

СОПРОТИВЛЕНИЕ ФИЛЬЕРЫ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Предложен способ учета сопротивления движению неньютоновской жидкости через каналы фильеры, состоящие из цилиндрической входной полости, конфузора и щелевой формующей полости.

В пищевой промышленности существуют технологии, требующие получения полуфабриката в виде тонкой ленты. Если реологические свойства полуфабриката позволяют экструдировать его при небольших давлениях, фильеру можно выполнять в свободной деформируемой упругой оболочке. Такие фильеры обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционными. Например, в них отсутствуют подвижные соединения, которые требуют герметизации, выходное отверстие фильеры может быть ориентировано под углом к оси матрицы, упрощена очистка фильеры.

Однако сложная форма полости фильеры и неньютоновские свойства реологической модели вызывают трудности аналитического определения сопротивления фильеры, необходимого для математического моделирования процесса экструдирования.

Фильеры, выполненные в упругой оболочке, могут использоваться для экструдирования высоковлажных материалов.

В связи с исследованием процесса экструдирования отходов пищевых производств, имеющих высокую влажность, нами предложен способ приближенной оценки сопротивления фильер сложной формы, который может быть использован для решения задач оптимизации экструдера и технологических режимов его работы.

Возможная конструкция такой фильеры показана на рисунке 1.

Упругая оболочка позволяет плавно изменять поперечное сечение канала с круглого на щелевое. При этом достигается простота и удобство регулирования высоты h_{ϕ} формующей щели. Возможно также плавное изменение направления канала за счет изгиба оболочки. Направляя канал вниз, можно добиться необходимого качества вырабатываемого полуфабриката за счет однородного напряженного состояния в экструдированном материале.

Для упрощения описания процесса течения через канал переменной формы и сечения заменим этот канал расчетной схемой, представляющей собой систему из двух каналов: цилиндрического и плоской щели, как показано на рисунке 2.

Предположим, что реологическая модель экструдированного материала описывается уравнением Оствальда - де Вилля, связывающим напряжение сдвига ϕ со скоростью сдвига $\dot{\gamma}$,

$$\phi = \mu' \dot{\gamma}^n, \quad (1)$$

где μ' – коэффициент консистенции материала; n – индекс течения, характеризующий отклонение свойств данного материала от свойств ньютоновской жидкости.

Объемный расход экструдированного материала через цилиндрический канал Q_{ϕ} связан

с градиентом давления в канале $\frac{d\sigma}{dz}$ известным уравнением Рабиновича - Муни [1]

$$Q_{\phi} = \left(\frac{1}{2\mu'} \right)^m \left| \frac{d\sigma}{dz} \right|^m \frac{\pi R^{m+3}}{m+3},$$

где $m = \frac{1}{n}$; R – радиус канала фильеры.

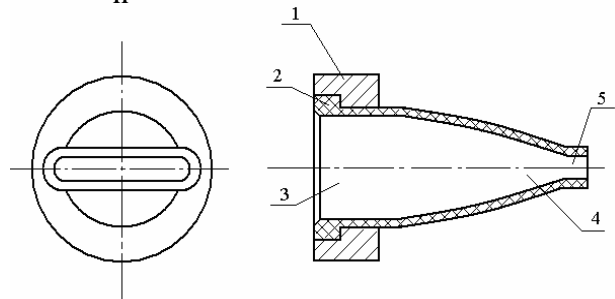


Рисунок 1. Схема фильеры переменного профиля сечения:

1 – матрица; 2 – упругая оболочка фильеры; 3 – цилиндрический канал; 4 – конфузур; 5 – плоская щель.

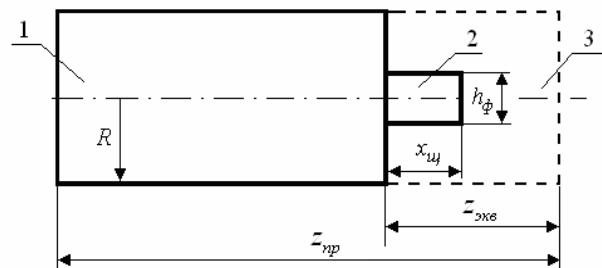


Рисунок 2. Расчетная схема фильеры переменного профиля сечения:

1 – участок цилиндрического канала, эквивалентный цилиндрическому каналу с конфузуром; 2 – плоская щель; 3 – участок цилиндрического канала, эквивалентный плоской щели.

Предположив постоянство градиента давления в цилиндрическом канале, можно записать

$$\left| \frac{d\sigma}{dz} \right| = \frac{\Delta\sigma}{z_{ц}},$$

где $\Delta\sigma$ – перепад давления в цилиндрическом канале фильеры;

$z_{ц}$ – осевая протяженность цилиндрического канала.

Под осевой протяженностью $z_{ц}$ канала, изображенного на рисунке 1, будем понимать общую протяженность канала, имеющего круглое сечение, и протяженность конфузора.

Введя относительную длину цилиндрического канала

$$\lambda = \frac{z_{ц}}{R}$$

и считая ее приведенной относительной длиной для учета влияния местных сопротивлений, вызванных отклонением истинной формы канала от цилиндрической, запишем

$$Q_{\phi} = \left(\frac{\Delta\sigma}{2\mu'} \right)^m \frac{\pi R^3}{\lambda_{\pi\pi}^m (m+3)}. \tag{2}$$

Поскольку обычно m значительно больше единицы, оценивать отклонение формы канала от цилиндрической удобнее коэффициентом отклонения формы

$$c_{\phi} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\pi\pi}} \right)^m.$$

Тогда формула (2) примет вид

$$Q_{\phi} = \left(\frac{1}{2\mu'} \frac{\Delta\sigma}{z_{ц}} \right)^m \frac{c_{\phi} \pi R^{m+3}}{m+3}. \tag{3}$$

Коэффициент c_{ϕ} требует экспериментального определения. Будем определять его в виде

$$c_{\phi} = f \left[\frac{b_{\phi}}{R}; \left(\frac{h_{\phi}}{R} \right)^{m+2}; \frac{1}{m} \right].$$

Формующий участок фильеры выполнен в виде плоской щели, ширина которой намного больше высоты. Поэтому влиянием боковых стенок можно пренебречь и рассматривать движение экструдата как течение между параллельными пластинами. Решение такой задачи совпадает с полученным ранее [2] решением для компрессионного затвора и зазора утечек шнекового прессующего механизма.

Рассмотрим модель плоской щели, представленную на рисунке 3 в системе прямоугольных координат $Oxuz$.

В этой механической модели обе пластины, находящиеся на расстоянии высоты щели фильеры h_{ϕ} , неподвижны. В силу симметрии картины течения распределение касательных напряжений Φ_{xy} в канале фильеры симметрично относительно срединной плоскости, поэтому

$$y_0 = \frac{h_{\phi}}{2}.$$

Тогда уравнение движения можно записать в виде

$$\phi \frac{d\sigma}{dx} \left| y - \frac{h_{\phi}}{2} \right|. \tag{4}$$

Уравнение (4) с учетом (1) для области, где $y \leq \frac{h_{\phi}}{2}$, можно представить в виде

$$\frac{dv_1}{dy} = \left[\frac{1}{\mu'} \left| \frac{d\sigma}{dx} \left(\frac{h_{\phi}}{2} - y \right) \right| \right]^m. \tag{5}$$

Аналогично для области, где $y \geq \frac{h_{\phi}}{2}$, запишем

$$\frac{dv_2}{dy} = \left[\frac{1}{\mu'} \left| \frac{d\sigma}{dx} \left(y - \frac{h_{\phi}}{2} \right) \right| \right]^m. \tag{6}$$

Проинтегрировав уравнения (5) и (6), получим, приняв на пластинах условия прилипания материала к пластине

$$v_1 = \frac{1}{m+1} \left[\frac{1}{\mu'} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right| \right]^m \left[\left(\frac{h_{\phi}}{2} \right)^{m+1} - \left(\frac{h_{\phi}}{2} - y \right)^{m+1} \right],$$

$$v_2 = \frac{1}{m+1} \left[\frac{1}{\mu'} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right| \right]^m \left[\left(\frac{h_{\phi}}{2} \right)^{m+1} - \left(y - \frac{h_{\phi}}{2} \right)^{m+1} \right].$$

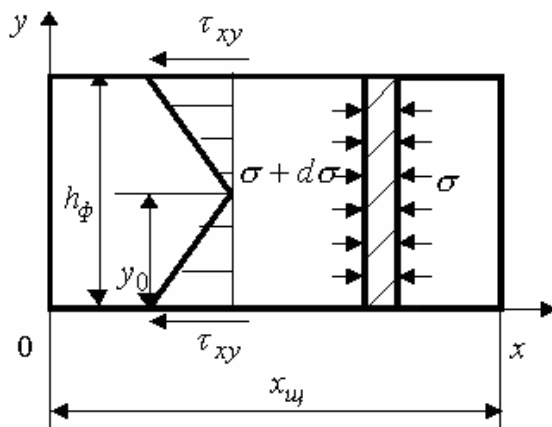


Рисунок 3. Схема модели плоской щели.

Объемный расход материала на единичной ширине плоской щели определим интегрированием скорости материала по высоте щели

$$Q = \int_0^{\frac{h_\phi}{2}} v_1 dy + \int_{\frac{h_\phi}{2}}^{h_\phi} v_2 dy = \frac{2}{m+2} \left| \frac{d\sigma}{\mu' dx} \right|^m \left(\frac{h_\phi}{2} \right)^{m+2}. \quad (7)$$

Предположив постоянство градиента давления в плоской щели, можно записать

$$\left| \frac{d\sigma}{dx} \right| = \frac{\sigma_{щ}}{x_{щ}},$$

где $\sigma_{щ}$ – перепад давления в плоской щели;

$x_{щ}$ – осевая протяженность щели.

Объемная производительность материала, экструдированного через щель шириной b_ϕ , составит

$$Q_\phi = \frac{2b_\phi}{m+2} \left[\frac{1}{\mu' x_{щ}} \sigma_{щ} \right]^m \left(\frac{h_\phi}{2} \right)^{m+2}. \quad (8)$$

Учитывая, что полное сопротивление системы каналов $\sigma_\phi = \Delta\sigma + \sigma_{щ}$, используя выражения (3) и (8), получим после преобразований

$$Q_\phi = \left(\frac{1}{2\mu' z_{\pi\pi}} \sigma_\phi \right)^m \frac{\pi R^{m+3}}{m+3}, \quad (9)$$

где

$$z_{\pi\pi} = \frac{x_{щ}}{c_{щ}^n} + \frac{z_{ц}}{c_\phi^n}. \quad (10)$$

Формула (9) может быть использована для приближенного определения объемного расхода через фильеру сложной формы.

Анализируя выражение приведенной длины фильеры (10), можно получить выражение для $c_{щ}$ – коэффициента приведения осевой длины плоской щели к длине цилиндрического канала радиуса R , создающего такое же сопротивление, как данная плоская щель

$$c_{щ} = \frac{1}{2\pi} \frac{m+3}{m+2} \frac{b_\phi}{R} \left(\frac{h_\phi}{R} \right)^{m+2}.$$

На рисунке 2 пунктиром показан участок цилиндрического канала, эквивалентный по сопротивлению плоской щели, причем

$$z_{\text{экв}} = \frac{x_{щ}}{c_{щ}^n}.$$

Величина эквивалентной длины цилиндрического канала может быть использована для анализа влияния сопротивления плоской щели на общее сопротивление фильеры.

Таким образом, для определения сопротивления фильер сложной формы, представляющих собой каналы с плавным переходом от круглой формы поперечного сечения к плоской щели, достаточно использовать приведенную длину цилиндрического канала радиуса R , вычисленную по зависимости (10).

Список использованной литературы:

1. Мак-Келви Д.М. Переработка полимеров. М.: Химия, 1965. – 442 с.
2. Полищук В.Ю., Коротков В.Г., Зубкова Т.М. Проектирование экструдеров для отраслей АПК. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 201 с.