

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»**

# **МАТЕМАТИКА**

*Методические рекомендации для студентов  
направления подготовки 080200 – Менеджмент*



Орск 2012

УДК 51  
ББК 27  
М 34

**М 34 Математика** : методические рекомендации для студентов направления подготовки 080200 – Менеджмент / сост. А. Н. Брыльков. – Орск : Издательство Орского гуманитарно-технологического института (филиала) ОГУ, 2012. – 26 с.

### **Составитель**

*Брыльков А. Н., кандидат физико-математических наук, доцент,  
заведующий кафедрой высшей математики Орского гуманитарно-  
технологического института (филиала) ОГУ*

© Брыльков А. Н., 2012  
© Издательство Орского гуманитарно-  
технологического института (филиала) ОГУ, 2012

## Содержание

Пояснительная записка.....	4
Перечень вопросов программы курса математики, изучаемых в 1 семестре.....	5
Задания для контрольной работы .....	6
Решение типовых задач по разделу 1 .....	18
Библиографический список.....	26

## Пояснительная записка

Настоящие методические рекомендации предназначены для студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки 080200 – Менеджмент, профилей подготовки «Производственный менеджмент», «Финансовый менеджмент», «Маркетинг», изучающих математику на первом курсе обучения на экономическом факультете Орского гуманитарно-технологического института (филиала) ОГУ.

Рабочей программой учебной дисциплины «Математика» для студентов очной и заочной форм обучения указанного направления подготовки предусмотрены контрольные работы в первом и втором семестрах. Методические рекомендации являются руководством к решению задач по основным разделам курса математики первого семестра и содержат задания для контрольных работ, а также перечень вопросов программы, выносимых на экзамен по математике в первом семестре для самоконтроля и самоподготовки будущих бакалавров, здесь же приведены подробные решения типовых задач контрольных работ.

В данных методических рекомендациях представлены, по возможности, задания, наполненные экономическим содержанием, чтобы показать целесообразность использования математического аппарата в экономических исследованиях. В первом семестре каждый студент должен решить 7 заданий своего варианта. В издании приведено 30 вариантов каждого задания.

## **Перечень вопросов программы курса математики, изучаемых в 1 семестре**

### ***Раздел 1.*** Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители. Свойства определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матрицы. Действия с матрицами. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
3. Модель межотраслевого баланса. Технологические матрицы.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Векторы в пространстве. Координаты вектора. Основные операции с векторами.
6. Скалярное произведение векторов и его применение. Разложение вектора по базисным векторам.
7. Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
8. Уравнение прямой в пространстве. Понятие поверхности в пространстве.
9. Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
10. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

### ***Раздел 2.*** Дифференциальное исчисление

11. Понятие функции. Основные свойства функций. Элементарные функции.
12. Числовая последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов. Начисление сложных процентов.
13. Предел функции в точке. Свойства пределов.
14. Первый и второй замечательные пределы.

15. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции.

16. Свойства непрерывных функций.

17. Производная функции в точке. Уравнение касательной.

18. Таблица производных. Правила вычисления производной.

19. Производные высших порядков.

20. Дифференцируемость функции, связь с непрерывностью.

21. Дифференциал функции, его свойства и применение.

22. Возрастание и убывание функции, выпуклость и вогнутость графика функции.

23. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции.

В первом семестре студенты бакалавриата очной и заочной форм обучения должны выполнить контрольную работу.

### Задания для контрольной работы

**Задание 1.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера и методом обратной матрицы.

$$1.1. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - y - 3z = -4 \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$$

$$1.7. \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ 4x + y - 3z = 3. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} x - 4y - 2z = -3 \\ 3x + y + z = 5 \\ 3x - 5y - 6z = -9. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 7x - 5y = 31 \\ 4x + 11z = -43 \\ 2x + 3y + 4z = -20. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 7x + 4y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = -5 \\ x + 5y - 2z = -13. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 4x + 3y - z = 5 \\ 5x + 4z = 7 \\ 2x + y + 2z = 8. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 2x + 4y - 6z = 34 \\ x + 3y + 5z = 5 \\ -3y + 7z = -26. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - 7z = 5 \\ x - 2y + 8z = 0. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 4x - 3y + 5z = 13 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 2x - y + 2z = 5. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3x + 2y + 2z = 4 \\ x - y + 4z = -2. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 1 \\ 2x + 3y - z = -1 \\ x + 3y - 2z = -2. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 2x + 3y + z = -3 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x - y - z = -7. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 0 \\ x + 2y + z = -1 \\ 3x + 4y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 20 \\ 3x - y + z = 9. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} x - y + 7z = 6 \\ 2x + 3y - 3z = 10 \\ 3x + 2y + 5z = 17. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} -2x + 3y + 5z = 18 \\ x - 3y + 4z = 25 \\ 7x + 8y - z = 1. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} 2x - y + 3z = 14 \\ x - y - 2z = -3 \\ 4x + y - z = 4. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ 3x - 5y + z = 7 \\ x - 8y + 5z = 7. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + y - z = 2 \\ x + y + z = 6. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} 3x + 2y + 2z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \\ 4x + 3y + 3z = 5. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - 3y - 2z = -10 \\ 3x + y + 2z = 11. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} 3x + 4y + z = 1 \\ 2x - y - z = 2 \\ x + 2y + 2z = -4. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} 2x - 2y - 3z = 3 \\ x + y + 2z = -1 \\ 2x - y - z = 2. \end{cases}$$

$$1.29. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ x + y + 5z = -1. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ 2x + y - z = -7 \\ x - 5y + 2z = 2. \end{cases}$$

**Задание 2.** Модель межотраслевого баланса (модель В. В. Леонтьева).

На основании данных таблицы двухотраслевой модели межотраслевого баланса требуется:

1. Заполнить таблицу.
2. Вычислить технологическую матрицу  $T$  коэффициентов прямых затрат.
3. Найдите валовый выпуск каждой из отраслей  $X_1, X_2$ , соответствующий планируемому конечному продукту  $Y_1, Y_2$ .
4. Составьте новую балансовую таблицу в соответствии с планируемым конечным продуктом  $Y_1, Y_2$ .

*Вариант 1*

Отрасль	$P_1$	$P_2$	$Y$	$x$
$P_1$	100	120		250
$P_2$		0	100	
Сумма				400

$$Y_1 = 440;$$

$$Y_2 = 880.$$

*Вариант 2*

Отрасль	$P_1$	$P_2$	$Y$	$x$
$P_1$	40	10		100
$P_2$		25	15	
Сумма				150

$$Y_1 = 56;$$

$$Y_2 = 112.$$

*Вариант 3*

Отрасль	$P_1$	$P_2$	$Y$	$x$
$P_1$	70	30		200
$P_2$		0	220	
Сумма				500

$$Y_1 = 61;$$

$$Y_2 = 122.$$



*Вариант 4*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	10	40		
P <sub>2</sub>		0	150	
Сумма	60			300

$$Y_1 = 240;$$

$$Y_2 = 160.$$

*Вариант 5*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	60		110	200
P <sub>2</sub>	80	0		
Сумма				500

$$Y_1 = 198;$$

$$Y_2 = 66.$$

*Вариант 6*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	160	0		
P <sub>2</sub>			100	
Сумма	200	140		680

$$Y_1 = 600;$$

$$Y_2 = 450.$$

*Вариант 7*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	40	60		200
P <sub>2</sub>		30		300
Сумма	100			

$$Y_1 = 132;$$

$$Y_2 = 198.$$

*Вариант 8*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>			240	500
P <sub>2</sub>	250	100		
Сумма	350			900

$$Y_1 = 800;$$

$$Y_2 = 200.$$

*Вариант 9*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>			190	300
P <sub>2</sub>	60	200		
Сумма	90			700

$$Y_1 = 410;$$

$$Y_2 = 820.$$

*Вариант 10*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	20	55		100
P <sub>2</sub>	40			100
Сумма		65		

$$Y_1 = 60;$$

$$Y_2 = 200.$$

*Вариант 11*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	25	80		250
P <sub>2</sub>		0	275	
Сумма				650

$$Y_1 = 200;$$

$$Y_2 = 400.$$

*Вариант 12*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	40	10		100
P <sub>2</sub>		25	15	
Сумма				150

$$Y_1 = 196;$$

$$Y_2 = 112.$$

*Вариант 13*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	70	30		200
P <sub>2</sub>		0	220	
Сумма				500

$$Y_1 = 183;$$

$$Y_2 = 122.$$

*Вариант 14*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	10	40		
P <sub>2</sub>		0	150	
Сумма	60			300

$$Y_1 = 240;$$

$$Y_2 = 480.$$

*Вариант 15*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	60		110	200
P <sub>2</sub>	80	0		
Сумма				500

$$Y_1 = 198;$$

$$Y_2 = 132.$$

*Вариант 16*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	20	50	430	
P <sub>2</sub>		0		400
Сумма	60			

$$Y_1 = 475;$$

$$Y_2 = 190.$$

*Вариант 17*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	150	0		300
P <sub>2</sub>			30	
Сумма	180	140		

$$Y_1 = 300 ;$$

$$Y_2 = 150 .$$

*Вариант 18*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>		30		
P <sub>2</sub>	80	0	220	
Сумма	150			500

$$Y_1 = 610;$$

$$Y_2 = 122.$$

*Вариант 19*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	19			190
P <sub>2</sub>		0		
Сумма	57	30		290

$$Y_1 = 420;$$

$$Y_2 = 840.$$

*Вариант 20*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>		0		80
P <sub>2</sub>	40	20		
Сумма	60			180

$$Y_1 = 180;$$

$$Y_2 = 240.$$

*Вариант 21*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	160	0		
P <sub>2</sub>			20	
Сумма	200	140		600

$$Y_1 = 72;$$

$$Y_2 = 414.$$

*Вариант 22*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	40	60		200
P <sub>2</sub>		30		300
Сумма	100			

$$Y_1 = 198;$$

$$Y_2 = 132.$$

*Вариант 23*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>			240	500
P <sub>2</sub>	250	100		
Сумма	350			900

$$Y_1 = 400;$$

$$Y_2 = 200.$$

*Вариант 24*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>			190	300
P <sub>2</sub>	60	100		
Сумма	90			700

$$Y_1 = 1270;$$

$$Y_2 = 635.$$

*Вариант 25*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	20	55		100
P <sub>2</sub>	40			
Сумма		65		200

$$Y_1 = 200;$$

$$Y_2 = 100.$$

*Вариант 26*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	10		50	
P <sub>2</sub>		0		200
Сумма	60			300

$$Y_1 = 240;$$

$$Y_2 = 80.$$

*Вариант 27*

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	16	110		
P <sub>2</sub>	32	20		200
Сумма				360

$$Y_1 = 280;$$

$$Y_2 = 420.$$

Вариант 28

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	40			400
P <sub>2</sub>		50	430	
Сумма	60		690	

$$Y_1 = 240;$$

$$Y_2 = 160.$$

Вариант 29

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>		110		300
P <sub>2</sub>	120	40		200
Сумма	150			

$$Y_1 = 140;$$

$$Y_2 = 210.$$

Вариант 30

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>			50	
P <sub>2</sub>	50	0		160
Сумма	60			260

$$Y_1 = 775;$$

$$Y_2 = 1550.$$

**Задание 3.** Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$3.1. \begin{cases} x - y + z + t = 3 \\ 2x + y - z - t = 0 \\ -x - 2y + 2z + t = 2 \\ 4x - 3y - z - 2t = 1. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} x - y + 3z + t = 2 \\ 2x + y - z + 2t = 7 \\ -x - 2y + z + t = -3 \\ 3x - 2y + z = 4. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x - y - z + t = 0 \\ 2x + y - 2z - 3t = 6 \\ x - 2y + z + t = -2 \\ 3x - 2y - z + 2t = 2. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - y - z + t = 4 \\ 3x + y - 2z - 2t = -1 \\ x - y + z + t = 3. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} x - y + 2z - t = 3 \\ 2x + 2y - 2z + t = 0 \\ 3x - y - z - 2t = 2 \\ x + 2y + z + 2t = 2. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} x - 2y - 3z + t = 3 \\ 2x + y - 2z - 4t = 0 \\ 3x - y - 3z + t = 7 \\ x + y + z - t = 1. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} x + y + z - t = 2 \\ 2x - y - z + 2t = 2 \\ x - y + 2z - t = 1 \\ 3x + y - 2z - t = 1. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y - z + 2t = 0 \\ x + 2y + z + 4t = 4 \\ 3x - y - 2z - t = 0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} x - 2y + z - 3t = 3 \\ 2x + 5y - z - 2t = 0 \\ 3x + y - 2z + t = -1 \\ 5x + 2y - 2z - 3t = 1. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 4x + 4y + 5z + 5t = 0 \\ 2x + 3z - t = 10 \\ x + y - 5z = -10 \\ 3y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} 2x + 2y - z + t = 4 \\ 4x + 3y - z + 2t = 6 \\ 8x + 5y - 3z + 4t = 12 \\ 3x + 3y - 2z + 2t = 6. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} x + y + z + t = 4 \\ 2x - y + z + 3t = 5 \\ x - y + 2z + 4t = 6 \\ 3x - 2y + z - 2t = 0. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 2x - 3y - z + 3t = -1 \\ x + 2y + 3z + 4t = 6 \\ 3x - y - 2z - 2t = 0. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} x - y - 2z + t = -1 \\ 2x + y - z - 2t = 0 \\ 3x + 3y + z - 3t = 5 \\ x + 4y - z = 0. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} x + y - z + t = 4 \\ 2x - y + z - 2t = 0 \\ 3x + y - 2z - t = 2 \\ x + y - 2z + 3t = 6. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} 2x - y + 3z + 2t = 5 \\ 3x + 3y - z + 2t = 11 \\ 3x - y + z - 2t = 3 \\ 3x - y + 3z - t = 4. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} x - 3y + 5z - 6t = 11 \\ 2x - 4y - z + 3t = 0 \\ 3x + 4y - 2z + 5t = -1 \\ 2x + y - z + 7t = 0. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} 2x + 3y + 11z + 5t = 2 \\ 2x + y + 3z + 2t = -3 \\ x + y + 3z + 4t = -3 \\ x + y + 5z + 2t = 1. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 2x + 5y + 4z + t = 20 \\ x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 9z + 9t = 40 \\ 3x + 8y + 9z + 2t = 3. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} x + y - z + 2t = 6 \\ 2x - y + 2z - 2t = 2 \\ 3x + 2y - 2z - t = 4 \\ x + y - 2z + 3t = 6. \end{cases}$$

$$3.21. \begin{cases} 2x - 3y + z + 5t = 15 \\ 3x + 4y - 2z + t = 17 \\ x + y - z + t = 8 \\ 7x - 2y + z + 3t = 14. \end{cases}$$

$$3.23. \begin{cases} x - 3y + z - 5t = 2 \\ 2x + 2y - z + 4t = 16 \\ -x + 5y - 2z - t = -8 \\ x - y + 3z + t = 2. \end{cases}$$

$$3.25. \begin{cases} 2x - y + z + 6t = 6 \\ x - 3y - 2z - t = -21 \\ 9x - 7y = -32 \\ -9x + 8y - 11z + 2t = -30. \end{cases}$$

$$3.27. \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 5 \\ 2x + 3y + z + 2t = 3 \\ x + y + z - t = 2 \\ x - 2z - 3t = 1. \end{cases}$$

$$3.29. \begin{cases} 2x + 3y + 11z + 5t = 2 \\ x + y + 5z + 2t = 1 \\ 2x + y + 3z + 2t = -3 \\ x + y + 3z + 4t = -3 \end{cases}$$

$$3.22. \begin{cases} 2x - 3y + z - t = -1 \\ x + 2y + 3z + 2t = 1 \\ x + y - z + 2t = 0 \\ 3x - 4y + z + t = -2. \end{cases}$$

$$3.24. \begin{cases} 2x - y + z + 6t = 10 \\ x - 3y - 2z - t = -1 \\ 7x - 7z + 4t = -32 \\ 9x - 7y = 48. \end{cases}$$

$$3.26. \begin{cases} 2x + y - 5z + t = 8 \\ x - 3y - 6t = 9 \\ 2y - z + 2t = -5 \\ x + 4y - 7z + 6t = 0. \end{cases}$$

$$3.28. \begin{cases} 2x + 2y - z + t = 4 \\ 4x + 3y - z + 2t = 6 \\ 8x + 5y - 3z + 4t = 12 \\ 3x + 3y - 2z + 2t = 6. \end{cases}$$

$$3.30. \begin{cases} 3x - y + 3z + 2t = 4 \\ x - y - z + t = -1 \\ 4x + y + 2z + 4t = 2 \\ x - y + z - t = 3. \end{cases}$$

**Задание 4.** Даны координаты вершин треугольника А, В, С. Найти:

1) длину стороны ВС, 2) угол между сторонами АВ и АС, 3) угол между сторонами ВА и ВС, 4) уравнение прямой АВ. Сделать чертеж.

4.1. A(4,2,5), B(0,7,2), C(0,2,7),

4.2. A(4,4,10), B(4,10,2), C(2,8,4),

4.3. A(4,6,5), B(6,9,4), C(2,10,10),

4.4. A(3,5,4), B(8,7,4), C(5,10,4),

4.5. A(10,6,6), B(-2,8,2), C(6,8,9),

4.6. A(1,8,2), B(5,2,6), C(5,7,4),

- |       |              |               |               |
|-------|--------------|---------------|---------------|
| 4.7.  | A(6,6,5),    | B(4,9,5),     | C(4,6,11),    |
| 4.8.  | A(7,2,2),    | B(5,7,7),     | C(5,3,1),     |
| 4.9.  | A(8,6,4),    | B(10,5,5),    | C(5,6,8),     |
| 4.10. | A(7,7,3),    | B(6,5,8),     | C(3,5,8).     |
| 4.11. | A (1,-3,1),  | B (-3,2,-3),  | C (-2,0,-4),  |
| 4.12. | A (1,-1,6),  | B (4,5,-2),   | C (-1,3,0),   |
| 4.13. | A (1,1,1),   | B (3,4,0),    | C (-1,5,6),   |
| 4.14. | A (5,2,0),   | B (2,5,0),    | C (1,2,4),    |
| 4.15. | A (7,1,2),   | B (-5,3,-2),  | C (3,3,5),    |
| 4.16. | A (-2,3,-2), | B (2,-3,2),   | C (2,2,0),    |
| 4.17. | A (3,1,1),   | B (1,4,1),    | C (1,1,7),    |
| 4.18. | A (4,-3,-2), | B (2,2,3),    | C (2,-2,-3),  |
| 4.19. | A (5,1,0),   | B (7,0,1),    | C (2,1,4),    |
| 4.20. | A (4,2,-1),  | B (3,0,4),    | C (5,-1,-3).  |
| 4.21. | A (3,2,1),   | B (2,-1,8),   | C (6,-1,6).   |
| 4.22. | A (-1,3,2),  | B (-8,5,0),   | C (-4,1,3).   |
| 4.23. | A (2,0,-1),  | B (-2,-11,5), | C (-2,1,-4).  |
| 4.24. | A (4,-2,3),  | B (10,-3,-2), | C (5,-6,0).   |
| 4.25. | A (2,-5,2),  | B (-7,2,4),   | C (0,1,5).    |
| 4.26. | A (0,1,1),   | B (3,4,4),    | C (0,5,4).    |
| 4.27. | A (-2,0,4),  | B (3,-3,7),   | C (-2,-7,15). |
| 4.28. | A (5,-1,3),  | B (8,8,-3),   | C (4,1,0).    |
| 4.29. | A (3,2,-2),  | B (1,3,1),    | C (0,2,2).    |
| 4.30. | A (3,-2,3),  | B (0,-6,-1),  | C (3,-8,-5).  |

**Задание 5.** Данное уравнение кривой второго порядка привести к каноническому виду и построить график кривой:

- 5.1.  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0.$
- 5.2.  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0.$
- 5.3.  $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0.$
- 5.4.  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0.$
- 5.5.  $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0.$
- 5.6.  $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0.$
- 5.7.  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0.$
- 5.8.  $y^2 + 4y - 10x + 44 = 0.$
- 5.9.  $y^2 - 10y - 3x + 31 = 0.$



- 5.10.  $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$ .  
 5.11.  $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$ .  
 5.12.  $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$ .  
 5.13.  $4x^2 + 9y^2 + 32x - 54y + 109 = 0$ .  
 5.14.  $2x^2 + 5y^2 + 8x - 10y - 17 = 0$ .  
 5.15.  $3x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 1 = 0$ .  
 5.16.  $16x^2 + 5y^2 + 64x - 30y + 29 = 0$ .  
 5.17.  $9x^2 - 4y^2 + 18x + 24y - 63 = 0$ .  
 5.18.  $9x^2 + 9y^2 + 42x - 54y - 95 = 0$ .  
 5.19.  $9x^2 + 27y^2 - 18x + 54y - 225 = 0$ .  
 5.20.  $25x^2 - 180x + 25y^2 - 16x^2 = 0$ .  
 5.21.  $25x^2 - 150x + 16y^2 - 32y - 159 = 0$ .  
 5.22.  $9x^2 - 18x + 25y^2 - 150y + 9 = 0$ .  
 5.23.  $9x^2 - 18x - 4y^2 + 56y - 223 = 0$ .  
 5.24.  $4x^2 - 24x - y^2 + 4y + 28 = 0$ .  
 5.25.  $9x^2 - 36x + 4y^2 - 64y + 256 = 0$ .  
 5.26.  $4x^2 - 32x - y^2 + 6y + 51 = 0$ .  
 5.27.  $4x^2 - 32x + 9y^2 - 18y + 37 = 0$ .  
 5.28.  $x^2 + 6x + y^2 - 10y - 15 = 0$ .  
 5.29.  $9x^2 - 18x + 4y^2 + 16y - 11 = 0$ .  
 5.30.  $4x^2 - 16x - y^2 - 2y + 11 = 0$ .

**Задание 6.** Исследовать функцию  $f(x)$  и построить график этой функции.

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 4.1. $f(x) = x^3 + 12x^2 + 36$ .      | 4.2. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ .          |
| 4.3. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5$ .       | 4.4. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$ .          |
| 4.5. $f(x) = -8x^3 + 6x$ .            | 4.6. $f(x) = -8x^3 + 12x - 4$ .          |
| 4.7. $f(x) = x^3 - 12x$ .             | 4.8. $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$ .        |
| 4.9. $f(x) = -x^3 + 3x$ .             | 4.10. $f(x) = 16x^3 - 12x - 4$ .         |
| 4.11. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$ .      | 4.12. $f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 5$ .        |
| 4.13. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$ .      | 4.14. $f(x) = -8x^3 - 12x^2 + 2$ .       |
| 4.15. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ .  | 4.16. $f(x) = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$ . |
| 4.17. $f(x) = x^3 + 3x^2$ .           | 4.18. $f(x) = 3x^3 - x + 2$ .            |
| 4.19. $f(x) = 12x - x^3$ .            | 4.20. $f(x) = 12x^2 - 8x^3 - 2$ .        |
| 4.21. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ .    | 4.22. $f(x) = x^3 - 12x + 21$ .          |
| 4.23. $f(x) = x^3 - 3x - 1$ .         | 4.24. $f(x) = x^3 - x^2 + 2$ .           |
| 4.25. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 1$ . | 4.26. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ .          |
| 4.27. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ .      | 4.28. $f(x) = x^3 - 3x + 9$ .            |
| 4.29. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$ .       | 4.30. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ .   |

## Решение типовых задач по разделу 1

**Задача 1.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 6 \\ 3x + 3y - 2z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 \cdot 1 - (1 \cdot 3 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 \cdot 1) = 6 - 2 - 3 - (3 - 3 + 3) = 1 - 3 = -2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -2 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 6 \cdot (-2) + (-1) \cdot 8 \cdot 1 - (6 \cdot 3 \cdot (-1) + 8 \cdot 1 \cdot 1) = 15 - 12 - 8 - (-18 + 8) = -5 - (-10) = 5$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 8 & -2 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 8 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 \cdot 6 - (1 \cdot 8 \cdot (-1) + 6 \cdot 1 \cdot 1) = 16 - 10 - 18 - (-8 + 6) = -2 - (-2) = 0$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 \cdot 6 + 1 \cdot 8 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 1 - (1 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 1 \cdot 6 + 1 \cdot 8 \cdot 2) = 36 + 8 + 15 - (15 + 18 + 16) = 59 - 49 = 10$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{5}{-2} = -2.5$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{10}{-2} = -5$$

**Проверка:**

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 + 1 - 2 = 6 \\ 3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 8 \\ 3 + 1 + 2 = 6 \end{cases}$$

Ответ:  $x = 3, y = 1, z = 2$ .

**Задача 2.** Дана балансовая таблица двухотраслевой фирмы (см. табл. 1).

Таблица 1

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	20	10	50	
P <sub>2</sub>	40	20		100
Сумма				

Требуется: 1. Заполнить таблицу.

2. Вычислить технологическую матрицу T коэффициентов прямых материальных затрат.

3. Найти новый валовой выпуск каждой из отраслей X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, соответственно планируемому конечному продукту Y<sub>1</sub>=220, Y<sub>2</sub>=110.

4. Составить новую балансовую таблицу в соответствии с планируемым конечным продуктом Y<sub>1</sub>=220, Y<sub>2</sub>=110.

*Решение:*

1. Заполним балансовую таблицу недостающими данными (см. табл. 2):

Таблица 2

Отрасль	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	20	10	50	80
P <sub>2</sub>	40	20	40	100
Сумма	60	20	100	180

2. Запишем технологическую матрицу T:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{x_1} & \frac{x_{12}}{x_2} \\ \frac{x_{21}}{x_1} & \frac{x_{22}}{x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{20}{80} & \frac{10}{100} \\ \frac{40}{80} & \frac{20}{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты прямых затрат: t<sub>11</sub>=0,25; t<sub>12</sub>=0,1; t<sub>21</sub>=0,5; t<sub>22</sub>=0,2.

3. Валовой выпуск отраслей вычисляется по формуле:

$$X=A^{-1}*Y$$

где  $A^{-1}$  – матрица полных затрат обратная матрице  $A$ , а;

$Y$  – матрица конечного продукта.

Найдем матрицу затрат  $A$ :

$$A = E - T,$$

где  $E$  – единичная матрица,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; а

$T$  – технологическая матрица;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,75 & -0,1 \\ -0,5 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

Найдем обратную матрицу  $A^{-1}$ :

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} e_{22} & -e_{12} \\ -e_{21} & e_{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 0,75 & -0,1 \\ -0,5 & 0,8 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,5 & 0,75 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,5 & 0,75 \end{pmatrix}.$$

Проверка:  $A^{-1} \cdot A = E$ :

$$\frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,5 & 0,75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,75 & -0,1 \\ -0,5 & 0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдем новый валовой выпуск каждой из отрасли  $X_1$ ,  $X_2$ , соответственно планируемому конечному продукту  $Y_1$ ,  $Y_2$ .

$$X^* = A^{-1} \cdot Y^*$$

$$X^* = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,5 & 0,75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 220 \\ 110 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 176 + 11 \\ 110 + 82,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 340 \\ 350 \end{pmatrix}$$

$$x_{11} = 0,25 \cdot 340 = 85;$$

$$x_{12} = 350 \cdot 0,1 = 35;$$

$$x_{21} = 340 \cdot 0,5 = 170;$$

$$x_{22} = 350 \cdot 0,2 = 70.$$

Составим новую балансовую таблицу (табл. 3) в соответствии с планируемым конечным продуктом  $Y_1, Y_2$ :

Таблица 3

Отрасль	$P_1$	$P_2$	$Y^*$	$X^*$
$P_1$	85	35	220	340
$P_2$	170	70	110	350
Сумма	255	105	330	690

**Задача 3.** Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x + 4y - 2z - 3t = 18 \\ 3x + 2y - z + 2 = 4 \\ 2 - 3y + 2z + t = -8 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & -2 & -3 & 18 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{array} \right) \begin{array}{l} -2 \\ -3 \end{array} \Leftrightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -8 & 1 & 6 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{array} \right) \begin{array}{l} 7 \\ -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} -2 & -4 & -6 & 4 & -12 \\ -3 & -6 & -9 & 6 & -18 \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & 0 & -54 & 36 & -18 \\ 0 & 0 & -8 & 1 & 6 \end{array} \right) \begin{array}{l} -36 \\ -216 \end{array} \Leftrightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & 0 & 234 & 0 & -234 \\ 0 & 0 & -54 & 36 & -18 \end{array} \right)$$

$$234z = -234$$

$$z = \frac{-234}{234} = -1$$

$$-54(-1) + 36t = -18$$

$$36t = -18 - 54 = -72$$

$$t = \frac{-72}{36} = -2$$

$$-4y - 10 \cdot (-1) + 8 \cdot (-2) = -14$$

$$-4y = -14 + 6 = -8$$

$$y = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$1x + 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 2 \cdot (-2) = 6$$

$$x = 6 - 5 = 1$$

Ответ:  $x = 1$ ;  $y = 2$ ;  $z = -1$ ;  $t = -2$ .

**Задача 4.** Исследовать функцию  $y(x) = x^3/3 - x + 3$  и построить график.

1) Область определения:  $x \in (-\infty, +\infty)$

2) Найдем производную  $y'$

$$y' = \left(\frac{1}{3} \cdot x^3 - x + 3\right)' = \frac{1}{3} \cdot (x^3)' - (x)' + (3)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 1 = x^2 - 1$$

$$y' = 0 \quad x^2 - 1 = 0 \quad (x-1) \cdot (x+1) = 0 \quad x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

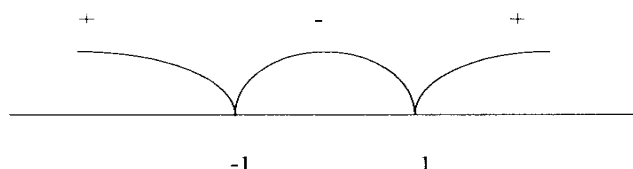


Рис. 1

$$y_{\max} = y(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - (-1) + 3 = -\frac{1}{3} + 1 + 3 = 4 - \frac{1}{3} = 3 \frac{2}{3}$$

$$y_{\min} = y(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^3 - 1 + 3 = \frac{1}{3} + 2 = 2 \frac{2}{3}$$

3) Найдем точки пересечения с осями координат

$x=0$ , тогда  $y=3$

$y=0$ , тогда  $\frac{1}{3} \cdot x^3 - x + 3 = 0 \quad x \approx 2,55415$

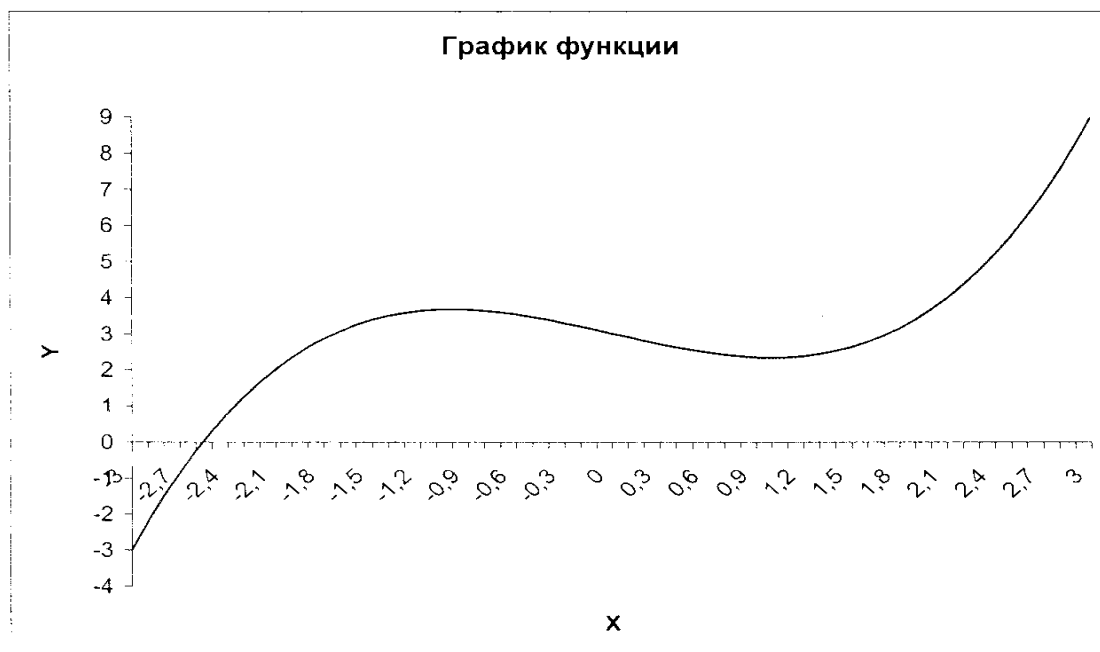


Рис. 2

**Задача 5.** Найти производные первого и второго порядков функции:

$$y = x^3 \cdot \cos 2x.$$

*Решение:*

$$\begin{aligned} y' &= (x^3 \cdot \cos 2x)' = (x^3)' \cdot \cos 2x + x^3 \cdot (\cos 2x)' = 3x^2 \cdot \cos 2x - x^3 \sin 2x \cdot (2x)' = \\ &= 3x^2 \cos 2x - 2x^3 \sin 2x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y'' &= (y')' = (3x^2 \cos 2x - 2x^3 \sin 2x)' = 3(x^2)' \cos 2x + 3x^2 (\cos 2x)' - 2(x^3)' \sin 2x - \\ &- 2x^3 (\sin 2x)' = (6x - 4x^3) \cos 2x - 12x^2 \sin 2x. \end{aligned}$$

**Задача 6.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 11}{2x^3 + 2x - 5};$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x};$

*Решение:*

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 11}{2x^3 + 2x - 5}$

Выражение, стоящее под знаком предела при  $x \rightarrow \infty$ , есть неопределенность  $\frac{\infty}{\infty}$ . Для вычисления данного предела разделим числитель и знаменатель

на переменную в наибольшей степени, которая содержится в дроби, то есть

на  $x^3$ , тогда  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 11}{2x^3 + 2x - 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - \frac{4}{x} + \frac{11}{x^3}}{2 + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x^3}} = \frac{8}{2} = 4.$

Пределы остальных слагаемых в числителе и знаменателе равны нулю.

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}.$

Выражение, стоящее под знаком предела при  $x=0$ , есть неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ , для раскрытия неопределенного выражения умножим числитель и знаменатель на число, сопряженное знаменателю, то есть на  $\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$ , тогда

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x(\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x})}{(\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x})(\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x(\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x})}{2x} = 3\sqrt{5}.$$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}.$

Для вычисления предела заменим  $\cos x$  и  $\sin x$  по формулам;

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}; \sin x = 2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}, \text{ тогда}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}}{x - 2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2x \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{1}{2}.$$

В последнем выражении мы воспользовались формулой первого замечательного предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

**Задача 7.** Студент положил в банк 1500 долларов, банк выплачивает 8% годовых. Какой будет сумма вклада через 2,5 года? Выгоднее ли студенту, если банк начисление процентов производит ежемесячно?

*Решение:*

Начисление по формуле сложных процентов производят по формуле  $A_n = A_0(1+i/100)^n$ , где  $A_0$  – первоначальная сумма вклада,  $i$  – годовая процентная ставка,  $n$  – период начисления.

$$A_{2,5} = 1500 (1 + 0,08)^{2,5} = 1818,24 \text{ долларов.}$$

Если же начисляются проценты ежемесячно, а 2,5 года составят 30 месяцев, то  $A_{30} = 1500 (1 + 0,08/12)^{30} = 1830,89$  долларов.

Таким образом, студенту выгоднее, если банк начисляет проценты ежемесячно.



**Задача 8.** Объем сбыта продукции фирмы  $x$  зависит от назначаемой цены  $y$  по формуле:  $x(y) = 28 - y$ . Зависимость издержек от объема выпуска дается формулой  $C(x) = x^3/3 - 5x^2 + 37x + 15$ . Найти оптимальный объем производства и максимальную величину прибыли.

*Решение:*

Если  $y$  – цена продукции, а  $x$  – объём сбыта, то выручка  $R$  будет произведением  $x$  на  $y$ , то есть  $R = xy$ . Из условия задачи  $y = 28 - x$ , поэтому  $R = (28 - x)x = 28x - x^2$ . Вычислим прибыль фирмы  $\Pi = R - C(x) = 28x - x^2 - (x^3/3 - 5x^2 + 37x + 15) = x^3/3 - 4x^2 - 9x - 15$ . Максимизируем прибыль: найдем производную  $\Pi' = x^2 - 8x - 9$ . Приравняем её к нулю, получим квадратное уравнение  $x^2 - 8x - 9 = 0$ , корни которого  $x_1 = 9$  и  $x_2 = -1$ . Второй корень не удовлетворяет условию задачи, а первый корень  $x = 9$  есть точка максимума функции прибыли  $R$ , так как производная  $\Pi'$  меняет свой знак при «переходе» через эту точку с «+» на «-». Итак, если объём продукции фирмы будет 9 условных единиц, то прибыль будет наибольшей.  $\Pi_{\max} = \Pi(9) = 9^3/3 - 4 \cdot 9 - 9 \cdot 9 - 15 = 111$  (ден. ед.).

## Библиографический список

1. Высшая математика для экономистов : учебник для студ. вузов по экономическим специальностям / под ред. Н. Ш. Кремера. – 3-е изд. – М. : Юнити, 2010. – 479 с. – (Золотой фонд российских учебников). – ISBN 978-5-2380-0991-9.

2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие : в 2 ч. / П. Е. Данко. – 6-е изд. – М. : Оникс, 2006. – Ч. 1. – 304 с. : ил. – (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации).

3. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие : в 2 ч. / П. Е. Данко. – 6-е изд. – М. : Оникс, 2006. – Ч. 2. – 416 с. : ил. – (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации).

4. Практикум по высшей математике для экономистов : учебное пособие / под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : ЮНИТИ, 2005. – 423 с. – (Доп. УМО).

5. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике : учебное пособие / В. С. Шипачев. – 4-е изд., стер. – М. : Высшая школа, 2004. – 304 с. : ил. – (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации).

Ведущий редактор  
**Е. В. Кондаева**

Старший корректор  
**Е. А. Феонова**

Ведущий инженер  
**Г. А. Чумак**

Подписано в печать 31.08.2012 г.  
Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. 1,6.  
Тираж 50 экз. Заказ 150/950.

**Издательство Орского гуманитарно-технологического института (филиала)  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»**

**462403, г. Орск Оренбургской обл., пр. Мира, 15 А**