МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Колледж электроники и бизнеса

Кафедра вычислительной техники и математики

П.Н.ШАЛЫМИНОВ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ И ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО ТЕМЕ «НАХОЖДЕНИЕ МИНИМУМА ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ПРИБЛИЖЕННЫМИ МЕТОДАМИ»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
Государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2009

УДК 519.6(075.32)
ББК 22.193 Я73
Ш 18

Рецензент
заместитель директора по научно-методической работе
Кузюшин С. А.

Шалыминов П. Н.
Ш18 **Численные методы: методические указания к практическим и лабораторным работам по теме «Нахождение минимума функций одной переменной приближенными методами»/ П.Н. Шалыминов – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 21 с.**

Методические указания предназначены для изучения темы «Нахождение минимума функций одной и двух переменных приближенными методами» по дисциплине «Численные методы» студентами очной и заочной формы обучения специальности 230105.01 Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем.

Методические указания составлены с учетом требований государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования «Государственные требования к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности 230105.51 Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем (введены в действие с 21.01.03 г, примерная программа учебной дисциплины «Численные методы»).

ББК 22.193 Я73

Содержание

Введение

В данном методическом указании излагается краткий теоретический материал, алгоритмы и последовательность нахождения минимума функций одной переменной методами дихотомии и золотого сечения с помощью персонального компьютера.

Методическое указание может быть использовано студентами очной и заочной формы обучения при изучении данной темы, которая есть в других дисциплинах, а также преподавателями этих дисциплин.

1 Нахождение минимума функций одной переменной приближенными методами

Цель работы: Научиться находить минимумы функций одной переменной методами дихотомии и золотого сечения, разрабатывать блок схемы алгоритмов и программы приближенных методов для нахождения экстремумов функций одной переменной.

1.1 Ход работы

1) Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы (лекции, учебники);
2) Построить графики уравнений и найти одну из областей унимодальности функции по индивидуальному заданию для каждого метода, используя электронные таблицы Excel;
3) Составить словесный алгоритм для каждого метода;
4) Разработать блок – схему алгоритма нахождения минимума функции для каждого метода;
5) Составить программу на программирования Turbo Pascal;
6) Выполнить программу на ПК;
7) Распечатать результаты выполнения программы;
8) Составить отчет по работе;
9) Защитить работу.

1.2 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:
1) Тему работы;
2) Цель работы;
3) Ход работы;
4) Постановку задачи;
5) Графики функций уравнения;
6) Словесный алгоритм метода решения;
7) Блок схему алгоритма метода решения;
8) Распечатка программы метода решения;
9) Результаты работы программы.

1.3 Вопросы для допуска к выполнению работ

1) Каково соотношение между глобальными и локальными экстремумами функции, заданной на отрезке?
2) Чем отличаются прямые и косвенные методы минимизации функции?
3) Как описывается свойство унимодальности функции?
4) Почему при минимизации функции методом половинного деления на каждом шаге приходится вычислять ее значения в двух точках?
5) Почему метод золотого сечения при решении одной и той же задачи минимизации требует, как правило, меньшего объема вычислений, чем метод половинного деления?

2 Методические указания нахождения минимума функции одной переменной

2.1 Основные понятия. Методы минимизации функций одной переменной

В прикладной математике задачи оптимизации - поиск максимума или минимума функции - составляют один из важнейших разделов, в котором очень широко используются численные методы.

На рисунке 2.1 проиллюстрирован график функции, у которого на отрезке *[a; b]* имеется несколько максимумов (три) и минимумов (два). Самый «высокий» из максимумов (достигаемый при $x = a$) оказался на краю отрезка, самый «низкий» из минимумов (при $x=c$) достигается во внутренней точке отрезка. Эти максимум и минимум являются на данном отрезке глобальными, а остальные - локальными.

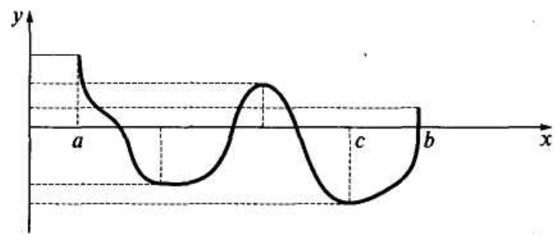


Рисунок 2.1 - Иллюстрация к экстремумам функции одной переменной

Если функция $y = f(x)$ является на отрезке *[a; b]* дифференцируемой, то для поиска ее максимумов и минимумов существуют простые приемы. Напомним их: для того чтобы точка x_o была точкой внутреннего (по отношению к отрезку) экстремума, необходимо, чтобы она была корнем уравнения $f'(x) = 0$. Если у функции существует вторая производная, то при $f''(x_0) > 0$ x_0 будет точкой минимума, а при $f''(x_0) < 0$ - максимума.

При поиске глобального максимума (минимума) функции на отрезке необходимо отыскать ее локальные экстремумы, сравнить их между собой и со значениями функции на концах отрезка и выбрать из указанной совокупности значений наибольшее (наименьшее).

2.1.1 Поиск минимума функции одной переменной

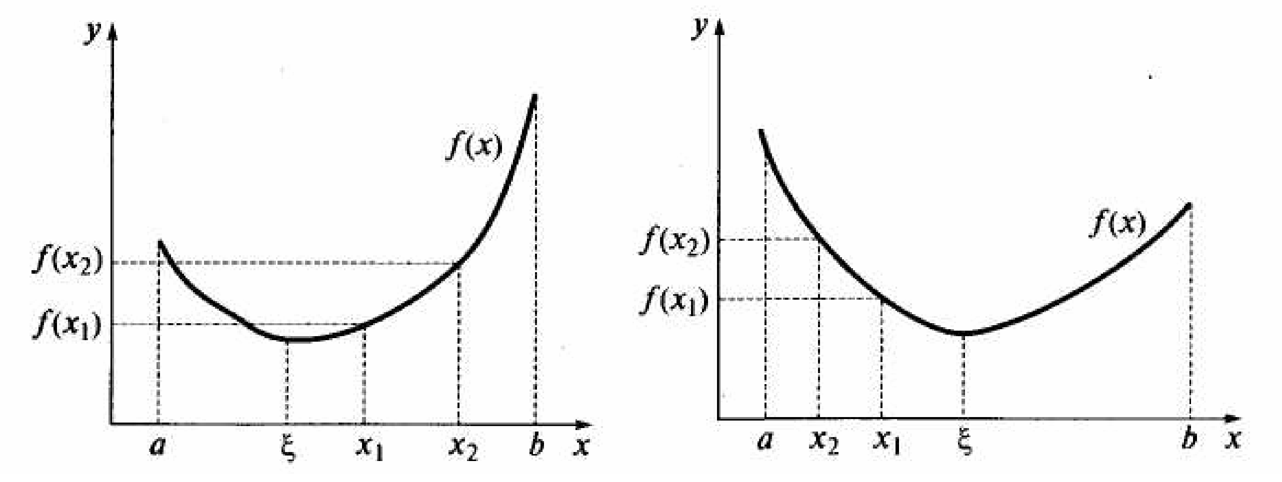
Рассмотрим задачу поиска минимума функции $f(x)$, определенной на отрезке $[a; b]$, способами, не связанными с решением уравнения $f'(x) = 0$. При этом достаточно ограничиться поисками минимумов лишь во внутренних точках отрезка, поскольку вычисление значений функции на его концах - задача тривиальная.

Будем считать, что функция $f(x)$ является на отрезке $[a; b]$ унимодальной, т. е. монотонно убывающей слева от точки минимума и монотонно возрастающей справа от нее.

Приведем также более строгое описание унимодальности. Непрерывная функция $y=f(x)$ является унимодальной на отрезке $[a; b]$, если:

1) точка ξ, локального минимума функции принадлежит отрезку $[a; b]$;

2) для любых двух точек отрезка x_1 и x_2, взятых по одну сторону от точки минимума, точке x_1, более близкой к точке минимума, всегда соответствует меньшее значение функции, т.е. неравенство $f(x_1) < f(x_2)$ справедливо как (рисунок 2.2, а), так и при $x_2 < x_1 < \xi$, (рисунок 2.2, б).



а) $f(x_1) < f(x_2)$ при $\xi<x_1<x_2$ б) $f(x_1) < f(x_2)$ при $x_2 < x_1 < \xi$

Рисунок 2.2 - К определению унимодальности функции y=f(x)

Очевидно, что если бы шла речь о максимуме функции, то унимодальность определялась бы обратными утверждениями.

2.1.2 Метод дихотомии

Метод дихотомии (половинного деления), рассмотренный при решении нелинейных алгебраических уравнений, как прием уточнения корня уравнения, легко переносится на задачу уточнения положения точки минимума унимодальной функции.

На рисунке 2.3 проиллюстрирован первый шаг указанного метода. Искомый минимум находится в точке ξ. Разделим отрезок *[a; b]* пополам точкой $c=(a + b)/2$. Если (как это имеет место на рисунок 2.3) точка минимума оказалось левее точки *c*, то следующий отрезок, подлежащий делению пополам, есть *[a; c],* иначе - *[c; b].*

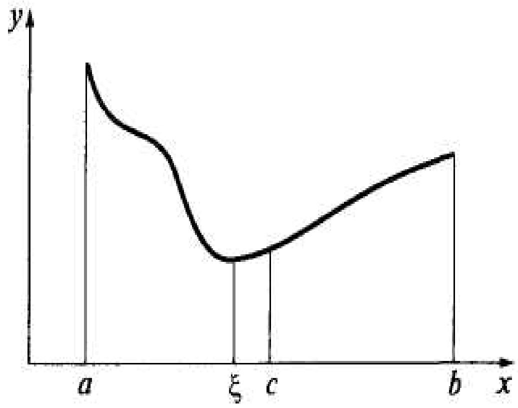


Рисунок 2.3 - К поиску минимума методом половинного деления

Поскольку реально в ходе вычислений мы не располагаем значением ξ, то возникает вопрос, как определять на каждом шаге, левый или правый отрезок подлежит делению. При решении уравнений методом половинного деления этот выбор был очевиден - по сопоставлению знаков *f(a), f(c)* и *f(b)*. В данном случае ни знаки, ни сравнения значений функции, ни о чем не говорят и приходится использовать слегка усложненный прием.

Пусть точность, с которой мы хотим оценить значение *c*, есть *e*. Будем вычислять не одно значение *f(c)*, а два: $f(c- e/2)$ и $f(c + e/2)$. Учитывая предполагаемую унимодальность функции *f(x)*, ясно, что при $f(c - e/2) < f(c + e/2)$ следующему делению пополам подлежит отрезок *[a; c]* (или, что практически то же самое, *[a; c-e/2]*). Если же $f(c - e/2) > f(c + e/2)$, то делению подлежит отрезок *[c; b]*. Итерационный вычислительный процесс продлится до тех пор, пока длина очередного отрезка не станет меньше *e*. Наконец, нельзя исключить ситуацию, когда на очередном шаге $f(c - e/2) = f(c + e/2)$, т.е. искомая точка, в которой функция *f(x)* имеет минимум, оказалась между $c - e/2$ и $c + e/2$; в этом случае результат решения задачи (с заданной точностью) есть *c*.

2.1.2.1 Постановка задачи

Найти область унимодальности и минимум функции $y = x^2 - \sin(x)$ с точностью до ε*=0,01* с помощью метода дихотомии (половинного деления).

2.1.2.2 Построение графика и нахождение области унимодальности с помощью электронной таблицы Excel

Строим таблицу с помощью электронной таблицы *Excel*.

1) Запускаем электронную таблицу *Excel* двойным щелчком левой кнопки мыши по значку ярлыка *Excel* на рабочем столе;

2) В ячейку *B2* введем функцию *y=x^2-sin(x)*;

3) Строим таблицу значений для введенной функции;

4) В ячейку *A4* введем *x*, в *B4 –3*;

5) Установим курсор в ячейку *B4* и выполним команду *Правка, Заполнить, Прогрессия*. В появившемся диалоговом окне в поле *Шаг* введем *0,5*, в поле *Предельное значение 3* и нажимаем *ОК*;

6) Установим курсор в ячейку *A4* и выделяем блок ячеек *A4:N4* и выполним команду *Вставка, Имя, Присвоить*;

7) В появившемся диалоговом окне щелкнуть по кнопке *Добавить*, а затем *ОК*;

8) В ячейке *A5* введем *y*, в *B5* введем формулу *=x^2-sin(x)*;

9) Выделим ячейку *B5* и щелкнем по кнопке *Копировать* на панели инструментов. Выделим блок ячеек *C5:N5* и щелкнем по кнопке *Вставить* на панели инструментов;

Результаты выполненной работы приведены в таблице 1

Таблица 1 – Значения функций $y = x^2 - \sin(x)$

y=x^2-sin(x)

x	-3,00	-2,50	-2,00	-1,50	-1,00	-0,50	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
y	9,14	6,85	4,91	3,25	1,84	0,73	0,00	-0,23	0,16	1,25	3,09	5,65	8,86

Строим график:

1) Выделяем блок ячеек *A5:N5*;

2) Выполняем команду *Вставка, Диаграмма*. В появившемся диалоговом окне выбираем вкладку *Нестандартные, Гладкие графики* и щелкнем по кнопке *Далее*;

3) В появившемся диалоговом окне выбираем режим *Ряды в строках* и выбираем вкладку *Ряд*. В появившемся диалоговом окне щелкаем в поле *Под-*

писи оси X, в котором появляется мигающий курсор. В таблице выделяем блок ячеек *A4:N4* и щелкаем по кнопке *Далее*;

4) На экране появляется диалоговое окно с вкладками: *Заголовки, Оси, Линии сетки, Легенда, Подписи данных, Таблицы данных*, с помощью которых можно установить параметры создаваемой диаграммы, а затем щелкаем по кнопке *Далее*;

5) В появившемся диалоговом окне *Поместить диаграмму на листе*, выбираем режим *Имеющимся* и щелкаем по кнопке *Готово*;

6) В построенном графике (см. рисунок 2.4) видим, что действительно на интервале *[-3;3]* находится минимум функции.

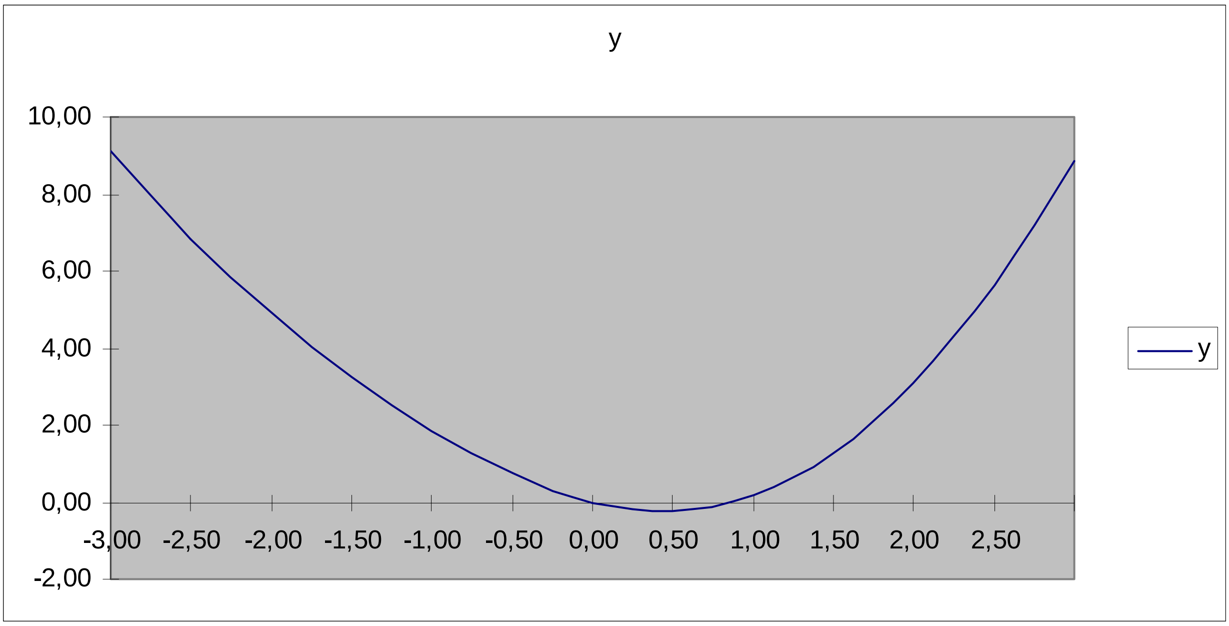


Рисунок 2.4 – График функции $y = x^2 - \sin(x)$

2.1.2.3 Словесный алгоритм нахождения минимума функции методом дихотомии (половинного деления)

Составим словесный алгоритм решения задачи:

1) введите начало, конец интервала, точность вычисления-a, b, e;
2) вычислить середину отрезка по формуле c=(a+b)/2;
3) вычислить y=f(c-e/2), z=f(c+e/2);
4) если f=z, то c – точка минимума, вывести на печать и перейти к пункту 8;
5) если y<z, то b=c-e/2, иначе a=c+e/2;
6) если |b-a|>e и y<>z, то перейти к пункту 2;
7) c – корень, вывести на печать;
8) конец программы.

2.1.2.4 Блок – схема алгоритма нахождения минимума функции методом дихотомии (половинного деления)

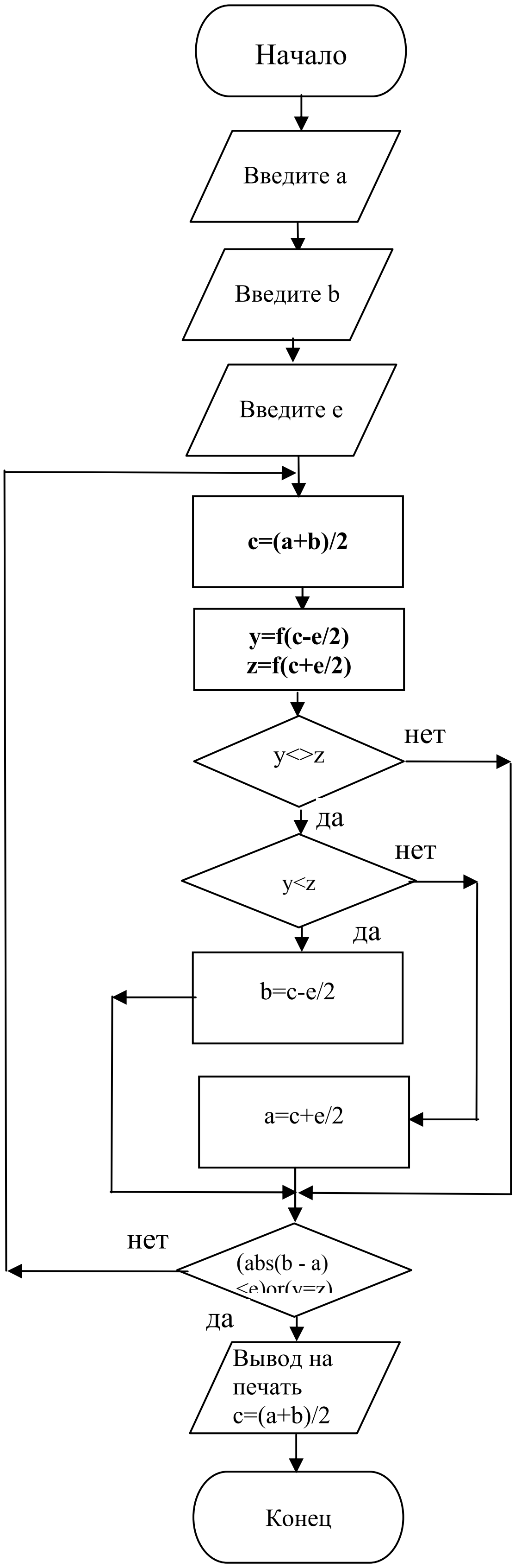


Рисунок 2.5 - Блок-схема нахождения минимума функции одной переменной методом дихотомии(половинного деления)

2.1.2.5 Распечатка программы метода дихотомии (половинного деления)

```
Program PolDel;
 Uses crt;
var
 a, b, c, e, e, z : real;
 n: integer;
{Описание функции уравнения }
function f(x:real):real;
begin
  f:=Sqr(x)-Sin(x);
end;
begin
  clrScr;
  write('Введите начало интервала a=');
  readln(a);
  write('Введите конец интервала b=');
  readln(b);
  write('Введите погрешность e=');
  readln(e);
    n:=0;
    repeat
      c:=(a+b)/2;
      y:=f(c-e/2); z:=f(c+e/2);
      if y<>z then
        if y<z then b:=c-e/2 else a:=c+e/2;
      n:=n+1;
    until (abs(a-b)<e) or (y=z);
    c:=(a+b)/2;
    writeln('Точка минимума x=', c:0:5);
    writeln('Значение функции y=', f(c):0:5);
    writeln('Количество итераций n=',n:3);
    readln;
end.
```

2.1.2.6 Распечатка результатов работы программы

Результаты работы программы метода дихотомии (половинного деления) для функции $y = x^2 - \sin(x)$.

Введите начало интервала, a= -0.5
Введите конец интервала b= 1.0
Введите погрешность: 0.001

Точка минимума x=0.45008
Значение функции f(x)= 0.23247
Количество итераций n= 10

2.1.3. Метод золотого сечения

Деление отрезка именно пополам (для отыскания минимума функции) представляется естественным, но явно не единственным путем решения задачи. Интуитивно ясно, что если последовательно делить отрезок на две части другим способом, то можно достичь того же результата. В связи с этим вопросом возникает метод так называемого золотого сечения.

Золотое сечение это такое пропорциональное деление отрезка на части, при котором весь отрезок относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; другими словами, меньший отрезок относится к большему, как больший ко всему (рисунок 2.6) $\beta : \gamma = \gamma : \alpha$.

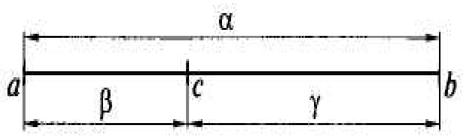


Рисунок 2.6 - «Золотая» пропорция

Из приведенного ранее соотношения получаем уравнение для определения γ (считая α заданным): $\gamma^2 = \alpha\beta$, или $\gamma^2 = \alpha(\alpha - \gamma)$. Решение последнего уравнения:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0.61803\alpha .$$

Обратим внимание, что заданный отрезок *[a; b]* можно разделить на две части в соответствии с золотым сечением двумя способами: располагая меньший отрезок слева (см. рисунок 2.6) или справа, т.е. на отрезке есть две точки золотого сечения.

Вернемся к решению задачи о минимизации унимодальной на отрезке *[a; b]* функции *f(x)*. Найдем обе точки золотого сечения: левую (см. рисунок 2.6) -

$$c = a + \beta = a + (b - a) - \gamma = a + (b - a) - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}(b - a) = a + \frac{3 - \sqrt{5}}{2}(b - a) = \\ = a + 0.38197(b - a) \quad (2.1)$$

и симметричную ей правую -

$$d = b - \beta = a + \frac{\sqrt{5} - 1}{2}(b - a) = a + 0.61803(b - a), \qquad (2.2)$$

Сравним значения *f(x)* в этих точках. Если окажется, что *f(c) >f(d)*, то новый отрезок для поиска минимума есть *[c; b],* если же *f(c) <f(d),* то новый отрезок - *[a; d]* (см. рисунок 2.7).

Допустим для определенности, что ситуация такова, как на рисунке 2.7 слева, т.е. на втором шаге минимум ищется на отрезке *[c; b]*. Продолжим использовать тот же прием: выполним золотое сечение этого отрезка.

Следующее утверждение является причиной эффективности этого метода в решении задачи минимизации: одна из двух точек нового сечения - уже известная нам точка *d*. Действительно, найдем левую точку золотого сечения отрезка *[c; b],* для чего надо в формуле (2.1) заменить *a* на *c*:

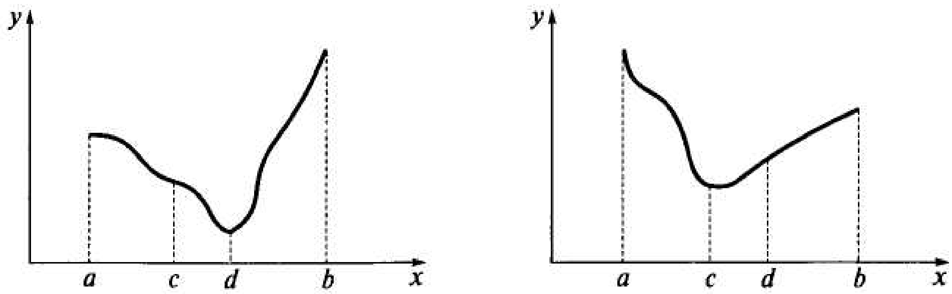


Рисунок 2.7 - К выбору отрезка для поиска минимума функции на втором шаге

$$x1 = c + \frac{3 - \sqrt{5}}{2}(b - c) = \ldots = a + \frac{\sqrt{5} - 1}{2}(b - a)$$

Таким образом, полученное значение действительно есть *d*, определяемое формулой (2.2). Благодаря указанному обстоятельству метод золотого сечения при минимизации унимодальной функции более экономичен, чем метод дихотомии: в последнем на каждом шаге вычисляется значение функции *f(x)* в двух точках, а в методе золотого сечения - лишь в одной (кроме первого шага, на котором ищутся значения функции в двух точках золотого сечения).

2.1.3.1 Постановка задачи

Найти область унимодальности и минимум функции $y = 2^x + x^2$ с точностью до $\varepsilon = 0{,}01$ с помощью метода золотого сечения**.**

2.1.3.2 Построение графика и нахождение области унимодальности с помощью электронной таблицы Excel

Строим таблицу с помощью электронной таблицы *Excel*.

1) Запускаем электронную таблицу *Excel* двойным щелчком левой кнопки мыши по значку ярлыка *Excel* на рабочем столе;

2) В ячейку *B2* введем функцию *y=2^x+x^2*;

3) Строим таблицу значений для введенной функции;

4) В ячейку *A4* введем *x*, в *B4 –3*;

5) Установим курсор в ячейку *B4* и выполним команду *Правка, Заполнить, Прогрессия*. В появившемся диалоговом окне в поле *Шаг* введем *0,5*, в поле *Предельное значение 3* и нажимаем *ОК*;

6) Установим курсор в ячейку *A4* и выделяем блок ячеек *A4:N4* и выполним команду *Вставка, Имя, Присвоить*;

7) В появившемся диалоговом окне щелкнуть по кнопке *Добавить*, а затем *ОК*;

8) В ячейке *A5* введем *y*, в *B5* введем формулу *=2^x+x^2*;

9) Выделим ячейку *B5* и щелкнем по кнопке *Копировать* на панели инструментов. Выделим блок ячеек *C5:N5* и щелкнем по кнопке *Вставить* на панели инструментов;

Результаты выполненной работы приведены в таблице 2

Таблица 2 – Значения функций $y = 2^x + x^2$

y=2^x+x^2

x	-3,00	-2,50	-2,00	-1,50	-1,00	-0,50	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
y	9,13	6,43	4,25	2,60	1,50	0,96	1,00	1,66	3,00	5,08	8,00	11,91	17,00

Строим график:

1) Выделяем блок ячеек *A5:N5*;

2) Выполняем команду *Вставка, Диаграмма*. В появившемся диалоговом окне выбираем вкладку *Нестандартные, Гладкие графики* и щелкнем по кнопке *Далее*;

3) В появившемся диалоговом окне выбираем режим *Ряды в строках* и выбираем вкладку *Ряд*. В появившемся диалоговом окне щелкаем в поле *Подписи оси X*, в котором появляется мигающий курсор. В таблице выделяем блок ячеек *A4:N4* и щелкаем по кнопке *Далее*;

4) На экране появляется диалоговое окно с вкладками: *Заголовки, Оси, Линии сетки, Легенда, Подписи данных, Таблицы данных*, с помощью которых можно установить параметры создаваемой диаграммы, а затем щелкаем по кнопке *Далее*;

5) В появившемся диалоговом окне *Поместить диаграмму на листе*, выбираем режим *Имеющимся* и щелкаем по кнопке *Готово*;

6) В построенном графике (см. рисунок 2.8) видим, что действительно на интервале *[-3;3]* находится минимум функции.

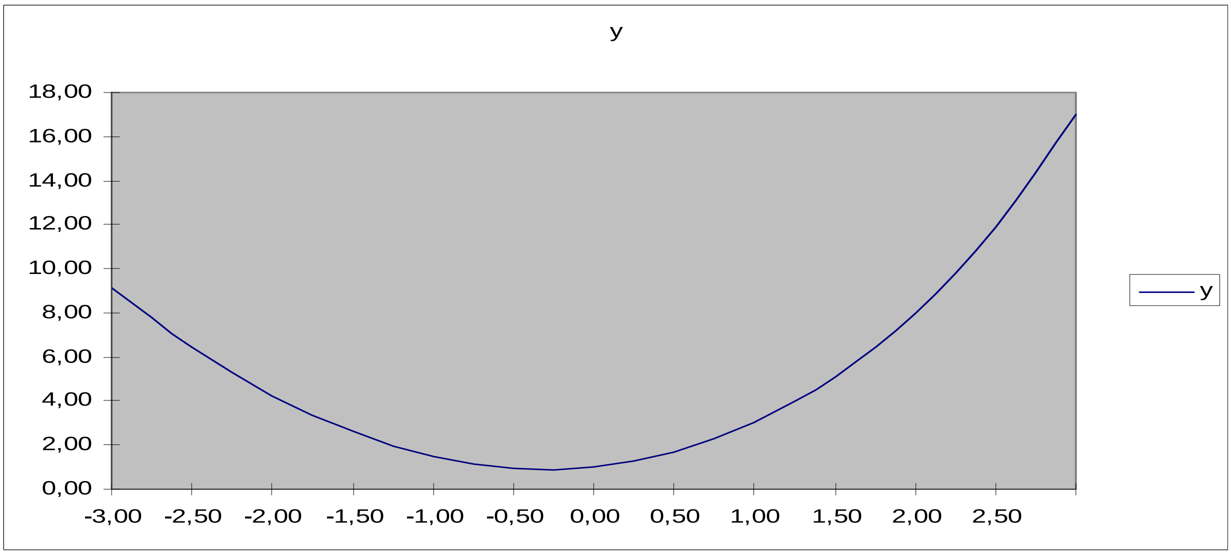


Рисунок 2.8 – Графики функций $y = 2^x + x^2$

2.1.3.3 Словесный алгоритм нахождения минимума функции методом золотого сечения

Составим словесный алгоритм решения задачи:

1) введите начало, конец интервала, точность вычисления-a, b, e;
2) вычислить $c = a + \frac{3-\sqrt{5}}{2}(b-a)$, $t = a + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(b-a)$;
3) вычислить *y=f(c)* и *z=f(t)*
4) если *y=z*, то *a=c*, *b=t*, $c = a + \frac{3-\sqrt{5}}{2}(b-a)$, $t = a + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(b-a)$, *y=f(c), z=f(t)*;
5) если *y<z*, то *b=t, t=c, z=y,* $c = a + \frac{3-\sqrt{5}}{2}(b-a)$; *y=f(c)*
6) если *y>z*, то *a=c, c=t, y=z,* $t = a + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(b-a)$, *z=f(t)*;
7) если |b-a|>e , то перейти к пункту 4;
8) вычислить *x=(a+b)/2*;
9) вывести *x, f(x)*;
10) конец программы.

2.1.3.4 Блок – схема алгоритма нахождения минимума функции методом золотого сечения

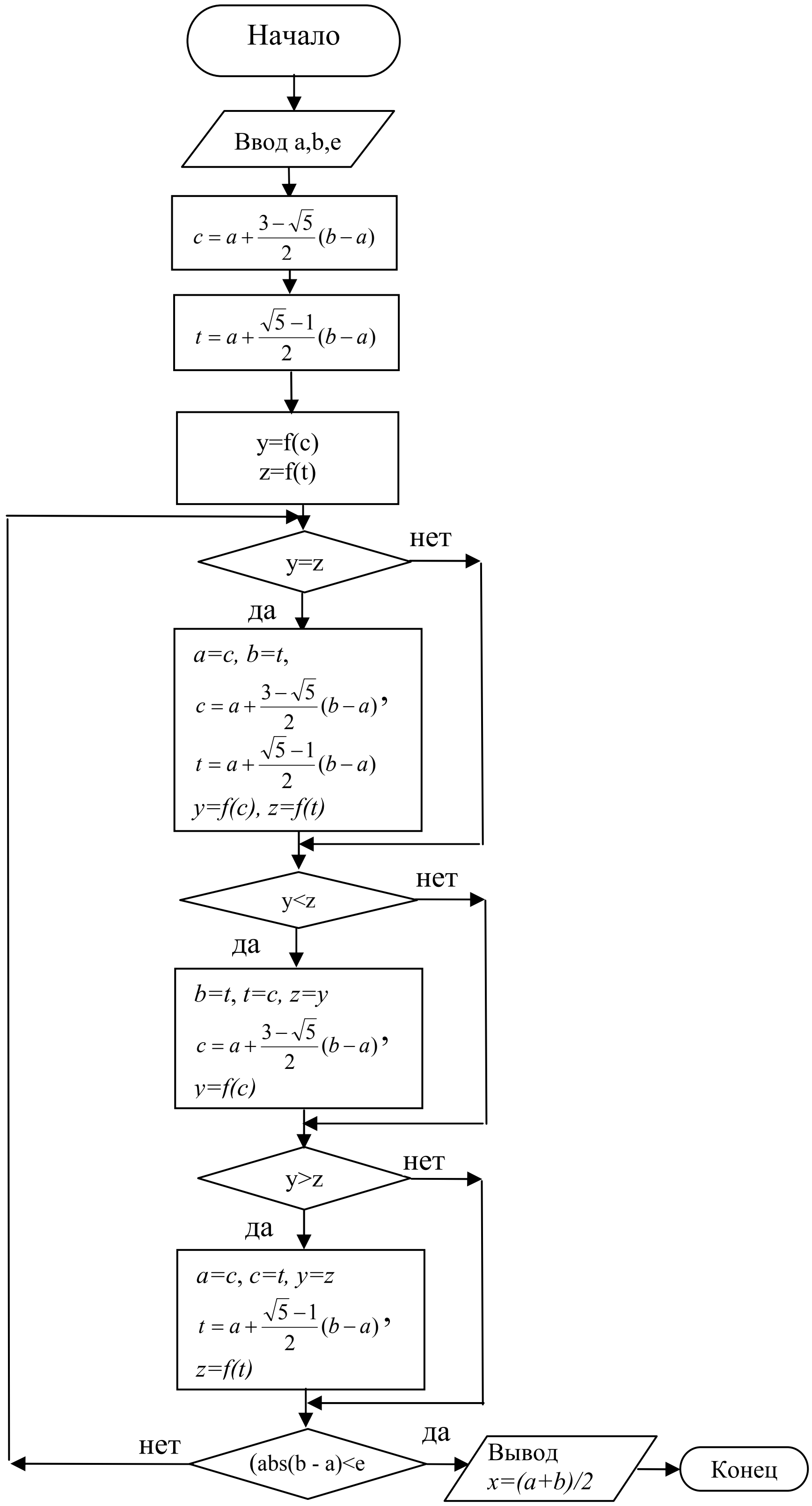


Рисунок 2.9 - Блок-схема нахождения минимума функции одной переменной методом золотого сечения

2.1.3.5 Распечатка программы метода золотого сечения

```
Program ZolSech;
 Uses crt;
var
 a, b, c, t, y, e, z, x : real;
 n: integer;
{Описание функции уравнения }
function f(x:real):real;
begin
  f:=Exp(x*Ln(2))+Sqr(x);
end;
begin
  clrScr;
  write('Введите начало интервала a=');
  readln(a);
  write('Введите конец интервала b=');
  readln(b);
  write('Введите погрешность e=');
  readln(e);
      c:=a+0.38197*(b-a); t:=a+0.61803*(b-a);
      y:=f(c); z:=f(t);
      n:=0;
      repeat
        if y=z then begin
           a:=c; b:=t;
           c:=a+0.38197*(b-a);
           t:=a+0.61803*(b-a);
           y:=f(c); z:=f(t);
        end;
        if y<z then begin
           b:=t; t:=c; z:=y;
           c:=a+0.38197*(b-a);
           y:=f(c);
        end;
        if y>z then begin
           a:=c; c:=t; y:=z;
           t:=a+0.61803*(b-a);
           z:=f(t);
        end;
        n:=n+1;
      until (abs(a-b)<e);
      x:=(a+b)/2;
      writeln('Точка минимума x=', x:0:5);
      writeln('Значение функции y=', f(x):0:5);
```

```
    writeln('количество итераций n=',n:3);
    readln;
  end.
```

2.1.3.6 Распечатка результатов работы программы

Результаты работы программы метода золотого сечения для функции $y=2^x+x^2$.

Введите начало интервала a= -1.0
Введите конец интервала b= 0.5
Введите погрешность: 0.001
Приближенный корень x=-0.28460
Значение функции f(x)= 0.90197

3 Варианты заданий

3.1 Задание № 1

Используя электронную таблицу Excel найти одну из областей унимодальности указанной функции и ее точку минимума методом дихотомии.

№ 1 $y=4\cos(x)+0.3x$	№ 2 $y=5\sin(2x)-(1+x)^{0.5}$
№ 3 $y=2\lg(x+7)-5\sin(x)$	№ 4 $y=8\cos(x)-x-6$
№ 5 $y=2^x+5\cos(x)$	№ 6 $y=-x\sin(x)+1$
№ 7 $y=2^{-x}-\sin(x)$	№ 8 $y=x-10\sin(x)$
№ 9 $y=\sin(x)-0.2x$	№ 10 $y=10\cos(x)-0.1x^2$
№ 11 $y=\mathrm{arctg}(x)+\lg(2+x^2)$	№ 12 $y=5x/(2+x^2)$
№ 13 $y=-\sqrt{3x-x^2}$	№ 14 $y=(x+2)e^{1/x}$
№ 15 $y=-xe^{-x}$	№ 16 $y=x^3/(1+x^4)$
№ 17 $y=\lg^2 x/x$	№ 18 $y=\arccos((1-x^2)/(1+x^2)$
№ 19 $y=3\cos(x/2)+2\cos(x/3)$	№ 20 $y=e^x\cos(x)$
№ 21 $y=(x-3)(x-7)/x^2$	№ 22 $y=x+2/x$
№ 23 $y=-3/\sqrt{x^2+7}$	№ 24 $y=3\sin(3x)+2\sin(4x)$
№ 25 $y=(x^2-2x+2)/(x^2+x+1)$	№ 26 $y=10/(1+\sin^2(x))$
№ 27 $y=\sqrt{x}/\lg(x)$	№ 28 $y=e^x+e^{-x}$
№ 29 $y=\sin(x)-\sin(2x)/3$	№ 30 $y=x^2+\mathrm{arctg}(x)$

3.2 Задание № 2

Используя электронную таблицу Excel найти одну из областей унимодальности указанной функции и ее точку минимума методом золотого сечения.

№ 1 $y=5\sin(2x)-(1+x)^{0.5}$	№ 16 $y=3\cos(x)+0.4x$
№ 2 $y=6\cos(x)-x-8$	№ 17 $y=3\lg(x+6)-4\sin(x)$
№ 3 $y=-x\sin(x)+2$	№ 18 $y=4\cos(x) + 3^{x}$
№ 4 $y=x-8\sin(x)$	№ 19 $y=2^{-x}-2\sin(x)$
№ 5 $y=9\cos(x)-0.3x^{2}$	№ 20 $y=2\sin(x)-0.3x$
№ 6 $y=4x/(1+x^{2})$	№ 21 $y=\mathrm{arctg}(x)+\lg(3+x^{2})$
№ 7 $y=(x+1)e^{1/x}$	№ 22 $y=-\sqrt{4x-x^{2}}$
№ 8 $y=x^{3}/(2+x^{4})$	№ 23 $y=-xe^{-x}$
№ 9 $y=\arccos((1-x^{2})/(1+x^{2})$	№ 24 $y=\lg^{2}x/x$
№ 10 $y=e^{x}\cos(x)$	№ 25 $y=2\cos(x/2)+3\cos(x/3)$
№ 11 $y=x+2/x$	№ 26 $y=(x-7)(x-3)/x^{2}$
№ 12 $y=3\sin(3x)+2\sin(4x)$	№ 27 $y=-3/\sqrt{x^{2}+7}$
№ 13 $y=10/(1+\sin^{2}(x))$	№ 28 $y=(x^{2}-2x+2)/(x^{2}+x+1)$
№ 14 $y=e^{x}+e^{-x}$	№ 29 $y=\sqrt{x}/\lg(x)$
№ 15 $y=x^{2}+\mathrm{arctg}(x)$	№ 30 $y=\sin(x)-\sin(2x)/3$

Список использованных источников

1 Лапчик М. П.. Элементы численных методов: учебник для спо / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер; под ред. М. П. Лапчик. -М.: Академия, 2007. - 224 с

2 Исаков В.Н. Элементы численных методов: Учебное пособие для пед. вузов/ В.Н. Исаков. – М.: Академия, 2003. – 192 с.

3 Бахвалов Н.С. Численные методы: учебное пособие для вузов/ Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. 3 – изд., перераб. доп. – М.: Бином: Лаборатория знаний, 2003. – 632 с.

4 Костомаров Д.П., Вводные лекции по численным методам: учебное пособие для вузов/ Д.П.Костомаров, А.П.Фаворский. – М.: Логос, 2004. – 184 с.