

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра деталей машин и прикладной механики

А.А. Муллабаев, В.Н. Романцов, Н.В. Зурнаджан

# **ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРЯМОЗУБЫХ КОЛЕС МЕТОДОМ ОБКАТА**

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программе высшего профессионального образования по направлениям подготовки 280700.62 Техносферная безопасность, 151000.62 Технологические машины и оборудование, 151600.62 Прикладная механика, 190600.62 Эксплуатация транспортных технологических машин и комплексов, 151900.62 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 160400.62 Ракетные комплексы и космонавтика и по специальности 190109.65 Наземные транспортно-технологические средства.

Оренбург  
2013

УДК 621.01(076)  
ББК 34.41 Я 73  
М90

Рецензент – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой технологии машиностроения, металлообрабатывающих станков и комплексов А.Н. Поляков

**Муллабаев, А.А.**

М90 Построение эвольвентных профилей прямозубых колес методом обката: методические указания / А.А. Муллабаев, В.Н. Романцов, Н.В. Зурнаджан Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2013.- 23с.

Основное содержание: цель работы; теоретическая часть; порядок выполнения работы.

Методические указания по курсу «Теория механизмов и машин» предназначены для студентов направления подготовки 280700.62 Техносферная безопасность, 151000.62 Технологические машины и оборудование, 151600.62 Прикладная механика, 190600.62 Эксплуатация транспортных технологических машин и комплексов, 151900.62 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 160400.62 Ракетные комплексы и космонавтика и по специальности 190109.65 Наземные транспортно-технологические средства. Всех форм обучения.

УДК 621.01(076)  
ББК 34.41.Я 73

© Муллабаев А.А.,  
Романцов В.Н.,  
Зурнаджан Н.В., 2013  
© ОГУ, 2013

## Содержание

Лабораторная работа № 3 «Построение эвольвентных профилей прямозубых колес методом обката».....	4
1 Теоретическая часть.....	4
1.1 Определение.....	4
1.2 Основные геометрические элементы прямозубых эвольвентных колес.....	4
1.3 Способы изготовления зубчатых колес .....	7
1.4 Реечное зубчатое зацепление .....	7
1.5 Основные геометрические параметры инструментальной рейки .....	9
1.6 Нарезание прямозубого зубчатого колеса инструментальной рейкой (рисунок 5) .....	11
1.7 Подрез зубьев.....	13
1.8 Корректирование зубчатых колес при нарезании .....	13
1.9 Явление заострения зубьев.....	14
2 Порядок выполнения работы .....	15
2.1 Описание прибора для вычерчивания эвольвентных профилей зубьев методом обката .....	15
2.2 Порядок выполнения работы .....	16
2.3 Отчет о работе.....	20
2.4 Контрольные вопросы .....	22
Список использованных источников .....	23

# Лабораторная работа № 3 «Построение эвольвентных профилей прямозубых колес методом обката»

## Цель работы

Наглядное изучение теоретических основ нарезания эвольвентных зубчатых колес методом обката инструментальной рейкой.

## 1 Теоретическая часть

### 1.1 Определение

Прямозубые колеса применяются в зубчатых механизмах для передачи вращения между валами с параллельными осями.

Звено такого механизма с замкнутой системой зубьев, обеспечивающих непрерывное движение другого звена, называется зубчатым колесом.

### 1.2 Основные геометрические элементы прямозубых эвольвентных колес

На рисунке 1. Изображены два находящиеся в зацеплении прямозубых колеса. С внешней стороны колесо ограничено окружностью головок 2 ( $V_{ак}$ ), здесь индекс  $K$  номер колеса. Основания впадин между зубьями очерчиваются по окружности впадин ( $V_{fk}$ ). Соприкасаются колеса по начальным окружностям ( $V_{wk}$ ), а точка их соприкосновения  $W$  называется полюсом зубчатого зацепления. Следует подчеркнуть, что взятое в отдельности зубчатое колесо начальной окружности не имеет.

Делительная окружность ( $V_k$ ) делит зуб высотой  $h$  по высоте на две части: головку зуба высотой  $h_a$  и ножку высотой  $h_f$ :

$$h = h_a + h_f$$

Боковой профиль зуба очерчивается по эвольвенте. Эвольвентой окружности называют кривую, которую описывает любая точка  $A$  прямой, касательной к окружности, если эту прямую перекачивать по окружности без скольжения (рисунок 2). В теории зубчатых зацеплений эта окружность называется основной ( $V_{\text{бр}}$ ). Прямая, которая перекачивается по основной, называется производящей (на рисунке 1 это прямая  $n-n$ ), полюс же  $W$  описывает сопряженные профили зубьев находящихся в зацеплении колес, когда она перекачивается по соответствующим основным окружностям. Угол  $\alpha_w$ , который производящая прямая образует с общей касательной к начальным окружностям, называется углом зацепления. Отрезок  $AB$  производящей прямой называется теоретической линией зацепления, т.к. точка контакта одной пары зубьев находится на этом отрезке, пока эта пара находится в контакте. Практически реализуется только часть этой прямой  $db$ , находящейся между окружностями головок.

Расстояние между двумя одноименными (левыми или правыми) профилями соседних зубьев, измеренное по дуге делительной окружности, называется шагом зубчатого колеса.

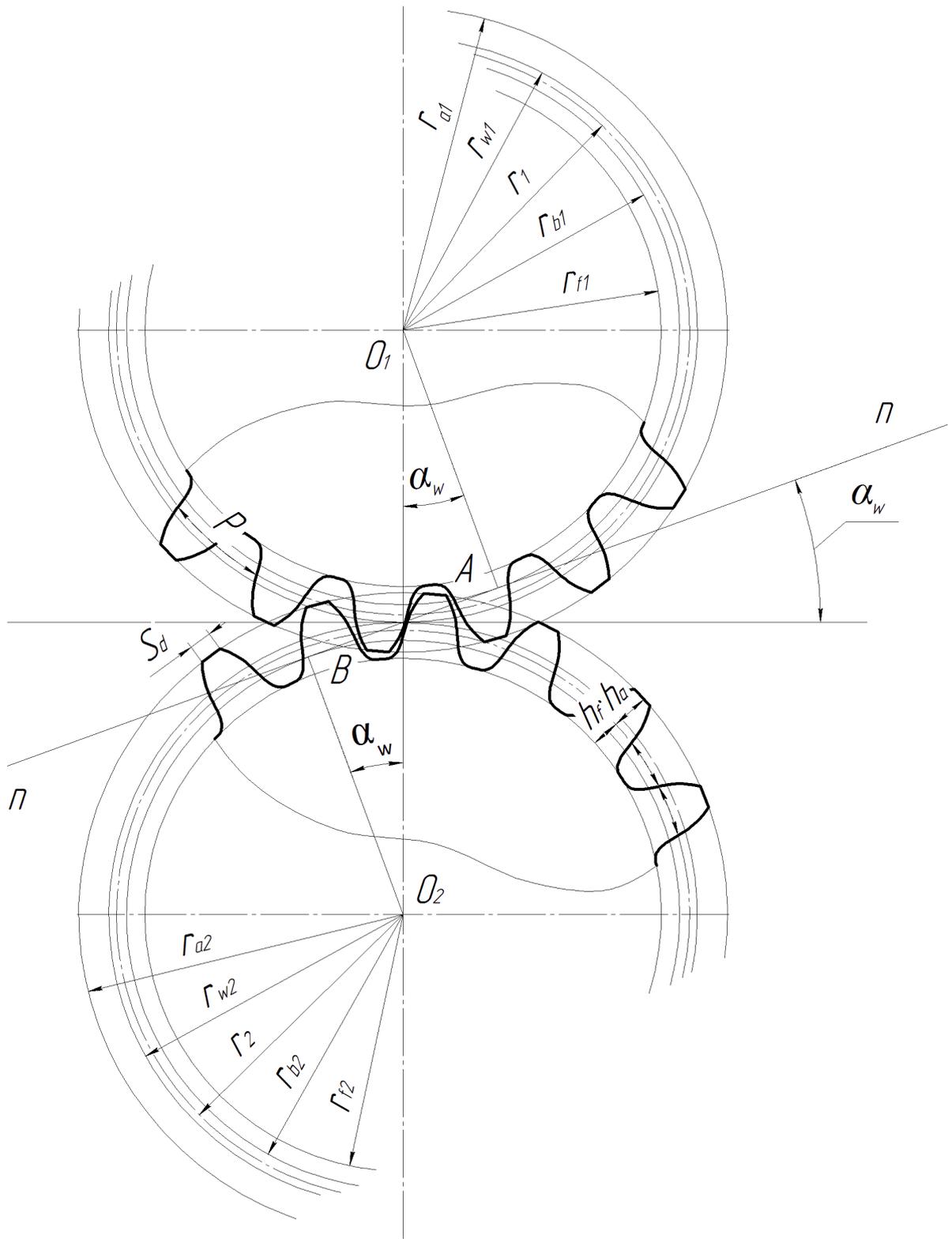
Шаг  $P$  образуется из толщины зуба  $S$  и ширины впадины  $S_f$ , т.е.:

$$P = S + S_f.$$

Величина  $m = \frac{P}{\pi}$ , мм называется модулем зубчатого колеса.

Модуль является основной характеристикой всех параметров зубчатого колеса, а его значения стандартизированы согласно ГОСТ 9563-60.

В зацеплении могут находиться только колеса с одинаковым модулем (следовательно, и шагом  $P$ ).  $S_d$  - толщина зуба по окружности головок.



$V_a$  – окружность головок;  $V_w$  – начальная окружность;  $V$  – делительная окружность;  $V_b$  – основная окружность;  $V_f$  – окружность впадин.

Рисунок 1 – Два прямозубых колеса.

### **1.3 Способы изготовления зубчатых колес**

Существуют два метода нарезания эвольвентных зубчатых колес: метод копирования и метод обката.

#### **Метод копирования**

Например, при нарезании зубчатого колеса методом фрезерования модульной фрезой. Профиль инструмента (фрезы) точно соответствует профилю впадины колеса. Сюда же относятся способы штамповки, отливки зубчатых колес и некоторые другие способы.

#### **Метод обката**

Метод обката осуществляется тремя наиболее распространенными способами:

- а) инструментальной рейкой на зубострогальных станках;
- б) долбяком – шестерней на зубодолбежных станках;
- в) червячной фрезой на зубофрезерных станках.

Здесь будет рассматриваться изготовление зубчатых колес с помощью инструментальной рейки методом обката.

### **1.4 Реечное зубчатое зацепление**

Рассмотрим предварительно зацепление зубчатого колеса с зубчатой рейкой. Предположим, что радиус начальной окружности (см. рисунок 1.) увеличивается и в пределе стремится к бесконечности) ( $rw_2 \rightarrow \infty$ ), тогда и радиусы делительной и основной окружностей также стремятся к бесконечности, и, следовательно, эвольвента колеса 2 превратится в прямую линию, а само колесо 2 – в зубчатую рейку с прямолинейным профилем зуба (см. рисунок 3.)

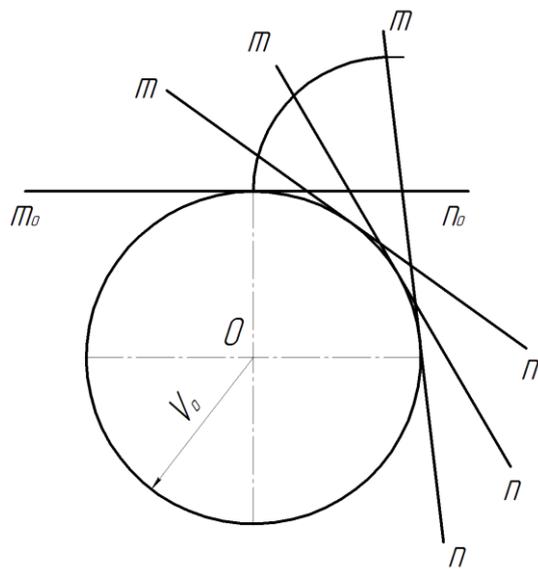


Рисунок 2 – Получение эвольвенты

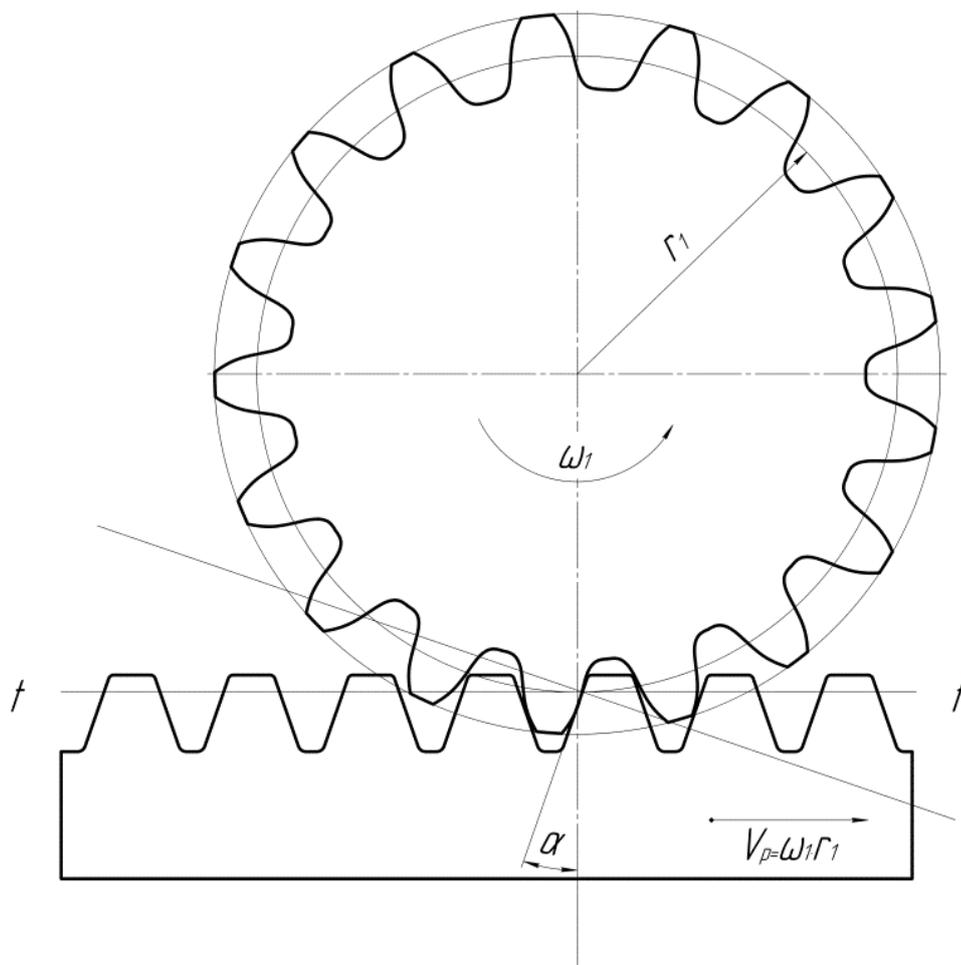


Рисунок 3 – Сопряжение получаемого зубчатого колеса и инструментальной рейки

При вращении колеса 1 с угловой скоростью  $w_1$  рейка перемещается поступательно со скоростью  $V_p$ , которая определяется выражением:

$$V_p = w_1 \cdot r_1.$$

При таком соотношении скоростей  $V_p$  и  $w_1$  начальная окружность ( $r_{w1}$ ) без скольжения перекачивается по прямой  $t-t$  рейки.

Итак, прямобочная рейка с углом наклона граней равным  $\phi$  (см. рисунок 3) может правильно зацепляться с эвольвентным колесом. Это обстоятельство и навело на мысль использовать для нарезания эвольвентных профилей инструмент с прямолинейным профилем режущих кромок (инструментальную рейку).

### 1.5 Основные геометрические параметры инструментальной рейки

Прямая  $t-t$ , на которой ширина зуба рейки  $S_p$  равна ширине впадины  $S_{p1}$ , называется модульной прямой. Она проходит через середину высоты зуба. Любая прямая, параллельная модульной, называется делительной. Шаг рейки  $P_p$ , в силу её геометрии, одинаков по любой делительной прямой. Модуль рейки определяется по формуле:

$$m_p = \frac{P_p}{\pi}$$

На модульной прямой:  $S_p = S_{p1} = 0,5 P_p = 0,5 m_p \cdot \pi$

Угол наклона прямолинейной части рейки  $\alpha$  называется углом исходного контура (обычно  $\alpha = 20$  град., см. рисунок 4).

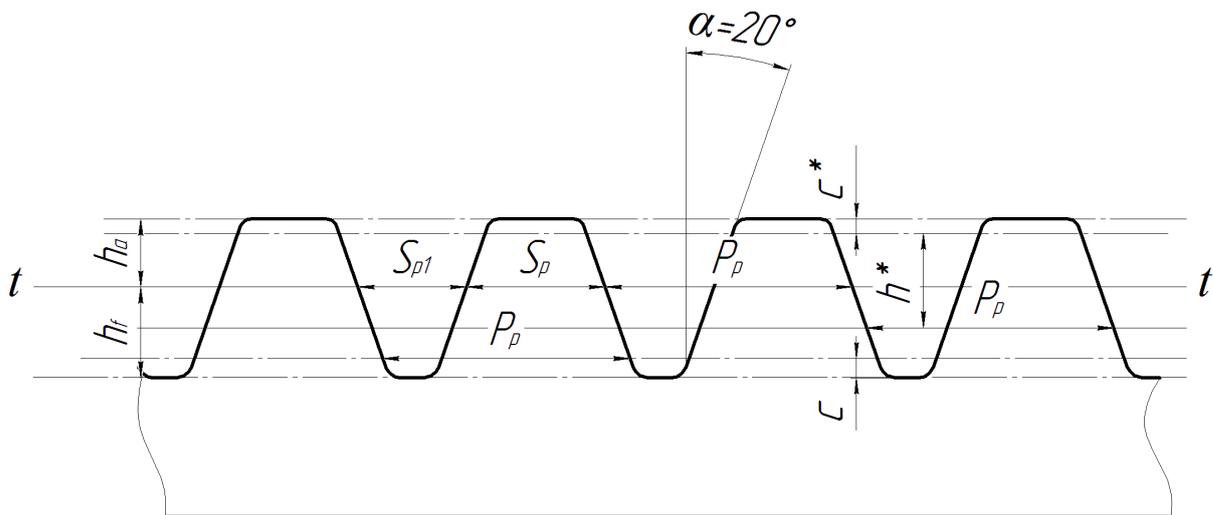


Рисунок 4 – Инструментальная рейка.

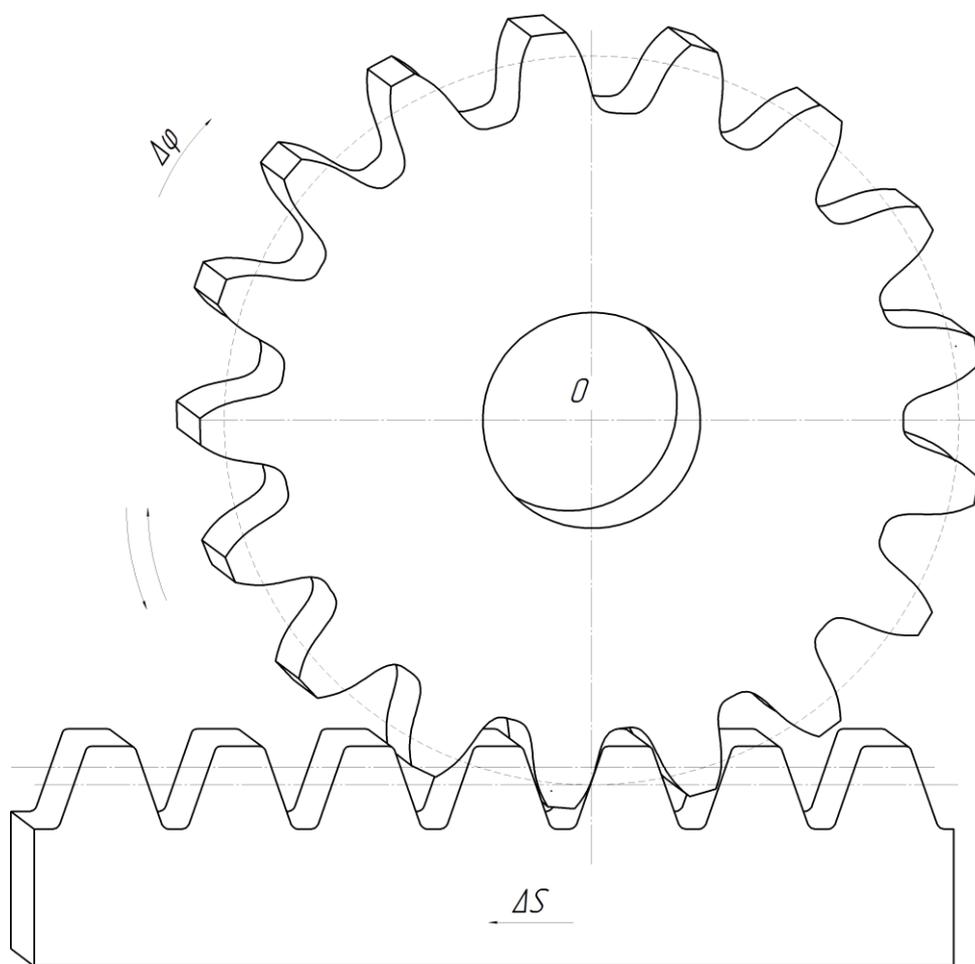


Рисунок 5 – Пространственное изображение сопрягаемого зубчатого колеса и инструментальной рейки

Высота головки и ножки зуба инструментальной рейки одинаковы:

$$h_a = h_f = (h_a^* + c^*) \cdot m_p$$

где  $h_a^*$  - коэффициент высоты головки зуба, равен 1 - для неукороченного зуба и 0,8 - для укороченного;

$c^*$  - коэффициент радиального зазора, равен 0,25 - для неукороченного зуба и 0,2 - для укороченного;

Закругленная часть на головке зуба рейки, высота которой равна  $c = c^* \cdot m_p$ , служит для образования зазора между головкой и дном впадины введенных в зацепление зубчатых колес и в образовании эвольвентного профиля эта часть рейки не участвует, а сам зазор называется радиальным. Эта часть зуба у рабочей рейки отсутствует. Закругленная часть на ножке зуба рейки ( $c = c^* \cdot m_p$ ) обеспечивает радиальный зазор между рейкой и нарезаемым зубчатым колесом (диаметр заготовки нарезаемого колеса равен диаметру его окружности головок).

## **1.6 Нарезание прямозубого зубчатого колеса инструментальной рейкой (рисунок 5)**

Зубострогальный станок сообщает нарезаемой головке и рейке такое же относительное движение, как если бы уже нарезанное колесо находилось в зацеплении с зубчатой рейкой, т.е. заготовка поворачивается, а рейка движется поступательно. Перемещение рейки  $\Delta S$  связано с углом поворота  $\Delta \varphi$  заготовки соотношением:

$$\Delta S = r \cdot \Delta \varphi.$$

Кинематическая цепь, соединяющая заготовку и рейку такова, что величина  $r = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi}$ , являющаяся радиусом делительной окружности нарезаемого колеса, всегда остается постоянной, независимо от положения инструментальной рейки относительно заготовки. Таким образом, делительной окружностью является центроида в движении относительно рейки нарезаемого колеса. Соответствующей центроидой для рейки будет делительная прямая, по которой катится без скольжения делительная окружность заготовки. Если делительная окружность заготовки катится без скольжения по модульной прямой, то нарезаемое колесо называется нулевым или нормальным. У этого колеса на делительной окружности ширина впадины равна ширине зуба.

При нарезании колеса рейка совершает два движения (см. рисунок 5). Первое движение рабочий ход (режущее движение) направлено вдоль оси заготовки. После каждого рабочего хода рейка возвращается в исходное положение, а заготовка поворачивается на угол, при этом рейка совершает второе движение - движение обката, перемещаясь на величину:

$$\Delta S = r \cdot \Delta \varphi$$

Снимая, таким образом, стружку во всех последовательных положениях рейки относительно заготовки, прямолинейное лезвие рейки вырезает эвольвентный профиль впадины зубчатого колеса.

Для того, чтобы рейка данного модуля нарезала колесо с требуемым числом зубьев  $Z$ , нужно чтобы шаг рейки  $P$  укладывался по делительной окружности заготовки  $Z$  раз, то есть, чтобы:

$$P \cdot Z = 2 \cdot \pi r \quad \text{или} \quad r = \frac{m \cdot z}{2}$$

## 1.7 Подрез зубьев

Установлено, что при нарезании нормальных (нулевых) зубчатых колес с малым числом зубьев ( $Z < 17$  для случая, когда  $h_a^* = 1$  и  $\alpha = 20^\circ$ ) происходит врезание головок зубьев инструментальной рейки в эвольвентную часть ножки зубьев нарезаемого колеса. Это явление называется подрезом зубьев (см. рисунок 6). Подрез является нежелательным, так как он ослабляет зубьев у ножки, т.е. в наиболее нагруженном сечении, уменьшает рабочую часть профиля зуба, что приводит к увеличению его износа.

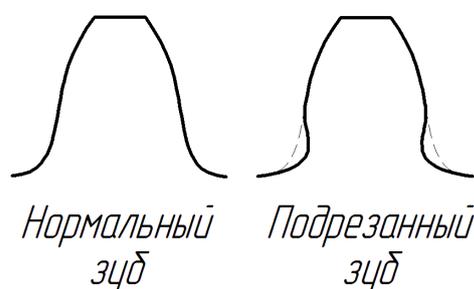


Рисунок 6 – Подрез зубьев

## 1.8 Корригирование зубчатых колес при нарезании

Явление подреза можно избежать, если отодвинуть инструментальную рейку от центра заготовки на расстояние

где  $x_{min} = \frac{17-Z}{17}$  - называется коэффициентом минимального относительного смещения;

$x_{min}$  - минимальным абсолютным смещением (сдвигом) рейки;

$m$  - модуль рейки в миллиметрах;

$Z$  - число зубьев нарезаемого колеса.

Смещение рейки от центра заготовки считается положительным ( $x > 0$ ). Иногда (не для устранения подреза) рейку смещают к центру заготовки. В этом случае смещение считается отрицательным ( $x < 0$ ).

При сдвиге рейки делительная окружность катится не по модульной прямой, а по делительной, но так как шаг рейки одинаков по всем делительным прямым, то шаг нарезаемого колеса по делительной окружности остается неизменным:

$$P = \pi \cdot m$$

Зубчатые колеса, нарезанные со сдвигом, называются корригированными (исправленными). Колеса, нарезанные с положительным смещением рейки, называются положительными. Колеса, нарезанные с отрицательным смещением рейки, называются отрицательными.

### **1.9 Явление заострения зубьев**

При положительном смещении рейки участок эвольвенты, используемый для построения бокового профиля зуба, смещается от основной окружности. Поскольку, чем дальше от основной окружности, тем эвольвента более пологая, постольку это приводит к заострению профиля зуба (см. рисунок 2, рисунок 9). Заострение профиля зуба является нежелательным явлением, так как ухудшаются условия зацепления зубчатых колес. Для отсутствия заострения зубьев должна выдерживаться зависимость:

$$S_a > 0,3m$$

Здесь  $S_a$  - толщина зуба по окружности головок.

## 2 Порядок выполнения работы

### 2.1 Описание прибора для вычерчивания эвольвентных профилей зубьев методом обката

Прибор имеет следующую конструкцию (рисунок 7.) Двойной диск 1 соответствует заготовке, причем верхний диск по диаметру больше окружности головок нарезаемого колеса и служит для закрепления листа бумаги, на котором вычерчиваются профили зубьев.

Примечание – Лист бумаги, закрепленный на диске, играет роль заготовки нарезаемого зубчатого колеса.

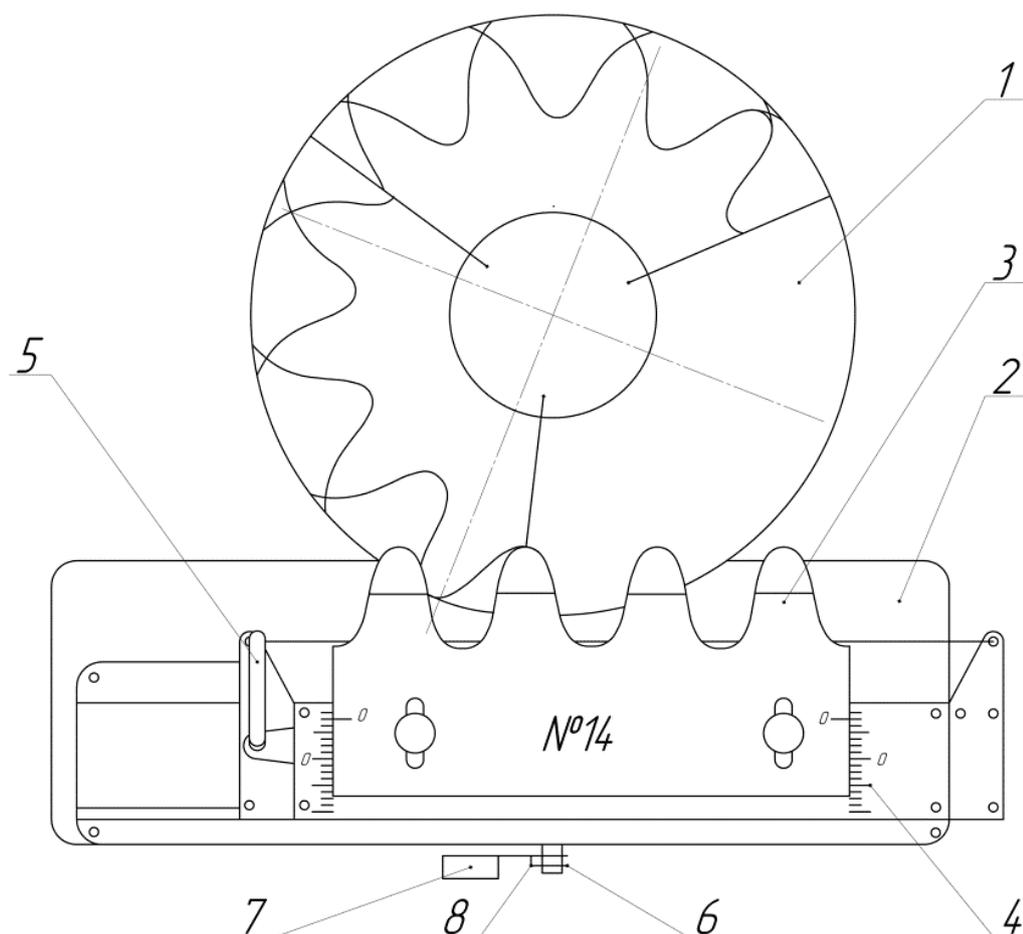


Рисунок 7 – Прибор для вычерчивания эвольвентных профилей зубьев методом обката

Нижний диск имеет окружность, соответствующую делительной окружности нарезаемого колеса. С помощью гибкой проволочной связи, нижний диск обкатывается по прямой, соответствующей модульной прямой рейки.

Рейка 3, перемещаясь по направляющим планки 2, может занимать относительно модульной прямой различные положения, фиксируемые винтами. На планке 2 нанесена шкала 4, а на рейке две риски, что позволяет точно определить положение рейки относительно планки.

При совпадении рисок с нулевым делением шкалы происходит построение профиля зуба нулевого колеса, при сдвиге рейки вниз или вверх будут «нарезаться» соответственно «положительные» и «отрицательные» колеса. На рейке указан её модуль  $m$ , угол исходного контура  $\alpha$ , делительный диаметр  $d$  нарезаемого колеса.

## 2.2 Порядок выполнения работы

1. Разделить бумажный круг – заготовку на три равных сектора.
2. Закрепить заготовку на диске и установить рейку в исходное – крайнее положение (рисунок 8).
3. В каждом секторе вычертить по 2-3 профиля зубьев в трех вариантах (рисунок 9):
  - а) нулевое колесо;
  - б) колесо с положительным сдвигом, рассчитанным из условия устранения подреза и равным:

$$x_{min} = x_{min} \cdot m ,$$

где  $x = \frac{17-Z}{17}$

- в) колесо с отрицательным сдвигом (принять равным  $-x_{min}$ ).

**Примечание** – Поскольку цена деления на приборе 1мм, то вместо сдвига равного  $x_{min}$ , нужно брать величину  $x$ , которая получается, если величину  $x_{min}$  округлить до ближайшего целого числа в большую сторону. Например, если  $x_{min} = 4,01$  мм, следует взять  $x = 5$  мм.

Профили зубьев образуются в результате последовательных поворотов диска на угол  $\Delta\varphi$  (рисунок 5) при перемещении рейки на величину и обвода зубьев рейки острием карандаша. Карандаш держать вертикально. Ступенчатое (на величину  $\Delta S$ ) поступательное перемещение рейки осуществляется нажатием на клавишу 7 (рисунок 7) прибора. При этом Г – образная рукоятка должна находиться в правом положении (лежать на упорном штифте В).

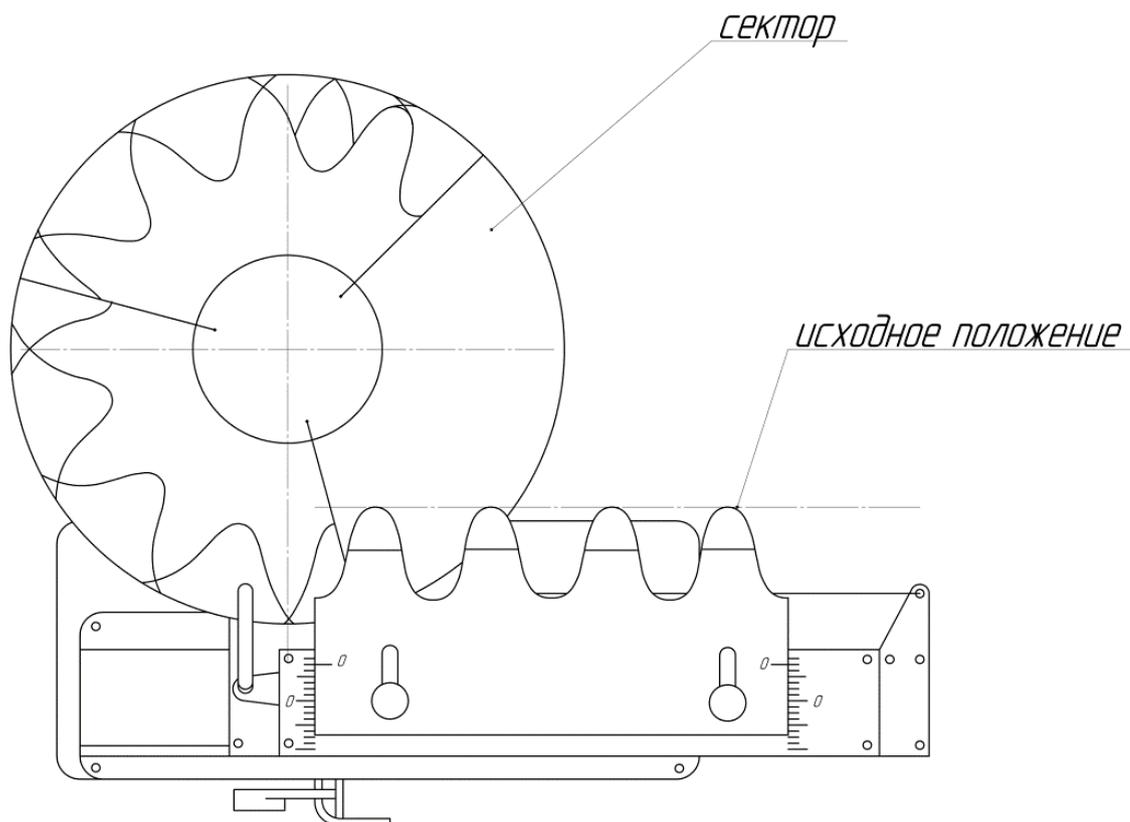


Рисунок 8 – Вычерчивание профиля зубьев

Примечание – Чтобы подвести чистую бумагу под рейку при вычерчивании нового варианта (в новом секторе), необходимо повернуть рукоятку 5 (рисунок 7) натяжения проволоки и повернуть диск на нужный угол так, чтобы рейка и диск имели взаимное положение как показано на рисунке 8. Чтобы передвинуть рейку в крайнее правое положение, необходимо откинуть рукоятку 6 в левое положение. При этом рейка перемещается свободно от руки.

Обводку зубьев рейки карандашом производить до тех пор (рисунок 9) пока рейка не передвинется из правого в крайнее левое положение (до упора).

4. Рассчитать размеры зубчатых колес по формулам, приведенным в прилагаемой форме протокола, и внести их в таблицу протокола (таблица 1).

5. Пользуясь рассчитанными диаметрами, нанести на заготовку окружности: делительную, основную, головок и ножек для трех вариантов (см. пункт 3).

6. Произвести следующие замеры для всех трех вариантов:

а) диаметры окружности впадин  $d_f$ ;

б) шаг по делительной окружности  $P$ ;

в) толщину зуба по делительной окружности  $S$ ;

г) толщину зуба по окружности головок  $S_a$ .

Для отсутствия заострения зубьев по окружности головок должна выдерживаться зависимость:

$$S_a \geq 0,3 m.$$

7. Заполнить таблицу сравнения расчетных и фактических данных  $d_f, P, S, S_a$  для всех трех вариантов по форме, прилагаемой в отчете (таблица 2).

8. Оформить протокол работы и приложить к нему диск с вычерченными профилями зубьев.

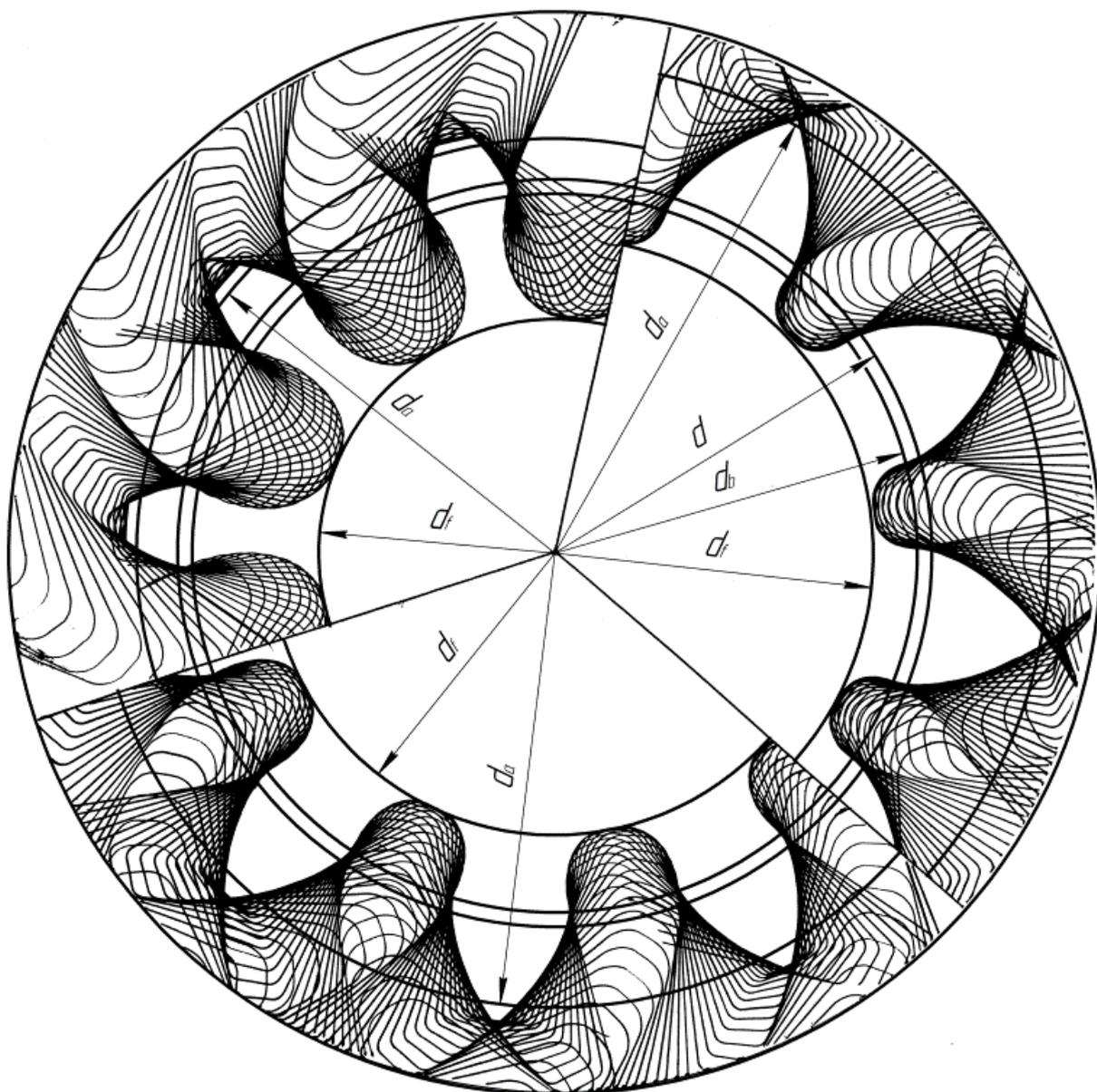


Рисунок 9 – Обкатанный профиль зубьев

## 2.3 Отчет о работе

Задано:  $m =$  ;  $\alpha = 20$  град.;  $d =$

1. Расчет минимального смещения рейки  $x_{min} = x_{min}$ ;  $m = мм$

$$z = \frac{d}{m}; x_{min} = \frac{17-z}{17}; x_{min} \text{ заменяется на } x.$$

2. Расчет размеров колес.

Таблица 1 – Получаемые параметры

Наименование	Расчетная формула	Численное значение		
		$x = 0$	$x > 0$	$x < 0$
Диаметр основной окружности	$d_o = d \cdot \cos\alpha$			
Шаг по делительной окружности	$P = \pi \cdot m$			
Диаметр окружности впадин	$d_f = d - 2,5m + 2x$			
Диаметр окружности головок	$d_a = d + 2m + 2x - 2m\Delta y$			
Толщина зуба по делительной окружности	$S = 0,5P + 2x \cdot \operatorname{tg}\alpha$			

В формуле для определения  $d_a$  коэффициент  $\Delta y$  называется коэффициентом уравнительного смещения и зависит не только от параметров данного колеса, но и от параметров сопряженного колеса. В данной работе для простоты расчетов можно предложить, что нарезаемое колесо будет работать в паре с зубчатой рейкой (не инструментальной).

Тогда  $\Delta y = 0$ .

## Сравнение расчетных и фактических данных

Таблица 2 – Сравнение расчетных и фактических данных

Параметр	$d_f$		$P$		$S$		$S_a \geq 0,3 m$	
	Рассч.	Фактич.	Рассч.	Фактич.	Рассч.	Фактич.	Фактич.	Удовл. условиям
$x=0$								
$x>0$								
$x<0$								

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_

Принял \_\_\_\_\_

## 2.4 Контрольные вопросы

1. Что такое эвольвента, эвольвента окружности?
2. Что такое модуль зацепления, делительная окружность, окружность головок, окружность впадин, основная окружность? Как связать эти параметры?
3. Что такое угол зацепления?
4. Что такое коэффициент высоты головки? Коэффициент радиального зазора?
5. Чем отличается инструментальная рейка от обычной (зубчатой)?
6. Что такое подрез зубьев?
7. Сущность метода копирования и метода обката?
8. Что такое смещение (корригирование) зубчатых колес и каково его назначение? В чем заключается положительное и отрицательное корригирование?
9. Что такое коэффициент минимального относительного смещения?
10. Принцип работы прибора вычерчивания эвольвентных профилей зубьев?
11. Что такое заострение зубьев?
12. Какие геометрические параметры зубчатых колес изменяются при корригировании? Какие остаются неизменными?
13. В каких из трех вычерченных Вами вариантах зубчатых колес (трех секторов) получают зубья с подрезом?

## **Список использованных источников**

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин/ И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ИД Альянс, 2012. – 640 с.
2. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин/ Г.А. Тимофеев. – М.:ЮРАЙТ, 2011. – 351 с.
3. Ефанов, А.М. Теория механизмов и машин/ А.М. Ефанов, В.П. Ковалевский. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2006. – 267 с.: ил. 198.
4. Козловский, М.З. Теория механизмов и машин/ М.З. Козловский. – 2-е изд. – М.: Академия, 2008. – 559 с.