

ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Манакова О.С.

Бузулукский гуманитарно – технологический институт
(филиал) ГОУ ОГУ, г. Бузулук

Начиная с 2009 по 2014 учебный год на кафедре общей инженерии Бузулукского гуманитарно-технологического института был введен штамп времени, позволяющий учитывать фактическое время, затраченное студентом при выполнении расчетно-графического задания. При завершении учебного года или курса эти данные собираются и обрабатываются методами математической статистики и теории вероятностей. Ниже описывается методика обработки данных, приведены полученные результаты и проведен расчет учебного процесса по теоретической механике.

Методика обработки данных. Данные, т. е. время, затраченное студентами для выполнения расчетно-графических заданий, в том виде, как они занесены в штамп времени, представляют собой обычно очень большое количество самых разнообразных чисел, которые не могут считаться достоверными на 100%. Эти данные зависят от подготовленности, способностей и других качеств студента. Поэтому эти данные могут быть приняты как случайные величины и к ним можно применить при обработке методы математической статистики и теории вероятностей. Чтобы исследование этих данных сделать возможным, необходимо прежде всего, не изменяя самого существа данных, ввести в них некоторый порядок и придать им вид, удобный для обозрения. Такое упорядочение данных и приведение их к легко обозримому виду достигается сводкой данных. При сводке данных значения затраченного времени объединяем в разряды и подсчитываем, сколько раз встречались значения в каждом разряде. После этого вместо многочисленных отдельных записей получается определенный порядок статистических чисел.

Каждый разряд определяем своими пределами: низшим и высшим.

Установление разрядов сводится к решению вопросов о числе разрядов, величине и положении их. Число разрядов K обычно принимается равным 12, причем допускается отклонение от этого числа на 2-3 единицы в ту и другую сторону.

Для определения величины разрядов C непосредственно просмотрим данные и найдем наибольшее - x_{\max} и наименьшее - x_{\min} , а разность между этими значениями разделим на указанное число разрядов:

$$C = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{12}$$

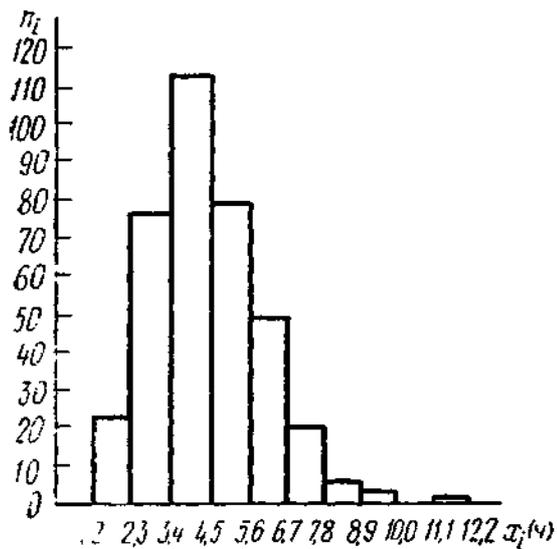


Рис. 1

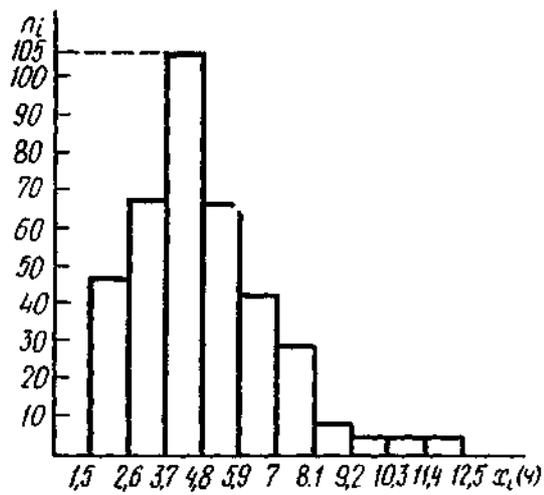


Рис. 2

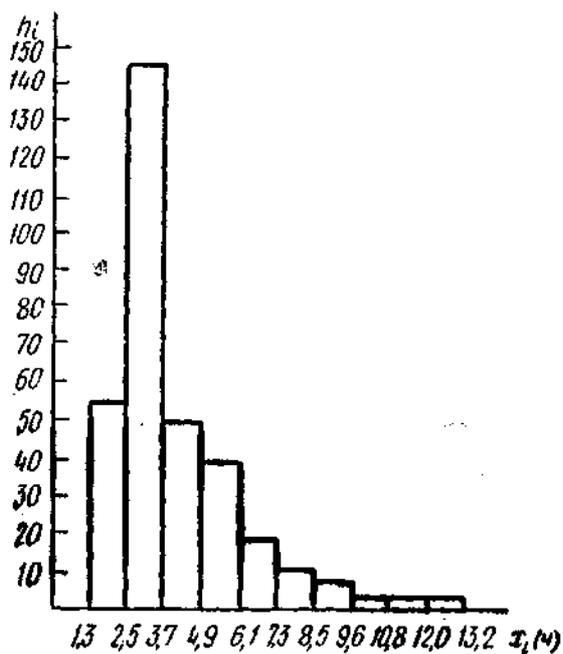


Рис. 3

За величину разряда примем некоторое удобное число, ближайшее к полученному частному. Положение разрядов выберем так, чтобы среднее из имеющихся значений изучаемой величины лежало по возможности ближе к середине начального разряда. Среднее значение находится путем деления суммы имеющихся значений на их число или оно может быть найдено

приблизенно при помощи таблицы достаточно больших чисел. Таким образом, установлены число, величина и положение разрядов. Теперь можно перейти к составлению рядов и таблиц распределения. Составим, например, ряд распределения затраты времени на выполнение расчетно-графических заданий по теоретической механике типа Д-3, Д-9, Д-20 [1] на основании статистических данных, взятых из штампов времени. Ряд распределений строим способом прямоугольников (рис. 1-3).

При выполнении чертежа по способу прямоугольников горизонтальная ось разбита на равные отрезки, соответствующие разрядам. На отрезках как на основаниях строим прямоугольники с высотой, пропорциональной частоте данного разряда.

Вычисляем параметры рядов распределений. Любое значение искомого параметра, вычисленное на основе ограниченного числа значений (от 30 до 400), всегда будет содержать элемент случайности. Такое приближенное случайное значение будем называть оценкой параметра. Примером для таких оценок может служить среднее арифметическое значение случайной величины для математического ожидания. При очень большом числе значений среднее арифметическое будет с большой вероятностью весьма близко к математическому ожиданию. Если число n невелико, то замена математического ожидания средним арифметическим приводит к какой-то ошибке. Эта ошибка в среднем тем больше, чем меньше число случайных величин. Любая из таких оценок будет случайной. При использовании этих оценок неизбежна ошибка. Желательно выбрать такую оценку, чтобы эти ошибки были по возможности минимальными. Для оценки этих параметров вычислим оценку математического ожидания (m) и дисперсии (D):

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{372} x_i}{372} = 4,15 \quad (1)$$

$$D = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - m^2 \right) \frac{n}{n-1} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{372} x_i^2}{372} - 4,15^2 \right) 1,01 = 3,3 \quad (2)$$

где x_i - затрата времени ($i = 1, 2, \dots$); n — количество данных.

Таким образом вычислены оценки для математического ожидания и дисперсии затрат времени для всех заданий.

Чтобы дать представление о точности и надежности порученных оценок, в статистике, как известно [4], пользуются доверительными границами. Найдем доверительные границы для среднего значения (оценка для математического ожидания). Пусть $P = 0,05$ (вероятность ошибок). Отклонение среднего значения частичной совокупности от среднего значения нормальной общей совокупности обозначим через t :

$$t = \frac{m - \bar{x}}{D} \sqrt{n} \quad (3)$$

где \bar{x} - среднее значение.

Распределение статистики t имеет вид [4]

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi v} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} \quad (4)$$

где v - число степеней свободы и $v = n - 1$,

Табличное значение $t_{0,05}$ при числе степеней свободы n равно [5]

$$P\{|t| \geq t_{0,05}\} = 0,05$$

т. е. вероятность того, что абсолютное значение наблюдаемой величину t будет больше табличного $t_{0,05}$, равна 0,05.

Следовательно, вероятность противоположного неравенства будет равна

$$P\{|t| < t_{0,05}\} = 0,95 \quad (5)$$

Это равносильно неравенствам

$$-t_{0,05} < t < t_{0,05}$$

Подставляя сюда значение t из (3), находим

$$-t_{0,05} < \frac{m - \bar{x}}{D} \sqrt{n} < t_{0,05}$$

откуда

$$m - t_{0,05} \frac{D}{\sqrt{n}} < \bar{x} < m + t_{0,05} \frac{D}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

Таким образом, с вероятностью 0,95 мы можем утверждать, что среднее значение лежит между следующими начальным и конечным числами:

$$m - t_{0,05} \frac{D}{\sqrt{n}} \quad \text{и} \quad m + t_{0,05} \frac{D}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

Значения $m \pm t_{0,05} D/\sqrt{n}$ являются доверительными границами для среднего значения.

С помощью формул (3), (6) и (7) и табличных данных [5] вычислены доверительные границы для среднего значения данных затраты времени: $t_{0,05} = 1,96$ при $n = 372$; $3,82 < \bar{x} < 4,48$. Таким образом, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что среднее значение затраты времени на выполнение одного расчетно-графического задания по теоретической механике (раздел «Динамика») лежит между границами: $4,15 - 0,33 = 3,82$ (ч); $4,15 + 0,33 = 4,48$ (ч).

По изложенной методике нами ежегодно обрабатываются затраты времени студентами на выполнение расчетно-графических заданий по разделам «Статика», «Кинематика», «Динамика». Полученные результаты сведены в табл. 1.

Таблица 1

Затраты времени студентами на выполнение курсовых работ по теоретической механике (t_c)

Наименование раздела	Среднее время	Доверительные границы
Статика	3 ч 5 мин	2 ч 45 мин - 3 ч 25 мин
Кинематика	4 ч 30 мин	4 ч 8 мин - 4 ч 52 мин
Динамика	4 ч 10 мин	3 ч 52 мин - 4 ч 28 мин

Расчет числа заданий для различных специальностей. Студенты технических вузов имеют 27 часов аудиторных занятий в неделю (по расписанию), на самостоятельную подготовку отводится половина аудиторного времени, или 13 часов в неделю. В нашем вузе на самостоятельную работу отводится 23 часа в неделю. Таким образом, 10 часов выделяется еженедельно на выполнение расчетно-графических заданий и прочих работ сверх подготовки к аудиторным занятиям ($23-13$ ч = 10 ч). Это время выделяется на все предметы, изучаемые студентами данной специальности в данном семестре.

По учебным планам любой специальности легко установить недельную аудиторную нагрузку студентов и из расчета 10 часов на всю самостоятельную работу вычислить долю, приходящуюся на теоретическую механику, по формуле

$$\eta_{Т.М} = \frac{10t_{Т.М}}{a}$$

где $t_{Т.М}$ - аудиторное время, выделенное на теоретическую механику для данной специальности в данном семестре в неделю (берется из учебных планов); a - полная недельная (аудиторная) нагрузка студентов данной специальности в данный семестр всеми предметами (берется из учебных планов).

Определив долю $\eta_{т.м.}$ в одну неделю, можно определить время на самостоятельную работу над расчетно-графическими заданиями в данном семестре:

$$T_{т.м} = n \eta_{т.м}$$

где n - число недель в данном семестре.

Зная время на выполнение всех заданий $T_{т.м}$ за весь семестр и время выполнения одного задания из штампов времени, обработанных по указанной методике, определим число заданий, которое можно предложить студентам данной специальности в данном семестре, по формуле

$$N = \frac{T_{т.м}}{t_c}$$

где t_c - среднестатистическое время выполнения расчетно-графического задания по данному разделу теоретической механики.

Окончательная формула для подсчета числа расчетно-графических заданий будет

$$N = \frac{10nt_{т.м}}{at_c} \quad (8)$$

где n - 17 недель (количество недель в семестре); t_c - время выполнения одного задания студентами (среднее); a - загрузка студентов в неделю по всем предметам, изучаемым на данном курсе в данном семестре (по учебным планам данной специальности); $t_{т.м}$ - недельная загрузка по теоретической механике студентов данной специальности на данном) курсе (по учебным планам) в данном семестре.

Для различных специальностей нашего института по формуле (8) определены объемы расчетно-графических работ по теоретической механике [1] и результаты сведены в табл. 2.

Таблица 2 - Число заданий по теоретической механике для специальностей Бузулукского гуманитарно-технологического института

Номер и название специальности	Число часов по уч. плану	Число заданий	
		Во втором семестре	В третьем семестре
23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»	144	7 (статика, кинематика, динамика)	-
08.03.01 «Строительство»	216	7 (статика, кинематика)	7 (кинематика, динамика)
270800.62 «Строительство»	180	5(статика, кинематика)	5(кинематика, динамика)

Таким образом, нами установлены статистические нормы времени на каждое задание по всем разделам теоретической механики. На основании полученных норм времени и исходя из учебных планов определено количество расчетно-графических заданий по специальностям. Полученные данные дают возможность заранее определить загруженность студентов самостоятельной работой на семестр, учебный год.

Список литературы

- 1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. проф. А. А. Яблонского. М., 2012.*
- 2. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М., 2002.*
- 3. Дунин-Барковский И. В. и Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М., 2005.*
- 4. Смирнов Н. В. и Дунин-Барковский И. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М., 2001.*
Митропольский А. Н. Техника статистических вычислений. М, 2001