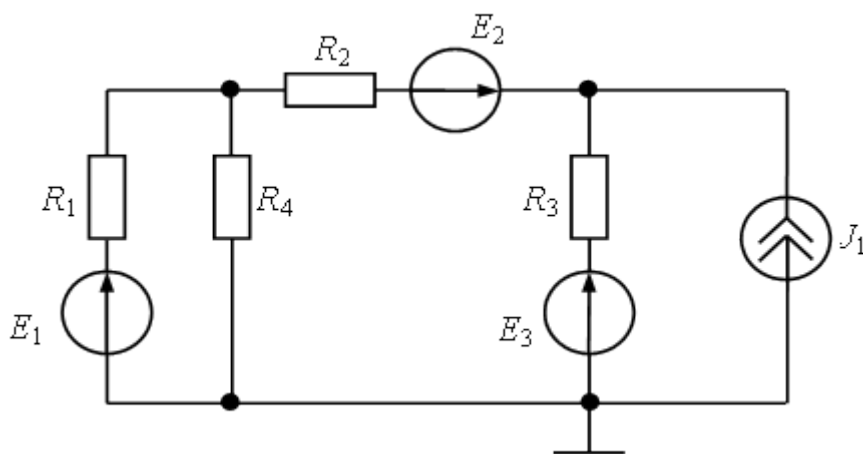


Рисунок 1.2

Схема электрической цепи характеризуется некоторыми основополагающими понятиями, такими как *ветвь, узел, контур*.

Ветвью называется участок электрической цепи, во всех элементах которого в фиксированный момент времени ток имеет одно и то же значение.

Ветвь схемы состоит из одного или нескольких последовательно соединенных элементов, каждый из которых имеет два вывода (начало и конец), причем к концу каждого предыдущего элемента присоединяется начало следующего. Элементами ветви, в общем случае, могут быть, например, участки с сопротивлением, катушки индуктивности, конденсаторы, диоды, источники ЭДС и др. Схема на рисунке 1.2, в частности, содержит пять ветвей.

Узлом электрической цепи называют место соединения трех или более ветвей.

На схеме электрической цепи узел изображают точкой. Схема на рисунке 1.2 содержит три узла.

Контуром электрической цепи называется замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям так, что ни одна ветвь и ни один узел не встречается больше одного раза.

В схеме на рисунке 1.2 можно выделить шесть контуров, включающих элементы:

- E_1, R_1, R_4 ;
- E_1, R_1, R_2, E_2, J_1 ;
- $E_1, R_1, R_2, E_2, R_3, E_3$;
- R_4, R_2, E_2, R_3, E_3 ;
- E_3, R_3, J_1 ;
- R_4, R_2, E_2, J_1 .

1.2 Элементы цепи постоянного тока

Элементами цепи постоянного тока могут быть источники энергии постоянного тока, а также потребители, обладающие активным сопротивлением (потребляющие энергию, но не накапливающие ее). Рассмотрим некоторые из таких элементов.

1.2.1 Резистор. Резистивный элемент

Для ограничения тока на отдельных участках электрической цепи (в ветвях) используют элементы, обладающие повышенным электрическим сопротивлением.

*Элемент электрической цепи, предназначенный для использования его электрического сопротивления, называют **резистором**.*

Резисторы, применяемые в электрических цепях, бывают разной конструкции: проволочные, объемные, пленочные и др. На рисунке 1.3 показан внешний вид нескольких типов резисторов. Различают резисторы *постоянные* (с неизменной величиной сопротивления) и *переменные* (сопротивление которых можно изменять). Переменные резисторы в свою очередь делятся на *подстроечные* и *регулируемые*. В резисторах происходит **необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую**.

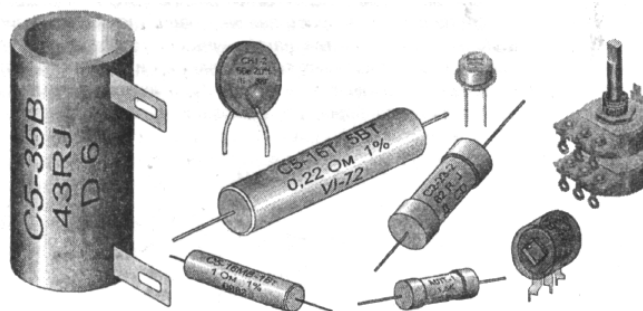


Рисунок 1.3

Для участка цепи, содержащего резистор с сопротивлением R , ток в резисторе I и напряжение U на его выводах связаны соотношением, называемым *закон Ома*

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.1)$$

то есть ток на этом участке прямо пропорционален напряжению между выводами резистора и обратно пропорционален сопротивлению резистора.

Идеализированные модели резисторов и других электротехнических устройств, оказывающих сопротивление электрическому току и преобразующих электрическую энергию в тепловую, называются *резистивными элементами* (*R-элементами*). Резистивные элементы используют при составлении схем замещения электрических цепей и их расчетах. УГО резистивного элемента совпадает с УГО резистора. Свойства резистивных элементов, как и других элементов электрических цепей, как правило, описывают с помощью *вольт-амперных характеристик* (ВАХ).

Вольт-амперной характеристикой называется зависимость тока в элементе электрической цепи от напряжения на его зажимах (или напряжения на зажимах элемента от тока в нем).

Для линейного резистивного элемента его ВАХ определяется законом Ома (1.1). На рисунке 1.4, *а* приведена графическая интерпретация закона Ома (ВАХ линейного резистивного элемента). Основным параметром линейного резистивного элемента является его *сопротивление*, измеряемое в омах (Ом).

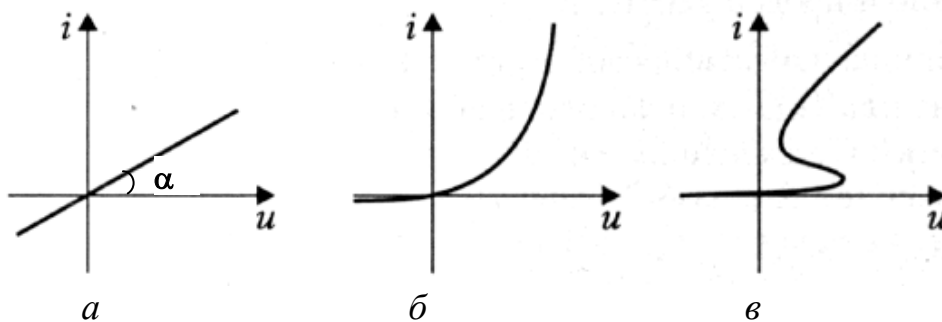


Рисунок 1.4

Величиной, обратной по отношению к сопротивлению, является *проводимость* G , измеряемая в сименсах (См):

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}. \quad (1.2)$$

Сопротивление (проводимость) резистивного элемента определяет наклон ВАХ (рисунок 1.4, *а*):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{I}{U} = \frac{1}{R} = G. \quad (1.3)$$

Параметры реальных элементов электрической цепи почти всегда в какой-то мере зависят от тока и напряжения. Так, например, при наличии тока в проводнике его температура повышается, что, в свою очередь, вызывает повышение сопротивления. Следовательно, при разных токах в одном и том же проводнике сопротивление проводника будет изменяться. А это значит, что одинаковые приращения напряжения будут вызывать разное приращение тока. В этом случае элемент следует считать *нелинейным* и его ВАХ будет носить нелинейный характер. Примеры ВАХ нелинейных элементов представлены на рисунках 1.4, б и 1.4, в.

К энергетическим характеристикам резистивного элемента относятся *мощность* и *энергия*. Мгновенная мощность, рассеиваемая на резистивном элементе, определяется выражением

$$p_R = u_R i_R = i_R^2 R = \frac{u_R^2}{R} = G u^2 \geq 0. \quad (1.4)$$

Мощность резистивного элемента всегда положительна, а это означает, что он в любой момент времени только потребляет энергию, преобразуя ее в тепло.

Энергия, поступившая в резистивный элемент за время от t_1 до t_2 , может быть определена из выражения

$$W_R = \int_{t_1}^{t_2} p_R dt \geq 0. \quad (1.5)$$

1.2.2 Источники напряжения и тока

Важными элементами электрических цепей являются *источники энергии*. В теории цепей для представления источников энергии используют две модели: *идеальные источники ЭДС (напряжения)* и *идеальные источники тока*. С их помощью

посредством схем замещения описывают реальные источники электрической энергии.

Идеальный источник напряжения представляет собой активный двухполюсник, вырабатывающий напряжение, которое не зависит от тока, протекающего через этот двухполюсник. В теории цепей рассматривают источники постоянного напряжения и источники переменного напряжения, изменяющегося во времени по определенному закону.

На рисунке 1.5, *а* показано УГО идеального источника постоянного напряжения U_0 . Стрелка на УГО указывает направление движения положительных зарядов внутри источника и направлена к клемме с большим потенциалом (к положительному выводу источника). Если к такому источнику подключить нагрузку, то есть организовать путь для протекания тока (как показано на рисунке 1.5, *б*), то можно построить график зависимости напряжения на выходных клеммах источника от тока, протекающего в нем (то есть ВАХ идеального источника напряжения (рисунок 1.5, *в*). Из рисунка видно, что напряжение на клеммах идеального источника напряжения не зависит от тока, протекающего в нем.

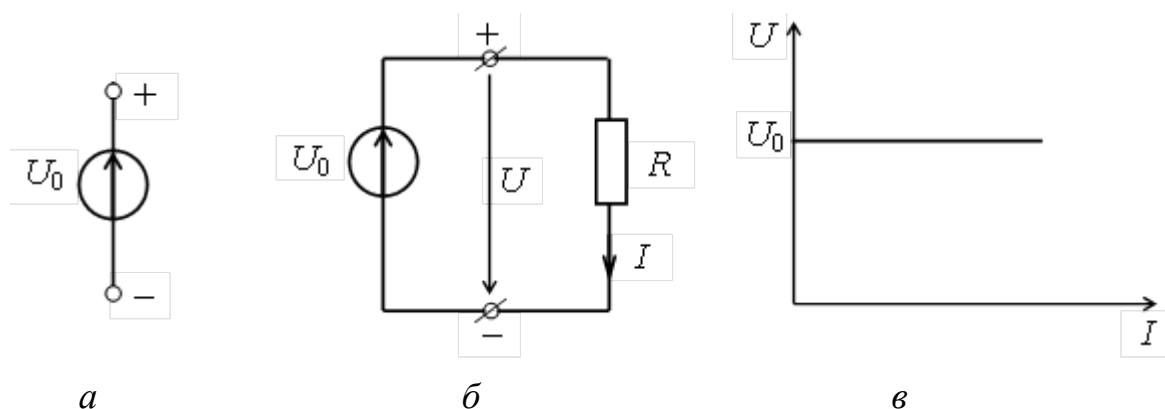


Рисунок 1.5

Напряжение на клеммах *реального источника напряжения* уменьшается с увеличением тока во внешней цепи. Это связано с падением напряжения на внутреннем сопротивлении источника напряжения (то есть перемещение носителей зарядов внутри источника от отрицательного полюса к положительному сопровожда-

ется потерями энергии, направленными на преодоление этого сопротивления). Данное обстоятельство можно учесть, включив последовательно с идеальным источником напряжения сопротивление $r_{вн}$ (рисунок 1.6, а). Его называют *внутренним сопротивлением источника* напряжения. При таком представлении реального источника напряжения можно записать

$$U_0 = I(r_{вн} + R), \quad (1.6)$$

откуда напряжение на зажимах источника равно

$$U = IR = U_0 - Ir_{вн}. \quad (1.7)$$

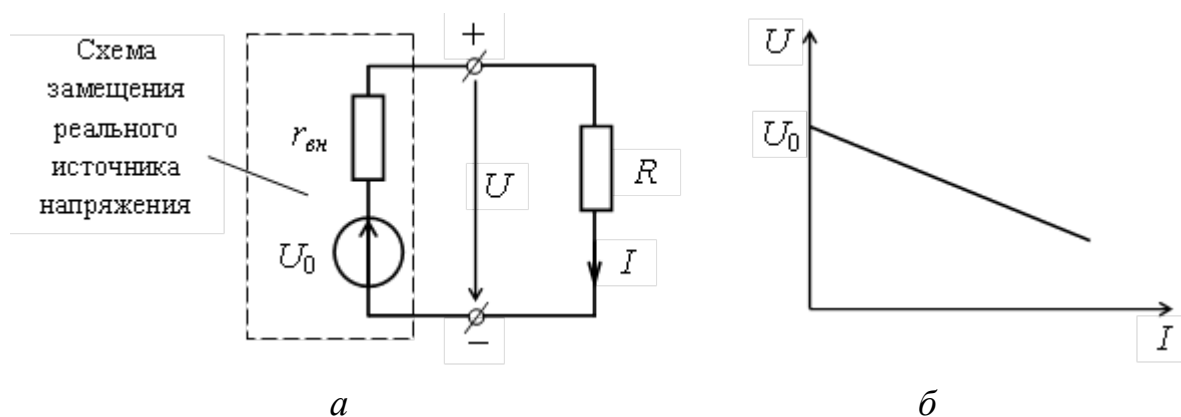


Рисунок 1.6

Из (1.7) следует, что напряжение на зажимах реального источника напряжения зависит от протекающего через него тока. На рисунке 1.6, б показано графическое изображение ВАХ реального источника напряжения. Как видно из рисунка, чем больше ток, протекающий через источник, тем меньше напряжение на его клеммах. На практике стремятся обеспечить выполнение условия $r_{вн} \ll R_i$, где R_i – суммарное сопротивление всех потребителей, подключенных к клеммам источника напряжения. Тогда напряжение на зажимах источника не будет существенно изменяться при значительных изменениях тока в нем. Хорошим принято считать источник напряжения, у которого $r_{вн} \rightarrow 0$.

В некоторых случаях внутреннее сопротивление источника энергии может существенно превышать суммарное сопротивление внешней цепи, подключенной к источнику (сопротивление нагрузки). Тогда на схемах замещения источник энергии удобнее представить не источником напряжения, а источником тока. В частности, если внутреннее сопротивление источника $r_{вн} \rightarrow \infty$, то имеет место *идеальный источник тока*.

Идеальный источник тока представляет собой активный двухполюсник, ток через который не зависит от напряжения на его клеммах. УГО идеального источника тока показано на рисунке 1.7, а, а его вольт-амперная характеристика – на рисунке 1.7, в.

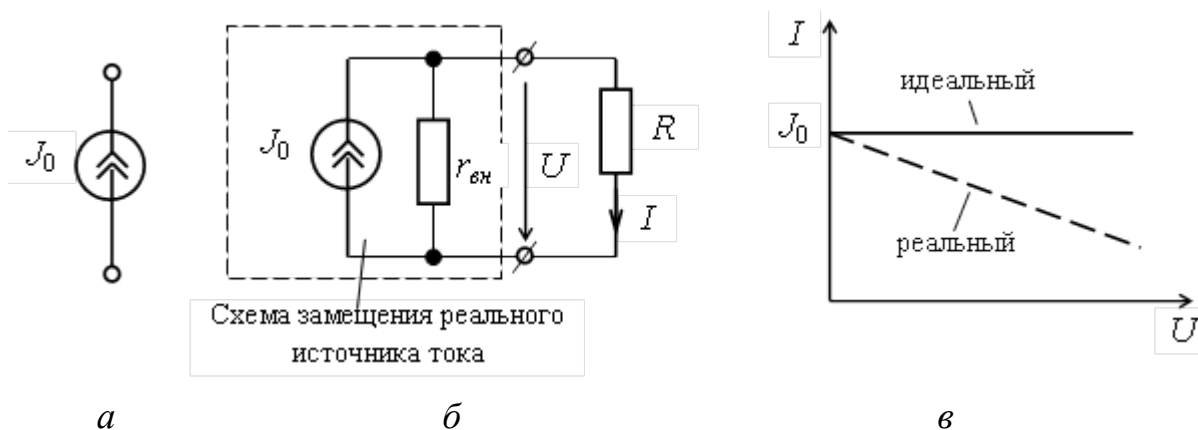


Рисунок 1.7

Ток, вырабатываемый *реальным источником тока*, уменьшается с ростом напряжения (рисунок 1.7, в). Это связано с тем, что внутреннее сопротивление реального источника тока имеет конечное значение, и, следовательно, часть тока источника ответвляется в это сопротивление.

На схеме замещения реального источника тока параллельно идеальному источнику включают сопротивление $r_{вн}$ (рисунок 1.7, б). С учетом этого уравнение ВАХ реального источника тока будет иметь вид

$$I = J_0 - \frac{U}{r_{вн}} = J_0 - Ug_{вн}, \quad (1.8)$$

где $g_{вн} = \frac{1}{r_{вн}}$ – внутренняя проводимость источника тока.

Таким образом хорошим можно считать источник тока, у которого $g_{вн} \rightarrow 0$.

1.3 Вопросы для самоконтроля

1.3.1 Что называется электрической цепью?

1.3.2 Что называется схемой электрической цепи? Какие бывают виды схем?

1.3.3 Что называется ветвью, узлом, контуром схемы электрической цепи?

1.3.4 Привести определение закона Ома, первого и второго законов Кирхгофа.

1.3.5 Пояснить сущность метода узловых потенциалов, метода контурных токов.

1.3.6 Что называется вольт-амперной характеристикой элемента электрической цепи?

1.3.7 Привести и пояснить график ВАХ идеального и реального источников тока, напряжения, идеализированного резистивного элемента.

1.3.8 Записать уравнение ВАХ реального источника напряжения, реального источника тока.

1.3.9 Привести схемы замещения реального источника напряжения, реального источника тока.

1.3.10 Записать выражение для мощности, рассеиваемой резистивным элементом в цепи постоянного тока.

1.4 Тестовые задания к разделу 1

1.4.1 Приемниками в электрической цепи являются:

а) аккумуляторы, солнечные батареи, резисторы;

б) резисторы, аккумуляторы, гальванические элементы;

в) аккумуляторы, гальванические элементы, электромеханические генераторы;

г) резисторы, нагревательные элементы, электрические двигатели;

д) электромеханические генераторы, лампы накаливания.

1.4.2 Основными топологическими понятиями схемы замещения являются:

- а) резистор, конденсатор, катушка индуктивности;
- б) узел, ветвь, контур;
- в) источники и приемники электромагнитной энергии;
- г) напряжение, ток, сопротивление;
- д) источники ЭДС, источники тока.

1.4.3 Узлом электрической цепи называют место соединения:

- а) трех или более ветвей;
- б) не менее четырех ветвей;
- в) двух или более контуров;
- г) трех или более контуров.

1.4.4 Выбрать уравнение, описывающее вольт-амперную характеристику реального источника ЭДС:

- а) $u = e - ir_{вн}$;
- б) $u = ir_{вн} - e$;
- в) $i = i_g - ug_{вн}$;
- г) $i = ug_{вн} - i_g$;
- д) $u = iR$.

1.4.5 Выбрать уравнение, описывающее вольт-амперную характеристику реального источника тока:

- а) $u = e - ir_{вн}$;
- б) $u = ir_{вн} - e$;
- в) $i = i_g - ug_{вн}$;
- г) $i = ug_{вн} - i_g$;
- д) $u = iR$.

1.4.6 Выбрать математическое выражение, соответствующее первому закону Кирхгофа:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^m U_i = \sum_{k=1}^n E_k ;$$

$$\text{б) } u = e - ir_{\text{вн}} ;$$

$$\text{в) } u = iR ;$$

$$\text{г) } \sum_{k=1}^n I_k = 0 ;$$

$$\text{д) } i = i_g - ug_{\text{вн}} .$$

1.4.7 Выбрать математическое выражение, соответствующее второму закону Кирхгофа:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^m U_i = \sum_{k=1}^n E_k ;$$

$$\text{б) } u = e - ir_{\text{вн}} ;$$

$$\text{в) } u = iR ;$$

$$\text{г) } \sum_{k=1}^n I_k = 0 ;$$

$$\text{д) } i = i_g - ug_{\text{вн}} .$$

1.4.8 При последовательном соединении n резистивных элементов эквивалентное сопротивление участка цепи равно:

$$\text{а) } R_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} ;$$

$$\text{б) } R_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n G_i ;$$

$$\text{в) } R_{\text{экв}} = \frac{U}{I} ;$$

$$\text{г) } R_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n R_i ;$$

$$\text{д) } R_{\text{экв}} = UI .$$

1.4.9 При параллельном соединении n резистивных элементов эквивалентная проводимость участка цепи равна:

а) $G_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$;

б) $G_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{G_i}$;

в) $G_{\text{экв}} = \frac{U}{I}$;

г) $G_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n R_i$;

д) $G_{\text{экв}} = UI$.

1.4.10 Разность потенциалов между точками a и b участка цепи (см. рисунок 1.8), при $E = 20$ В, $I = 0,1$ А, $R = 50$ Ом, равна:

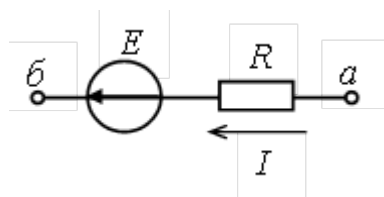


Рисунок 1.8

а) $\varphi_{a\bar{b}} = -15$ В;

б) $\varphi_{a\bar{b}} = 15$ В;

в) $\varphi_{a\bar{b}} = -25$ В;

г) $\varphi_{a\bar{b}} = 25$ В;

д) $\varphi_{a\bar{b}} = 20$ В.

1.5 Лабораторная работа № 1. Исследование вольт-амперных характеристик элементов электрических цепей

Лабораторная работа имеет целью исследование вольт-амперных характеристик элементов линейных электрических цепей постоянного тока, а также приобре-

тение навыков использования компьютерной программы схемотехнического моделирования Electronics Workbench 5.12 для исследования электрических цепей.

На выполнение и защиту лабораторной работы № 1 отводится 8 академических часов.

1.5.1 Задание на подготовку к работе

1.5.1.1 Изучить теоретические положения по теме проводимых исследований.

1.5.1.2 Ознакомиться с интерфейсом программы схемотехнического моделирования Electronics Workbench, содержанием библиотек компонентов программы, особенностями ее использования при исследовании электрических цепей.

1.5.2 Задание на проведение исследований

1.5.2.1 Снять ВАХ идеального и реального источника напряжения.

1.5.2.2 Снять ВАХ идеального и реального источника тока.

1.5.2.3 Снять ВАХ линейного резистивного элемента.

1.5.3 Порядок проведения исследований

1.5.3.1 Собрать схему, приведенную на рисунке 1.9.

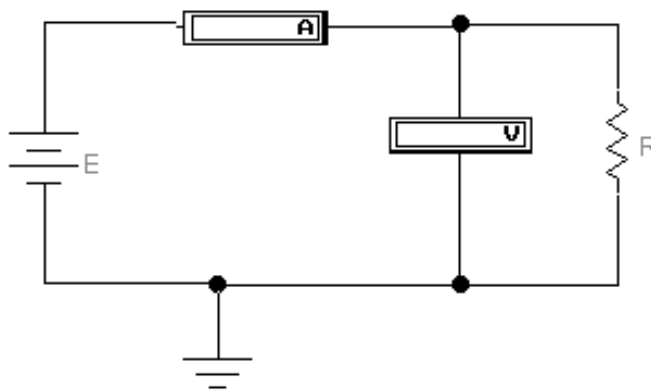


Рисунок 1.9

Установить внутреннее сопротивление амперметра равным 1 нОм, а вольтметра – 1 МОм. Задать значение напряжения источника E в соответствии с индивидуальным заданием. Задавая значения сопротивления резистора R в соответствие с таблицей 1.1, снимать показания измерительных приборов и заносить в таблицу (таблица 1.1).

По данным таблицы 1.1 построить ВАХ идеального источника напряжения.

Таблица 1.1 – Результаты измерений

Сопротивление R , Ом	0,1	1	10	100	1000
Ток, А					
Напряжение, В					

1.5.3.2 Собрать схему, приведенную на рисунке 1.10.

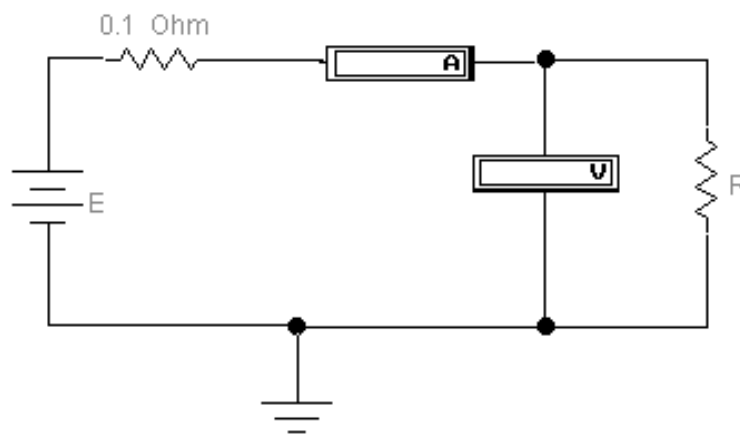


Рисунок 1.10

Выполняя операции аналогично п. п. 1.5.3.1, снять ВАХ реального источника напряжения. Результаты измерений занести в таблицу, аналогичную таблице 1.1. По данным таблицы построить ВАХ реального источника напряжения.

Примечание – Графики ВАХ идеального и реального источников напряжения построить в одной системе координат.

Сформулировать выводы по результатам проведенных исследований.

1.5.3.3 Собрать схему, приведенную на рисунке 1.11.

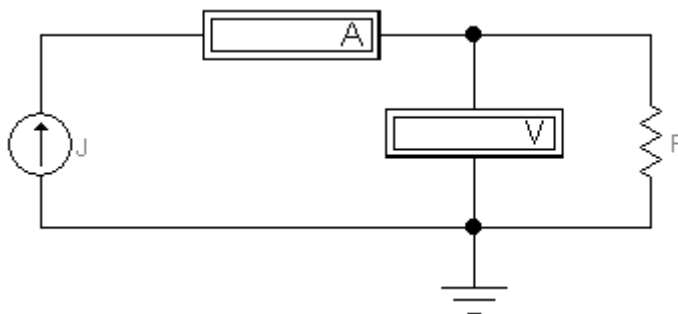


Рисунок 1.11

Установить внутреннее сопротивление амперметра равным 1 нОм, а вольтметра – 1 МОм. Задать значение тока источника J в соответствии с индивидуальным заданием. Задавая значения сопротивления резистора R в соответствие с таблицей 1.2, снимать показания измерительных приборов и заносить в таблицу (таблица 1.2).

По данным таблицы 1.2 построить ВАХ идеального источника тока.

Таблица 1.2 – Результаты измерений

Сопротивление R , Ом	1	10	100	1000	10000
Ток, А					
Напряжение, В					

1.5.3.4 Собрать схему, приведенную на рисунке 1.12. Выполняя операции аналогично п. п. 1.5.3.3, снять ВАХ реального источника тока.

Результаты измерений занести в таблицу, аналогичную таблице 1.2. По данным таблицы построить ВАХ реального источника тока.

Примечание – Графики ВАХ идеального и реального источников тока построить в одной системе координат.

Сформулировать выводы по результатам проведенных исследований.

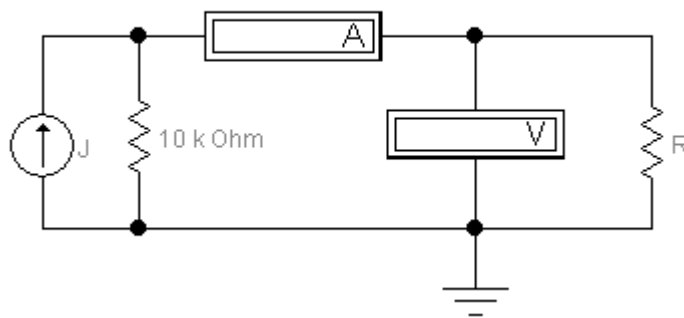


Рисунок 1.12

1.5.3.5 Собрать схему, приведенную на рисунке 1.13.

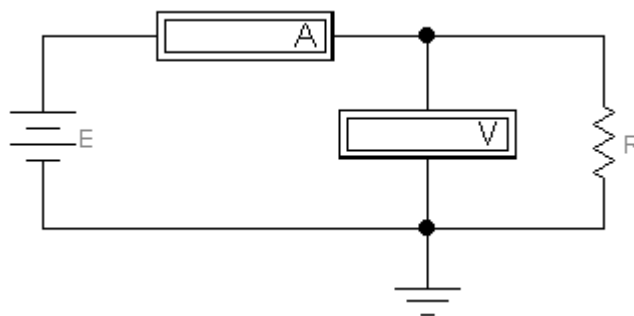


Рисунок 1.13

Установить сопротивление исследуемого резистора R в соответствии с индивидуальным заданием.

Изменяя значение напряжения источника E в соответствие с таблицей 1.3, снимать показания измерительных приборов и заносить в таблицу (таблица 1.3).

По данным таблицы 1.3 построить ВАХ идеализированного резистивного элемента.

Таблица 1.3 – Результаты измерений

Напряжение источника E , В	0	0,1	1	10	100
Ток в резисторе R , А					
Ток в резисторе $2R$, А					

Увеличить сопротивление резистора R в два раза и повторить указанные ранее операции. Графики ВАХ идеализированного резистивного элемента при двух значениях сопротивления построить в одной системе координат.

Сформулировать выводы по результатам исследования.

1.5.4 Варианты исходных данных

Таблица 1.4 – Варианты исходных данных

Номер варианта	E , В	J , мА	R , кОм	Номер варианта	E , В	J , мА	R , кОм
1	5	100	1	16	5	200	1,4
2	7	110	2	17	7	210	1
3	8	120	3	18	8	220	1,5
4	10	130	2	19	10	230	2
5	12	140	1	20	12	240	3
6	15	150	1,2	21	15	250	2
7	20	115	1,3	22	20	215	1
8	12	125	1,4	23	12	225	1,5
9	11	135	1	24	11	235	1,2
10	5	145	1,5	25	5	245	2
11	7	155	2	26	7	255	3
12	8	160	3	27	8	260	2
13	9	165	2	28	9	265	1
14	6	170	1	29	6	270	1,2
15	4	175	1,5	30	4	275	1,3

2 Установившийся режим в линейной электрической цепи при синусоидальных воздействиях

2.1 Явление резонанса в электрических цепях

Участок электрической цепи, образованный последовательным или параллельным соединением L - и C -элементов, называется *колебательным контуром* (соответственно последовательным или параллельным колебательным контуром). В электрической цепи, содержащей колебательный контур, при определенных условиях может возникать явление *резонанса*.

Резонансом называется режим, возникающий в электрической цепи при совпадении собственной частоты колебаний колебательного контура с частотой колебаний напряжения внешнего источника.

Различают два вида резонанса: **резонанс напряжений** и **резонанс токов**. Резонанс напряжений возникает в *последовательном колебательном контуре*, а резонанс токов – в *параллельном колебательном контуре*. Комплексная схема замещения последовательного колебательного контура с подключенным к нему источником гармонического напряжения приведена на рисунке 2.1. R -элемент включен в схему для учета активных потерь, имеющих место в реальных элементах (катушках индуктивности и конденсаторах).

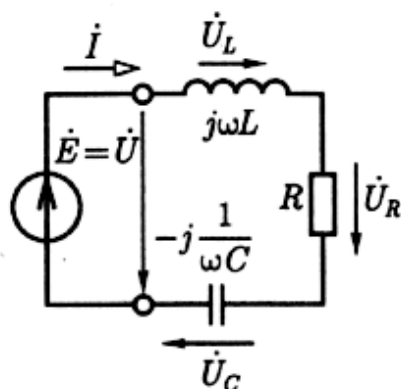


Рисунок 2.1

Входное сопротивление двухполюсника, представляющего собой последовательное соединение R -, L - и C - элементов (рисунок 2.1), равно

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C), \quad (2.1)$$

а его модуль и аргумент, соответственно, равны

$$Z_{\text{вх}} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (2.2)$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{(X_L - X_C)}{R}. \quad (2.3)$$

Резонанс в контуре возникает при выполнении условия $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$. При этом в рассматриваемой цепи полное входное сопротивление двухполюсника принимает минимальное значение и равно $Z_{\text{вх}} = R$, а аргумент комплексного сопротивления φ равен нулю. Фаза тока и напряжения на входе двухполюсника при резонансе совпадают, а действующее значение тока достигает своего максимума, определяемого из выражения

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{R}, \quad (2.4)$$

где U – действующее значение приложенного к контуру напряжения.

Из (2.4) следует, что на резонансе *все напряжение внешнего источника приложено к резистивному элементу R .*

Частота, определяемая из равенства

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.5)$$

называется **резонансной частотой** колебательного контура.

В (2.1) и (2.5) через L и C , соответственно, обозначены индуктивность катушки индуктивности и емкость конденсатора, образующих колебательный контур.

Учитывая, что между угловой и циклической частотами существует связь вида $\omega = 2\pi f$, можно записать

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.6)$$

Сопротивление реактивных элементов на резонансной частоте (ρ)

$$\rho = \omega_{рез}L = \frac{1}{\omega_{рез}C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.7)$$

называют *характеристическим (волновым) сопротивлением колебательного контура*.

Поскольку при резонансе $X_L = X_C$, то напряжения на реактивных элементах на резонансной частоте равны по модулю

$$U_{Lрез} = U_{Cрез} = \omega_{рез}LI_{рез} = \frac{I_{рез}}{\omega_{рез}C}, \quad (2.8)$$

но противоположны по фазе и, следовательно, алгебраическая сумма этих напряжений равна нулю.

Если выполняется условие $\rho > R$, то на частоте $\omega_{рез}$ напряжения на емкостном и индуктивном элементах могут (и во много раз) превысить напряжение внешнего источника.

На рисунке 2.2 приведены зависимости напряжений на элементах электрической цепи от частоты. Такие зависимости называют *резонансными кривыми*. Как видно из рисунка, максимумы напряжений на L - и C -элементах не совпадают с максимумом напряжения на R -элементе. При этом частоты, на которых напряжения U_C и U_L достигают максимумов, зависят от *добротности* колебательного контура Q .

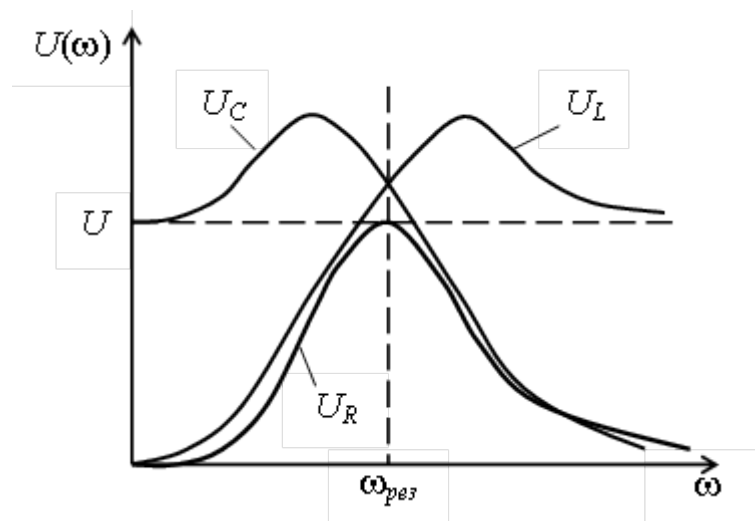


Рисунок 2.2

Добротность контура Q может быть определена из выражения

$$Q = \frac{U_{Lрез}}{U_R} = \frac{I_{рез}\omega_{рез}L}{I_{рез}R} = \frac{\rho}{R}. \quad (2.9)$$

Из (2.9) следует, что на резонансной частоте напряжение на реактивных элементах в Q раз больше, чем напряжение внешнего источника. Чем выше добротность контура, тем ближе к резонансной частоте расположены частоты, соответствующие максимумам напряжений на индуктивном L и емкостном C элементах. Теоретически максимумы напряжений U_C и U_L будут достигнуты на резонансной частоте, если $Q \rightarrow \infty$.

Перепишем выражение (2.2) для полного сопротивления колебательного контура с учетом (2.7) и (2.9):

$$\begin{aligned} Z_{\text{вх}} &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = R \sqrt{1 + \frac{(\omega_{рез}L)^2}{R^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{рез}} - \frac{1}{\omega_{рез}L\omega C}\right)^2} = \\ &= R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{рез}} - \frac{\omega_{рез}}{\omega}\right)^2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) позволяет построить резонансные кривые для последовательного колебательного контура при разных значениях добротности Q . На рисунке 2.3 показаны две резонансные кривые тока в контуре при условии, что $Q_1 < Q_2$.

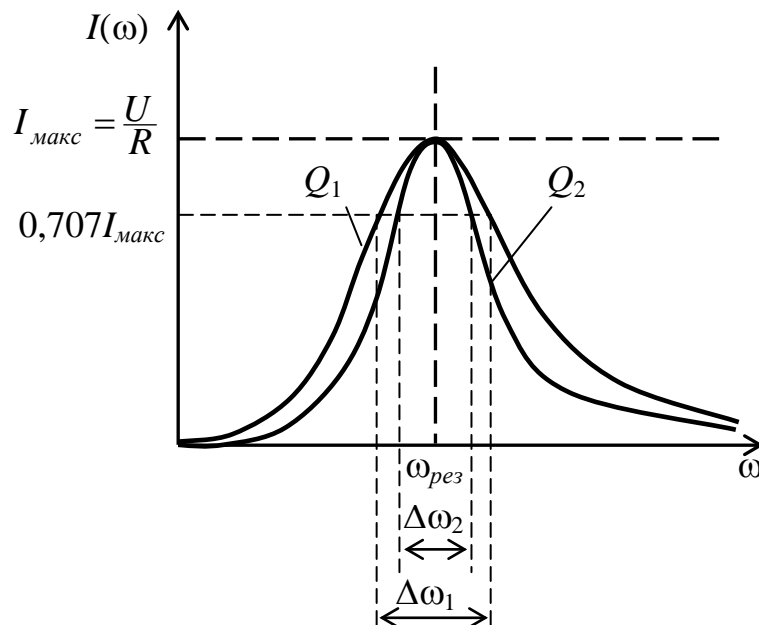


Рисунок 2.3

Ширина резонансной кривой ($\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$) на уровне $0,707$ от максимального значения называется *шириной полосы пропускания контура*. Из рисунка 2.3 видно, что чем больше добротность контура Q , тем уже ширина его полосы пропускания.

Добротность колебательного контура можно определить, используя резонансную характеристику:

$$Q = \frac{\omega_{\text{рез}}}{\Delta\omega}. \quad (2.11)$$

Частоты, на которых ток в колебательном контуре уменьшается в $\sqrt{2}$ раз относительно своего значения на частоте резонанса, называются *частотами среза резонансной характеристики (граничными частотами полосы пропускания)* колебательного контура. Нижнюю и верхнюю частоты среза, обычно, обозначают ω_1 ($\omega_{\text{н}}$) и ω_2 ($\omega_{\text{в}}$) соответственно.

Частоты среза могут быть вычислены с помощью выражений:

$$\omega_1 = \omega_{рез} - \frac{\Delta\omega}{2}, \quad (2.12)$$

$$\omega_2 = \omega_{рез} + \frac{\Delta\omega}{2}. \quad (2.13)$$

Рассмотрим электрическую цепь, в которой R -, L - и C - элементы включены параллельно (рисунок 2.4).

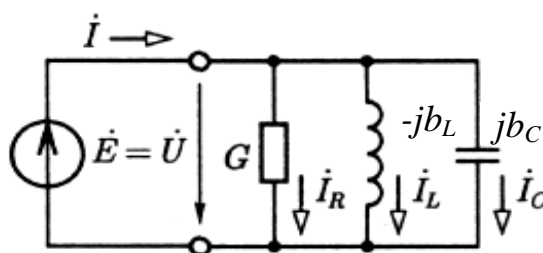


Рисунок 2.4

Для тока i в неразветвленной части цепи на основании первого закона Кирхгофа можно записать выражение в комплексной форме

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = (G - jb_L + jb_C)\dot{U} = \dot{Y}\dot{U}, \quad (2.14)$$

где G , b_L , b_C – проводимости, соответственно, резистивного, индуктивного и емкостного элементов;

$\dot{Y} = G - jb_L + jb_C = G - j(b_L - b_C)$ – комплексная проводимость цепи.

Комплексную проводимость можно представить в показательной форме

$$\dot{Y} = Y e^{-j\varphi}, \quad (2.15)$$

где $Y = \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2}$ – модуль комплексной проводимости (полная проводимость цепи);

$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{G}$ – аргумент комплексной проводимости.

Перепишем выражение (2.14) с учетом (2.15):

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = \dot{Y}\dot{U} = YU e^{j(\psi_u - \varphi)}, \quad (2.16)$$

где $I = YU = U \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2}$ – действующее значение тока;

$\psi_i = \psi_u - \varphi$ – начальная фаза тока.

Как и в случае последовательного колебательного контура, в параллельном колебательном контуре при совпадении частоты напряжения внешнего источника с собственной частотой колебательного контура возникает резонанс, при котором $b_L = b_C$ и, следовательно, $\varphi = 0$. При резонансе ток в неразветвленном участке цепи совпадает по фазе с напряжением, а полная проводимость цепи достигает своего минимального значения и становится чисто активной, равной G .

В отличие от резонанса в последовательном колебательном контуре, при резонансе в параллельном колебательном контуре ток в неразветвленной части цепи достигает своего наименьшего значения и равен $I_{рез} = UG$.

Поскольку при резонансе реактивные проводимости колебательного контура равны по величине, то и токи в индуктивном и емкостном элементах во время резонанса также равны по величине, но противоположны по фазе. Численные значения токов в индуктивном и емкостном элементах определяются из выражений

$$I_{L_{рез}} = Ub_{L_{рез}} = \frac{U}{\omega_{рез}L} = I_{C_{рез}} = Ub_{C_{рез}} = U\omega_{рез}C, \quad (2.17)$$

где резонансная частота $\omega_{рез}$, как и для последовательного колебательного контура, определяется из выражения (2.5).

Если на резонансной частоте реактивные проводимости численно больше активной проводимости, то есть $b_{L_{рез}} = b_{C_{рез}} > G$, то и токи в индуктивном и емкостном элементах при резонансе будут превышать ток в неразветвленной части цепи.

Поэтому резонанс в параллельном колебательном контуре получил название **резонанса токов**.

Добротностью параллельного колебательного контура называют величину

$$Q = \frac{I_{L \text{ рез}}}{I_{\text{рез}}} = \frac{I_{C \text{ рез}}}{I_{\text{рез}}} = \frac{\gamma}{G}, \quad (2.18)$$

где

$$\gamma = \omega_{\text{рез}} C = \frac{1}{\omega_{\text{рез}} L} = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2.19)$$

носит название *характеристической (волновой) проводимости* параллельного колебательного контура.

Вид резонансных кривых токов в элементах параллельного колебательного контура представлен на рисунке 2.5.

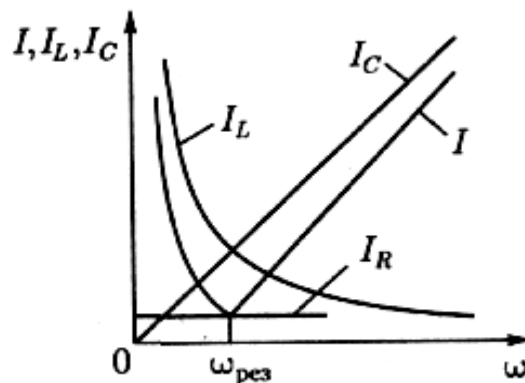


Рисунок 2.5

Энергетические процессы, протекающие при резонансе в последовательном и параллельном колебательных контурах, аналогичны. Мгновенные мощности p_L и p_C на зажимах индуктивного и емкостного элементов в любой момент времени равны по величине и противоположны по знаку, то есть $p_L = -p_C$. Действительно, при ре-

резонансе в последовательном колебательном контуре в индуктивном и емкостном элементах протекает один и тот же ток $i_{рез}$, а напряжения на этих элементах равны по величине и противоположны по фазе ($u_L = -u_C$). При резонансе в параллельном колебательном контуре напряжение является общим для всех элементов контура, а токи в индуктивном и емкостном элементах равны по величине и противофазны ($i_L = -i_C$). При резонансе происходит обмен энергией между магнитным полем индуктивного элемента и электрическим полем емкостного элемента. Энергия полей переходит из емкостного элемента в индуктивный и обратно. При этом внешний источник напряжения только покрывает расход энергии на участке с резистивным элементом.

2.2 Частотные характеристики электрических цепей

В общем случае под *частотной характеристикой* понимают зависимость какого-либо параметра элемента или электрической цепи (тока, напряжения, сопротивления, коэффициента передачи тока, напряжения и т. д.) от частоты. К частотным характеристикам четырехполюсника относятся *амплитудно-частотная характеристика* (АЧХ) и *фазочастотная характеристика* (ФЧХ).

Амплитудно-частотной характеристикой четырехполюсника называется зависимость модуля комплексного коэффициента передачи напряжения ($K(\omega)$) от частоты.

Фазочастотной характеристикой четырехполюсника называется зависимость аргумента ($\varphi(\omega)$) комплексного коэффициента передачи напряжения (разности фаз выходного и входного напряжений) от частоты.

Комплексный коэффициент передачи напряжения $K(j\omega)$ четырехполюсника может быть представлен выражением

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.20)$$

где $K(\omega) = \sqrt{\{\text{Re}[K(j\omega)]\}^2 + \{\text{Im}[K(j\omega)]\}^2}$;

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{\text{Im}[K(j\omega)]}{\text{Re}[K(j\omega)]}.$$

Рассмотрим в качестве примера четырехполюсник, изображенный на рисунке 2.6. Такая электрическая цепь называется интегрирующей.

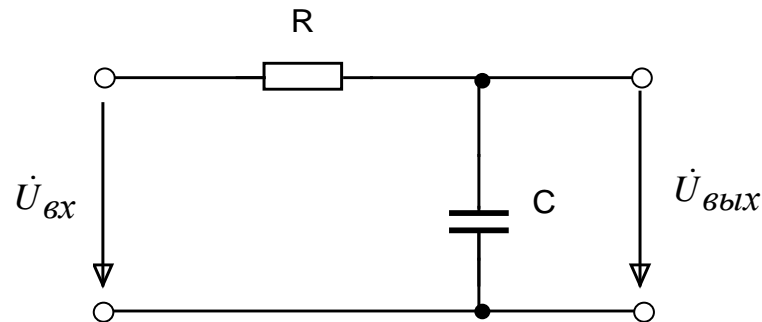


Рисунок 2.6

Воспользуемся выражением для коэффициента передачи делителя напряжения и выведем выражение комплексного коэффициента передачи напряжения интегрирующей цепи:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \quad (2.21)$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени цепи.

Преобразуем выражение (2.21) к виду, позволяющему выделить действительную и мнимую части. Для этого умножим числитель и знаменатель на выражение, комплексно сопряженное знаменателю:

$$K(j\omega) = \frac{1 - j\omega\tau}{(1 + j\omega\tau)(1 - j\omega\tau)} = \frac{1 - j\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} = \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (2.22)$$

С учетом (2.22) выражение для модуля комплексного коэффициента передачи напряжения имеет вид

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{1}{(1+\omega^2\tau^2)^2} + \frac{\omega^2\tau^2}{(1+\omega^2\tau^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}, \quad (2.23)$$

а для аргумента – соответственно вид

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left[-\frac{\omega\tau(1+\omega^2\tau^2)}{(1+\omega^2\tau^2)}\right] = \operatorname{arctg}(-\omega\tau). \quad (2.24)$$

Используя выражения (2.23) и (2.24), можно построить, соответственно, АЧХ и ФЧХ четырехполюсника, представленного на рисунке 2.6.

На рисунке 2.7 приведен фрагмент программы построения АЧХ и ФЧХ в среде математической системы Mathcad.

Частота, на которой модуль коэффициента передачи напряжения уменьшается в $\sqrt{2}$ раз относительно своего максимального значения, называется *частотой среза* амплитудно-частотной характеристики. Частота среза АЧХ зависит от параметров элементов, включенных в электрическую цепь. В частности, частота среза АЧХ интегрирующей цепи (рисунок 2.6) может быть определена из выражения

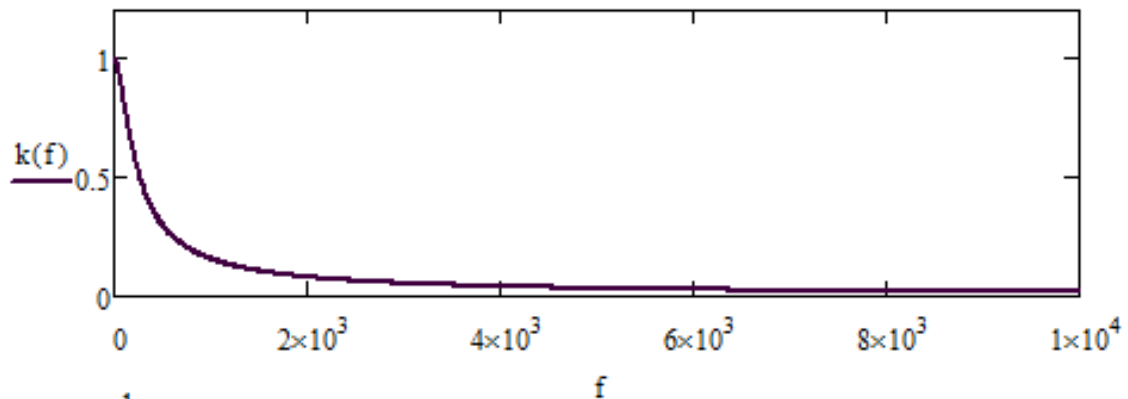
$$\omega_{cp} = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}. \quad (2.25)$$

АЧХ интегрирующей цепи соответствует АЧХ фильтра низких частот (ФНЧ).

Фазовый сдвиг выходного напряжения относительно входного зависит от частоты приложенного к цепи напряжения и при изменении частоты в диапазоне от 0 до $+\infty$ возрастает, соответственно, от нуля до минус 90° . На частоте среза фазовый сдвиг выходного напряжения относительно входного составляет минус 45° .

$$f := 0,10..10000 \quad r := 100 \quad c := 10^{-5}$$

$$k(f) := \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot r \cdot c)^2}}$$



$$f_c := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot c} \quad f_c = 159.155$$

$$\phi(f) := \text{atan}(-2 \cdot \pi \cdot f \cdot r \cdot c) \cdot \frac{180}{\pi}$$

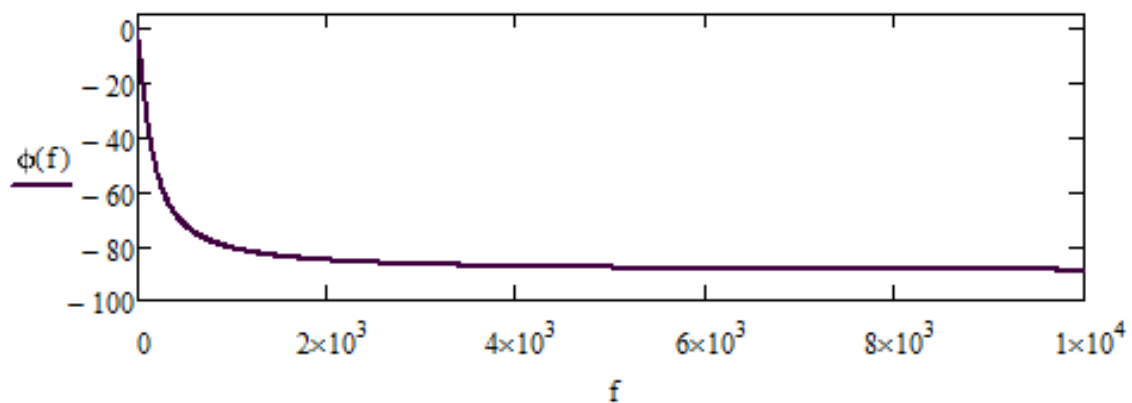


Рисунок 2.7

2.3 Вопросы для самоконтроля

2.3.1 В каких электрических цепях может иметь место явление электрического резонанса?

2.3.2 При каком условии в колебательном контуре возникает резонанс напряжений (резонанс токов)?

2.3.3 Почему резонанс в последовательном колебательном контуре называют «резонансом напряжений»?

2.3.4 Чему равно реактивное сопротивление последовательного колебательного контура на резонансной частоте?

2.3.5 Написать выражение для определения резонансной частоты колебательного контура.

2.3.6 Написать выражение для определения характеристического сопротивления колебательного контура.

2.3.7 От чего зависит ток в последовательном колебательном контуре на резонансной частоте?

2.3.8 Привести вид резонансной кривой тока в последовательном колебательном контуре.

2.3.9 Показать графически законы изменения напряжений на индуктивном и емкостном элементах последовательного колебательного контура при изменении частоты в диапазоне от 0 до $+\infty$.

2.3.10 Написать выражение для определения добротности колебательного контура.

2.3.11 Что называется полосой пропускания колебательного контура?

2.3.12 Как определить граничные частоты полосы пропускания по резонансной кривой?

2.3.13 Как зависит ширина полосы пропускания колебательного контура от его добротности?

2.3.14 Как зависит добротность колебательного контура от сопротивления потерь в нем?

2.3.15 Что называется амплитудно-частотной характеристикой четырехполюсника?

2.3.16 Что называется фазочастотной характеристикой четырехполюсника?

2.3.17 Что называется модулем комплексного коэффициента передачи?

2.3.18 Что называется аргументом комплексного коэффициента передачи?

2.3.19 Что называется частотой среза АЧХ?

2.3.20 Что называется частотной характеристикой цепи (элемента цепи)?

2.3.21 Показать графически зависимость сопротивления емкостного элемента от частоты.

2.3.22 Показать графически зависимость сопротивления индуктивного элемента от частоты.

2.3.23 Записать выражение для модуля комплексного коэффициента передачи напряжения интегратора.

2.3.24 Записать выражение для модуля комплексного коэффициента передачи напряжения дифференциатора.

2.4 Тестовые задания к разделу 2

2.4.1 Модуль комплексного сопротивления участка цепи, содержащего активное и реактивное сопротивления, определяется выражением:

а) $Z = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$;

б) $Z = R + X$;

в) $Z = R$;

г) $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$.

2.4.2 Аргумент комплексного сопротивления участка цепи, содержащего активное и реактивное сопротивления, определяется выражением:

а) $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$;

б) $\varphi = \operatorname{arcctg}(R + X)$;

в) $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{R}{X}$;

г) $\varphi = \operatorname{arctg}(\sqrt{R^2 + X^2})$.

2.4.3 Сопротивление емкостного элемента переменному току равно:

а) $\dot{Z}_C = j\omega C$;

б) $\dot{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$;

в) $\dot{Z}_C = \frac{\omega C}{j}$;

$$\text{г) } \dot{Z}_C = \frac{j}{\omega C}.$$

2.4.4 Сопротивление индуктивного элемента переменному току равно:

$$\text{а) } \dot{Z}_L = j\omega L;$$

$$\text{б) } \dot{Z}_L = \frac{1}{j\omega L};$$

$$\text{в) } \dot{Z}_L = \frac{\omega L}{j};$$

$$\text{г) } \dot{Z}_L = \frac{j}{\omega L}.$$

2.4.5 Резонанс в последовательном колебательном контуре наступает, если:

$$\text{а) } \omega L = \frac{1}{\omega C};$$

$$\text{б) } \omega L < \frac{1}{\omega C};$$

$$\text{в) } \omega L > \frac{1}{\omega C};$$

$$\text{г) } \omega L \neq \frac{1}{\omega C}.$$

2.4.6 Резонансная частота колебательного контура определяется выражением:

$$\text{а) } f_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\text{б) } \omega_{рез} = 2\pi LC;$$

$$\text{в) } \omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\text{г) } \omega_{рез} = \frac{1}{2\pi LC}.$$

2.4.7 Характеристическое сопротивление последовательного колебательного контура определяется выражением:

$$\text{а) } \rho = \frac{Q}{R};$$

$$\text{б) } \rho = \frac{R}{C};$$

$$\text{в) } \rho = \sqrt{\frac{C}{L}};$$

$$\text{г) } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

2.4.8 На частотах ниже резонансной частоты в колебательном контуре преобладает:

- а) активное сопротивление;
- б) индуктивное сопротивление;
- в) емкостное сопротивление;
- г) сопротивление потерь.

2.4.9 Для построения амплитудно-частотной характеристики четырехполюсника используют выражение:

а) $K(\omega) = \operatorname{arctg}\left[-\frac{\omega\tau(1+\omega^2\tau^2)}{(1+\omega^2\tau^2)}\right];$

б) $K(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)};$

в) $K(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}[K(j\omega)]}{\operatorname{Re}[K(j\omega)]};$

г) $K(\omega) = \sqrt{\{\operatorname{Re}[K(j\omega)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[K(j\omega)]\}^2}.$

2.4.10 Для построения фазочастотной характеристики четырехполюсника используют выражение:

а) $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left[-\frac{\omega\tau(1+\omega^2\tau^2)}{(1+\omega^2\tau^2)}\right];$

б) $\varphi(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)};$

в) $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}[K(j\omega)]}{\operatorname{Re}[K(j\omega)]};$

г) $\varphi(\omega) = \sqrt{\{\operatorname{Re}[K(j\omega)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[K(j\omega)]\}^2}.$

2.5 Лабораторная работа №2. Исследование частотных характеристик электрических цепей

Лабораторная работа имеет целью исследование зависимости коэффициентов передачи напряжения простейших пассивных четырехполюсников с реактивными элементами от частоты, а также фазочастотных характеристик простейших пассивных четырехполюсников.

На выполнение и защиту лабораторной работы № 2 отводится 6 академических часов.

2.5.1 Подготовка к работе

2.5.1.1 Изучить теоретические положения по теме проводимых исследований.

2.5.1.2 Вывести выражения для модуля и аргумента комплексного коэффициента передачи напряжения четырехполюсника, схема которого задана вариантом индивидуального задания.

2.5.2 Задание на проведение исследований

2.5.2.1 Исследовать АЧХ простейших четырехполюсников.

2.5.2.2 Исследовать ФЧХ простейших четырехполюсников.

2.5.3 Порядок проведения исследований

2.5.3.1 Собрать схему лабораторной установки, представленную на рисунке 3.4.

Установить сопротивления резисторов $R1$ и $R2$ в соответствии с индивидуальным заданием (таблица 2.1), амплитуду синусоидального напряжения источника сигнала – равной $U_m=1$ В, частоту – равной 1 кГц.

С помощью осциллографа определить амплитуды напряжений на входе и выходе четырехполюсника. Вычислить значение коэффициента передачи напряжения.

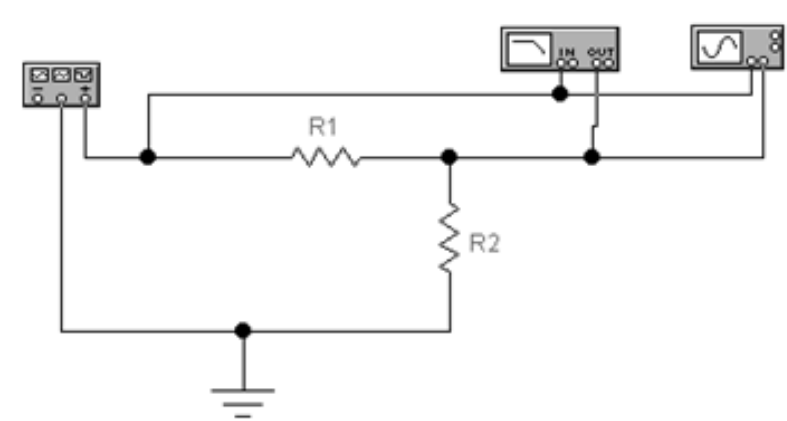


Рисунок 2.8

2.5.3.2 С помощью измерителя АЧХ и ФЧХ (Bode Plotter) снять амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики четырехполюсника. Сравнить значение коэффициента передачи напряжения, полученное с помощью Bode Plotter на частоте 1 кГц, с аналогичным значением, полученным в п. 2.5.3.1.

В отчет поместить вид экранов осциллографа и измерителя АЧХ и ФЧХ.

Сформулировать выводы по пунктам 2.5.3.1 и 2.5.3.2.

2.5.3.3 Собрать схему лабораторной установки, представленную на рисунке 2.9.

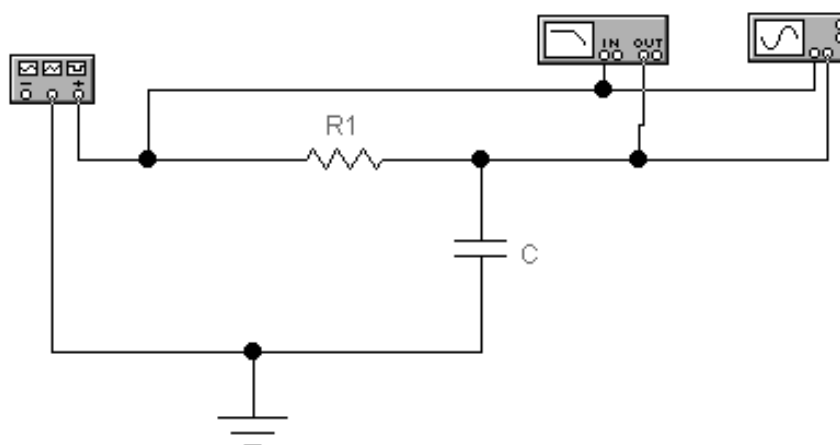


Рисунок 2.9

Установить сопротивление резистора $R1$ и емкость конденсатора C в соответствии с индивидуальным заданием, амплитуду синусоидального напряжения источника сигнала – равной $U_m=1$ В, частоту – равной 1 кГц.

Снять осциллограммы входного и выходного напряжений четырехполюсника. Изображение экрана осциллографа перенести в отчет.

С помощью осциллографа измерить амплитуды напряжений на входе и выходе четырехполюсника, а также временной сдвиг диаграмм напряжений Δt . Используя результаты измерений, вычислить значение коэффициента передачи напряжения и фазовый сдвиг $\Delta\varphi$.

Примечание – Для определения фазового сдвига выходного напряжения четырехполюсника относительно входного, воспользоваться выражением

$$\Delta\varphi = 360\Delta t f ,$$

где f – частота напряжения на входе четырехполюсника.

2.5.3.4 С помощью прибора Bode Plotter снять АЧХ и ФЧХ четырехполюсника. Определить частоту среза (f_{cp}) АЧХ и фазовый сдвиг ($\Delta\varphi$) на частоте среза.

Определить значение коэффициента передачи четырехполюсника и фазовый сдвиг на частоте $f = 1$ кГц. Сравнить с аналогичными параметрами, полученными в п. 2.5.3.3. Вид экрана прибора Bode Plotter с результатами измерений перенести в отчет.

2.5.3.5 Используя математический пакет Mathcad, выполнить расчет АЧХ и ФЧХ четырехполюсника, изображенного на рисунке 2.9. Рассчитать частоту среза АЧХ и фазовый сдвиг на частоте среза.

Используя трассировку, определить частоту среза АЧХ и фазовый сдвиг на частоте среза по графикам, полученным в Mathcad. Для этого щелкнуть правой кнопкой «мыши» на графике АЧХ (ФЧХ) и в контекстном меню выбрать «Трассировка». После этого щелкнуть левой кнопкой «мыши» и на графике появятся маркеры, при перемещении которых (указателем «мыши» или клавишами «влево», «вправо») в окне «X-Y Trace» отображаются координаты точки графика функции, попавшей на пересечение маркеров.

Сравнить результаты исследований, полученные в п. 2.5.3.4 и 2.5.3.5.

По полученным результатам сформулировать выводы.

Для схемы четырехполюсника, соответствующей индивидуальному заданию, составить программу расчета АЧХ и ФЧХ в среде Mathcad.

Построить графики АЧХ и ФЧХ, рассчитать частоту среза АЧХ и фазовый сдвиг на частоте среза. Определить частоту среза АЧХ и фазовый сдвиг на частоте среза по графикам.

Сравнить полученные результаты. Сформулировать выводы.

В отчет поместить результаты расчета в программе Mathcad.

2.5.4 Варианты исходных данных

Таблица 2.1 – Номиналы элементов и вид схемы

Номер варианта	$R1$, Ом	$R2$, Ом	C , мкФ	L , мГн	Схема
1	80	200	10	100	рис. 2.10, а
2	85	210	9	-	рис. 2.10, б
3	90	190	8	95	рис. 2.10, в
4	95	220	7	80	рис. 2.10, а
5	100	180	6	-	рис. 2.10, б
6	105	170	5	70	рис. 2.10, в
7	110	160	4	75	рис. 2.10, а
8	115	200	3	-	рис. 2.10, б
9	120	210	2	65	рис. 2.10, в
10	125	190	1	50	рис. 2.10, а
11	130	220	1	-	рис. 2.10, б
12	80	180	2	45	рис. 2.10, в
13	85	170	3	40	рис. 2.10, а
14	90	160	4	-	рис. 2.10, б
15	95	200	5	30	рис. 2.10, в
16	100	200	8	25	рис. 2.10, а
17	105	210	7	-	рис. 2.10, б
18	110	190	8	15	рис. 2.10, в
19	115	220	9	10	рис. 2.10, а
20	120	180	10	-	рис. 2.10, б
21	125	170	5	80	рис. 2.10, в
22	130	160	4	75	рис. 2.10, а
23	85	200	3	-	рис. 2.10, б
24	90	180	2	100	рис. 2.10, в
25	100	190	1	90	рис. 2.10, а
26	95	120	9	-	рис. 2.10, б
27	85	55	8	55	рис. 2.10, в
28	115	100	7	85	рис. 2.10, а
29	130	110	6	-	рис. 2.10, б
30	100	140	10	60	рис. 2.10, в

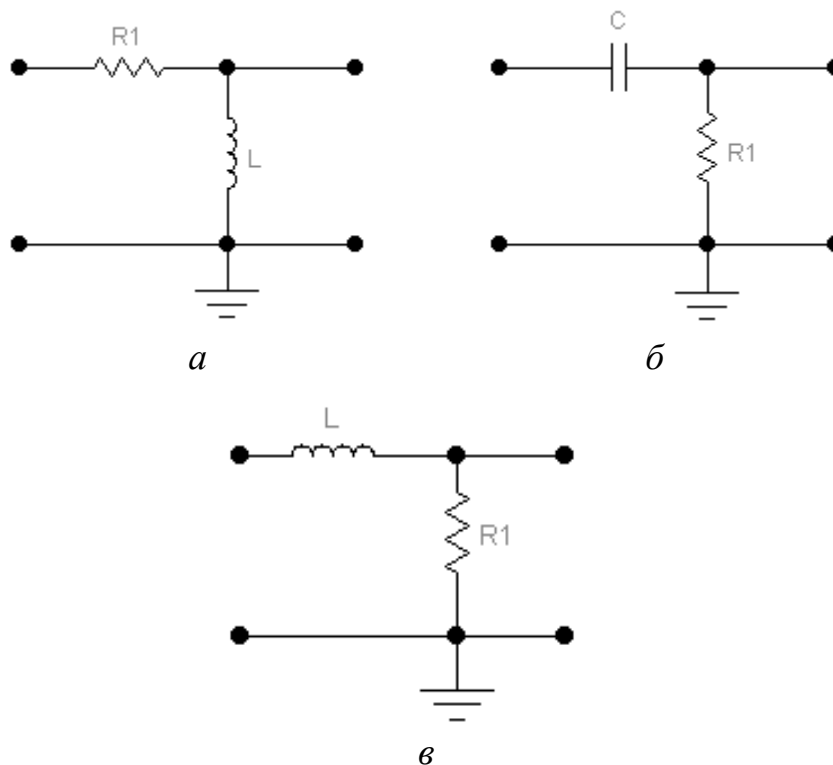


Рисунок 2.10

2.6 Лабораторная работа № 3. Исследование резонансных явлений в линейных электрических цепях

Лабораторная работа имеет целью исследование условий возникновения и особенностей проявления резонанса в электрических цепях, а также исследование влияния сопротивления потерь в колебательном контуре на ширину резонансной характеристики.

На выполнение и защиту лабораторной работы № 3 отводится 6 академических часов.

2.6.1 Подготовка к работе

2.6.1.1 Изучить теоретические положения по теме проводимых исследований.

2.6.1.2 Для схемы, изображенной на рисунке 2.11, рассчитать: резонансную частоту последовательного колебательного контура $f_{рез}$, добротность Q , граничные частоты f_1 и f_2 полосы пропускания, ширину полосы пропускания Δf , величину тока

при резонансе $I_{рез}$, напряжение на конденсаторе при резонансе $U_{Cрез}$ и на границах полосы пропускания $U_C(f_1)$ и $U_C(f_2)$, напряжение на катушке индуктивности при резонансе $U_{Lрез}$.

Примечание – При выполнении расчетов полагать $R = \frac{\rho}{S}$. Параметры элементов схемы взять из индивидуального задания согласно номеру варианта (таблица 2.4). Для всех вариантов напряжение внешнего источника принять равным $U_r = 10$ В.

2.6.2 Задание на проведение исследований

2.6.2.1 Исследовать условия возникновения резонанса в последовательном колебательном контуре.

2.6.2.2 Исследовать влияние добротности контура на ширину полосы пропускания.

2.6.3 Порядок проведения исследований

2.6.3.1 Собрать схему лабораторной установки для проведения исследований резонансных явлений (рисунок 2.11). Номиналы элементов L и C установить в соответствии с номером варианта, номинал резистора R – соответствующим расчетному значению.

Примечание – До начала проведения исследований перевести все вольтметры в режим измерения параметров переменного тока (режим «АС»).

2.6.3.2 Включить моделирование. Изменяя частоту колебаний внешнего источника в диапазоне от $0,5f_{рез}$ до $1,5f_{рез}$ (15 ... 20 значений частоты), снимать показания вольтметров и заносить в таблицу 2.2.

Примечания

1 В таблицу 2.2 обязательно должны быть занесены значения напряжений на элементах колебательного контура на резонансной $f_{рез}$ частоте и граничных частотах f_1 и f_2 .

2 В полосе частот $f_{рез} \pm 0,7\Delta f$ шаг приращения частоты не должен превышать 40...50 герц.

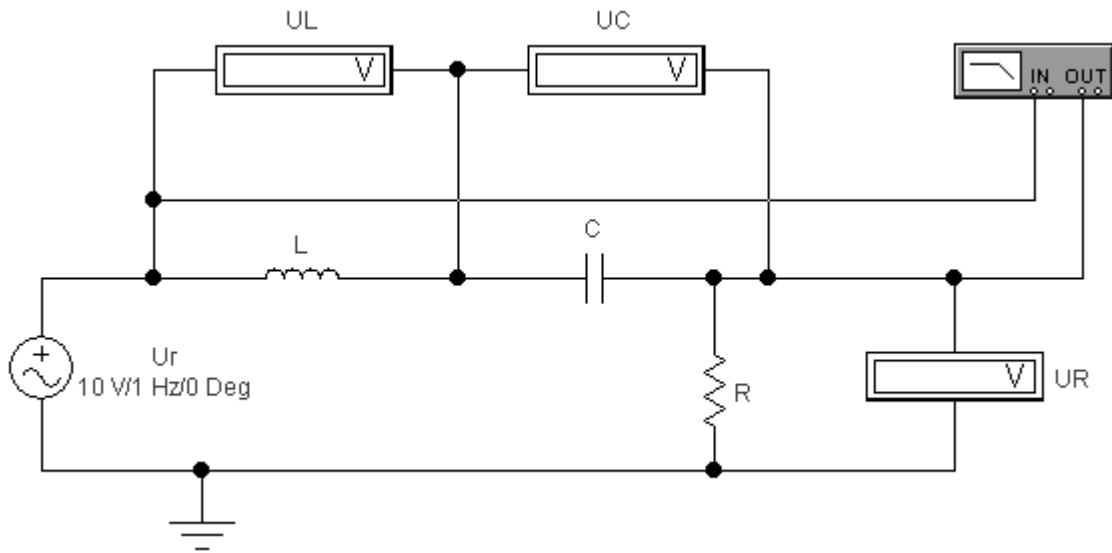


Рисунок 2.11

Таблица 2.2 – Результаты измерений

f , кГц											
U_L , В											
U_C , В											
U_R , В											

2.6.3.3 По данным таблицы 2.2 построить в одной системе координат зависимости $U_L = F(f)$, $U_C = F(f)$ и $U_R = F(f)$, сравнить их.

Используя резонансную кривую $U_R = F(f)$, определить граничные частоты (f_1 и f_2), ширину полосы пропускания (Δf), добротность Q колебательного контура, ток при резонансе $I_{рез}$. Сравнить экспериментально полученные данные с результатами расчетов, выполненных при подготовке к работе (п. 2.6.1.2). Сформулировать выводы.

Используя зависимости $U_L = F(f)$ и $U_C = F(f)$, определить напряжение на конденсаторе при резонансе $U_{Cрез}$ и на границах полосы пропускания $U_C(f_1)$ и $U_C(f_2)$, напряжение на катушке индуктивности при резонансе $U_{Lрез}$. Сравнить экспериментально полученные данные с результатами расчетов. Сформулировать выводы.

2.6.3.4 Используя прибор Bode Plotter, снять АЧХ последовательного колебательного контура.

Органы настройки прибора установить, как показано на рисунке 2.12, при этом минимальное (I) и максимальное (F) значения частотного диапазона прибора задать с учетом частоты резонанса $f_{рез}$: $I \approx \frac{f_{рез}}{2}$, $F \approx 2f_{рез}$.

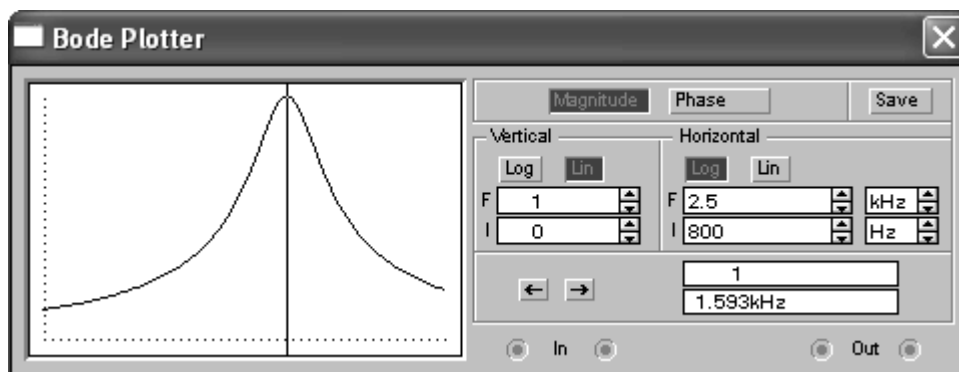


Рисунок 2.12

Пользуясь визирной линией прибора, определить резонансную частоту $f_{рез}$ и граничные частоты f_1 и f_2 полосы пропускания.

Сравнить полученные результаты с расчетными значениями. Сформулировать выводы.

2.6.3.4 Изменяя сопротивление резистора R в диапазоне значений от $0,2\rho$ до ρ , с помощью прибора Bode Plotter определять резонансную частоту $f_{рез}$ и граничные частоты f_1 и f_2 полосы пропускания. Результаты исследования заносить в таблицу 2.3.

Таблица 2.3 – Результаты измерений

R , Ом									
$f_{рез}$, кГц									
f_1 , кГц									
f_2 , кГц									
Δf , кГц									
Q									

Пользуясь данными таблицы 2.3, вычислить добротность колебательного контура для каждого значения сопротивления резистора R .

Сформулировать выводы о зависимости ширины полосы пропускания колебательного контура от его добротности Q , а также о зависимости добротности колебательного контура от сопротивления потерь R в нем.

2.6.4 Варианты исходных данных

Таблица 2.4 – Номиналы элементов

Номер варианта	L , мГн	C , мкФ	Номер варианта	L , мГн	C , мкФ
1	1	10	16	1	11
2	1,2	15	17	1,2	13
3	1,4	21	18	1,4	17
4	1,3	12	19	1,3	19
5	1,5	14	20	1,5	21
6	1,6	16	21	1,6	25
7	1,7	18	22	1,7	24
8	1,8	11	23	1,8	22
9	1,9	13	24	1,9	10
10	2	17	25	2	15
11	1,1	19	26	1,1	20
12	2,1	21	27	2,1	12
13	2,2	25	28	2,2	14
14	2,3	24	29	2,3	16
15	1,5	20	30	2,5	10

3 Анализ установившегося режима в цепи при несинусоидальных входных воздействиях

3.1 Спектральный анализ сигналов

Все сигналы, представляющие собой электрические колебания различной формы, можно разделить на *периодические* и *непериодические*. *Периодическим* называется сигнал, значения которого повторяются через определенные равные промежутки времени, называемые *периодом повторения сигнала* (T), или просто *периодом сигнала*. Для непериодического сигнала это условие не выполняется.

Простейшим периодическим сигналом является **гармоническое** колебание (рисунок 3.1, *а*). Аналитическое представление такого колебания имеет вид

$$u(t) = U_m \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

где U_m , ω – соответственно, амплитуда и угловая частота колебания, равная

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T};$$

T – период колебания.

Другим примером периодического сигнала является сигнал типа «меандр» (рисунок 3.1, *б*). Можно показать, что такая последовательность импульсов является результатом сложения бесконечного числа гармонических колебаний с разными амплитудами, частотами и начальными фазами.

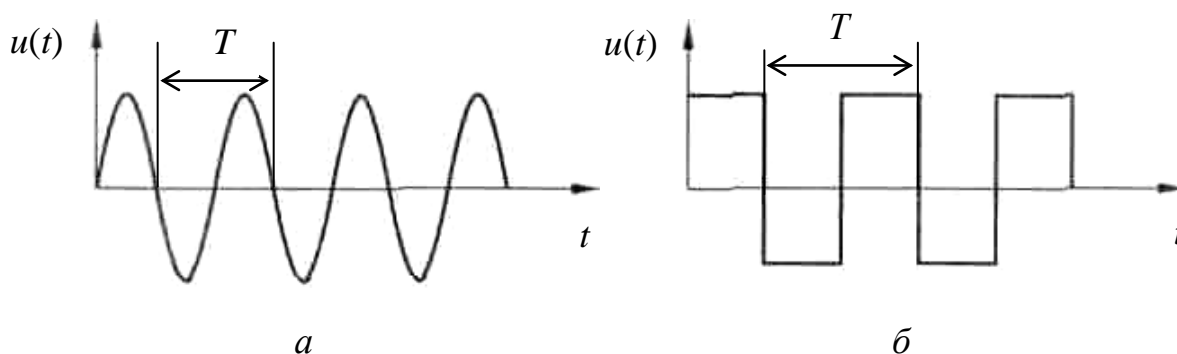


Рисунок 3.1 – Простейшие периодические сигналы

Математически колебание, изображенное на рисунке 3.1, б, можно описать выражением

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{m1}}{(2k-1)} \sin[2\pi(2k-1)f_1 t], \quad (3.2)$$

где U_{m1} – амплитуда гармонического колебания с частотой f_1 ($f_1 = \frac{1}{T}$);

T – период последовательности импульсов.

Как видно из выражения (3.2), амплитуда каждого последующего гармонического колебания, начиная со второго, меньше амплитуды предыдущего, а частота – больше частоты предыдущего и кратна частоте f_1 .

На рисунке 3.2 показан процесс синтеза последовательности прямоугольных импульсов с использованием гармонических колебаний. Буквой n обозначено число гармонических колебаний, использованных при сложении. В качестве исходной выбрана синусоида, у которой период колебаний совпадает с периодом T прямоугольных импульсов. Из рисунка видно, что чем больше гармонических колебаний просуммировано, тем ближе форма результирующего колебания к последовательности прямоугольных импульсов (рисунок 3.1, б).

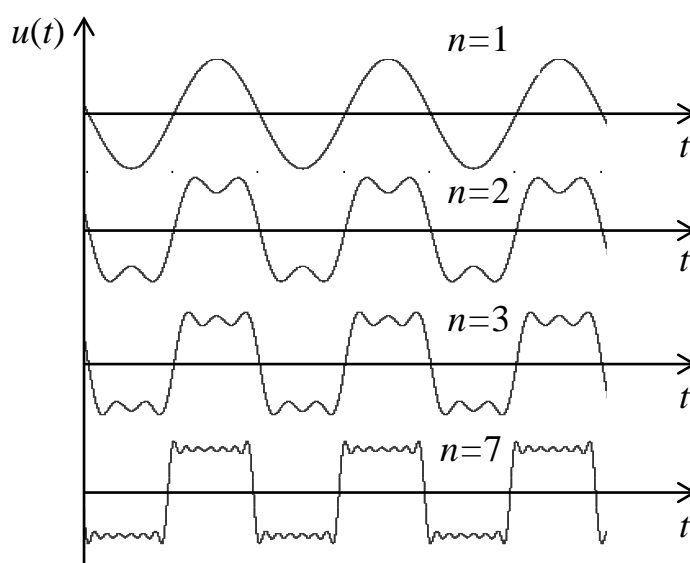


Рисунок 3.2

Как показал французский математик Ж. Фурье, любая периодическая функция, имеющая на временном интервале, равном периоду T , конечное число экстремумов и конечное число разрывов первого рода (скачков), может быть представлена в виде суммы гармонических колебаний с кратными частотами (*гармоник*). Такой набор гармонических колебаний называют *спектром*.

Практически все реальные колебания (сигналы), используемые в электротехнических (электронных) устройствах удовлетворяют оговоренным выше условиям. Следовательно, при анализе электрической цепи, в которой в качестве источника энергии используется источник периодического колебания несинусоидальной формы, можно воспользоваться, например, методом наложения, представив такой источник как совокупность n источников гармонических колебаний с кратными частотами.

Каждый сигнал имеет свой сугубо индивидуальный спектр. Гармонические колебания, составляющие спектр сигнала, называются *гармоническими составляющими сигнала* или просто *гармониками*. Гармоника с частотой $f_1 = \frac{1}{T}$ называется *первой (основной) гармоникой*, а гармоники, частоты которых кратны частоте первой гармоники – *высшими гармониками*.

Спектр сигнала можно представить графически. На рисунке 3.3 показано графическое изображение нескольких первых гармоник (U_{mk}) (с первой по седьмую) спектра рассмотренной ранее последовательности прямоугольных импульсов.

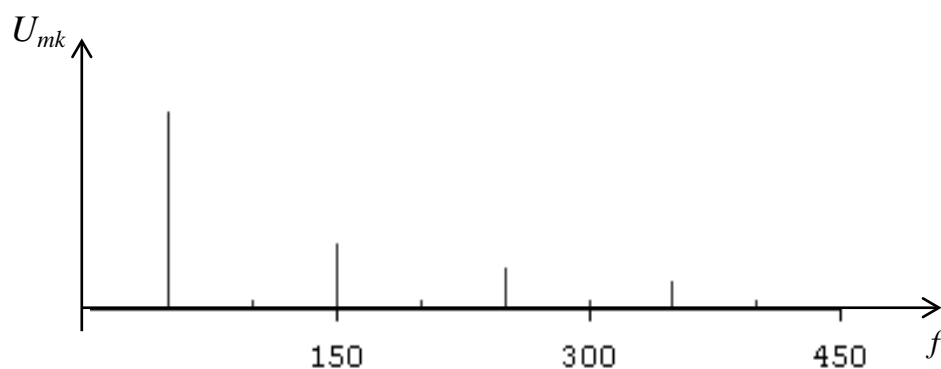


Рисунок 3.3

Высота вертикальных линий на графике (рисунок 3.3) соответствует амплитудам гармоник, отложенным с учетом выбранного масштаба, а положение линий на оси частот – частотам гармоник. Такие линии называют *спектральными линиями*. Множество амплитуд U_{mk} гармоник периодического сигнала называется *амплитудным (амплитудно-частотным) спектром сигнала*.

Так как спектр периодического сигнала состоит из отдельных спектральных линий, его называют *дискретным* (или *линейчатым*). При изображении спектра сигнала по горизонтальной оси можно откладывать либо циклическую (f), либо угловую ($\omega = 2\pi f$) частоту.

Чтобы построить дискретный амплитудный спектр периодического непрерывного во времени сигнала, необходимо вычислить амплитуды A_k k -х гармоник (где k – номер гармоники). Для этого используют выражение

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad (3.3)$$

где a_k и b_k – коэффициенты тригонометрического ряда Фурье

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t). \quad (3.4)$$

Коэффициенты $\frac{a_0}{2}$, a_k и b_k находят по формулам

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt, \quad (3.5)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos k\omega_1 t dt, \quad (3.6)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin k\omega_1 t dt. \quad (3.7)$$

Выражение (3.4) может быть использовано для восстановления формы сигнала во временной области по известному спектру. Однако на практике чаще используют синусную или косинусную формы ряда Фурье. В частности, при использовании синусной формы ряд Фурье записывают в виде

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega_1 t + \psi_k), \quad (3.8)$$

а косинусная форма ряда Фурье имеет вид

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \psi_k). \quad (3.9)$$

Первый член ряда Фурье $A_0 = \frac{a_0}{2}$ в выражениях (3.8) и (3.9) представляет собой *постоянную составляющую* сигнала (среднее значение функции $f(t)$ за период). Начальные фазы ψ_k k -х гармоник для синусного ряда (3.8) находят из выражения

$$\psi_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_k}{b_k}\right), \quad (3.10)$$

а для косинусного ряда (3.9) – из выражения

$$\psi_k = -\operatorname{arctg}\left(\frac{b_k}{a_k}\right). \quad (3.11)$$

При расчете по формулам (3.10) и (3.11) необходимо учитывать знаки коэффициентов a_k , и b_k .

Множество начальных фаз ψ_k k -х гармоник называют *дискретным фазовым (фазочастотным) спектром сигнала*.

Теоретически ряд Фурье содержит бесконечное число слагаемых, однако на практике он достаточно быстро сходится. Во многих практических случаях для

представления реальных сигналов с требуемой степенью точности достаточно взять некоторое ограниченное число гармоник. Существует очень важное понятие – *практическая ширина спектра* сигнала. При проектировании устройств (каналов) передачи информации ширина полосы пропускания соответствующих устройств должна быть согласованной с шириной спектра сигнала. Учитывая, что число гармоник в спектре сигнала бесконечно, нужно правильно оценить практическую ширину спектра, чтобы при передаче сигнала не потерять важную информацию. Существует несколько критериев для определения практической ширины спектра сигнала. Например, можно отбрасывать все гармоники, амплитуды которых не превышают одного процента от уровня гармоники с наибольшей амплитудой в спектре сигнала. В этом случае частоты оставшихся крайних гармоник и определяют ширину спектра сигнала. Иногда отбрасывают те гармоники, суммарная энергия которых меньше 10 % общей энергии сигнала. В этом случае ширину спектра также определяют оставшиеся в сигнале гармоники.

Ряд Фурье обладает некоторыми свойствами, позволяющими в отдельных случаях упростить гармонический анализ периодических колебаний. В частности:

1) если функция $f(t)$ *четная* (то есть $f(t) = f(-t)$) (рисунок 3.4), то все коэффициенты b_k ряда Фурье равны нулю и выражение (3.4) преобразуется к виду

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_1 t + \psi_k), \quad (3.12)$$

причем начальные фазы ψ_k k -х гармоник равны либо нулю (если $a_k > 0$), либо π (если $a_k < 0$);

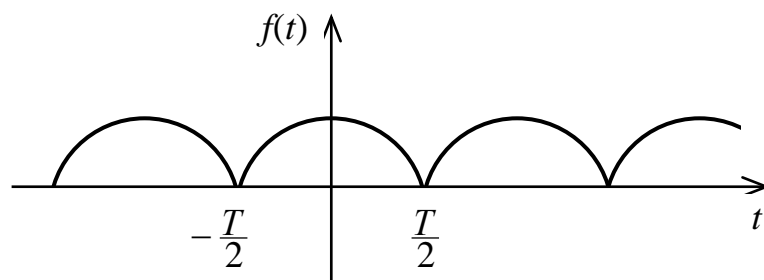


Рисунок 3.4

2) если функция $f(t)$ *нечетная* (то есть $f(t) = -f(-t)$) (рисунок 3.5), то все коэффициенты a_k и постоянная составляющая A_0 равны нулю, поэтому можно записать

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_1 t + \psi_k), \quad (3.13)$$

При этом начальные фазы гармоник ψ_k равны либо $\frac{\pi}{2}$ (если $b_k < 0$), либо $-\frac{\pi}{2}$ (если $b_k > 0$);

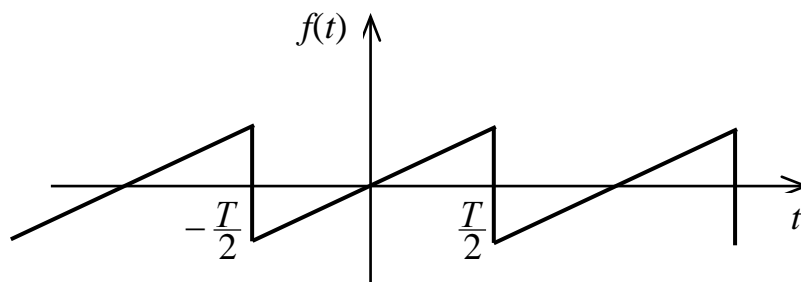


Рисунок 3.5

3) если функция $f(t)$ *симметрична относительно оси абсцисс* (оси t) при сдвиге на половину периода (рисунок 3.6), то ряд Фурье такой функции содержит только гармоники с нечетными номерами (то есть гармоники с номерами $k = 1, 3, 5, \dots$). При этом для такой функции сохраняются также и свойства 1 и 2.

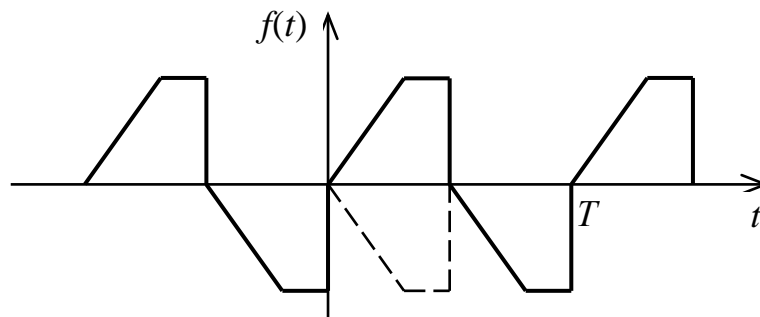


Рисунок 3.6

Все, что сказано выше, относится к периодическим сигналам (в частности, к бесконечной последовательности прямоугольных импульсов). Рассмотрим, что

представляет собой спектр *непериодического (апериодического)* сигнала (например, одиночного импульса прямоугольной формы).

Спектр апериодического сигнала содержит бесконечно большое число гармоник. При этом частоты смежных гармоник настолько близки между собой, что заполняют всю шкалу частот. Причем амплитуда каждой гармоники становится очень незначительной, потому что на ее долю приходится бесконечно малая часть энергии сигнала.

Понятие *спектра амплитуд* в случае одиночного импульса (апериодического сигнала) лишено смысла и заменяется понятием *спектральной плотности амплитуд* (рисунок 3.7), которая указывает, по сути, на удельный вес бесконечно малой амплитуды синусоидального колебания в любой бесконечно узкой полосе частот.

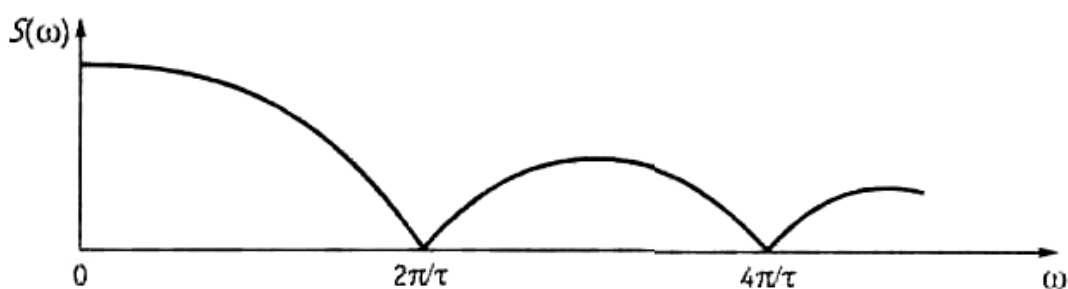


Рисунок 3.7

Таким образом, *спектр апериодического сигнала* является в общем случае не дискретным, а *непрерывным (сплошным)*.

Спектр апериодического сигнала получают на основе интеграла Фурье (прямого преобразования Фурье)

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-j\omega t} dt = S(\omega)e^{j\Phi(\omega)}, \quad (3.14)$$

где $S(\omega) = |S(j\omega)|$ – амплитудный спектр (амплитудная спектральная характеристика) сигнала;

$\Phi(\omega) = \arg [S(j\omega)]$ – фазовый спектр (фазовая спектральная характеристика) сигнала.

Для восстановления формы апериодического сигнала по известной спектральной плотности используют обратное преобразование Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (3.15)$$

Преобразование Фурье обладает некоторыми свойствами, основными из которых являются:

1) *свойство линейности*. Спектр суммы сигналов равен сумме спектров этих сигналов, то есть

$$\sum_{i=1}^n a_i f_i(t) \rightarrow \sum_{i=1}^n a_i S_i(j\omega); \quad (3.16)$$

2) *изменение масштаба времени*. При сжатии сигнала в n раз ($n > 1$) на временной оси во столько же раз расширяется его спектр на оси частот:

$$f(\alpha t) \rightarrow \frac{1}{\alpha} S(j\frac{\omega}{\alpha}); \quad (3.17)$$

Модуль спектральной плотности при расширении спектра уменьшается также в n раз. При растягивании сигнала во времени (то есть при $n < 1$) происходит сужение его спектра и увеличение модуля спектральной плотности;

3) *сдвиг сигнала во времени*. Сдвиг во времени функции $f(t)$ на интервал $\pm t_0$ приводит к изменению фазовой характеристики спектра $S(j\omega)$ на величину $\pm \omega t_0$, то есть

$$f(t \pm t_0) \rightarrow S(j\omega) e^{\pm j\omega t_0}. \quad (3.18)$$

Справедливо и обратное: если всем составляющим спектра функции $f(t)$ дать фазовый сдвиг $\theta(\omega) = \pm\omega t_0$, линейно связанный с частотой ω , то функция сдвигается на оси времени на $\pm t_0$. **Модуль спектральной плотности от положения сигнала на оси времени не зависит;**

4) *дифференцирование и интегрирование сигнала.* Пусть сигнал $f(t)$ имеет спектр $S(j\omega)$. Тогда

$$\frac{df(t)}{dt} \rightarrow j\omega S(j\omega) - f(0), \quad (3.19)$$

$$\int_{-\infty}^t f(t)dt \rightarrow \frac{1}{j\omega} S(j\omega). \quad (3.20)$$

Ранее рассмотрены два крайних случая представления импульсных сигналов – одиночный импульс и бесконечная последовательность импульсов. На практике же приходится всегда иметь дело с конечным числом N импульсов. Спектр ограниченной последовательности равноотстоящих импульсов можно представить как сумму спектров N одиночных импульсов, сдвинутых один относительно другого на время $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$, равное периоду повторения импульсов:

$$S(j\omega) = S_1(j\omega) \sum_{k=0}^{N-1} e^{-jk\omega T}, \quad (3.21)$$

где $S_1(j\omega)$ – спектр одного импульса;

N – число импульсов.

В качестве примера на рисунке 3.8, *a* и *б* представлены спектральные плотности амплитуд двух импульсных последовательностей, соответственно, из трех и четырех импульсов. Пунктирной линией на рисунке для сравнения показана огибающая спектральной плотности амплитуд одиночного импульса длительностью τ_u .

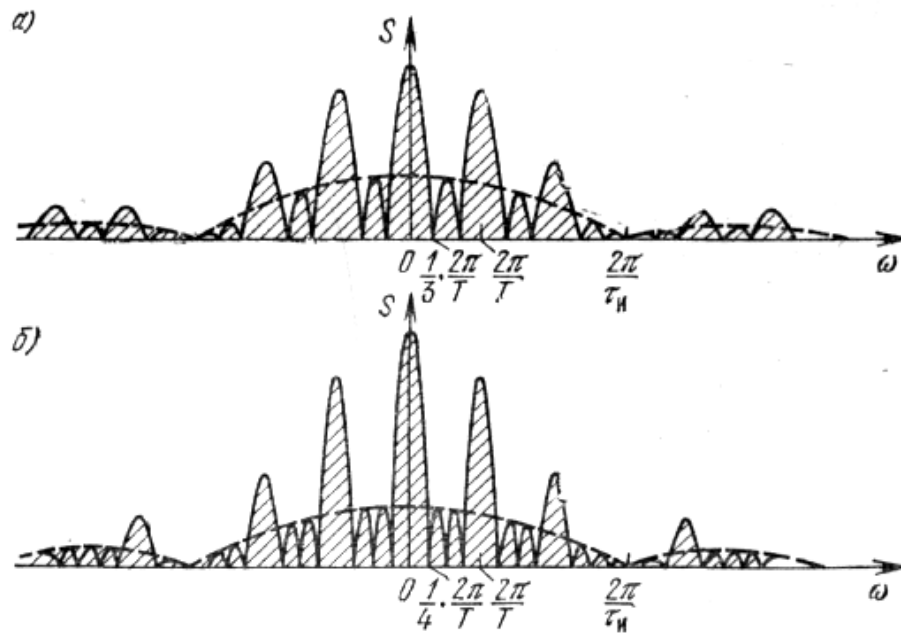


Рисунок 3.8

Как видно из рисунка, на частотах, отвечающих условию $\omega = \frac{2k\pi}{T}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$, спектральная плотность амплитуд последовательности импульсов в N раз больше спектральной плотности амплитуд одиночного импульса. Это объясняется тем, что спектральные составляющие различных импульсов с указанными частотами складываются со сдвигами фаз, кратными 2π . Ширина основного лепестка спектральной плотности амплитуд определяется длительностью одного импульса и равна $\frac{2 \cdot 2\pi}{\tau_u}$. Спектр носит *гребенчатый* характер с шириной гребенки, равной $\frac{2 \cdot 2\pi}{NT}$, и количеством гребенок $\frac{2T}{\tau_u - 1}$.

С увеличением числа импульсов в последовательности спектральная плотность все больше расщепляется и в пределе при $N \rightarrow \infty$ принимает линейчатую структуру спектра периодического сигнала.

3.2 Применение системы Mathcad в спектральном анализе

Спектральный анализ сигналов можно выполнять в среде математической системы Mathcad. Рассмотрим некоторые особенности применения системы Mathcad на примерах.

Пример 1. Построить амплитудно-частотный и фазочастотный спектры бесконечной последовательности импульсов. Параметры сигнала: амплитуда импульсов $U_m = 5$ В; длительность импульсов $\tau_u = 100$ мкс; период повторения импульсов $T_n = 1$ мс. Временная диаграмма одного импульса представлена на рисунке 3.9.

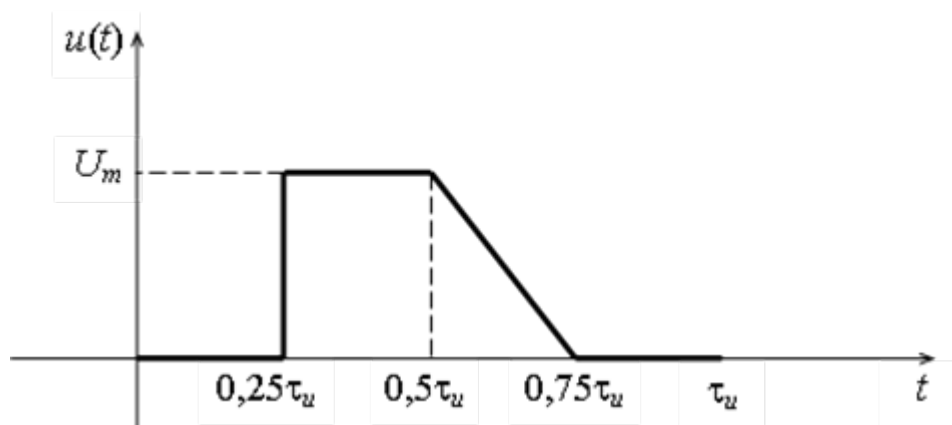


Рисунок 3.9

Для построения спектра сигнала необходимо описать его математически во временной области. При этом достаточно описать закон изменения сигнала в течение одного периода. В Mathcad для этих целей можно использовать условный оператор и оператор цикла. Фрагмент программы для рассматриваемого примера показан на рисунке 3.10.

Далее, используя выражения (3.3), (3.5) - (3.7) и (3.10) (или (3.11)), строят, соответственно, амплитудно-частотный и фазочастотный спектры. Фрагмент программы расчета амплитуд гармоник и построения амплитудно-частотного спектра сигнала показан на рисунке 3.11.

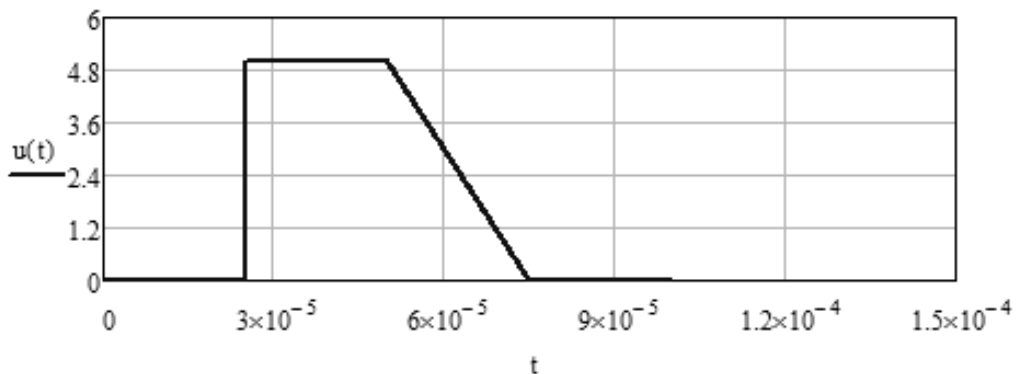
Фрагмент программы расчета начальных фаз гармоник и построения фазочастотного спектра сигнала показан на рисунке 3.12. При расчете начальных фаз гармоник выражение (3.10) используют, если $b_k > 0$. Если же $b_k < 0$, то начальные фазы вычисляют следующим образом:

$$\psi_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_k}{b_k}\right) + \pi. \quad (3.22)$$

Исходные данные $\tau_u := 1 \cdot 10^{-4}$ $T_n := 10^{-3}$ $U_m := 5$ $t := 0, .001 \cdot \tau_u .. \tau_u$

$$u(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq t \leq 0.25\tau_u \\ U_m & \text{if } 0.25\tau_u \leq t \leq 0.5\tau_u \\ \left(-4 \cdot U_m \cdot \frac{t}{\tau_u} + 3 \cdot U_m\right) & \text{if } 0.5\tau_u \leq t \leq 0.75\tau_u \\ 0 & \text{if } 0.75\tau_u \leq t \leq \tau_u \end{cases}$$

Описание сигнала



Временная диаграмма сигнала

Рисунок 3.10

Пример 2. Построить амплитудно-частотный и фазочастотный спектры одиночного прямоугольного импульса, параметры которого заданы в примере 1.

Для построения графиков амплитудно-частотного и фазочастотного спектров аperiodического сигнала необходимо, применяя прямое преобразование Фурье (3.14), вычислить спектральную плотность амплитуд $S(j\omega)$, а затем выделить ее модуль (АЧС) и аргумент (ФЧС).

Пример построения АЧС и ФЧС одиночного прямоугольного импульса в среде математической системы Mathcad показан на рисунке 3.13.

Пример 3. Восстановить форму сигнала по известным амплитудно-частотному и фазочастотному спектрам.

Чтобы восстановить форму периодического колебания, нужно воспользоваться рядом Фурье ((3.8) или (3.9)), задав конечное число членов ряда (гармоник) с учетом выбранного критерия.

Для восстановления формы одиночного импульса (аperiodического сигнала) используют обратное преобразование Фурье (3.15).

Расчет амплитудно-частотного спектра

$\omega_1 := \frac{2 \cdot \pi}{T_n}$ - частота первой гармоники $k := 1..200$ - номер гармоники

$$a_0 := \frac{1}{T_n} \cdot \left(\int_{.25\tau_u}^{.5\tau_u} u(t) dt + \int_{.5\tau_u}^{.75\tau_u} u(t) dt \right)$$

$$a_k := \frac{2}{T_n} \cdot \left(\int_{.25\tau_u}^{.5\tau_u} u(t) \cdot \cos(k \cdot \omega_1 \cdot t) dt + \int_{.5\tau_u}^{.75\tau_u} u(t) \cdot \cos(k \cdot \omega_1 \cdot t) dt \right)$$

$$b_k := \frac{2}{T_n} \cdot \left(\int_{.25\tau_u}^{.5\tau_u} u(t) \cdot \sin(k \cdot \omega_1 \cdot t) dt + \int_{.5\tau_u}^{.75\tau_u} u(t) \cdot \sin(k \cdot \omega_1 \cdot t) dt \right)$$

$$s_k := \sqrt{(a_k)^2 + (b_k)^2} \quad n := 0..200 \quad U_n := \begin{cases} a_0 & \text{if } n = 0 \\ s_n & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

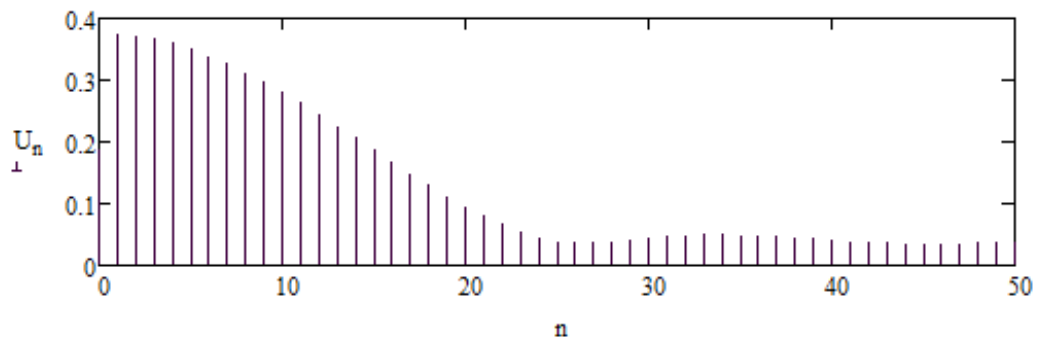


Рисунок 3.11

Расчет фазочастотного спектра

$$\psi_k := \begin{cases} \operatorname{atan} \left(\frac{a_k}{b_k} \right) & \text{if } b_k > 0 \\ \operatorname{atan} \left(\frac{a_k}{b_k} \right) + \pi & \text{otherwise} \end{cases}$$

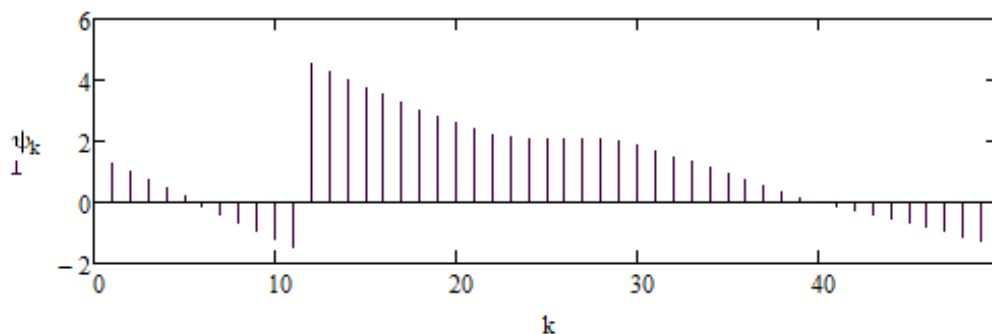


Рисунок 3.12

$\omega_{\max} := 10 \frac{2 \cdot \pi}{\tau_u}$ - задание верхней частоты для построения графика

$TOL := 10^{-5}$ - задание точности вычислений

$\omega := 0, .001 \cdot \omega_{\max} \cdot \omega_{\max}$ $f(\omega) := \frac{\omega}{2\pi}$ - переход к циклической частоте

$$S(\omega) := \int_0^{\tau_u} u(t) \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} dt$$

$S_{\text{mod}}(\omega) := |S(\omega)|$ - модуль спектральной плотности

$\Phi(\omega) := \arg(S(\omega))$ - аргумент спектральной плотности

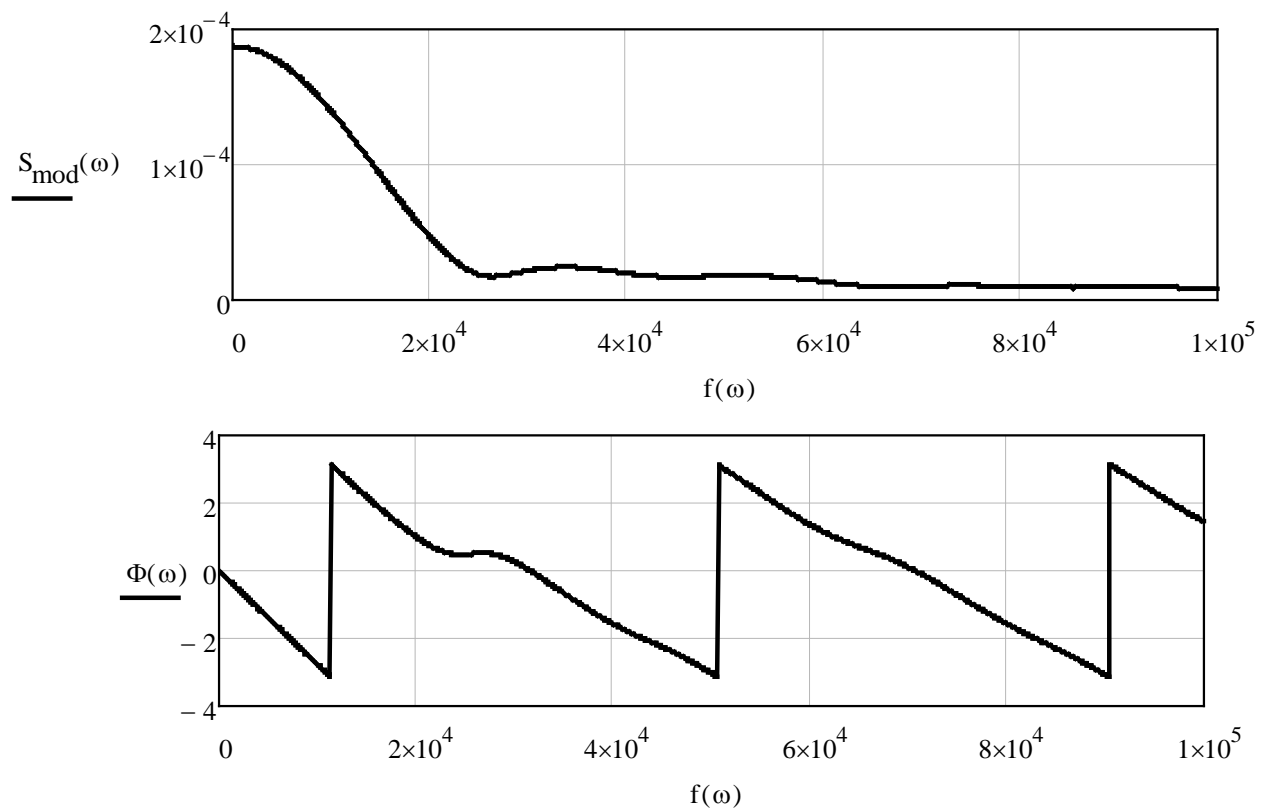


Рисунок 3.13

На рисунках 3.14 и 3.15 показаны примеры применения выражений (3.8) и (3.15) на практике.

Восстановление формы сигнала по заданному спектру

$$N_{\omega} := 200 \quad t := \frac{-\tau_u}{2}, -\left(\frac{\tau_u}{2} - .001 \cdot \tau_u\right) .. 2\tau_u$$

$$u1(t) := a_0 + \sum_{k=1}^N (s_k \cdot \sin(k \cdot \omega_1 \cdot t + \psi_k))$$

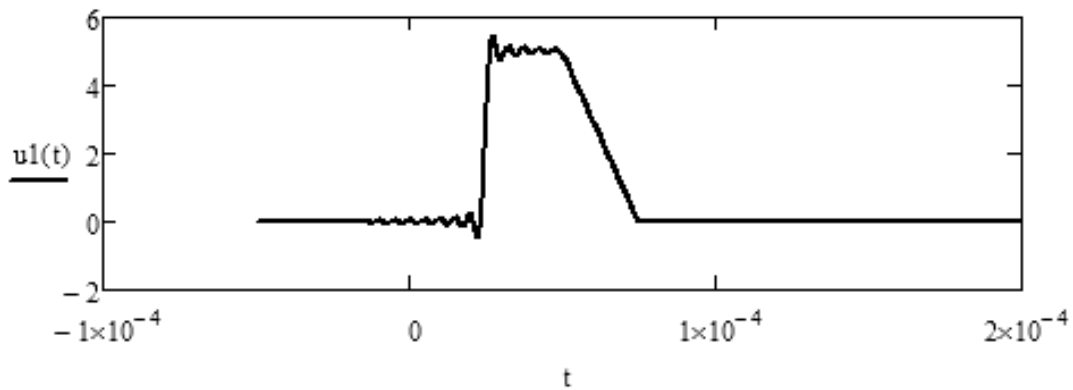


Рисунок 3.14

$$u2(t) := \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} S(\omega) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} d\omega$$

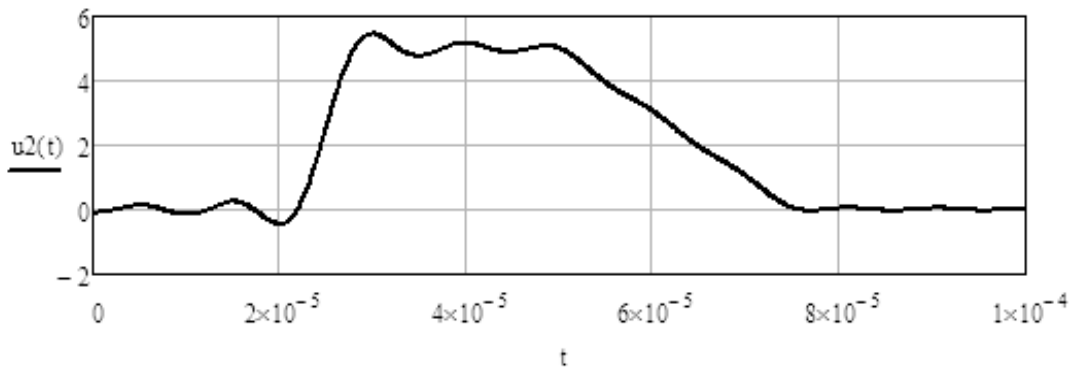


Рисунок 3.15

3.3 Вопросы для самоконтроля

3.3.1 Что называется амплитудным (амплитудно-частотным) спектром сигнала?

3.3.2 Что называется фазочастотным спектром сигнала?

3.3.3 Что называется гармониками?

3.3.4 Чему равна частота первой гармоники в дискретном спектре сигнала?

3.3.5 Какой спектр называется линейчатым?

3.3.6 Что называется спектральной плотностью амплитуд?

3.3.7 Записать ряд Фурье в тригонометрической форме.

3.3.8 Записать формулы для определения коэффициентов ряда Фурье.

3.3.9 Записать выражение ряда Фурье в комплексной форме.

3.3.10 Записать выражение прямого преобразования Фурье.

3.3.11 Записать выражение обратного преобразования Фурье.

3.3.12 От чего зависит расстояние между отдельными гармониками в дискретном спектре?

3.3.13 От чего зависит ширина основного лепестка в спектре сигнала?

3.3.14 Какой спектр имеет ограниченная во времени периодическая последовательность импульсов («пачка» импульсов)?

3.3.15 Что понимают под практической шириной спектра?

3.3.16 Сформулировать основные свойства ряда Фурье.

3.3.17 Сформулировать основные свойства преобразования Фурье.

3.4 Тестовые задания к разделу 3

3.4.1 Прямое преобразование Фурье имеет вид:

$$\text{а) } f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p)e^{pt} dp;$$

$$\text{б) } F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt;$$

$$\text{в) } F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt;$$

$$\text{г) } f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)e^{j\omega t} d\omega.$$

3.4.2 Обратное преобразование Фурье имеет вид:

$$\text{а) } f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p)e^{pt} dp;$$

$$\text{б) } S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt;$$

$$\text{в) } F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt;$$

$$\text{г) } f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega.$$

3.4.3 Постоянную составляющую ряда Фурье вычисляют с помощью формулы:

$$\text{а) } E_0 = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \text{sinc}\omega_1 t dt;$$

$$\text{б) } E_0 = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \text{cos}k\omega_1 t dt;$$

$$\text{в) } E_0 = \frac{1}{T} \int_0^T e(t) dt;$$

$$\text{г) } E_0 = \int_0^T e(t) e^{-j\omega t} dt.$$

3.4.4 Коэффициенты b_k ряда Фурье вычисляют с помощью формулы:

$$\text{а) } b_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \text{sinc}\omega_1 t dt;$$

$$\text{б) } b_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \text{cos}k\omega_1 t dt;$$

$$\text{в) } b_k = \frac{1}{T} \int_0^T e(t) dt;$$

$$\text{г) } b_k = \int_0^T e(t) e^{-j\omega t} dt.$$

3.4.5 Коэффициенты a_k ряда Фурье вычисляются с помощью формулы:

$$\text{а) } a_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \sin k\omega_1 t dt;$$

$$\text{б) } a_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \cos k\omega_1 t dt;$$

$$\text{в) } a_k = \frac{1}{T} \int_0^T e(t) dt;$$

$$\text{г) } a_k = \int_0^T e(t) e^{-j\omega t} dt.$$

3.4.6 Если функция, описывающая сигнал, четная, то в тригонометрической записи ряда Фурье отсутствуют слагаемые:

- а) с коэффициентами a_k ;
- б) с коэффициентами b_k ;
- в) с постоянной составляющей;
- г) с синусоидальной составляющей.

3.4.7 Если функция, описывающая сигнал, нечетная, то в тригонометрической записи ряда Фурье отсутствуют слагаемые:

- а) с коэффициентами a_k ;
- б) с коэффициентами b_k ;
- в) с экспоненциальной составляющей;
- г) с синусоидальной составляющей.

3.4.8 Бесконечная периодическая последовательность импульсов имеет спектр:

- а) гребенчатый;
- б) сплошной;
- в) линейчатый;
- г) разреженный.

3.4.9 Одиночный (непериодический) импульсный сигнал имеет спектр:

- а) гребенчатый;

- б) сплошной;
- в) линейчатый;
- г) разреженный.

3.4.10 В спектре бесконечной периодической последовательности импульсов частотный интервал между любыми двумя соседними гармониками равен:

- а) $\frac{N}{T}$;
- б) $\frac{1}{NT}$;
- в) $\frac{1}{\tau_u}$;
- г) $\frac{1}{T}$.

3.4.11 В спектре бесконечной периодической последовательности прямоугольных импульсов ширина основного лепестка определяется отношением:

- а) $\frac{N}{T}$;
- б) $\frac{1}{NT}$;
- в) $\frac{1}{\tau_u}$;
- г) $\frac{1}{T}$.

3.4.12 В спектральной плотности амплитуд одиночного прямоугольного импульса ширина основного лепестка обратно пропорциональна:

- а) длительности импульса;
- б) количеству гармоник;
- в) амплитуде импульса;
- г) энергии импульса.

3.5 Лабораторная работа № 4. Исследование спектров сигналов

Целью лабораторной работы № 4 является исследование зависимости между временными и частотными параметрами периодических и аperiodических сигналов.

На выполнение и защиту лабораторной работы № 4 отводится 8 академических часов.

3.5.1 Подготовка к работе

3.5.1.1 Изучить теоретические положения по теме проводимых исследований.

3.5.1.2 Составить аналитическое описание во временной области сигнала $u(t)$, заданного графически (согласно варианту задания).

3.5.1.3 Составить программы для проведения спектрального анализа сигналов в математической системе Mathcad в соответствии с подразделом 3.2 учебного пособия.

3.5.2 Задание на проведение исследований

3.5.2.1 Провести спектральный анализ простейшего периодического сигнала. Исследовать зависимость между параметрами сигнала во временной и частотной областях.

3.5.2.2 Провести гармонический анализ аperiodического сигнала.

3.5.2.3 Проанализировать возможность восстановления формы сигнала во временной области по известному спектру.

3.5.3 Порядок проведения исследований

3.5.3.1 В среде математической системы Mathcad построить амплитудно-частотный и фазочастотный спектры бесконечной во времени периодической последовательности импульсов. Форму и параметры импульсов выбрать в соответствии с вариантом исходных данных.

В отчет перенести текст программы, а также графики с изображением временного представления сигнала, его амплитудно-частотного и фазочастотного спектров.

Значения амплитуд гармоник в пределах первого (основного) лепестка спектра занести в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

$f_k, \text{Гц}$	$f=0$	f_1	f_2	f_3	f_4
$U_k, \text{В}$									

Сравнить (количественно) уровень гармоник с наибольшей амплитудой в спектре сигнала с амплитудой импульса.

Сформулировать выводы.

3.5.3.2 Проанализировать, как изменится АЧС и ФЧС сигнала, если при неизменном периоде T длительность импульса τ_u увеличить вдвое. В отчет перенести графики спектров сигнала. Значения амплитуд гармоник в пределах первого (основного) лепестка спектра занести в таблицу, аналогичную таблице 3.1.

Проанализировать, как изменится АЧС и ФЧС сигнала, если при неизменной (исходной) длительности импульса τ_u период последовательности T увеличить вдвое. В отчет перенести графики спектров сигнала. Значения амплитуд гармоник в пределах первого (основного) лепестка спектра занести в таблицу, аналогичную таблице 3.1.

Сформулировать выводы о влиянии параметров импульсной последовательности на вид спектра и амплитуды гармоник в спектре.

3.5.3.3 Используя ряд Фурье, восстановить форму исходного сигнала по известным амплитудно-частотному и фазочастотному спектрам. В отчет перенести вид восстановленного импульса во временной области при трех значениях числа гармоник: $k = 20$, $k = 50$ и $k = 100$.

В каждом из трех случаев сравнить амплитуду восстановленного импульса с амплитудой исходного импульса.

Сформулировать выводы о влиянии высших гармоник на форму импульса.

3.5.3.4 Для одиночного импульса, параметры которого использованы в п. 3.5.3.1, в программе Mathcad построить амплитудно-частотный и фазочастотный спектры. Графики спектров перенести в отчет.

Сравнить амплитудное значение модуля спектральной плотности амплитуд с уровнем гармоник с наибольшей амплитудой в спектре периодической последова-

тельности импульсов (п. 3.5.3.1). Проанализировать, как изменяется ширина основного лепестка модуля спектральной плотности амплитуд при изменении длительности импульса (при $\tau = 0,5\tau_u$ и $\tau = 2\tau_u$).

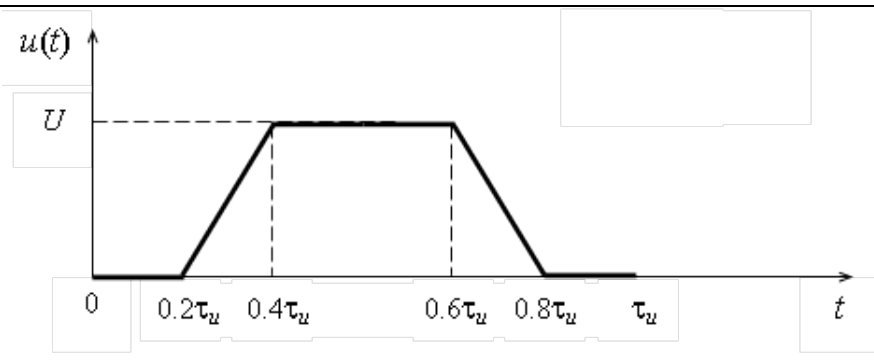
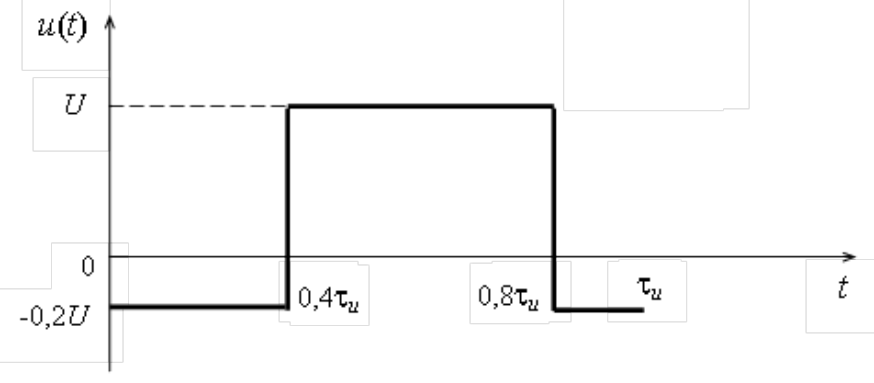
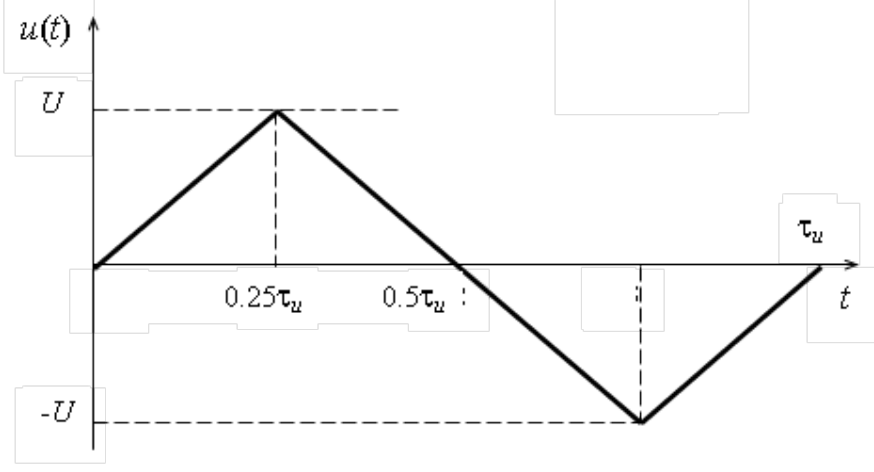
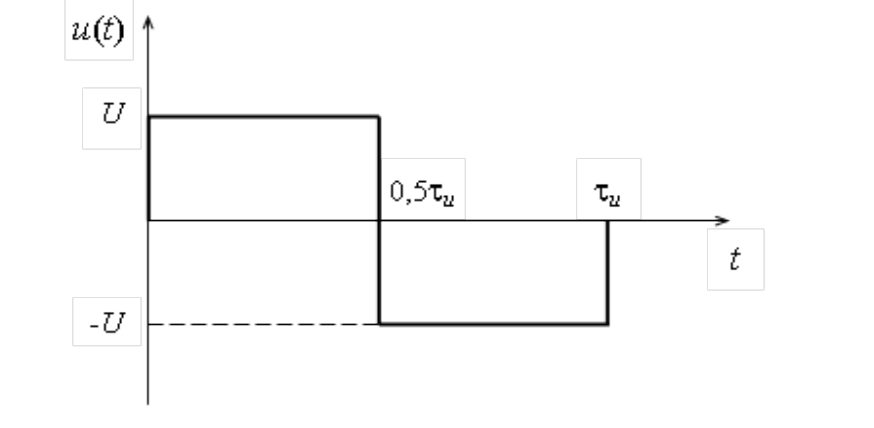
Используя результаты проведенного анализа, сформулировать выводы.

3.5.4 Варианты исходных данных

Таблица 3.2 – Параметры сигналов

Номер варианта	Амплитуда U , В	τ_u , мс	T , мс	Рисунок
1	10	0,1	1	1
2	5	0,1	1,2	2
3	7	0,4	4	3
4	4	0,6	8	4
5	8	0,5	8	5
6	1	0,4	6	6
7	6	0,7	8	7
8	2	0,8	8	8
9	3	0,6	8	9
10	9	0,8	10	10
11	3	0,5	5	1
12	4	0,1	1,2	2
13	6	0,4	5	3
14	7	0,6	6	4
15	5	0,2	2	5
16	4	0,3	3	6
17	2	0,5	6	7
18	6	0,2	3	8
19	7	0,4	4	9
20	9	0,4	4,2	10
21	10	0,5	6	1
22	8	0,5	5	2
23	4	0,4	5	3
24	3	0,6	6	4
25	1	0,1	1,4	5
26	5	0,3	3,3	6
27	7	0,2	2,2	7
28	5	0,4	4	8
29	8	0,2	2,2	9
30	2	0,6	6,6	10

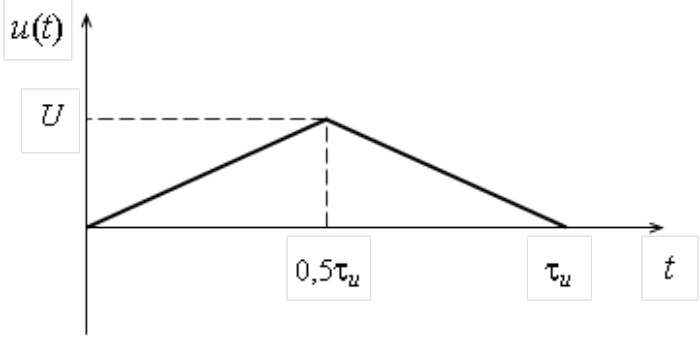
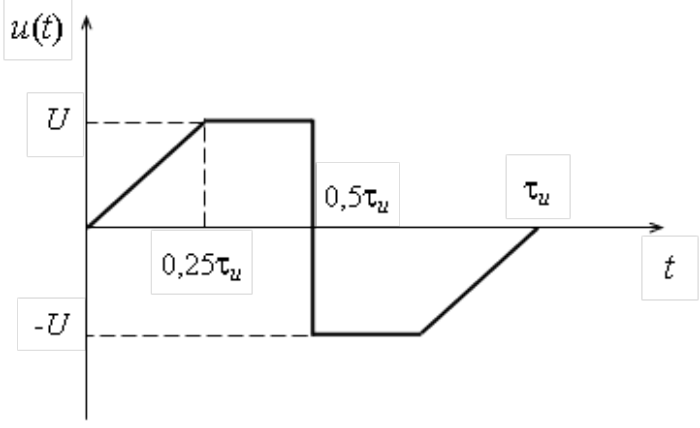
Таблица 3.3 – Графическое изображение сигнала

Номер рисунка	Закон изменения напряжения
<p>1</p> <p>Рисунок 1</p>	<p>2</p> 
<p>Рисунок 2</p>	
<p>Рисунок 3</p>	
<p>Рисунок 4</p>	

Продолжение таблицы 3.3

1	2
<p>Рисунок 5</p>	
<p>Рисунок 6</p>	
<p>Рисунок 7</p>	
<p>Рисунок 8</p>	

Продолжение таблицы 3.3

1	2
<p>Рисунок 9</p>	 <p>The graph shows a triangular pulse $u(t)$ on a coordinate system with time t on the horizontal axis and voltage $u(t)$ on the vertical axis. The pulse starts at the origin $(0,0)$, rises linearly to a peak value U at time $0,5\tau_u$, and then falls linearly to zero at time τ_u. Dashed lines indicate the peak value U and the time intervals $0,5\tau_u$ and τ_u.</p>
<p>Рисунок 10</p>	 <p>The graph shows a trapezoidal pulse $u(t)$ on a coordinate system with time t on the horizontal axis and voltage $u(t)$ on the vertical axis. The pulse starts at the origin $(0,0)$, rises linearly to a peak value U at time $0,25\tau_u$, remains constant at U until time $0,5\tau_u$, drops abruptly to a trough value $-U$, remains constant at $-U$ until time $0,75\tau_u$, and then rises linearly to zero at time τ_u. Dashed lines indicate the peak value U, the trough value $-U$, and the time intervals $0,25\tau_u$, $0,5\tau_u$, and τ_u.</p>

4 Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях

4.1 Общие сведения о переходных процессах

Электрические цепи, содержащие только источники ЭДС и резистивные элементы в качестве потребителей энергии, не накапливают электрической энергии. В таких цепях токи в ветвях и напряжения на участках цепи в текущий момент времени не зависят от предшествующего состояния цепи и определяются схемой соединения и параметрами резистивных элементов и ЭДС на данный момент.

По-иному ведут себя электрические цепи, содержащие реактивные элементы – индуктивные и емкостные. Реакция таких электрических цепей на внешнее воздействие (например, подключение или отключение источников ЭДС, изменение схемы соединения элементов и др.) зависит не только от характера этого воздействия, но и от запасов энергии на реактивных элементах в момент возникновения внешнего воздействия.

Если в электрической цепи длительное время токи в ветвях и напряжения на элементах цепи (в цепи переменного тока – их амплитуды) остаются неизменными, то такой режим ее работы называется *установившимся (стационарным)*. **Условием** сохранения в электрической цепи установившегося режима **является неизменность среднего запаса энергии**, обеспечиваемого источниками энергии (напряжения и тока), ЭДС самоиндукции катушек индуктивности, накопленным зарядом конденсаторов.

В электрической цепи могут иметь место *коммутации* – подключение или отключение источников энергии, короткое замыкание элементов в отдельных ветвях или между узлами цепи и т. д. – приводящие к изменению конфигурации цепи. Как разновидность коммутации можно рассматривать скачкообразное изменение напряжения (тока) на входе цепи (например, подача на вход электрической цепи воздействия в виде прямоугольного импульса). **Вследствие коммутации цепь**, как правило, **переходит из одного установившегося режима в другой**. Если цепь кроме источников энергии содержит только резистивные элементы, то переход ее из одного установившегося режима в другой происходит практически мгновенно. Если же

цепь содержит **накопители реактивной энергии** (индуктивные или емкостные элементы), то изменение конфигурации цепи вследствие коммутации, как правило, приводит к перераспределению энергии между элементами цепи (реактивные элементы либо дополнительно накапливают энергию, либо возвращают накопленную энергию в цепь). А такие процессы мгновенно произойти не могут, требуется некоторое время для установления нового равновесного состояния.

*Процесс, возникающий в электрической цепи при переходе ее от одного установившегося режима к другому, называется **переходным процессом**.*

Таким образом, переходный процесс является промежуточным между двумя установившимися режимами электрической цепи. **Физической причиной** возникновения переходных процессов в цепях является наличие в них **индуктивных и емкостных** элементов, энергия в которых скачком измениться не может (не может быть мгновенно накоплена, так же, как и не может быть мгновенно передана в электрическую цепь).

Одним из часто встречающихся на практике методов анализа переходных процессов в линейных электрических цепях является классический метод. *Сущность* метода состоит в определении реакции цепи на имеющую место коммутацию путем *составления и решения дифференциальных уравнений*. Порядок дифференциального уравнения n (или число дифференциальных уравнений в системе), как правило, равен числу реактивных элементов в схеме:

$$n = n_C + n_L, \quad (4.1)$$

где n_C – число емкостных элементов в схеме замещения электрической цепи;

n_L – число индуктивных элементов.

При анализе переходного процесса в электрической цепи классическим методом решение относительно токов или напряжений ищут в виде

$$i(t) = i_{\text{вын}} + i_{\text{св}}, \quad (4.2)$$

$$u(t) = u_{\text{вын}} + u_{\text{св}}, \quad (4.3)$$

где $i_{\text{вын}}$, $u_{\text{вын}}$ – вынужденные составляющие реакций электрической цепи (то есть токи и напряжения в установившемся режиме после коммутации), представляющие собой *частное решение* исходного, как правило, *неоднородного дифференциального уравнения*;

$i_{\text{св}}$, $u_{\text{св}}$ – свободные составляющие реакций, которые представляют собой *общее решение однородного дифференциального уравнения* (описывает свободный процесс в цепи – процесс без источников напряжения и тока).

Свободные составляющие обычно находят в виде

$$i_{\text{св}}(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (4.4)$$

$$u_{\text{св}}(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (4.5)$$

где A_k – постоянные интегрирования, которые определяют с учетом начальных условий;

p_k – корни характеристического уравнения или собственные частоты цепи (например, частота резонанса);

n – порядок цепи, определяющий порядок дифференциального уравнения.

Для нахождения постоянных интегрирования A_k необходимо знать n *начальных условий*, т. е. токов или напряжений в цепи **в начальный момент времени после коммутации** (в момент времени $t = 0_+$). Начальные условия находят на основе *законов коммутации*:

а) первый закон коммутации – *ток в индуктивном элементе скачком измениться не может*, то есть $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ (другими словами, ток в индуктивном элементе в момент времени непосредственно после коммутации равен току, который протекал непосредственно перед коммутацией);

б) второй закон коммутации – *напряжение на емкостном элементе скачком измениться не может*, то есть $u_C(0_+) = u_C(0_-)$.

Значения токов в индуктивных элементах $i_L(0_-)$ и напряжений на емкостных элементах $u_C(0_-)$ непосредственно перед коммутацией используют в качестве *начальных условий* при анализе переходных процессов.

4.2 Переходные процессы в цепи первого порядка

Проведем, в качестве примера, анализ переходных процессов в некоторых электрических цепях первого порядка.

Пример 1. Проанализировать переходный процесс в электрической цепи, представленной на рисунке 4.1, вызванный зарядом емкостного элемента в результате подключения ко входу цепи в момент времени $t = 0$ источника постоянной ЭДС.

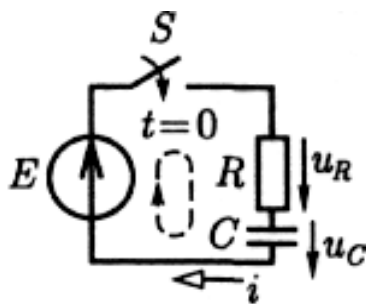


Рисунок 4.1

Для цепи после коммутации (ключ S замкнут в момент времени $t = 0$) можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} u_R + u_C = E, \\ u_R = i_{\text{зар}} R, \\ i_{\text{зар}} = i_C = C \frac{du_C}{dt}. \end{cases} \quad (4.6)$$

На основании записанной системы уравнений (4.6) составим неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (4.7)$$

Общее решение уравнения (4.7) запишем в виде суммы двух составляющих относительно напряжения на емкостном элементе:

$$u_C(t) = u_{C_{\text{вын}}} + u_{C_{\text{св}}}. \quad (4.8)$$

Первая составляющая соответствует установившемуся режиму при $t \rightarrow \infty$ (то есть представляет собой напряжение на полностью заряженном конденсаторе)

$$u_{C_{\text{вын}}} = E. \quad (4.9)$$

Вторая составляющая соответствует свободному процессу и может быть найдена в результате решения однородного дифференциального уравнения первого порядка, полученного из (4.7):

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \quad (4.10)$$

Решение уравнения (4.10) будем искать в виде

$$u_{C_{\text{св}}}(t) = Ae^{pt}. \quad (4.11)$$

Для нахождения корня p на основании (4.10) составим и решим характеристическое уравнение вида

$$RCp + 1 = 0,$$

$$p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau},$$

где $\tau = RC$ называется *постоянной времени* RC -цепи первого порядка (измеряется в секундах).

Таким образом, во время переходного процесса напряжение на емкостном элементе будет изменяться по закону

$$u_{C\text{св}}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.12)$$

Перепишем выражение (4.8) с учетом найденных значений $u_{C\text{вын}}$ и $u_{C\text{св}}$:

$$u_C(t) = E + Ae^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.13)$$

Постоянную интегрирования A определим с учетом нулевых начальных условий на момент времени $t = 0$ (поскольку до замыкания ключа конденсатор не был заряжен): $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$. Тогда можно записать

$$u_C(0) = E + Ae^{-\frac{0}{\tau}},$$

$$E + A = 0, \quad A = -E,$$

а общее решение дифференциального уравнения, описывающее закон изменения напряжения на емкостном элементе, примет вид

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (4.14)$$

Для тока в цепи, вызванного зарядом конденсатора, можно записать

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.15)$$

а напряжение на резистивном элементе во время переходного процесса изменяется по закону

$$u_R(t) = Ri_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.16)$$

Законы изменений тока в цепи и напряжений на элементах цепи во времени после коммутации показаны на рисунке 4.2.

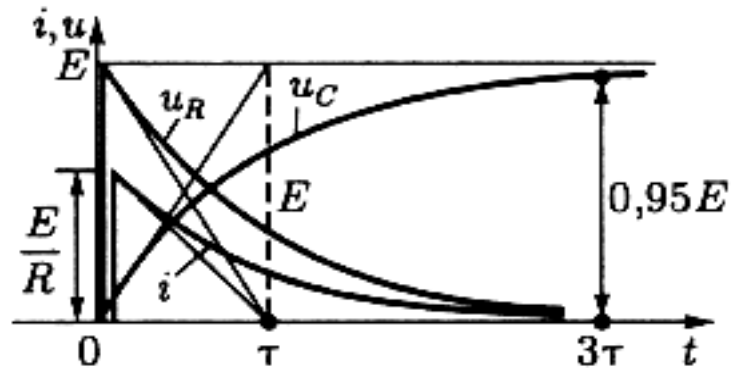


Рисунок 4.2

Теоретически переходный процесс (процесс заряда конденсатора) окончательно заканчивается только при $t \rightarrow \infty$. Но в большинстве случаев его можно считать завершённым через интервал времени, равный $t = 3\tau$, когда напряжение на конденсаторе достигнет значения $0,95E$.

Пример 2. Проанализировать переходный процесс в электрической цепи, содержащей резистивный и индуктивный элементы, при подключении к ее входу в момент времени $t = 0$ источника синусоидальной ЭДС (рисунок 4.3).

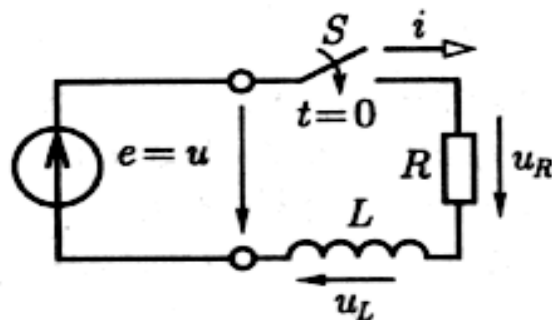


Рисунок 4.3

В рассматриваемой электрической цепи с источником синусоидальной ЭДС вида $e(t) = u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ в установившемся режиме ток также имеет вид гармонической функции и равен

$$i_{\text{вын}}(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \quad (4.17)$$

где $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ – амплитуда тока;

$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$ – аргумент комплексного сопротивления цепи;

ψ_u – начальная фаза напряжения источника ЭДС.

Для цепи после коммутации (ключ S замкнут в момент времени $t = 0$) можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} u_R + u_L = e, \\ u_R = Ri, \\ u_L = L \frac{di}{dt}. \end{cases} \quad (4.18)$$

На основании (4.18) составим неоднородное дифференциальное уравнение относительно тока в индуктивном элементе:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e. \quad (4.19)$$

Решение дифференциального уравнения (4.19) будем искать в виде

$$i_L(t) = i_{L \text{ вын}} + i_{L \text{ св}}. \quad (4.20)$$

Первая составляющая выражения (4.20) соответствует установившемуся режиму при $t \rightarrow \infty$ и представляет собой ток, вызванный действием источника ЭДС

$$i_{L \text{ вын}} = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi).$$

Свободная составляющая, как и в предыдущем примере, может быть найдена из решения однородного дифференциального уравнения первого порядка и равна

$$i_{L \text{ св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t},$$

где $\frac{L}{R} = \tau$ – постоянная времени RL -цепи.

Окончательно (4.20) запишем в виде

$$i_L(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (4.21)$$

На основании закона коммутации для индуктивного элемента в момент времени $t = 0$ справедливо соотношение

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0 = I_m \sin(\psi_u - \varphi) + A,$$

откуда определяем постоянную интегрирования

$$A = -I_m \sin(\psi_u - \varphi).$$

Получим окончательное выражение для тока в цепи во время переходного процесса

$$i_L(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.22)$$

Таким образом, во время переходного процесса ток в цепи состоит из синусоидальной составляющей и свободной составляющей, убывающей экспоненциально (рисунок 4.4). Практически через интервал времени 3τ после замыкания ключа свободной составляющей можно пренебречь.

Из (4.22) видно, что если в момент коммутации ($t = 0$) начальная фаза напряжения источника ψ_u численно равна аргументу комплексного сопротивления φ , то свободная составляющая тока равна нулю и переходной процесс отсутствует (то есть в цепи сразу наступает установившийся режим). Если же в момент коммутации начальная фаза напряжения источника равна $\psi_u = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$, то интенсивность переходного процесса наибольшая.

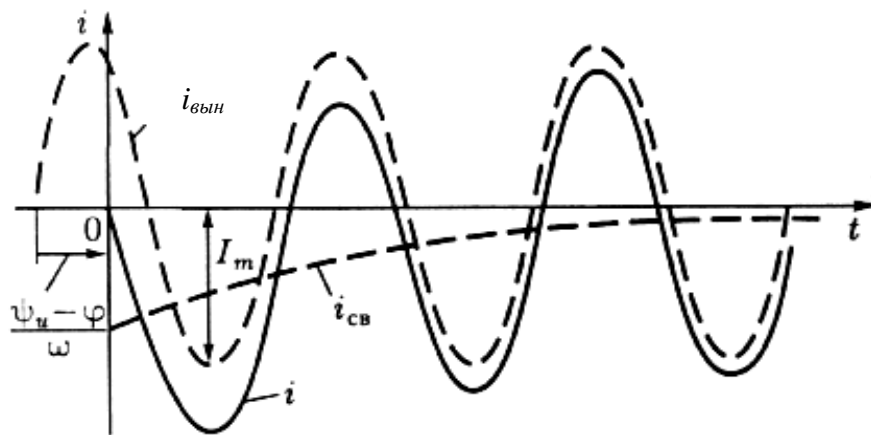


Рисунок 4.4

4.3 Переходные процессы в цепи второго порядка

Проанализируем переходный процесс в электрической цепи, содержащей резистивный, индуктивный и емкостный элементы, при подключении к ее входу в момент времени $t = 0$ источника постоянной ЭДС (рисунок 4.5).

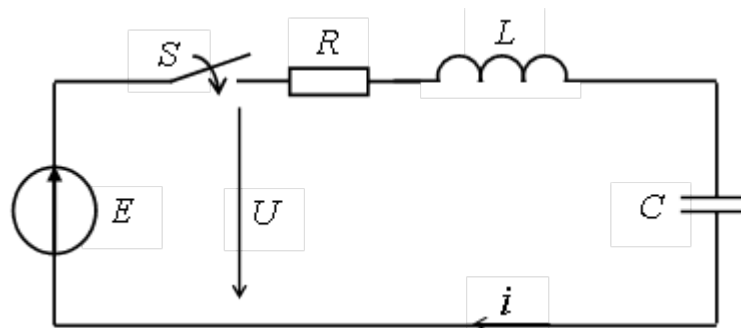


Рисунок 4.5

Будем полагать, что рассматриваемая цепь до коммутации длительное время находилась в установившемся режиме. Емкостный элемент полностью разряжен ($u_C = 0$), ток в цепи отсутствует ($i = 0$). Пусть в момент времени $t = 0$ с помощью идеального ключа S ко входу цепи подключают источник ЭДС постоянного тока. Проанализируем переходный процесс, возникающий в цепи после коммутации.

Анализируемая электрическая цепь является цепью второго порядка, процессы в которой описываются дифференциальным уравнением второго порядка.

Для электрической цепи, образованной после коммутации, можно записать

$$\left. \begin{aligned} u_L + u_R + u_C &= U, \\ u_L &= L \frac{di}{dt}, \\ u_R &= Ri, \\ i &= C \frac{du_C}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Выразим напряжения u_L и u_R в первом уравнении через ток заряда емкостного элемента. Окончательно получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно напряжения на емкостном элементе

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U. \quad (4.24)$$

Общее решение дифференциального уравнения запишем в виде

$$u_C = u_{C \text{ вын}} + u_{C \text{ св}}. \quad (4.25)$$

Вынужденная составляющая напряжения на емкостном элементе $u_{C \text{ вын}}$ после коммутации при $t \rightarrow \infty$ определяется характером внешнего воздействия на электрическую цепь и по условию задачи равна $u_{C \text{ вын}} = E = U$. Свободную составляющую напряжения будем искать в виде

$$u_{C \text{ св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \quad (4.26)$$

Корни полученного уравнения найдем, решив характеристическое уравнение вида

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0.$$

Разделив левую и правую части уравнения на LC и решив полученное квадратное уравнение

$$p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0,$$

находим его корни

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad (4.27)$$

где $\delta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания;

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансная частота колебательного контура, образованного последовательным соединением L и C элементов.

В зависимости от соотношения δ и ω_0 возможны три вида корней характеристического уравнения и, соответственно, три вида переходного процесса:

- вещественные отрицательные различные (при $\delta > \omega_0$); в цепи наблюдается *апериодический* переходный процесс;
- комплексные сопряженные (при $\delta < \omega_0$); в цепи имеет место *колебательный* переходный процесс;
- вещественные отрицательные равные (при $\delta = \omega_0$); в цепи наблюдается *критический* переходный процесс.

Проанализируем переходный процесс в электрической цепи для каждого случая.

В случае *вещественных отрицательных различных* корней напряжение на емкостном элементе можно представить в виде

$$u_C = U + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \quad (4.28)$$

Для нахождения постоянных интегрирования A_1 и A_2 необходимо использовать два значения начальных условий. Учитывая, что $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ (то есть, при $t = 0$ емкостный элемент был полностью разряжен), запишем

$$U + A_1 + A_2 = 0.$$

Продифференцировав напряжение на емкостном элементе и умножив правую и левую части полученного выражения на C , запишем выражение для тока заряда емкостного элемента

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = Cp_1 A_1 e^{p_1 t} + Cp_2 A_2 e^{p_2 t}. \quad (4.29)$$

Поскольку $i_C(0_+) = i_C(0_-) = i_L(0) = 0$, получим второе уравнение

$$Cp_1 A_1 + Cp_2 A_2 = 0.$$

Разделив левую и правую части уравнения на C , окончательно получим:

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0.$$

Решив систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} U + A_1 + A_2 &= 0, \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

получим выражения, определяющие постоянные интегрирования:

$$A_1 = \frac{Up_2}{p_1 - p_2} = -\frac{Up_2}{p_2 - p_1}, \quad (4.31)$$

$$A_2 = -\frac{Up_1}{p_1 - p_2} = \frac{Up_1}{p_2 - p_1}. \quad (4.32)$$

С учетом полученных значений A_1 и A_2 , общее решение дифференциального уравнения, описывающего переходный процесс в рассматриваемой цепи второго порядка при вещественных различных корнях, примет вид

$$u_C(t) = U - \frac{Up_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{Up_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} = U \left[\frac{p_2(1 - e^{p_1 t})}{p_2 - p_1} - \frac{p_1(1 - e^{p_2 t})}{p_2 - p_1} \right]. \quad (4.33)$$

Законы изменения напряжения на емкостном элементе и тока в цепи для рассматриваемого случая графически показаны на рисунке 4.6.

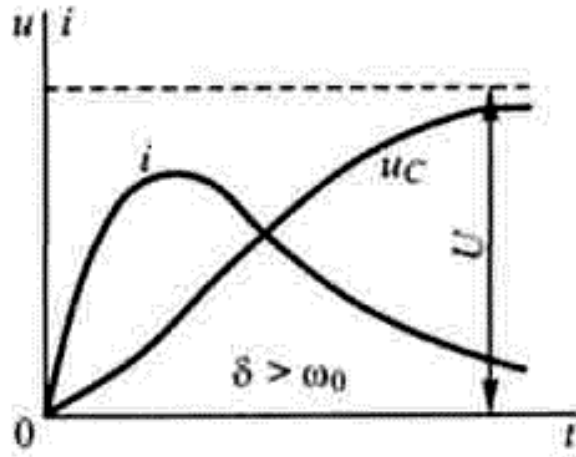


Рисунок 4.6

Если корни характеристического уравнения *комплексные сопряженные* (то есть при $\delta < \omega_0$), свободная составляющая напряжения на емкостном элементе будет описана тем же выражением, что и в случае вещественных корней, то есть

$$u_{Ccs} = -\frac{Up_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{Up_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} = \frac{U}{p_2 - p_1} [p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}], \quad (4.34)$$

где $p_1 = -\delta + j\omega_C = \omega_0 e^{-j\gamma}$;

$p_2 = -\delta - j\omega_C = \omega_0 e^{j\gamma}$;

$j\omega_C = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$;

$\gamma = \arctg \frac{\omega_C}{\delta}$.

Преобразуем выражение (4.34), подставив вместо p_1 и p_2 их значения в алгебраической и показательной форме:

$$\begin{aligned} u_{Ccs} &= \frac{U}{-\delta - j\omega_C + \delta - j\omega_C} \left[\omega_0 e^{-j\gamma} e^{(-\delta - j\omega_C)t} - \omega_0 e^{j\gamma} e^{(-\delta + j\omega_C)t} \right] = \\ &= \frac{U\omega_0 e^{-\delta t}}{2j\omega_C} \left[e^{j(\omega_C t + \gamma)} - e^{-j(\omega_C t + \gamma)} \right] \end{aligned}$$

или с учетом того, что $\frac{1}{2j}(e^{jz} - e^{-jz}) = \sin z$

$$u_{C\text{св}} = \frac{U \omega_0 e^{-\alpha t}}{\omega_C} \sin(\omega_C t + \gamma). \quad (4.35)$$

Анализ полученного выражения показывает, что в случае комплексных сопряженных корней характеристического уравнения в цепи имеет место затухающий колебательный переходный процесс с частотой колебаний ω_C . Законы изменения напряжения на емкостном элементе и тока в цепи для рассматриваемого случая графически показаны на рисунке 4.7.

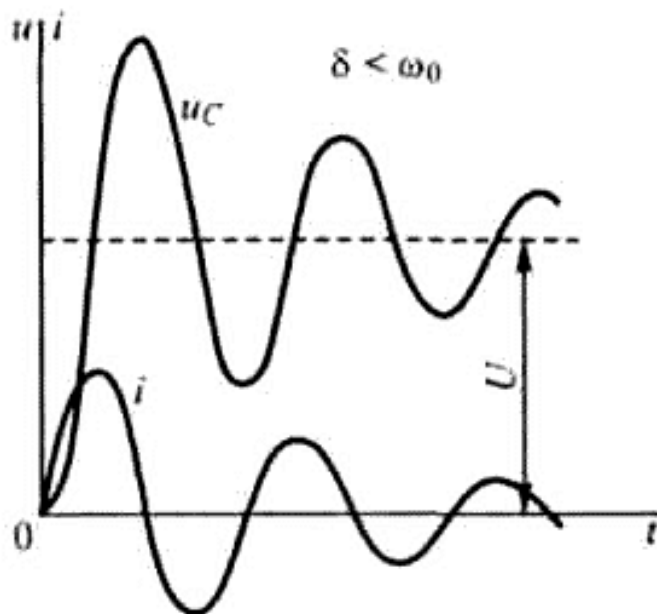


Рисунок 4.7

В случае *вещественных отрицательных равных* корней характеристического уравнения решение записывается в виде

$$u_C = U + A_1 e^{pt} + A_2 t e^{pt}. \quad (4.36)$$

Учитывая, что $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$, запишем

$$U + A_1 = 0, \Rightarrow A_1 = -U.$$

Продифференцировав напряжение на емкостном элементе и умножив правую и левую части полученного выражения на C , запишем выражение для тока заряда емкостного элемента

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = CpA_1 e^{pt} + CA_2 e^{pt} + CpA_2 t e^{pt}.$$

Поскольку $i_C(0_+) = i_C(0_-) = i_L(0) = 0$, получим

$$CpA_1 + CA_2 = 0, \Rightarrow A_2 = -pA_1 = pU.$$

Таким образом, учитывая, что $p = -\delta$, запишем полное решение дифференциального уравнения относительно напряжения на емкостном элементе

$$u_C(t) = U - Ue^{-\delta t} - \delta U t e^{-\delta t} = U(1 - e^{-\delta t} - \delta t e^{-\delta t}) = U[1 - (1 + \delta t)e^{-\delta t}]. \quad (4.37)$$

Из полученного выражения видно, что процесс заряда конденсатора носит экспоненциальный характер. При этом, чем больше коэффициент затухания δ , тем быстрее происходит заряд емкостного элемента (рисунок 4.8).

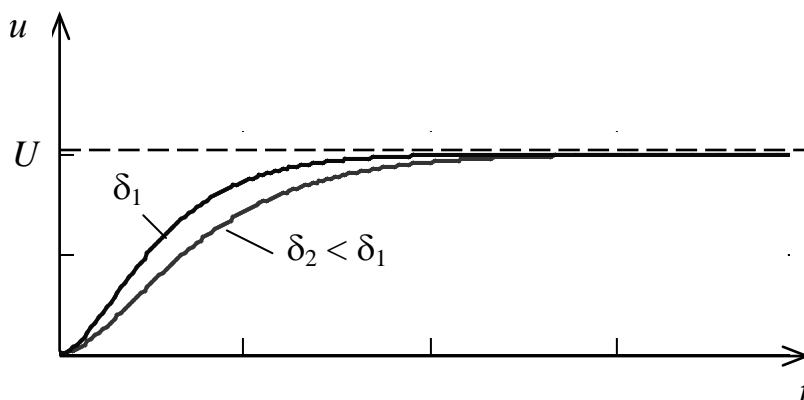


Рисунок 4.8

4.4 Вопросы для самоконтроля

4.4.1 Что называется установившимся режимом электрической цепи?

4.4.2 Что называется переходным процессом?

4.4.3 Наличие каких элементов в электрической цепи обуславливает переходные процессы при коммутациях?

4.4.4 Пояснить причины возникновения переходных процессов в электрических цепях.

4.4.5 Как определяется постоянная времени в RC - и RL -цепи первого порядка?

4.4.6 Какая взаимосвязь между постоянной времени цепи и длительностью переходного процесса в этой цепи?

4.4.7 Записать формулу, позволяющую определить напряжение на конденсаторе (резисторе) в RC -цепи во время переходного процесса.

4.4.8 При каком условии в цепи переменного тока интенсивность переходного процесса наибольшая?

4.4.9 При каком условии в цепи переменного тока при коммутации устанавливается новый стационарный режим без переходного процесса?

4.4.10 Какой характер может носить переходный процесс в RLC -цепи? От чего это зависит?

4.4.11 От чего зависит порядок дифференциального уравнения, описывающего процессы в цепи в переходном режиме?

4.4.12 Как определяется порядок электрической цепи?

4.4.13 Пояснить сущность операторного метода анализа переходных процессов.

4.4.14 Для чего необходимо знать начальные условия при анализе переходных процессов?

4.4.15 Сформулировать закон коммутации для индуктивного элемента.

4.4.16 Сформулировать закон коммутации для емкостного элемента.

4.4.17 Сколько необходимо знать начальных условий при анализе переходных процессов в цепи первого (второго, третьего) порядка?

4.5 Тестовые задания к разделу 4

4.5.1 Процесс, возникающий в электрической цепи при переходе из одного установившегося режима к другому, называется:

- а) установившимся процессом;
- б) стационарным процессом;
- в) переходным процессом;
- г) неуравновешенным процессом.

4.5.2 Переходный процесс возникает, если в электрической цепи имеют место:

- а) источники электромагнитной энергии;
- б) пассивные элементы;
- в) активные и пассивные элементы;
- г) коммутации.

4.5.3 Переходные процессы при коммутациях возникают в электрических цепях, содержащих:

- а) активные элементы;
- б) реактивные элементы;
- в) источники электромагнитной энергии;
- г) пассивные элементы.

4.5.4 Закон коммутации для индуктивного элемента математически может быть представлен выражением:

- а) $u_L(t_-) = u_L(t_+)$;
- б) $u_L(t_-) = 0$;
- в) $i_L(t_-) = u_L(t_+)$;
- г) $i_L(t_-) = i_L(t_+)$.

4.5.5 Закон коммутации для емкостного элемента математически может быть представлен выражением:

- а) $u_C(t_-) = u_C(t_+)$;
- б) $i_C(t_-) = 0$;

в) $i_C(t_-) = u_C(t_+)$;

г) $i_C(t_-) = i_C(t_+)$.

4.5.6 Постоянная времени электрической цепи, содержащей резистивный и емкостный элементы, определяется выражением:

а) $\tau = \frac{R}{L}$;

б) $\tau = \frac{L}{R}$;

в) $\tau = \frac{C}{R}$;

г) $\tau = RC$.

4.5.7 Постоянная времени электрической цепи, содержащей резистивный и индуктивный элементы, определяется выражением:

а) $\tau = \frac{R}{L}$;

б) $\tau = \frac{L}{R}$;

в) $\tau = \frac{C}{R}$;

г) $\tau = RC$.

4.5.8 Напряжение на конденсаторе при его заряде во время переходного процесса в цепи постоянного тока первого порядка определяется выражением:

а) $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$;

б) $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$;

в) $u_C(t) = E(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1)$;

г) $u_C(t) = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$.

4.5.9 Напряжение на конденсаторе при его разряде во время переходного процесса в цепи постоянного тока первого порядка определяется выражением:

а) $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$;

б) $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$;

в) $u_C(t) = E(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1)$;

г) $u_C(t) = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$.

4.5.10 Напряжение на конденсаторе при его заряде во время переходного процесса в цепи постоянного тока достигает уровня $0,95E$ за время, равное:

а) $t = \tau$;

б) $t = 5\tau$;

в) $t = 3\tau$;

г) $t = 2\tau$.

4.5.11 Переходный процесс в цепи переменного тока отсутствует, если в момент коммутации между начальной фазой напряжения источника и аргументом комплексного сопротивления цепи существует связь:

а) $\psi_u = \varphi \pm \frac{\pi}{4}$;

б) $\psi_u = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$;

в) $\psi_u = 0$;

г) $\psi_u = \varphi \pm \pi$.

4.5.12 Переходный процесс в цепи переменного тока наиболее интенсивен, если в момент коммутации между начальной фазой напряжения источника и аргументом комплексного сопротивления существует связь:

а) $\psi_u = \varphi \pm \frac{\pi}{4}$;

б) $\psi_u = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$;

в) $\psi_u = 0$;

г) $\psi_u = \varphi \pm \pi$.

4.6 Лабораторная работа № 5. Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях

Целью лабораторной работы № 5 является закрепление знаний о переходных процессах в линейных электрических цепях, а также практическое исследование особенностей протекания переходных процессов в линейных электрических цепях первого и второго порядка.

На выполнение и защиту лабораторной работы отводится 8 академических часов.

4.6.1 Подготовка к работе

4.6.1.1 Изучить теоретические положения по теме проводимых исследований.

4.6.1.2 Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 4.9, выполнить расчет постоянной времени τ и напряжения на конденсаторе U_c через интервал времени $t = 3\tau$, $t = 5\tau$.

Примечание – При выполнении расчетов для всех вариантов полагать $E = 10$ В. Параметры элементов схемы R и C взять из таблицы 4.2 согласно номеру варианта.

4.6.1.3 Для схемы электрической цепи, приведенной на рисунке 4.10, выполнить расчет постоянной времени τ и аргумента комплексного сопротивления φ (в градусах). Параметры элементов схемы R и L взять из таблицы 4.2.

4.6.1.4 Для схемы электрической цепи, приведенной на рисунке 4.11, выполнить расчет сопротивления резистора R , при котором характер переходного процесса после коммутации будет *критическим*. Параметры элементов схемы C и L взять из таблицы 4.2.

4.6.2 Задание на проведение исследований

4.6.2.1 Исследовать переходные процессы в электрической цепи первого порядка с источником напряжения постоянного тока.

4.6.2.2 Исследовать переходные процессы в электрической цепи первого порядка с источником напряжения переменного тока.

4.6.2.3 Исследовать переходные процессы в электрической цепи второго порядка.

4.6.3 Порядок проведения исследований

4.6.3.1 Собрать схему лабораторной установки (рисунок 4.9). Задать параметры элементов R и C в соответствии с вариантом исходных данных. Установить параметры переключателя S : $T_{ON} = 0,05$ с, $T_{OFF} = 0,5$ с.

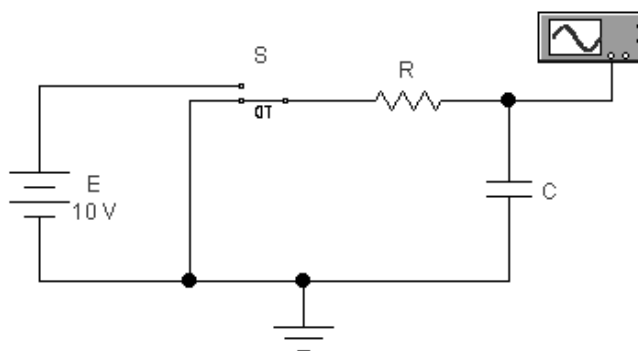


Рисунок 4.9

Запустить моделирование. С помощью осциллографа определить напряжение, до которого заряжается конденсатор через интервалы времени $t = 3\tau$ и $t = 5\tau$ с момента коммутации.

Сравнить полученные результаты с результатами расчетов по п. 4.6.1.2.

Сформулировать выводы.

В отчет перенести изображение с экрана осциллографа с результатами измерений при $t = 3\tau$.

4.6.3.2 Проанализировать зависимость времени заряда конденсатора от напряжения внешнего источника. С этой целью измерить интервал времени, в течение которого напряжение на конденсаторе достигает уровня $0,95E$ при трех значениях напряжения источника E : 5, 10 и 15 вольт.

Сравнить полученные результаты. Сформулировать выводы.

4.6.3.3 Исследовать зависимость времени заряда конденсатора до уровня $0,95E$ (при $E = 10$ вольт) от постоянной времени цепи (изменяя поочередно сопротивление резистора R при неизменном значении емкости конденсатора C , и емкость конденсатора C при неизменном сопротивлении резистора R). Результаты измерений занести в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Результаты исследований

Результаты измерений	Параметры элементов				
	R, C	$0,5R, C$	$2R, C$	$R, 0,5C$	$R, 2C$
τ					
$t_{зар}$					

Сформулировать выводы о влиянии величины постоянной времени цепи на длительность переходного процесса.

4.6.3.4 Собрать схему лабораторной установки (рисунок 4.10) и задать параметры элементов R и L в соответствии с вариантом исходных данных (таблица 4.2). Задать параметры источника гармонического колебания e : $E_m = 10$ В, $f_c = 10$ кГц. Установить параметры переключателя S : $T_{ON} = 0.01$ с, $T_{OFF} = 0.2$ с.

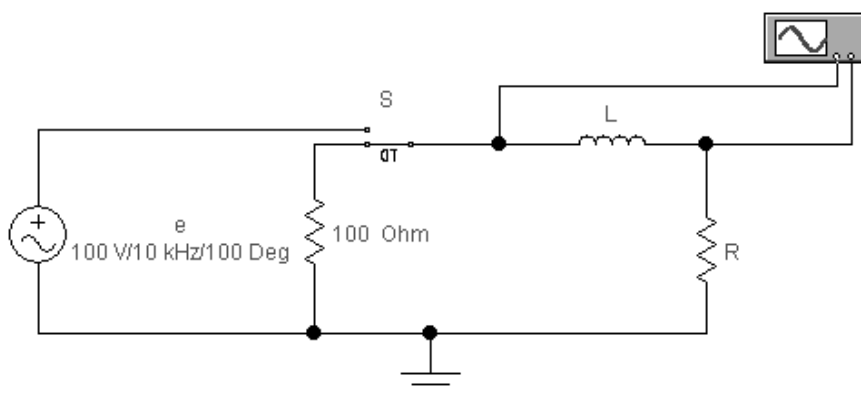


Рисунок 4.10

Провести исследование переходных процессов в цепи при начальной фазе напряжения источника ЭДС, равной: $\psi_u = \varphi$; $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{4}$; $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{2}$.

Примечания

1 Значение начальной фазы источника e устанавливать в градусах, при этом использовать в качестве φ величину аргумента комплексного сопротивления электрической цепи, вычисленного при подготовке к работе (п. 4.6.1.3).

2 Для установки начальной фазы колебания войти в настройки параметров источника e и на закладке «Value» задать численное значение параметра «Phase».

Перенести в отчет изображения экрана осциллографа при каждом значении начальной фазы входного колебания.

Сформулировать выводы о зависимости интенсивности переходного процесса от соотношения начальной фазы колебания источника ЭДС в момент коммутации и аргумента комплексного сопротивления цепи.

4.6.3.5 Собрать схему лабораторной установки (рисунок 4.11) и задать параметры элементов C и L в соответствии с вариантом исходных данных (таблица 4.2). Сопротивление резистора R установить равным расчетному значению (п. 4.6.1.4). Задать параметры переключателя S : $T_{ON} = 0.05$ с, $T_{OFF} = 0.06$ с.

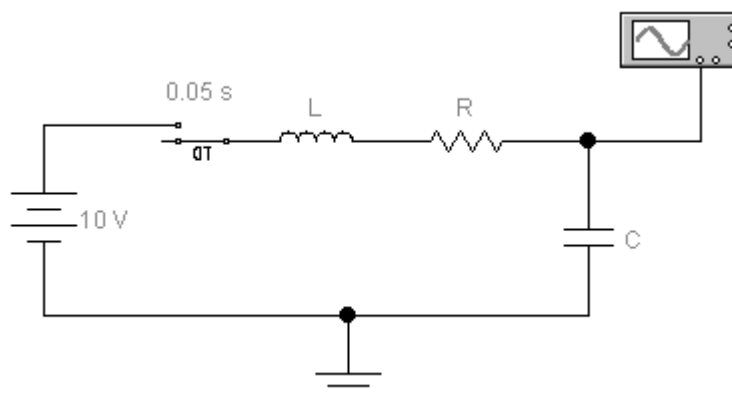


Рисунок 4.11

Включить моделирование. Перенести в отчет диаграмму напряжения на конденсаторе C (вид экрана осциллографа) при критическом переходном процессе.

Поочередно задавать значения сопротивления резистора R равными $2R$, $5R$, $0,5R$ и $0,2R$. Диаграммы напряжений на конденсаторе во время переходного процесса при каждом значении сопротивления резистора R перенести в отчет.

Проанализировать полученные результаты. Определить характер переходного процесса в цепи для каждого случая.

Установить зависимость (качественную) между величиной сопротивления резистора R и длительностью переходного процесса (время заряда конденсатора до напряжения $0,95E$, где E – напряжение источника).

По результатам проведенных исследований для электрической цепи второго порядка сформулировать выводы.

4.6.4 Варианты исходных данных

Таблица 4.2 – Параметры элементов

Номер варианта	<i>RC</i> -цепь		<i>RL</i> -цепь	
	R , кОм	C , мкФ	R , Ом	L , мГн
1	2	3	4	5
1	10,5	0,8	10	1,5
2	10,6	0,9	12	1,6
3	10,7	1,0	14	1,7
4	10,8	1,1	11	1,8
5	10,9	1,2	9	1,9
6	11,0	0,8	20	1,1
7	8,5	0,9	13	0,85
8	8,6	1,0	15	0,86
9	8,7	1,1	16	0,87
10	8,8	1,2	18	0,88
11	8,9	0,8	17	0,89
12	11,1	0,9	19	1,15
13	11,2	1,0	8	1,2
14	11,3	1,1	10	1,3
15	9,0	0,8	15	0,9
16	9,1	0,9	16	0,95
17	9,2	1,0	18	0,92
18	9,3	1,1	17	0,93
19	9,4	1,2	19	0,94
20	9,5	0,8	8	0,91

Продолжение таблицы 4.2

1	2	3	4	5
21	9,6	0,9	10	0,96
22	9,7	1,0	10	0,97
23	9,8	1,1	12	0,98
24	9,9	1,2	14	0,99
25	10,0	0,8	11	1,05
26	10,1	0,9	9	1,0
27	10,2	1,0	20	1,25
28	10,3	1,1	13	1,35
29	9,3	0,9	7	1,0
30	11,0	1,1	11	1,2

Список использованных источников

1 Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи : учебное пособие / Г. И. Атабеков. – 6-е изд., стер. – СПб. : Издательство «Лань», 2008. – 592 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-0800-9.

2 Башарин, С. А. Теоретические основы электротехники : Теория электрических цепей и электромагнитного поля : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / С. А. Башарин, В. В. Федоров. – 2-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2007. – 304 с. – ISBN-978-5-7695-4394-4.

3 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для бакалавров / Л. А. Бессонов. – 11-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2012. – 701 с. – Серия : Бакалавр. – ISBN 978-5-9916-1449-8.

4 Касаткин, А. С. Электротехника: учебник для студ. неэлектротехн. спец. вузов / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – 11-е изд., стер. – М. : Академия, 2008. – 544 с. : ил. – (Высшее профессиональное образование). – ISBN 978-5-7695-4348-7.

5 Сильвашко, С. А. Основы электротехники [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. А. Сильвашко. – Оренбург : ГОУ ОГУ, 2009. – 209 с.