

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Гаврилов А.А., Кудина Л.И.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Оренбургский
государственный университет», г. Оренбург

Отдельные элементы авиационной техники представляют собой тонкостенные стержни как открытого, так и замкнутого профиля. Примером могут быть тяги устройств управления. При исследовании работы таких конструкций необходимо учитывать не только статическое состояние, но и частоты собственных колебаний. Учет частот позволяет предотвратить возникновение резонанса. Кроме того, в процессе колебаний стержни могут разрушиться в связи с их недостаточной прочностью. К стержню прикладывается внешняя нагрузка, и после ее снятия стержень продолжает совершать колебания. Изменение формы стержня является причиной возникновения в сечениях ВСФ, а, следовательно, и напряжений. При превышении напряжениями допустимых значений, происходит разрушение стержня.

В исследовании определялись главные формы собственных изгибных колебаний тонкостенных стержней, исходя из обеспечения желаемых жесткости и внутренних силовых факторов. Определялись максимальные напряжения в сечениях стержня и проверялись условия прочности.

Матричное уравнение изгибных колебаний стержня в безразмерных величинах имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\eta}(z) \\ \beta_1(z) \\ \tilde{M}_1(z) \\ \tilde{Q}_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(z) & A_{12}(z) & A_{13}(z) & A_{14}(z) \\ A_{21}(z) & A_{22}(z) & A_{23}(z) & A_{24}(z) \\ A_{31}(z) & A_{32}(z) & A_{33}(z) & A_{34}(z) \\ A_{41}(z) & A_{42}(z) & A_{43}(z) & A_{44}(z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\eta}(0) \\ \beta_1(0) \\ \tilde{M}_1(0) \\ \tilde{Q}_2(0) \end{bmatrix} \quad (1)$$

где $\tilde{\eta}(z) = \frac{\eta(z)}{h}$, $\beta_1(z)$, $\tilde{M}_1(z) = \frac{M_1(z)h}{EJ_1}$, $\tilde{Q}_2(z) = \frac{Q_2(z)}{\rho F \omega^2 h^2}$ - безразмерные

величины, характеризующие прогиб, угол поворота сечения, изгибающий момент и поперечную силу;

$\tilde{\eta}(0) = \frac{\eta(0)}{h}$, $\beta_1(0)$, $\tilde{M}_1(0) = \frac{M_1(0)h}{EJ_1}$, $\tilde{Q}_2(0) = \frac{Q_2(0)}{\rho F \omega^2 h^2}$ - безразмерные

значения прогиба, угла поворота сечения, изгибающего момента и поперечной силы в сечении на левом конце стержня;

$A_{ij}(z)$ - элементы матрицы.

Для решения системы необходимы условия закрепления стержня. Дополнительно, формулируются требования, предъявляемые к жесткости

конструкции, в частности, ограничения по допускаемому прогибу.

В дальнейшем рассматривался стержень с шарнирным закреплением концов с граничными условиями:

$$\tilde{\eta}(0) = 0, \tilde{M}_1(0) = 0, \tilde{\eta}(l) = 0, \tilde{M}_1(l) = 0, \quad (2)$$

где l – длина стержня.

Зависимость между неизвестными параметрами на левом конце стержня имеет вид:

$$\frac{\beta_1(0)}{\tilde{Q}_2(0)} = \sqrt{\frac{A_{14}(l) \cdot A_{34}(l)}{A_{12}(l) \cdot A_{32}(l)}}. \quad (3)$$

Максимальная величина прогиба $\tilde{\eta}_{\max}$ возникает при первой главной форме колебаний и находится при $z = l/2$. Условие жесткости принимает вид:

$$\tilde{\eta}_{\max} = \tilde{\eta}(l/2) \leq \frac{[\eta]}{l}. \quad (4)$$

Выражения (4) и (2), позволяют вычислить оставшиеся неизвестные условия:

$$\beta_1(0) = \frac{\tilde{\eta}_{\max}}{A_{12}(l/2) + A_{14}(l/2) \sqrt{\frac{A_{12}(l) \cdot A_{32}(l)}{A_{14}(l) \cdot A_{34}(l)}}};$$

$$\tilde{Q}_2(0) = \frac{\tilde{\eta}_{\max}}{A_{14}(l/2) + A_{12}(l/2) \sqrt{\frac{A_{14}(l) \cdot A_{34}(l)}{A_{12}(l) \cdot A_{32}(l)}}}. \quad (5)$$

В дальнейшем исследуются главные формы колебаний. Функции для рассматриваемых величин позволят найти экстремумы и определить опасные сечения.

Выражения для определения максимальных эквивалентных напряжений при изгибе:

$$\sigma = \frac{M_1 y}{J_1},$$

$$\tau = \frac{S_1^* Q_2}{\delta J_1}, \quad (6)$$

где M_1 - изгибающий момент;

y - координата точки сечения по оси y ;

S_1^* - статический момент отсеченной части x ;

Q_2 - поперечная сила;

δ - толщина стенки стержня.

Опасные точки рассматриваемого сечения показаны на рисунке 1.

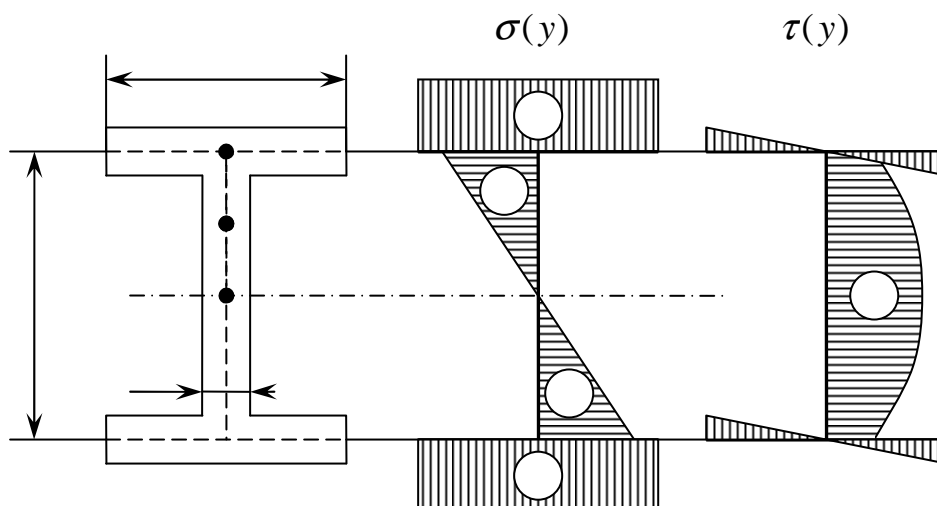


Рисунок 1 – Сечение стержня и эпюры касательных и нормальных напряжений

Фактическое напряженное состояние стержня заменялось эквивалентным ему линейным напряженным состоянием.

В качестве примера рассматривался двутавровый стержень со следующими размерами в относительных величинах: $\tilde{h} = 1$; $\tilde{b} = 0,8$; $\tilde{\delta} = 0,05$; $\tilde{l} = 20$. Материал – сталь. Допускаемый прогиб $[\eta] = 0,001l$, допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = 150$ МПа.

Частоты первых трех главных форм приняли значения: 0,211; 0,824; 1,785; 3,033.

Из (5) $\beta_1(0) = -3,1 \cdot 10^{-3}$; $\tilde{Q}_2(0) = -3,14 \cdot 10^{-3}$.

В дальнейшем строились эпюры внутренних силовых факторов (рисунок 2а):

$$\begin{bmatrix} \tilde{\eta}(z) \\ \beta_1(z) \\ \tilde{M}_1(z) \\ \tilde{Q}_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{12}(z) & A_{14}(z) \\ A_{22}(z) & A_{24}(z) \\ A_{32}(z) & A_{34}(z) \\ A_{42}(z) & A_{44}(z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1(0) \\ \tilde{Q}_2(0) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Определялись касательные, нормальные и эквивалентные напряжения. Эпюры распределения безразмерных напряжений (напряжений отнесенных к модулю Юнга) по длине стержня в точках 1, 2 и 3 сечения (рисунок 1) приведены на рисунке 2б.

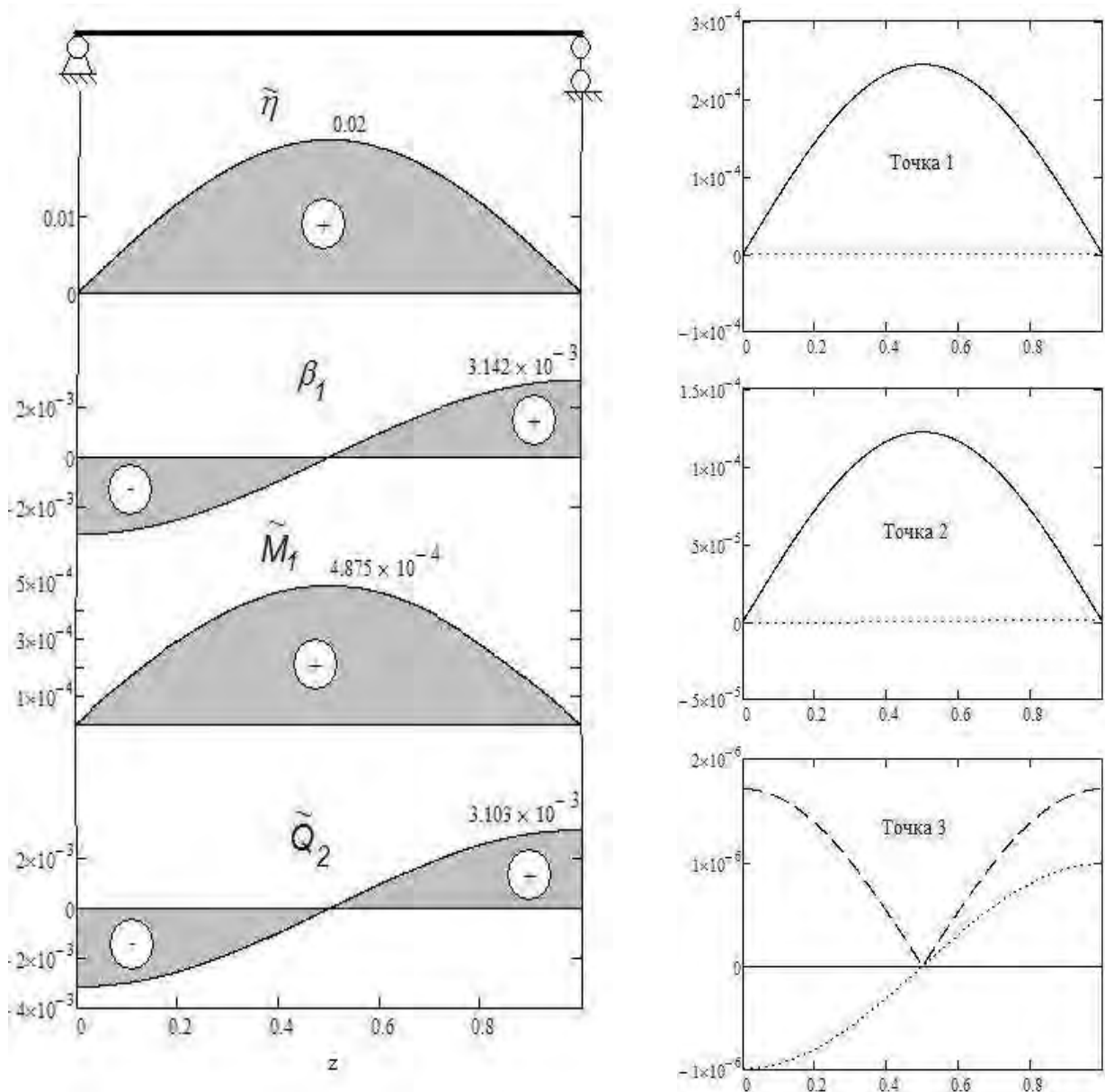


Рисунок 2 – а) эпюры прогибов, углов поворота сечений, моментов и сил в сечениях, б) эпюра безразмерных напряжений в точках 1, 2 и 3 сечения (— $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\tau}$, --- $\tilde{\sigma}_{эkv}$)

В связи с тем, что влияние касательных напряжений незначительно, в качестве опасной точки выступит точка 1 сечения с координатой $z=l/2$. Эквивалентное напряжение в этой точке $\tilde{\sigma}_{эkv} = 0,243 \cdot 10^{-3}$, $\sigma_{эkv} = E \cdot \tilde{\sigma}_{эkv} = 51,2$ МПа. Таким образом, рассматриваемый стержень соответствует условиям прочности и жесткости.

В итоге можно сделать вывод, что предлагаемый подход позволяет при проектировании стержневых тонкостенных конструкций, работающих на изгиб, обеспечить одновременно их прочность и жесткость, определить зависимости между допускаемыми прогибами (углами поворота сечения) и напряжениями, возникающими в стержне.

Список литературы

1 Гаврилов, А.А. Прочность и жесткость тонкостенных стержней при изгибных колебаниях / А.А. Гаврилов, Н.А. Морозов // Вестник Оренбургского государственного университета. –Оренбург, №12, 2012. С 253-257.

2 Гаврилов, А.А. Прочность и жесткость тонкостенных стержней при изгибных колебаниях Расчет прочности тонкостенных стержней при изгибных колебаниях с помощью фиктивных нагрузок / А.А. Гаврилов, Н.А. Морозов, Ю.Л. Власов // Вестник Оренбургского государственного университета. – Оренбург, №1, 2014. С 167-170.