

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Оренбургский государственный университет"
Университетская физико-математическая школа

А.А. Чакак, Н.А. Манаков

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие для поступающих в ВУЗ

Рекомендовано к изданию Ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Оренбургский государственный университет" в качестве учебно-методического пособия для поступающих в ВУЗ

Оренбург
2012

УДК 53 (075.4)
ББК 22.3я 73
Ч 16

Рецензент – доктор физико-математических наук, профессор
В.Л. Бердинский

Ч 16 **Чакак, А.А.**
Физика. Учебно-методическое пособие для поступающих в ВУЗ /
А.А. Чакак, Н.А. Манаков; Оренбургский гос. ун-т – Оренбург:
ОГУ, 2012. - 192 с.

Учебно-методическое пособие по физике предназначено для учащихся 9-11 классов Университетской физико-математической школы. Программа по физике для каждого класса состоит из 6 контрольных заданий, посвящённых отдельным темам школьного курса физики. Каждое задание состоит из 25 задач, входящих в несколько разделов. Каждый раздел содержит задачи, близкие по своей тематике, но имеющие различный уровень сложности. В пособие включены: рекомендации по выполнению экзаменационных заданий; справочные материалы по физике и математике. Пособие может оказаться полезным для учителей и учащихся профильных классов, как в текущей работе, так и при подготовке к ЕГЭ.

Рекомендуется как учебное пособие для подготовительных отделений и курсов, а также для самостоятельной подготовки к вступительным экзаменам. Может быть использовано на занятиях в школе и в физических кружках. Пособие может оказаться полезным для студентов вузов при самостоятельной подготовке к практическим занятиям.

УДК 53 (075.4)
ББК 22.3я 73

© Чакак А.А.
Манаков Н.А., 2012
© ОГУ, 2012

Содержание

Введение	5
1 Рекомендации по выполнению заданий	8
2 Задания для 9 класса	10
2.1 Задание 1. Кинематика I. Движение с постоянной скоростью	10
2.2 Задание 2. Кинематика II. Ускоренное прямолинейное движение . .	14
2.3 Задание 3. Кинематика III. Криволинейное движение	18
2.4 Задание 4. Динамика I. Силы в механике	22
2.5 Задание 5. Динамика II. Движение тел под действием сил. Статика	28
2.6 Задание 6. Динамика III. Законы сохранения. Работа	33
3 Задания для 10 класса	38
3.1 Задание 1	38
3.2 Задание 2	43
3.3 Задание 3	49
3.4 Задание 4	55
3.5 Задание 5	60
3.6 Задание 6	66
4 Задания для 11 класса	72
4.1 Задание 1. Кинематика	72
4.2 Задание 2. Динамика	77
4.3 Задание 3. Статика. Гидростатика. Молекулярная физика и термо- динамика	82
4.4 Задание 4. Электростатика. Постоянный электрический ток	88
4.5 Задание 5. Магнетизм. Колебания. Волны	93
4.6 Задание 6. Оптика. Современная физика	98
5 Литература, рекомендуемая для изучения физики	103
Приложение А Основные физические константы	105

Приложение Б Соотношения между единицами некоторых физических величин	106
Приложение В Некоторые сведения из математики	107
Приложение Г Основные формулы по физике	123
Приложение Д Таблицы физических величин.	178

Введение

Уважаемые учащиеся УФМШ ОГУ!

Вам предстоит выполнить контрольные задания по физике, и мы надеемся, что Вы успешно справитесь с этой нелёгкой задачей. Перед началом работы Вам следует внимательно изучить изложенные ниже правила и руководствоваться ими при выполнении заданий.

Программа по физике для каждого класса состоит из 6 заданий, посвящённых отдельным темам школьного курса физики. Каждое контрольное задание состоит из 25 задач, входящих в несколько разделов. Каждый раздел содержит задачи, близкие по своей тематике, но имеющие различный уровень сложности, который указан в скобках после номера задачи.

П р и м е р. Номер 2.11(3) задания для 9 класса имеет 11-я задача 2-го задания, 3-го уровня сложности.

Первый уровень сложности имеют наиболее простые задачи. С усложнением номер уровня повышается, но даже для задач максимального 5-го уровня сложности решение не требует знаний, выходящих за рамки школьного курса физики.

При выполнении задания Вы должны самостоятельно выбрать **ровно 10 задач**, решения которых Вам необходимо сдать преподавателю.

Правила отбора задач проще всего понять на конкретном примере.

П р и м е р. Задание 1 для 9 класса.

Задание содержит 5 разделов:

Раздел А (1) – 4 задачи

Раздел В (2) – 5 задач

Раздел С (1) – 4 задачи

Раздел D (1) – 4 задачи

Раздел Е (2) – 8 задач

Цифра в скобках указывает на количество задач, которые Вы **обязательно** должны решить в этом разделе.

Номера нескольких задач подчеркнуты:

1.2 (2) – раздел А

1.5 (2) – раздел В

1.10 (1) – раздел С

1.14 (2) – раздел D

1.20 (2) – раздел Е

Эти задачи **желательно** решить. Если не удастся решить эти задачи, замените их другими задачами Задания.

Таким образом, учащимся 9 класса предлагается решить:

Из Раздела А задачу 1.2;

Из Раздела В задачу 1.5 и одну задачу по Вашему выбору;

Из Раздела С задачу 1.10;

Из Раздела D задачу 1.14;

Из Раздела Е задачу 1.20 и одну задачу по Вашему выбору.

Итак, Вы уже имеете список из 7 задач, оставшиеся 3 вакансии Вы можете заполнить задачами из любых разделов по своему желанию.

При выборе задач для решения мы советуем руководствоваться Вашим уровнем подготовки и целями, которые Вы ставите перед собой: научиться решать задачи, подготовиться к выпускным экзаменам в школе и к ЕГЭ, к вступительным экзаменам в вуз и т.п. Одним из условий успешного образования является непрерывное, но постепенное овладение новыми знаниями и методами решения задач. Поэтому не стоит выбирать для решения задачи, которые кажутся Вам либо очень лёгкими, либо очень сложными. По мере углубления Вашего понимания физики старайтесь увеличивать уровень сложности задач.

В н и м а н и е! *Оценка Вашей работы не зависит от уровня сложности задач.*

Обязательные требования:

1. Число решённых задач в задании не должно быть **меньше 10**. В противном случае преподавателю будет трудно оценить Вашу работу, и в любом слу-

чае оценка будет снижена. Не бойтесь представлять решения, в которых Вы не уверены. Один из наилучших методов обучения – анализ собственных ошибок.

2. Число представляемых на проверку задач в задании не должно быть **больше 10**. В Вашей работе будут проверены и оценены **только 10 задач**, которые в этом случае преподаватель выберет сам.

3. При оформлении решений не забывайте:

- нумеровать задачи и страницы листов с решениями;
- записывать полный ответ;
- условия задач приводить в краткой общепринятой форме;
- подробно пояснять введенные Вами обозначения физических величин в тексте решения и на рисунках.

Будем благодарны читателям за любые отзывы и замечания.

Желаем успехов!

1 Рекомендации по выполнению заданий

Методы и приемы решения задач весьма разнообразны, однако при решении задач целесообразно руководствоваться следующими основными правилами:

- разобраться в условии задачи;
- если позволяет характер задачи, обязательно сделать схематический рисунок и/или график(и), поясняющие сущность задачи;
- представить физическое явление или процесс, о котором говорится в условии. Выяснить, какие теоретические положения связаны с рассматриваемой задачей в целом и с ее отдельными элементами; какие физические законы и их следствия можно применять для решения; какие физические модели и идеализации использованы в условии, а какие могут быть применены при решении;
- отобрать законы, их следствия, соотношения, с помощью которых можно описать физическую ситуацию задачи. Выявить причинно-следственные связи между заданными и неизвестными величинами, установить математическую связь между ними;
- на основании отобранных законов и их следствий записать уравнение (систему уравнений), выражающее условие задачи. Векторные уравнения записать в проекциях на оси координат;
- преобразовать (решить) составленные уравнения так, чтобы искомая величина была выражена через заданные и табличные данные в аналитическом виде, т.е. получить расчетную формулу в общем виде (в буквенных обозначениях). Проводить промежуточные численные расчеты нецелесообразно. Эти расчеты, как правило, являются излишними, так как часто окончательное выражение для искомой физической величины имеет простой вид. Следует также иметь в виду, что при промежуточных расчетах увеличивается вероятность допустить ошибку;

– получив ответ в аналитическом виде, проверить полученное решение с помощью анализа размерностей. Неверная размерность однозначно указывает на допущенную при решении ошибку;

– подставить числовые значения в определенной системе единиц (предпочтительнее использовать Международную систему единиц - СИ) и провести вычисления. Получив численное значение искомой величины, обязательно указывайте ее размерность;

– оценить правдоподобность ответа, продумать, разумным ли получилось численное значение искомой величины (так, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме, дальность полета камня, брошенного человеком, не может быть порядка 1 км и т.д.).

В любом деле самое трудное – начало. Многие неудачи объясняются тем, что начинают решать наугад, на "авось". Следует потратить несколько минут на тщательный анализ особенностей условия задачи и ее цели. Это поможет выбрать правильное направление поиска решения. Приняв же бездумно шаблонный путь, можно рисковать увеличить объем ненужной работы и шансы появления ошибок.

Хороший чертёж часто помогает в формировании идеи решения. Чертёж должен быть достаточно крупным, чтобы не было риска запутаться в наложении линий. При этом нужно избегать частных случаев вместо общих, например, изображать прямоугольный или равнобедренный треугольник вместо произвольного и т.п., так как они могут направить мысль по ошибочному пути.

Изучив условие, не следует заострять внимание на искомой величине и пытаться сразу ее найти. Только план решения позволяет записать условие с помощью уравнений и свести, таким образом, задачу от физической к математической.

2 Задания для 9 класса

2.1 Задание 1. Кинематика I. Движение с постоянной скоростью

Раздел А (1). Векторы

1.1(1). Тело переместилось из точки с координатами $x_1 = 100$ см, $y_1 = 51$ см в точку с координатами $x_2 = 98$ см, $y_2 = 49$ см. Определите величину вектора перемещения и угол, который составляет этот вектор с осью Ox .

1.2(2). Радиус-векторы $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ составляют с осью Ox соответственно углы

$\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 135^\circ$ (рисунок 1.1).

Величина первого вектора равна

$|\mathbf{r}_1| = 2$ м, второго – $|\mathbf{r}_2| = 1$ м.

Определите проекции на оси Ox и

Oy вектора суммы $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2$.

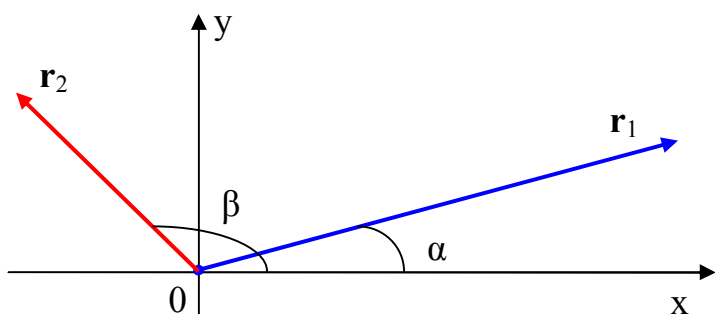


Рисунок 1.1

1.3(3). Вектор скорости $\mathbf{v}$

имеет следующие проекции на координатные оси $|v_x| = 3$ м/с и $|v_y| = -4$ м/с.

Величина вектора $\mathbf{v}_1$ в $n = 2$ раза больше величины $\mathbf{v}$. Определите проекции

вектора $\mathbf{v}_1$ на координатные оси для случая, когда величина вектора разности

$\mathbf{u} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}$ принимает минимально возможное значение.

1.4(2). Лодка движется под углом $\alpha = 60^\circ$ к берегу со скоростью $v_1 = 2,0$ м/с. Скорость течения реки $v_2 = 0,5$ м/с. Определите скорость движения лодки относительно воды.

Раздел В (2). Равномерное прямолинейное движение

1.5(2). Материальная точка движется равномерно и прямолинейно параллельно относительно оси Ox . Направления скорости и оси Ox противоположны.

Величина скорости равна $v = 2$ м/с. В момент времени $t = 1$ с проекция радиус-вектора на ось Oy равна 2 м, в момент времени $t = 2$ с проекция радиус-вектора

на ось Ox равна 1 м. Составьте уравнения движения для проекций на оси Ox и Oy .

1.6(2). Два велосипедиста едут навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 18$ км/ч и $v_2 = 27$ км/ч. В начальный момент времени расстояние между велосипедистами $L = 500$ м. Выберем ось Ox так, чтобы ее направление совпадало с направлением вектора v_1 , а начало отсчета совпадало с положением второго велосипедиста при $t = 0$. Составьте уравнение движения велосипедистов.

1.7(1). Поезд длиной $L=180$ м движется по мосту с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч. Определите время движения поезда по мосту, если длина моста $S = 450$ м.

1.8(3). Человек, идущий с постоянной по величине и направлению скоростью $v = 4$ км/ч, проходит под фонарем, висящим на высоте $H = 5$ м над дорогой. Определите скорость перемещения по дороге края тени от головы человека, если его рост $h = 1,8$ м.

1.9(4). Регулярно в определённое время за инженером приезжает заводская машина, которая доставляет его на место работы. Однажды инженер вышел из дома на 1 час раньше обычного и, не дожидаясь машины, пошёл на работу пешком. По дороге он встретил автомашину и приехал на завод на 10 мин раньше обычного. Сколько времени шел инженер пешком до встречи с автомашиной? Решить задачу графически, предполагая, что дом инженера и завод находятся на прямолинейном участке шоссе.

Раздел С (1). Путь и перемещение

1.10(1). Мяч упал с высоты $H = 2$ м, отскочил от пола и был пойман на высоте $h = 1$ м. Определите отношение пути мяча к величине его перемещения.

1.11(3). Два автомобиля выехали одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу с различными скоростями. Через время $t = 1$ ч они встретились и, не останавливаясь, продолжили движение. Прибыв соответственно в пункты В

и А автомобили сразу же повернули назад. Определите, через какое время после начала движения автомобили встретились вновь.

1.12(3). Грибник ходит по лесу, придерживаясь следующего плана. Первую четверть каждого часа он идет строго на север, вторую – на восток, третью – на юг и, наконец, четвертую – на запад. В начальный момент времени скорость грибника $v_0 = 4$ км/ч. Через каждые полчаса скорость уменьшается на $\Delta v = 0,2$ км/ч, но в остальное время величина скорости остается постоянной. Определите путь грибника и величину вектора перемещения через $t=3$ ч после начала движения.

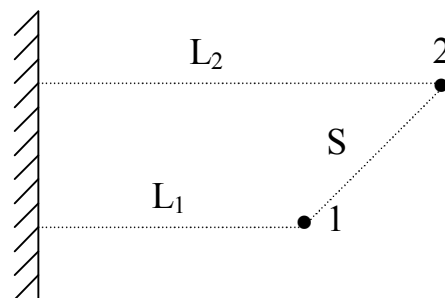


Рисунок 1.2

1.13(4). Около вертикальной стены стоят два мальчика на расстояниях L_1 и L_2 от нее и на расстоянии S друг от друга (рисунок 1.2). Один из мальчиков громко произносит слово. Определите время, за которое он должен произнести это слово, чтобы второй мальчик услышал его конец, совпадающий с началом эха. Скорость звука в воздухе равна v .

Раздел D (1). Средняя скорость

1.14(2). Автомобиль выехал из города А в город В, расстояние между которыми $S = 100$ км. Автомобиль начал движение со скоростью $v_1 = 80$ км/ч, однако на середине пути заглох мотор. Ремонт занял время $t = 15$ мин, после чего автомобиль продолжил движение со скоростью $v_2 = 100$ км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля на всём пути.

1.15(1). Поезд проехал первую половину пути со скоростью $v = 80$ км/ч, а вторую – в $n = 2$ раза медленнее. Определите среднюю скорость поезда на всём участке.

1.16(2). Поезд первую половину пути шел со скоростью в $n = 2$ раза большей, чем вторую половину. Средняя скорость движения на всем пути равна v . Определите скорости поезда на каждой половине пути.

1.17(2). Первую треть пути поезд прошел со скоростью 60 км/час. Средняя скорость на всем пути оказалась равной 40 км/час. С какой скоростью поезд прошёл оставшуюся часть пути?

Раздел Е (2). Относительное движение

1.18(1). У окна поезда, идущего со скоростью $v = 90$ км/ч, сидит пассажир. В течение времени $t = 10$ с он видит встречный поезд, длина которого $L = 500$ м. Определите скорость встречного поезда.

1.19(2). При горизонтальном ветре, имеющем скорость $v_1 = 10$ м/с, капли дождя падают под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. Определите величину горизонтальной скорости v_2 ветра, при которой капли будут падать под углом $\beta = 45^\circ$ к вертикали.

1.20(3). Посёлки А и В расположены на одном берегу по течению реки. Катер затрачивает на путь из А в В время $t_1 = 1$ ч, а плот – $t = 5$ ч. Определите время t_2 , которое затратит катер на обратный путь из посёлка В в посёлок А.

1.21(3). Пловец переплывает реку шириной $L = 50$ м по прямой, перпендикулярной берегу, за время $t = 2$ мин. Определите скорость течения реки, если величина скорости пловца относительно воды в $n = 2$ раза больше скорости течения.

1.22(2). Два катера с различными скоростями ($v_1 > v_2$) плыли по течению реки. Когда они поравнялись, с одного из них бросили в воду спасательный круг. Через некоторое время после этого оба катера одновременно повернули обратно. Определите, какой из катеров встретит круг раньше. Величины скоростей катеров относительно воды оставались постоянными всё время движения.

1.23(3). Спортсмены бегут друг за другом с одинаковой скоростью $v = 15$ км/ч. Длина колонны $L = 15$ м. Навстречу спортсменам бежит тренер со скоростью $u = 12$ км/ч. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, поворачивает и бежит назад с той же скоростью v . Определите длину колонны после разворота всех бегунов.

1.24(3). Две пересекающиеся под прямым углом прямые движутся поступательно со скоростями $v_1 = 3$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Скорости направлены по нормали (перпендикулярам) к соответствующим прямым. Определите скорость точки пересечения этих прямых.

1.25(4). Приборы, установленные на берегу, показывают, что ветер дует с юго-запада, а величина скорости ветра $v = 5$ м/с. Что покажут аналогичные приборы, установленные на корабле, плывущем на запад со скоростью $u = 36$ км/час?

2.2 Задание 2. Кинематика II. Ускоренное прямолинейное движение

Раздел А (2). Уравнение движения с постоянным ускорением

2.1(2). Зависимость скорости материальной точки от времени описывается формулой:

$$v_x = 5 - 2t; \quad v_x \text{ выражено в м/с; } t - \text{ в секундах.}$$

Найдите уравнение движения материальной точки, если в начальный момент времени ($t = 0$) она имела координату $x_0 = 2$ м.

2.2(2). Движение двух материальных точек вдоль оси Ox описывается следующими уравнениями:

$$x_1 = 4 - 3t + 2t^2, \quad x_2 = 2 + 5t - t^2; \quad \text{где } x \text{ выражено в метрах; } t - \text{ в секундах.}$$

Определите скорость ($v_{2x} - v_{1x}$) и ускорение ($a_{2x} - a_{1x}$) относительного движения.

2.3(1). Два велосипедиста движутся навстречу друг другу. Величина скорости первого велосипедиста увеличивается, а второго – уменьшается. Различаются ли направления ускорений велосипедистов относительно дороги?

2.4(3). Ленту фильма пустили в обратном направлении – с конца к началу. Определите, как изменятся на экране скорости и ускорения движущихся объектов.

2.5(4). Два тела начинают одновременно двигаться по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями, равными $v_{01} = 8$ м/с и $v_{02} = 10$ м/с, и с постоянными ускорениями $a_1 = 1$ м/с² и $a_2 = 0,5$ м/с² и направленными противоположно соответствующим начальным скоростям. Определите, при каком максимальном начальном расстоянии между телами они встретятся в процессе движения.

Раздел В (2). Прямолинейное равноускоренное движение

2.6(2). На некотором отрезке пути скорость тела увеличилась с 12 см/с до 13 см/с. Зная, что движение равноускоренное, определите, на сколько возрастет скорость тела после того, как будет пройден следующий участок такой же длины?

2.7(2). Тело начало двигаться равноускоренно из состояния покоя. Пройдя некоторый путь, тело приобрело скорость $v = 10$ м/с. Определите скорость тела, когда оно пройдет вдвое больший путь (с начала движения).

2.8(3). Два спортсмена бегут одинаковое время. Один бежит первую половину времени с ускорением a , вторую – с ускорением вдвое большим – $2a$. Другой спортсмен первую половину времени бежит с ускорением $2a$, вторую – с ускорением a . Определить отношение расстояний, пройденных спортсменами. Кто из них пробежит большее расстояние?

2.9(4). Тело, имея начальную скорость $v_0 = 5$ м/с, прошло за пятую секунду путь $S_1 = 4,5$ м. Определите ускорение a и путь S , пройденный телом за время $\tau = 10$ с.

2.10(3). Когда опоздавший пассажир вбежал на платформу, мимо него за время t_1 прошел предпоследний вагон. Последний вагон прошел мимо пассажира за время t_2 . Определите время, на которое опоздал пассажир к отходу поезда,

если он вбежал на платформу в месте стоянки начала поезда. Поезд движется равноускоренно, длина вагонов одинакова.

2.11(3). Пассажир первого вагона поезда длины L прогуливался по перрону. Когда он был рядом с последним вагоном, поезд начал двигаться с ускорением a . Пассажир сразу же побежал со скоростью v . Через какое время t он догонит свой вагон?

2.12(3). Тело начинает прямолинейно двигаться из состояния покоя с постоянным ускорением. Спустя время t_0 после начала движения направление ускорения меняется на противоположное, оставаясь неизменным по величине. Определите, через какое время после начала движения тело вернется в исходное положение.

Раздел С (1). Прямолинейное движение с ускорением свободного падения

2.13(1). Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности земли, упало через время $t = 5$ с. Определите начальную скорость тела.

2.14(3). Жонглёр бросил вертикально вверх шарик. Когда шарик достиг верхней точки своего пути, был брошен второй шарик с той же начальной скоростью. На какой высоте встретятся шарики, если высота бросания их 4,9 м.

2.15(2). Свободно падая с некоторой высоты, тяжелый шарик на половине пути пробил стеклянную пластинку и потерял половину своей скорости. Во сколько раз уменьшится скорость падения?

2.16(4). С крыши дома высотой $h = 20$ м через одинаковые промежутки времени падают капли воды. Первая капля ударяется о землю в тот момент, когда от края крыши отделяется шестая капля. Определите расстояние между третьей и четвертой каплями в момент удара первой капли о землю. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Раздел D (2). Путь и средняя скорость при равноускоренном движении

2.17(2). Автомобиль начал движение с места, разгоняясь равноускоренно, и через некоторое время достиг скорости $v = 72$ км/ч. После этого мотор был выключен и автомобиль двигался равнозамедленно до полной остановки. Определите среднюю скорость автомобиля на всём пройденном пути.

2.18(3). Автомобиль, двигаясь равноускоренно, прошел два смежных участка пути по 100 м каждый за 5 с и 3,5 с. Определить ускорение и среднюю скорость автомобиля на каждом участке пути и на двух участках вместе.

2.19(3). Кабина лифта поднимается в течение первых 4 с равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина движется в течение 8 с, а последние 3 с она движется равнозамедленно. Определить перемещение кабины лифта. Построить графики скорости, перемещения и ускорения.

2.20(2). С балкона, находящегося на высоте $h = 4$ м над поверхностью земли, бросили вертикально вверх мяч со скоростью $v_0 = 8$ м/с. Определите средние скорости мяча: 1) за время подъёма до наивысшей точки траектории; 2) за время падения из этой точки на землю; 3) в течение всего времени полёта.

2.21(3). Свободно падающее тело в последнюю секунду своего движения проходит $n = 2/3$ часть всего пути. Определите время падения и высоту, с которой тело падало без начальной скорости.

Раздел E (0). Разные задачи

2.22(2). Камень брошен в ущелье без начальной скорости. Определите глубину ущелья, если удар камня о дно был слышен наверху через $t = 12$ с после броска. Скорость звука равна $v = 340$ м/с.

2.23(3). Прямо из-под Ваших ног стартовала летающая тарелка. Оpoznанный летающий объект движется прямолинейно с ускорением $a = 10$ м/с². Определите время, в течение которого обитатели тарелки будут слышать Ваш крик. Скорость звука равна $v = 340$ м/с.

2.24(5). Линейка длиной $L = 30$ см висит на высоте h над горизонтально направленным лучом лазера (рис.2.1). В некоторый момент времени линейку отпускают. Определите величину h , если падающая линейка перекрыла луч лазера в течение промежутка времени $\tau = 0,6$ с.

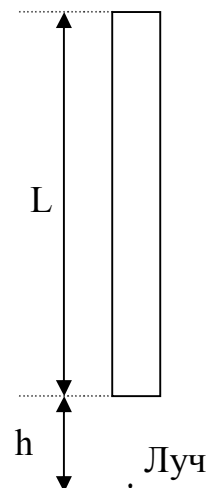


Рисунок 2.1

2.25(1). На корте к звезде тенниса подошёл маленький мальчик и спросил, не может ли тот продемонстрировать удар, после которого мяч, пролетев некоторое расстояние, остановится и начнёт двигаться в обратном направлении, при этом мяч не должен стукнуться о какое-либо препятствие. Несмотря на всё свое умение, теннисист был вынужден признать свое поражение, после чего мальчик показал, как решается задача. Попробуйте повторить этот ответ.

2.3 Задание 3. Кинематика III. Криволинейное движение

Раздел А (3). Криволинейное движение с ускорением свободного падения

3.1(2). С башни высотой $h = 10$ м бросают горизонтально мяч со скоростью $v = 10$ м/с. Определите величину вектора перемещения мяча в момент падения на землю.

3.2(1). Тело брошено под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. На какой высоте вертикальная проекция скорости равна горизонтальной?

3.3(2). Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту со скоростью $v = 14,1$ м/с. Определите угол, который образует вектор скорости с горизонтом, через время $t = 1,58$ с после начала движения. Значение ускорения свободного падения равно $g = 10$ м/с².

3.4(3). Тело, брошенное с поверхности Земли под углом $\alpha = 45^\circ$, побывало на высоте $h = 10$ м дважды с промежутком времени $\tau = 2$ с. Определите величину начальной скорости тела.

3.5(4). Из миномета ведут обстрел объекта, расположенного на склоне горы. На каком расстоянии L будут падать мины, если начальная скорость их v_0 , угол наклона горы α , угол стрельбы β по отношению к горизонту?

3.6(3). Футболист бьёт по мячу, лежащему на поле, на расстоянии $L = 11$ м от ворот. Начальная скорость мяча направлена под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Определите величину начальной скорости мяча, при которой он попадёт в перекладину ворот, расположенную на высоте $h = 2,7$ м. Линейными размерами мяча и перекладины можно пренебречь.

3.7(4). С вершины наклонной плоскости бросают горизонтально некоторое тело со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите расстояние между точкой бросания и местом падения тела на плоскость, если она составляет с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$.

Раздел В (1). Совместное движение тел

3.8(2). С вершины башни бросают одновременно два тела: первое – вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с, второе – горизонтально со скоростью $u_0 = 7,5$ м/с. Определите расстояние между телами через время $\tau = 1,2$ с после броска.

3.9(2). Тело, падающее с вершины башни, пролетело расстояние $h = 4$ м, когда второе тело начало падать из точки, расположенной на расстоянии $L = 12$ м ниже вершины башни. Определите высоту башни, если известно, что оба тела достигают поверхности земли одновременно.

3.10(4). С вершины башни высотой $h = 24$ м брошено горизонтально тело со скоростью $v_0 = 12$ м/с. Одновременно второе тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $u_0 = 10$ м/с. Определите при каком рас-

стоянии на поверхности Земли между местом броска второго тела и основанием башни, тела могут столкнуться.

3.11(4). Утка летела параллельно поверхности земли с постоянной скоростью u .

В нее бросил камень неопытный охотник, причем бросок был сделан без упреждения, т.е. в момент броска скорость камня v была

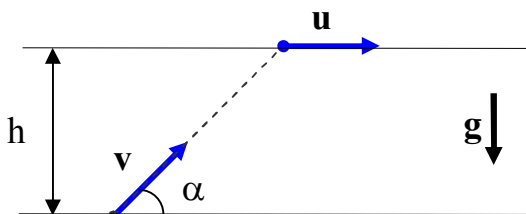


Рисунок 3.1

направлена как раз на утку под углом α к горизонту (рисунок 3.1). На какой высоте h летела утка, если камень всё же попал в нее? Сопротивлением воздуха, размерами утки и ростом охотника пренебречь. Траектории утки и камня лежат в одной плоскости.

Раздел С (3). Равномерное движение по окружности

3.12(1). Стержень длиной $L = 0,8$ м вращается с угловой скоростью $\omega = 8$ рад/с вокруг оси, проходящей через стержень и перпендикулярной к нему. Один из концов стержня движется с линейной скоростью $v = 2$ м/с. Определите линейную скорость другого конца стержня.

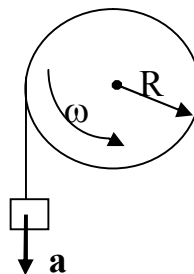


Рисунок 3.2

3.13(2). Материальная точка равномерно вращается по окружности со скоростью $v = 20$ м/с. Определите величину изменения скорости материальной точки за три четверти периода вращения.

3.14(3). Горизонтально закрепленный цилиндр, радиус которого $R = 0,25$ м, приводится во вращение грузом, подвешенным на нерастяжимой нити, постепенно сматывающейся с цилиндра (рисунок 3.2). В начальный момент времени груз был неподвижен, а затем стал опускаться с ускорением $a = 2$ м/с². Определите угловую скорость цилиндра в момент времени, когда груз пройдет путь $S = 1,2$ м. Проскальзывание нити относительно поверхности цилиндра отсутствует.

3.15(3). Катушка с намотанной на нее нерастяжимой нитью может катиться по горизонтальной поверхности без скольжения (рисунок 3.3). Нить начали тянуть в горизонтальном направлении со скоростью v . Определите скорость, с которой будет перемещаться ось катушки (точка 0). Внешний радиус катушки – R , внутренний – r . Толщиной нити можно пренебречь.

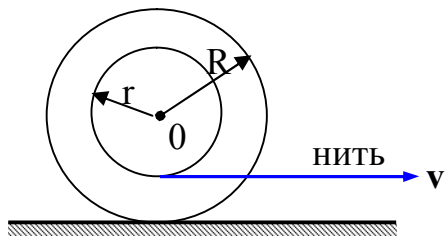


Рисунок 3.3

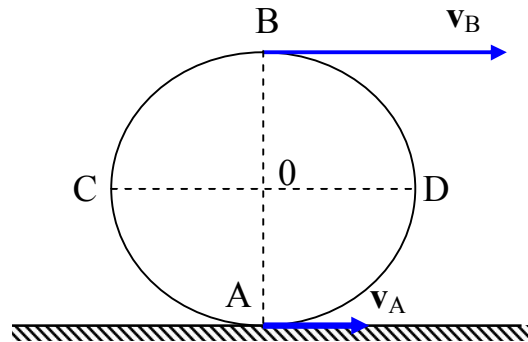


Рисунок 3.4

3.16(4). Плоский диск движется по горизонтальной поверхности (рисунок 3.4). Скорости верхней (B) и нижней (A) точек диска равны, соответственно, v_B и v_A . Определите величины скоростей точек C и D, лежащих на диаметре CD, перпендикулярном диаметру BA.

3.17(2). Диаметр задних колес старинного автомобиля в $n = 1,5$ раза больше диаметра передних. Определите отношение угловых скоростей вращения колес при равномерном движении автомобиля.

3.18(3). Часы отстают в течение суток на 5 минут. Определите отношение линейных скоростей концов стрелок, если длина минутной стрелки (от оси вращения) в $n = 2$ раза больше длины часовой стрелки.

Раздел D (2). Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения

3.19(2). Материальная точка равномерно вращается по окружности. Период вращения равен $T = 4$ с. Определите значение отношения величин двух векторов $\frac{|\mathbf{a}_{12}|}{|\mathbf{a}_1|}$, где $\mathbf{a}_{12} = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2$; $\mathbf{a}_1$ – ускорение точки при $t_1 = 0$ с; $\mathbf{a}_2$ – ускорение точки при $t_2 = 5$ с.

3.20(2). Две материальные точки равномерно движутся по окружностям, отношение радиусов которых равно $n = 3$. Определите отношение периодов обращения этих точек, если их ускорения равны по величине.

3.21(3). Автомобиль движется со скоростью $v = 108$ км/ч. Определите нормальное (центростремительное) ускорение верхних точек колес, если их диаметр $d = 0,8$ м. Скольжения автомобиля по дороге не происходит.

3.22(3). Поезд движется по закругленному участку пути со скоростью $v = 108$ км/ч. Путь представляет собой дугу окружности радиусом $R = 0,2$ км. У пассажира, находящегося в одном из вагонов, выпал из рук бутерброд. Определите ускорение бутерброда относительно вагона. Сопротивлением воздуха и отчаянием пассажира пренебречь.

3.23(4). Автомобиль, двигаясь со скоростью $v_0 = 100$ км/ч, выехал на участок трассы, представляющий собой окружность радиуса $R = 1$ км. На этом участке скорость автомобиля равномерно уменьшалась до тех пор, пока он не остановился. Определите величину ускорения автомобиля на середине пути по окружности, если он сделал ровно один оборот по трассе.

3.24(2). В некоторый момент времени скорость тела, брошенного под некоторым углом к горизонту, образует угол $\alpha = -60^\circ$ с горизонтом. Определите величины тангенциального и нормального ускорения в этот момент.

3.25(3). Тело брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите радиус кривизны траектории в наивысшей точке подъема.

2.4 Задание 4. Динамика I. Силы в механике

Раздел А (2). Векторная природа сил

4.1(1). На тело массой $m = 0,4$ кг действуют только две силы, равные соответственно $F_1 = 3$ Н и $F_2 = 4$ Н. Силы направлены под углом $\alpha = 90^\circ$ друг к другу. Определите величину ускорения тела.

4.2(3). Определите, может ли равнодействующая трех равных по величине сил, приложенных в одной точке, быть равной нулю. Если это, возможно, приведите пример.

4.3(2). Величины трех сил, приложенных к одной точке и лежащих в одной плоскости, равны соответственно $F_1 = 2 \text{ Н}$, $F_2 = 3 \text{ Н}$, $F_3 = 7 \text{ Н}$. Определите минимальное значение, которое может принимать равнодействующая этих трех сил. Как в этом случае направлены векторы F_1 , F_2 , F_3 относительно друг друга?

4.4(3). Тело массой $m = 5 \text{ кг}$ привязано за веревку к гвоздю, вбитому в стену (рисунок 4.1,а). К середине веревки приложили горизонтально направленную силу F , что привело к отклонению тела от стенки (рисунок 4.1,б). Определите вели-

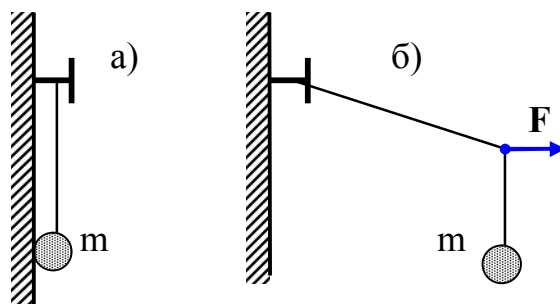


Рисунок 4.1

чину силы, при которой натяжение нижней половины веревки вдвое меньше натяжения верхней. Массой и растяжением веревки можно пренебречь.

Раздел В (2). Силы упругости

4.5(1). Груз массой $m = 800 \text{ кг}$ поднимают вертикально с помощью троса, прочность которого на разрыв равна $T = 20 \text{ кН}$. Определите максимальное ускорение, с которым можно поднимать этот груз.

4.6(2). Для подъема груза массой $m = 10 \text{ кг}$ используются неподвижный блок и нерастяжимый трос (рисунок 4.2). Потянув за трос с некоторой силой можно поднять груз на высоту $H_1 = 3 \text{ м}$ за время $t = 5 \text{ с}$. На какую величину ΔF необходимо увеличить приложенную силу, чтобы за то же время поднять груз на высоту $H_2 = 5 \text{ м}$? Массами блока и троса можно пренебречь.

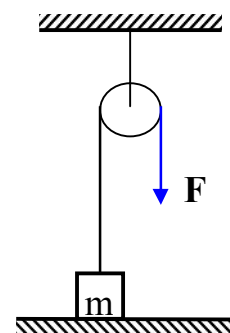


Рисунок 4.2

4.7(3). К одному концу верёвки, перекинутой через неподвижный блок, подвешен груз массой $m = 2 \text{ кг}$. К другому концу в одном случае приложена

направленная вниз сила $F = 25 \text{ Н}$, а в другом – подвешен второй груз. Определите массу второго груза, при которой ускорение первого груза будет в обоих случаях одинаковым. Массой и растяжением веревки можно пренебречь.

4.8(3). Вертикально расположенная пружина соединяет два тела. Масса верхнего тела $m_1 = 1 \text{ кг}$, нижнего – $m_2 = 2 \text{ кг}$. Когда система подвешена за верхнее тело, длина пружины равна $L_1 = 10 \text{ см}$. Если систему поставить на горизонтальную поверхность, длина пружины равна $L_2 = 5 \text{ см}$. Определите длину недеформированной пружины.

4.9(3). Из $n = 5$ проволок одинаковой длины $L = 3,5 \text{ м}$ и жёсткостью $k = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ сплели канат. От каната отрезали кусок $\ell = 0,5 \text{ м}$. Определите жёсткость оставшейся части каната. Предположите, что свойства отдельных проволок при сплетении не изменились.

4.10(3). К тяжёлому канату длиной L , лежащему на горизонтальной плоскости, приложили силу F , направленную вдоль каната (рисунок 4.3). Определите натяжение каната на расстоянии x от того конца, к которому приложена сила. Трение между канатом и плоскостью отсутствует.

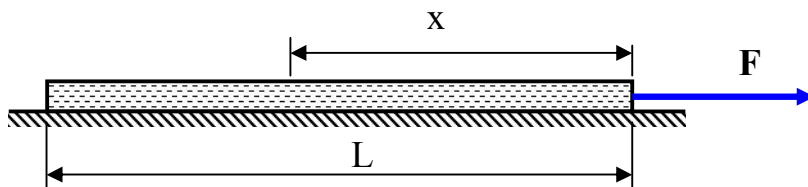


Рисунок 4.3

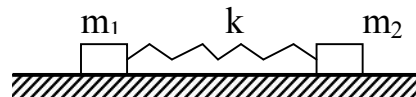


Рисунок 4.4

4.11.(3). На горизонтальной поверхности лежат два тела массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 3 \text{ кг}$, прикрепленные к концам пружины (рисунок 4.4). Коэффициент жёсткости пружины $k = 75 \text{ Н/м}$. В недеформированном состоянии длина пружины равна $L = 0,3 \text{ м}$. Определите максимальное расстояние между телами, при котором они будут оставаться в покое. Коэффициент трения между телами и поверхностью равен $\mu = 0,2$. Размерами тел по сравнению с длиной пружины можно пренебречь.

Раздел С (2). Силы трения

4.12(3). Ледяная горка представляет собой наклонную плоскость с углом α . Средняя треть длины горки посыпана песком. С вершины без начальной скорости съезжают санки. При движении санок по чистому льду трение отсутствует. Определите, при каких значениях коэффициента трения между средней частью горки и санками они смогут доехать до подножия горки.

4.13(2). Тело массы $m = 2$ кг движется по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 6$ Н. Если эта сила приложена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, то тело движется равномерно. Определите ускорение, с которым будет двигаться тело, если сила будет приложена под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту.

4.14(2). Ленточный подъемник образует угол α с горизонтом. Определите максимальное ускорение, с которым подъемник может поднимать ящик, если коэффициент трения между ящиком и поверхностью ленты равен μ . Предположите, что лента под тяжестью ящика не прогибается.

4.15(3). Доска массой M лежит на горизонтальной плоскости (рисунок 4.5). На доске находится брусок массой m . Коэффициент трения между доской и плоскостью равен μ_1 , между доской и бруском μ_2 . Определите, при какой минимальной величине силы F , приложенной к доске в горизонтальном направлении, брусок начинает скользить по доске.



Рисунок 4.5

4.16(4). На плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ находится доска массой $M = 1,2$ кг и длиной $L = 1,5$ м. На верхнем конце доски находится кубик массой $m = 0,6$ кг (рисунок 4.6). В начальный момент времени доска и кубик удерживаются в состоянии покоя. Определите время соскальзывания кубика с доски после того, как оба тела опускают. Коэффициент трения доски о плоскость $\mu = 0,7$. Трение между кубиком и доской отсутствует. Размерами кубика по сравнению с длиной доски можно пренебречь.

4.17(5). Небольшое тело, обладающее скоростью $v_0=1$ м/с, попадает на движущуюся шероховатую ленту транспортера, скорость которой $v=1,5$ м/с. Оба вектора скорости лежат в горизонтальной плоскости и взаимно перпендикулярны (рисунок 4.7). Тело останавливается на ленте транспортера на расстоянии $d=L/4$ от ближайшего края. Определите, при какой величине скорости транспортера тело остановится точно посередине ленты.

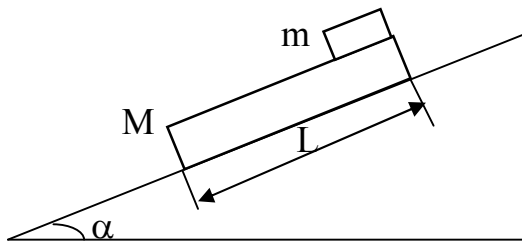


Рисунок 4.6

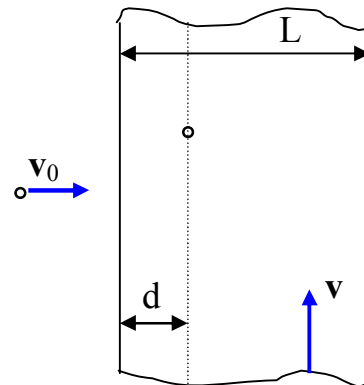


Рисунок 4.7

Раздел D (1). Гравитационные силы

4.18(1). Может ли спутник двигаться по орбите, плоскость которой не проходит через центр Земли? Влияние на движение спутника других космических объектов (Солнце, Луна и т.д.) пренебрежимо мало. Ответ обоснуйте, используя закон Всемирного тяготения.

4.19(2). Определите первую космическую скорость для планеты, масса которой в $k = 2$ раза больше массы Земли. Радиус планеты в $n = 1,5$ раза больше земного. Первая космическая скорость для Земли равна $v = 7,91$ км/с.

4.20(3). Определите период обращения искусственного спутника Земли по круговой орбите, если он удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу ($R_3 = 6\,370$ км).

4.21(3). Определите минимально возможный период обращения спутника вокруг планеты, плотность которой $\rho = 2,8$ г/см³. Гравитационная постоянная равна $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг².

4.22(3). Определите плотность вещества шарообразной планеты, если тела, находящиеся на ее экваторе, не имеют веса. Сутки на этой планете длятся $T = 1 \text{ ч } 30 \text{ мин}$. Гравитационная постоянная равна $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

Раздел Е (0). Разные задачи

4.23(3). К вертикально расположенной стальной плите прилип магнит. Для равномерного перемещения магнита вверх необходимо приложить силу $F_1 = 2,4 \text{ Н}$, для такого же перемещения вниз – силу $F_2 = 1,2 \text{ Н}$. Если плиту расположить горизонтально и положить сверху тот же магнит, то для равномерного перемещения необходимо приложить силу $F = 2,0 \text{ Н}$. Определите коэффициент трения скольжения магнита о плиту.

4.24(3). Длинный стержень массой M висит на пружине с коэффициентом жесткости k . По стержню скользит вниз шайба массой m (рисунок 4.8). Величина ускорения шайбы равна a . Определите величину растяжения пружины, если ее массой можно пренебречь.

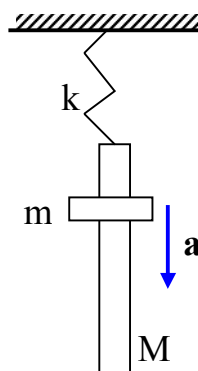


Рисунок 4.8

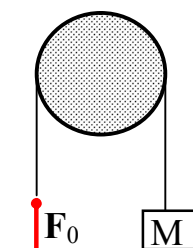


Рисунок 4.9

4.25(5). Через неподвижное горизонтально закрепленное бревно переброшена веревка. Минимальная сила, позволяющая удерживать груз массой $M = 5 \text{ кг}$, подвешенный на этой веревке (рисунок 4.9), равна $F_0 = 40 \text{ Н}$. Определите величину минимальной силы F , с которой необходимо тянуть веревку, чтобы груз начал подниматься. Масса веревки пренебрежимо мала по сравнению с массой груза.

2.5 Задание 5. Динамика II. Движение тел под действием сил. Статика

Раздел А (1). Движение по наклонной плоскости

5.1(1). Определите во сколько раз сила давления тела на горизонтальную плоскость больше силы давления тела на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом.

5.2(2). Двум одинаковым телам сообщают одинаковые начальные скорости, направленные под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Одно тело движется свободно, другое по гладкой наклонной плоскости (трение отсутствует, угол наклона плоскости $\alpha = 45^\circ$). Определите отношение высот максимального подъема этих тел.

5.3(3). Наклонная плоскость составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Некоторое тело, помещенное на плоскость, равномерно скользит вниз. Определите путь, который пройдет это тело до остановки, если ему сообщить начальную скорость $v = 8$ м/с, направленную вверх вдоль плоскости.

5.4(3). Тело начинает двигаться по наклонной плоскости снизу вверх со скоростью $v = 4$ м/с. Поднявшись на некоторую высоту, тело соскальзывает вниз. Определите скорость тела, когда оно вернется в исходную точку. Угол наклона плоскости к горизонтали равен $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,3$.

Раздел В (2). Движение по окружности

5.5(2). Груз, висящий на невесомой нерастяжимой нити длиной $L = 0,5$ м, движется по окружности в горизонтальной плоскости (рисунок 5.1). Шнур образует с вертикалью угол $\alpha = 45^\circ$. Определите период вращения тела.

5.6(4). Тело массой $m = 0,1$ кг вращается в вертикальной плоскости на нити длиной $L = 0,5$ м. Ось вращения расположена над поверхностью земли на высоте $h = 2$ м. При прохождении нижней точки траектории нить обрывается, и тело падает на землю. Расстояние между местом падения и точкой пересечения с поверхностью земли перпендикуляра, опущенного из оси вращения, равно $S = 10$ м. Определите силу натяжения нити при обрыве.

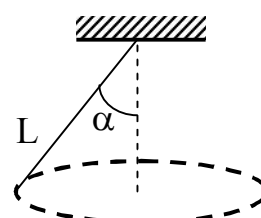


Рисунок 5.1

5.7(4). Тело массой m , прикрепленное к пружине, может без трения скользить по стержню, вращающемуся с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (рисунок 5.2). Угол наклона стержня $\alpha = 45^\circ$. Длина недеформированной пружины – L_0 , жесткость – k . Определите величину удлинения пружины при вращении системы.

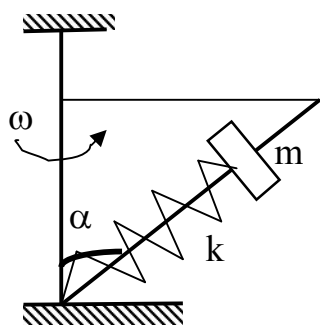


Рисунок 5.2

5.8(3). В цирковом аттракционе мотоциклист едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиуса $R = 13$ м. Определите минимальную скорость, при которой мотоциклист не упадет вниз, если коэффициент трения между колесами мотоцикла и поверхностью цилиндра $\mu = 0,5$. При решении рассматривайте систему "человек + мотоцикл", как материальную точку.

5.9(3). Вы ведете автомобиль, когда внезапно видите впереди на расстоянии L препятствие, которое невозможно объехать. Что в этой ситуации выгоднее: затормозить или повернуть, не меняя величины скорости. Силу трения в обоих случаях считайте одинаковой. При обосновании ответа пренебрегите размерами автомобиля.

Раздел С (2). Движение системы тел

5.10(2). На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела, соединенные невесомой нерастяжимой нитью. Масса левого тела $m = 1$ кг, правого – $M = 2$ кг. К системе прикладывают силу $F = 3$ Н, направленную вдоль

нити. В первом случае сила приложена к правому шару и тянет систему вправо, а во втором – к левому шару и тянет систему влево. Определите силы натяжения нити в обоих случаях.

5.11(2). Два тела массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 2,5$ кг висят на невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Определите величину силы натяжения нити при движении грузов. Трение в блоке отсутствует.

5.12(3). Два груза с массами $m_1 = m_2 = 0,5$ кг связаны между собой невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Грузы лежат на гладких плоскостях, расположенных под углами $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ к горизонту (рисунок 5.3). Определите величины ускорений, с которыми движутся грузы.

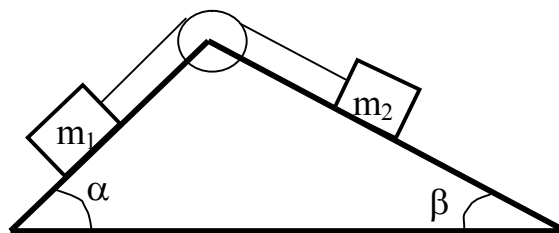


Рисунок 5.3

5.13(4). На горизонтальной поверхности выстроены в ряд слева направо $N = 100$ одинаковых брусков с массами $m = 0,1$ кг, связанные между собой невесомыми нерастяжимыми нитями. К крайнему правому бруску прикладывают силу величиной $F = 200$ Н, направленную направо. Определите возникающую при движении силу натяжения нити между двумя крайними левыми брусками, если коэффициент трения между всеми брусками и поверхностью одинаков.

5.14(5). Стоя на льду и стараясь остаться неподвижным, человек пытается сдвинуть с места тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней $M = 200$ кг, человека $m = 80$ кг. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0,15$, человека – $\mu_2 = 0,3$. Определите минимальный угол наклона веревки к горизонту, при котором человек сможет решить свою задачу.

Раздел D (1). Разные задачи

5.15(2). Лифт разгоняется с постоянным ускорением до скорости $v = 10$ м/с в течение $t = 10$ с. Столько же времени занимает и остановка лифта. Определите отношение весов человека в поднимающемся лифте в начале и конце движения.

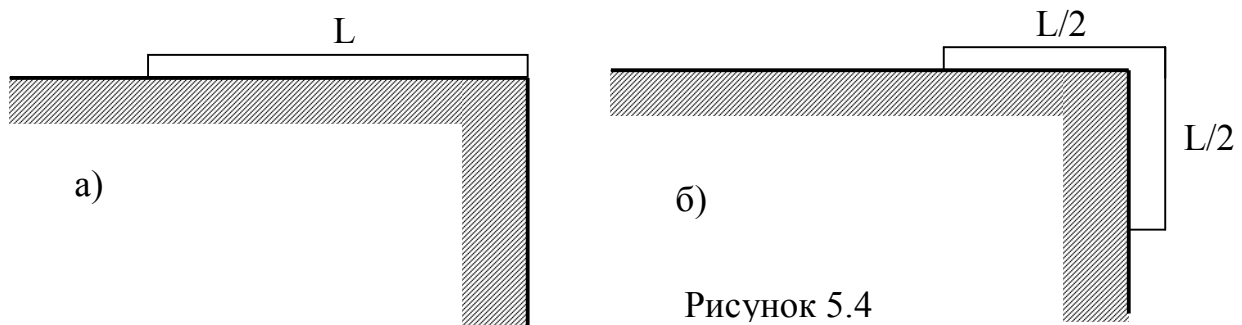
5.16(2). Самолет совершает мертвую петлю. Радиус петли $R = 250$ м, масса летчика $m = 80$ кг, скорость самолета $v = 360$ км/ч. Определите вес летчика в верхней и нижней точках петли.

5.17(2). Два тела с разными массами ($m_1 > m_2$) одновременно отпустили без начальной скорости с некоторой высоты. Сила сопротивления воздуха для обоих тел одинакова и постоянна. Определите, какое из тел упадет на землю первым. Ответ должен быть обоснован законами механики.

5.18(4). Пуля, обладающая некоторой начальной скоростью, направленной горизонтально, пробивает доску толщиной $d = 3$ см и продолжает полет со скоростью в $n = 0,75$ раз меньше начальной. Определите максимальную толщину доски, которую может пробить пуля, если сила сопротивления доски не зависит от скорости пули.

Раздел Е (2). Статика

5.19(3). Канат длиной L лежит на краю горизонтальной поверхности (рисунок 5.4,а). Через некоторое время канат стянули с поверхности на половину его длины (рисунок 5.4,б). Определите величину смещения центра масс каната. Толщиной каната можно пренебречь.



5.20(2). В двух вершинах равностороннего треугольника помещены шарики массой m каждый. В третьей вершине находится шарик массой $2m$. Определите положение центра масс этой системы.

5.21(2). Стержень состоит из двух соосных цилиндров, имеющих одинаковые площади поперечного сечения (рисунок 5.5). Плотности материалов, из ко-

торых изготовлены цилиндры, равны соответственно ρ_1 и ρ_2 . Центр масс цилиндра находится в сечении соприкосновения (точка C). Определите отношение масс цилиндров.



Рисунок 5.5

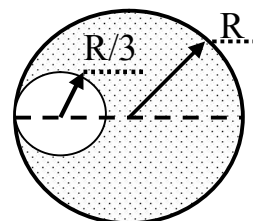


Рисунок 5.6

5.22 (4). Определите положение центра тяжести однородного диска радиуса R , в котором вырезано круглое отверстие (рисунок 5.6). Круг касается граничной окружности и имеет радиус $R/3$.

5.23(3). На горизонтально расположенный стержень действуют две параллельные силы, равные по величине $F_1 = 2$ Н и $F_2 = 6$ Н (рисунок 5.7). Первая сила приложена к левому концу стержня и направлена вертикально вверх, вторая – к середине и направлена вертикально вниз. Определите величину и направление силы, уравнивающей силы F_1 и F_2 а также точку приложения этой силы.

5.24(4). На цилиндр намотана нить, конец которой закреплен (рисунок 5.8). Цилиндр находится на наклонной плоскости, при этом нить параллельна плоскости. Коэффициент трения цилиндра о плоскость равен μ . При каком максимальном значении угла α цилиндр не будет скатываться с наклонной плоскости?

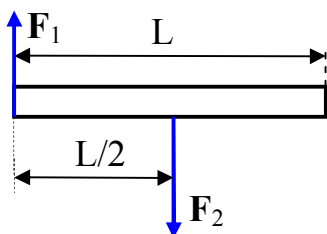


Рисунок 5.7

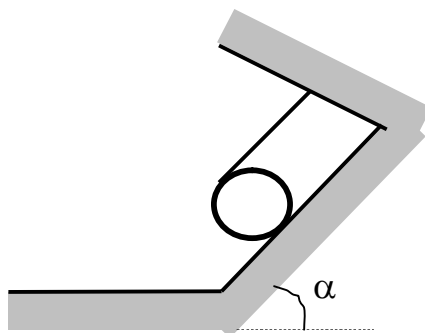


Рисунок 5.8

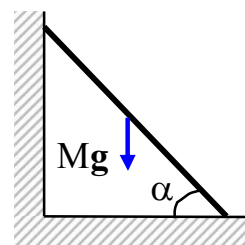


Рисунок 5.9

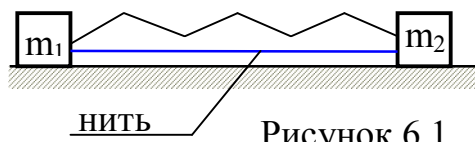
5.25(4). Лестница прислонена к стене (рисунок 5.9). При каком минимальном угле α она не упадет? Коэффициент трения между лестницей и полом – μ ,

трение между лестницей и стеной отсутствует. Центр тяжести лестницы находится посередине.

2.6 Задание 6. Динамика III. Законы сохранения. Работа

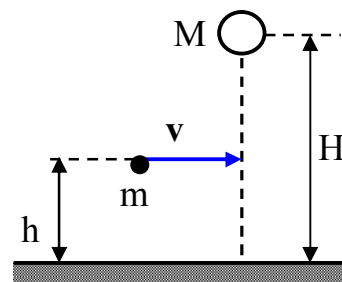
Раздел А (2). Закон сохранения импульса

6.1(2). Два тела, связанные между собой нитью, расположены на горизонтальной поверхности (рисунок 6.1). Между телами вставляют сжатую пружину. Нить пережигают, и тела начинают двигаться в противоположные стороны. Коэффициент трения между телами и поверхностью одинаков. Определите отношение путей, пройденных телами до остановки, если отношение масс тел равно $n = m_2/m_1 = 2,5$.



6.2(3). Мальчик, стоящий на льду на коньках, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 1$ кг со скоростью $v = 20$ м/с. Определите расстояние, на которое откатится мальчик, если коэффициент трения полозьев о лед $\mu = 0,02$. Масса мальчика $M = 40$ кг.

6.3(3). Тело массой $M = 0,2$ кг свободно падает без начальной скорости с высоты $H = 5$ м (рисунок 6.2). На высоте $h = 2$ м в него попадает другое тело массой $m = 0,1$ кг, которое в момент столкновения имеет только горизонтальную составляющую скорости. В результате столкновения тела слипаются – абсолютно неупругий удар. Определите время, прошедшее с момента столкновения до падения тел на землю. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывается.



6.4(3). Мяч ударяется о вертикальную стенку, движущуюся со скоростью $u = 1$ м/с. Скорость мяча перед ударом равна $v = 5$ м/с. Направления скоростей

мяча и стенки совпадают. Определите, какую часть кинетической энергии $\eta = \Delta E/E$ потеряет мяч, если столкновение является упругим.

6.5(4). Небольшой шарик находится на высоте h над поверхностью горизонтальной плиты. Шарик отпускают без начальной скорости, и одновременно плита начинает двигаться вертикально вверх с постоянной скоростью v . Определите, на какую максимальную высоту относительно своего начального положения поднимется шарик после первого соударения с плитой. Удар о плиту является абсолютно упругим, масса плиты много больше массы шарика.

Раздел В (2). Закон сохранения энергии

6.6(1). Под каким углом к горизонту надо бросить камень, чтобы его кинетическая энергия в точке максимального подъема была в $n = 4$ раза меньше кинетической энергии в точке бросания.

6.7(2). Тело массой $m = 0,5$ кг брошено с башни в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите кинетическую энергию тела в момент падения на землю, если время полета оказалось равным $t = 4$ с.

6.8(2). Тело массой $m = 1$ кг брошено с поверхности земли с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Максимальная высота подъема тела оказалась равной $h = 3$ м. Определите кинетическую энергию тела в этой точке траектории. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

6.9(4). Тело начинает скользить по гладкой поверхности со скоростью $v_0 = 10$ м/с. На пути тела встречается трамплин, верхняя часть которого горизонтальна (рисунок 6.3).

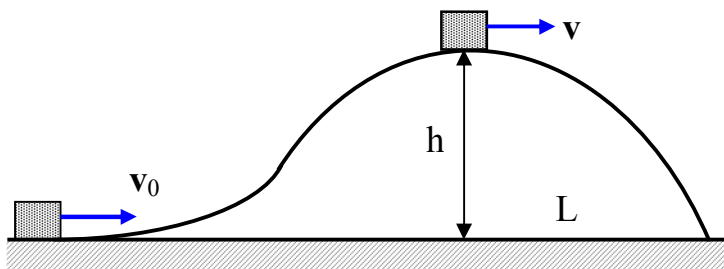


Рисунок 6.3

Трение между телом и поверхностью трамплина отсутствует. Определите высоту трамплина h , при которой дальность полета тела L будет максимальной.

6.10(3). Веревка длиной $L = 5$ м переброшена через гвоздь, вбитый в вертикальную стену на высоте $H = 6$ м над уровнем пола. В начальный момент времени веревка висит симметрично и покоится. Затем в результате незначительного толчка веревка начинает скользить по гвоздю. Определите скорость веревки, когда после соскальзывания с гвоздя, нижний конец веревки коснется пола. Силами сопротивления и растяжением веревки можно пренебречь.

6.11(4). Пружина жёсткостью k и длиной L стоит вертикально на горизонтальной поверхности. С высоты h над уровнем поверхности на пружину падает небольшой шарик массой m . Определите максимальную скорость, которую будет иметь шарик при своем движении вниз. Массой пружины можно пренебречь.

Раздел С (2). Механическая работа

6.12(1). Сила F , направленная вертикально вверх, поднимает тело массой $m = 2$ кг с ускорением $a = 4$ м/с². Определите работу, которую совершает сила за время $t = 10$ с подъема.

6.13(2). Груз массой $m = 0,5$ кг подвешен на вертикально расположенной невысокой пружине и растягивает ее на $x = 1$ см. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы поднять груз из начального положения на высоту $h = 2,5$ см.

6.14(2). На горизонтальной поверхности лежит цепь длиной $L = 1$ м и массой $m = 4$ кг. Взяв цепь за один из концов, поднимают этот конец на высоту $h = 2$ м над поверхностью. Определите работу, которую необходимо совершить при подъеме.

6.15(3). По гладкой горизонтальной поверхности движется со скоростью $v_0 = 10$ м/с тело массой $m = 1$ кг. Начиная с некоторого момента времени, на тело начинает действовать сила F . Величина силы $F = 10$ Н, а направление противоположно вектору v_0 . Определите работу, которую совершит эта сила за время $t = 2$ с после ее включения.

6.16(4). Плоская льдина толщиной $h = 0,2$ м и площадью поперечного сечения $S = 2,0$ м² плавает в воде. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду. Плотность льда $\rho = 0,8$ г/см³, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³.

Раздел D (1). Работа сил трения

6.17(2). Горизонтально летящая пуля попадает в деревянный брус, лежащий на гладкой горизонтальной плоскости и пробивает его. Определите, какая часть кинетической энергии пули перешла в тепло. Масса пули $m = 10$ г, масса бруса $M = 2$ кг. Начальная скорость пули $v_0 = 600$ м/с, скорость пули после прохождения бруса $v = 400$ м/с.

6.18(3). Небольшой груз массой $m = 2$ кг падающий с высоты $h = 7$ м, проникает в мягкий грунт на глубину $L = 10$ см. Определите среднюю силу сопротивления грунта. Сопротивлением воздуха и линейными размерами груза можно пренебречь.

6.19(3). Наклонная плоскость составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом и имеет высоту $h = 0,5$ м (рисунок 6.4). С вершины наклонной плоскости соскальзывает

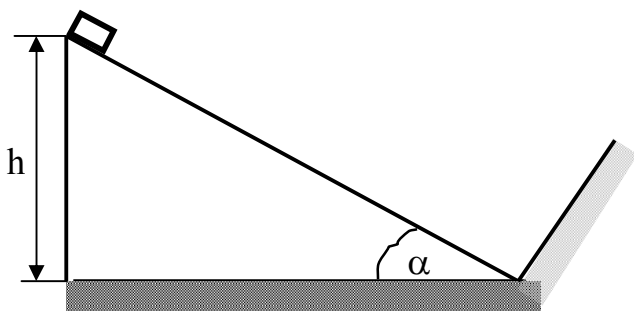


Рисунок 6.4

небольшое тело без начальной скорости. В нижней точке плоскости тело абсолютно упруго сталкивается со стенкой, расположенной перпендикулярно скорости тела. Определите высоту максимального подъема тела по

плоскости, если коэффициент трения между телом и плоскостью равен $\mu = 0,3$.

6.20(2). Девочка, вес которой $P = 300$ Н, скатывается на санках без начальной скорости с вершины горки высотой $h = 5$ м. После остановки на горизонтальном участке она решила прокатиться еще раз. Определите работу, которую девочка должна совершить для подъема санок на вершину по пути их скатывания. Масса санок $m = 8$ кг.

Раздел Е (1). Разные трудные задачи

6.21(4). Биллиардный шар налетает на точно такой же похожий шар. Определите, под каким углом могут разлетаться шары в результате абсолютно упругого соударения.

6.22(4). Два тела одинаковой массы находятся на концах невесомого стержня, согнутого под прямым углом в точке O (рисунок 6.5). Расстояния от грузов до точки O равны соответственно $L_1 = 30$ см и $L_2 = 20$ см. Точка O закреплена и является осью вращения. Груз A поднимают до тех пор, пока отрезок AO не будет расположен горизонтально, а затем стержень отпускают без начальной скорости. Определите угловую скорость системы в момент времени, когда отрезок OB будет расположен горизонтально.

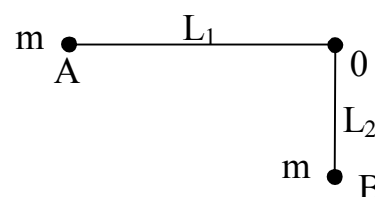


Рисунок 6.5

6.23(4). На гладкой горизонтальной поверхности лежит тело массой $m = 0,25$ кг, прикрепленное невесомой пружиной к вертикальной плоскости (рисунок 6.6). В начальный момент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать горизонтально направленная постоянная сила, величина которой равна $F = 2,5$ Н. Определите: 1) максимальное смещение тела от начального положения; 2) максимальную скорость тела во время движения. Коэффициент жесткости пружины $k = 100$ Н/м.

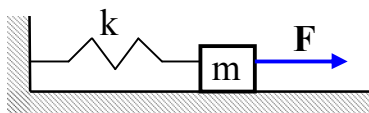


Рисунок 6.6

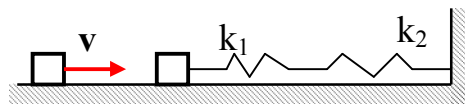


Рисунок 6.7

6.24(4). Тело массы m , двигаясь по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на две последовательно соединенные пружины (рисунок 6.7). Коэффициенты упругости пружин (жесткости) равны соответственно k_1 и k_2 . Определите величину начальной скорости тела, если максимальная энергия деформации пружины 2 оказалась равной E .

6.25(5). Два вагона массами M_1 и M_2 , движутся навстречу друг другу. Скорости вагонов равны соответственно v_1 и v_2 . При столкновении происходит сжатие четырех одинаковых буферных пружин. Жесткость каждой из пружин равна k . Определите максимальную деформацию каждой пружины, если механическая энергия при столкновении вагонов сохраняется.

3 Задания для 10 класса

3.1 Задание 1

Раздел А (1). Масса и размеры молекул

1.1(2). За время $t = 10$ суток из стакана воды испарилось $m = 100$ г воды. Сколько в среднем в секунду вылетало молекул с поверхности воды? Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль.

1.2(3). Оценить радиус r атома железа, предположив, что в железе атомы в виде твердых шаров расположены вплотную друг к другу. Плотность железа $\rho = 7,8$ г/см³, молярная масса $\mu = 0,056$ кг/моль.

1.3(1). Кусок алюминия и кусок железа содержат одинаковое количество вещества. Какова масса куска алюминия m_{Al} , если масса куска железа $m_{Fe} = 2$ кг? Молярные массы алюминия $\mu_{Al} = 27$ г/моль, железа $\mu_{Fe} = 56$ г/моль.

1.4(2). Определить отношение объемов кусков алюминия и меди, содержащих одинаковое число атомов. Молярные массы алюминия $\mu_{Al} = 27$ г/моль и меди $\mu_{Cu} = 64$ г/моль, плотности алюминия $\rho_{Al} = 2,8$ г/см³ и меди $\rho_{Cu} = 8,96$ г/см³.

1.5(1). Определите массу молекулы серной кислоты (H_2SO_4). Сколько атомов кислорода содержится в 196 г серной кислоты?

Раздел В (1). Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

1.6(2). В сосуде объемом $V = 100$ л находится под давлением $P = 10^5$ Па аргон в количестве $m = 160$ г. Чему равна средняя кинетическая энергия E_k молекулы аргона? Молярная масса аргона $\mu = 40$ г/моль.

1.7(2). Два разных идеальных газа в количестве $\nu_1 = 2$ моль и $\nu_2 = 8$ моль содержатся в одинаковых сосудах. Считая средние кинетические энергии их молекул одинаковыми, определить отношение давлений газов P_1/P_2 в сосудах.

1.8(2). Считая неон идеальным газом, определите его концентрацию в сосуде при давлении газа на стенки сосуда $P = 2 \cdot 10^5$ Па и средней квадратичной скорости молекул $v = 510$ м/с. Молярная масса неона $\mu = 20$ г/моль.

Раздел С (1). Температура и кинетическая энергия

1.9(1). Вычислить концентрацию молекул идеального одноатомного газа при давлении $P = 1,01 \cdot 10^5$ Па, если наиболее вероятная энергия молекулы этого газа $E = 3,8 \cdot 10^{-21}$ Дж.

1.10(3). Два одинаковых сосуда наполнены идеальным газом при температуре T_1 и соединены между собой трубкой, объемом которой можно пренебречь. Во сколько раз изменится давление газа в сосудах, если один из них нагреть до температуры T_2 , а во втором поддерживать температуру T_1 ? Изменением объема нагретого сосуда пренебречь.

1.11(5). В горизонтальном герметически закрытом цилиндре длиной $2L$ и площадью сечения S находится невесомый, скользящий без трения тонкий поршень. Поршень соединен с левым торцом цилиндра пружиной жесткостью k и удерживается в середине цилиндра. В правой половине цилиндра находится идеальный одноатомный газ, давление и температура которого P_1

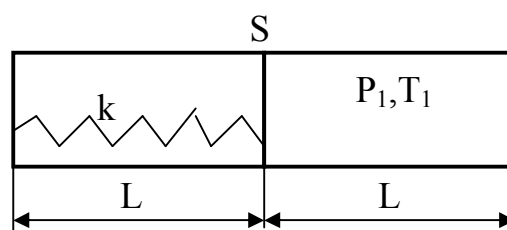


Рисунок 1.1

и T_1 , в левой половине цилиндра – вакуум (рисунок 1.1). Найти установившуюся температуру газа T_2 , после того, как поршень отпустили. Длина недеформированной пружины равна $2L$. Потерями энергии на нагрев цилиндра с поршнем пренебречь.

Раздел D (3). Уравнение состояния идеального газа

1.12(2). Горизонтальный цилиндр длины $L = 85$ см разделен на две части тонким подвижным поршнем. Левая часть цилиндра заполнена кислородом, а правая – водородом. На каком расстоянии от левого торца цилиндра находится поршень, если давления, температуры и массы газов в обеих частях цилиндра одинаковы? Молярные массы кислорода и водорода равны соответственно $\mu_1 = 0,032$ кг/моль и $\mu_2 = 0,002$ кг/моль. Трением пренебречь.

1.13(2). В вертикальном открытом сверху цилиндрическом сосуде, имеющем площадь поперечного сечения S , на высоте h от дна находится поршень массы m , поддерживаемый снизу сжатым газом с молярной массой μ . Температура газа равна T , атмосферное давление P_0 . Определить массу газа в сосуде.

1.14(3). Сосуд объемом $V = 20$ л содержит смесь из водорода ($\mu_1 = 2$ г/моль) и гелия ($\mu_2 = 4$ г/моль) при температуре $t = 27$ °C и давлении $P = 2 \cdot 10^5$ Па. Определить массу смеси m , если отношение массы водорода в сосуде к массе гелия равно $n = 0,4$.

1.15(3). Через трубку переменного сечения продувают воздух. Входное от-

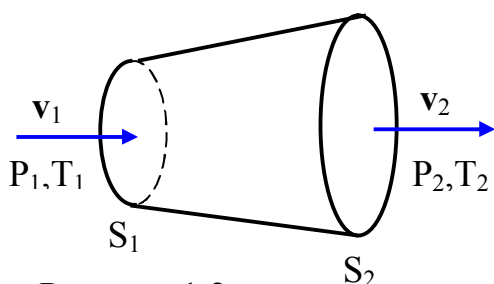


Рисунок 1.2

верстие имеет площадь поперечного сечения S_1 , выходное – S_2 (рисунок 1.2). На входе скорость воздуха постоянна и равна v_1 , температура T_1 , давление P_1 . На выходе из трубки температура воздуха T_2 , давление P_2 . Найти скорость воздуха v_2 в выходном сечении трубки.

1.16(4). Посередине горизонтального закрытого цилиндра длиной $h = 40$ см и площадью основания $S = 80 \text{ см}^2$ расположен тяжелый поршень массы $M = 10$ кг. В одну половину цилиндра быстро вводят аргон, а в другую - гелий, причем в обеих половинах сосуда устанавливаются одинаковые давления газов, равные $P_0 = 2 \cdot 10^4$ Па. После того как поршень становится проницаемым для гелия, цилиндр переворачивают в вертикальное положение так, что гелий оказывается над поршнем, а аргон - под поршнем. Через некоторое время поршень занимает равновесное положение, смещаясь вверх. Найти смещение поршня. Температура газов одинаковая и все время поддерживается постоянной. Толщиной поршня и его трением о стенки цилиндра пренебречь.

1.17(2). В баллоне находилось некоторое количество идеального газа при атмосферном давлении P_0 . При открытом вентиле баллон был нагрет, после чего вентиль закрыли, и газ остыл до первоначальной температуры T_0 . При этом давление газа в баллоне упало до $P = 0,5 P_0$. Определить изменение температуры ΔT баллона с газом при нагревании.

Раздел Е (3). Прямолинейное равномерное и равнопеременное движение

1.18(3). Автомобиль, имея некоторую начальную скорость v_0 , движется равноускоренно по прямолинейному участку дороги, преодолев за время $t = 10$ с расстояние $S = 200$ м. Найти ускорение a автомобиля, если его скорость за это время увеличилась в $n = 3$ раза.

1.19(2). Стержень АВ длины L опирается концами о пол и стенку (рисунок 1.3). Найти зависимость координаты y_B конца стержня В от времени t при движении конца стержня А с постоянной скоростью v в направлении горизонтальной оси Ox , если первоначально конец А имеет координату x_0 .

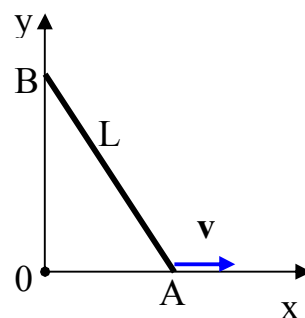


Рисунок 1.3

1.20(2). Пловец переплывает реку шириной h . Под каким углом α к направлению течения он должен плыть, чтобы переправиться на противоположный берег в кратчайшее время? На каком расстоянии S от точки старта он окажется, если скорость реки равна u , а скорость пловца относительно воды v ?

1.21(2). Звезда горнолыжного спорта идёт по трассе скоростного спуска со скоростью $v = 120$ км/ч. Скорость начинающего горнолыжника на этой же трассе в $n = 5$ раз меньше. От подножия горы спортсмены добираются до места старта с помощью подъемника, движущегося со скоростью $v = 2$ м/с. Определите отношение средних скоростей спортсменов между двумя последовательными стартами, если пути подъёма и спуска равны, а временем на остановки можно пренебречь.

1.22(1). Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми $\ell = 120$ км, движется со скоростью $v_1 = 40$ км/ч товарный поезд. Одновременно с ним из пункта B в пункт A по параллельному пути движется со скоростью $v_2 = 60$ км/ч пассажирский поезд. Запишите уравнения движения поездов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в системе координат Ox , начало которой совпадает с пунктом A , а направление - с направлением движения товарного поезда. Определите через сколько времени t_0 и на каком расстоянии S_0 от пункта A поезда встретятся.

1.23(2). Электропоезд метрополитена подъезжает к платформе станции и спустя $t = 20$ с останавливается. Считая движение электропоезда равнозамедленным, определите длину участка торможения L , если посередине этого участка он двигался со скоростью $v_c = 7$ м/с.

1.24(3). Двигаясь равноускоренно под уклон, поезд в течение $t = 40$ с увеличил скорость на $\Delta v = 10$ м/с по сравнению со скоростью, которую он имел в начале спуска. Определить расстояние S , пройденное поездом за последние $\Delta t = 4$ с спуска, если его средняя скорость на участке спуска оказалась равной $v = 54$ км/ч.

1.25(2). Первую половину пути автомобиль шёл со скоростью $v_1 = 40$ км/ч. Затем, двигаясь под углом $\alpha = 60^\circ$ к своему начальному направлению движе-

ния, прошёл вторую половину пути со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Во сколько раз путь автомобиля больше модуля его перемещения?

3.2 Задание 2

Раздел А (1). Изопроцессы в газах

2.1(3). В теплоизолированном цилиндре под поршнем находится некоторое количество идеального газа. Газ медленно сжимается поршнем и переводится из состояния 1 с давлением $0,5P_0$, объёмом $2V_0$ и температурой T_0 в состояние 2 с давлением P_0 объёмом V_0 . Какой наибольшей температуры достигает газ при этом процессе, если на P - V диаграмме процесс изображается прямолинейным отрезком (рисунок 2.1)?

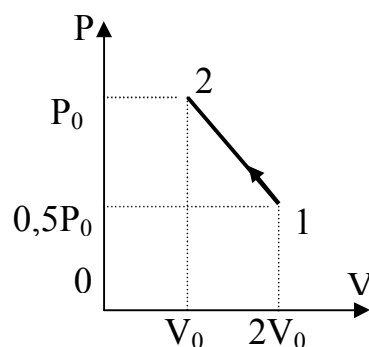


Рисунок 2.1

2.2(2). Два сосуда одинаковой емкости содержат аргон: один - при температуре T_1 и давлении P_1 , другой - при температуре T_2 и давлении P_2 . Сосуды соединяются, и после выравнивания давлений и температур газ оказывается нагретым до температуры T . Какое давление P устанавливается при этом в сосудах?

2.3(2). В открытую с двух сторон горизонтальную трубку сечения $S = 10 \text{ см}^2$ вставлены два невесомых поршня. В исходном состоянии поршни соединены нерастяжимой нитью и находятся на максимально воз-

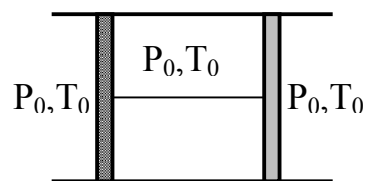


Рисунок 2.2

можном расстоянии друг от друга (рисунок 2.2). Давления и температуры газа между поршнями и снаружи одинаковы и равны $P_0 = 10^5$ Па и $T_0 = 300$ К. До какой температуры T нужно нагреть газ между поршнями, чтобы нить, соединяющая поршни, порвалась? Нить выдерживает силу натяжения $F = 30$ Н. Трением поршней о стенки трубки пренебречь.

2.4(2). На дне вертикального герметически закрытого и откачанного цилиндра лежит тяжелый скользящий без трения поршень. Под поршень вводится такое количество идеального газа, имеющего температуру $T = 300 \text{ К}$, что поршень поднимается вверх и нижнее его основание оказывается на высоте $h = 30 \text{ см}$ от дна цилиндра. Определить перемещение Δh поршня, если содержащийся под ним газ нагреть на $\Delta T = 10 \text{ К}$.

2.5(4). В горизонтально закреплённой открытой с торцов трубе сечения $S = 16 \text{ см}^2$ находятся два поршня. В исходном состоянии левый поршень соединён недеформированной пружиной жёсткостью $k = 10^3 \text{ Н/м}$ со стенкой, давление газа во всей трубе равно атмосферному $P_0 = 10^5 \text{ Па}$, расстояние между поршнями $L = 5 \text{ см}$, правый поршень находится на расстоянии $L = 5 \text{ см}$ от правого края трубы (рисунок 2.3). Правый поршень медленно вытянули до края трубы. Какую силу F надо приложить к этому поршню, чтобы удерживать его в таком положении? Температуру газа считать постоянной. Трением пренебречь.

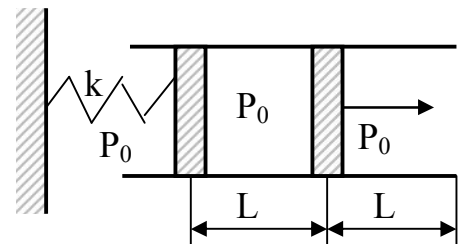


Рисунок 2.3

Раздел В (1). Разные задачи

2.6(3). Открытую стеклянную трубку длиной $\ell = 1,0 \text{ м}$ наполовину погружают в сосуд с ртутью. Затем трубку сверху закрывают и плавно вынимают из сосуда. После того как ртуть перестала вытекать, трубку осторожно переворачивают открытым концом вверх. На каком расстоянии h от ее дна расположится столбик ртути? Атмосферное давление $P_0 = 750 \text{ мм рт. ст.}$. Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

2.7(2). На какой глубине диаметр пузырьков воздуха, поднимающихся со дна водоёма, вдвое меньше, чем у поверхности воды? Давление воздуха у поверхности воды $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Считать, что темпе-

ратура воздуха в пузырьке постоянна, то есть не зависит от глубины, на которой пузырёк находится.

2.8(3). Воздушный шар с нерастяжимой оболочкой массой $m = 0,3$ кг наполнен гелием при температуре $T_1 = 300$ К и давлении $P_1 = 1,2 \cdot 10^5$ Па. Объём шара $V = 1$ м³. Определите высоту, на которой шар будет находиться во взвешенном состоянии (шар свободно плавает в воздухе), если при подъёме на каждые $L = 100$ м высоты атмосферное давление падает на $\Delta P = 1,33 \cdot 10^3$ Па, а температура понижается на $\Delta T = 0,54$ К. Атмосферное давление и температура воздуха у поверхности Земли равны соответственно $P_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па и $T_0 = 300$ К, молярные массы воздуха $\mu_v = 2,9 \cdot 10^{-2}$ кг/моль и гелия $\mu_r = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2.9(4). Перевернутый вверх дном стакан с воздухом нагрет до температуры $T_1 = 300$ К. Этот стакан медленно погружают в воду. На какую глубину h нужно погрузить стакан, чтобы он не всплывал и не тонул после того, как температура запёртого в нём воздуха сравняется с температурой воды $T_2 = 290$ К? Масса стакана $m = 100$ г, его объём $V = 200$ мл, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Массой воздуха в стакане пренебречь.

Раздел С (2). Насыщенные и ненасыщенные пары. Влажность

2.10(2). В комнате объёма $V = 60$ м³ при температуре $t = 20$ °С относительная влажность $\phi_1 = 20$ %. Какую массу воды следует в комнате испарить для увеличения относительной влажности воздуха до $\phi_2 = 50$ %? Плотность насыщенного водяного пара при температуре $t = 20$ °С равна $\rho_n = 17,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м³.

2.11(2). Влажный воздух объёмом $V = 1$ м³ при относительной влажности $\phi = 60$ %, температуре $T = 293$ К и давлении $P = 1,013 \cdot 10^5$ Па имеет массу $m = 1,2004$ кг. Определите давление насыщенного водяного пара P_n при этой темпе-

ратуре. Молярная масса сухого воздуха $\mu_v = 0,029$ кг/моль, молярная масса паров воды $\mu_n = 0,018$ кг/моль.

2.12(3). Плотность влажного воздуха при температуре $T = 300$ К и давлении $P = 1,03 \cdot 10^5$ Па равна $\rho_0 = 1,19$ кг/м³. Найти абсолютную ρ и относительную ϕ влажность воздуха, если при температуре $T = 300$ К плотность насыщенного пара $\rho_n = 0,027$ кг/м³. Молярные массы сухого воздуха и воды $\mu_v = 0,029$ кг/моль и $\mu_n = 0,018$ кг/моль, соответственно.

2.13(1). В запертом поршнем цилиндрическом сосуде объёма $V = 1$ м³ находится водяной пар при температуре $T = 323$ К и давлении $P_1 = 7,75 \cdot 10^3$ Па. Определите массу m сконденсировавшейся в сосуде воды, если объём, занимаемый паром, изотермически уменьшить вдвое. Молярная масса воды $\mu = 0,018$ кг/моль, давление насыщенных паров воды при $T=323$ К равно $P_n = 12,3 \cdot 10^3$ Па.

2.14(3). Посередине закрытой с торцов горизонтальной цилиндрической трубки расположен тяжёлый подвижный поршень диаметром $d = 7$ см. Слева и справа от поршня находится водяной пар при давлении $P = 1,67 \cdot 10^3$ Па и температуре $T = 293$ К. Трубку ставят вертикально. При этом объём, занимаемый паром под поршнем, уменьшается в $n = 4$ раза. Найти массу поршня, если температура пара в обеих частях трубки всё время поддерживается неизменной. Пар конденсируется при давлении $P_n = 2P$. Трением поршня о стенки трубки пренебречь. Считать, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2.15(2). В закрытом сосуде находится воздух, плотность которого $\rho = 1,2$ кг/м³, температура $t_1 = 90$ °С, влажность $\phi = 80$ %. Сосуд с воздухом охладили до температуры $t_2 = 20$ °С. Определить установившееся в сосуде давление влажного воздуха. Давление насыщенного водяного пара при температуре 90 °С равно $P_{n1} = 70$ кПа, при температуре 20 °С равно $P_{n2} = 2,34$ кПа. Молярная масса сухого воздуха $\mu_{св} = 0,029$ кг/моль, водяного пара $\mu_n = 0,018$ кг/моль. Изменением объёма сосуда при охлаждении пренебречь.

Раздел D (1). Поверхностные и капиллярные явления

2.16(2). Какое количество энергии E освобождается при слиянии мелких одинаковых капель радиусом $r = 2 \cdot 10^{-3}$ мм в одну каплю радиуса $R = 2$ мм? Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 0,072$ Н/м. Изменением потенциальной энергии капель, связанной с силой тяжести, пренебречь.

2.17(1). Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту $h_1 = 20$ мм. Поверхностное натяжение глицерина равно $\sigma_1 = 0,066$ Н/м, его плотность $\rho_1 = 1,26 \cdot 10^3$ кг/м³. На какую высоту в этой трубке поднялась бы вода? Плотность воды $\rho_2 = 10^3$ кг/м³, ее поверхностное натяжение $\sigma_2 = 0,072$ Н/м. Считать, что глицерин и вода полностью смачивают стенки капиллярной трубки.

2.18(1). Определить максимальную длину ребра L алюминиевого кубика, способного плавать на поверхности воды при нанесении на его поверхность не смачиваемой водой пленки парафина. Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³. Поверхностное натяжение воды $\sigma = 0,072$ Н/м.

2.19(2). Какой минимальный радиус r должна иметь капля воды, отрывающаяся от выходного отверстия пипетки диаметром $d = 2$ мм? Поверхностное натяжение воды $\sigma = 0,072$ Н/м, ее плотность $\rho = 10^3$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Раздел E (3). Движение тел, брошенных вертикально вверх и вниз.

Кинематика криволинейного движения

2.20(1). Аэростат поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью $v_0 = 5$ м/с. К гондоле аэростата привязан на верёвке груз. На высоте $h = 30$ м верёвку перерезают. Напишите формулу зависимости вертикальной координаты груза от времени $y(t)$. Координатная ось Oy направлена вверх, а ее начало находится на поверхности Земли. Определите скорость груза в момент падения на

Землю и время его движения до Земли. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2.21(2). Тело, брошенное вертикально вверх, проходит в первую секунду половину высоты подъема. Чему равна средняя скорость тела за всё время его движения? Считать, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2.22(3). Мяч, брошенный под некоторым углом к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$, через время $\tau = 0,5 \text{ с}$ имеет скорость $v = 7 \text{ м/с}$. Определите максимальную высоту подъема мяча.

2.23(1). Через блок радиуса $R = 50 \text{ мм}$, вращающийся без трения вокруг закрепленной горизонтальной оси, перекинута нерастяжимая нить, к которой привязаны два груза (рисунок 2.4). Грузы движутся с постоянной скоростью $v = 20 \text{ см/с}$ относительно друг друга. Определить угловую скорость вращения блока.

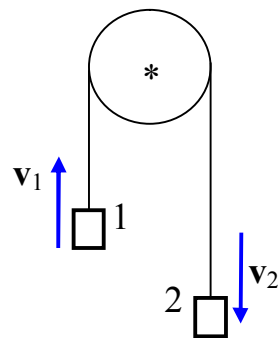


Рисунок 2.4

2.24(2). С башни высотой $H = 20 \text{ м}$ одновременно брошены два шарика: один горизонтально, а другой - вверх под углом $\alpha = 60^\circ$ к первому. Начальные скорости шариков равны. Определите расстояние между шариками через время $\tau = 1,5 \text{ с}$, если брошенный горизонтально шарик упал на Землю на расстоянии $\ell = 30 \text{ м}$ от основания башни. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2.25(3). Человек раскручивает привязанный к веревке камень в горизонтальной плоскости, расположенной на высоте $h = 1,8 \text{ м}$ от поверхности Земли. Камень, двигаясь по кругу радиуса $R = 1 \text{ м}$ с постоянным тангенциальным ускорением a_τ , к концу пятого оборота срывается с веревки и падает на Землю на расстоянии $\ell = 10 \text{ м}$ от человека. Определить нормальное и тангенциальное ускорения камня в момент срыва с веревки.

3.3 Задание 3

Раздел А (1). Механические свойства твердых тел. Тепловое расширение твердых тел и жидкостей

3.1(1). Балка массы $m = 100$ кг висит на трех вертикальных проволоках равной длины, расположенных симметрично (рисунок 3.1). Средняя проволока стальная, две крайние – медные. Площади поперечного сечения всех проволок одинаковы. Модуль упругости стали E_c в два раза больше модуля упругости меди E_m . Во сколько раз увеличится относительное удлинение ε проволок, если, убрав среднюю стальную проволоку, подвесить балку на двух симметрично расположенных медных проволоках? При какой площади поперечного сечения медных проволок их относительное удлинение не превысит значения $\varepsilon = 0,001$, если модуль упругости меди $E_m = 10^{11}$ Па?

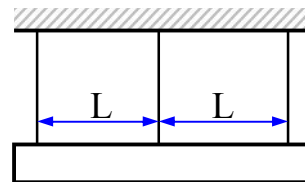


Рисунок 3.1

3.2(1). Какую силу F надо приложить к стальному стержню сечением $S = 1 \text{ см}^2$, чтобы растянуть его на столько же, на сколько он удлиняется при нагревании на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$? Для стали коэффициент линейного расширения равен $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, а модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па.

3.3(2). При температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ длины алюминиевого и железного стержней $L_{a0} = 50$ см и $L_{ж0} = 50,05$ см. Сечения стержней одинаковы. При какой температуре t_1 длины стержней одинаковы? При какой температуре t_2 будут одинаковы их объемы? Коэффициенты линейного расширения алюминия и железа $\alpha_a = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_{ж} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

3.4(3). Алюминиевый шарик массой $m = 108$ г опущен на нерастяжимой нити в воду. На сколько изменится натяжение нити, если всю систему нагреть от $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до $t_2 = 50^\circ\text{C}$? Плотности алюминия и воды при 20°C равны соответственно $\rho_a = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Температурные коэффициенты

линейного расширения алюминия $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ и объёмного расширения воды $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Раздел В (2). Внутренняя энергия газа. Первый закон термодинамики.

Работа при изменении объема газа

3.5(1). Азот (химическая формула N_2) занимает объем $V_0 = 2,5$ л при давлении $P_0 = 10^5$ Па. На сколько изменится внутренняя энергия газа при его сжатии до объема $V = 0,25$ л, если давление газа повысилось при этом в $n = 20$ раз?

3.6(1). В герметично закрытом теплоизолированном сосуде содержится $\nu = 2$ моль идеального двухатомного газа. Какое количество теплоты Q следует подвести к газу для того, чтобы увеличить его температуру на $\Delta T = 1$ К? Потери тепла на нагрев стенок сосуда пренебречь.

3.7(3). В двух теплоизолированных цилиндрах с объёмами $V_1 = 3$ л и $V_2 = 5$ л находятся одинаковые газы при давлениях $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па и $P_2 = 6 \cdot 10^5$ Па и температурах $t_1 = 27^\circ \text{C}$ и $t_2 = 127^\circ \text{C}$. Цилиндры соединяются теплоизолированной трубкой. Какая температура T и какое давление P установятся в цилиндрах после смешивания газов?

3.8(2). В вертикальном открытом сверху цилиндре под тяжёлым поршнем находится газ при температуре $T_1 = 300$ К. Найти работу расширения газа при нагревании его на $\Delta T = 100$ К, если первоначально газ занимал объем $V_1 = 180 \text{ см}^3$. Масса поршня $M = 100$ кг, его площадь сечения $S = 50 \text{ см}^2$. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

3.9(4). В открытом сверху вертикальном теплоизолированном цилиндрическом сосуде на высоте h от его дна висит на нити поршень массы m . Под поршнем находится $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа, давление которого в начальный момент равно атмосферному P_0 , а температура равна T_0 . Какое количество теплоты нужно подвести к газу, чтобы занимаемый им объём увеличился вдвое? Трением поршня о стенки сосуда пренебречь. Теплообмен со стенками сосуда и поршнем не учитывать. Ускорение свободного падения g .

Раздел С (2). Теплоёмкость. Применение первого закона термодинамики к различным процессам

3.10(2). В теплоизолированном цилиндре под легким подвижным поршнем находится идеальный газ, температуру которого повысили на одну и ту же величину ΔT один раз при постоянном давлении, затратив количество теплоты $Q_p = 2,1 \cdot 10^4$ Дж, а второй раз – при постоянном объёме, сообщив газу количество теплоты $Q_v = 1,5 \cdot 10^4$ Дж. Определить отношение изменений температур $(\Delta T)_v/(\Delta T)_p$ этого газа, если во время очередного цикла нагревания при постоянном объёме и постоянном давлении ему сообщают одинаковое количество теплоты. Трением поршня о стенки цилиндра и изменением объёма цилиндра пренебречь.

3.11(3). Один моль идеального одноатомного газа участвует в процессе, изображенном на рисунке 3.2. Получить формулу для молярной теплоемкости C_μ при усло-

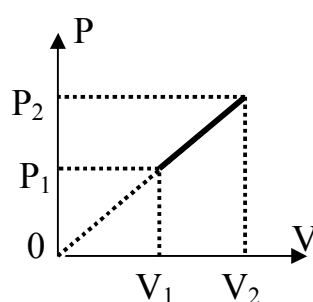


Рисунок 3.2

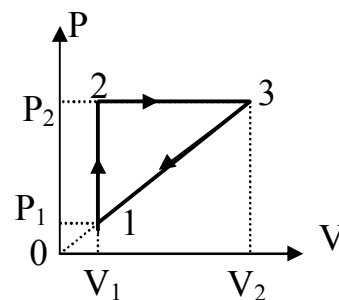


Рисунок 3.3

вии, что $V_2 = 2V_1$ и $P_2 = 2P_1$. По полученной формуле вычислить C_μ .

3.12(4). Один моль идеального газа сначала нагревают, а затем охлаждают так, что замкнутый цикл 1-2-3-1 на диаграмме (P-V) состоит из отрезков прямых 1-2 и 2-3, параллельных осям P и V соответственно, и отрезка 3-1, продолжение которого проходит через начало координат (рисунок 3.3). Известны температуры T_1 и T_3 . Найти работу A, совершенную газом в указанном цикле. Ответ выразить через T_1 и T_3 .

3.13(1). Какое количество теплоты необходимо для нагревания на $\Delta T = 16$ К кислорода массой $m = 7 \cdot 10^{-3}$ кг, находящегося под тяжелым поршнем в вертикальном открытом сверху цилиндре. Молярная теплоемкость кислорода при нагревании его при постоянном объеме равна $(C_\mu)_v = 20,9$ Дж/(моль·К), молярная масса $\mu = 32$ г/моль. Трение между поршнем и цилиндром не учитывать.

3.14(3). В теплоизолированном закрытом поршнем горизонтальном цилиндре содержится $\nu = 1$ моль азота (N_2) при температуре $T_0 = 100$ К и давлении, в два раза меньшем атмо-

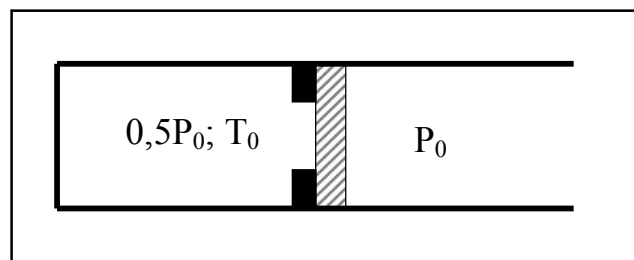


Рисунок 3.4

сферного P_0 . Поршень может свободно двигаться, увеличивая вместимость цилиндра, и удерживается стопором от движения в противоположную сторону (рисунок 3.4). Какое количество теплоты Q следует подвести к газу, чтобы нагреть его на $\Delta T = 200$ К? Трением, теплоемкостью сосуда и поршня пренебречь.

Раздел D (2). Уравнение теплового баланса. Тепловые двигатели

3.15(2). В открытом сосуде с теплоизолированными стенками находится некоторое количество воды при температуре $t = 90$ °С. В воду бросают раскаленные платиновые опилки, масса которых равна массе воды. Найти начальную температуру опилок t_0 , если известно, что после прекращения кипения уровень воды в сосуде остался равным первоначальному. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг при температуре кипения $t_{\text{кип}} = 100$ °С, плотность воды $\rho_1 = 10^3$ кг/м³, плотность платины $\rho_2 = 21,4 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость платины $c_2 = 128$ Дж/(кг·К). Изменением плотности воды при нагреве, теплоемкостью сосуда и потерями тепла пренебречь.

3.16(1). Свинцовая гиря падает на Землю и ударяется о препятствие. Определить минимальную скорость гири в момент удара, если гиря полностью расплавилась. Считать, что вся теплота, выделяемая при ударе, поглощается гирей. Удельная теплота плавления $\lambda = 2,3 \cdot 10^4$ Дж/кг, удельная теплоемкость $c = 126$ Дж/(кг·К). Температура гири перед ударом $t_0 = 27$ °С. Температура плавления свинца $t_{\text{пл}} = 327$ °С;

3.17(2). На электроплитке мощностью $N = 1$ кВт растопили $m_{\text{л}} = 800$ г льда с начальной температурой $t_0 = -20$ °С. Полученную воду довели до кипения, причем 25 % ее превратилось в пар. Найти КПД электроплитки, если нагревание длилось 40 мин. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), воды $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

3.18(1). В идеальном тепловом двигателе газ, совершающий цикл Карно, отдает холодильнику $k = 0,73$ часть количества теплоты, получаемого от нагревателя. Определите температуру нагревателя $T_{\text{н}}$, если температура холодильника равна $T_{\text{х}} = 272$ К.

3.19(3). Идеальный тепловой насос (идеальная тепловая машина, работающая по обратному циклу Карно) забирает тепло от воды, имеющей температуру $t_0 = 0$ °С, и передает его кипятильнику с водой, имеющему температуру $t_{\text{кип}} = 100$ °С. Сколько воды превращается в пар при образовании льда массой $m = 1$ кг? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Раздел Е (2). Динамика. Законы Ньютона

3.20(2). На концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, висят на одинаковой высоте две гири массой $M = 96$ г каждая. Если на одну из них положить перегрузок, то вся система придет в движение и через $t = 3$ с расстояние между гирями станет равным $h = 1,8$ м (рисунок 3.5). Определите массу m перегрузка и силу давления N перегрузка на гирю во время движения. Массой блока пренебречь.

3.21(4). На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, находится брусок массой $m = 0,5$ кг (рисунок 3.6). К бруску прикреплена лёгкая пружина, другой конец которой соединен с невесомым нерастяжимым шнуром, переброшенным через укрепленный на вершине наклонной плоскости блок. Жёсткость пружины $k = 100$ Н/м. К свободному концу шнура подвешена гиря

массой $M = 1$ кг. Предоставленная самой себе, система приходит в равноускоренное движение. Определите ускорение движения бруска и удлинение пружины при условии, что коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью равен $\mu = 0,4$. Массу блока не учитывать, трением в блоке пренебречь.

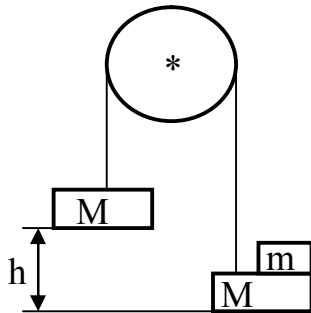


Рисунок 3.5

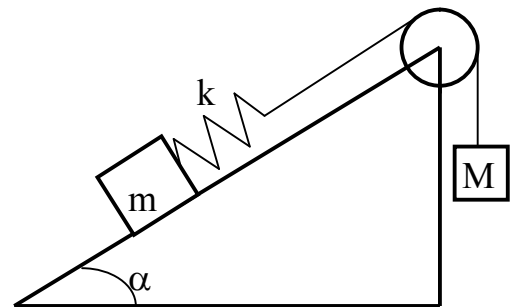


Рисунок 3.6

3.22(3). Ледяная горка составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. По ней пускают снизу вверх плоский камень, который, поднявшись на некоторую высоту, затем соскальзывает по тому же пути вниз. Каков коэффициент трения μ , если время спуска в $n = 2$ раза больше времени подъема?

3.23(3). Брусок массой $M = 1$ кг и длиной $L_0 = 1$ м находится на гладкой горизонтальной поверхности, по которой он может скользить без трения. На бруске у левого его конца лежит небольшой кубик массой $m = 0,2$ кг (рисунок 3.7). К кубику в горизонтальном направлении приложена некоторая сила F , под действием которой кубик, двигаясь равноускоренно, соскользнул с противоположного конца бруска в тот момент, когда брусок переместился на расстояние L , равное его учетверенной длине ($L = 4L_0$). Определить коэффициент трения между кубиком и бруском, если в момент падения кубика скорость бруска $v = 2$ м/с.

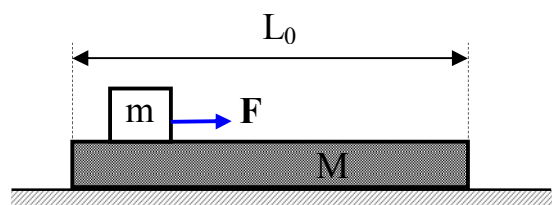


Рисунок 3.7

3.24(2). Два бруска с массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 2,5$ кг, соединенные пружиной, тянут за нить, привязанную к бруску массой m_1 , натягивая ее парал-

лельно гладкой горизонтальной поверхности, по которой бруски скользят без трения. Когда нить оказалась натянутой силой $F = 57 \text{ Н}$, а бруски двигались с одинаковым ускорением, нить разорвалась. Найти ускорение a_1 бруска массой m_1 сразу после разрыва нити.

3.25(3). Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ тянут по горизонтальной поверхности силой $F = 4 \text{ Н}$. Тело движется равномерно, если сила приложена к нему под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. С каким ускорением a будет соскальзывать тело вниз по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, если коэффициенты трения тела о горизонтальную поверхность и наклонную плоскость равны? Считать, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

3.4 Задание 4

Раздел А (1). Закон Кулона

4.1(3). Три одинаковых одноимённых заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q противоположного знака нужно поместить в центре этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

4.2(2). Два одинаковых шарика подвешены на непроводящих нитях равной длины в одной точке. После того, как каждому шарiku был сообщен заряд $q = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$, они разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$. Найти массу шариков, если расстояние от центров шариков до точки подвеса $\ell = 0,2 \text{ м}$.

4.3(1). Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии $r_1 = 5 \text{ см}$, взаимодействуют друг с другом силой $F_1 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$, а находясь в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии $r_2 = 10 \text{ см}$, – силой $F_2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

Раздел В (2). Напряжённость электрического поля. Принцип суперпозиции

4.4(1). Между зарядами $q_1 = +q$ и $q_2 = +9q$ расстояние равно $\ell = 8$ см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряжённость поля равна нулю?

4.5(3). Два маленьких шарика массой по $m = 6,3$ мг каждый подвешены в точке O на непроводящих нитях длиной $\ell = 0,2$ м каждая. После того, как шарикам сообщили одинаковые заряды, они разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$ (ри-

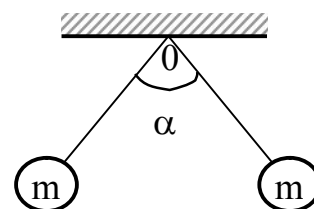


Рисунок 4.1

сунк 4.1). Определить напряжённость электрического поля, создаваемого зарядами в точке подвеса.

4.6(2). К бесконечной плоскости, расположенной вертикально и имеющей поверхностную плотность заряда σ , прикреплён на непроводящей и нерастяжимой нити одноимённо заряженный шарик массы m и с зарядом q . Найти силу натяжения нити и угол отклонения нити от вертикали. Напряжённость поля, создаваемого заряженной плоскостью, не зависит от расстояния до плоскости и равна $E = \sigma/2\varepsilon_0$ (ε_0 – электрическая постоянная), вектор напряжённости $\mathbf{E}$ перпендикулярен плоскости.

4.7(3). Две частицы, массами m и M , имеющие заряды $-q$ и Q соответственно, движутся как одно целое вдоль силовой линии однородного поля напряжённостью E . При каком расположении частиц это возможно? Определите ускорение частиц и расстояние между ними. Силой тяжести, действующей на частицы, пренебречь.

4.8(2). Положительно заряженный шарик массой $m_{\text{ш}} = 0,18$ г и плотностью $\rho_{\text{ш}} = 1,8 \cdot 10^3$ кг/м³ находится во взвешенном состоянии в жидком диэлектрике плотностью $\rho_{\text{д}} = 900$ кг/м³. В диэлектрике имеется однородное электрическое поле напряжённостью $E = 4,5 \cdot 10^4$ В/м, направленное вертикально вверх. Найти заряд шарика.

Раздел С (1). Равновесие зарядов в металлах. Электростатическая индукция. Теорема Гаусса

4.9(2). Две металлические параллельные пластинки расположены на небольшом по сравнению с их линейными размерами расстоянии друг от друга. Первой пластинке сообщили заряд $Q_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ Кл, а второй – заряд $Q_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ Кл. Какие заряды находятся на правой и на левой стороне второй пластинки?

4.10(2). Металлическому сферическому слою и помещенному в его центр металлическому шарiku сообщили одинаковые положительные заряды $Q = 2,0 \cdot 10^{-3}$ Кл. Какие заряды находятся на наружной и внутренней поверхностях сферического слоя?

4.11(3). Вдоль оси полой металлической трубки, длина которой много больше внутреннего R_1 и внешнего R_2 радиусов, проходит тонкий металлический провод. Провод зарядили равномерно так, что заряд, приходящийся на единицу его длины, равен λ . Определите поверхностные плотности зарядов σ_1 и σ_2 , индуцированные на внутренней и внешней поверхности трубки.

Раздел D (3). Потенциал. Работа электрических сил. Заземление проводников

4.12(3). Два разноимённых заряда $q_1 = 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -10^{-9}$ Кл находятся на расстоянии $\ell = 1,1$ м друг от друга. Найти напряжённость созданного ими электростатического поля в точках на прямой, проходящей через заряды, в которых потенциал поля равен нулю.

4.13(2). При переносе точечного заряда $q_0 = 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 20$ см от поверхности заряженного металлического шара, необходимо совершить работу $A = 5 \cdot 10^{-7}$ Дж. Радиус шара $R = 4$ см. Найти потенциал φ_0 на его поверхности.

4.14(1). Двум соединённым проводником металлическим шарам с радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 8$ см сообщили заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Определить заряды шаров, если расстояние между ними велико по сравнению с их радиусами.

4.15(2). Один из двух одинаковых металлических шариков, радиусы которых равны r , находится в центре полый тонкостенной металлической сферы радиусом $R = 3r$. Второй шарик переносится на большое расстояние от первого, после чего их соединяют длинным проводником в изоляции, проходящим через небольшое отверстие в поверхности сферы (рисунок 4.2). Какие заряды индуцируются на шариках, если сфере сообщить заряд $Q = 1,8 \cdot 10^{-8}$ Кл?

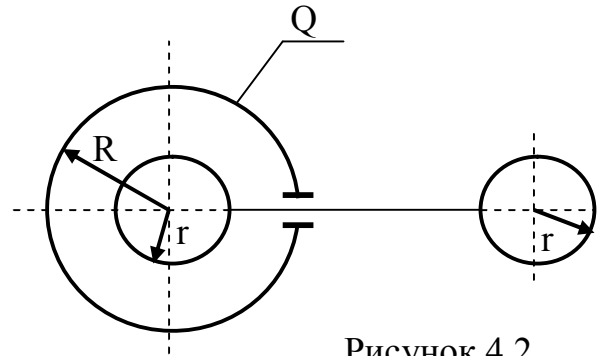


Рисунок 4.2

4.16(2). Внутри тонкой металлической сферы радиуса R , заряд которой равен q , находится заземлённая проводящая сфера радиуса $r < R$. Центры сфер совпадают. Найти напряжённость электрического поля вне большей сферы на расстоянии ℓ от ее центра.

4.17(3). Разноимённые точечные заряды q и $-q$ находятся на расстоянии L_1 и L_2 от заземлённой металлической сферы малого радиуса r (рисунок 4.3). Найти силу, с которой заряды действуют на сферу. Угол с вершиной в центре сферы, образованный прямыми линиями, проведёнными через заряды, равен 90° .

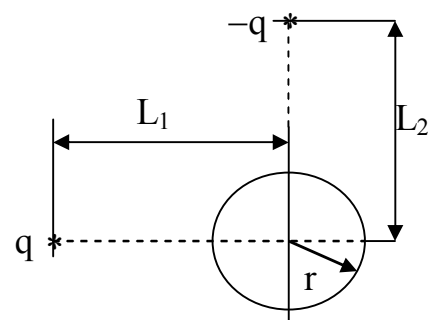


Рисунок 4.3

4.18(3). Два металлических шара с одинаковыми зарядами q расположены на расстоянии ℓ друг от друга. Первый шар заземляют, а затем удаляют заземляющий проводник. Затем такую же процедуру совершают со вторым шаром. Каково отношение зарядов на шарах после их заземления? Радиусы шаров r много меньше ℓ . Оба шара находятся на очень большом расстоянии от Земли.

Раздел Е (2). Динамика вращательного движения. Закон всемирного тяготения

4.19(4). Шарик массой $m = 1$ кг, привязанный к резиновому шнуру, вращается в горизонтальной плоскости с частотой $\nu = 30$ об/мин. Шнур образует с вертикалью, проведенной через точку подвеса, угол $\alpha = 45^\circ$. Найти длину L_0 нерастянутого шнура, если известно, что для растяжения его до длины $L = 1,2$ м требуется сила $F = 10$ Н.

4.20(2). Автомобиль массой $m = 1800$ кг движется со скоростью $v = 240$ км/ч по шоссе вдоль экватора. На сколько отличаются силы давления автомобиля на полотно дороги при его движении с запада на восток и с востока на запад?

4.21(3). Полушар радиусом $R = 2$ м равномерно вращается вокруг оси симметрии, делая $n = 30$ об/мин. Внутри полушара находится шарик массой $m = 0,2$ кг (рисунок 4.4). Найти высоту h , соответствующую положению равновесия шарика относительно полушара, и силу F , с которой он давит на поверхность полушара в этом положении.

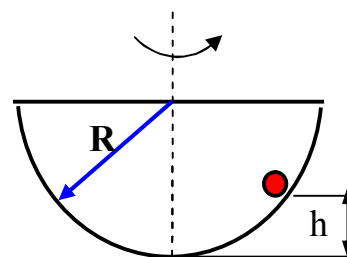


Рисунок 4.4

4.22(3). Спутник движется по круговой орбите, расположенной в плоскости экватора на высоте $h = 1\,600$ км над Землей. Радиус Земли $R = 6\,400$ км, ускорение свободного падения у ее поверхности $g = 9,8$ м/с². Определить скорость движения v и период T обращения спутника вокруг Земли.

4.23(1). Среднее расстояние между центрами Земли и Луны равно $60 \cdot R_z$, где R_z – радиус Земли. Масса Земли M_z в 81 раз больше массы Луны M_l . На каком расстоянии от центра Земли находятся точки, в которых любое тело будет притягиваться этими планетами с одинаковой по модулю силой?

4.24(1). Наибольшее значение силы трения покоя между горизонтальным диском и расположенным на нем грузом массой $m = 1,0$ кг равно $F_{\max} = 3,14$ Н. Диск начинает вращаться с частотой $\nu = 0,5$ об/с. Построить график зависимо-

сти силы трения груза о диск от расстояния до оси вращения $F_{\text{тр}}(R)$. На каком максимальном расстоянии R_{max} от оси вращения груз удерживается на диске?

4.25(1). На какой высоте h сила тяжести в $n = 2$ раза меньше, чем на поверхности Земли? Радиус Земли $R = 6\,400$ км.

3.5 Задание 5

Раздел А (1). Энергия электростатических систем

5.1(4). Два небольших плоских тела, связанных непроводящей нитью длины $L = 4,5$ см лежат на горизонтальной плоскости. Заряд каждого тела равен $q = 10^{-7}$ Кл, масса $m = 2$ г. Нить пережигают, и тела начинают скользить по плоскости. Какую максимальную скорость v_{max} развивают тела, и на какое максимальное расстояние L друг от друга они удалятся, если коэффициент трения тел о плоскость равен $\mu = 0,2$?

5.2(2). Четыре одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q = 10^{-6}$ Кл расположены на расстоянии $a = 10$ см друг от друга вдоль прямой. Какую работу A нужно совершить, чтобы медленно переместить заряды в вершины квадрата стороной a ?

5.3(2). На какое минимальное расстояние r_{min} может приблизиться позитрон к ядру атома бора, если позитрон летит в направлении на ядро и на бесконечности имеет скорость $1\,200$ км/ч?

5.4(2). Пучок электронов, движущихся со скоростью $v = 5 \cdot 10^6$ м/с, падает на первоначально незаряженный изолированный металлический шарик радиусом $r = 1$ см. Какое максимальное количество электронов N может накопиться на шаре? Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Раздел В (2). Электрическая ёмкость. Конденсаторы

5.5(2). Металлический шарик радиусом $r = 2$ см зарядили до потенциала $\varphi_0 = 30$ В и соединили длинным проводом с изолированным незаряженным проводником неизвестной ёмкости C_x . Чему равна ёмкость C_x проводника, если после соединения с ним потенциал шара оказался равным $\varphi = 10$ В? Ёмкостью соединительного провода и влиянием зарядов проводников друг на друга пренебречь.

5.6(2). Одну пластину плоского незаряженного конденсатора ёмкости $C = 5 \cdot 10^{-12}$ Ф заземляют, а другую присоединяют тонким длинным

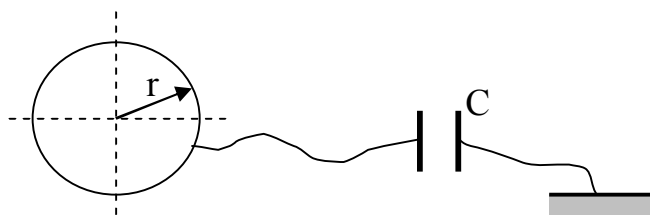


Рисунок 5.1

проводом к удалённому от плоского конденсатора и других окружающих предметов проводящему шару радиуса $r = 2$ см, имеющему заряд $q_0 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл (рисунок 5.1). Какой заряд останется на шаре?

5.7(1). Конденсатор ёмкостью $C_1 = 4$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 80$ В, соединяют параллельно с конденсатором ёмкостью $C_2 = 10$ мкФ, заряженным до напряжения $U_2 = 16$ В, первый раз обкладками, имеющими одинаковые заряды, а второй раз - обкладками с разноименными зарядами. В каком случае и во сколько раз напряжение на конденсаторах после их соединения будет больше?

5.8(3). Плоский конденсатор с обкладками площадью $S = 10$ см² каждая и расстоянием $d = 0,2$ см между ними подключили к источнику питания напряжением $U = 10$ В. В конденсатор вдвигают пластинку из стекла, плотно прилегающую к его обкладкам так, что она заполняет ровно половину зазора между обкладками конденсатора (рисунок 5.2). Определить заряд q , прошедший при этом через источник питания. Диэлектрическая проницаемость стекла $\epsilon = 7$.

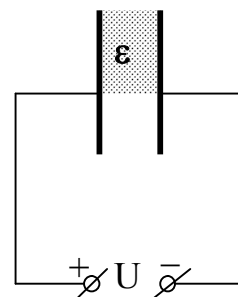


Рисунок 5.2

5.9(4). Найти количество теплоты Q , выделившееся в проводах при соединении верхних незаземленных обкладок конденсаторов с емкостями $C_1 = 2 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 0,5 \text{ мкФ}$ (рисунок 5.3). Разности потенциалов между верхними и заземленными нижними обкладками равны $U_1 = 100 \text{ В}$ для первого конденсатора и $U_2 = -50 \text{ В}$ для второго конденсатора.

Раздел С (2). Соединения конденсаторов

5.10(2). Два одинаковых конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Во сколько раз изменится напряжение на одном из конденсаторов, если другой погрузить в жидкий парафин с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$?

5.11(3). Определить разность потенциалов между точками А и В в схеме, приведенной на рисунке 5.4.

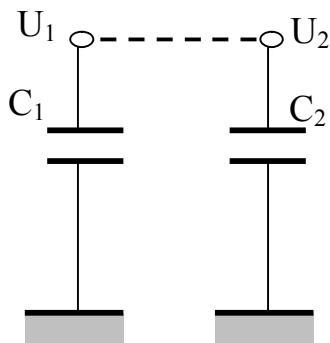


Рисунок 5.3

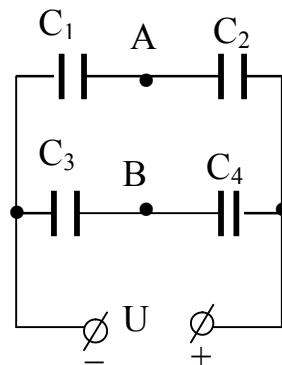


Рисунок 5.4

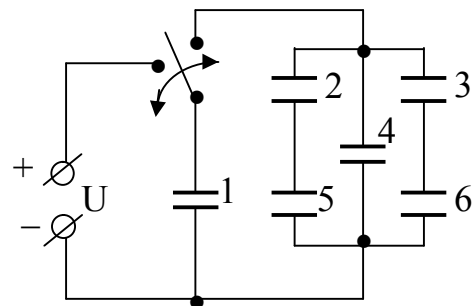


Рисунок 5.5

5.12(3). Конденсатор 1 емкости C , заряженный до разности потенциалов U , подсоединяют к батарее, составленной из пяти конденсаторов ёмкости C каждый (рисунок 5.5). Найти заряд на каждом конденсаторе.

5.13(4). Найти общую ёмкость изображенного на рисунке 5.6 соединения конденсаторов. Ёмкость каждого конденсатора равна C_0 .

5.14(2). У плоского воздушного конденсатора одна обкладка заземлена, а на другую подано напряжение $U = 100 \text{ В}$. Расстояние между обкладками $d = 4 \text{ см}$. В зазор на расстоянии $L = 3 \text{ см}$ от заземлённой обкладки вдвигается тон-

кая незаряженная металлическая пластинка (рисунок 5.7). Определите потенциал φ внутренней пластинки и напряжённость электростатического поля по обе стороны от нее.

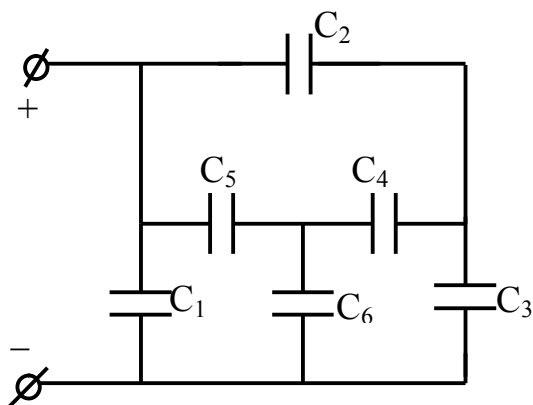


Рисунок 5.6

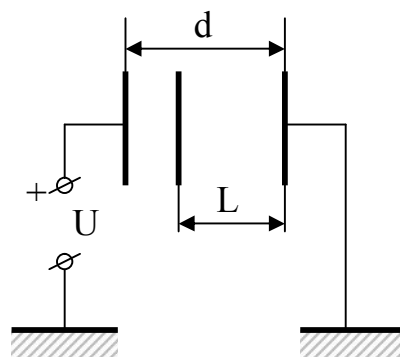


Рисунок 5.7

Раздел D (2). Постоянный ток. Закон Ома. Последовательное и параллельное соединение проводников

5.15(3). Провод ABC изогнут так, что точки A, B, C находятся в вершинах правильного треугольника (рисунок 5.8). К серединам сторон AB и BC подключена перемычка EF, изготовленная из такого же материала, что и провод ABC, но вдвое меньшей площадью поперечного сечения. К точкам A и C подано напряжение $U = 3$ В. Найти падение напряжения на перемычке.

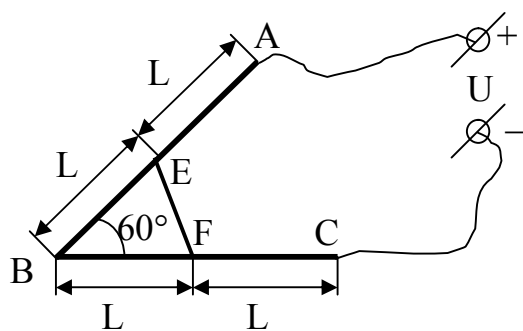


Рисунок 5.8

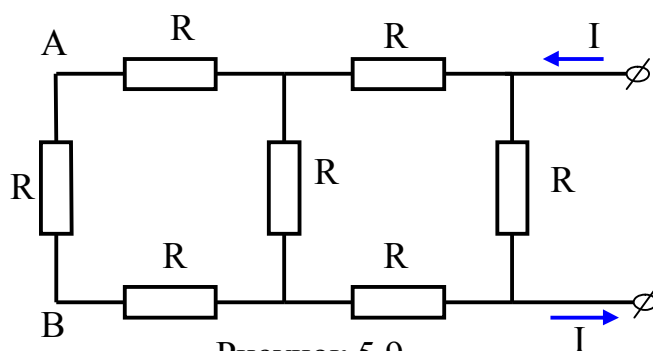


Рисунок 5.9

5.16(4). Найти общее сопротивление проводников $R_{\text{общ}}$ и напряжение U между точками A и B в схеме, изображенной на рисунок 5.9. Сопротивления проводников R и сила тока I известны.

5.17(2). Сопротивление медного провода в два раза больше сопротивления алюминиевого провода. Определить, какой провод длиннее и во сколько раз, если масса медного провода в четыре раза меньше массы провода из алюминия. Плотность меди $\gamma_m = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, алюминия $\gamma_a = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, удельное сопротивление меди $\rho_m = 0,01 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, алюминия $\rho_a = 0,028 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$. Площади поперечного сечения проводов различны.

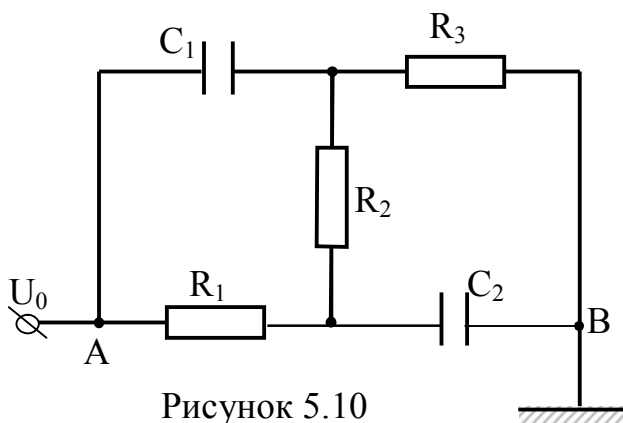


Рисунок 5.10

5.18(2). Конденсаторы емкости C_1 и C_2 и проводники, сопротивления которых равны R_1, R_2, R_3 включены в электрическую цепь так, как показано на рисунке 5.10. На точку А подан постоянный потенциал U_0 , точка В схемы заземлена. Найти заряды конденсаторов.

5.19(2). В вакуумном диоде, анод и катод которого – параллельные пластины, зависимость тока электронов, вылетающих с катода, от напряжения U на аноде задается формулой $I = c \cdot U^{3/2}$, где c – некоторая постоянная величина. Во сколько раз увеличится сила давления электронов на анод, если напряжение U увеличить в два раза? Начальной скоростью электронов, вылетающих с катода, пренебречь.

Раздел Е (2). Работа, мощность, энергия. Закон сохранения энергии

5.20(2). Брусок массой $m = 5 \text{ кг}$ медленно перемещают на расстояние $S = 0,15 \text{ м}$ по горизонтальной плоскости с помощью резинового шнура, натянутого вдоль плоскости (рисунок 5.11). Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0,4$, коэффициент упругости резинового шнура $k = 200 \text{ Н/м}$. Определить совершаемую при этом работу A .

5.21(4). На горизонтальной плоскости лежат два бруска массы m и M , соединенные ненапряженной пружиной с жесткостью k . Коэффициент трения

брусков о плоскость равен μ . Какую минимальную работу A нужно совершить, чтобы систему сдвинуть с места, прикладывая к бруску массой M направленную вдоль плоскости силу (рисунок 5.12)?

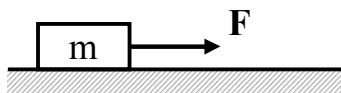


Рисунок 5.11



Рисунок 5.12

5.22(2). Уклон участка шоссе равен $\varphi=0,05$ (уклон - отношение высоты подъема h к длине пути L , т.е. $\varphi=h/L=\sin\alpha$, где α - угол наклона пути к горизонту). Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль массой $m=2$ т движется со скоростью $v=54$ км/ч. Какова должна быть мощность N двигателя автомобиля, чтобы он мог подниматься на такой же подъем с той же скоростью?

5.23(4). Доска массой $m = 3$ кг и длиной $\ell = 1$ м лежит у границы двух соприкасающихся полуплоскостей из разных материалов (рисунок 5.13). Какую работу надо совершить, чтобы медленно передвинуть доску с одной полуплоскости на вторую? Коэффициенты трения полуплоскостей с доской соответственно равны $\mu_1 = 0,3$ и $\mu_2 = 0,5$.

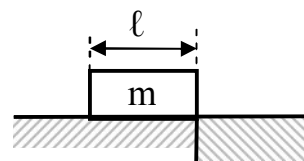


Рисунок 5.13

5.24(2). С хорошо укатанной горы высотой $h = 2$ м и длиной основания $b = 5$ м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтально путь $\ell = 35$ м от основания горы. Найти коэффициент трения.

5.25(4). Грузик, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити, отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают (рисунок 5.14). При движении грузика вертикальная составляющая его скорости v_v сперва возрастает, затем убывает. Какой угол α с вертикалью образует нить в тот момент, когда вертикальная составляющая скорости грузика наибольшая?

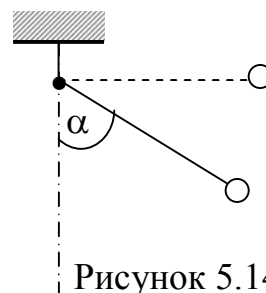


Рисунок 5.14

3.6 Задание 6

Раздел А (2). Закон Ома для полной цепи. Соединение источников тока в батарее

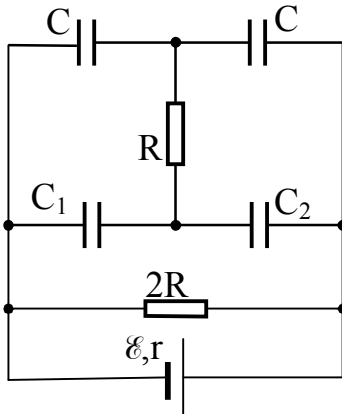


Рисунок 6.1

6.1(2). Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ток $I_1 = 0,2 \text{ А}$. Если же внешнее сопротивление $R_2 = 7 \text{ Ом}$, то элемент дает ток $I_2 = 0,14 \text{ А}$. Какой ток $I_{\text{кз}}$ он даст, если его замкнуть коротко?

6.2(2). Определить напряжения U_1 и U_2 на конденсаторах C_1 и C_2 в схеме, изображенной на рисунке 6.1, если ЭДС источника $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $r = 2 \text{ Ом}$, ёмкости $C = 5 \text{ мкФ}$, $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 8 \text{ мкФ}$, внешнее сопротивление $R = 9 \text{ Ом}$.

6.3(3). Два элемента с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ и $\mathcal{E}_2 = 1 \text{ В}$ соединены по схеме, показанной на рисунке 6.2. Сопротивление $R = 0,5 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления элементов одинаковы: $r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом}$. Определить силы токов I_1 , I_2 и I , протекающих через элементы и сопротивление R . При каком значении сопротивления R ток через гальванический элемент с ЭДС $\mathcal{E}_2$ не пойдет?

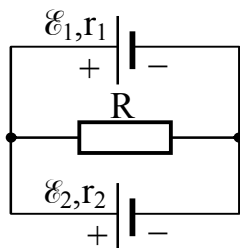


Рисунок 6.2

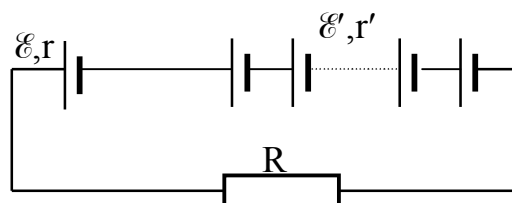


Рисунок 6.3

6.4(4). К аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ последовательно присоединяют одинаковые гальванические элементы с ЭДС $\mathcal{E}'$ и внутренним сопротивлением r' и замыкают полученную таким образом батарею на внешнее сопротивление R

$= 4,5 \text{ Ом}$ (рисунок 6.3). При этом оказывается, что, сколько бы элементов не было присоединено, ток внешней цепи всё время остаётся равным $I = 2 \text{ А}$. Найти внутренние сопротивления аккумулятора r и гальванического элемента r' , если при коротком замыкании аккумулятора и последовательно соединённого с ним одного гальванического элемента в цепи течёт ток $I_{\text{кз}} = 6,5 \text{ А}$.

6.5(2). Батарея из n одинаковых элементов, соединённых в одном случае последовательно, а в другом – параллельно, замыкается на резистор с сопротивлением R . При каких условиях ток, текущий через резистор, в обоих случаях будет один и тот же? Внутреннее сопротивление каждого гальванического элемента равно r . Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

Раздел В (2). Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. Явление электролиза

6.6(3). Как при параллельном, так и при последовательном соединении двух одинаковых аккумуляторов на внешнем сопротивлении выделяется мощность $P_1 = 80 \text{ Вт}$. Какая мощность P_2 будет выделяться на этом сопротивлении, если замкнуть на него лишь один из аккумуляторов?

6.7(2). При подключении к батарее сначала сопротивления $R_1 = 3 \text{ Ом}$, а затем последовательно с ним сопротивления $R_2 = 63 \text{ Ом}$ коэффициент полезного действия батареи возрос в $n = 2$ раза. Каково внутреннее сопротивление r батареи?

6.8(2). Электромотор питается от источника с ЭДС $\mathcal{E} = 24 \text{ В}$. При силе тока в цепи $I = 8 \text{ А}$ механическая мощность электромотора $P_{\text{мех}} = 96 \text{ Вт}$. Чему будет равна сила тока в цепи, если затормозить якорь?

6.9(4). Под каким напряжением U_0 нужно передавать электрическую энергию постоянного тока на расстояние $\ell = 5 \text{ км}$, чтобы при плотности тока $j = 2,5 \cdot 10^5 \text{ А/м}^2$ в медных проводах двухпроводной линии электропередачи потери

в линии составляли $\eta = 0,01$ от мощности, отдаваемой генератором тока? Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

6.10(1). Нагреватель в электрическом чайнике, предназначенном для включения в сеть с напряжением $U = 120$ В, имеет $n = 3$ секции одинакового сопротивления $R = 40$ Ом. Если все три секции соединены последовательно, то вода в чайнике закипит через время $t_0 = 90$ мин. Вычислите количество теплоты Q , необходимое для нагревания воды до кипения. Считать, что КПД чайника близок к 100 %. Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

6.11(1). Найти массу выделившейся меди, если для ее получения электролитическим способом затрачено $W = 5$ кВт·ч электроэнергии. Электролиз проводится при напряжении $U = 10$ В, КПД установки $\eta = 75\%$, электрохимический эквивалент меди $k = 3,3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

Раздел С (1). Магнитное поле. Взаимодействие тока с магнитным полем. Магнитные силы

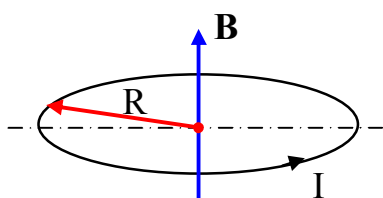


Рисунок 6.4

6.12(4). Горизонтально расположенное проводочное кольцо радиуса $R = 1$ см, по которому течет ток $I = 2$ А, помещено в вертикальное однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл (рисунок 6.4).

Определить силу натяжения кольца.

6.13(3). В направленном вертикально вниз однородном магнитном поле индукции B движется по окружности подвешенный на тонкой нерастяжимой нити длины L шарик массы m с положительным зарядом q (рисунок 6.5). Найти угловую скорость движения шарика, если нить составляет угол α с вертикалью, и шарик вращается по часовой стрелке.

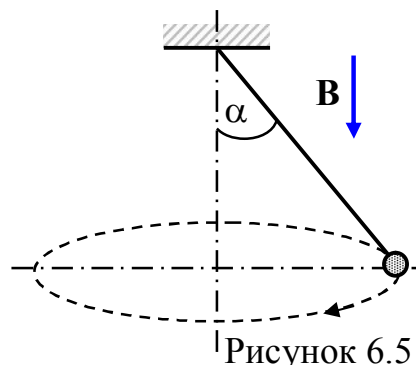


Рисунок 6.5

6.14(2). Электрон влетает в область однородного магнитного поля индукции $B = 0,02$ Тл со скоростью $v = 5 \cdot 10^6$ м/с так, что направление скорости перпендикулярно вектору магнитной индукции $\mathbf{B}$ и перпендикулярно границе области, занимаемой полем. На каком расстоянии ℓ от места входа в область поля находится точка выхода электрона из поля обратно? Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, его заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Раздел D (2). Явление электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции. Самоиндукция

6.15(2). В однородном магнитном поле расположен виток сопротивлением $R = 9,5$ Ом и площадью $S = 100$ см². Плоскость витка составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором $\mathbf{B}$. За время $\tau = 0,5$ с индукция поля увеличивается с постоянной скоростью от $B_1 = 0,1$ Тл до $B_2 = 0,6$ Тл. Найти количество тепла, которое выделилось в витке за это время.

6.16(3). Два параллельных, замкнутых на одном конце провода, расстояние между которыми $\ell = 0,5$ м, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. Плоскость, в которой расположены провода, перпендикулярна к линиям индукции поля. На провода положили металлическую перемычку, которая может скользить по проводам без трения. Перемычка под действием силы $F = 10^{-4}$ Н движется с постоянной скоростью $v = 10$ м/с. Найти сопротивление R перемычки. Сопротивлением проводов пренебречь.

6.17(2). Через соленоид, индуктивность которого $L = 4 \cdot 10^{-4}$ Гн и площадь поперечного сечения $S = 10$ см², протекает ток $I = 0,5$ А. Какова индукция B поля внутри соленоида, если он содержит $N = 100$ витков? Поле считать однородным.

6.18(1). Найти энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока $I = 10$ А возникает магнитный поток $\Phi = 0,5$ Вб.

6.19(2). Якорь электромотора постоянного тока с сопротивлением обмоток $R = 0,5$ Ом при подключении к источнику постоянного напряжения $U = 20$ В

делает $n_0 = 100$ об/с, потребляя электрическую мощность $P = 300$ Вт. Какую ЭДС создает электрическая машина, работая как генератор, если якорь вращать с частотой $n = 200$ об/с?

Раздел Е (2). Импульс тела. Законы сохранения импульса и энергии

6.20(2). Снаряд, вылетевший из орудия под некоторым углом к горизонту, разбивается в верхней точке своей траектории на высоте $h = 100$ м на две части $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 1,5$ кг. Скорость снаряда в этой точке $v_0 = 100$ м/с, скорость большего осколка $v_2 = 250$ м/с и направлена так же, как и скорость снаряда перед разрывом, т.е. совпадает по направлению со скоростью v_0 . Определить расстояние S между точками падения обоих осколков.

6.21(4). Два упругих шарика подвешены на невесомых нерастяжимых нитях одинаковой длины L так, что они могут вращаться в вертикальной плоскости без трения в точках подвеса. В положении равновесия нити вытянуты вдоль вертикальной линии, а шарики соприкасаются друг с другом (рисунок 6.6). Первый шарик отклоняют от положения равновесия так, что нить, на которой он висит, принимает горизонтальное положение, и отпускают. В результате упругого столкновения первый шарик мгновенно останавливается, а второй начинает двигаться с минимальной для вращения в вертикальной плоскости скоростью $v_{\min}$. Какова масса M первого шарика, если масса второго шарика $m = 100$ г?

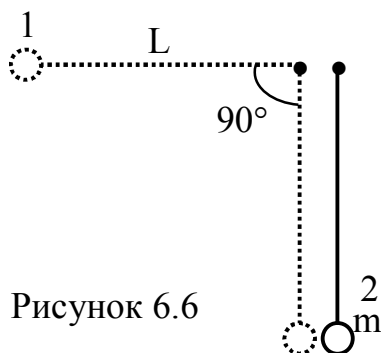


Рисунок 6.6

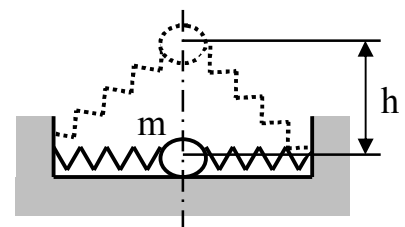


Рисунок 6.7

6.22(4). Шарик массой $m = 100$ г закрепили на полу двумя одинаковыми невесомыми пружинами жесткостью $k = 15$ Н/м каждая (рисунок 6.7). В исходном положении пружины не деформированы и имеют длину $L_0 = 40$ см. Шарик поднимают вертикально на высоту $h = 30$ см и отпускают. Какой импульс передает шарик полу при абсолютно упругом ударе?

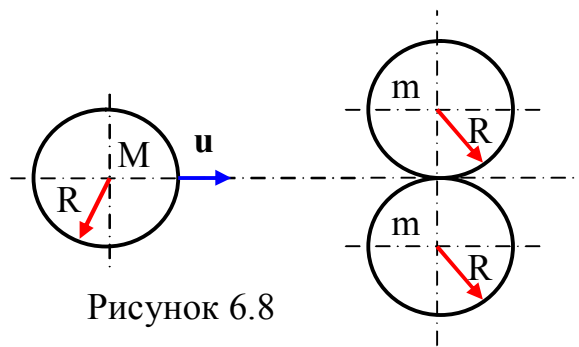


Рисунок 6.8

горизонтальной поверхности, касаясь друг друга. Третий шар, двигаясь со скоростью $u = 5$ м/с по прямой, касающейся одновременно обоих шаров (рисунок 6.8), налетает на них. Найти массу M налетающего шара, если после удара он останавливается.

С какой скоростью разлетаются после столкновения покоившиеся шары? Радиусы всех шаров одинаковы. Считать удар упругим. Трение отсутствует.

6.24(3). В шайбу массы $M = 490$ г, лежащую на расстоянии $S = 1,5$ м от края стола, попала горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 400$ м/с пуля массы $m = 10$ г. После этого шайба с застрявшей в ней пулей соскальзывает со стола и падает на расстоянии $\ell = 2,2$ м от него. Высота стола $h = 0,5$ м. Каков коэффициент трения μ между шайбой и поверхностью стола?

6.25(2). Пружинное ружье выстреливает шарик вертикально вверх на высоту $h_1 = 30$ см, если пружина сжата на $\Delta L_1 = 1$ см. На какую высоту поднимется шарик, если пружину сжать на $\Delta L_2 = 3$ см?

4 Задания для 11 класса

4.1 Задание 1. Кинематика

Раздел А (1)

1.1(2). Автомобиль проехал по маршруту из пункта А в пункт В и обратно. При движении из А в В первую половину пути автомобиль имел скорость $v_1 = 60$ км/ч, а вторую – $v_2 = 80$ км/ч. При возвращении скорость автомобиля была постоянной $v_3 = 70$ км/ч, но на маршруте была остановка в течение $t = 30$ мин. Найдите среднюю скорость автомобиля на 1-м (АВ) и 2-м (ВА) этапах, а также на всем маршруте, если расстояние между пунктами А и В равно $S = 100$ км.

1.2(2). Определите траекторию тела, движущегося в плоскости (xOy), если уравнение движения в проекциях на координатные оси имеет следующий вид:

$$x = x_0 + a \sin(\omega t); \quad y = y_0 + b \cos(\omega t).$$

Раздел В (3). Относительное движение

1.3(1). Два автомобиля одновременно выходят из пункта А и движутся по дорогам, образующим треугольник с углом при вершине А, равным $\alpha = 60^\circ$ (рисунок 1.1). Скорости, автомобилей $v_1 = 60$ км/ч и $v_2 = 80$ км/ч. Автомобили одновременно достигают пунктов В и С в момент времени $t = 1$ час. Определите время встречи автомобилей в точке D с начала движения из точки А.

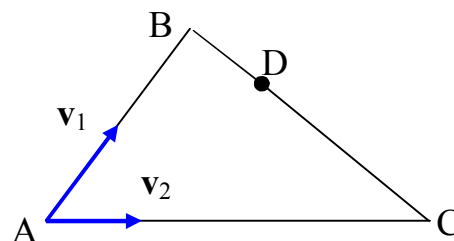


Рисунок 1.1

1.4(2). Сколько времени потребуется вертолету, чтобы облететь квадрат со стороной $a = 100$ км при ветре, дующем со скоростью $u = 10$ м/с? Направление ветра совпадает с одной из сторон квадрата. Скорость вертолета при отсутствии ветра $v = 144$ км/ч.

1.5(3). Корабль движется на восток со скоростью v . Ветер дует с юго-востока (угол между скоростями 135°). Скорость ветра, измеренная на палубе корабля равна u . Определите скорость ветра относительно Земли.

1.6(3). Мяч ударяется о вертикальную стенку, движущуюся со скоростью $u = 2$ м/с. Скорость мяча перед ударом равна $v = 5$ м/с и направлена перпендикулярно стенке. Определите скорости мяча сразу после упругого удара для двух случаев движения стенки – навстречу и от мяча. Ответ должен быть получен для исходной системы отсчета, в которой заданы начальные скорости мяча и стенки.

1.7(2). Самолет движется вдоль отвесной стены. Под каким углом к направлению движения самолета пилот слышит эхо, отражённое от этой стены? Этот угол образован векторами скорости самолета и отражённой звуковой волны. Скорость звука $v = 340$ м/с, скорость самолета $u = 720$ км/ч.

1.8(3). С катера, двигавшегося вверх по реке, спустили спасательный круг в тот момент времени, когда он проплывал под мостом. Через время $\tau = 1$ час после этого мотор катера заглох. Ремонт мотора продолжался $t = 15$ мин., во время которого катер дрейфовал по течению. После ремонта катер повернул обратно и двигался с прежней относительно воды скоростью. Катер встретил спасательный круг на расстоянии $\ell = 6$ км от моста. Определите скорость течения реки.

1.9(4). Два тела движутся с постоянными скоростями по взаимно перпендикулярным прямым. Скорость первого тела равна $v_1 = 3$ м/с, второго тела – $v_2 = 4$ м/с. В момент времени, когда расстояние между телами наименьшее, первое тело находится на расстоянии $S_1 = 60$ м от точки пересечения прямых. На каком расстоянии S_2 от точки пересечения прямых находится в этот момент второе тело?

Раздел С (3). Равноускоренное движение

1.10(2). Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло некоторый путь. Чему равно отношение средней скорости движения тела на второй половине пути к средней скорости на первой половине?

1.11(3). Первый вагон, тронувшегося с места поезда, прошёл мимо неподвижного наблюдателя, стоявшего у начала этого вагона, за время t_1 , а последний вагон за время t_2 . Движение поезда можно считать равноускоренным, а длины вагонов одинаковыми. Найдите время движения мимо наблюдателя всего поезда и количество вагонов в поезде.

1.12(2). Из одной точки пространства одновременно вылетают две частицы с горизонтальными, противоположно направленными скоростями $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2$. Величины скоростей $|\mathbf{v}_1| = |\mathbf{v}_2| = v = 15$ м/с. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с². Через какой промежуток времени угол между направлениями скоростей этих частиц станет равным $\alpha = 90^\circ$?

1.13(2). Свободно падающее тело в последнюю секунду своего движения проходит половину всего пути. Определите время падения и высоту, с которой тело падало без начальной скорости.

1.14(1). Под каким углом к горизонту нужно бросить тело, чтобы максимальная высота его подъёма была в $n = 2$ раза больше его дальности полета?

1.15(3). С поверхности Земли брошено вертикально вверх тело со скоростью $v_0 = 14,7$ м/с. Средняя скорость тела изменяется с течением времени движения. Определите, в какой момент времени ($t > 0$) величина мгновенной скорости совпадает со средней скоростью. Как в этот момент направлена мгновенная скорость?

1.16(3). Мальчик, находясь на расстоянии $\ell = 12$ м перед забором высотой $H = 6$ м, бросает камень с высоты $h = 1,5$ м под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. С какой минимальной скоростью надо бросить камень, чтобы он перелетел через забор?

1.17(4). Под каким углом к горизонту необходимо бросить камень с обрывистого берега реки, чтобы он упал в воду возможно дальше от берега? Высота обрыва $H = 10$ м, начальная скорость камня $v_0 = 10$ м/с.

Раздел D (2). Криволинейное движение

1.18(1). Линейная скорость точек обода вращающегося диска $v_1 = 10$ м/с, а точек, находящихся на $L = 20$ см ближе к оси вращения, $v_2 = 6$ м/с. Определите угловую скорость вращения и радиус диска.

1.19(3). Мальчик держит один конец доски длиной L , а другой ее конец лежит на цилиндре радиуса R (рисунок 1.2). Мальчик начинает двигаться вперед, в результате чего цилиндр катится без скольжения по горизонтальной плоскости. Скольжение доски по цилиндру также отсутствует. Какой путь должен пройти мальчик, чтобы достичь цилиндра? Размерами цилиндра по сравнению с длиной доски можно пренебречь ($R \ll L$).

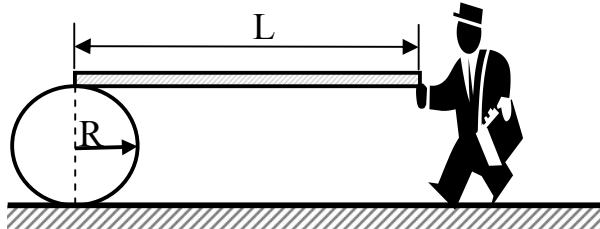


Рисунок 1.2

1.20(4). Шарик радиуса R катится со скоростью v_0 по двум рельсам, расположенным на расстоянии a друг от друга. Проскальзывание между шариком и рельсами отсутствует. Определите скорости точек A и B относительно рельсов (рисунок 1.3).

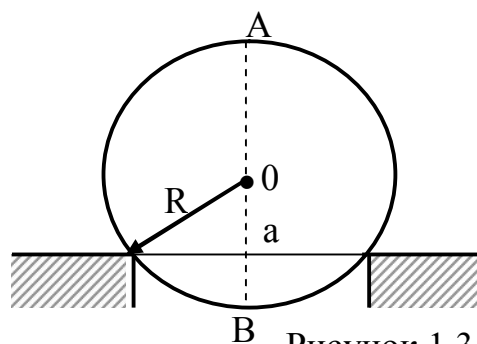


Рисунок 1.3

1.21(3). Точка движется по окружности со скоростью, величина которой меняется со временем t по закону $v = b \cdot t$, где $b = 2$ м/с². Определите величину полного ускорения и угол между векторами скорости и полного ускорения в момент времени, когда точка совершит первый оборот после начала движения.

1.22(2). Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Найдите отношение радиусов кривизны траектории в момент броска и в момент достижения телом максимальной высоты подъёма.

Раздел Е (0)

1.23(4). Человек, стоящий на мосту, тянет с помощью каната находящуюся на воде лодку. Скорость, с которой человек выбирает канат, постоянна и равна $v = 0,2$ м/с. Найдите скорость, которую будет иметь лодка в момент времени, когда угол между канатом и поверхностью воды равен $\alpha = 30^\circ$.

1.24(4). Небольшое тело скользит со скоростью $v = 5$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности, приближаясь к щели, образованной двумя отвесными вертикальными стенками, которые расположены на расстоянии $d = 10$ см друг относительно друга (рисунок 1.4). Скорость тела перпендикулярна стенкам, глубина щели $h = 1$ м.

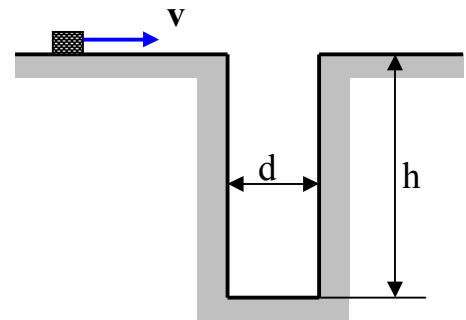


Рисунок 1.4

Сколько раз упруго столкнется тело со стенками до момента падения на дно щели? Размерами тела по сравнению с величиной d можно пренебречь.

1.25(5). На гладкую неподвижную плоскость с углом наклона α налетает стальной шарик под углом β к плоскости (рисунок 1.5). При каком значении β шарик сможет вернуться в точку его первого удара о плоскость, если между первым и последним ударом шарик еще n раз столкнется с плоскостью? Все соударения шарика с плоскостью считать упругими.

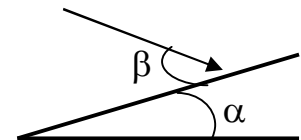


Рисунок 1.5

4.2 Задание 2. Динамика

Раздел А (2). Динамика прямолинейного движения

2.1(1). Три груза массой $m = 0,5$ кг каждый соединены невесомыми пружинками и подвешены на нити (рисунок 2.1). Найдите ускорение каждого груза сразу после пережигания нити.

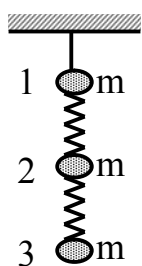


Рисунок 2.1

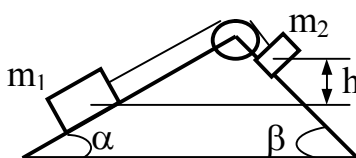


Рисунок 2.2

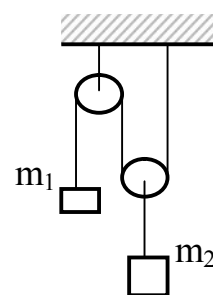


Рисунок 2.3

2.2(3). Два груза с массами $m_1 = m_2 = 1$ кг связаны между собой нитью, перекинутой через блок. Грузы лежат на плоскостях, расположенных под углами $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ к горизонту (рисунок 2.2). Правый груз находится выше левого на $h = 0,5$ м. Определите через какой промежуток времени после начала движения грузы окажутся на одной высоте. Трение между грузами и плоскостями отсутствует. Нить нерастяжима.

2.3(3). Определите величины и направления ускорений грузов в системе, изображенной на рисунок 2.3. Массы грузов $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 1,5$ кг. Массой блоков и нитей можно пренебречь, растяжение нитей и трение в блоках отсутствует.

2.4(2). Тело тянут за нить так, что оно движется по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью ($v \neq 0$). Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,4$. Определите угол наклона нити к плоскости, при котором ее натяжение будет минимальным.

2.5(3). На плоскости, образующей угол $\alpha = 15^\circ$ с горизонтом, лежит шайба массой $m = 100$ г (рисунок 2.4). Какую минимальную силу необходимо прило-

жить к шайбе в горизонтальном направлении вдоль плоскости, чтобы сдвинуть шайбу? Коэффициент трения между шайбой и плоскостью $\mu = 0,4$.

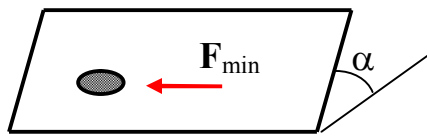


Рисунок 2.4

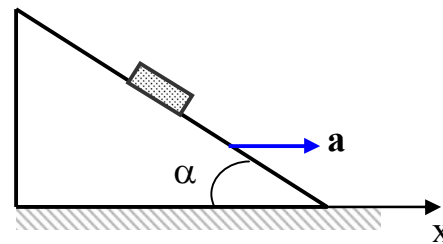


Рисунок 2.5

2.6(4). На грань призмы, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, положили некоторое тело (рисунок 2.5). Коэффициент трения между телом и призмой $\mu = 0,3$. Призму перемещают с постоянным ускорением a , направленным вдоль оси Ox . Определите минимальное и максимальное значения ускорения, при котором тело не будет скользить относительно призмы ни вверх, ни вниз.

Раздел В (1). Динамика криволинейного движения

2.7(2). Груз, подвешенный на нити, отклоняют на угол α и отпускают без начальной скорости. В момент времени, когда нить расположена строго вертикально, ее натяжение в $n = 2$ раза больше силы тяжести, действующей на груз. Определите значение угла α .

2.8(2). На диске, который вращается вокруг вертикальной оси, лежит маленькая шайба массой $m = 100$ г. Шайба соединена с помощью горизонтальной пружины с осью диска. Если угловая скорость диска не превышает величины $\omega_1 = 10$ рад/с, пружина находится в недеформированном состоянии. При медленном увеличении угловой скорости до величины $\omega_2 = 30$ рад/с пружина удлиняется в $n = 1,5$ раза. Определите коэффициент жёсткости k пружины.

2.9(3). На нити длиной $\ell = 0,5$ м подвешен груз. Определите минимальную горизонтальную скорость, которую необходимо сообщить грузу, чтобы он сделал полный оборот по окружности.

2.10(2). На полюсе некоторой планеты тело весит в $n = 1,5$ раза больше, чем на экваторе. Период обращения планеты вокруг собственной оси равен $T = 2$ часа. Определите плотность планеты, предполагая, что она имеет форму идеального шара. Численное значение гравитационной постоянной равно $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

2.11(5). Тело, находящееся на вершине полусферы радиуса $R = 1 \text{ м}$, начинает соскальзывать по ней без трения. Начальная скорость тела равна нулю. Определите, на какой высоте тангенциальное ускорение скольжения совпадает по величине с нормальным ускорением.

Раздел С (2). Законы сохранения

2.12(1). Ракета, запущенная вертикально вверх, взрывается в высшей точке своего подъема на высоте $H = 100 \text{ м}$. При взрыве образуются 4 осколка, два из которых имеют начальные скорости, направленные вертикально, а два других имеют начальные скорости, направленные горизонтально (рисунок 2.6). Величины всех скоростей одинаковы $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 25 \text{ м/с}$. Массы осколков 1 и 2 равны $m_1 = m_2 = 2 \text{ кг}$, а массы осколков 3 и 4 равны $m_3 = m_4 = 3 \text{ кг}$. Определите скорости всех осколков при падении на Землю. Сопротивлением воздуха следует пренебречь.

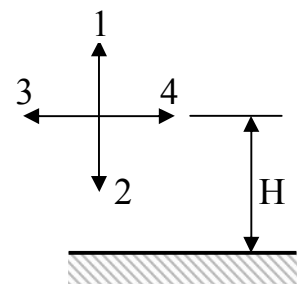


Рисунок 2.6

2.13(3). На озере находится лодка, обращенная кормой к ближайшему берегу. Человек в лодке переходит с кормы на нос. Как изменится при этом расстояние между человеком и берегом? Масса человека $m = 75 \text{ кг}$, масса лодки $M = 150 \text{ кг}$, ее длина $\ell = 2,4 \text{ м}$.

2.14(3). Тело массой $m = 0,2 \text{ кг}$ налетает на покоящееся тело и после упругого столкновения отскакивает от него под прямым углом к первоначальному направлению движения со скоростью, в $n = 2$ раза меньше начальной. Определите массу второго тела.

2.15(5). На высоте $h = 1$ м над горизонтальной плитой находится большое количество маленьких шариков массой $m = 1$ г. В случайные моменты времени их начинают отпускать без начальной скорости. Столкновения шариков с плитой являются упругими. Определите установившееся давление, которое испытывает плита, если средняя плотность шариков над ней $n = 10 \text{ м}^{-3}$.

2.16(2). Сила $F = 12$ Н, действовавшая на покоящееся в начальный момент тело в течение $t = 2 \cdot 10^{-2}$ с, сообщила ему кинетическую энергию $E_1 = 4$ Дж. Определите кинетическую энергию второго такого же тела по прошествии того же времени, если начальная скорость тела $v_0 = 10$ м/с, а сила действует в направлении этой скорости.

2.17(2). Два одинаковых тела, движущиеся с одинаковыми по величине скоростями, сталкиваются абсолютно неупруго. Какой угол был между скоростями тел до удара, если в результате столкновения кинетическая энергия уменьшилась на $\eta = 25\%$?

2.18(4). Пуля массой $m = 5$ г, летящая вертикально вверх, пробивает лежавшую на подставках доску массой $M = 0,25$ кг (рисунок 2.7), после чего поднимается на максимальную высоту $H = 50$ м над уровнем подставок. Величина начальной скорости пули $v = 200$ м/с.

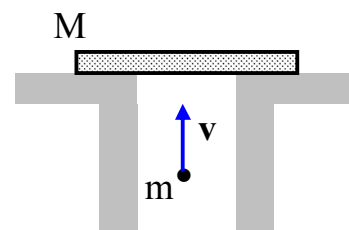


Рисунок 2.7

Определите высоту, на которую подпрыгнет доска. Толщиной доски можно пренебречь.

Раздел D (1). Работа сил трения

2.19(4). Брусок массой $m = 0,1$ кг находится на левом конце доски, масса которой $M = 1$ кг, а длина $L = 0,5$ м (рисунок 2.8). Коэффициент трения между бруском и доской $\mu = 0,5$. Доска находится на гладкой горизонтальной поверхности и может перемещаться по ней без трения. Летевшая горизонтально пуля попадает в брусок и застревает в ней. Масса пули $m_1 = 5$ г. Определите мини-

мальную скорость пули, при которой брусок сможет соскользнуть с доски. Раз-
мерами бруска можно пренебречь.

2.20(3). На горизонтальной поверхности лежит тело массой $m = 0,2$ кг, прикрепленное невесомой пружиной к вертикальной плоскости (рисунок 2.9). В начальный момент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать постоянная сила величиной $F = 2$ Н. Определите максимальное смещение тела от начального положения, если коэффициент упругости пружины $k = 50$ Н/м, а коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,4$.

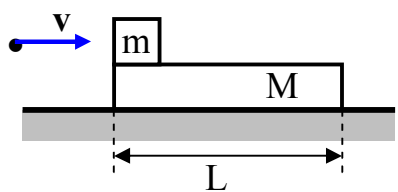


Рисунок 2.8

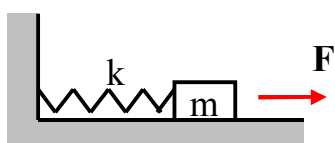


Рисунок 2.9



Рисунок 2.10

2.21(3). Тело массы $m = 1,0$ кг прикреплено двумя одинаковыми пружинами к вертикальным стенкам и совершает колебания, двигаясь прямолинейно по горизонтальной поверхности (рисунок 2.10). Величины двух последовательных отклонений от положения равновесия вправо и влево равны соответственно $S_1 = 10$ см и $S_2 = 8$ см. Определите коэффициент трения μ тела о поверхность, если жёсткость каждой пружины $k = 100$ Н/м.

2.22(5). Канат, длина которого $\ell = 1$ м, наполовину свешивается со стола, высота которого больше ℓ . Коэффициент трения между канатом и столом $\mu = 0,4$. Канат начинает соскальзывать без начальной скорости. Определите скорость каната в момент времени, когда его конец соскользнет со стола.

Раздел Е (1)

2.23(1). Определите во сколько раз вес человека в лифте, движущемся с ускорением вверх, больше веса в лифте, движущемся с ускорением вниз. В обоих случаях величина ускорения $a = 3$ м/с².

2.24(3). Для растяжения каждой из двух пружин на $x = 1$ см необходимо приложить соответственно силы $F_1 = 1$ Н и $F_2 = 2$ Н. Какую силу необходимо приложить к последовательно соединённым пружинам, чтобы их суммарное удлинение было таким же?

2.25(2). Брусек массой $m = 2$ кг и длиной $L = 0,5$ м лежит слева от прямой разделяющей две поверхности (рисунок 2.11). Определите минимальную работу, которую должна совершить горизонтально направленная сила F , чтобы перетащить брусок с левой поверхности на правую. Коэффициент трения между бруском и поверхностями $\mu_1 = 0,6$ и $\mu_2 = 0,3$.

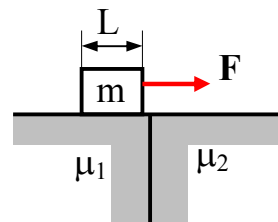


Рисунок 2.11

4.3 Задание 3. Статика. Гидростатика. Молекулярная физика и термодинамика

Раздел А (1). Статика

3.1(3). Невесомый стержень, опирающийся на неподвижную призму, находится в равновесии, если к его левому концу прикреплен груз массой $M = 3$ кг, а к правому – два груза с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соответственно. На какое расстояние, и в каком направлении необходимо сместить точку опоры, если грузы m_1 и m_2 будут подвешены на нерастяжимой нити к невесомому блоку, прикрепленному к правому концу (рисунок 3.1), и начнут двигаться? Длина стержня $\ell = 0,5$ м.

3.2(2). Определите положение центра тяжести однородного диска радиуса R с двумя вырезанными кругами (рисунок 3.2). Круги, лежащие на одном диаметре, касаются граничной окружности диска и имеют радиусы $R/2$ и $R/4$.

3.3(5). Тонкая доска прислонена к брусу, масса которого в n раз больше массы доски (рисунок 3.3). Коэффициенты трения между доской и поверхностью μ_1 , между брусом и поверхностью μ_2 . Трение между доской и брусом от-

существует. Определите, при каких значениях угла α система находится в равновесии. При решении предположите, что брус не может опрокинуться.

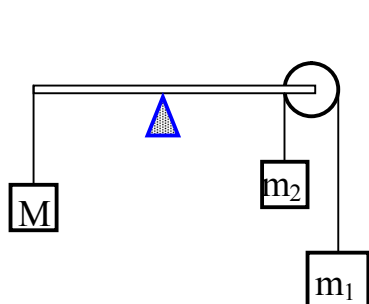


Рисунок 3.1

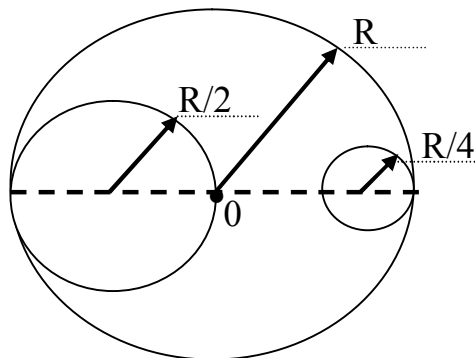


Рисунок 3.2

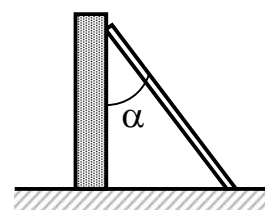


Рисунок 3.3

Раздел В (1). Гидростатика

3.4(1). В цилиндрический стакан с площадью сечения $S = 20 \text{ см}^2$, частично заполненный водой ($\rho = 1 \text{ г/см}^3$), положили шарик радиуса $R = 1 \text{ см}$ и плотностью $\rho_1 = 0,4 \text{ г/см}^3$. Определите, на сколько поднимется уровень воды в стакане.

3.5(3). Шарик, подвешенный на пружине жесткостью $k = 50 \text{ Н/м}$, погружен в воду ($\rho = 1 \text{ г/см}^3$). Плотность шарика $\rho_1 = 2 \text{ г/см}^3$, его объем $V = 10 \text{ см}^3$. С помощью невесомой нити шарик поднимают вверх настолько медленно, что силами сопротивления воды можно пренебречь. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы поднять шарик до высоты, при которой пружина не будет деформирована. В конечном состоянии шарик остается полностью погруженным в воду.

3.6(5). Тонкостенный стакан переворачивают в воздухе (давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$) вверх дном и начинают очень медленно погружать в воду. Определите, на какую глубину нужно погрузить стакан, чтобы он утонул. Глубина погружения отсчитывается от поверхности воды до дна стакана. Стакан имеет форму цилиндра, высотой $h = 10 \text{ см}$ и площадью основания $S = 25 \text{ см}^2$. Масса стакана $m = 100 \text{ г}$. При решении объемом стекла можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

Раздел С (3). Молекулярная физика. Законы идеального газа

3.7(1). Определите давление, которое создает один миллиард молекул идеального газа в объеме $V = 1 \text{ см}^3$ при температуре $T = 300 \text{ К}$.

3.8(2). Идеальный газ массой $m = 80 \text{ г}$ представляет собой некоторое соединение водорода и углерода. Газ находится в объеме $V = 135 \text{ л}$ при давлении $P = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $T = 325 \text{ К}$. Определите химическую формулу соединения, если молярная масса молекулярного водорода (H_2) $\mu_1 = 2 \text{ г/моль}$, а углерода (C) – $\mu_2 = 12 \text{ г/моль}$.

3.9(3). Начиная с некоторого момента времени поверхность, ограничивающая объем газа, поглощает $\eta = 20 \%$ молекул, ударяющихся об нее. Определите, во сколько раз изменится давление газа. Уменьшением числа молекул в объеме газа можно пренебречь.

3.10(1). В баллоне находится некоторый идеальный газ. При выпускании из баллона части газа его температура уменьшилась в $n = 2$ раза, а давление уменьшилось в $k = 3$ раза. Какая часть газа была выпущена?

3.11(2). В идеальном газе ($m = \text{const}$) протекает круговой процесс $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, график которого в координатах P - T изображен на рисунке 3.4. Постройте графики этого процесса в координатах P - V и V - T .

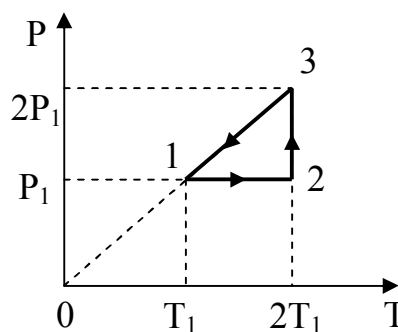


Рисунок 3.4

3.12(2). В вертикально стоящем цилиндре под поршнем находится некоторое количество идеального газа с молярной массой $\mu = 4 \text{ г/моль}$. Поршень, имеющий массу $M = 2 \text{ кг}$ и площадь $S = 0,01 \text{ м}^2$, может свободно (без трения) перемещаться внутри цилиндра. Определите массу газа, если при его нагреве на $\Delta t = 10^0 \text{ °C}$ его объем увеличился на $\Delta V = 0,5 \text{ л}$. Атмосферное давление постоянно и равно $P_0 = 10^5 \text{ Па}$.

3.13(4). В закрытом с обоих торцов цилиндре находится идеальный газ при давлении $P = 10^5 \text{ Па}$, разделенный на два одинаковых объема тонким поршнем, который может свободно (без трения) перемещаться. Цилиндр начинает дви-

гаться по горизонтальной плоскости с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$, направленным по нормали к его торцам. Определите отношение объёмов по обе стороны от поршня. Температура газа постоянна. Площадь сечения цилиндра $S = 10 \text{ см}^2$, масса поршня $m = 0,1 \text{ кг}$.

3.14(3). Открытую стеклянную трубку длиной $\ell = 0,5 \text{ м}$ вертикально погружают в воду наполовину. Затем верхний конец трубки закрывают и трубку поднимают. После того, как вся трубка окажется в воздухе, ее переворачивают в горизонтальное положение. Определите расстояние от открытого конца трубки до столбика воды. Температура воздуха в трубке не менялась. Атмосферное давление $P = 10^5 \text{ Па}$. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$. Капиллярными эффектами можно пренебречь.

Раздел D (1). Насыщенный пар

3.15(3). Влажный воздух массой $m = 1,16 \text{ кг}$ занимает объём $V = 1 \text{ м}^3$ при температуре $T = 298 \text{ К}$ и давлении $P = 10^5 \text{ Па}$. Давление насыщенных паров при этой температуре $P_n = 3,19 \cdot 10^3 \text{ Па}$. Определите относительную влажность воздуха. Молярная масса сухого воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$, молярная масса паров воды $\mu_1 = 18 \text{ г/моль}$.

3.16(3). В баллоне объёмом $V = 10 \text{ л}$ находится $\nu_1 = 1 \text{ моль}$ водорода и $\nu_2 = 1 \text{ моль}$ кислорода при температуре $t_1 = 0^\circ\text{С}$. В результате взрыва весь водород, соединяясь с кислородом, образует молекулы воды. Установившаяся в баллоне температура $t_2 = 100^\circ\text{С}$. Определите, во сколько раз изменится давление в баллоне. Давление насыщенного пара при этой температуре $P_n = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

3.17(3). В закрытом с обоих торцов горизонтальном цилиндре свободно перемещается невесомый поршень. Объём цилиндра $V = 1 \text{ л}$. Слева от поршня вводится $m_1 = 1 \text{ г}$ воды ($\mu_1 = 18 \text{ г/моль}$), а справа – $m_2 = 0,4 \text{ г}$ кислорода ($\mu_2 =$

32 г/моль). Определите отношение объемов V_1/V_2 при температуре $t = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Давление насыщенного пара при этой температуре $P_n = 1,013 \cdot 10^5$ Па.

3.18(5). В цилиндрической трубе на расстояниях L и $2L$ от закрытого торца находятся два поршня, которые могут перемещаться без трения (рисунок 3.5). В левом отсеке находится воздух при давлении P , а в правом пары воды при том же давлении. Давление насыщенных паров воды равно $2P$. Правый поршень медленно вдвинули на расстояние a , при этом температура воздуха и паров воды оставалась постоянной. Определите, насколько сдвинется левый поршень.

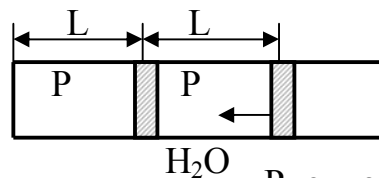


Рисунок 3.5

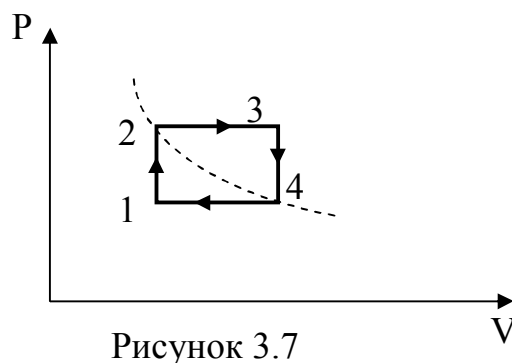
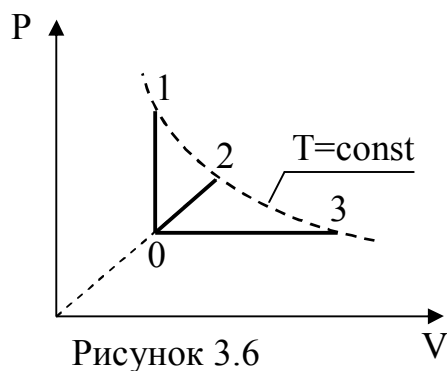
Раздел Е(2). Термодинамика

3.19(1). Определите число степеней свободы молекул идеального газа, если молярная теплоемкость этого газа в изобарном процессе $C_p = 9R/2$.

3.20(2). Идеальный атомарный газ, масса которого $m = 12$ г, расширяется без теплообмена с окружающей средой. В результате этого процесса температура газа уменьшилась на $\Delta T = 20$ К. Определите работу, совершенную газом при расширении. Молярная масса газа $\mu = 4$ г/моль.

3.21(3). На рисунке 3.6 изображены три процесса $0 \rightarrow 1$, $0 \rightarrow 2$ и $0 \rightarrow 3$, в каждом из которых температура идеального атомарного газа изменяется на одну и ту же величину. Определите, в каких из этих процессов газ получает наибольшее и наименьшее количество теплоты, и найдите отношение этих величин.

3.22(3). Идеальный газ совершает работу, изменяя свое состояние по замкнутому циклу, состоящему из двух изохор и двух изобар (рисунок 3.7). В начальном состоянии (точка 1) температура газа $T_1 = 200$ К, в точке 2 – температура $T_2 = 500$ К. Точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. Масса газа $m = 100$ г, молярная масса $\mu = 4$ г/моль. Определите работу, которую совершает газ за один цикл.



3.23(2). Один моль идеального атомарного газа сначала изобарно расширяется, а затем изохорно нагревается, при этом количество теплоты, сообщенное газу на этих участках, одинаково $Q_1 = Q_2 = Q = 400$ Дж. Начальная температура газа $T = 300$ К. Определите конечную температуру газа и молярную теплоёмкость этого процесса.

3.24(3). В вертикальном цилиндре с площадью основания $S = 10 \text{ см}^2$ под поршнем массы $M = 1$ кг, при температуре $T = 300$ К находится идеальный газ объёмом $V = 20$ л. Для повышения температуры газа на $\Delta T = 50$ К ему было сообщено количество теплоты $Q = 833$ Дж. Определите изменение внутренней энергии газа, если атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

3.25(1). На какую высоту можно было бы поднять тело массой $M = 1000$ кг, если бы удалось полностью использовать энергию, которую нужно затратить на плавление льда массой $m = 200$ г (удельная теплота плавления льда равна $\lambda = 0,34 \cdot 10^6$ Дж/кг), нагревание образовавшейся воды до 100°C (удельная теплоёмкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)) и ее испарение (удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг)?

4.4 Задание 4. Электростатика. Постоянный электрический ток

Раздел А (1). Закон Кулона

4.1(2). Два одинаковых шарика с массами $m_1 = m_2 = m = 100$ г подвешены на двух нитях, как показано на рисунке 4.1. Заряды шариков одинаковы $q_1 = q_2 = q$, расстояние между ними $r = 10$ см. После пережигания нити, соединяющей шарики, ускорение верхнего шарика равно $a = -2g$. Определите величину зарядов шариков. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

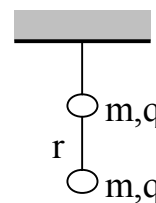


Рисунок 4.1

4.2(3). Три одинаковых маленьких шарика массами $m = 1$ г подвешены на нитях в одной точке. Определите, какие одинаковые заряды следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составила с вертикалью угол $\alpha = 45^\circ$. Длина каждой нити $\ell = 10$ см.

4.3(3). Шарик массой $m = 1$ г, имеющий заряд $q_1 = 10^{-8}$ Кл, подвешен на нити и движется по окружности радиусом $R = 2$ см с угловой скоростью $\omega = 10$ с⁻¹. В центре окружности поместили шарик с зарядом $q_2 = -q_1$. Определите угловую скорость вращения шарика, при которой радиус окружности не изменится.

Раздел В (3). Электрическое поле

4.4(1). Два заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $\ell = 20$ см друг от друга. Определите потенциал электрического поля в точке, где напряженность поля равна нулю.

4.5(3). Стороны правильного треугольника образованы одинаковыми равномерно заряженными стержнями. Определите потенциал и величину напряженности электрического поля в центре треугольника, если при удалении одного из стержней потенциал и напряженность в этой точке становятся равными $\varphi = 40$ В и $|\mathbf{E}| = 100$ В/м.

4.6(2). Два одинаковых равномерно заряженных тонких кольца радиусом R расположены так, что их оси пересекаются под прямым углом в точке O , которая находится на расстоянии $2R$ от центров обоих колец (рисунок 4.2). Определите, во сколько раз изменится величина напряженности электрического поля в точке O , если кольцо B полностью совместить с кольцом A . Положение кольца A не изменилось.

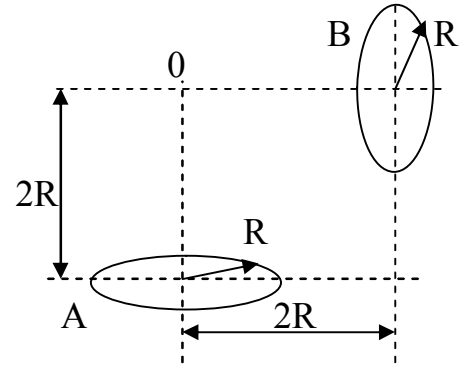


Рисунок 4.2

4.7(4). Три одинаковые изолированные плоскости расположены параллельно друг другу на расстояниях d_1 и d_2 (рисунок 4.3). Плотности заряда на плоскостях B и C равны соответственно $+\sigma$ и $-\sigma$, плоскость A не заряжена. Затем плоскости A и C замкнули. Определите, во сколько раз изменилась величина напряженности электрического поля между плоскостями B и C .

4.8(3). Плоскую бесконечную заряженную пластину поместили в однородное электрическое поле так, что линии поля

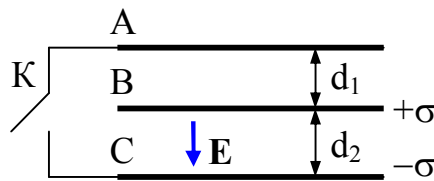


Рисунок 4.3

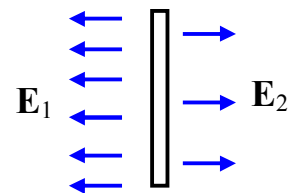


Рисунок 4.4

перпендикулярны поверхности пластины. В результате напряженность поля слева от пластины стала равной $|\mathbf{E}_1| = 6 \cdot 10^3$ В/м, а справа — $|\mathbf{E}_2| = 3 \cdot 10^3$ В/м (рисунок 4.4). Определите силу, которая действует на единицу площади пластины со стороны электрического поля.

4.9(3). Два проводящих шара, радиусы которых R_1 и R_2 , имеют заряды q_1 и q_2 соответственно. Расстояние между шарами намного больше их радиусов. Определите потенциалы и заряды шаров после соединения их проволокой.

4.10(4). Четыре одинаковые заряженные частицы, каждая из которых имеет массу $m = 2$ г и заряд $q = 10^{-8}$ Кл, поместили на горизонтальную поверхность в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Затем частицы одновременно освободили, после чего они стали симметрично разлетаться под действием кулоновских сил отталкивания. Определите максимальное значение скорости частиц.

4.11(5). На горизонтальной поверхности в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 20$ см помещены три одинаковых тела, массы которых $m = 1$ г и заряды $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл. В результате электростатического взаимодействия тела начинают двигаться. Определите максимальную скорость тел, если коэффициент трения между телами и поверхностью $\mu = 0,1$.

Раздел С(2). Электрическая емкость. Энергия электрического поля

4.12(1) Конденсатор емкостью C , заряженный до разности потенциалов $U_1 = 50$ В, соединяется параллельно одноименно заряженными обкладками с конденсатором емкостью $2C$, заряженным до напряжения $U_2 = 300$ В. Определите напряжение на конденсаторах после соединения.

4.13(3). Определите ёмкость бесконечно длинной системы конденсаторов, соединённых друг с другом, как показано на рисунке 4.5. Ёмкости верхних конденсаторов $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф, нижних – $C_2 = 10^{-6}$ Ф.

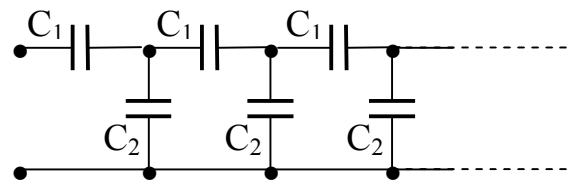


Рисунок 4.5

4.14(3). Два последовательно соединенных конденсатора, ёмкости которых $C_1 = 10^{-6}$ Ф и $C_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф, зарядили от источника с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В (рисунок 4.6,а). Затем оба конденсатора отсоединили от источника и соединили между собой так, как показано на рисунке 4.6,б. Определите энергию, которая выделилась в этом процессе.

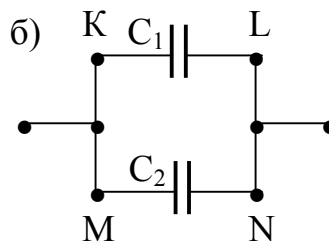
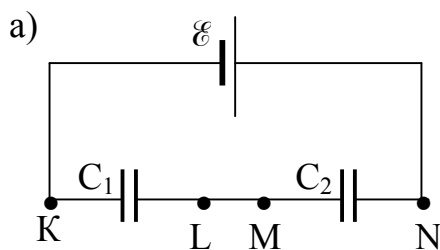


Рисунок 4.6

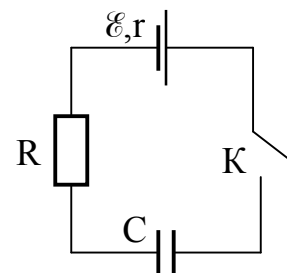


Рисунок 4.7

4.15(3). Определите количество теплоты, которое выделится на резисторе сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ после замыкания ключа в схеме, приведенной на рисунке 4.7. Ёмкость конденсатора $C = 10^{-5} \text{ Ф}$, ЭДС источника $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$, внутреннее сопротивление источника $r = 1 \text{ Ом}$.

4.16(4). Какое количество теплоты выделится после замыкания ключа в цепи, схема которой изображена на рисунке 4.8? До замыкания ключа на конденсаторе емкостью $C_1 = 10^{-5} \text{ Ф}$ находился заряд $q_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$, а на конденсаторе ёмкостью $C_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ находился заряд $q_2 = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$.

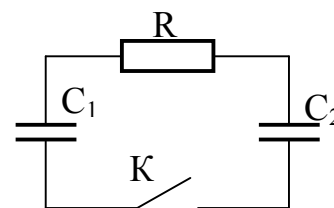


Рисунок 4.8

Раздел D (2). Постоянный электрический ток

4.17(1). Из проволоки сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ сделали кольцо и присоединили его к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$ так, как показано на рисунке 4.9. Определите угол φ , если в цепи протекает ток $I = 1 \text{ А}$.

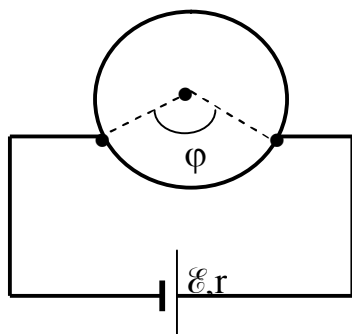


Рисунок 4.9

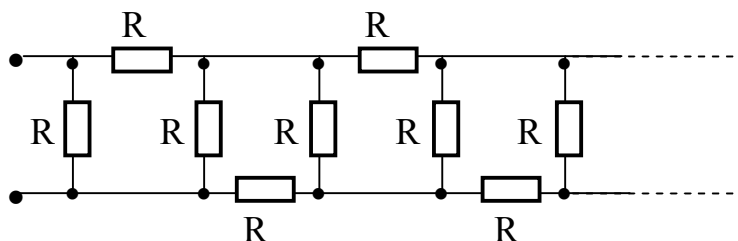


Рисунок 4.10

4.18(3). Определите сопротивление бесконечно длинной цепочки резисторов, соединённых друг с другом, как показано на рисунке 4.10. Сопротивления всех резисторов равны $R = 10 \text{ Ом}$.

4.19(2). Два источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$ соединены так, как показано на рисунке 4.11, а, б. Определите разность

потенциалов между точками А и В для обоих соединений. Сопротивлением соединительных проводов следует пренебречь.

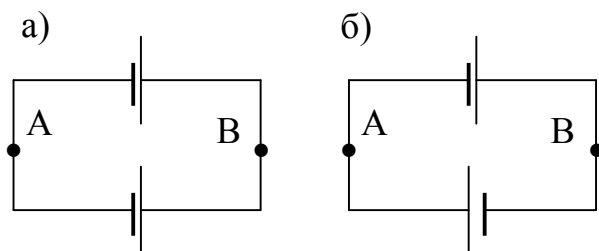


Рисунок 4.11

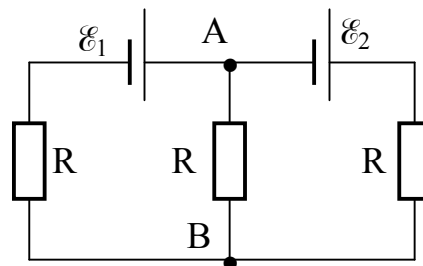


Рисунок 4.12

4.20(4). Определите разность потенциалов между точками В и А ($\varphi_B - \varphi_A$) в схеме, изображенной на рисунке 4.12, если $\varepsilon_1 = 12$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $R = 5$ Ом. Внутренние сопротивления источников одинаковы и равны $r = 1$ Ом.

4.21(4). Определите разность потенциалов между точками В и А ($\varphi_B - \varphi_A$) в схеме, изображенной на рисунке 4.13, если $\mathcal{E} = 9$ В, $R = 6$ Ом, $r = 2$ Ом. Внутренним сопротивлением источника можно пренебречь.

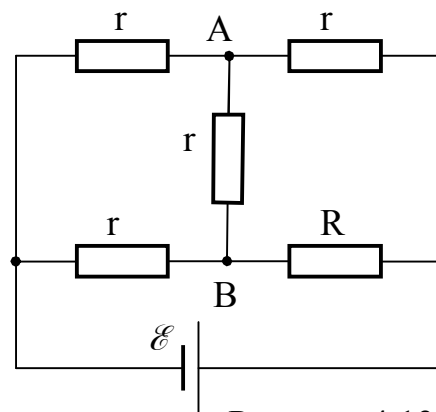


Рисунок 4.13

Раздел Е (1). Тепловое действие тока

4.22(2). Для некоторого источника тока суммарная мощность, выделяющаяся на резисторах, сопротивление которых $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 12$ Ом, одинакова при последовательном и параллельном соединениях этих резисторов. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

4.23(2). При коротком замыкании источника, ЭДС которого $\mathcal{E} = 10$ В, сила тока равна $I_0 = 10$ А. Определите величину максимальной мощности, которая может быть отдана во внешнюю цепь.

4.24(3). Сопротивление $R = 2$ Ом подключено к батарее из двух одинаковых источников тока с внутренними сопротивлениями $r = 1$ Ом. Определите, во сколько раз КПД (отношение мощности, выделяемой во внешней цепи, к мощ-

ности источника тока) при параллельном соединении источников больше чем при последовательном соединении.

4.25(5). Одна из свинцовых проволочек плавится при протекании через нее тока $I_1 = 2$ А, а более толстая при $I_2 = 5$ А. При каком минимальном токе будет разорвана цепь, образованная при параллельном соединении этих проволочек, если отношение их сопротивлений $n = R_1 / R_2 = 4$?

4.5 Задание 5. Магнетизм. Колебания. Волны

Раздел А (2). Магнитное поле

5.1(1). Определите скорость, с которой должен двигаться прямолинейный проводник перпендикулярно магнитным линиям однородного поля с индукцией $B = 1$ Тл, чтобы между концами проводника возникла разность потенциалов $\Delta\varphi = 0,1$ В. Длина проводника $\ell = 20$ см.

5.2(2). Ток силой $I = 10$ А течет по проводнику квадратного сечения, помещенному в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ Тл, магнитные линии которого перпендикулярны боковой поверхности проводника. Разность потенциалов между нижней и верхней поверхностями проводника $\Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-6}$ В. Определите плотность электронов проводимости в проводнике, если площадь его сечения $S = 0,04$ см².

5.3(3). Прямой проводник подвешен горизонтально на нескольких невесомых нитях в однородном вертикальном магнитном поле. При прохождении через проводник тока нити отклонились от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$. Определите, на какой угол отклонятся нити при прохождении через проводник тока, сила которого в $n = 3$ раза больше начальной.

5.4(4). Тело массой m , имеющее заряд q , находится на наклонной плоскости с углом α . Плоскость находится в однородном магнитном поле, индукция $\mathbf{B}$ которого перпендикулярна наклонной плоскости (рисунок 5.1). Определите ве-

личину установившейся скорости тела, если его отпустить без начальной скорости. Коэффициент трения равен μ .

5.5(4). Проводник длины L и массы m подвешен на двух одинаковых пружинах в однородном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$, направленной перпендикулярно плоскости, в которой находятся пружины и проводник (рисунок 5.2). Жёсткость каждой пружины k . В течение очень короткого промежутка времени τ через проводник пропущен ток силой I . Определите величину максимального смещения проводника от начального положения. Смещением за время τ можно пренебречь.

5.6(3). В полосе толщиной $d = 2$ см создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ мТл (рисунок 5.3). Линии вектора магнитной индукции направлены по нормали к поверхности рисунка. На полосу падает пучок электронов, скорость которых перпендикулярна полосе и линиям магнитной индукции. Определите минимальную энергию электронов, при которой они не будут "отражаться" от магнитной полосы. Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

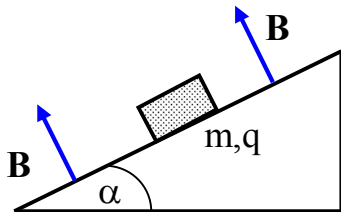


Рисунок 5.1

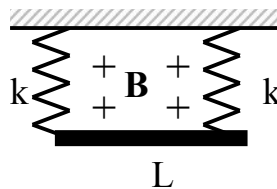


Рисунок 5.2

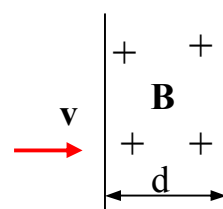


Рисунок 5.3

5.7(4). Электрон движется в однородных и постоянных электрическом и магнитном полях, силовые (магнитные) линии которых направлены одинаково. В начальный момент времени скорость электрона перпендикулярна силовым линиям. Определите минимальное расстояние между начальным положением электрона и точкой, в которой ускорение электрона совпадает с начальным. Напряженность электрического поля – E , индукция магнитного поля – B , масса электрона – m , а заряд равен e .

Раздел В (2). Электромагнитная индукция

5.8(1). Из двух одинаковых проводников равной длины, изготовлены два контура – квадратный и круглый. Оба контура помещены в одной плоскости в однородном, изменяющемся во времени магнитном поле. В квадратном контуре возникает постоянный ток $I = 2$ А. Определите силу тока в круглом контуре.

5.9(3). По двум горизонтальным рейкам, замкнутым на сопротивление $R = 2,5$ Ом, движется с постоянной скоростью $v = 1$ м/с жесткая рамка KLMN (рисунок 5.4). Сопротивления участков LK и NM равны соответственно $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 3$ Ом. Расстояние между рейками $L = 0,5$ м. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл. Вектор $\mathbf{B}$ перпендикулярен плоскости рисунка. Определите мощность, выделяющуюся в рамке KLMN.

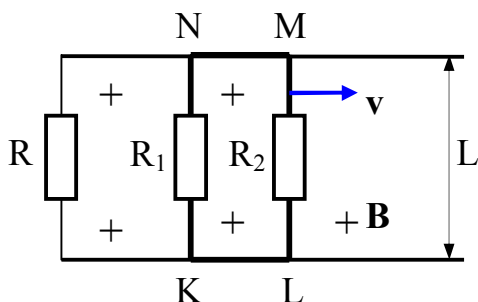


Рисунок 5.4

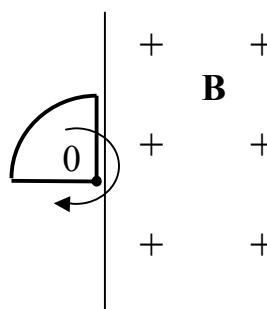


Рисунок 5.5

5.10(4). Контур, ограничивающий четверть круга радиусом $R = 0,2$ м, находится на границе однородного магнитного поля с величиной индукции $B = 0,2$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости рисунка (рисунок 5.5). Сопротивление контура $r = 1$ Ом. Контур начал вращаться вокруг оси O , параллельной вектору индукции $\mathbf{B}$, с постоянной угловой скоростью $\omega = 50$ с $^{-1}$. Определите количество теплоты, которое выделится в контуре за один оборот.

5.11(4). Проволочный контур площадью $S = 20$ см 2 замкнут на конденсатор ёмкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф, линейными размерами которого можно пренебречь. Контур находится в однородном магнитном поле, магнитные линии которого перпендикулярны плоскости контура. Индукция магнитного поля линейно воз-

растает со временем: $B = b \cdot t$, где $b = 10^{-2}$ Тл/с. Определите установившийся заряд конденсатора.

5.12(2). Плоский контур площадью S образован сверхпроводящей проволокой. Индуктивность контура L . Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B , составляющей угол α с нормалью к плоскости контура. Поле внезапно исчезает. Определите ток, возникающий в сверхпроводящем контуре.

Раздел С (2). Колебания

5.13(1). Начальные фазы колебаний двух математических маятников с периодами колебаний $T_1 = 5$ с и $T_2 = 7$ с одинаковы. Определите минимальный промежуток времени, через который фазы колебаний маятников снова будут одинаковы.

5.14(2). Шарик прикреплен пружиной к вертикальной стенке и может перемещаться без трения по горизонтальной поверхности. Шарик отвели из положения равновесия на $x_0 = 3$ см и сообщили ему начальную скорость, равную $v_0 = 0,2$ м/с. После этого шарик стал совершать гармонические колебания с циклической частотой $\omega = 5$ рад/с. Определите амплитуду этих колебаний.

5.15(4). Шарик, находящийся на гладкой горизонтальной поверхности и прикрепленный к невесомой горизонтальной пружине, совершает гармонические колебания с периодом $T = 2$ с. Определите период колебаний шарика, если на расстоянии $a/2$ (a – амплитуда колебаний) от положения равновесия (x_0) установили вертикальную стенку (рисунок 5.6), от которой шарик абсолютно упруго отскакивает.

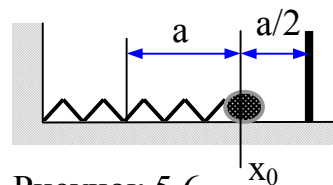


Рисунок 5.6

5.16 (2). Положительно заряженный шарик ($q = 1,5 \cdot 10^{-6}$ Кл) массой $m = 10$ г является частью математического маятника. Маятник поместили в однородное электрическое поле, силовые линии которого направлены вертикально вверх. Величина напряжённости поля $E = 2 \cdot 10^4$ В/м. Определите, во сколько раз изме-

нится период гармонических колебаний шарика, если направление вектора напряженности электрического поля изменится на противоположное.

5.17(4). Тело находится на горизонтальной подставке, которая совершает по вертикали гармонические колебания с частотой $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$. Определите, при каких амплитудах колебаний груз не оторвётся от подставки.

5.18(3). От груза, который висит на пружине жёсткостью $k = 200 \text{ Н/м}$, отделяется его часть массой $m = 0,1 \text{ кг}$. Определите, на какую максимальную высоту поднимется после этого оставшаяся часть груза.

5.19(4). Определите частоту колебаний жидкости, налитой в U-образную трубку (рисунок 5.7). Если тот же объём жидкости налить в цилиндрическую трубу того же сечения, высота столба жидкости будет равна $\ell = 0,5 \text{ м}$.

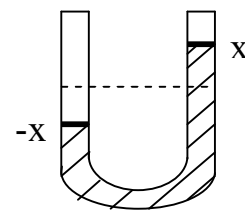


Рисунок 5.7

Раздел D (1). Электромагнитные колебания

5.20(2). Заряженный конденсатор ёмкостью $C = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ подключили к катушке с индуктивностью $L = 0,01 \text{ Гн}$. Определите минимальное время, через которое энергия электрического поля конденсатора станет в $n = 2$ раза меньше энергии магнитного поля катушки.

5.21(3). Колебательный контур состоит из воздушного конденсатора и катушки индуктивности. В пространство между пластинами конденсатора внесли пластину из диэлектрика ($\epsilon = 4$), толщина которой совпадает с расстоянием между пластинами, а индуктивность катушки уменьшили в $n = 2$ раза. Во сколько раз необходимо увеличить расстояние между пластинами конденсатора, чтобы частота собственных колебаний контура не изменилась?

5.22(3). Неоновая лампочка включена в сеть. Лампочка зажигается и гаснет при напряжении на ее электродах в $n = 1,4$ раза меньшем, чем амплитудное значение напряжения в сети. Определите, во сколько раз продолжительность одной вспышки лампочки больше промежутка между вспышками.

Раздел Е (1). Волны

5.23(2). В некоторой среде распространяется волна. За время, в течение которого частица среды $n = 100$ раз прошла через свое равновесное положение, волна распространилась на расстояние $\ell = 150$ м. Определите длину волны.

5.24(3). Определите, во сколько раз изменится длина волны и частота света при переходе из среды с показателем преломления $n_1 = 1,33$ в среду с показателем преломления $n_2 = 2$.

5.25(3). В некоторой среде распространяется поток фотонов с длиной волны $\lambda = 2,8 \cdot 10^{-7}$ м и энергией $E = 5 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите показатель преломления среды.

4.6 Задание 6. Оптика. Современная физика

Раздел А (2). Отражение и преломление света

6.1(1). Луч света падает на границу раздела двух сред. Показатель преломления первой среды $n_1 = 1,33$, второй среды $n_2 = 2$. Определите угол падения, если отражённый и преломлённый лучи составляют угол $\gamma = 120^\circ$.

6.2(5). Луч света распространяется в среде с показателем преломления n_1 , на расстоянии L от оси проходящей через центр прозрачного шара радиусом R . Шар изготовлен из вещества с показателем преломления $n_2 < n_1$. Определите угол отклонения луча от первоначального направления.

6.3(2). Между плоским экраном и плоским круглым зеркалом площадью $S = 10 \text{ см}^2$ находится точечный источник света. Плоскости экрана и зеркала параллельны между собой. Источник находится напротив центра зеркала. Определите площадь светлого пятна, образованного на экране отраженными от зеркала лучами, если расстояние от экрана до источника в $k = 5/3$ раз больше расстояния от источника до зеркала.

6.4(2). Точечный источник света движется прямолинейно и равномерно со скоростью $|v| = 20$ м/с. Определите величину скорости движения изображения источника в плоском зеркале относительно самого источника, если угол между вектором v и нормалью к зеркалу $\alpha = 60^\circ$.

6.5(3). Определите графически, в каких точках пространства наблюдатель может видеть в плоском зеркале (3) конечных размеров одновременно изображения точек А и В, расположенных относительно зеркала так, как показано на рисунке 6.1.

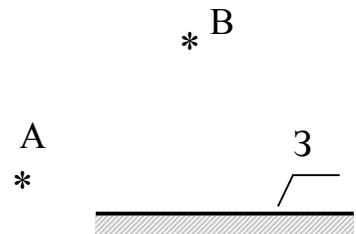


Рисунок 6.1

Раздел В (3). Линзы

6.6(2). Определите минимальное расстояние между предметом и его действительным изображением, которое может быть получено с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием F .

6.7(3). С помощью тонкой линзы получено действительное изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = 1,5$. Для того, чтобы получить резкое изображение с увеличением $\Gamma_2 = 6$, предмет переместили на $x = 1$ см. На какое расстояние при этом необходимо перенести экран?

6.8(2). Тонкая линза создаёт изображение предмета, находящегося в ее фокальной плоскости. Определите высоту предмета, если высота изображения $H = 0,5$ см.

6.9(2). Две тонкие собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 10$ см и $F_2 = 20$ см плотно прижаты друг к другу так, что их главные оптические оси совпадают. Определите фокусное расстояние этой оптической системы. Толщиной линз можно пренебречь.

6.10(2). Параллельный пучок лучей света падает на рассеивающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = -5$ см. На каком расстоянии от нее надо поставить собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_2 = 12$ см, чтобы после прохождения этой системы линз лучи снова шли параллельным пучком?

6.11(4). С помощью тонкой линзы получено изображение ломаной линии ABCD. Отрезок BC лежит на главной оптической оси, которая перпендикулярна отрезкам AB и DC (рисунок 6.2). Отрезок AB увеличивается линзой в $\Gamma_1 = 1,5$ раза, отрезок DC – в $\Gamma_2 = 8$ раз. Определите, во сколько раз увеличится отрезок BC.

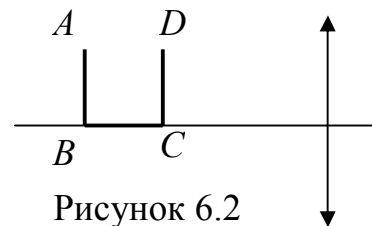


Рисунок 6.2

6.12(3). На рисунке 6.3 показаны светящаяся точка S и ее изображение S', даваемое линзой, а также главная оптическая ось линзы O'O''. Определите графически положение оптического центра линзы и ее фокусов.

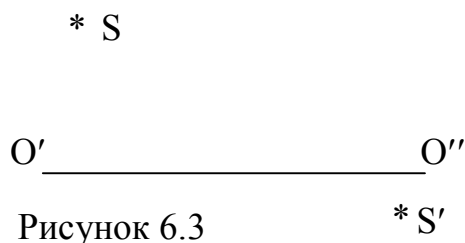


Рисунок 6.3

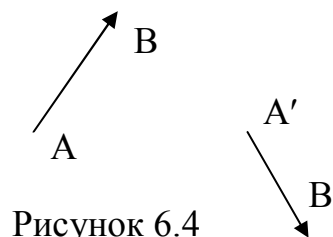


Рисунок 6.4

6.13(5). По положению предмета AB и его действительному изображению A'B' (рисунок 6.4) восстановите положение линзы и ее главных фокусов.

Раздел С (1). Релятивистская динамика

6.14(1). Определите скорость тела, кинетическая энергия которого в $n = 2$ раза больше его энергии покоя.

6.15(2). Определите кинетическую энергию частицы, если ее энергия покоя $m_0c^2 = 940$ МэВ, а импульс p определяется из соотношения $pc = 940$ МэВ, где c – скорость света в вакууме.

6.16(4). Нейтральная частица распалась на два фотона, летящих под углами $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ к направлению движения частицы. Определите кинетическую энергию частицы, если ее энергия покоя $m_0c^2 = 135$ МэВ.

6.17(4). Пучок лазерного излучения мощностью $P = 200$ Вт падает на непрозрачную пластинку под углом $\alpha = 45^\circ$. Пластинка зеркально отражает $\eta =$

50 % падающих фотонов (световых квантов), а остальные поглощает. Определите величину силы, с которой излучение действует на пластинку.

Раздел D (2). Квантовая физика

6.18(3). Отношение скоростей электронов, вылетающих из вещества при освещении светом с длинами, волн λ_1 и λ_2 , равно $k = 2/3$. Определите λ_2 , если $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ м, а работа выхода $A = 2,5$ эВ.

6.19(1). Атом водорода состоит из протона (p) и электрона (e). Определите, во сколько раз сила электрического взаимодействия между этими элементарными частицами больше силы их гравитационного взаимодействия. Заряды частиц $|q_e| = |q_p| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, массы – $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг и $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

6.20(2). При поглощении фотона с энергией $h\nu = 1,89$ эВ атом водорода переходит с уровня $n_1 = 2$ на уровень $n_2 = 3$. Определите максимальную длину волны фотона, способного ионизировать атом водорода, находящийся в основном состоянии ($n = 1$).

6.21(4). Протон, скорость которого $v = 7,8 \cdot 10^4$ м/с, сталкивается с покоящимся невозбужденным атомом водорода. После столкновения протон продолжает лететь в том же направлении, но со скоростью, меньшей в $n = 4$ раза, в то время как атом водорода переходит в возбуждённое состояние. Определите длину волны фотона, излучаемого атомом при возвращении в основное состояние. Массы атома водорода и протона можно считать равными $m_H = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

6.22(3). В термоядерной реакции ${}^2\text{H}_1 + {}^3\text{He}_2 \rightarrow {}^4\text{He}_2 + {}^1\text{H}_1$ выделяется энергия $E = 18,4$ МэВ, где E – разность суммы кинетических энергий образовавшихся частиц и аналогичной суммы для первичных частиц. Определите энергию, которая выделится в реакции ${}^3\text{He}_2 + {}^3\text{He}_2 \rightarrow {}^4\text{He}_2 + {}^1\text{H}_1 + {}^1\text{H}_1$, если энергия связи ядра ${}^3\text{He}_2$ на $\Delta E = 5,5$ МэВ больше энергии связи ядра ${}^2\text{H}_1$.

6.23(4). При столкновении дейтронов, обладающих кинетической энергией $E = 2$ МэВ, с тритиевой мишенью протекает реакция ${}^2\text{H}_1 + {}^3\text{H}_1 \rightarrow {}^1\text{n} + {}^4\text{He}_2$. Определите кинетическую энергию нейтронов, вылетающих перпендикулярно относительно направления импульса дейтронов, если в реакции выделяется энергия $\Delta E = 17,6$ МэВ. Энергия покоя дейтрона $m_d c^2 = 1876$ МэВ, нейтрона – $m_n c^2 = 940$ МэВ, α -частицы – $m_\alpha c^2 = 3727$ МэВ.

Раздел Е (0). Разные задачи

6.24 (4). Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 40$ кВ, падает на заземлённую металлическую пластинку нормально к ее поверхности. Сила тока пучка $I = 100$ мА. Определите силу, с которой пучок действует на пластинку, если все электроны поглощаются. Отношение заряда к массе электрона $e / m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

6.25(5). Электрон, имеющий кинетическую энергию $T = 10$ кэВ, влетает в плоский заряженный конденсатор. В начальный момент времени скорость электрона направлена вдоль средней плоскости конденсатора АВ (рисунок 6.5). Длина конденсатора $L = 20$ см. Определите через какое время нужно изменить направление электрического поля в конденсаторе на противоположное, не изменяя его абсолютной величины, чтобы на вылете из конденсатора электрон пересёк плоскость АВ. Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. Силу тяжести учитывать не следует.

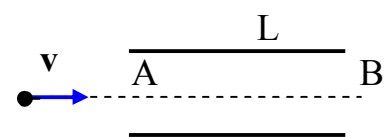


Рисунок 6.5

5 Литература, рекомендуемая для изучения физики

- 1 Павленко, Ю.Г. Начала физики / Ю.Г. Павленко.— М.: Экзамен, 2005.— 864 с.
- 2 Павленко, Ю.Г. Физика. Ответы на вопросы / Ю.Г. Павленко.— М.: Экзамен, 2006.— 192 с.
- 3 Павленко, Ю.Г. ТЕСТ-ФИЗИКА / Ю.Г. Павленко.— М.: Экзамен, 2004.— 256 с.
- 4 Роуэлл, Г. Физика / Г. Роуэлл, С. Герберт.— М.: Просвещение, 1994.— 576 с.
- 5 Перельман, Я.И. Знаете ли вы физику? / Я.И. Перельман.— М.: Наука, 1992.— 272 с.
- 6 Черноуцан, А.И. Физика / А.И. Черноуцан.— М.: Университет, 2001.— 336 с.
- 7 Гомонова, А.И. Физика / А.И. Гомонова.— М.: Экзамен, 2002.— 384 с.
- 8 Бендриков, Г.А. Физика. Сборник задач / Г.А. Бендриков, Б.Б. Буховцев, В.В. Керженцев, Г.Я. Мякишев.— М.: Альянс — В, 2003.— 416 с.
- 9 Баканина, Л.П. Сборник задач по физике / Л.П. Баканина, В.Е. Белонучкин, С.М. Козел.— М.: Просвещение, 1995.— 176 с.
- 10 Павлов, С.В. Сборник конкурсных заданий по физике для поступающих в вузы / С.В. Павлов, И.В. Платонова.— М.: Интеллект-Центр, 2001.— 672 с.
- 11 Турчина, Н.В. Физика: 3 800 задач для школьников и поступающих в вузы / Н.В. Турчина, Л.И. Рудакова, О.И. Суров, Г.Г. Спирин, Т.А. Ющенко.— М.: Дрофа, 2000.— 672 с.
- 12 Гольдфарб, Н.И. Сборник вопросов и задач по физике / Н.И. Гольдфарб.—М.: Высшая школа, 1993.— 352 с.
- 13 Козел, С.М. Физика. Сборник задач и заданий / С.М. Козел, В.А. Корovin, В.А. Орлов.—М: Мнемозина, 2001.—254 с.

- 14 Гельфгат, И.М. 1001 задача по физике / И.М. Гельфгат, Л.Э. Генденштейн, Л.А. Кирик.– М.: Илекса, 2001.– 352 с.
- 15 Игропуло, В.С. Физика. Алгоритмы, задачи, решения / В.С. Игропуло, Н.В. Вязников.–М.: Илекса, 2002.– 592 с.
- 16 Задачи по физике: учебное пособие / Под ред. О.Я. Савченко.– М.: Наука, 1988.– 416 с.
- 17 Кабардин, О.Ф. Физика. Справочник школьника / О.Ф. Кабардин.– М.: Астрель, 2008.– 573 с.
- 18 Бабаев, В.С. Физика. Весь курс для выпускников и абитуриентов / В.С. Бабаев, А.В. Тарабанов,–М.: Эксмо, 2008.– 400 с.
- 19 Трофимова, Т.И. Физика: 10-11 классы. Основные понятия. Законы. Формулы / Т.И. Трофимова.–М.: Оникс, 2006.– 128 с.
- 20 Сподарец, В.К. ЕГЭ 2008. Физика. Типовые тестовые задания / В.К. Сподарец.– М.: Экзамен, 2008.– 158 с.

Приложение А (справочное)

Основные физические константы

Скорость света в вакууме	$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_{\mu} = 22,414 \text{ л/моль}$
Нормальные условия	$p = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101\,325 \text{ Па}$ $t = 0^{\circ} \text{ C}$
Газовая постоянная	$R = 8,314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Постоянная Фарадея	$F = 96\,500 \text{ Кл/моль}$
Число Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} = 8,625 \cdot 10^{-5} \text{ эВ/К}$
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $k = (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$ $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ $R = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрон-вольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Первый Боровский радиус	$r_1 = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Масса изотопа ${}_1\text{H}^1$	$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Приложение Б (справочное)

Соотношения между единицами некоторых физических величин

Длина	$1 \text{ \AA (Ангстрем)} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ $1 \text{ дюйм} = 2,54 \text{ см}$ $1 \text{ пк (парсек)} \approx 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м}$ $1 \text{ св. год (световой год)} \approx 0,95 \cdot 10^{16} \text{ м}$ $1 \text{ ферми} = 10^{-15} \text{ м}$ $1 \text{ фут} = 30,48 \text{ см}$ $1 \text{ ярд} = 91,44 \text{ см}$
Масса	$1 \text{ тонна} = 10^3 \text{ кг}$ $1 \text{ а.е.м.} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1 \text{ кар (карат)} = 0,2 \text{ г}$
Время	$1 \text{ сутки} = 86\,400 \text{ с}$ $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$ $1 \text{ час} = 60 \text{ мин}$ $1 \text{ сутки} = 24 \text{ часа}$ $1 \text{ год} \approx 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$
Объем	$1 \text{ л} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
Сила	$1 \text{ кГ} = 1 \text{ кгс (килограмм-сила)} = 9,81 \text{ Н}$
Давление	$1 \text{ бар} = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$ $1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$ $1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ Па}$ $1 \text{ торр} = 1 \text{ мм рт. ст.} = 133,3 \text{ Па}$
Энергия	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ $1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж}$
Мощность	$1 \text{ л.с. (лошадиная сила)} = 735 \text{ Вт}$

Приложение В (справочное)

Некоторые сведения из математики

1 Алгебра

$$a : b = \frac{a}{b}; \quad \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}; \quad a : \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c}{b}; \quad \frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a \cdot n}{b \cdot m};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow a \cdot n = b \cdot m \Leftrightarrow \frac{n}{b} = \frac{m}{a}; \quad \frac{a}{b} \pm \frac{m}{n} = \frac{a \cdot n \pm b \cdot m}{b \cdot n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}; \quad \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \text{ при } a > 0, b > 0.$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b); \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad \frac{a+b}{2} = \sqrt{a \cdot b} \text{ при } a = b.$$

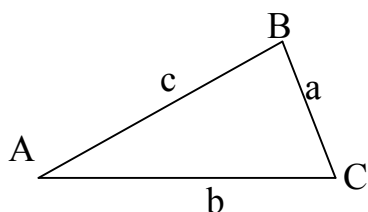
$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3; \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2);$$

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad (a \neq 0); \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a};$$

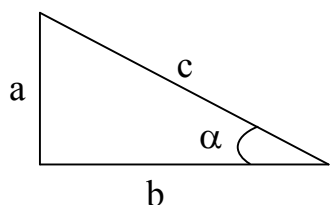
$$\sin x \approx x, \quad \cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2, \quad (x \ll 1);$$

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx, \quad (x \ll 1; n \neq 0);$$

2 Тригонометрия



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C;$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{b}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{b}{a};$$

$$a^2 + b^2 = c^2;$$

x	$\pm\alpha$	$\frac{\pi}{2} \pm \alpha$	$\pi \pm \alpha$	$\frac{3}{2}\pi \pm \alpha$
$\sin x$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
$\cos x$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
$\operatorname{tg} x$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$

α	$0^0(0)$	$30^0\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$45^0\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$60^0\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$90^0\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$180^0(\pi)$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1; \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \quad \overline{\sin^2 \alpha} = \overline{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{2}.$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta; \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha); \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha); \quad \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2};$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}; \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]; \quad \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)];$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]; \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x, \quad (x \ll 1); \quad x = \frac{x^0 \cdot \pi}{180^0}, \quad [x] = \text{рад}, \quad [x^0] = \text{град};$$

3 Геометрия

$$L_{\text{окружн}} = 2\pi r = \pi d; \quad S_{\text{круг}} = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2; \quad S_{\text{сфер}} = 4\pi r^2 = \pi d^2; \quad (d = 2r);$$

$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3; \quad (d = 2r); \quad S_{\text{эллипс}} = \pi \cdot a \cdot b, \quad a, b - \text{полуоси эллипса};$$

4 Логарифмы

$$\lg(x^n) = n \cdot \lg x; \quad \lg(xy) = \lg x + \lg y; \quad \lg\left(\frac{x}{y}\right) = \lg x - \lg y; \quad \ln x = \frac{\lg x}{\lg e}; \quad \lg x = \frac{\ln x}{\ln 10};$$

$$(x > 0, y > 0).$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,718...; \quad a^x = e^{x \ln a}; \quad a^x = 10^{x \lg a};$$

5 Векторы

Скаляром называется физическая величина, характеризующаяся только числовым значением. **Векторы** – это направленные отрезки прямых. Физические величины, которые характеризуются направлением в пространстве, могут быть представлены некоторыми направленными отрезками, т.е. векторами. Такая их интерпретация очень наглядна и ею широко пользуются.

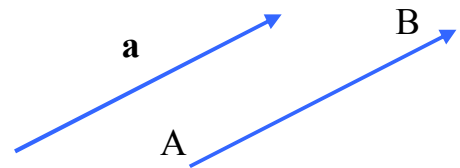


Рисунок В.1

Вектор обозначают символом $\overrightarrow{AB}$, где точки А и В обозначают начало и конец данного направленного отрезка, либо одной латинской буквой $\vec{a}$ или $\mathbf{a}$ (рисунок В.1). Начало вектора называют точкой его приложения. Для обозначения длины вектора используют символ модуля (абсолютной величины) или символ вектора без стрелки над ним. Так $|\overrightarrow{AB}| = AB$ и $|\mathbf{a}| = a$ обозначают длины векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\mathbf{a}$. Векторы можно проектировать на любые прямые (в частности и на направленные), при этом, $a_{\ell} = a \cos \alpha$ (рисунок В.2а). Часто приходится проектировать векторы на оси координат x, y, z . Для вектора $\mathbf{a}$, расположенного на плоскости xOy , проекции вектора $\mathbf{a}$ на оси Ox и Oy прямоугольной системы координат равны $a_x = a \cdot \cos \varphi$, $a_y = a \cdot \sin \varphi$, где φ – угол между вектором $\mathbf{a}$ и

осью Ox (см. рисунок В.2б). Для пространственно – ориентированного вектора проекции на оси координат можно выразить следующим образом (рисунок В.3):
 $a_x = a \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\varphi$; $a_y = a \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\varphi$; $a_z = a \cdot \cos\vartheta$. Очевидно, что тройка чисел a_x , a_y , a_z полностью определяют вектор $\mathbf{a}$, так как по ним можно однозначно построить вектор $\mathbf{a}$, причём $|\mathbf{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. Краткое обозначение вектора $\mathbf{a} = \mathbf{a}(a_x, a_y, a_z) = \{a_x, a_y, a_z\}$. Если заданы координаты двух точек $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$, то вектор $\overrightarrow{AB}$ может быть записан в виде $\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$.

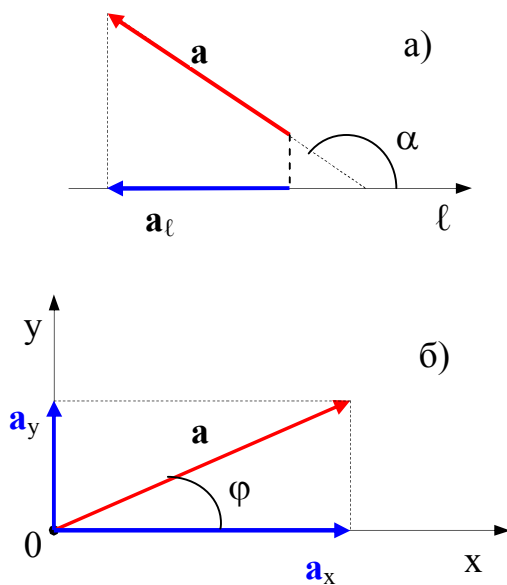


Рисунок В.2

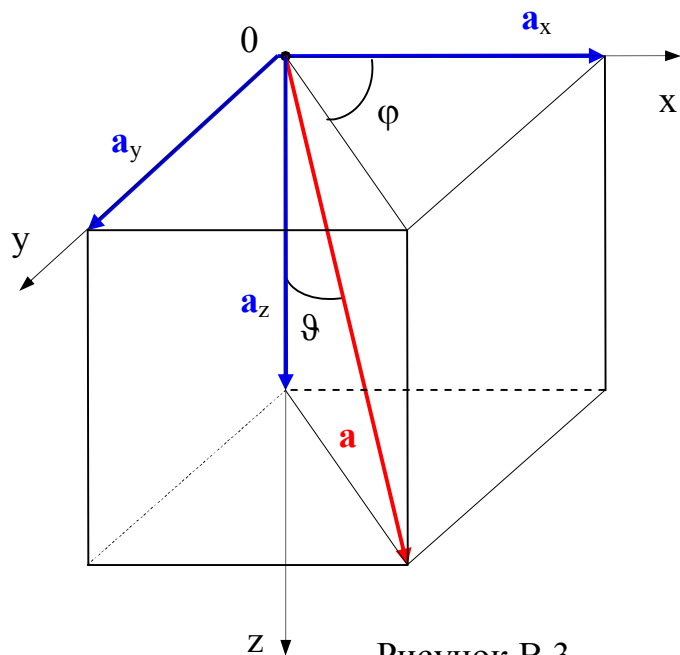


Рисунок В.3

Вектор называется нулевым, если начало и конец его совпадают. Нулевой вектор не имеет определённого направления и имеет длину, равную нулю. Векторы называются коллинеарными, если они лежат на одной, или на параллельных прямых.

Операции с векторами.

1) **Умножение вектора $\mathbf{a}$ на скаляр** (вещественное число) λ даёт вектор $\mathbf{c}$, имеющий длину, равную $|\lambda| \cdot |\mathbf{a}|$, и имеющий направление, совпадающее с направлением вектора $\mathbf{a}$ ($\mathbf{c} \uparrow \uparrow \mathbf{a}$) при $\lambda > 0$, и противоположное направление вектору $\mathbf{a}$ ($\mathbf{c} \uparrow \downarrow \mathbf{a}$) при $\lambda < 0$. Если $\mathbf{a}(a_x, a_y, a_z)$, то $\mathbf{c} = \lambda \mathbf{a} = \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}$.

2) **Сложение, вычитание векторов.** Векторы складываются по правилу треугольника или по правилу параллелограмма, вычитаются по правилу треугольника (см. рисунок В.4). Чтобы из вектора **a** вычесть вектор **b**, можно к вектору **a** прибавить вектор $-\mathbf{b}$. Например, при сложении (вычитании) двух векторов имеем:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \pm \mathbf{b} = \mathbf{c}(c_x, c_y, c_z) = \mathbf{a}(a_x, a_y, a_z) + \mathbf{b}(b_x, b_y, b_z) = \{a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z\}.$$

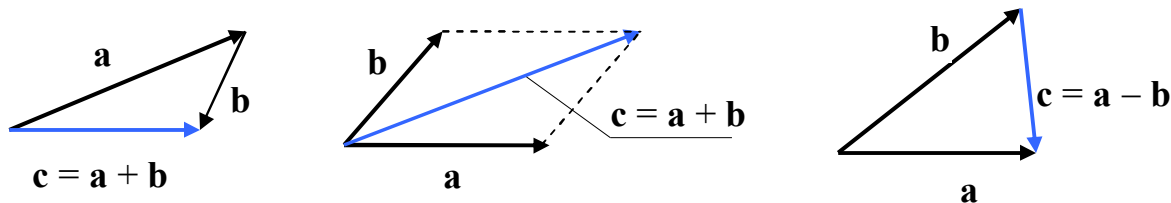


Рисунок В.4

Если число векторов больше двух, то их сумма может быть найдена по правилу замыкания ломаной до многоугольника: если приложить вектор $\mathbf{a}_2$ к концу вектора $\mathbf{a}_1$, вектор $\mathbf{a}_3$ к концу вектора $\mathbf{a}_2, \dots$, вектор $\mathbf{a}_n$ к концу вектора $\mathbf{a}_{n-1}$, то сумма

$$\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{a}_{n-1} + \mathbf{a}_n = \mathbf{c}$$

будет представлять вектор **c**, идущий из начала вектора $\mathbf{a}_1$ к концу вектора $\mathbf{a}_n$ (см. рисунок В.5).

Зная проекции вектора **a** на оси Ox и Oy прямоугольной системы координат (см. рисунок В.2б), можно найти вектор **a**, его модуль и угол между вектором и осью Ox :

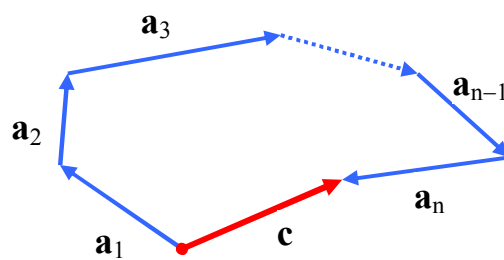


Рисунок В.5

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y; \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}; \quad \varphi = \arctg(a_y/a_x).$$

3) **Скалярным произведением** двух векторов **a** и **b** называют число (скаляр), равное произведению длин этих векторов на косинус угла α между ними (см. рисунок В.6):

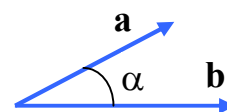


Рисунок В.6

$$\mathbf{ab} = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} = (\mathbf{b}, \mathbf{a}) = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \alpha = ab \cdot \cos \alpha.$$

Если два вектора $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ определены своими проекциями на оси координат, т.е. $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$; $\mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, то скалярное произведение этих векторов равно сумме произведений соответствующих проекций на соответствующие оси координат:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

4) **Векторным произведением** векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ называется вектор $\mathbf{c}$, обозначаемый символом

$$\mathbf{c} = [\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \mathbf{a} \times \mathbf{b},$$

с модулем, равным произведению длин векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ на синус угла α между ними:

$$|\mathbf{c}| = c = ab \cdot \sin \alpha.$$

Вектор $\mathbf{c}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, причём его направление связано с направлением векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ правилом правого винта, т.е. если правый винт вращать от $\mathbf{a}$ к $\mathbf{b}$ в направлении кратчайшего поворота, то поступательное движение винта определяет направление вектора $\mathbf{c}$ (см. рисунок В.7). Поэтому

$$\mathbf{c} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} = -[\mathbf{b}, \mathbf{a}]$$

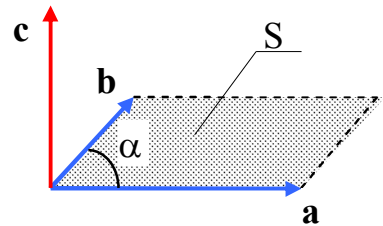


Рисунок В.7

Длина (или модуль) векторного произведения $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ равна площади S параллелограмма, построенного на приведённых к общему началу векторах $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$. Если $\mathbf{c} = [\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \{c_x, c_y, c_z\}$, то составляющие (проекции) вектора $\mathbf{c}$ выражаются через составляющие (проекции) векторов $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$ и $\mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$ по правилу:

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y;$$

$$c_y = a_z b_x - a_x b_z;$$

$$c_z = a_x b_y - a_y b_x.$$

Смешанные векторные произведения записываются так:

$$\mathbf{a} \cdot [\mathbf{b}, \mathbf{c}] = \mathbf{b} \cdot [\mathbf{c}, \mathbf{a}] = \mathbf{c} \cdot [\mathbf{a}, \mathbf{b}]; \quad [\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b}).$$

6 Производная

Если некоторая непрерывная функция $y = f(x)$ определена на некотором интервале, то всякое изменение x на Δx приводит к тому, что f изменится на Δf . В этом случае выражение

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

называется **средней скоростью изменения функции** на интервале значений аргументов от x до $x + \Delta x$. Данное отношение показывает, какое изменение Δf функции приходится на единичное изменение аргумента (т.е. как бы $\Delta x = 1$).

На интервале Δx функция $f(x)$ может существенно менять свой ход (отличаться от хода линейной функции). Это значит, что на этом интервале скорость изменения функции будет меняться от места к месту. Но совершенно ясно, что всегда можно выбрать интервал Δx столь малым, что на нём ход функции $f(x)$ практически будет неотличим от хода линейной функции. Такие интервалы значений аргументов будем называть **элементарными** (или малыми) и обозначать dx . Соответствующие изменения функции обозначают df и называют элементарными (или малыми). Такого рода малые величины dx , df ... называют ещё дифференциалами от величин x , f и т.д.

Величина $f' = \frac{df}{dx}$ называется **первой производной** функции $y = f(x)$ по аргументу x , а ее смысл – "мгновенная" скорость изменения функции, т.е. по су-

шеству всё та же средняя скорость ее изменения, но на столь малом интервале dx , на котором $f(x)$ не отличается существенно от хода линейной функции. Из сказанного ясно, что данную производную можно определить как предел отношения:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{df}{dx} = f'.$$

В приведённом примере для производной кроме y' можно использовать и другие обозначения:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = y'_x = f'_x.$$

Физический смысл производной. Производная

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

характеризует быстроту (скорость) изменения функции $f(x)$ при изменении аргумента x . В частности, если $y = f(x)$ представляет зависимость пути y от времени x , то в этом случае производная y' определяет мгновенную скорость в момент времени x . Если же, скажем, $y = f(x)$ определяет величину заряда y , протекающего через поперечное сечение проводника в зависимости от времени x , то в этом случае производная $y' = f'(x)$ определяет силу тока в момент времени x .

Геометрический (графический) смысл производной. Из рисунка В.8 видно, что

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Отношение

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx}$$

называют **угловым коэффициентом** (см. рисунок В.9). Таким образом, по геометрическому смыслу $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ и $\frac{df}{dx}$ суть тангенсы угла наклона секущей и "касательной" к графику $f(x)$ соответственно. Таким образом, производная от $f(x)$ по x геометрически характеризует крутизну графика $f(x)$ в каждой точке x , которая нас интересует. Ясно, что из $f' = \frac{df}{dx}$ следует $df = f' dx$.

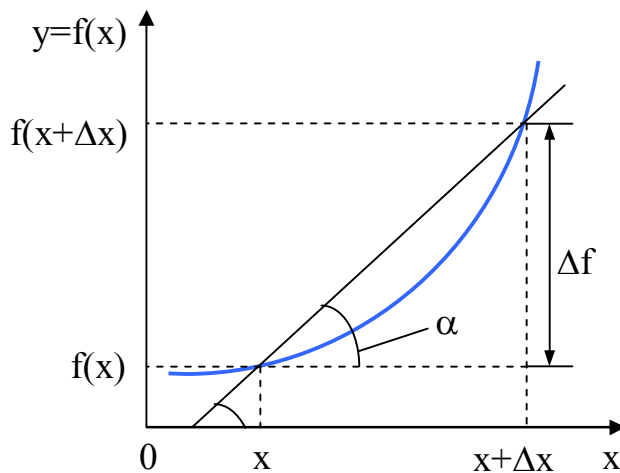


Рисунок В.8

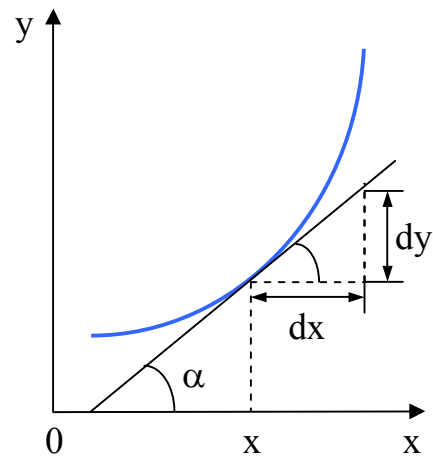


Рисунок В.9

Для сложной функции $f(x) = f(z(x))$ производная по аргументу x равна

$$f'_x = \frac{df}{dx} = \frac{df}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}.$$

Так, например, для $f(x) = \sin z$, при $z = kx$, $f(x) = \sin kx$, и

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dz}(\sin z) \cdot \frac{d}{dx}(kx) = \cos z \cdot k = \cos kx \cdot k = k \cdot \cos kx.$$

Производную от первой производной называют **второй производной** и обозначают

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 f}{dx^2} = y''_{xx} = f''_{xx}.$$

В частности, если $y = f(x)$ представляет зависимость пути y от времени x , то в этом случае вторая производная $y'' = f''(x)$ представляет собой ускорение точки в момент времени x .

Производные некоторых функций ($C, A, k = \text{const}$):

$C' = 0$	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(A \sin kx)' = Ak \cos kx$	$(U \pm V)' = U' \pm V'$
$(Ce^x)' = Ce^x$	$(C x^n)' = C n x^{n-1}$	$(A \cos kx)' = -A k \sin kx$	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\sin x)' = \cos x$	$(x^{-n})' = -n x^{-(n+1)}$	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x$	$(a^{Cx})' = C \cdot a^{Cx} \cdot \ln a$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
		$y'_x = [f(z(x))]'_x = f'_z \cdot z'_x$	

Пусть имеется некоторая функция $f(x, y, z, t)$, где x, y, z, t – независимые переменные. Если менять какую-либо одну из переменных x, y, z или t при зафиксированных остальных переменных, то величины

$$\frac{f(x + \Delta x, y, z, t) - f(x, y, z, t)}{\Delta x}, \dots, \frac{f(x, y, z, t + \Delta t) - f(x, y, z, t)}{\Delta t} \quad (*)$$

показывают, какова средняя скорость изменения $f(x, y, z, t)$ на интервалах $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$, соответственно, т.е. показывают, насколько изменится $f(x, y, z, t)$ при единичном изменении только одного из переменных x, y, z, t **при зафиксированных остальных переменных**. Если интервалы $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$ столь малы, что на них ход функции $f(x, y, z, t)$ не отличается существенно от хода линейной функции, то написанные соотношения (*) называются **частными производными** от $f(x, y, z, t)$ по x, y, z, t , соответственно:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y, z, t) - f(x, y, z, t)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\partial f}{\partial x} \dots$$

Они обозначаются символами $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$, $\frac{\partial f}{\partial t}$. Смысл частных производных

тот же, что и у отношений (*), т.е. **они характеризуют быстроту изменения функции при изменении какого-либо одного из аргументов при постоянных значениях остальных аргументов.** Для частных производных справедливы все свойства обычных производных. Конечно, вместо переменных x, y, z, t можно взять и другой набор переменных и в любом их количестве.

Если x, y, z являются функциями от t , то при изменении t от t до $t + dt$ другие переменные x, y, z получают вполне определённые приращения dx, dy, dz . Величина

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (**)$$

называется **полной производной от f по ее основному аргументу t** и показывает, как быстро меняется $f(x, y, z, t)$ с изменением ее основного аргумента t (при изменении которого меняются и остальные аргументы x, y, z). Возможен такой случай, когда какая-либо из переменных x, y, z или даже все они вместе не ме-

няются при изменении t . Тогда соответствующие величины $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ или $\frac{\partial f}{\partial z}$ бу-

дут равны нулю, и равенство (**) становится «короче». При $\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t} = 0$

оно принимает вид

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Возможен и такой случай, когда f не зависит от какой-либо из переменных x, y, z, t . Тогда соответствующая частная производная будет равна нулю и (**) опять «укоротится».

Отметим, что $\frac{\partial f}{\partial t}$ характеризует быстроту изменения f при $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, $z = \text{const}$, т.е. при зафиксированной точке. Величина же $\frac{df}{dt}$ характеризует быстроту изменения f с учётом изменения x , y , z , т.е. действительно полную быстроту, в отличие от $\frac{\partial f}{\partial t}$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ и т.д., где часть переменных зафиксирована, т.е. не меняется.

Отметим ещё один момент. Если имеется некоторая функция $f(x, y, z, t)$, то величина

$$\begin{aligned} df &= \frac{df}{dt} \cdot dt = \frac{\partial f}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} dt = \\ &= \frac{\partial f}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial f}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot dz \end{aligned}$$

называется **полным дифференциалом от функции f** . Слагаемые в правой части уравнения называются частными дифференциалами от f .

То, что сказано про производную и дифференциал скалярной функции $f(x)$, вполне применимо и к векторной функции $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\varphi)$, где φ – некоторый скаляр (см. п.1, п.2, п.3 данного пособия, например, $\mathbf{u}$ – радиус-вектор, φ – время). Это следует из того, что вместо функции $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\varphi)$ мы можем всегда рассматривать $u_x(\varphi)$, $u_y(\varphi)$, $u_z(\varphi)$, а тогда при зафиксированных ортах $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ имеем:

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi} (u_x \cdot \mathbf{i} + u_y \cdot \mathbf{j} + u_z \cdot \mathbf{k}).$$

7 Интеграл

Интегрированием называют математическую операцию, "обратную" дифференцированию (взятию производной). При интегрировании находят первообразную функцию – такую функцию, производная которой равна данной

функции. Функция $F(x)$ называется **первообразной** функцией для данной функции $f(x)$, если функция $F(x)$ дифференцируема и $F'(x) = f(x)$. Данная функция $f(x)$ может иметь различные первообразные функции, отличающиеся друг от друга на постоянные слагаемые. Поэтому совокупность всех первообразных функций для данной функции $f(x)$ содержится в выражении $F(x) + C$, которое называют **неопределённым интегралом** от этой функции $f(x)$ и обозначается символом:

$$\int f(x)dx,$$

где $\int$ – называется знаком интеграла;

$f(x)$ – подынтегральной функцией;

$f(x)dx$ – подынтегральным выражением.

Таким образом,

$$\int f(x)dx = F(x) + C,$$

где $C = \text{const}$.

Неопределённые интегралы некоторых функций ($A, C, k, a = \text{const}$):

$\int 0 \cdot dx = C$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int a dx = ax + C$	$\int AU(x)dx = A \int U(x)dx + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C,$	$\int (U + V)dx = \int Udx + \int Vdx$	$\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$
где $n \neq -1$	$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$	$\int \cos kx dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$

Пусть в интервале (a, b) изменения аргумента x определена непрерывная функция $f(x)$. Разобьём интервал (a, b) на элементарные отрезки $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$. Составим сумму:

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i,$$

где каждое слагаемое $f(x_i) \cdot \Delta x_i$ представляет собой площадь прямоугольника со сторонами $f(x_i)$ и Δx_i (см. рисунок В.10).

Выражение

$$\lim_{\substack{\Delta x_i \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i = \int_a^B f(x) dx$$

называется определённым интегралом от этой функции $f(x)$.

Геометрический смысл определённого интеграла (рисунок В.11): $\int_a^B f(x) dx$

– определённый интеграл равен площади S криволинейной трапеции (площади фигуры под графиком функции $f(x)$ при изменении аргумента x в интервале (a, B)).

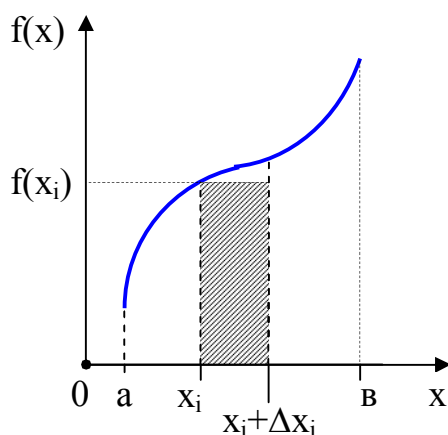


Рисунок В.10

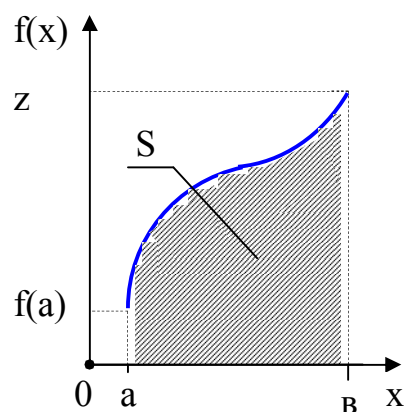


Рисунок В.11

Нужно отметить, что

$$\int_a^B f(x) dx = F(B) - F(a),$$

т.е. значение определённого интеграла от подынтегральной функции $f(x)$ равно разности значений первообразной функции $F(x)$ при значениях $x = b$ и $x = a$, соответственно.

Например,

$$\int_a^b \cos x dx = \sin x \Big|_a^b = \sin b - \sin a.$$

Для определённых интегралов справедливы правила интегрирования, аналогичные соответствующим правилам для неопределённых интегралов.

Можно говорить и об **интеграле от функции многих переменных**, т.е. от функции $f(x, y, z, t)$. При этом в интересующих нас случаях это интегралы типа

$$\int_{r_1}^{r_2} \mathbf{f}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{x_1 y_1 z_1}^{x_2 y_2 z_2} [f_x(x, y, z) dx + f_y(x, y, z) dy + f_z(x, y, z) dz].$$

Можно показать, что если величина

$$f_x dx + f_y dy + f_z dz$$

есть полный дифференциал от некоторой функции $F(x, y, z)$, т.е. если

$$f_x dx + f_y dy + f_z dz = dF,$$

то значение интеграла

$$\int_{r_1}^{r_2} (f_x dx + f_y dy + f_z dz) = \int_{r_1}^{r_2} dF$$

может быть выражено как разность функции $F(x, y, z)$ на границах интегрирования, т.е.

$$\int_{r_1}^{r_2} \mathbf{f}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{r_1}^{r_2} dF = F(\mathbf{r}_2) - F(\mathbf{r}_1).$$

Принято говорить, что в данном случае результат интегрирования не зависит от пути интегрирования между точками 1 и 2.

Если же $\mathbf{f}$ такова, что

$$f_x dx + f_y dy + f_z dz \neq dF,$$

то результат интегрирования зависит от пути интегрирования. Это обычно (но не всегда!) означает, что $\mathbf{f}$ есть функция не только от x, y, z , но и от каких-то других переменных (например, от v_x, v_y, v_z, t и т.д.).

Именно поэтому элементарная работа $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r}$ не является полным дифференциалом, т.е. $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} \neq dA$. Это значит, величина работы зависит от формы траектории (от «формы пути»). Исключение составляет случай, когда $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r})$ или, что то же самое $\mathbf{F} = \mathbf{F}(x, y, z)$, а тогда $\mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = d\Phi$ и тогда

$$\int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{r_1}^{r_2} d\Phi = \Phi(\mathbf{r}_2) - \Phi(\mathbf{r}_1).$$

Вместо функции $\Phi(\mathbf{r})$ удобно использовать функцию $U(\mathbf{r}) = -\Phi(\mathbf{r})$, где $U(\mathbf{r})$ – потенциальная энергия.

К вычислению определённых интегралов сводятся задачи об измерении площадей, объёмов тел, длин дуг кривых, задачи определения координат центров тяжести, моментов инерции, пути тела по известной скорости движения, работы производимой силой и т.п.

Приложение Г (справочное)

Основные формулы по физике

$v = \frac{S}{t}$ при равномерном движении скорость v равна отношению пути S ко времени t .

$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ $v_{\text{ср.}}$ – средняя скорость равна отношению пути ΔS к промежутку времени Δt , в течение которого этот путь был пройден.

$\mathbf{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ $\mathbf{v}_{\text{ср}}$ – вектор средней скорости перемещения за время Δt , $\Delta \mathbf{r}$ – вектор перемещения.

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{r}'_t$ $\mathbf{v}$ – вектор мгновенной скорости равен производной от перемещения по времени.

$v = \frac{dS}{dt} = S'_t$ v – модуль мгновенной скорости равен производной от пути по времени.

$\mathbf{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ $\mathbf{a}_{\text{ср}}$ – вектор среднего ускорения равен отношению изменения скорости $\Delta \mathbf{v}$ к промежутку времени Δt , за которое это изменение произошло.

$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{v}'_t$ мгновенное ускорение равно производной от скорости по времени

$\mathbf{a}_\tau = \frac{dv}{dt} = v'_t$ тангенциальное (касательное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости по модулю и направлено по касательной к траектории в данной точке.

$\mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R}$ нормальное (центростремительное) ускорение $\mathbf{a}_n$ характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено к центру кривизны траектории. R – радиус кривизны траектории, v – скорость. (при равномерном вращении по окружности $\mathbf{a}_n$ – центростремительное ускорение, R – радиус окружности).

$R = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}$ R – радиус кривизны в данной точке кривой, $\Delta\varphi$ – угол между касательными к кривой в точках, отстоящих друг от друга на элементе участка траектории ΔS .

$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau$ $\mathbf{a}$ – полное ускорение при криволинейном движении;

$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ a_n, a_τ – нормальное (центростремительное) и тангенциальное (касательное) ускорения, соответственно.

$\operatorname{tg} \alpha = a_n / a_\tau$ α – угол между векторами полного ускорения и скорости.

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t$ кинематическое уравнение равномерного движения со скоростью v_0 вдоль оси x , x_0 – начальная координата, t – время.

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$ кинематическое уравнение равнопеременного движения ($a = \text{const}$) вдоль оси x , v_0 – начальная скорость. Значения v_0 и a – положительны, если векторы $\mathbf{v}_0$ и $\mathbf{a}$ направлены в сторону положительной полуоси x , и отрицательны в противном случае.

$S = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$ S – путь и v – мгновенная скорость при равнопеременном движении, v_0 – начальная скорость, a – ускорение, t – время.
 $v = v_0 + a \cdot t$

$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ кинематическое уравнение, связывающее путь S , пройденный телом за некоторое время, с начальной – v_0 и конечной – v скоростями на этом отрезке пути, с ускорением a .

$H = \frac{gt^2}{2}; t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ свободное падение ($v_0 = 0$) тела с высоты H : t – время падения; g – ускорение свободного падения; v – скорость тела в момент достижения поверхности (Земли), $h(t)$ – высота в момент времени t .
 $h(t) = H - \frac{gt^2}{2};$
 $v = gt = \sqrt{2gH}$

$$y(t) = H - \frac{gt^2}{2};$$

$$x(t) = v_0 \cdot t;$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}; L = v_0 t_0;$$

$$v_x = v_0; v_y = gt;$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

движение тела, брошенного горизонтально со скоростью v_0 с высоты H : $x_0 = 0$ и $y_0 = H$ – начальное положение тела (в момент броска); $x(t)$ и $y(t)$ – уравнения движения по осям; t_0 – время полета; L – дальность полета; v_x и v_y – составляющие скорости v тела по осям координат для любого момента времени t во время полета (до удара о поверхность).

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha; v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha;$$

$$x(t) = v_{0x} \cdot t; y(t) = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} gt^2;$$

$$v_x(t) = v_{0x}; v_y(t) = v_{0y} - gt;$$

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}; t_0 = \frac{2v_{0y}}{g};$$

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

движение тела, брошенного со скоростью v_0 под углом α к горизонту: $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ – начальное положение тела (в момент броска); v_{0x} и v_{0y} – проекции скорости v_0 по осям; $x(t)$ и $y(t)$ – уравнения движения по осям; $v_x(t)$ и $v_y(t)$ – зависимость составляющих скорости по осям от времени t ; H – высота подъема, t_0 – время полета; L – дальность полета.

$$\nu = \frac{N}{t}; T = \frac{t}{N};$$

$$\nu = T^{-1}; T = \nu^{-1}$$

при равномерном вращательном движении: ν – частота вращения, T – период вращения, N – число оборотов за время t .

$$\omega = \frac{\varphi}{t}; N = \frac{\varphi}{2\pi};$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

ω – угловая скорость при равномерном вращении: φ – угол поворота, N – число оборотов за время t ; ν – частота вращения, T – период вращения.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_t'$$

ω – угловая скорость равна производной угла поворота по времени.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega_t'$$

ε – угловое ускорение равно производной угловой скорости по времени.

$S=R \cdot \varphi$ S – путь, пройденный материальной точкой при повороте на угол φ по дуге окружности радиуса R .

$v=\omega \cdot R=\frac{2\pi R}{T}=2\pi R\nu$ связь между линейной и угловой скоростями при равномерном вращательном движении

$a_t = \varepsilon \cdot R$; a_n и a_t – нормальное (центростремительное) и тангенциальное (касательное) ускорения, соответственно.
 $a_n=\omega^2 \cdot R=\frac{v^2}{R}=v \cdot \omega$

$\varphi(t)=\varphi_0 + \omega_0 \cdot t$ кинематическое уравнение равномерного вращения, φ_0 – начальное угловое положение.

$\varphi(t)=\varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ кинематическое уравнение равнопеременного вращения ($\varepsilon=\text{const}$), ω_0 – начальная угловая скорость.

$\omega(t)=\omega_0 + \varepsilon \cdot t$ ω – мгновенная угловая скорость при равнопеременном вращении в момент времени t , ω_0 – начальная угловая скорость, ε – угловое ускорение.
 $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$ кинематическое уравнение, связывающее угол поворота φ с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями и с угловым ускорением ε .

$\rho=\frac{m}{V}$ ρ – плотность тела, m – масса, V – объем тела.

$\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$ $\mathbf{p}$ – импульс тела – векторная величина, равная произведению массы m тела на его скорость $\mathbf{v}$.

$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$; $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{p}'_t$ второй закон Ньютона: m – масса тела, $\mathbf{F}$ – равнодействующая всех приложенных к телу сил, $\mathbf{a}$ – ускорение, $\mathbf{p}$ – импульс тела.

$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$. принцип суперпозиции для силы – если на рассматриваемое тело действует несколько сил, то его движение будет таким же, как если бы на тело действовала результирующая сила, равная векторной сумме отдельных сил.

$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ третий закон Ньютона: силы, с которыми действуют друг на друга два тела, всегда равны по модулю и противоположно направлены.

$F_{\text{упр}} = -k\Delta l$; закон Гука: сила упругости $F_{\text{упр}}$ пропорциональна удлинению тела (пружины) Δl и направлена в сторону, противоположную направлению перемещений частиц тела при деформации; k – коэффициент пропорциональности (жесткость пружины); σ – механическое напряжение; S – площадь поперечного сечения образца, к которому приложена сила F ; E – модуль Юнга (упругости); ε – относительное удлинение; l_0 – начальная длина.

$\sigma = \varepsilon \cdot E$;

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$;

$\sigma = \frac{F}{S}$;

$\Delta l = l - l_0$

$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ закон всемирного тяготения: два тела притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния R между их центрами масс; G – гравитационная постоянная. В такой форме записи закон справедлив для взаимодействия материальных точек и однородных тел сферической формы.

$g(h) = G \cdot \frac{M}{(R + h)^2}$ $g(h)$ – ускорение свободного падения на высоте h над поверхностью планеты, M и R – масса и радиус планеты;

$g(h) = g \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$ g – ускорение свободного падения у поверхности планеты (без учета вращения планеты), т.е. $g = G \frac{M}{R^2}$.

$F_{\text{тр.}} = \mu \cdot N$ сила трения скольжения равна максимальной силе трения покоя $F_{\text{тр.}}$, пропорциональной силе нормального давления N (реакции опо-

ры); μ – коэффициент трения.

$P = mg$ P – сила тяжести, m – масса тела, g – ускорение свободного падения.

$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R}} = \sqrt{gR}$ v_1 – первая космическая скорость: M и R – масса и радиус планеты, G – гравитационная постоянная, g – ускорение свободного падения на поверхности планеты.

$v = v_1 \sqrt{\frac{R}{r}}$ местная первая космическая скорость движения по окружности радиусом r . Так как $r > R$, то $v < v_1$.

$T = 2\pi \left(\frac{r}{R}\right)^{3/2} \left(\frac{R}{g}\right)^{1/2}$ период обращения спутника по орбите радиусом r ; R – радиус планеты; $r > R$.

$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$ или $\frac{T^2}{r^3} = \frac{(2\pi)^2}{GM}$ частная форма третьего закона Кеплера – отношение квадратов периодов вращения двух спутников равно кубу отношения радиусов круговых орбит.

$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{r} = -\frac{mv^2}{2} = -\frac{mgR^2}{2r}$ полная энергия E спутника на круговой орбите радиусом r равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

$v_2 = v_1 \sqrt{2} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$ v_2 – вторая космическая (или параболическая) скорость, v_1 – первая космическая скорость.

$m \frac{dv}{dt} = F - u \frac{dm}{dt}$ уравнение Мещерского (уравнение движения тела с переменной массой). F – геометрическая сумма всех внешних сил, действующих на ракету, u – скорость истечения газов относительно ракеты, dm/dt – масса сгоревшего топлива, которое выбрасывается из ракеты за единицу времени.

$v = v_0 - u \cdot \ln \frac{m}{m_0}$ формула Циолковского. m_0 – начальная масса ракеты, m – масса в конце ускорения, скорость газовой струи u . Скорость

ракеты в начале и в конце ускорения – v_0 и v , соответственно.

$\Delta A = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} =$ ΔA – элементарная работа равна скалярному произведению силы $\mathbf{F}$ на перемещение $\Delta \mathbf{r}$, α – угол между $\mathbf{F}$ и $\Delta \mathbf{r}$.
 $= F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$

$P_{\text{ср.}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$ мощность равна работе, совершаемой в единицу времени: $P_{\text{ср}}$ – средняя мощность за время Δt .

$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$ мгновенная мощность P равна скалярному произведению силы $\mathbf{F}$ на скорость $\mathbf{v}$, с которой движется точка приложения силы, α – угол между $\mathbf{F}$ и $\mathbf{v}$.

$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ E_K – кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью v , p – импульс тела.

$A = E_{K2} - E_{K1}$ работа равнодействующей силы равна изменению кинетической энергии тела (при условии постоянства потенциальной энергии).

$A = -\Delta E_{\Pi}$ работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии (при условии постоянства кинетической энергии).

$E_{\Pi} = m \cdot g \cdot h$ потенциальная энергия тела в однородном поле тяготения: h – высота над поверхностью Земли (высота от нулевого уровня), g – ускорение свободного падения, m – масса тела.

$E_{\Pi} = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}$ потенциальная энергия упруго деформированного тела (пружины).

$E_{\Pi} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R}$ потенциальная энергия взаимодействия двух тел массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии R друг от друга; G – гравитационная постоянная.

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \cdot \mathbf{v}_i = \text{const}$$

закон сохранения импульса: суммарный импульс замкнутой системы остается постоянным (по величине и направлению) при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

$m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0 = \mathbf{F} \cdot \Delta t$; изменение импульса тела $\Delta \mathbf{p}$ за время Δt равно импульсу $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \mathbf{F} \cdot \Delta t$ равнодействующей силы $\mathbf{F} \cdot \Delta t$.

$E = E_k + E_{\Pi}$ полная механическая энергия материальной точки (тела) равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

$E = E_k + E_{\Pi} = \text{const}$ закон сохранения полной механической энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел остается постоянной при любых движениях тел системы, если в системе не действуют диссипативные силы.

$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2$; законы сохранения импульса и энергии
 $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ при центральном абсолютно упругом ударе двух тел (шаров).

$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{u}$ закон сохранения импульса при центральном абсолютно неупругом ударе двух тел.

$\Delta E_k = Q = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2$ изменение кинетической энергии при абсолютно неупругом ударе (часть ее переходит в «тепловую» форму энергии).

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{затр}}};$$

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100 \% = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{затр}}} \cdot 100 \%$$

коэффициент полезного действия механизмов равен отношению полезной работы $A_{\text{пол}}$ (полезной мощности $P_{\text{пол}}$) к затраченной $A_{\text{затр}}$ (затраченной – $P_{\text{затр}}$).

$\frac{dE_n}{dx} = (E_n)_x' = 0$ условие равновесия - экстремальное значение потенциальной энергии (для случая одномерной задачи, когда E_n зависит только от координаты x , т.е. когда $E_n = E_n(x)$).

$\frac{d^2E_n}{dx^2} = (E_n)_{xx}'' > 0$ условие устойчивого равновесия

$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ момент силы $\mathbf{M}$ относительно неподвижной точки – физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\mathbf{r}$, проведенного из этой точки в точку приложения силы, на эту силу $\mathbf{F}$.

$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = F \cdot d$ M – модуль момента силы, α – угол между $\mathbf{r}$ и $\mathbf{F}$,
 $d = R \cdot \sin \alpha$ – плечо силы равно кратчайшему расстоянию от оси вращения до линии действия силы.

$\sum \mathbf{F}_i = 0$ (первое) условие равновесия тела при отсутствии вращения: векторная сумма всех сил, приложенных к телу, равна нулю.

$\sum \mathbf{M}_i = 0$ (второе) условие равновесия твердого тела с неподвижной осью вращения: алгебраическая сумма моментов сил относительно любой оси равна нулю, причем моменты сил, вращающих в одну сторону, считают положительными, а в другую – отрицательными.

$\sum [\mathbf{r}_i, m_i \mathbf{g}] = 0$ центр тяжести тела: сумма моментов сил тяжести всех частиц тела по отношению к оси, проходящей через центр тяжести, равна нулю.

$\mathbf{r}_c = \frac{\sum m_i \mathbf{g} \mathbf{r}_i}{\sum m_i \mathbf{g}}$; центр тяжести тела: $\mathbf{r}_c(x_c, y_c, z_c)$ – радиус-вектор, проведенный из начала координат в центр тяжести тела; x_c, y_c, z_c – координаты центра тяжести; x_i, y_i, z_i – координаты частиц тела, причем $\mathbf{r}_i(x_i, y_i, z_i)$; суммирование производится по всем частицам тела.
 $x_c = \frac{\sum m_i g x_i}{\sum m_i g}$;
 $y_c = \frac{\sum m_i g y_i}{\sum m_i g}$;

$$z_c = \frac{\sum m_i g z_i}{\sum m_i g}$$

$$\mathbf{r}_{\text{цм}} = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{\sum m_i};$$

$\mathbf{r}_{\text{цм}}(x_{\text{цм}}, y_{\text{цм}}, z_{\text{цм}})$ - радиус-вектор центра масс системы материальных точек; m_i и $\mathbf{r}_i$ - масса и радиус-вектор i -ой материальной точки (если твердое тело, то суммирование производится по всем частицам тела).

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_{\text{цм}}$$

координаты центра масс и центра тяжести тела совпадают в случае, если размерами тела можно пренебречь в сравнении с размерами Земли (планеты).

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\text{цм}}}{dt} = \mathbf{F}_{\text{внеш}}$$

теорема о движении центра масс: центр масс любой системы частиц, в том числе твердого тела, движется так, как двигалась бы материальная точка с массой равной массе системы, под действием всех приложенных к системе внешних сил.

$$M = F \cdot d$$

момент пары сил: d – плечо пары сил ($F_1 = F_2 = F$) – кратчайшее расстояние между линиями действия сил.

$$\frac{F}{mg} = \frac{l_1}{l_2}$$

правило рычага: во сколько раз плечо l_2 силы F больше плеча l_1 груза весом mg , тем меньше усилие F требуется, чтобы сдвинуть груз.

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}] = [\mathbf{r}, m\mathbf{v}]$$

$$L = \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \cdot \sin \alpha = p \cdot d$$

$\mathbf{L}$ – момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки O : $\mathbf{r}$ – радиус-вектор от точки O до материальной точки; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ – импульс материальной точки; α – угол между $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$; d – плечо вектора $\mathbf{p}$ относительно неподвижной точки O .

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_{\text{внеш}}$$

производная по времени от момента импульса системы частиц (материальных точек) относительно произвольной точки выбранной системы отсчета равна векторной сумме моментов всех

внешних сил относительно той же точки (полюса).

$L = \sum L_i = \text{const}$, если $M_{\text{внеш}} = 0$ закон сохранения момента импульса: если момент внешних сил относительно неподвижной точки равен нулю, то момент импульса системы относительно той же точки остается постоянным во времени.

$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ момент инерции J системы (тела) относительно оси вращения равен сумме произведений масс материальных точек (частиц) системы (тела) на квадраты их расстояний до оси вращения.

$J = mR^2$;
 $J = \frac{1}{2} mR^2$. моменты инерции полого тонкостенного цилиндра и сплошного цилиндра (или диска) радиуса R относительно оси симметрии.

$J = \frac{1}{4} mR^2$ момент инерции бесконечно тонкого диска радиуса R относительно оси, проходящей через диаметр.

$J = \frac{1}{4} m(a^2 + b^2)$ момент инерции однородного эллипса с полуосями a и b относительно оси, перпендикулярной к плоскости эллипса.

$J = \frac{2}{5} mR^2$ момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр шара.

$J = \frac{1}{12} mL^2$ момент инерции прямого тонкого стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину.

$J = \frac{1}{3} mL^2$ момент инерции прямого тонкого стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

$J = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$ момент инерции тонкой прямоугольной пластинки со сторонами a и b относительно оси, перпендикулярной к плоскости пластинки и проходящей через его середину.

$J = \frac{2}{3} mR^2$ момент инерции полого шара с тонкими стенками относительно оси, проходящей через центр шара.

$J = J_0 + ma^2$ теорема Штейнера: момент инерции J относительно произволь-

ной оси равен моменту инерции J_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, плюс произведение массы m тела на квадрат расстояния a между осями.

$$T = T_{\text{пост}} + T_{\text{вр}} = \frac{1}{2} m v_{\text{цм}}^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

кинетическая энергия твердого тела равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движения.

$$\omega_{\text{пр}} = \frac{M}{L \cdot \sin \alpha} = \frac{mg\ell}{J\omega}$$

$\omega_{\text{пр}}$ – угловая скорость прецессии волчка вокруг вертикальной оси, ℓ – расстояние от центра масс волчка до точки опоры, ω – угловая скорость вращения волчка, m и J – масса и момент инерции волчка.

$$\frac{d}{dt}(J\omega) = M_{\text{внеш}}$$

основное уравнение динамики вращательного движения, $M_{\text{внеш}}$ – результирующий момент внешних сил относительно оси вращения.

$$J\varepsilon = M_{\text{внеш}}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

при вращении симметричного твердого тела вокруг неподвижной оси симметрии момент инерции $J = \text{const}$, ε – угловое ускорение.

$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R$$

центробежная сила инерции, вектор R направлен от оси вращения до места расположения тела.

$$F_K = 2m[v', \omega].$$

сила Кориолиса или кориолисова сила инерции: v' – скорость частицы относительно вращающейся системы отсчета, ω – угловая скорость вращающейся системы.

$$P = \frac{F}{S}$$

давление равно отношению силы, перпендикулярной к поверхности тела, к величине площади поверхности S , на которую действует эта сила.

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

P – гидростатическое давление: ρ – плотность жидкости, h – высота столба жидкости, g – ускорение свободного падения.

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{l_2}{l_1}$ гидравлический пресс дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько раз площадь ее большого поршня превосходит площадь маленького поршня, S_1 и S_2 – площади поперечного сечения поршней, l_1 и l_2 – перемещения поршней, F_1 и F_2 – силы, приложенные к поршням.

$F_A = \rho g V_{\text{п}}$ закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости или газа: ρ – плотность жидкости (газа), $V_{\text{п}}$ – объем погруженной в жидкость (газ) части тела, g – ускорение свободного падения.

$\rho v S = \text{const}$ закон постоянства потока массы: ρ – плотность жидкости.

$S \cdot v = \text{const}$ уравнение неразрывности (непрерывности) для несжимаемой ($\rho = \text{const}$) жидкости: произведение скорости течения v на поперечное сечение S трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.

$V = S \cdot v \cdot t$ объем жидкости (газа) V , проходящий через сечение S струи (трубы) за время t .

$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi R^4}{8\ell} \Delta P t$ формула Пуазейля: V – объём жидкости, протекающей через трубу длиной ℓ и радиусом R при ламинарном движении за время t .

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ в сообщающихся сосудах высота столбиков жидкостей над уровнем раздела обратно пропорциональна плотностям жидкостей.

$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{const}$ уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости: P – статическое давление, $\frac{1}{2} \rho v^2$ – динамическое давление, ρgh – гидростатическое давление, v – скорость течения жидкости в данном сечении.

$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ формула Торричелли: v – скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде, h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости.

$F = \eta \cdot S \cdot \left| \frac{dv}{dz} \right|$ F – модуль силы внутреннего трения между двумя слоями площадью S , движущимися с различными скоростями: η – динамическая вязкость, $\left| \frac{dv}{dz} \right|$ – модуль градиента скорости течения газа (жидкости) в направлении, перпендикулярном к площадке S .

$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$ Re – числом Рейнольдса: η – коэффициент вязкости жидкости, ρ – плотность жидкости, l – характерный для поперечного сечения размер, например, диаметр трубы.

$\nu = \eta / \rho$ ν – кинематическая вязкость.

$F = 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$ формула Стокса: v – скорость шарика радиуса R в вязкой жидкости.

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$ ν – количество вещества: μ – молярная масса, N_A – число Авогадро, N – число молекул в веществе (газе) массой m .

$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{\mu}{N_A}$ m_0 – масса одной молекулы.

$T = t + 273$ T – температура по абсолютной шкале температур (шкале Кельвина), t – температура по шкале Цельсия.

$t = \frac{5}{9}(T_F - 32)$ t – температура по шкале Цельсия, T_F – температура по шкале Фаренгейта.

$P \cdot V = \text{const}$ закон Бойля-Мариотта: для данной массы газа ($m = \text{const}$) при неизменности состава газа (молярная масса $\mu = \text{const}$) при постоянной температуре ($T = \text{const}$) произведение давления газа P на его объем V есть величина постоянная.

$\chi = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T = - \frac{1}{P}$ χ – изотермический коэффициент сжимаемости определяется как относительное изменение объема, вызывающее изменение давления на единицу.

$V = V_0 \cdot (1 + \alpha t)$ закон Гей-Люссака: объем данной массы газа ($m = \text{const}$) при
 $V = V_0 \cdot \alpha \cdot T$ неизменности состава газа (молярная масса $\mu = \text{const}$) при по-
 $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ стоянном давлении ($P = \text{const}$) изменяется линейно с темпера-
 турой, $\alpha = 273^{-1} \text{ K}^{-1}$ – термический коэффициент расширения,
 V_0 – объем при 0°C .

$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_P = \frac{1}{T}$ α – коэффициент объемного расширения газа при постоян-
 ном давлении.

$P = P_0 \cdot (1 + \beta t)$ закон Шарля: давление данной массы газа ($m = \text{const}$) при неиз-
 $P = P_0 \cdot \beta \cdot T$ менности состава газа (молярная масса $\mu = \text{const}$) при постоянном
 $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ объеме ($V = \text{const}$) изменяется линейно с температурой, $\beta = 273^{-1} \text{ K}^{-1}$
 – термический коэффициент давления, P_0 – давление при 0°C .

$V_\mu = \frac{V}{\nu} = 22,4 \frac{\text{л}}{\text{моль}}$ закон Авогадро: моли любых идеальных газов при
 одинаковых условиях (одинаковых температуре и дав-
 лении) занимают одинаковые объемы, в частности, при
 нормальных условиях, – 22,4 л.

$P = 760 \text{ мм рт. ст.}$ значения давления и температуры при нормальных условиях.
 $T = 0^\circ \text{C}$

$P = \sum P_i$ закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме парци-
 альных давлений ее компонентов; P_i – парциальное давление i -ой ком-
 поненты равно давлению, которое создавала бы i -ая компонента смеси
 газов, если бы она одна занимала объем, равный объему смеси при той
 же температуре.

$\frac{P \cdot V}{T} = \text{const}$ уравнение Клапейрона справедливо при неизменности состава и массы газа: P – давление, V – объем, T – абсолютная температура.

$P \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T$ уравнение Клапейрона-Менделеева (уравнение состояния идеального газа): m – масса газа, R – универсальная газовая постоянная, μ – молярная масса газа.

$R = k \cdot N_A$ R – универсальная газовая постоянная, k – постоянная Больцмана, N_A – число Авогадро.

$n = \frac{N}{V}$; $\rho = \frac{m}{V}$; n – концентрация молекул – число молекул в единице объема.
 ρ – плотность газа, m_0 – масса одной молекулы
 $\rho = m_0 \cdot n$

$P = n \cdot k \cdot T$ зависимость давления P от концентрации молекул n и абсолютной температуры T ; k – постоянная Больцмана.

$P = \frac{2}{3} n \cdot E_0$; основное уравнение кинетической теории идеальных газов: давление P идеального газа равно $\frac{2}{3}$ среднеквадратической кинетической энергии молекул, содержащихся в единице объема, m_0 – масса одной молекулы, n – концентрация молекул.
 $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v^2$

$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{3}{2} kT$ E_0 – среднеквадратическая кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа, m_0 – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, v – среднеквадратическая скорость.

$F(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$ закон Максвелла распределения молекул по скоростям.

$$\overline{v} = v_{\text{KB}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}} \quad \overline{v} (v_{\text{KB}}) - \text{среднеквадратическая скорость молекул идеального газа.}$$

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \quad R - \text{универсальная газовая постоянная, } \mu - \text{молярная масса, } T - \text{абсолютная температура, } P - \text{давление, } \rho - \text{плотность газа, } k - \text{постоянная Больцмана, } m_0 - \text{масса молекулы, } \overline{v} - \text{среднеквадратическая скорость.}$$

$$\overline{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} \quad \overline{v} - \text{средняя (среднеарифметическая) скорость.}$$

$$\overline{v} = v_{\text{cp}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = \sqrt{\frac{8P}{\pi \rho}} \quad \overline{v} - \text{средняя арифметическая скорость молекул газа.}$$

$$v_{\text{H}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} \quad v_{\text{H}} - \text{наиболее вероятная скорость молекул газа.}$$

$$\nu = 2\sqrt{2} \pi r^2 \overline{v} n^2 \quad \nu - \text{число столкновений, происходящих за секунду в единице объёма газа, } r - \text{радиус молекулы.}$$

$$\lambda = \frac{v_{\text{cp}}}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \quad \lambda - \text{средняя длина свободного пробега молекул газа равна среднему расстоянию между двумя последовательными столкновениями молекулы, } Z - \text{среднее число соударений молекулы за 1 с, } d - \text{эффективный диаметр молекулы, } n - \text{концентрация молекул, } v_{\text{cp}} - \text{относительная средняя арифметическая скорость молекул.}$$

$$I = -D \frac{dn}{dx} \quad \text{закон диффузии Фика, } I - \text{диффузионный поток интересующего нас компонента в направлении оси } OX, D - \text{коэффициент диффузии численно равен диффузионному потоку при градиенте концентрации, равном единице.}$$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v} \quad D - \text{коэффициент диффузии при стационарной диффузии.}$$

$$D_{12} = \frac{1}{3} \left(\frac{\rho_2}{\rho} \lambda_1 \bar{v}_1 + \frac{\rho_1}{\rho} \lambda_2 \bar{v}_2 \right) \quad D_{12} - \text{коэффициент взаимной диффузии (диффузии одного газа в другой), } \rho - \text{плотность смеси.}$$

$$Q = - \alpha \frac{dT}{dx} \quad \text{закон Фурье: поток тепла (количество теплоты, протекающей через единицу площади в единицу времени) } Q \text{ пропорционален градиенту температуры, } \alpha - \text{коэффициент теплопроводности.}$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda c_v \quad \alpha - \text{коэффициент теплопроводности при стационарной теплопроводности.}$$

$$F = - \eta \frac{dv}{dx} \quad \text{закон Ньютона для силы внутреннего трения между двумя слоями газа (жидкости), } F - \text{сила, действующая на единицу площади поверхности, разделяющей два соседних слоя газа.}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda \quad \eta - \text{коэффициент внутреннего трения, } \rho - \text{плотность газа.}$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \nu - \text{кинематическая вязкость определяется как динамическая вязкость } \eta, \text{ отнесённая к плотности } \rho.$$

$$\alpha = \eta c_v; \quad D = \frac{\alpha}{\rho c_v} \quad \text{соотношения между коэффициентами переноса.}$$

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} x} \quad \text{барометрическая формула устанавливает закон убывания давления с высотой.}$$

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad \text{формула Больцмана.}$$

$$E_{cp} = \frac{i}{2} kT \quad E_{cp} - \text{средняя энергия молекулы, } i - \text{число степеней свободы молекул газа, } k - \text{постоянная Больцмана, } T - \text{абсолютная температура.}$$

$$U = \frac{i}{2} \nu RT \quad U - \text{внутренняя энергия идеального газа, } \nu - \text{количество вещества,}$$

R – универсальная газовая постоянная, T – температура.

$Q = \Delta U + A$ первое начало термодинамики: количество теплоты Q , переданное системе, идет на изменение внутренней энергии ΔU системы и на совершение работы A против внешних сил.

$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} P \Delta V$ ΔU – изменение внутренней энергии при изменении абсолютной температуры на ΔT ; ΔV – изменение объема при давлении P .

$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ C – теплоемкость численно равна количеству теплоты, необходимому для изменения температуры тела на 1 К.

$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}$ c – удельная теплоемкость равна теплоемкости единицы массы тела, m – масса тела.

$C_V = \frac{i}{2} R$ C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме, i – число степеней свободы молекул газа, R – универсальная газовая постоянная.

$C_P = \frac{i+2}{2} R$ C_P – молярная теплоемкость газа при постоянном давлении.

$R = C_P - C_V$ уравнение Майера: универсальная газовая постоянная численно равна работе, которую 1 моль идеального газа совершает, изобарически расширяясь при нагревании на 1 К.

$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}$ γ – постоянная (показатель) адиабаты.

$C = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \frac{dV}{dT}$ C – молярная теплоёмкость: выражение общее, пригодное для всех изотропных тел.

$A = P\Delta V$ A – работа, совершаемая газом при изменении его объема, P – давление газа, ΔV – изменение его объема.

$I = U + PV$ I – тепловая функция или энтальпия (теплосодержание).

$A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$ A – работа газа при изобарическом процессе.

$A = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{P_1}{P_2}$ A – работа газа при изотермическом процессе.

$A = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2)$ A – работа газа при адиабатическом процессе, γ – показатель адиабаты.

$PV^\gamma = \text{const};$
 $TV^{\gamma-1} = \text{const};$
 $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}$ уравнения адиабатического процесса (уравнение Пуассона),
 γ – показатель адиабаты.

$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ γ – показатель адиабаты, C_P и C_V – молярные теплоемкости при постоянных давлении и объеме, соответственно; i – число степеней свободы молекул газа.

$v_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$ $v_{зв}$ – скорость звука в газе.

$L = L_0(1 + \alpha t)$ линейное расширение твердых тел: L_0 – длина при температуре 0°C , L – длина при температуре $t^\circ\text{C}$, α – линейный коэффициент расширения равен относительному изменению длины при нагреве на 1°C (1 K).
 $\alpha = \frac{1}{L} \cdot \frac{\Delta L}{\Delta t}$
 $\Delta L = L - L_0$

$V = V_0(1 + \beta t)$ объемное расширение твердых тел и жидкостей: V_0 – объем при 0°C , V – объем при температуре $t^\circ\text{C}$, β – объемный коэффициент расширения равен относительному изменению объема при нагреве на 1°C (1 K).
 $\beta = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}$
 $\Delta V = V - V_0$

$\beta=3\alpha$ соотношение между коэффициентами линейного (α) и объемного (β) расширения твердых тел.

$q=\frac{Q}{m}$ удельная теплота сгорания равна количеству теплоты, выделяющемуся при сгорании единицы массы топлива.

$\lambda=\frac{Q}{m}$ количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы из твердого (жидкого) состояния в жидкое (твердое) при температуре плавления (кристаллизации), называют удельной теплотой плавления (кристаллизации) λ . Удельная теплота плавления равна удельной теплоте кристаллизации. Температура плавления равна температуре кристаллизации.

$r=\frac{Q}{m}$ количество теплоты, которое необходимо сообщить жидкости для испарения единицы ее массы при постоянной температуре (в частности, при температуре кипения), называют удельной теплотой парообразования r . С ростом температуры величина удельной теплоты парообразования уменьшается.

$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$ η – коэффициент полезного действия теплового двигателя: A – работа, совершенная за цикл, Q_1 – количество теплоты, полученное системой (от нагревателя), Q_2 – количество теплоты, отданное системой (холодильнику; окружающей среде).

$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$ η – коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (цикла Карно): T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника, соответственно; Q_1 – количество теплоты, полученное газом от нагревателя при изотермическом расширении; Q_2 – количество теплоты, отданное газом холодильнику при изотермическом сжатии.

$$\xi_1 = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad \xi_1 - \text{эффективность холодильной машины, работающей по циклу Карно.}$$

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad dS - \text{приведённое количество теплоты равно отношению теплоты } dQ, \text{ полученной телом в изотермическом процессе, к температуре } T \text{ теплоотдающего тела.}$$

$$S = \int \frac{dQ}{T} \quad \text{энтропия } S \text{ равна интегралу от приведённого количества теплоты.}$$

$$\Delta S = S(V, T) - S(V_0, T_0) = \quad \text{приращение энтропии при переходе системы из одного состояния в другое (энтропия возрастает как с увеличением объёма газа, так и с увеличением температуры).}$$

$$= C_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$$

$$dS = \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) dQ \quad \text{увеличение энтропии при теплопередаче: так как } T_1 > T_2, \text{ то } dS > 0.$$

$$\Delta S = R \ln \frac{V}{V_1} \quad \text{рост энтропии при адиабатном расширении идеального газа в пустоту: так как } V > V_1, \text{ то } \Delta S > 0.$$

$$\Delta S = R \left(\ln \frac{V}{V_1} + \ln \frac{V}{V_2} \right) \quad \text{рост энтропии при взаимной диффузии газов: так как и } V_1 \text{ и } V_2 \text{ меньше, чем } V, \text{ то } \Delta S > 0.$$

$$S = k \cdot \ln \Omega \quad \text{формула Больцмана: } S - \text{энтропия, } \Omega - \text{термодинамическая вероятность (статистический вес), } k - \text{постоянная Больцмана.}$$

$$F = U - TS \quad F - \text{свободная энергия системы равна внутренней энергии } U \text{ за вычетом величины } TS. TS - \text{связанная энергия.}$$

$$\left(P + \frac{M^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{M}{\mu} b \right) = \frac{M}{\mu} RT \quad \text{уравнение Ван-дер-Ваальса: } M - \text{масса газа, } \mu - \text{его молярная масса, } V - \text{объём, занимаемый газом, } a \text{ и } b - \text{постоянные Ван-дер-}$$

Ваальса.

$$P_k = \frac{a}{27b^2}, V_k = 3b, T_k = \frac{8a}{27Rb}$$

значения критических параметров, выраженные через константы a и b .

$$\varphi = \frac{V}{V_k}, \pi = \frac{P}{P_k}, \tau = \frac{T}{T_k}$$

приведённые параметры состояния – объём, давление и температура, измеренные в единицах критических параметров.

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$$

приведённое уравнение состояния – уравнение состояния, записанное в безразмерных переменных.

$$V = 3b\varphi, P = \frac{a\pi}{27b^2}, T = \frac{8a\tau}{27Rb}$$

для газа Ван-дер-Ваальса: выражения для объёма, давления и температуры через приведённые параметры состояния.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

абсолютной влажностью ρ называют количество водяного пара в граммах, содержащегося в 1 м^3 воздуха при данной температуре.

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_H}$$

относительной влажностью φ называют отношение абсолютной влажности к тому количеству водяного пара, которое необходимо для насыщения 1 м^3 воздуха при той же температуре.

$$\varphi = \frac{P}{P_H}$$

относительной влажностью φ называют отношение парциального давления P водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению P_H насыщенного пара при той же температуре.

$$\delta = \frac{F}{L}$$

δ – коэффициент поверхностного натяжения равен силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины границы свободной поверхности жидкости.

$$\delta = \frac{A}{\Delta S}$$

δ – коэффициент поверхностного натяжения равен работе, необходимой для увеличения свободной поверхности жидкости при постоянной

температуре на единицу.

$\Delta P = \delta \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ уравнение (формула) Лапласа: ΔP – избыточное давление, обусловленное кривизной поверхности жидкости; r_1 и r_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости для данного элемента поверхности; δ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$ избыточное давление в случае сферы: r – радиус сферы, σ – коэффициент поверхностного натяжения.

$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{\rho g r_0}$ h – высота подъема жидкости в капиллярной трубке: ϑ – краевой угол, r_0 – радиус капилляра, ρ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения, σ – коэффициент поверхностного натяжения.

$P = P_0 \pm \frac{2\sigma}{r} \frac{\rho_0}{\rho}$ P – давление насыщенного пара над выпуклой (знак «+») (вогнутой, «–») поверхностью: ρ_0 – плотность насыщенного пара, σ и ρ – коэффициент поверхностного натяжения и плотность жидкости, r – радиус кривизны вогнутого мениска в капилляре, P_0 – давление у поверхности жидкости в сосуде.

$\frac{dT}{dP} = \frac{T(V_2 - V_1)}{L}$ уравнение Клапейрона-Клаузиуса: dT и dP – изменения температуры плавления и давления, T – температура плавления (кристаллизации), V_1 и V_2 – молярные объемы жидкой и твердой фаз, L – молярная теплота плавления. Формула справедлива и для других фазовых переходов, например, для испарения и конденсации.

$\pi = \frac{\nu RT}{V}$ уравнение (закон) Вант-Гоффа: π – осмотическое давление, ν – ко-

личество вещества, V – объём раствора, R – газовая постоянная, T – температура.

$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = 3R$ закон Дюлонга и Пти: атомная теплоёмкость (т.е. теплоёмкость грамм-атома) твёрдых тел есть величина постоянная, одинаковая для всех веществ и не зависящая от температуры.

$\sum q_i = \text{const}$ закон сохранения электрического заряда: алгебраическая сумма зарядов в замкнутой системе (т.е. в системе, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной при любых процессах внутри этой системы.

$F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$ закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами прямо пропорциональна абсолютным значениям зарядов и обратно пропорциональна квадрату

расстояния между ними, ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ – диэлектрическая проницаемость изотропной непрерывной среды нахождения зарядов, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

$E = \frac{F}{q}$ E – напряженность электростатического поля равна силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$ E – напряженность электростатического поля точечного заряда q на расстоянии r от него: ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

$E = \sum E_i$ принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей: напряженность E результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ $\mathbf{p}$ – электрический момент диполя так же, как и плечо диполя $\mathbf{l}$, направлен от отрицательного заряда к положительному.

$M = pE \cdot \sin \alpha$ момент пары сил, действующей на диполь, α – угол между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{E}$.

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}.$$

$W = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} =$ Потенциальная энергия диполя в электрическом поле (без учета энергии взаимодействия зарядов, образующих диполь), α – угол между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{E}$.
 $= -pE \cdot \cos \alpha$.

$\sigma = \frac{Q}{S}$ σ – поверхностная плотность заряда равна заряду, приходящемуся на единицу площади поверхности несущего заряд тела.

$\rho = \frac{Q}{V}$ ρ – объемная плотность заряда равна заряду, приходящемуся на единицу объема заряженного по объему тела.

$d\Phi = \mathbf{E}_n \cdot d\mathbf{S} = E \cdot dS \cdot \cos \alpha$ $d\Phi$ – поток вектора напряженности через площадку dS .
 $\mathbf{E}_n$ – проекция вектора $\mathbf{E}$ на направление нормали $\mathbf{n}$, α – угол между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{n}$.

$\Phi = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS$ Φ – поток вектора напряженности электростатического поля сквозь замкнутую поверхность S .

$\oint_S \mathbf{E}_n \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$ теорема Остроградского-Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 .

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$ E – напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью: σ – поверхностная плотность заряда, ϵ_0 –

электрическая постоянная, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды нахождения плоскости.

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$ E – напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями, в пространстве между этими плоскостями.

$\oint_L \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ циркуляция вектора $\mathbf{E}$ напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

$W_{\Pi} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ W_{Π} – потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся на расстоянии r друг от друга.

$\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q_0}$ φ – потенциал электростатического поля равен потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку.

$A_{12} = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ A_{12} – работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2

$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q_0}$ φ – потенциал поля равен работе перемещения единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ φ – потенциал поля точечного заряда на расстоянии r от него.

$\varphi = \sum \varphi_i$ принцип суперпозиции для потенциала: потенциал поля, создаваемого системой неподвижных точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности в данной точке.

$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}$ $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между двумя точками равна работе поля по перемещению единичного положительного

$U = \varphi_1 - \varphi_2$ заряда из начальной точки в конечную; U – напряжение.

$E_1 = -\frac{d\varphi}{dl}$ связь между напряженностью электростатического поля (являющейся его силовой характеристикой) и потенциалом – энергетической характеристикой поля.

$E = -\text{grad}\varphi$

$P = \frac{1}{\Delta V} P_v = \frac{1}{\Delta V} \sum P_i$ поляризованность определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика.

$P = \epsilon \epsilon_0 E$ связь между векторами напряженности поля E и поляризованности P (в изотропных диэлектриках), ϵ – диэлектрическая восприимчивость.

$\epsilon = 1 + \epsilon$ связь между диэлектрической проницаемостью ϵ и диэлектрической восприимчивостью ϵ

$\epsilon = \frac{E_0}{E}$ диэлектрическая проницаемость ϵ показывает во сколько раз электрическое поле ослабляется диэлектриком; E_0 – напряженность поля в вакууме, E – напряженность поля в диэлектрике.

$D = \epsilon \epsilon_0 E$ связь между векторами электрического смещения D и напряженностью электростатического поля E для электрически изотропной среды.

$\frac{\text{tg}\alpha_1}{\text{tg}\alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ закон преломления линий вектора электрического смещения D на границе раздела двух диэлектриков.

$\oint_S D \cdot dS = \oint_S D_n \cdot dS = \sum q_i$ теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектрике: поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой

поверхности свободных электрических зарядов.

$$E = - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

связь между напряженностью E и разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ для однородного электростатического поля: d – расстояние между точками поля, отсчитанное вдоль силовой линии (знак минус "–" в первом уравнении указывает на то, что вектор напряженности поля направлен в сторону убывания потенциала).

$$E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d}$$

$$E = \frac{U}{d}$$

E – напряженность однородного электрического поля в пространстве между обкладками плоского конденсатора; U – напряжение и d – расстояние между обкладками.

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

C – емкость уединенного проводника равна заряду, сообщенному которому проводнику изменяет его потенциал на единицу.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$$

C – емкость конденсатора равна отношению заряда q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов (напряжению) между его обкладками.

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

C – емкость плоского конденсатора: S – площадь каждой из обкладок, d – расстояние между обкладками, ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего зазор между пластинами конденсатора.

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$$

C – емкость шара радиуса R .

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{Rr}{R - r}$$

C – емкость сферического конденсатора, R и r радиусы внешней и внутренней обкладок.

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 L}{\ln(R/r)}$$

C – емкость цилиндрического конденсатора: радиусы двух коаксиальных цилиндров – R (внешнего) и r (внутреннего), L – длина цилиндров.

$$C = \frac{\pi \epsilon \epsilon_0 L}{\ln(d/r)}$$

C – емкость двухпроводной линии (двух параллельных цилиндрических проводов с радиусами r и расстоянием между осями проводов d ($d \gg r$)), L – длина двухпроводной линии.

$$C = \sum C_i$$

C – емкость батареи конденсаторов при их параллельном соединении, C_i – емкость отдельного конденсатора.

$$U = U_i$$

напряжения на конденсаторах при их параллельном соединении одинаковы.

$$q = \sum q_i$$

q – общий заряд на батарее конденсаторов при их параллельном соединении, q_i – заряд на отдельном конденсаторе.

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

C – емкость батареи конденсаторов при их последовательном соединении, C_i – емкость отдельного конденсатора.

$$U = \sum U_i$$

U – общее напряжение на батарее конденсаторов при их последовательном соединении, U_i – напряжение на отдельном конденсаторе.

$$q = q_i$$

заряды на конденсаторах при их последовательном соединении одинаковы.

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

W – энергия заряженного конденсатора: q – заряд, U – напряжение (разность потенциалов), C – емкость конденсатора.

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

w – объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема).

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 S}{2}$$

F – сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками плоского конденсатора.

$$\frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1 = \frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2$$

закон сохранения энергии при движении заряженной частицы с зарядом q и массой m : v_1 и v_2 – скорости частицы в точках 1 и 2, φ_1 и φ_2 – потенциалы в точках 1 и 2, соответственно.

$$I = \frac{q}{t};$$

сила тока I равна заряду, протекающему через поперечное сечение проводника в единицу времени.

$$I = \frac{dq}{dt} = q'_t$$

$$j = \frac{I}{S}$$

плотность тока j равна силе тока, протекающего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока.

$$\mathbf{j} = en\mathbf{v}_{\text{ср}}$$

направление вектора плотности тока $\mathbf{j}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов, n – концентрация носителей тока, $\mathbf{v}_{\text{ср}}$ – скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике (скорость дрейфа), e – заряд носителей тока.

$$I = \frac{U}{R}$$

закон Ома для (однородного) участка цепи: I – сила тока, U – напряжение на участке цепи равно разности потенциалов, т.е. $U = \varphi_1 - \varphi_2$, R – сопротивление участка цепи.

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

R – сопротивление однородного линейного проводника длиной l с постоянной площадью поперечного сечения S , ρ – удельное электрическое сопротивление проводника.

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

σ – удельная электрическая проводимость вещества, ρ – удельное электрическое сопротивление.

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

зависимость удельного сопротивления ρ от температуры: ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C , α – температурный коэффициент.

$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta R}{\Delta t}$ коэффициент сопротивления равен относительному изменению сопротивления при нагреве на 1 °С (1 К).

$R = \sum R_i$ R – общее сопротивление цепи при последовательном соединении проводников, R_i – сопротивление i -го проводника.

$U = \sum U_i$ U – общее напряжение в цепи последовательно соединенных проводников; U_i – напряжение на сопротивлении R_i .

$I = I_i$ сила тока в цепи последовательно соединенных сопротивлений одинакова на всех проводниках.

$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$ R – общее сопротивление цепи при параллельном соединении проводников, R_i – сопротивление i -го проводника.

$U = U_i$ напряжение при параллельном соединении проводников одинаково на всех сопротивлениях

$I = \sum I_i$ I – общая сила тока при параллельном соединении проводников; I_i – сила тока на сопротивлении R_i .

$U = \frac{A}{q}$ напряжение U равно работе электрического поля по перемещению единичного электрического заряда на данном участке цепи.

$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор}}}{q}$ $\mathcal{E}$ – электродвижущая сила (ЭДС), действующая в цепи, равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда.

$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ закон Ома для замкнутой (полной) цепи: сила тока I в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС источника и обратно пропорциональна сумме внешнего R и внутреннего r сопротивлений.

$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}$ закон Ома для неоднородного участка цепи (участка цепи с источником тока): $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи, $\mathcal{E}_{12}$ – ЭДС источника (источников) тока, входящего в участок с сопротивлением R .

$U = IR =$ U – напряжение на неоднородном участке цепи не равно разности потенциалов, т.е. $U \neq (\varphi_1 - \varphi_2)$.

$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}$ закон Ома в дифференциальной форме: $\mathbf{j}$ – плотность тока, σ – удельная электропроводность, ρ – удельное сопротивление, E – напряженность электростатического поля.

$\sum I_k = 0$ первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_i$ второе правило Кирхгофа: для любого замкнутого контура разветвленной электрической цепи алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на сопротивления R_k соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС $\mathcal{E}_i$ в этом контуре.

$I = \frac{n\mathcal{E}}{nr + R}$ закон Ома для замкнутой цепи при последовательном соединении n одинаковых источников тока: n – число источников тока, r – внутреннее сопротивление каждого из источников, $\mathcal{E}$ – ЭДС отдельного источника, R – внешнее сопротивление цепи.

$I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{r}{n} + R}$ закон Ома для замкнутой цепи при параллельном соединении n одинаковых источников тока.

$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n-1}$ расчет сопротивления шунта $R_{\text{ш}}$ для расширения верхнего предела измерения амперметра в $n = \frac{I}{I_0}$ раз, R_A – сопротивление амперметра.

$R_{\text{доб}} = R_V \cdot (n-1)$ расчет добавочного сопротивления $R_{\text{доб}}$ для расширения верхнего предела измерения вольтметра в $n = \frac{U}{U_0}$ раз, R_V – сопротивление вольтметра.

тивление вольтметра.

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$$

A – работа постоянного тока: I – сила тока и U – напряжение на участке цепи с сопротивлением R , t – время.

$$P = \frac{A}{t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

P – мощность тока.

$$Q = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$$

закон Джоуля-Ленца: Q – количество теплоты, выделяющейся на участке цепи с сопротивлением R за время t .

$$w = jE = \sigma E^2$$

закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме: w – удельная тепловая мощность тока (количество теплоты, выделяющейся в единицу времени в единице объема), σ – удельная электропроводность, j – плотность тока, E – напряженность электростатического поля.

$$m = kq; \quad m = kIt$$

первый закон Фарадея для электролиза: масса вещества m , выделившаяся на электроде, пропорциональна заряду q , прошедшему через электролит, I – сила постоянного тока, протекавшего за время t , k – электрохимический эквивалент вещества.

$$k = \frac{1}{F} \frac{A}{n}$$

второй закон Фарадея: электрохимический эквивалент k пропорционален химическому эквиваленту $\frac{A}{n}$, A – атомная (молярная) масса данного химического элемента, n – его валентность, F – постоянная Фарадея.

$$v = b_{\pm} E$$

v – скорость установившегося направленного движения ионов, E – напряженность поля, $b_{\pm}$ – подвижность ионов.

$$j = nq\alpha(b_+ + b_-)$$

закон Ома для электролитов: j – плотность тока, q – заряд ионов, n – концентрация молекул растворенного вещества в электролите, α – коэффициент диссоциации.

$j_H = Nqd$ j_H – плотность тока насыщения в газе: N – число пар ионов, возникающих в единице объема в единицу времени, d – расстояние между электродами, q – заряд ионов (в частном случае $q = e$ = элементарному заряду).

$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R + r}$ η – коэффициент полезного действия (КПД) источника тока: R – внешнее сопротивление, r – внутреннее сопротивление, $\mathcal{E}$ – ЭДС источника, U – напряжение на R .

$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ $P_{\max}$ – максимальная полезная мощность источника тока: $\mathcal{E}$ – ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление источника. При этом внешнее сопротивление $R = r$.

$r^2 = R_1 \cdot R_2$ соотношение между внутренним сопротивлением r источника и внешними сопротивлениями R_1 и R_2 , когда мощности, выделяемые на R_1 и R_2 , одинаковы (R_1 и R_2 подключаются поочередно).

$\eta = 1 - \frac{P \cdot R}{U^2}$ η – КПД линии электропередачи: P – мощность, развиваемая источником при напряжении U на зажимах источника, R – сопротивление линии передачи (сопротивление проводов).

$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{4 \cdot \pi \cdot r^3}$ закон Био-Савара-Лапласа: $d\mathbf{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины $d\mathbf{l}$ проводника с током I в вакууме, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор от $d\mathbf{l}$ в точку наблюдения, α – угол между $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$, μ_0 – магнитная постоянная.

$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q [\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{4\pi r^3}$ $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля свободно движущегося в вакууме заряда q с нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}$: $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения; $B = \frac{\mu_0 q v \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2}$ α – угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{r}$.

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ B – индукция магнитного поля в центре кругового проводника, находящегося в вакууме: R – радиус витка, I – сила тока в проводнике.

$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi b}$ B – индукция магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током I в вакууме, b – расстояние от оси проводника до точки наблюдения.

$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$ B – индукция магнитного поля внутри (длинного) соленоида, находящегося в вакууме: l – длина соленоида, N – число витков.

$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$ B – индукция магнитного поля внутри тороида, находящегося в вакууме, N – число витков, r – расстояние от оси до средней линии тороида, I – сила тока, μ_0 – магнитная постоянная.

$\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_i$ принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей: $\mathbf{B}$ – магнитная индукция результирующего поля; $\mathbf{B}_i$ – магнитные индукции складываемых полей.

$\mathbf{F}_A = I[\Delta\mathbf{l}, \mathbf{B}]$ закон Ампера: $\mathbf{F}_A$ – сила Ампера, действующая на участок проводника длины Δl с током I , помещенный в магнитное поле с индукцией B , α – угол между направлением отрезка Δl проводника с током и $\mathbf{B}$, направление Δl совпадает с направлением тока.

$F_A = I \cdot \Delta l \cdot B \cdot \sin\alpha$

$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{R} \cdot l$ сила взаимодействия двух прямых прямолинейных бесконечных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 : R – расстояние между проводниками; l – длина одного из проводников, на которую действует сила F ; μ – магнитная проницаемость окружающей среды; μ_0 – магнитная постоянная.

$\mathbf{P}_m = NIS\mathbf{n}$ $\mathbf{P}_m$ – магнитный момент плоского контура с током I и площадью S :

$P_m = NIS$ $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности рамки, N – число витков рамки.

$\mathbf{M} = [\mathbf{P}_m, \mathbf{B}]$ $\mathbf{M}$ – механический момент сил, действующий на плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}$: $\mathbf{P}_m$ – магнитный момент рамки с током, α – угол между нормалью $\mathbf{n}$ к плоскости контура и вектором $\mathbf{B}$.

$\mathbf{F}_L = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$ сила Лоренца (ее магнитная составляющая): $\mathbf{F}_L$ – сила, действующая на электрический заряд q , движущийся в магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$ со скоростью $\mathbf{v}$, α – угол между $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$.

$\mathbf{F}_L = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$; $\mathbf{F}_L = \mathbf{F}_{эл} + \mathbf{F}_{магн}$ общее выражение для силы Лоренца $\mathbf{F}_L$ при наличии в пространстве электрического (с напряженностью $\mathbf{E}$) и магнитного (с индукцией $\mathbf{B}$) полей. $\mathbf{F}_L$ – складывается из электрической $\mathbf{F}_{эл}$ и магнитной $\mathbf{F}_{магн}$ составляющих (слагаемых).

$R = \frac{mv}{qB}$;
 $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ R – радиус окружности и T – период обращения заряженной частицы с зарядом q и массой m , влетевшей со скоростью v в однородное магнитное поле с индукцией B нормально к линиям индукции.

$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$
 $T = \frac{2\pi R}{v \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{qB}$
 $h = vT \cos \alpha = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \alpha$ R – радиус окружности, T – период обращения и h – шаг спирали, по которой движется заряженная частица с зарядом q и массой m , влетевшая в однородное магнитное поле с индукцией B со скоростью v , составляющей угол α с линиями индукции, т.е. с вектором $\mathbf{B}$.

$v = \frac{qB}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$ $v = v(R, h)$ – выражение скорости v заряженной частицы через радиус окружности R и шаг спирали h .

$\Phi = BS \cdot \cos \alpha$ Φ – магнитный поток (поток магнитной индукции) через площад-

$\Phi = B_n \cdot S$ ку S : α – угол между вектором $\mathbf{B}$ и нормалью $\mathbf{n}$ к площадке,
 $B_n = B \cdot \cos \alpha$ – проекция вектора $\mathbf{B}$ на направление $\mathbf{n}$.

$A = I \cdot \Delta \Phi$ работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ теорема Гаусса для магнитного поля: поток вектора магнитной
индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

$A_{12} = I \int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$ A_{12} – работа по перемещению проводника с током
(при $I = \text{const}$) в магнитном поле; Φ_1 и Φ_2 – магнит-
ные потоки в начальном и конечном положениях
сквозь контур, прочерченный проводником.

$\mathcal{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ закон Фарадея (основной закон электромагнитной индук-
ции): ЭДС индукции в контуре численно равна и противо-
положна по знаку скорости изменения магнитного потока
сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N\Phi'_t$ $\mathcal{E}$ – ЭДС индукции в рамке с числом витков N .

$\mathcal{E} = Blv = \varphi_1 - \varphi_2$ разность потенциалов (ЭДС индукции), возникающая на
концах прямолинейного отрезка проводника длиной l при
его движении в однородном магнитном поле в плоскости,
перпендикулярной линиям индукции $\mathbf{B}$, со скоростью v ,
перпендикулярной проводнику.

$q = \frac{\Delta \Phi}{R}$ q – величина заряда, протекающего в замкнутом контуре с сопротивле-
нием R при изменении магнитного потока через поверхность, ограни-
ченную этим контуром, на $\Delta \Phi$.

$\Phi = L \cdot I$ Φ – магнитный поток, создаваемый током I в контуре с индуктивно-
стью (коэффициентом самоиндукции) L .

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

мгновенное значение силы тока в цепи, содержащей ЭДС $\mathcal{E}$, сопротивление R и индуктивность L , через время t после замыкания.

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

мгновенное значение силы тока в цепи, содержащей ЭДС $\mathcal{E}$, сопротивление R и индуктивность L , через время t после размыкания: I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$, t – время с момента размыкания цепи.

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}$$

$\mathcal{E}_c$ – ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока в контуре, L – индуктивность контура.

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt} = -LI'_t$$

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

μ – магнитная проницаемость вещества показывает, во сколько раз индукция результирующего поля в магнетике больше индукции внешнего поля B_0 (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме).

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$$

$\mathbf{B}$ – магнитная индукция в случае однородной изотропной среды, $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды; для вакуума $\mu=1$.

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \mathbf{p}_a$$

$\mathbf{J}$ – намагниченность равна магнитному моменту молекул единицы объема магнетика.

$$\mathbf{J} = \chi\mathbf{H}$$

намагниченность $\mathbf{J}$ прямо пропорциональна напряженности $\mathbf{H}$ поля, вызывающего намагничивание, χ – магнитная восприимчивость вещества.

$$\mu = 1 + \chi$$

связь между магнитной проницаемостью μ и магнитной восприимчивостью χ .

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L B_1 \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\mathbf{B}$): циркуляция вектора $\mathbf{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна

произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

закон преломления линий вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$ на границе раздела двух магнетиков.

$$L = \mu \mu_0 N^2 \frac{S}{l}$$

L – индуктивность длинного соленоида, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость, N – число витков и l – длина соленоида, S – его площадь поперечного сечения, $n=N/l$ – число витков на единицу длины, $V=S \cdot l$ – объем соленоида.

$$L = \mu_0 n^2 V$$

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

W – энергия магнитного поля, создаваемого током I в замкнутом контуре с индуктивностью L .

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

ω – объемная плотность энергии однородного магнитного поля (энергия магнитного поля в единице объема).

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

k – коэффициент трансформации трансформатора, N_2 и N_1 – число витков во вторичной и первичной обмотках, U_2 и U_1 – напряжения на обмотках в режиме холостого хода.

$$\mathbf{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$\mathbf{J}_{\text{см}}$ – плотность тока смещения

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}; \quad \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho \cdot dV;$$

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}; \quad \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0.$$

полная система уравнений Максвелла в интегральной форме. Для изотропных сред, не содержащих сегнетоэлектриков и ферромагнетиков, в случае достаточно слабых электромагнитных полей, сравнительно медленно меняющихся в пространстве и во времени уравнения Максвелла

свелла дополняются уравнениями: $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$; $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$; $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$.

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho;$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0.$$

полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме (характеризующих поле в каждой точке пространства).

$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$ кинематическое уравнение гармонических колебаний: x – смещение колеблющейся точки из положения равновесия, A – амплитуда, ω_0 – круговая (циклическая) частота, α – начальная фаза, t – время, $(\omega_0 t + \alpha)$ – фаза колебаний.

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$; дифференциальное уравнение гармонических колебаний; ω_0 – циклическая частота.

$$x''_{tt} + \omega_0^2 x = 0$$

$T = \frac{t}{N} = v^{-1}$; $v = \frac{N}{t}$ T – период колебаний равен времени совершения одного колебания; v – частота колебаний; N – число полных колебаний за время t .

$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$; $v = \frac{\omega_0}{2\pi}$ T и v – период и частота гармонических колебаний, ω_0 – циклическая частота.

$v(t) = \frac{dx}{dt} = x'_t = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2})$ v – скорость колеблющейся точки.

$a(t) = \frac{dv}{dt} = v'_t = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi)$ a – ускорение колеблющейся точки.

$F = -m\omega_0^2 x$ F – упругая (квазиупругая) сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m , x – смещение колеблющейся точки из положения равновесия.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad T - \text{период колебаний математического маятника, } l - \text{длина маятника, } g - \text{ускорение силы тяжести.}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad T - \text{период колебаний пружинного маятника: } m - \text{масса груза, подвешенного на пружине жесткостью } k.$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL_{\phi}}} \quad \text{период колебаний физического маятника: } m \text{ и } J - \text{масса и момент инерции маятника, } L_{\phi} - \text{расстояние от точки подвеса до центра масс.}$$

$$T = 2\ell\sqrt{\frac{m}{F}} \quad T - \text{период колебаний однородной струны: } \ell - \text{длина струны. } F - \text{сила натяжения струны, } m - \text{масса единицы длины струны.}$$

$$\begin{aligned} F = ma = mx'', \quad F = -kx; \quad & \text{второй закон Ньютона для гармонических колебаний пружинного маятника: } m - \text{масса груза, подвешенного на пружине с жесткостью } k; F = -k \cdot x - \text{сила упругости; } \omega_0 - \text{циклическая частота.} \\ mx'' = -kx; \quad x'' + \frac{k}{m}x = 0; \\ x'' + \omega_0^2 x = 0; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad \text{амплитуда и фаза сложного колебания при} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad \text{сложении двух одинаково направленных} \\ &\quad \text{гармонических колебаний одной и той же} \\ &\quad \text{частоты: } x = x_1 + x_2; \end{aligned}$$

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

$$\nu = |\nu_1 - \nu_2| \quad \text{частота биений при сложении гармонических колебаний с частотами } \nu_1 \text{ и } \nu_2.$$

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad \text{Амплитуда вынужденных колебаний при действии вынуждающей силы } F = F_0 \cos \omega t: f_0 = F_0/m, \omega_0 - \text{частота собственных колебаний при отсутствии затухания и вынуждающей силы.}$$

$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$, дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение. ω_0 – собственная частота колебаний в отсутствии потерь энергии в системе, β – коэффициент затухания, T – условный период затухающих колебаний.

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T};$$

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e};$$

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)};$$

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$$

λ – логарифмический декремент затухания равен натуральному логарифму от декремента затухания, N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

При слабом затухании добротность Q пропорциональна отношению энергии, запасенной в системе в данный момент, к убыли этой энергии ΔE за один период колебаний T .

$$W_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$$

кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания.

$$W_{II} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F .

$$W = W_K + W_{II} = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания.

$$v = \lambda \cdot \nu = \frac{\lambda}{T}$$

связь между скоростью волны v , длиной волны λ , частотой ν , периодом T ;

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad V - \text{скорость распространения звуковых (акустических) волн в упругой среде, } E - \text{модуль Юнга среды и } \rho - \text{ее плотность.}$$

$$\nu' = \frac{c \pm v}{c \mp v} \nu \quad \text{эффект Доплера: } \nu' - \text{частота, воспринимаемая наблюдателем, } c - \text{скорость распространения звука, } v - \text{скорость источника звука, } \nu - \text{частота звука, посылаемого источником. Верхние знаки берутся при сближении источника и наблюдателя, нижние – при удалении.}$$

$$x(r,t) = A \cos \omega_0 \left(t - \frac{r}{V} \right) = A \cos(\omega_0 t - kr); \quad \text{уравнение плоской прямой (бегущей) волны, распространяющейся в среде без поглощения в сторону положительной полуоси } r, k - \text{волновое число.}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega_0}{v}$$

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0; \quad \text{дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда } q \text{ в контуре; } L - \text{индуктивность}$$

$$q'' + \omega_0^2 q = 0 \quad \text{и } C - \text{емкость контура.}$$

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha); \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \text{уравнения колебаний заряда } q(t) \text{ и тока } I(t) \text{ в LC – контуре; } \omega_0 - \text{циклическая частота;}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = q'_t = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha); \quad q_0, I_0, U_0 - \text{амплитудные значения заряда, силы тока и напряжения.}$$

$$I = I_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}); \quad I_0 = q_0 \omega_0;$$

$$q_0 = CU_0; \quad \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2; \quad \text{связь между амплитудными значениями силы тока и напряжения в контуре.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC} \quad T - \text{период колебаний электрического контура (формула Томсона).}$$

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{LC}q = 0, \quad \text{дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в RLC-контуре: } \beta - \text{коэффициент затухания,}$$

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad \omega_0 - \text{собственная частота контура.}$$

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad \text{уравнение свободных затухающих колебаний (при } \beta < \omega_0), q_0 \text{ и } \alpha - \text{постоянные, определяемые из начальных условий, } A = q_0 e^{-\beta t} - \text{амплитуда затухающих колебаний, } T - \text{условный период затухающих колебаний.}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \quad \lambda - \text{логарифмический декремент затухания, } N_e - \text{число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в } e \text{ раз, } \tau - \text{время релаксации.}$$

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)} = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e \quad Q - \text{добротность пропорциональна отношению энергии, запасенной в контуре, к ее изменению } \Delta W \text{ за период } T.$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{выражения для добротности } Q \text{ и логарифмического декремента затухания } \lambda \text{ при малом затухании } (\beta \ll \omega_0).$$

$$W = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \quad \text{полная электромагнитная энергия LC - контура равна сумме энергий электрического и магнитного полей.}$$

$$= \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}LI_0^2 \quad \text{она также равна максимальной энергии электрического или магнитного полей.}$$

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu_0}; \quad \nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}; \quad \text{связь между скоростью распространения электромагнитной волны в вакууме } c \text{ (скоростью света в вакууме), длиной волны } \lambda_0, \text{ частотой } \nu_0, \text{ периодом } T.$$

$\Phi = NBS\cos\alpha =$ Φ – магнитный поток через контур площадью S и числом витков N ; ω – циклическая частота вращения рамки; α – угол поворота рамки (угол между индукцией $\mathbf{B}$ и нормалью $\mathbf{n}$) в момент времени t ; N – число витков.

$\mathcal{E}_i = -\Phi'_t = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega\sin\omega t$ $\mathcal{E}_i$ – ЭДС индукции, возникающая при вращении рамки.

$\mathcal{E}_{\max} = NBS\omega$ значение максимальной (амплитудной) ЭДС во вращающейся рамке (при $\sin\omega t = 1$).

$X_L = \omega L$ X_L – (реактивное) индуктивное сопротивление.

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ X_C – (реактивное) емкостное сопротивление.

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ Z – полное сопротивление (импеданс) цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L , конденсатор емкостью C . На концы цепи подается переменное напряжение $U = U_0\cos\omega t$.

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ закон Ома для цепи переменного тока: I_0 и U_0 – амплитудные значения силы тока и напряжения в цепи переменного тока, Z – импеданс.

$U_{0R} = I_0 R$ U_{0R}, U_{0L}, U_{0C} – амплитудные значения напряжений на активном сопротивлении, катушке индуктивности и конденсаторе, соответственно, в цепи переменного тока.

$U_{0L} = I_0 X_L$

$U_{0C} = I_0 X_C$

$U_R = I_0 R \cdot \sin\omega t$ фазовые соотношения между напряжениями на активном сопротивлении U_R , катушке индуктивности U_L и

$U_C = I_0 X_C \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$

$U_L = I_0 X_L \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$ конденсаторе U_C , соответственно, в цепи переменного тока.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

φ – сдвиг фаз между напряжением и силой тока в цепи, содержащей последовательно включенные R, L, C .

$$(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}} = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = U_0 Q,$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

в случае резонанса напряжения на конденсаторе U_C и катушке индуктивности U_L противоположны по фазе и равны по амплитуде, Q – добротность колебательного контура.

$$P = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi = U_3 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi;$$

$$U_3 = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; I_3 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \cos \varphi = \frac{R}{Z};$$

P – средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока: $\cos \varphi$ – коэффициент мощности, (φ – сдвиг фаз между U и I), U_0 и I_0 – амплитудные значения, U_3 и I_3 – действующие (эффективные) значения напряжения и силы переменного тока.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

c – скорость света в вакууме (электродинамическая постоянная), ϵ_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$$

v – скорость распространения света (электромагнитной волны) в среде: ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}$$

закон преломления света: отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина постоянная для данных сред.

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой равен отношению их абсолютных показателей преломления.

$\frac{\lambda_0}{\lambda} = n; n = \frac{c}{v}$ соотношение между длинами волн света (электромагнитной волны) в вакууме – λ_0 и в среде – λ ; n – абсолютный показатель преломления среды; c и v – скорости света в вакууме и среде.

$n = \sqrt{\epsilon}$ формула, связывающая показатель преломления n с диэлектрической проницаемостью ϵ .

$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}$ $\alpha_{\text{пр}}$ – предельный угол полного внутреннего отражения, угол преломления $\beta = 90^\circ$ ($\sin \beta = 1$), $n_2 < n_1$.

$\frac{1}{F} = \frac{2}{R} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ формула сферического зеркала: d и f – расстояния от (полюса) зеркала до предмета и изображения, соответственно; F – фокусное расстояние зеркала; R – радиус кривизны зеркала.

$\Gamma = \frac{y'}{y} = \left| \frac{f}{d} \right|$ Γ – линейное увеличение, даваемое сферическим зеркалом; y' и y – линейные размеры изображения и предмета

$D = \frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ формула двояковыпуклой линзы: n_{21} – относительный показатель преломления линзы по отношению к окружающей среде, R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы, D – оптическая сила и F – фокусное расстояние линзы.

$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ формула тонкой линзы: d и f – расстояния от линзы до предмета и изображения, соответственно.

$\Gamma = \frac{y'}{y} = \frac{f}{d}$ Γ – увеличение, даваемое линзой: y' и y – размеры изображения и предмета, d и f – расстояния от линзы до предмета и изображения.

$\Gamma = \frac{d_0}{F}$ Γ – увеличение лупы: $d_0 = 25$ см – расстояние наилучшего зрения для

нормального глаза, F – фокусное расстояние лупы.

$L = n \cdot l$ L – оптическая длина пути; l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

$k(l_2 - l_1) = 2\pi m$; условие интерференционных максимумов: $(l_2 - l_1)$ – разность хода двух когерентных волн, возбуждающих колебания в данной точке; λ – длина волны; k – волновое число; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$k(l_2 - l_1) = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right)$ условие интерференционных минимумов: k – волновое число; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$ опыт (метод) Юнга: Δx – ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами); d – расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии L от экрана, параллельного линии, соединяющей источники; $L \gg d$.

$r_m = \sqrt{m\lambda R}$ r_m – радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых – в проходящем свете); $m = 1, 2, 3, \dots$ – номера колец, R – радиус кривизны линзы, λ – длина волны света.

$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2} \right) \lambda R}$ r_m – радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных – в проходящем свете), $m = 1, 2, 3, \dots$

$n \cdot d = \frac{\lambda}{4}$ просветление оптики (условия гашения интерферирующих лучей в отраженном свете): d – толщина пленки, при которой в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей; n – показатель преломления пленки; λ – длина волны света, для которой выполняется условие гашения; n_c – показатель преломления стекла (материала линзы); $m = 0, 1, 2, \dots$
 $n \cdot d = \left(m + \frac{1}{4} \right) \lambda$

$d \sin \varphi = m \lambda$ условие главных максимумов дифракционной решетки: $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок максимума; d – период решетки; λ – длина волны света; φ – угол дифракции.

$d = \frac{1}{N}$ d – период дифракционной решетки; N – число щелей (штрихов), приходящихся на единицу длины решетки (длиной 1).

$m_{\max} = \frac{d}{\lambda}$ $m_{\max}$ – максимальный порядок дифракционных максимумов дифракционной решетки (берется целая часть от полученного значения).
 $n_{\max} = 2m_{\max} + 1$ $n_{\max}$ – общее число максимумов, даваемых дифракционной решеткой.

$I = I_0 \cos^2 \alpha$ закон Малюса: I_0 и I – интенсивности света, падающего на второй поляризатор (анализатор) и вышедшего из него; α – угол между главными плоскостями двух скрещенных поляризаторов (поляризатора и анализатора).

$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = n_{21}$ закон Брюстера: тангенс угла (Брюстера) падения равен относительному показателю преломления n_{21} второй среды относительно первой; при этом отраженный луч является плоскополяризованным (линейнополяризованным), а отраженный и преломленный лучи будут взаимно перпендикулярными.

$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda_0}$ ε – энергия фотона: ν – частота и λ_0 – длина световой волны в вакууме, h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме.

$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda_0}$ p – импульс фотона.

$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$ m – масса фотона, c – скорость света в вакууме.

$\varepsilon = p \cdot c$ соотношение между энергией ε и импульсом p фотона.

$h\nu = A + \frac{1}{2} m v_{\max}^2$ уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта: $h\nu$ – энергия падающего фотона расходуется на совершение электронном работы выхода A из металла и на сообщение ему кинетической энергии $\frac{1}{2} m v_{\max}^2$, m – масса электрона, $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = eU_3$,
 $eU_3 = h(\nu - \nu_0)$

$A = h\nu_0$ U_3 – задерживающее напряжение, e – элементарный заряд,
 $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ λ_0 – граничная длина волны (красная граница фотоэффекта),
 h – постоянная Планка.

$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega (1 + \rho)$ P – давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность: $E_e = Nh\nu$ – облученность поверхности (энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени); ρ – коэффициент отражения; ω – объемная плотность энергии излучения.

$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ эффект Комптона – изменение длины волны электромагнитного излучения при рассеянии фотонов на свободных электронах с массой покоя m_0 : ϑ – угол рассеяния фотона,
 $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,426 \text{ пм}$ $\Delta\lambda$ – изменение длины волны рассеянного фотона, λ_c – комптоновская длина волны; c – скорость света в вакууме, h – постоянная Планка.

$x = x' + vt$; преобразования координат и времени Галилея для случая, когда
 $y = y'$; система координат K' движется со скоростью v вдоль положительного направления оси x инерциальной системы K (в начальный момент времени начала координат совпадают).
 $z = z'$;
 $t = t'$

$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$ правило сложения скоростей в классической механике: $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}'$ скорости материальной точки относительно систем координат K и K' , $\mathbf{u}$ –

скорость системы K' относительно K .

$a = a'$ ускорения точки в системах координат K и K' , движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, одинаковы.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y,$$

преобразования Лоренца для случая, когда система отсчета K' движется относительно системы K со скоростью v вдоль оси Ox .

$$z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}}$$

релятивистский закон сложения скоростей: v – скорость системы координат K' относительно K ; u и u' – скорость точки относительно систем K и K' , соответственно; c – скорость света в вакууме.

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

длина тела в различных системах отсчета: l_0 – длина тела, покоящегося относительно системы K , l – длина тела, движущегося относительно K' , v – скорость движения тела относительно K' . Линейные размеры тела наибольшие в той инерциальной системе отсчета, относительно которой тело покоится.

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

длительность событий в различных системах отсчета: $\tau_0 < \tau$, т. е. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Событие длительностью τ_0 происходит в некоторой точке, покоящейся относительно системы K , а K' движется со скоростью v относительно K ; τ – длительность события в K' ; c – скорость света в вакууме.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad m - \text{релятивистская масса, } m_0 - \text{масса покоя частицы, } v - \text{скорость частицы, } c - \text{скорость света в вакууме.}$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E \cdot \mathbf{v}}{c^2} \quad \mathbf{p} - \text{релятивистский импульс: } m - \text{релятивистская масса, } m_0 - \text{масса покоя частицы, } \mathbf{v} - \text{скорость частицы, } E - \text{полная энергия частицы.}$$

$$E_0 = m_0 c^2 \quad E_0 - \text{энергия покоя частицы.}$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad E - \text{полная энергия частицы.}$$

$$E_{\text{кин}} = E - E_0 = c^2 \cdot (m - m_0) \quad E_{\text{кин}} - \text{кинетическая энергия релятивистской частицы.}$$

$$\begin{aligned} E^2 &= m^2 c^4 = && \text{релятивистское соотношение между полной энергией } E \text{ и} \\ &= E_0^2 + p^2 c^2 = && \text{импульсом } p \text{ частицы.} \\ &= m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \end{aligned}$$

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad \text{закон взаимосвязи массы и энергии: } \Delta E - \text{изменение полной энергии тела, } \Delta m - \text{изменение массы, } c - \text{скорость света в вакууме.}$$

$$\begin{aligned} L_n &= m_e \cdot v_n \cdot r_n = && \text{первый постулат Бора: в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, имеет дискретные значения} \\ &= n \frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar && \text{момента импульса } L_n; m_e - \text{масса электрона; } v_n - \text{его скорость на } n\text{-ой орбите радиуса } r_n; h - \text{постоянная Планка; } n=1,2,3,\dots \end{aligned}$$

$$h\nu_{mn} = E_n - E_m \quad \text{второй постулат Бора: при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) фотон с энергией } h\nu_{mn}, \text{ равной разности энергий соответствующих стационарных состояний } E_n \text{ и } E_m.$$

$$v_{mn} = \frac{c}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

частота света, излучаемого атомом водорода при переходе с m -ой орбиты на n -ую; R – постоянная Ридберга; λ – длина волны линии спектра;

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

уравнение движения электрона в атоме водорода (классическая теория атома водорода по Бору).

$$E_n = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ (эВ)}$$

энергия электрона на n -ой стационарной орбите в атоме водорода ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

$$r_n = r_1 \cdot n^2$$

радиус орбиты атома водорода на n -ой стационарной орбите; первый Боровский радиус $r_1 = 0,528 \cdot 10^{-10}$ м.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

λ – дебройлевская длина волны частицы импульсом p , h – постоянная Планка. Соотношение де-Бройля.

$$\Delta m = [Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n] - m_{\text{я}}$$

Δm – дефект массы ядра: m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра; $m_n =$

$$\Delta m = [Z \cdot m_H + (A - Z) \cdot m_n] - m$$

$m_p + m_e$ – масса атома водорода ${}^1_1\text{H}^1$; m_e – масса электрона; m – масса атома; A – массовое число

$$A = Z + N$$

(число нуклонов) равно сумме числа протонов Z и числа нейтронов N .

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2$$

$E_{\text{св}}$ – энергия связи нуклонов в ядре, Δm – дефект массы, c – скорость света в вакууме.

$$\epsilon_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}$$

$\epsilon_{\text{св}}$ – удельная энергия связи – энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

$$Q = c^2 (\sum m_i - \sum m_j)$$

изменение энергии при ядерной реакции; $\sum m_i$ – сумма масс частиц до реакции; $\sum m_j$ – сумма масс частиц после реакции; при $\sum m_i > \sum m_j$ – реакция идет с выделением энергии, а

при $\sum m_i < \sum m_j$ – реакция идет с поглощением энергии, c – скорость света в вакууме.

$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$ dN – число ядер, распавшихся за промежуток времени от t до $t + dt$, N – число нераспавшихся ядер к моменту времени t , λ – постоянная распада.

$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$ T – период полураспада – время, за которое исходное число радиоактивных ядер уменьшается в 2 раза.

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ закон радиоактивного распада: N_0 – начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени $t = 0$); N – число нераспавшихся ядер к моменту времени t ; T – период полураспада; λ – постоянная распада – равна доле ядер, распадающихся в единицу времени, и имеет смысл вероятности распада ядра за 1 с.

$\Delta N = N_0 - N$ ΔN – число ядер, распавшихся за время t .

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = \frac{T}{0,693}$ τ – среднее время жизни радиоактивного ядра: λ – постоянная распада, T – период полураспада.

$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = |N'_t| = \lambda \cdot N$ A – активность ядра (нуклида) равна числу распадов, происходящих за единицу времени.

${}^A X_Z \rightarrow {}^{A-4} Y_{Z-2} + {}^4 \text{He}_2$ правило смещения для α – распада

${}^A X_Z \rightarrow {}^A Y_{Z+1} + {}^0 e_{-1}$ правило смещения для β^- – распада

${}^A X_Z \rightarrow {}^A Y_{Z-1} + {}^0 e_{+1}$ правило смещения для β^+ – распада

$X + a \rightarrow Y + b$ символическая запись ядерной реакции

$X(a,b)Y$

Приложение Д (справочное)

Таблицы физических величин

Таблица Д.1 - Астрономические величины

Физические параметры	Солнце	Земля	Луна
Масса, кг	$1,97 \cdot 10^{30}$	$5,96 \cdot 10^{24}$	$7,33 \cdot 10^{22}$
Радиус, м	$6,95 \cdot 10^8$	$6,37 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$
Средняя плотность, кг/м ³	1 400	5 518	3 350
Среднее расстояние от Земли, км	$1,496 \cdot 10^8$	-	384 440
Период обращения вокруг оси, сутки	25,4	1,00	27,3

Планета Солнечной системы	Среднее расстояние от Солнца, 10 ⁶ км	Период обращения вокруг Солнца, в годах	Масса в единицах массы Земли
Меркурий	57,87	0,241	0,056
Венера	108,14	0,615	0,817
Земля	149,50	1,000	1,000
Марс	227,79	1,881	0,108
Юпитер	777,8	11,862	318,35
Сатурн	1426,1	29,458	95,22
Уран	2867,7	84,013	14,58
Нептун	4494	164,79	17,26

Таблица Д.2 - Упругие постоянные. Предел прочности

Материал	Модуль Юнга Е, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа	Коэффициент Пуассона μ	Предел прочности на разрыв $\sigma_{пч}$, ГПа	Сжимаемость β , ГПа ⁻¹
Алюминий	70	26	0,34	0,10	0,014
Медь	130	40	0,34	0,30	0,007
Свинец	16	5,6	0,44	0,015	0,022
Сталь (железо)	200	81	0,29	0,60	0,006
Стекло	60	30	0,25	0,05	0,025
Вода	-	-	-	-	0,49

Таблица Д.3 - Плотность вещества (кг/м³)

Твердое вещество			
Алмаз	3 500	Манганин	8 400
Алюминий	2 700	Марганец	7 800
Барий	3500	Медь	8 900
Бериллий	1 840	Мрамор	2 700
Бор	2 400	Молибден	10 200
Бром	3 120	Натрий	970
Бронза	8 700	Нейзильбер	8 600
Ванадий	6 020	Никель	8 900
Висмут	9 800	Олово	7 400
Вольфрам	19 100	Парафин	900
Гранит	2 600	Платина	21 500
Графит	2 100	Пробка	240
Золото	19 300	Сахар	1 590
Исландский шпат	2 710	Свинец	11 300
Кадмий	8 650	Серебро	10 500
Калий	870	Слюда	2 900
Кварц	2 650	Соль поваренная	2 100
Кобальт	8 900	Сталь (железо)	7 800
Каменная соль	2 200	Стекло	2 400
Каменный уголь	1 350	Титан	4 500
Константан	8 800	Уран	19 000
Латунь	8 500	Фарфор	2 300
Лёд	900	Цезий	1 900
Литий	530	Цинк	7 000
Магний	1 740	Эбонит	1 800
Жидкости			
Ацетон	792	Сероуглерод	1 260
Бензол	880	Скипидар	858
Бензин	700	Спирт этиловый	789
Вода	1 000	Соленая вода	1 030
Глицерин	1 260	Толуол	870
Керосин	800	Тяжелая вода	1 100
Касторовое масло	900	Уксусная кислота	1 049
Нефть	900	Хлороформ	1 483
Ртуть	13 600	Эфир	720
Газы (при нормальных условиях)			
Азот	1,25	Кислород	1,43
Аммиак	0,77	Метан	0,72
Водород	0,09	Неон	0,9
Воздух	1,293	Углекислый газ	1,98
Гелий	0,18	Хлор	3,21

Таблица Д.4 - Тепловые свойства веществ

Твердые тела			
Вещество	Удельная тепло- емкость, Дж/(кг·К)	Температура плавления, °С	Удельная теплота плавления, кДж/кг
Алюминий	896	660	387
Висмут	130	271	54
Вольфрам	195	3 420	192
Золото	134	1 063	67
Латунь	386	900	330
Лёд	2 100	0	334
Медь	395	1 083	174
Никель	460	1 453	300
Олово	280	232	60
Ртуть	-	-38,9	11,7
Свинец	131	327	25
Серебро	230	960	80
Сталь (железо)	460	1 535	272
Цинк	385	420	118
Жидкости			
Вещество	Удельная тепло- емкость, Дж/(кг·К)	Температура ки- пения, °С	Удельная теплота парообразования, МДж/кг
Бензин (50 °С)	2 095	-	-
Вода (20 °С)	4 190	100	2,25
Глицерин	2 420	290	-
Масло трансфор- маторное (20 °С)	1 800	-	-
Ртуть	138	357	0,284
Спирт	2 510	78	0,853
Толуол	1 730	111	0,364
Эфир	2 340	35	0,846
Газы			
Вещество	Удельная теплоемкость ¹ , кДж/(кг·К)	Температура конденсации ² , °С	
Азот	1,05	-196	
Водород	14,3	-253	
Воздух	1,01	-	
Гелий	5,29	-269	
Кислород	0,913	-183	

¹ При постоянном давлении² При нормальном давлении

Таблица Д.5 - Плотность воды при различных температурах

Температура, °С	20	30	40	50	60	70	80
Плотность, кг/м ³	998	996	992	988	983	978	972

Таблица Д.6 - Коэффициенты теплового расширения (10^{-5} K^{-1})

Линейное расширение			
Алмаз	0,118	Медь	1,67
Алюминий	2,4	Олово	2,3
Бронза	2,0	Парафин	30
Дерево	0,5	Платина	0,91
Золото	1,45	Свинец	2,93
Инвар	0,09	Серебро	1,97
Кварц плавленный	0,057	Сталь (железо)	1,1
Латунь	1,9	Стекло	0,9
Лед	5,1	Фарфор	0,4
Магний	2,61	Цинк	2,9
Манганин	1,81	Эбонит	8,4
Объёмное расширение			
Вода (5 °С – 10 °С)	5,3	Керосин (бензин)	100
Вода (10 °С – 20 °С)	15	Масло	72
Вода (20 °С – 40 °С)	30,2	Нефть	100
Вода (40 °С – 60 °С)	45,8	Ртуть	19
Вода (60 °С – 80 °С)	58,7	Сероуглерод	382
Ацетон	337	Спирт этиловый	122
Бензол	673	Толуол	613
Глицерин	50	Эфир	240

Таблица Д.7 - Критические значения температуры и давления

Вещество	T _{кр} , К	P _{кр} , МПа	Вещество	T _{кр} , К	P _{кр} , МПа
Азот	126	3,4	Воздух	133	3,77
Аммиак	402	3,39	Гелий	5,2	0,23
Аргон	151	4,87	Кислород	154	5,07
Бензол	562	4,8	Спирт	517	6,38
Водород	33	1,3	Углекислый газ	304	7,4
Водяной пар	647	21,77	Хлор	417	7,7
			Эфир	467	3,6

Таблица Д.8 - Постоянные газов (при нормальных условиях)

Газ	Коэффициент самодиффузии $D, 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$	Вязкость $\eta, \text{ мкПа}\cdot\text{с}$	Теплопроводность $\alpha, \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$
Аргон	0,16	21,0	0,017
Гелий	1,62	20,7	0,143
Водород	1,28	8,6	0,168
Азот	0,17	16,7	0,024
Кислород	0,18	19,9	0,025
Воздух	-	17,2	0,024

Таблица Д.9 - Постоянные Ван-дер-Ваальса

Вещество	$a, \text{ Па}\cdot\text{м}^6/\text{моль}^2$	$b, 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$
Азот	0,135	3,9
Аргон	0,132	3
Вода	0,554	3
Водород	0,024	2,7
Кислород	0,136	3,2
Углекислый газ	0,364	4,3

Таблица Д.10 - Коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей при 20 °С, мН/м

Вещество	Коэффициент	Вещество	Коэффициент
Анилин	43	Касторовое масло	33
Бензол	30	Керосин	30
Вода	73	Молоко	46
Вода (0 °С)	75,5	Мыльный раствор	45
Вода (70 °С)	64,2	Ртуть	500
Глицерин	64	Серебро (распл. 960 °С)	780
Золото (распл. 1 070 °С)	610	Спирт	22

Таблица Д.11 - Давление Р и плотность ρ насыщенного водяного пара

$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{Па}$	$\rho, \text{г/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{Па}$	$\rho, \text{г/м}^3$
-28	46,7	0,41	12	1 402,3	10,7
-27	50,7	0,46	13	1 519,6	11,4
-26	57,3	0,51	14	1 598,3	12,1
-25	62,7	0,55	15	1 704,9	12,8
-24	69,3	0,66	16	1 816,9	13,6
-23	77,3	0,68	17	1 936,8	14,5
-22	85,3	0,73	18	2 063,5	15,4
-21	93,3	0,80	19	2 196,8	16,3
-20	102,6	0,85	20	2 338,1	17,3
-19	113,3	0,96	21	2 486,0	18,3
-18	125,3	1,05	22	2 643,3	19,4
-17	137,3	1,15	23	2 808,6	20,6
-16	150,6	1,27	24	2 983,3	21,8
-15	165,3	1,38	25	3 167,2	23,0
-14	181,3	1,51	26	3 360,5	24,4
-13	198,6	1,65	27	3 567,1	25,8
-12	217,3	1,80	28	3 779,1	27,2
-11	237,3	1,96	29	4 004,3	28,7
-10	259,9	2,14	30	4 241,6	30,3
-9	283,9	2,33	31	4 603,2	31,9
-8	337,2	2,54	32	4 753,6	33,9
-7	351,9	2,76	33	5 029,4	35,7
-6	367,9	2,99	34	5 316,7	37,6
-5	401,2	3,24	35	5 622,6	39,6
-4	437,2	3,51	36	5 939,8	41,8
-3	475,9	3,81	38	6 623,6	46,3
-2	517,2	4,13	39	6 990,3	48,7
-1	562,5	4,47	40	7 374,2	51,2
0	610,5	4,84	45	9 581,6	65,4
1	656,1	5,22	50	12 330,3	83,0
2	758,4	5,60	55	15 729,4	104,3
3	797,3	5,98	60	19 915,0	130
4	812,1	6,40	65	24 993,8	161
5	871,1	6,84	70	31 152,2	198
6	934,4	7,3	75	38 577,0	242
7	1 001,1	7,8	80	47 334,8	293
8	1 073,1	8,3	85	57 798,9	354
9	1 147,7	8,8	90	70 089,1	424
10	1 227,7	9,4	95	84 498,9	505
11	1 300,7	10,0	100	101 303,0	598

Таблица Д.12 - Психрометрическая таблица

Показания сухого термометра в °С	Относительная влажность в % при разности показаний сухого и влажного термометров в °С											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	100	81	63	45	28	11						
1	100	83	65	48	32	16						
2	100	84	68	51	35	20						
3	100	84	69	54	39	24	10					
4	100	85	70	56	42	28	14					
5	100	86	72	58	45	32	19	6				
6	100	86	73	60	47	35	23	10				
7	100	87	74	61	49	37	26	14				
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7			
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11			
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5		
11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8		
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11		
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
21	100	91	83	75	67	60	52	45	39	32	26	20
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

Таблица Д.13 - Скорость звука (м/с)

Алюминий	5 100	Сталь (железо)	5 300
Вода	1 450	Кирпич	3 650
Воздух ($^{\circ}\text{C}$)	332		

Таблица Д.14 - Диаметры молекул и атомов (нм)

Азот (N_2)	0,31	Гелий (He)	0,19
Аргон (Ar)	0,29	Кислород (O_2)	0,29
Водород (H_2)	0,23	Оксид углерода (CO)	0,32
Водяной пар (H_2O)	0,26	Углекислый газ (CO_2)	0,33
Воздух	0,55	Хлор (Cl_2)	0,37

Таблица Д.15 - Удельная теплота сгорания топлива, МДж/кг

Авиационный бензин	48	Метан	55
Бензин	46	Нефть	46
Водород	120	Порох	3,8
Дерево	10	Природный газ	34
Дизельное топливо	42	Спирт	29
Каменный уголь	30	Торф	14
Керосин	46	Условное топливо	29

Таблица Д.16 - Теплопроводность веществ λ , Вт/(м·К)

Вещество	λ	Вещество	λ
Алюминий	205	Медь	390
Асбест	0,14	Накипь котельная	2,3
Висмут	10	Пробка	0,035
Вода	0,58	Сажа	0,25
Дерево	0,17	Свинец	34,8
Железо	62	Смола	0,52
Кирпич	0,84	Стекло	0,74
		Эбонит	0,16

Таблица Д.17 - Энергия ионизации

Вещество	E_i , Дж	E_i , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблица Д.18 - Диэлектрическая проницаемость ϵ веществ

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Ацетон	21	Парафинированная бумага	3,7
Бензол	2,3	Плексиглас	3,5
Бумага	2,3	Полиэтилен	2,3
Воздух	1,00058	Рутит	170
Вода	81	Спирт метиловый	33
Воск	7,8	Спирт этиловый	26
Гуттаперча	4,4	Слюда	6
Дерево (сухое)	6	Соль каменная	5,6
Касторовое масло	4,67	Стекло	6
Каучук	2,6	Титанат бария	1200
Кварц плавленый	3,7	Текстолит	7
Керосин	2	Фарфор	6
Масло трансформаторное	2,2	Целлулоид	3,9
Мрамор	8,3	Шеллак	3,4
Нитробензол	36	Эбонит	3
Парафин	2	Янтарь	2,8

Таблица Д.19 - Удельное сопротивление ρ изоляторов (Ом·м)

Изолятор	ρ	Изолятор	ρ
Бумага	10^{10}	Фарфор	10^{13}
Парафин	10^{15}	Шеллак	10^{14}
Слюда	10^{13}	Эбонит	10^{14}
		Янтарь	10^{17}

Таблица Д.20 - Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент сопротивления α проводников

Проводник	ρ , нОм·м	α , К ⁻¹	Проводник	ρ , нОм·м	α , К ⁻¹
Алюминий	28	0,0038	Никель	73	0,0065
Вольфрам	55	0,0051	Нихром	1100	0,00026
Графит	8 000	-	Олово	120	0,0044
Железо	98	0,0062	Платина	107	0,0039
Золото	20	0,0040	Ртуть	958	0,0009
Константан	480	0,00002	Свинец	190	0,0042
Латунь	71	0,001	Серебро	15	0,004
Манганин	450	0,00003	Уголь	40	-0,0008
Медь	17	0,0043	Фехраль	1200	0,0002
Никелин	420	0,000017	Цинк	60	0,004

Таблица Д.21 - Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков, $\chi = \mu - 1$

Парамагнетик	χ , 10 ⁻⁶	Диамагнетик	χ , 10 ⁻⁶
Азот	0,013	Водород	- 0,063
Воздух	0,38	Бензол	- 7,5
Кислород	1,9	Вода	- 9,0
Эбонит	14	Медь	- 10,3
Алюминий	23	Стекло	- 12,6
Вольфрам	176	Каменная соль	- 12,6
Платина	360	Кварц	- 15,1
Жидкий кислород	3 400	Висмут	- 176

Таблица Д.22 - Электрохимические эквиваленты (мг/Кл)

Алюминий (Al ³⁺)	0,093	Медь (Cu ²⁺)	0,329
Висмут (Bi ³⁺)	0,719	Натрий (Na ⁺)	0,238
Водород (H ⁺)	0,0104	Никель (Ni ²⁺)	0,304
Железо (Fe ²⁺)	0,29	Никель (Ni ³⁺)	0,203
Железо (Fe ³⁺)	0,193	Свинец (Pb ²⁺)	1,074
Золото (Au ⁺)	2,043	Серебро (Ag ⁺)	1,118
Золото (Au ²⁺)	0,681	Хром (Cr ³⁺)	0,180
Кислород (O ²⁺)	0,083	Хлор (Cl ⁺)	0,367
Медь (Cu ⁺)	0,660	Цинк (Zn ²⁺)	0,338

Таблица Д.23 - Подвижность ионов в газах, $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$

Водные растворы			
H^+	$0,326 \cdot 10^{-6}$	OH^-	$0,18 \cdot 10^{-6}$
Na^+	$0,045 \cdot 10^{-6}$	F^-	$0,049 \cdot 10^{-6}$
K^+	$0,067 \cdot 10^{-6}$	Cl^-	$0,068 \cdot 10^{-6}$
Ag^+	$0,056 \cdot 10^{-6}$	Br^-	$0,07 \cdot 10^{-6}$
NH^+	$0,067 \cdot 10^{-6}$	NO_3^-	$0,064 \cdot 10^{-6}$
Газы (при нормальных условиях)			
Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы	
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$	
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	
Кислород	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	
Оксид углерода	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	
Хлор	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	

Таблица Д.24 - Работа выхода электрона из металлов (эВ)

Алюминий	3,74	Молибден	4,2
Барий	2,29	Натрий	2,3
Висмут	4,62	Никель	4,84
Вольфрам	4,5	Оксид бария	0,99
Германий	4,8	Платина	5,29
Железо	4,74	Ртуть	4,52
Золото	4,68	Рубидий	2,13
Калий	2,0	Серебро	4,74
Кальций	2,8	Тантал	4,07
Кобальт	4,25	Титан	3,92
Литий	2,4	Торий	3,4
Магний	3,46	Цезий	1,97
Медь	4,47	Цинк	4,0

Таблица Д.25 - Интервалы длин волн, соответствующие различным цветам спектра

Цвет спектра	Интервал длин волн, нм	Цвет спектра	Интервал длин волн, нм
Фиолетовый	380 – 450	Желто-зеленый	550 – 575
Синий	450 – 480	Жёлтый	575 – 585
Голубой	480 – 510	Оранжевый	585 – 620
Зелёный	510 – 550	Красный	620 – 760

Таблица Д.26 - Показатели преломления (средние для видимых лучей)

Азот	1,00030	Лёд	1,31
Алмаз	2,42	Масло кедровое	1,52
Бензол	1,50	Плексиглас	1,50
Вода	1,33	Скипидар	1,47
Воздух	1,00029	Стекло	1,5
Глицерин	1,47	Сероуглерод	1,630
Каменная соль	1,54	Скипидар	1,47
Кварц	1,54	Спирт этиловый	1,36
Кислород	1,00027		

Таблица Д.27 - Периоды полураспада некоторых радиоактивных изотопов

Актиний ${}_{89}\text{Ac}^{225}$	10 сут	Радий ${}_{88}\text{Ra}^{226}$	1 600 лет
Висмут ${}_{83}\text{Bi}^{210}$	5,02 сут	Радон ${}_{86}\text{Rn}^{222}$	3,82 сут
Иридий ${}_{77}\text{Ir}^{192}$	75 сут	Стронций ${}_{38}\text{Sr}^{90}$	28 лет
Йод ${}_{53}\text{I}^{131}$	8 сут	Торий ${}_{90}\text{Th}^{232}$	$1,39 \cdot 10^{11}$ лет
Кальций ${}_{20}\text{Ca}^{45}$	164 сут	Углерод ${}_{6}\text{C}^{14}$	5 730 лет
Кобальт ${}_{27}\text{Co}^{60}$	5,3 года	Уран ${}_{92}\text{U}^{235}$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
Магний ${}_{12}\text{Mg}^{27}$	10 мин	Уран ${}_{92}\text{U}^{238}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
Натрий ${}_{11}\text{Na}^{24}$	15,3 час	Фосфор ${}_{15}\text{P}^{32}$	14,3 сут
Полоний ${}_{84}\text{Po}^{210}$	138 сут	Церий ${}_{58}\text{Ce}^{144}$	285 сут

Таблица Д.28 - Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,0005485	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,0072765	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,0086650	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1 876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3 733
Нейтральный π -мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

Таблица Д.29 - Греческий алфавит

А, α - альфа	І, ι - йота	Р, ρ - ро
В, β - бета	К, κ , $\wp$ - каппа	Σ , σ - сигма
Г, γ - гамма	Λ , λ - лямбда	Т, τ - тау
Δ , δ - дельта	М, μ - мю	Υ, υ - ипсилон
Е, ε - эпсилон	Ν, ν - ню	Φ, ϕ - фи
Ζ, ς - дзета	Ξ, ξ - кси	Χ, χ - хи
Η, η - эта	Ο, $\omicron$ - омикрон	Ψ, ψ - пси
Θ, θ , ϑ - тэта	Π, π - пи	Ω, ω - омега

Таблица Д.30 - Массы некоторых изотопов (а.е.м.)

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
${}^1_1\text{H}^1$	1,007825	${}^{23}_{11}\text{Na}^{23}$	22,989770
${}^2_1\text{D}^2$	2,014102	${}^{24}_{11}\text{Na}^{24}$	23,990967
${}^3_1\text{T}^3$	3,016049	${}^{23}_{12}\text{Mg}^{23}$	22,994135
${}^3_2\text{He}^3$	3,016029	${}^{24}_{12}\text{Mg}^{24}$	23,985045
${}^4_2\text{He}^4$	4,002603	${}^{27}_{13}\text{Al}^{27}$	26,981541
${}^6_3\text{Li}^6$	6,015123	${}^{28}_{13}\text{Al}^{28}$	27,9769
${}^7_3\text{Li}^7$	7,016004	${}^{28}_{14}\text{Si}^{28}$	27,9769
${}^7_4\text{Be}^7$	7,016931	${}^{30}_{14}\text{Si}^{30}$	29,97377
${}^8_4\text{Be}^8$	8,005308	${}^{31}_{14}\text{Si}^{31}$	30,975349
${}^9_4\text{Be}^9$	9,012182	${}^{30}_{15}\text{P}^{30}$	29,978320
${}^{10}_5\text{B}^{10}$	10,012938	${}^{31}_{15}\text{P}^{31}$	30,97376
${}^{11}_5\text{B}^{11}$	11,009305	${}^{40}_{19}\text{K}^{40}$	39,962382
${}^{11}_6\text{C}^{11}$	11,011431	${}^{41}_{19}\text{K}^{41}$	40,961825
${}^{12}_6\text{C}^{12}$	12,000000	${}^{40}_{20}\text{Ca}^{40}$	39,962591
${}^{13}_6\text{C}^{13}$	13,003355	${}^{56}_{26}\text{Fe}^{56}$	55,934939
${}^{14}_6\text{C}^{14}$	14,003242	${}^{59}_{27}\text{Co}^{59}$	58,93320
${}^{13}_7\text{N}^{13}$	13,005739	${}^{60}_{29}\text{Ni}^{60}$	59,9308
${}^{14}_7\text{N}^{14}$	14,003074	${}^{94}_{40}\text{Zr}^{94}$	93,906320
${}^{15}_7\text{N}^{15}$	15,000109	${}^{131}_{54}\text{Xe}^{131}$	130,9051
${}^{15}_8\text{O}^{15}$	15,003072	${}^{140}_{58}\text{Ce}^{140}$	139,90544
${}^{16}_8\text{O}^{16}$	15,994915	${}^{206}_{82}\text{Pb}^{206}$	205,97445
${}^{17}_8\text{O}^{17}$	16,999131	${}^{210}_{84}\text{Po}^{210}$	209,98286
${}^{19}_9\text{F}^{19}$	18,998403	${}^{235}_{92}\text{U}^{235}$	235,04393
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{20}$	19,99244	${}^{238}_{92}\text{U}^{238}$	238,05353

Таблица Д.31 - Таблица элементарных частиц

Частица	Символ	Лептоны		Мезоны		Барионы	
		Фотон	Нейтрино	Электрон	Мюон	Таон	Пи-мезон
Масса	Мэв	m_e	0	0	0,511	105,66	139,6
Время жизни, τ , с		∞	∞	∞	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-12}$	$2,55 \cdot 10^{-8}$
Спин, $\hbar$		1	1/2	1/2	1/2	1/2	0
Заряды	Q	0	0	-1	-1	-1	+1
	L	0	+1	+1	+1	+1	0
Изотоп-спин	B	0	0	0	0	0	0
	T						1
Странность, S	T ₂						+1
	S						0
Преобладающая схема распада							