

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»
(ОГУ)



Кафедра технической эксплуатации и ремонта автомобилей

А.Н. Мельников, К. Н. Карманов, И.Х. Хасанов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ АВТОМОБИЛЬНОГО ПАРКА МЕТОДОМ СЛУЧАЙНОГО СПИСАНИЯ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов обучающихся по программам высшего профессионального образования по специальностям 190601.65 Автомобили и автомобильное хозяйство, 190603.65 Сервис транспортных и технологических машин и оборудования и направлениям подготовки 190600.62 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 190600.68 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Оренбург
2013

УДК 629.33(076.5)
ББК 39.33 – 08я7
К 24

Рецензент - кандидат технических наук, доцент Д.А. Дрючин

- Карманов К.Н.,**
К 24 Определение возрастной структуры автомобильного парка методом случайного списания: методические указания / К. Н. Карманов, А.Н. Мельников, И.Х. Хасанов Оренбургский государственный университет. - Оренбург: ОГУ, 2013. - 48 с.

Практическая работа включает теоретические основы изучаемого материала, описание методики проведения практической работы и контрольные вопросы для самоподготовки.

Методические указания предназначены для выполнения практической работы по дисциплинам «Специальный курс технической эксплуатации автомобилей», «Управление техническими системами», «Техническая эксплуатация автомобилей» для студентов специальностей 190601.65, 190603.65 и направлений подготовки 190600.62 и 190600.68.

УДК 629.33 (076.5)
ББК 39.33-08я7

© Карманов К.Н.,
Мельников А.Н.,
Хасанов И.Х., 2013
© ОГУ, 2013

Содержание

Введение.....	4
1 Цель и задачи работы.....	5
2 Общие сведения.....	6
3 Методика расчета возрастной структуры парка.....	7
4 Примеры решения задач.....	10
Список использованных источников.....	45
Приложение А (обязательное) Нормированная функция нормального распределения.....	46
Приложение Б (обязательное) Варианты практических задач.....	47

Введение

Методические указания к лабораторно-практической работе содержат понятия о возрастной структуре автомобильного парка, методику расчета показателей возрастной структуры парка методом случайного списания, примеры по определению возрастной структуры автопарка и дают возможность студентам получить практические навыки по составлению схем определения возрастной структуры парка и построению графиков изменения выбытия (пополнения) парка при случайном списании.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторно-практических работ ряда дисциплин изучающие основы управления технической эксплуатации автомобиля, в том числе и по дисциплинам «Специальный курс технической эксплуатации автомобилей», «Управление техническими системами», «Техническая эксплуатация автомобилей» для студентов четвертого курса по специальностям 190601.65 Автомобиль и автомобильное хозяйство и 190603.65 Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (Автомобильный транспорт) очной, очно-заочной, заочной форм обучения, а также могут быть полезны студентам направления подготовки 190600 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов для всех профилей и всех форм обучения

1 Цель и задачи работы

Цель определения возрастной структуры автомобильного парка - получение студентами практических навыков по применению метода случайного списания, составлению схем возрастной структуры парка указанным методом и построение графиков изменения выбытия парков с использованием графического редактора Microsoft Office Excel.

Задачи работы:

- а) изучить и получить общие сведения о возрастной структуре автомобильного парка;
- б) знать как определяется удельный вес каждой возрастной группы автомобилей;
- в) знать характер изменения возрастной структуры автомобильного парка во времени;
- г) знать закономерности формирования парков;
- д) знать принципиальные отличия методов дискретного и случайного списания автомобильного парков.

2 Общие сведения

Методы расчета возрастной структуры парка зависят от принятого способа списания и поставок изделий. Случайное списание характеризуется вариацией фактической наработки до списания $f(j)$. (смотри рисунок 1). По этой схеме списание производится на основании контроля за определенными показателями работы автомобиля, например, по конечному расходу запасных частей, изменению производительности, уменьшению прибыли и т. д.

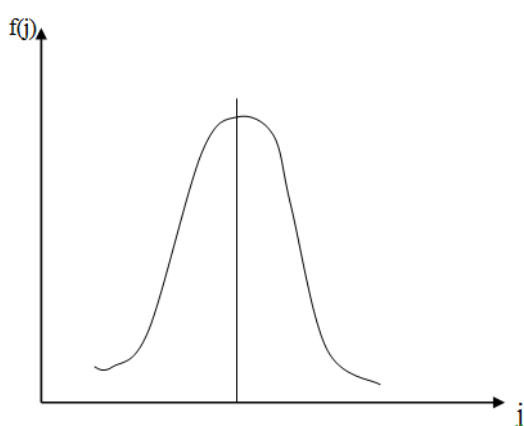


Рисунок 1 – Схема случайного списания автомобилей

Расчет показателей возрастной структуры парка при случайном списании автомобилей является более точным и сложным и основан на использовании закономерностей процесса восстановления [1]. Идея этого способа состоит в том, что изделие может быть списано с определенной вероятностью в любой момент времени в рамках закона распределения фактического срока службы. Поэтому если принять условие, что поставка должна полностью компенсировать списание, то при диагональном сдвиге с определенной вероятностью происходит потеря, т.е. списание части парка. Так, в момент времени $i+1$:

$$A(i+1) \cdot (j+1) = A_{ij} \cdot R_i,$$

где R_i – вероятность, что автомобиль будет иметь фактический срок службы более i (условная вероятность «безотказной работы»)

3 Методика расчета возрастной структуры парка

Поток замен списываемых автомобилей во время существования парка i описывается ведущей функцией $\Omega(i)$ и параметром потока отказов (списаний) и замен (поставок) ω_i [3].

Ведущая функция определяет накопленное число событий (в данном) случае замен списанных автомобилей к определенной наработке i большой системы парка автомобилей.

Разница $\Omega(i) - \Omega(i-1) = m(x_i)$ определяет число событий в интервале наработок системы $(i-1) - i$.

Определяем размер поставок по формуле (1):

$$\omega(x_i) = \frac{m(i)}{n((i)-i)} = \frac{\Omega(i+1) - \Omega(i)}{(i+1) - i}, \quad (1)$$

где n – количество автомобилей в парке

Для этого случая получим формулу (2):

$$\Omega(i) = \sum_{K=1}^{\infty} F_{K(i)}, \quad (2)$$

где F_K – интегральная функция распределения наработки при K -ой замене инвентарного автомобиля в парке;

i - календарное время работы парка

Смысл этого выражения состоит в том, что за фактический календарный срок существования парка автомобилей данной конструкции (20 - 25 лет) будет несколько списаний и замен каждого списочного автомобиля.

В случае нормального закона распределения наработки до списания автомобилей функция $\Omega(i)$ может быть определена аналитически по следующей формуле (3) [2]:

$$\Omega(i) = \sum \Phi\left(\frac{1-k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z), \quad (3)$$

где \bar{x} – средняя наработка до списания автомобиля;

σ – среднее квадратическое отклонение наработки до списания;

k – число замен каждого списочного автомобиля;

$\Phi(z)$ - нормированная функция для выражения;

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}}. \quad (4)$$

Функция $\Phi(z)$ - табулирована, т. е. рассчитав значение z , по стандартной таблице определяем величину $\Phi(z)$ (смотри приложение А).

Списание для парка имеющего инвентарный состав A_i в i -ом году производится по формуле (5):

$$A_i^{сп} = A_i \cdot \omega(x_i). \quad (5)$$

Для оценки (i) в ориентировочных расчетах применяют формулу (6):

$$\Omega(i) = \frac{i}{x} + \frac{\sigma^2}{2 \cdot x^2} - \frac{1}{2}, \quad (6)$$

А интервальную оценку определяют по формуле (7):

$$\frac{i}{\bar{x}} - 1 < \Omega(i) < \frac{i}{\bar{x}}. \quad (7)$$

На основании полученных данных строим график выбытия парка. Пример выбытия парка автомобилей смотри на рисунке 2.



Рисунок 2 – Пример графического построения изменения выбытия (пополнения) парка при случайном списании

4 Примеры решения задач

Пример 1 - Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 5 \text{ лет}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 16 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 100 \text{ автомобилей}$.

Последовательность решения задач:

1 Определяем число замен в первом календарном интервале работы парка при $i = 1$. Так как фактическая наработка при первом списании находятся в интервале $\bar{x} \pm 3\sigma$, т.е. от 2 до 8 лет. То число списаний и замен автомобилей при $i = \Omega(i) = 0$. Поэтому расчет начинаем с $i = 2 \text{ года}$.

2 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 2$:

а) для первых замен имеем $i = 2, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{2 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = -3,$$

Вероятность первых замен $F_1(2) = \Phi(-3) = 0,0013$;

б) для вторых замен $i = 2, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{2 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -5,7,$$

Вероятность вторых замен $F_2(2) = \Phi(-5,7) = 0,0$;

в) так как вероятность вторых замен при $i = 2$, равна 0, то не будет третьих и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 2$, согласно формуле (3):

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(2) = 0,0013 + 0 = 0,0013$ на один списочный автомобиль.

3 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 3$:

а) для первых замен имеем $i = 3, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = -2,$$

Вероятность первых замен $F_1(3) = \Phi(-2) = 0,023$;

б) для вторых замен $i = 3, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -4,9,$$

Вероятность вторых замен $F_2(3) = \Phi(-4,9) = 0,0$;

в) так как вероятность вторых замен при $i = 3$, равна 0, то не будет третьих и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 2$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(2) = 0,023 + 0 = 0,023$ на один списочный автомобиль.

4 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=4$:

а) для первых замен имеем $i = 4, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = -1,$$

Вероятность первых замен $F_1(4) = \Phi(-1) = 0,159$;

б) для вторых замен $i = 4, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -4,2,$$

Вероятность вторых замен $F_2(4) = \Phi(-4,2) = 0,0$;

в) так как вероятность вторых замен при $i = 4$, равна 0, то не будет третьих и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 4$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(2) = 0,159 + 0 = 0,159$ на один списочный автомобиль.

5 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=5$:

а) для первых замен имеем $i = 5, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = -0,$$

Вероятность первых замен $F_1(5) = \Phi(-0) = 0,5$;

б) для вторых замен $i = 5, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -3,53,$$

Вероятность вторых замен $F_2(5) = \Phi(-3,53) = 0,0002$;

в) для третьих замен имеем $i = 5, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -5,78,$$

Вероятность третьих замен $F_3(5) = \Phi(-5,78) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i = 5$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 5$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(5) = 0,5 + 0,0002 = 0,5002$ на один списочный автомобиль.

6 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 6$:

а) для первых замен имеем $i = 6, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 1,$$

Вероятность первых замен $F_1(6) = \Phi(1) = 0,841$;

б) для вторых замен $i = 6, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -2,828,$$

Вероятность вторых замен $F_2(6) = \Phi(-2,828) = 0,003$;

в) для третьих замен имеем $i = 6, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -5,196,$$

Вероятность третьих замен $F_3(6) = \Phi(-5,196) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i = 6$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 6$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(6) = 0,841 + 0,003 + 0,0 = 0,844$ на один списочный автомобиль.

7 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 7$:

а) для первых замен имеем $i = 7, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 2,$$

Вероятность первых замен $F_1(7) = \Phi(2) = 0,977$;

б) для вторых замен $i = 7, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -2,121,$$

Вероятность вторых замен $F_2(7) = \Phi(-2,12) = 0,018$;

в) для третьих замен имеем $i = 7, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -4,618,$$

Вероятность третьих замен $F_3(7) = \Phi(-4,618) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i = 7$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 7$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(7) = 0,977 + 0,018 + 0,0 = 0,995$ на один списочный автомобиль

8 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 8$:

а) для первых замен имеем $i = 8, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 3,$$

Вероятность первых замен $F_1(8) = \Phi(3) = 0,9987$;

б) для вторых замен $i = 8, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -1,4142,$$

Вероятность вторых замен $F_2(8) = \Phi(-1,41) = 0,081$;

в) для третьих замен имеем $i = 8, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -4,046,$$

Вероятность третьих замен $F_3(8) = \Phi(-4,046) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i = 8$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 8$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(8) = 0,9987 + 0,081 + 0,0 = 1,0797$ на один списочный автомобиль

9 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 9$:

а) для первых замен имеем $i = 9, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{9 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 4,$$

Вероятность первых замен $F_1(9) = \Phi(4) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 9, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{9 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -0,707,$$

Вероятность вторых замен $F_2(9) = \Phi(-0,7) = 0,242$;

в) для третьих замен имеем $i = 9, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{9 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -3,468,$$

Вероятность третьих замен $F_3(9) = \Phi(-3,468) = 0,0003$;

г) для четвертых замен имеем $i = 9, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{9 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -5,5,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(9) = \Phi(-5,5) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i = 9$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 9$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(9) = 1,0 + 0,242 + 0,0003 = 1,2423$ на один списочный автомобиль.

10 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 10$:

а) для первых замен имеем $i = 10, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{10 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 5,$$

Вероятность первых замен $F_1(10) = \Phi(5) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 10, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{10 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = -0,0,$$

Вероятность вторых замен $F_2(10) = \Phi(-0,0) = 0,5$;

в) для третьих замен имеем $i = 10, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{10 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -2,89,$$

Вероятность третьих замен $F_3(10) = \Phi(-2,89) = 0,003$;

г) для четвертых замен имеем $i = 10, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{10 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -5,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(10) = \Phi(-5,0) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i = 10$, равна 0, то тогда не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 10$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(10) = 1,0 + 0,5 + 0,003 = 1,503$ на один списочный автомобиль.

11 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=11$:

а) для первых замен имеем $i=11, k=1; \sigma=1; \bar{x}=5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{11 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 6,$$

Вероятность первых замен $F_1(11) = \Phi(6) = 1,0$;

б) для вторых замен $i=11, k=2; \sigma=1; \bar{x}=5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{11 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 0,707,$$

Вероятность вторых замен $F_2(11) = \Phi(0,707) = 0,758$;

в) для третьих замен имеем $i=11, k=3; \sigma=1; \bar{x}=5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{11 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -2,89,$$

Вероятность третьих замен $F_3(11) = \Phi(-2,89) = 0,003$;

г) для четвертых замен имеем $i=11, k=4; \sigma=1; \bar{x}=5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{11 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -4,5,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(11) = \Phi(-4,5) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i=11$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 11$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(11) = 1,0 + 0,758 + 0,003 = 1,761$ на один списочный автомобиль

12 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 12$:

а) для первых замен имеем $i = 12, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{12 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 7,$$

Вероятность первых замен $F_1(12) = \Phi(7) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 12, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{12 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 1,4142,$$

Вероятность вторых замен $F_2(12) = \Phi(1,4142) = 0,919$;

в) для третьих замен имеем $i = 12, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{12 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -1,734,$$

Вероятность третьих замен $F_3(12) = \Phi(-1,734) = 0,045$;

г) для четвертых замен имеем $i = 12, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{12 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -4,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(12) = \Phi(-4,0) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i = 12$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 12$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(12) = 1,0 + 0,919 + 0,045 = 1,964$ на один списочный автомобиль

13 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 13$:

а) для первых замен имеем $i = 13, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{13 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 8,$$

Вероятность первых замен $F_1(13) = \Phi(8) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 13, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{13 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 2,1213,$$

Вероятность вторых замен $F_2(13) = \Phi(1,7) = 0,955$;

в) для третьих замен имеем $i = 13, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{13 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -0,57,$$

Вероятность третьих замен $F_3(13) = \Phi(-0,57) = 0,309$;

г) для четвертых замен имеем $i = 13, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{13 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -4,11,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(13) = \Phi(-4,11) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i = 13$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 13$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(13) = 1,0 + 0,955 + 0,309 = 2,264$ на один списочный автомобиль

14 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 14$:

а) для первых замен имеем $i = 14, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{14 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 9,$$

Вероятность первых замен $F_1(14) = \Phi(9) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 14, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{14 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 2,828,$$

Вероятность вторых замен $F_2(14) = \Phi(2,82) = 0,997$;

в) для третьих замен имеем $i = 14, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{14 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -0,578,$$

Вероятность третьих замен $F_3(14) = \Phi(-0,57) = 0,309$;

г) для четвертых замен имеем $i = 14, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{14 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -3,00,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(14) = \Phi(-3,0) = 0,0013$;

д) для пятых замен имеем $i = 14, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{14 - 5 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{5}} = -4,9,$$

Вероятность четвертых замен $F_5(14) = \Phi(-4,9) = 0,0$;

е) так как вероятность четвертых замен при $i = 14$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 14$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(14) = 1,0 + 0,997 + 0,309 + 0,0013 = 2,307$ на один списочный автомобиль

15 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 15$:

а) для первых замен имеем $i = 15, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{15 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 10,$$

Вероятность первых замен $F_1(15) = \Phi(10) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 15, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{15 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 3,535,$$

Вероятность вторых замен $F_2(15) = \Phi(3,5) = 0,9998$;

в) для третьих замен имеем $i = 15, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{15 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = -0,0,$$

Вероятность третьих замен $F_3(15) = \Phi(-0,0) = 0,5$;

г) для четвертых замен имеем $i = 15, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{15 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -2,50,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(15) = \Phi(-2,5) = 0,006$;

д) для пятых замен имеем $i = 15, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{15 - 5 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{5}} = -4,47,$$

Вероятность четвертых замен $F_5(15) = \Phi(-4,47) = 0,0$;

е) так как вероятность четвертых замен при $i = 15$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 15$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(15) = 1,0 + 0,9998 + 0,5 + 0,006 = 2,505$ на один списочный автомобиль

16 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=16$:

а) для первых замен имеем $i = 16, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{16 - 1 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{1}} = 11,$$

Вероятность первых замен $F_1(16) = \Phi(11) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 16, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 5$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{16 - 2 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{2}} = 4,242,$$

Вероятность вторых замен $F_2(16) = \Phi(4,242) = 1,0$;

в) для третьих замен имеем $i = 16, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{16 - 3 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{3}} = 0,578$$

Вероятность третьих замен $F_3(16) = \Phi(0,5) = 0,691$;

г) для четвертых замен имеем $i = 16, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{16 - 4 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{4}} = -2,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(16) = \Phi(-2,0) = 0,023$;

д) для пятых замен имеем $i = 16, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 5$:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{16 - 5 \cdot 5}{1 \cdot \sqrt{5}} = -4,03,$$

Вероятность четвертых замен $F_5(16) = \Phi(-4,03) = 0,0$;

е) так как вероятность четвертых замен при $i = 16$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 16$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(16) = 1,0 + 1,0 + 0,578 + 0,023 = 2,601$ на один списочный автомобиль

17 Определяем параметры потока отказов по формуле:

$$\omega(x_i) = \frac{m(i)}{n((i) - i)} = \frac{\Omega(i + i) - \Omega(i)}{(i + 1) - i},$$

где $m(x_i)$ – определяет число событий в интервале наработок;

n – количество изделий в парке

Так как в данном примере интервал расчетов принят один год, то

$$\omega(x_i) = \Omega(i + 1) - \Omega(i),$$

Результаты расчетов сводим в таблицу 1.

Таблица 1 – Определение числа замен в парке при случайном списании автомобилей

Календарное Время работы парка	Интервал календарного времени	Число замены на один автомобиль	Оценка	Интерва- льная оценка	Интервал расчетов	$A^{cn} = A^{np}$	При 100 авт.
1	0-1	0	-0,28	-0,3	0	0	0
2	1-2	0,0013	-0,08	-0,1	0,0013	1,3	1
3	2-3	0,023	0,12	0,1	0,0217	2,17	2
4	3-4	0,159	0,32	0,3	0,136	13,6	14
5	4-5	0,5	0,52	0,5	0,341	34,1	34
6	5-6	0,844	0,72	0,7	0,384	38,4	38
7	6-7	0,995	0,92	0,9	0,151	15,1	15
8	7-8	1,08	1,12	1,1	0,085	8,5	9
9	8-9	1,2423	1,32	1,3	0,1623	16,23	16
10	9-10	1,503	1,52	1,5	0,2607	26,075	26
11	10-11	1,761	1,72	1,7	0,258	25,8	26
12	11-12	1,964	1,92	1,9	0,203	20,3	20
13	12-13	2,1	2,12	2,1	0,136	13,6	14
14	13-14	2,307	2,32	2,3	0,207	20,7	20
15	14-15	2,505	2,52	2,5	0,198	19,8	20
16	15-16	2,601	2,72	2,7	0,096	9,6	10
17	16-17						

18 Определяем списание для парка, имеющего интервальный состав A_i в i -ом году по формуле:

$$A_i^{cn} = A_i \cdot \omega_i,$$

а)

$$A_1^{cn} = 100 \cdot 0,0013 = 1,3, \quad A_2^{cn} = 100 \cdot 0,0217 = 2,17,$$

$$A_3^{cn} = 100 \cdot 0,136 = 13,6, \quad A_4^{cn} = 100 \cdot 0,341 = 34,1,$$

$$A_5^{cn} = 100 \cdot 0,384 = 38,4, \quad A_6^{cn} = 100 \cdot 0,151 = 15,1,$$

$$A_7^{cn} = 100 \cdot 0,085 = 8,5, \quad A_8^{cn} = 100 \cdot 0,1623 = 16,23,$$

$$A_9^{cn} = 100 \cdot 0,2607 = 26,07, \quad A_{10}^{cn} = 100 \cdot 0,258 = 25,8,$$

$$A_{11}^{cn} = 100 \cdot 0,203 = 20,3, \quad A_{12}^{cn} = 100 \cdot 0,136 = 13,6,$$

$$A_{13}^{cn} = 100 \cdot 0,207 = 20,7, \quad A_{14}^{cn} = 100 \cdot 0,198 = 19,8,$$

$$A_{15}^{cn} = 100 \cdot 0,096 = 9,6,$$

б) Определяем среднее значение списания по формуле:

$$\omega = \frac{1}{\bar{x}} = 0,2; A_{cp}^{en} = 100 \cdot 0,2 = 20 \text{ ед.}$$

19 В ориентировочных расчетах применяют приближенные формулы для оценки (i):

$$\Omega(i) = \frac{i}{x} + \frac{\sigma^2}{2 \cdot x^2} - \frac{1}{2},$$

$$\Omega(1) = \frac{1}{5} + \frac{1^2}{2 \cdot 5^2} - \frac{1}{2} = 0,2 + 0,02 - 0,5 = -0,28.$$

Аналогично рассчитываются и остальные значения. Смотри таблицу 1.

20 Определяем интервальную оценку по формуле:

$$\frac{i}{\bar{x}} - 1 < \Omega(i) < \frac{i}{\bar{x}};$$

$$\frac{1}{5} - 1 < \Omega(1) < \frac{1}{5}; -0,8 < \Omega(1) < 0,2; \bar{\Omega}(1) = -0,3.$$

Аналогично рассчитываем и остальные значения.

21 Строим график изменения выбытия (пополнения) парка при случайном списании (смотри рисунок 3):



Рисунок 3 – Изменение размеров выбытия парка при случайном списании

Заключение: Максимальная потребность в замене автомобильного парка возникает на шестой год его существования в зоне средней наработки для первых замен при $i = \bar{x} + 1 = 5 + 1 = 6$ лет и составляет 190 % по отношению к среднему значению.

Затем амплитуда отклонений $\omega(i)$ от $\omega = Const$ сокращается и в зоне средних для вторых замен при $i = 11$ лет составляет 130 %, а зоне средних третьих замен при $i = 16$ лет составляет 50 % по отношению к средней.

Пример 2 - Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 3$ года, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 год$, календарное существование автомобильного парка $i = 8 лет$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 100 автомобилей$.

Последовательность решения задач:

1 Определяем число замен в первом календарном интервале работы парка при $i = 1$. Так как фактическая наработка при первом списании находится в интервале $\bar{x} \pm 3\sigma$, т.е. от 0 до 6 лет. То число списаний и замен автомобилей при $i = \Omega(i) = 0$. Поэтому расчет начинаем с $i = 0 года$.

2 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i = 0$:

а) для первых замен имеем $i = 0, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{0 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = -3,$$

Вероятность первых замен $F_1(0) = \Phi(-3) = 0,0013$;

б) для вторых замен $i = 0, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{0 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -4,2426,$$

Вероятность вторых замен $F_2(0) = \Phi(-4,2426) = 0,0$;

в) так как вероятность вторых замен при $i = 0$, равна 0, то не будет третьих и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 0$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(0) = 0,0013 + 0 = 0,0013$ на один списочный автомобиль.

3 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i = 1$:

а) для первых замен имеем $i = 1, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{1 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = -2,$$

Вероятность первых замен $F_1(1) = \Phi(-2) = 0,023$;

б) для вторых замен $i = 1, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{1 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -2,82,$$

Вероятность вторых замен $F_2(1) = \Phi(-2,82) = 0,003$;

в) для вторых замен $i = 1, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{1 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -4,618,$$

Вероятность вторых замен $F_3(1) = \Phi(-4,618) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i = 1$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 1$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(1) = 0,023 + 0,003 + 0 = 0,026$ на один списочный автомобиль.

4 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=2$:

а) для первых замен имеем $i=2, k=1; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{2 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = -1,$$

Вероятность первых замен $F_1(2) = \Phi(-1) = 0,159$;

б) для вторых замен $i=2, k=2; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{2 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -2,828,$$

Вероятность вторых замен $F_2(2) = \Phi(-2,828) = 0,003$;

в) для третьих замен $i=2, k=3; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{2 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -4,04,$$

Вероятность вторых замен $F_3(2) = \Phi(-4,04) = 0,0$;

г) так как вероятность третьих замен при $i=2$, равна 0, то не будет четвертых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i=2$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(2) = 0,159 + 0,003 + 0,0 = 0,162$ на один списочный автомобиль.

5 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=3$:

а) для первых замен имеем $i=3, k=1; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 0,0$$

Вероятность первых замен $F_1(3) = \Phi(0) = 0,5$;

б) для вторых замен $i=3, k=2; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -2,1213,$$

Вероятность вторых замен $F_2(3) = \Phi(-2,1213) = 0,018$;

в) для третьих замен имеем $i=3, k=3; \sigma=1; \bar{x}=3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -3,464,$$

Вероятность третьих замен $F_3(3) = \Phi(-3,464) = 0,0003$;

г) для четвертых замен имеем $i=3, k=4; \sigma=1; \bar{x}=3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{3 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -4,5,$$

Вероятность третьих замен $F_4(3) = \Phi(-4,5) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i=3$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i=3$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(3) = 0,5 + 0,018 + 0,0003 = 0,5183$ на один списочный автомобиль

б) Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1 = 4$:

а) для первых замен имеем $i = 4, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 1,$$

Вероятность первых замен $F_1(4) = \Phi(1) = 0,841$;

б) для вторых замен $i = 4, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -1,4142,$$

Вероятность вторых замен $F_2(4) = \Phi(-1,4142) = 0,081$;

в) для третьих замен имеем $i = 4, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -2,886,$$

Вероятность третьих замен $F_3(4) = \Phi(-2,886) = 0,003$;

г) для четвертых замен имеем $i = 4, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{4 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -4,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(4) = \Phi(-4,00) = 0,0$;

д) так как вероятность четвертых замен при $i = 4$, равна 0, то не будет пятых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 4$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(4) = 0,841 + 0,081 + 0,003 + 0,0 = 0,925$ на один списочный автомобиль

7 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 5$:

а) для первых замен имеем $i = 5, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 2,$$

Вероятность первых замен $F_1(5) = \Phi(2) = 0,977$;

б) для вторых замен $i = 5, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = -0,707,$$

Вероятность вторых замен $F_2(5) = \Phi(-0,707) = 0,242$;

в) для третьих замен имеем $i = 5, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -2,309,$$

Вероятность третьих замен $F_3(5) = \Phi(-2,309) = 0,011$;

г) для четвертых замен имеем $i = 5, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -3,5,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(5) = \Phi(-3,5) = 0,0002$;

д) для пятых замен имеем $i = 5, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{5 - 5 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{5}} = -6,329,$$

Вероятность пятых замен $F_5(5) = \Phi(-6,3) = 0,0$;

е) так как вероятность пятых замен при $i = 5$, равна 0, то не будет шестых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 5$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(5) = 0,977 + 0,242 + 0,011 + 0,0002 = 1,2302$ на один списочный автомобиль

8 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 6$:

а) для первых замен имеем $i = 6, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом:

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 3,$$

Вероятность первых замен $F_1(6) = \Phi(3) = 0,9987$;

б) для вторых замен $i = 6, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = 0,0,$$

Вероятность вторых замен $F_2(6) = \Phi(0,0) = 0,5;$

в) для третьих замен имеем $i = 6, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -1,732,$$

Вероятность третьих замен $F_3(6) = \Phi(-1,732) = 0,045;$

г) для четвертых замен имеем $i = 6, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -3,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(6) = \Phi(-3,0) = 0,013;$

г) для пятых замен имеем $i = 6, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{6 - 5 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{5}} = -4,03,$$

Вероятность пятых замен $F_5(6) = \Phi(-4,03) = 0,0;$

г) так как вероятность пятых замен при $i = 6$, равна 0, то не будет шестых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 6$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(6) = 0,9987 + 0,5 + 0,045 + 0,0013 + 0,0 = 1,545$ на один списочный автомобиль

9 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i+1=7$:

а) для первых замен имеем $i=7, k=1; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 4,$$

Вероятность первых замен $F_1(7) = \Phi(4) = 1,0$;

б) для вторых замен $i=7, k=2; \sigma=1; \bar{x}=3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = 0,707,$$

Вероятность вторых замен $F_2(7) = \Phi(0,7) = 0,758$;

в) для третьих замен имеем $i=7, k=3; \sigma=1; \bar{x}=3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -1,154,$$

Вероятность третьих замен $F_3(9) = \Phi(-3,468) = 0,0003$;

г) для четвертых замен имеем $i=7, k=4; \sigma=1; \bar{x}=3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -2,5,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(7) = \Phi(-2,5) = 0,006$;

д) для пятых замен имеем $i=7, k=5; \sigma=1; \bar{x}=3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 5 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{5}} = -3,58,$$

Вероятность пятых замен $F_5(7) = \Phi(-3,58) = 0,0002$;

е) для шестых замен имеем $i = 7, k = 6; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{7 - 6 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{6}} = -4,5,$$

Вероятность шестых замен $F_6(7) = \Phi(-4,5) = 0,0$;

ж) так как вероятность шестых замен при $i = 7$, равна 0, то не будет седьмых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 7$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(7) = 1,0 + 0,758 + 0,136 + 0,006 + 0,0002 = 1,9002$ на один списочный автомобиль

10 Определяем число замен при календарном сроке службы парка $i + 1 = 8$:

а) для первых замен имеем $i = 8, k = 1; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 1 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{1}} = 5,$$

Вероятность первых замен $F_1(8) = \Phi(5) = 1,0$;

б) для вторых замен $i = 8, k = 2; \sigma = 1; \bar{x} = 3$ при этом

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 2 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{2}} = 1,4142,$$

Вероятность вторых замен $F_2(8) = \Phi(1,4142) = 0,919$;

в) для третьих замен имеем $i = 8, k = 3; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 3 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{3}} = -0,577,$$

Вероятность третьих замен $F_3(8) = \Phi(-0,577) = 0,309$;

г) для четвертых замен имеем $i = 8, k = 4; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 4 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{4}} = -3,0,$$

Вероятность четвертых замен $F_4(8) = \Phi(-3,0) = 0,0013$;

д) для пятых замен имеем $i = 8, k = 5; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 5 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{5}} = -3,139,$$

Вероятность пятых замен $F_5(8) = \Phi(-3,139) = 0,0013$;

е) для шестых замен имеем $i = 8, k = 6; \sigma = 1; \bar{x} = 3$

$$z = \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \frac{8 - 6 \cdot 3}{1 \cdot \sqrt{6}} = -4,09,$$

Вероятность шестых замен $F_6(8) = \Phi(-4,09) = 0,00$;

ж) так как вероятность шестых замен при $i = 8$, равна 0, то не будет седьмых и последующих замен.

Поэтому накопленное относительное количество замен при $i = 8$, согласно формуле:

$$\Omega(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi \frac{i - k \cdot \bar{x}}{\sigma \cdot \sqrt{k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi(z),$$

Равно $\Omega(8) = 1,0 + 0,919 + 0,309 + 0,0013 + 0,0013 = 2,2306$ на один списочный автомобиль

11 Определяем параметры потока отказов по формуле:

$$\omega(x_i) = \frac{m(i)}{n((i) - i)} = \frac{\Omega(i + i) - \Omega(i)}{(i + 1) - i},$$

где $m(x_i)$ – определяет число событий в интервале наработок;

n – количество изделий в парке

Так как в данном примере интервал расчетов принят один год, то

$$\omega(x_i) = \Omega(i + 1) - \Omega(i),$$

Результаты расчетов сводим в таблицу 2.

Таблица 2 – Определение числа замен в парке при случайном списании автомобилей

Календарное время работы парка	Интервал календарного времени	Число замены на один автомобиль	Оценка	Интервальная оценка	Интервал расчетов	$A^{cn} = A^{np}$	При 100 авт.
1	0-1	0	-0,445	-0,5	0	0	0
2	1-2	0,0013	-0,112	-0,2	0,0013	0,13	1
3	2-3	0,0043	0,215	0,15	0,003	0,3	2
4	3-4	0,162	0,555	0,5	0,157	15,7	16
5	4-5	0,5183	0,888	0,83	0,3563	35,63	36
6	5-6	0,925	1,221	1,163	0,4067	40,67	41
7	6-7	1,2302	1,555	1,5	0,3052	30,52	31
8	7-8	1,549	1,888	1,83	0,318	31,8	32

12 Определяем списание для парка, имеющего интервальный состав A_i в i -ом году по формуле:

$$A_i^{cn} = A_i \cdot \omega_i,$$

а)

$$A_1^{cn} = 100 \cdot 0,0013 = 0,13, A_2^{cn} = 100 \cdot 0,003 = 0,3,$$

$$A_3^{cn} = 100 \cdot 0,157 = 15,7, A_4^{cn} = 100 \cdot 0,3563 = 35,63,$$

$$A_5^{cn} = 100 \cdot 0,4067 = 40,67, A_6^{cn} = 100 \cdot 0,3052 = 30,52,$$

$$A_7^{cn} = 100 \cdot 0,318 = 31,8,$$

б) Определяем среднее значение списания по формуле:

$$\omega = \frac{1}{\bar{x}} = 0,33; A_{cp}^{cn} = 100 \cdot 0,33 = 33 \text{ ед.}$$

13 В ориентировочных расчетах применяют приближенные формулы для оценки (i):

$$\Omega(i) = \frac{i}{x} + \frac{\sigma^2}{2 \cdot x^2} - \frac{1}{2},$$

$$\Omega(1) = \frac{1}{3} + \frac{1^2}{2 \cdot 3^2} - \frac{1}{2} = 0,333 + 0,055 - 0,5 = -0,112$$

Аналогично рассчитываются и остальные значения. Смотри таблицу.

14 Определяем интервальную оценку по формуле:

$$\frac{i}{x} - 1 < \Omega(i) < \frac{i}{x}$$

$$\frac{0}{3} - 1 < \Omega(0) < \frac{0}{3}; -1,0 < \Omega(1) < 0,0; \bar{\Omega}(0) = -0,5$$

Аналогично рассчитываем и остальные значения.

15 Строим график изменения выбытия (пополнения) парка при случайном списании (смотри рисунок 4):

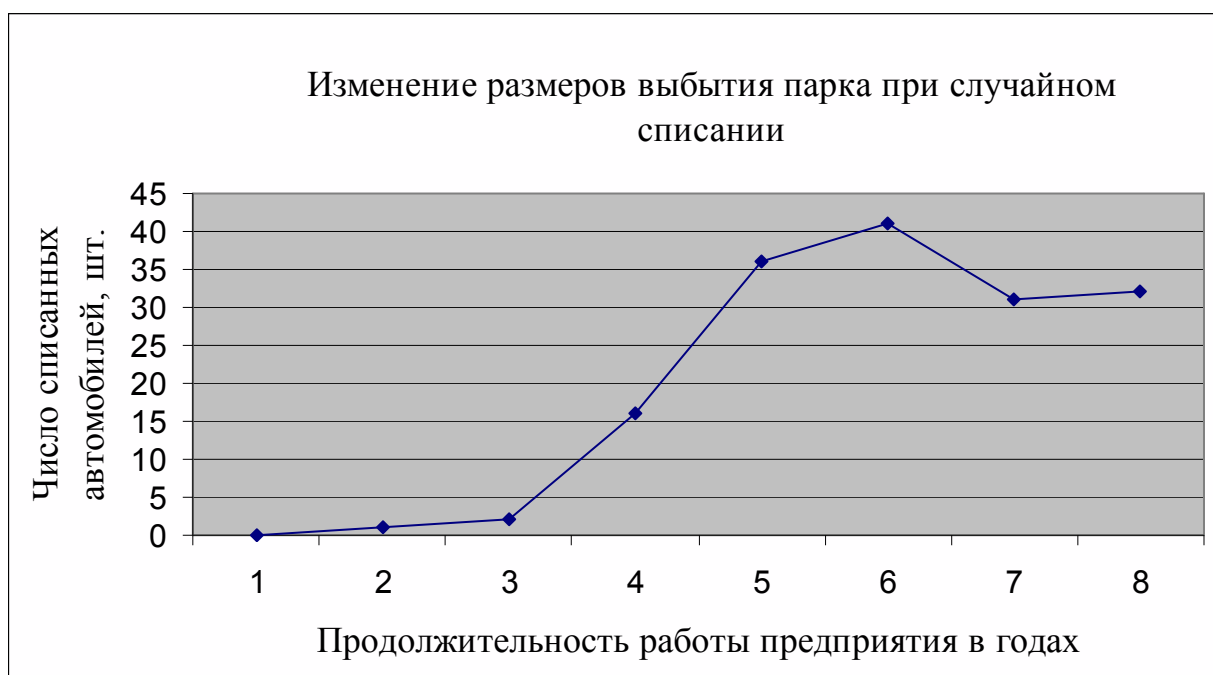


Рисунок 4 – Изменение размеров выбытия парка при случайном списании

Заключение:

Максимальная потребность в замене автомобильного парка возникает на шестой год его существования в зоне средней наработки для первых замен при $i = 6 \text{ лет}$ и составляет 124 % по отношению к среднему значению.

Затем амплитуда отклонений $\omega(i)$ от $\omega = Const$ сокращается и в зоне средних для вторых замен при $i = 8 \text{ лет}$ составляет около 100 %.

Варианты практических задач представлены в приложении Б.

Список использованных источников

1 Техническая эксплуатация автомобилей: учеб. для вузов / под ред. Е. С. Кузнецова.- 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, 2004. - 535 с.: ил.. - Библиогр.: с. 497-500. - ISBN 5-02-006307-X.

2 Кузнецов, Е. С. Управление техническими системами: учеб. пособие / Е. С. Кузнецов. - М.: [б. и.], 1997. - 177 с.

3 Кузнецов, Е. С. Управление технической эксплуатацией автомобилей / Е. С. Кузнецов. - М.: Транспорт, 1982. - 224 с. - Библиогр.: с. 220-223.

4 Кузнецов, Е. С. Расчет и прогнозирование возрастной структуры автомобильного парка: методические указания к семинарскому занятию / Е. С. Кузнецов. - М.: [б.и.], 1995. - 24 с.

Приложение А

(обязательное)

Нормированная функция нормального распределения

Таблица А.1 – Функции нормального распределения

Z	0,0	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-0,9
$\Phi(z)$	0,500	0,460	0,421	0,382	0,345	0,309	0,274	0,242	0,212	0,184
Z	-1,0	-1,1	-1,2	-1,3	-1,4	-1,5	-1,6	-1,7	-1,8	-1,9
$\Phi(z)$	0,159	0,136	0,115	0,097	0,081	0,067	0,055	0,045	0,036	0,029
Z	-2,0	-2,1	-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,9
$\Phi(z)$	0,023	0,018	0,014	0,011	0,008	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002
Z	-3,0	-3,1	-3,2	-3,3	-3,4	-3,5	-3,6	-3,7	-3,8	-3,9
$\Phi(z)$	0,0013	0,0013	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
Z	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Phi(z)$	0,500	0,540	0,579	0,618	0,655	0,691	0,726	0,758	0,788	0,816
Z	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$\Phi(z)$	0,841	0,864	0,885	0,903	0,919	0,933	0,945	0,955	0,964	0,971
Z	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
$\Phi(z)$	0,977	0,982	0,986	0,989	0,992	0,994	0,995	0,996	0,997	0,998
Z	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$\Phi(z)$	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000

Приложение Б (обязательное)

Варианты практических задач

1 Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 5 \text{ лет}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 16 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 120 \text{ автомобилей}$.

2 Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 5 \text{ лет}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 16 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 100 \text{ автомобилей}$.

3 Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 7 \text{ лет}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 16 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 120 \text{ автомобилей}$. Сделать вывод и построить график.

4 Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 4 \text{ года}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 9 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 140 \text{ автомобилей}$.

5 Определить возрастную структуру автомобильного парка методом случайного списания, если известно, что средняя наработка до списания автомобиля $t_{СП} = \bar{x} = 1 \text{ год}$, среднеквадратическое отклонение наработки до списания $\sigma_{СП} = 1 \text{ год}$, календарное существование автомобильного парка $i = 5 \text{ лет}$, а размер парка который необходимо поддерживать на постоянном уровне $A_i = 140 \text{ автомобилей}$.