

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра машин и аппаратов химических и пищевых производств

А.Н. Холодилин

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование

Оренбург
2019

УДК 664(075.8)
ББК 36.81 - я73
Х 73

Рецензен -доктор технических наук, профессор П.В. Медведев

Х 73 **Холодили́н, А.Н.**
Основы теории моделирования: методические указания /
А.Н. Холодили́н; Оренбургский гос. ун – т. – Оренбург:
ОГУ, 2019. – 42 с.

Методические указания, содержит 3 раздела, в которых, представлены основные единицы измерения и их производные, метод анализа размерности в моделировании технологических процессов и теоретические основы математического моделирования процессов пищевых производств.

Методические указания предназначены для выполнения практических занятий и курсовых работ по дисциплине «Процессы и аппараты пищевых производств» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование.

УДК 664(075.8)
ББК 36.81 - я73

© Холодили́н А.Н., 2019
© ОГУ, 2019

Содержание

Введение.....	4
1 Основные единицы измерения и их производные.....	5
1.1 Соотношения между некоторыми физическими величинами	6
2 Метод анализа размерностей	7
2.1 Основы метода анализа размерностей.....	7
2.2 Метод анализа размерностей в моделировании процесса экструдирования	8
3 Математическое моделирование процесса относительного движения частицы.....	13
3.1 Основные понятия и расчетные формулы.....	13
3.2 Движение и траектория частицы.....	14
3.3 Ускорение Кориолиса.....	17
3.4 Вращение материальной частицы вокруг неподвижной оси	19
3.5 Моделирование процесса движения частицы в поле	21
центробежных сил.....	21
3.6 Контрольные задания по математическому моделированию	30
Список использованных источников	41

Введение

Методические указания написаны в дополнение к курсу лекций по процессам и аппаратам пищевых производств, содержат 3 раздела.

В первом разделе, приведены единицы измерения основных физических величин и их производных, формулы для расчета физических параметров сырья, полупродуктов и продуктов.

Во втором – метод анализа размерностей физических величин и геометрических параметров в моделировании технологических процессов.

В третьем - представлены основные понятия и расчетные формулы, необходимые для развития навыков математического моделирования процессов перемещения частиц, по различным рабочим органам машин, рассмотрен пример и дан примерный перечень заданий для проведения практических занятий и выполнения курсовых работ по курсу «Процессы и аппараты пищевых производств».

1 Основные единицы измерения и их производные

Для всех областей науки и техники, начиная с 1980 г., принята Международная система единиц измерения СИ. В этой системе, в качестве основных единиц измерения используют:

- единицу длины-метр (м);
- единицу массы-килограмм (кг);
- единицу времени-секунда (с);
- единицу термодинамической температуры-градус Кельвина (К).

Введение данной системы позволило, устраняет путаницу в единицах измерения массы, (кг) и силы, которая измеряется в ньютонах ($N = кг \cdot м / с^2$). Кроме того, получили более точное выражение производные величины, такие как: давление, плотность, удельный вес, динамическая, кинематическая вязкость и другие величины, в которые входят основные единицы измерения.

Давление и механическое напряжение измеряются в Паскалях (Па), плотность ρ - в $кг/м^3$. Так как $1 Па = 1 Н/м^2$ как единица измерения численно очень мала, рекомендуют в расчетах применять ее кратные единицы: килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа).

В СИ отсутствует в качестве физической величины удельный вес с размерностью $кг/м^3$ как равноценный плотности. Понятие удельного веса с размерностью $Н/м^3$ не является справочной величиной и зависит от ускорения силы тяжести в точке измерения; в необходимых случаях удельный вес выражают через плотность как $\gamma = \rho \cdot g$.

Динамическая вязкость в системе СИ измеряется в паскаль- секундах ($Па \cdot с$); $1 Па \cdot с = 1 Н \cdot с / м^2$. Так как эта единица значительна по своей величине, для выражения динамической вязкости рекомендуют применять ее дольную единицу - миллипаскаль-секунду ($мПа \cdot с$).

В отличие от других систем единиц измерения, в системе СИ в качестве единицы работы, любого вида энергии и количества теплоты принята универсальная единица - джоуль (Дж), а универсальной единицей мощности является ватт (Вт).

1.1 Соотношения между некоторыми физическими величинами

Размерность коэффициента динамической вязкости в системе СИ установим из уравнения Ньютона, согласно которому сила трения P (Н), действующая между параллельно движущимися слоями жидкости или газа.

$$P = \mu \cdot F \cdot \omega / l, \quad (1.1)$$

где μ - коэффициент динамической вязкости, $Па \cdot с$;

F – площадь трения, $м^2$;

ω / l - градиент скорости $с^{-1}$.

Тогда размерность, коэффициента динамической вязкости

$$[\mu] = [P \cdot l / (F \cdot \omega)] = [Н \cdot м \cdot с / (м^2 \cdot м)] = [Па \cdot с].$$

В системе единиц СГС за единицу вязкости принят пуаз (П), равный $1г / (см \cdot с)$.

В системе единиц МКХСС размерность динамической вязкости

$$[\mu] = [кгс / (м^2 \cdot м / с \cdot м)] = [кгс \cdot с / м^2],$$

$1кгс \cdot с / м^2$ - называют технической единицей вязкости.

Соотношения между единицами измерения динамической вязкости в системах СИ и СГС выразятся следующим образом:

$$\begin{aligned} 1Па \cdot с &= 1Н \cdot с / м^2 = 1кг \cdot м \cdot с / (м^2 \cdot с) = 1кг / (м \cdot с) = \\ &= 1000г / 1000см \cdot с = 10г / (см \cdot с) = 10П = 1000сП; \end{aligned}$$

$$1\text{сП} = 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с} = 1\text{мПа} \cdot \text{с}.$$

С учетом единицы измерения ньютона, размерность коэффициента динамической вязкости можно выразить следующим образом

$$[\mu] = [H \cdot c / m^2] = [кг \cdot м \cdot с / (м^2 \cdot с^2)] = [кг / (м \cdot с)].$$

Размерность коэффициента кинематической вязкости ν найдем из соотношения

$$\nu = \mu / \rho; \quad (1.2)$$

$$[\nu] = [\mu / \rho] = [H \cdot c \cdot м^3 / (м^2 \cdot кг)] = [кг \cdot м \cdot с \cdot м^3 / (с^2 \cdot м^2 \cdot кг)] = [м^2 / с].$$

Такую же размерность кинематическая вязкость ν имеет в системе единиц МКГСС

$$[\nu] = [(кгс \cdot с / м^2) / (кгс \cdot с^2 / м^4)] = [м^2 / с].$$

Единицей кинематической вязкости в системе СГС является стокс (Ст),
 $1 \text{ Ст} = 1 \text{ см}^2/\text{с}.$

2 Метод анализа размерностей

2.1 Основы метода анализа размерностей

В основе метода анализа размерностей [1] лежит профессиональное знание рассматриваемого технологического процесса, интуиция и тщательный анализ всех факторов влияющих на основные технологические показатели процесса.

Установив все факторы, влияющие на процесс, составляют функциональную зависимость между физическими величинами и геометрическими параметрами. Функциональную зависимость представляют в виде степенного многочлена и проводят анализ размерностей всех этих параметров.

Проведя элементарные преобразования, комбинируя размерные величины основных параметров, получают уравнения, состоящие из безразмерных комплексов величин, называемых критериями подобия.

На основании многочисленных экспериментальных данных, определяют значения постоянных множителей и показателей степени.

2.2 Метод анализа размерностей в моделировании процесса экструдирования

Процесс прессования вязких сред, в шнековых прессах, зависит от такого числа различных факторов, что, практически невозможно составить математическую модель, полностью описывающую процесс. Поэтому, все существующие модели [2,3,4] составлены с различными допущениями, влияющими на достоверность полученных результатов.

Для определения взаимосвязи между геометрическими, кинематическими параметрами пресса и физико-механическими свойствами продукта, влияющими на процесс, воспользуемся методом анализа размерностей [1].

В качестве основных параметров, характеризующих эффективность работы шнекового пресса, принимаем:

- Q – производительность шнекового пресса кг/с;
- N – потребляемая мощность Вт;
- P – давление создаваемое в прессе Па .

Рассмотрим факторы, влияющие на эффективность работы шнекового пресса. Это в первую очередь:

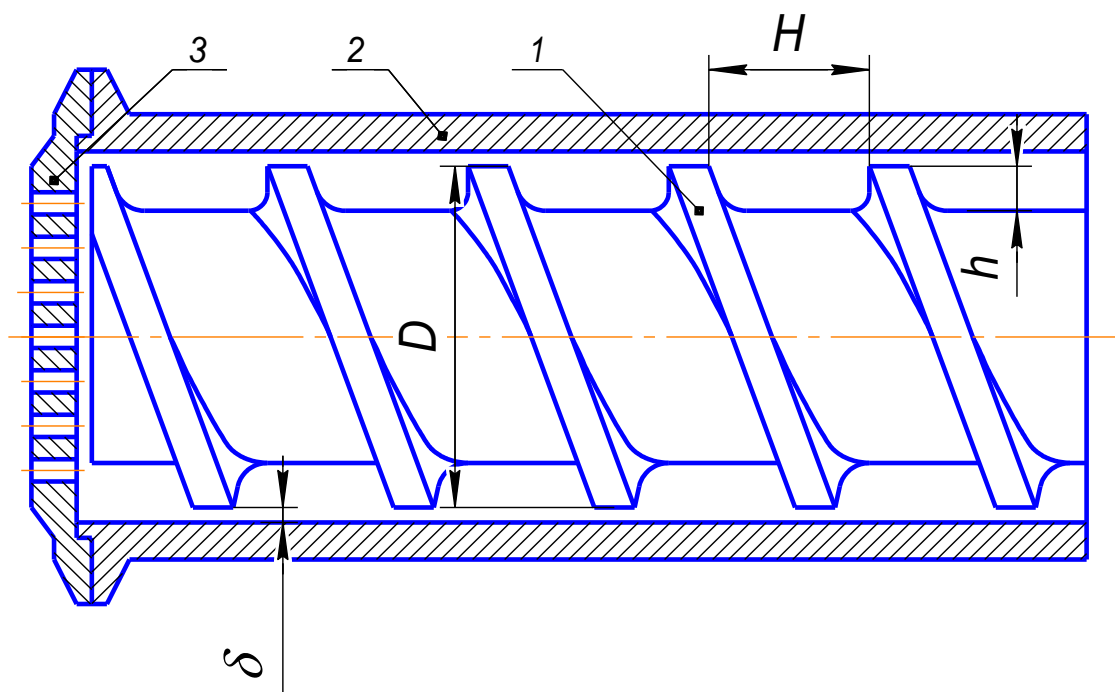
- его геометрические параметры – длина, шаг винтовой линии, угол подъема витка шнека, его толщина, глубина винтового канала, зазор между корпусом и шнеком;
- площадь живого сечения матрицы;
- кинематические параметры – частота вращения шнека;

- физико-механические свойства продукта – вязкость и плотность.

Так как геометрические параметры шнека, а именно – диаметр, шаг, угол подъема витка, его толщина и глубина винтового канала, могут быть переменными по его длине, воспользуемся понятием – длина винтовой линии, которую свяжем с глубиной винтового канала, что в свою очередь, позволит говорить об объеме продукта транспортируемого шнеком.

В соответствии с рисунком 1, введем следующие обозначения:

- D – наружный диаметр шнека, м;
- H – ширина винтового канала, м;
- h – глубина винтового канала, м;
- L – длина винтовой линии, м;
- δ – толщина кольцевого зазора между корпусом и шнеком, м;
- F – площадь живого сечения матрицы, м^2 ;
- n – частота вращения шнека, с^{-1} ;
- μ – вязкость продукта, Па с;
- ρ – плотность продукта, $\text{кг}/\text{м}^3$.



1 – шнек; 2 – корпус; 3 – матрица.

Рисунок 1.1 - Схема шнекового пресса

Произведение

$$H \cdot h \cdot L \cdot \rho = m, \quad (2.1)$$

где: m - масса продукта перемещаемого шнеком, кг.

Связь между основными параметрами и величинами существенными для рассматриваемого процесса, представим в виде функциональных зависимостей:

$$Q = f(\mu, m, n, F, D, \delta), \quad (2.2)$$

$$N = f(\mu, m, F, D, \delta), \quad (2.3)$$

$$P = f(\mu, m, n, F, D, \delta). \quad (2.4)$$

Представим функциональные зависимости в виде степенных многочленов,

$$Q = R \cdot \mu^a \cdot m^b \cdot n^e \cdot F^k \cdot D^f \cdot \delta^z, \quad (2.5)$$

$$N = W \cdot \mu^a \cdot m^b \cdot n^e \cdot F^k \cdot D^f \cdot \delta^z, \quad (2.6)$$

$$P = V \cdot \mu^a \cdot m^b \cdot n^e \cdot F^k \cdot D^f \cdot \delta^z, \quad (2.7)$$

где: R, W, V – постоянные множители.

Проведя анализ размерностей этих величин,

$$кг \cdot с^{-1} = R \cdot [кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-1}]^a \cdot [кг]^b \cdot [с^{-1}]^e \cdot [м^2]^k \cdot [м]^f \cdot [м]^z, \quad (2.8)$$

$$кг \cdot м^2 \cdot с^{-3} = W \cdot [кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-1}]^a \cdot [кг]^b \cdot [с^{-1}]^e \cdot [м^2]^k \cdot [м]^f \cdot [м]^z, \quad (2.9)$$

$$кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-2} = V \cdot [кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-1}]^a \cdot [кг]^b \cdot [с^{-1}]^e \cdot [м^2]^k \cdot [м]^f \cdot [м]^z, \quad (2.10)$$

получим:

$$кг \cdot с^{-1} = R \cdot кг^{a+b} \cdot м^{-a+2k+f+z} \cdot с^{-a-e}, \quad (2.11)$$

$$кг \cdot м^2 \cdot с^{-3} = W \cdot кг^{a+b} \cdot м^{-a+2k+f+z} \cdot с^{-a-e}, \quad (2.12)$$

$$кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-2} = V \cdot кг^{a+b} \cdot м^{-a+2k+f+z} \cdot с^{-a-e}. \quad (2.13)$$

Приравняв показатели степени, при одинаковых основных единицах измерения в уравнении (2.11), находим

$$\begin{aligned} 1 &= a + e \\ -1 &= -a - e \\ 0 &= -a + 2k + f + z \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} e &= 1 - a \\ e &= 1 - a \\ f &= a - 2k - z \end{aligned} \tag{2.14}$$

Подставив выражения (2.14) в (2.5) получим

$$Q = R \cdot \mu^a \cdot m^{1-a} \cdot n^{1-a} \cdot F^k \cdot D^{a-2k-z} \cdot \delta^z. \tag{2.15}$$

Приравняв показатели степени, при одинаковых основных единицах измерения в уравнении (2.12), находим

$$\begin{aligned} 1 &= a + e \\ -3 &= -a - e \\ 2 &= -a + 2k + f + z \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} e &= 1 - a \\ e &= 3 - a \\ f &= 2 + a - 2k - z \end{aligned} \tag{2.16}$$

Подставив (2.16) в (2.6) получим

$$N = W \cdot \mu^a \cdot m^{1-a} \cdot n^{3-a} \cdot F^k \cdot D^{2+a-2k-z} \cdot \delta^z. \tag{2.17}$$

Приравняв показатели степени, при одинаковых основных единицах измерения в уравнении (2.13), находим

$$\begin{aligned} 1 &= a + e \\ -2 &= -a - e \\ -1 &= -a + 2k + f + z \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}
e &= 1 - a \\
e &= 2 - a \\
f &= a - 2k - z - 1
\end{aligned}
\tag{2.18}$$

Подставив (2.18) в (2.7) получим

$$P = V \cdot \mu^a \cdot m^{1-a} \cdot n^{2-a} \cdot F^k \cdot D^{a-2k-1-z} \cdot \delta^z. \tag{2.19}$$

Проведя преобразования выражений (2.15; 2.17 и 2.19), составим критериальные уравнения

$$\frac{Q}{m \cdot n} = R \left(\frac{m \cdot n}{\mu \cdot D} \right)^{-a} \cdot \left(\frac{F}{D^2} \right)^k \cdot \left(\frac{\delta}{D} \right)^z, \tag{2.20}$$

$$\frac{N}{m \cdot n^3 \cdot D^2} = W \left(\frac{m \cdot n}{\mu \cdot D} \right)^{-a} \cdot \left(\frac{F}{D^2} \right)^k \cdot \left(\frac{\delta}{D} \right)^z, \tag{2.21}$$

$$\frac{P \cdot D}{m \cdot n^2} = V \left(\frac{m \cdot n}{\mu \cdot D} \right)^{-a} \cdot \left(\frac{F}{D^2} \right)^k \cdot \left(\frac{\delta}{D} \right)^z. \tag{2.22}$$

Определив, на основании экспериментальных данных, постоянные множители R,W,V и показатели степени, найдем значения определяемых критериев подобия и рассчитаем значения основных параметров процесса. Тогда, взаимосвязь между основными параметрами, может быть представлена в следующем виде

$$Q = Y \cdot \frac{N}{n^2 \cdot D^2} = U \cdot \frac{P \cdot D}{n}, \tag{2.23}$$

где Y,U – постоянные множители.

3 Математическое моделирование процесса относительного движения частицы

3.1 Основные понятия и расчетные формулы

Механическое движение тела это изменение его положения с течением времени по отношению к другим телам.

Допустим, что имеется две системы координат первая $X_1O_1Y_1$ - неподвижная и вторая XOY - подвижная, перемещающаяся относительно первой. Тогда движение тела (частицы) относительно подвижной системы координат называется относительным, движение вместе с этой системой координат – переносным, а движение относительно неподвижной системы координат – абсолютным.

Обеспечить механическое движение тела, можно приложив к нему силу, в результате которой тело приобретает ускорение. Сила является векторной величиной, определяющей меру механического воздействия и направление движения. Соответственно сила определяется тремя элементами: числовым значением, направлением и точкой приложения.

Согласно второму закону Ньютона, произведение массы тела на его ускорение равно равнодействующей всех действующих на него сил:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}, \quad (3.1)$$

где m – масса тела, кг;

a – ускорение тела, m / c^2 ;

F – равнодействующая сил, действующих на тело, Н.

Явление сопротивления относительному движению двух соприкасающихся тел называется внешним трением, трение между слоями частиц сыпучего материала или слоями жидкости, называется внутренним трением.

Сила трения при относительном движении пропорциональна нормальной реакции, направлена против относительной скорости, не зависит от давления и модуля относительной скорости:

$$F_{mp} = f \cdot N, \quad (3.2)$$

где f - безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом трения скольжения;

N - нормальная реакция опоры, возникающая на основании третьего закона Ньютона, N .

Согласно закону Кулона, отношение тангенциальной реакции связи к нормальной, при относительном движении двух соприкасающихся тел, т.е.

$$tg\varphi = f, \quad (3.3)$$

где φ - угол трения.

Угол между векторами: нормальной реакцией опоры и равнодействующей от сил, соответствующих возможному началу относительного движения частицы.

3.2 Движение и траектория частицы

Основными параметрами траектории, при движении точки (частицы), являются путь, скорость и ускорение.

Для описания движения частицы [5], изображенного на рисунке 3.1, воспользуемся прямоугольной декартовой системой координат, которая так же является системой отсчета. Обозначив положение частицы, относительно системы координат $OXYZ$, в момент времени t , координатами X, Y, Z запишем уравнения движения:

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t) \quad z = f_3(t). \quad (3.4)$$

Уравнения (3.4) определяют траекторию частицы, позволяя найти ее положение, скорость и ускорение в любой момент времени.

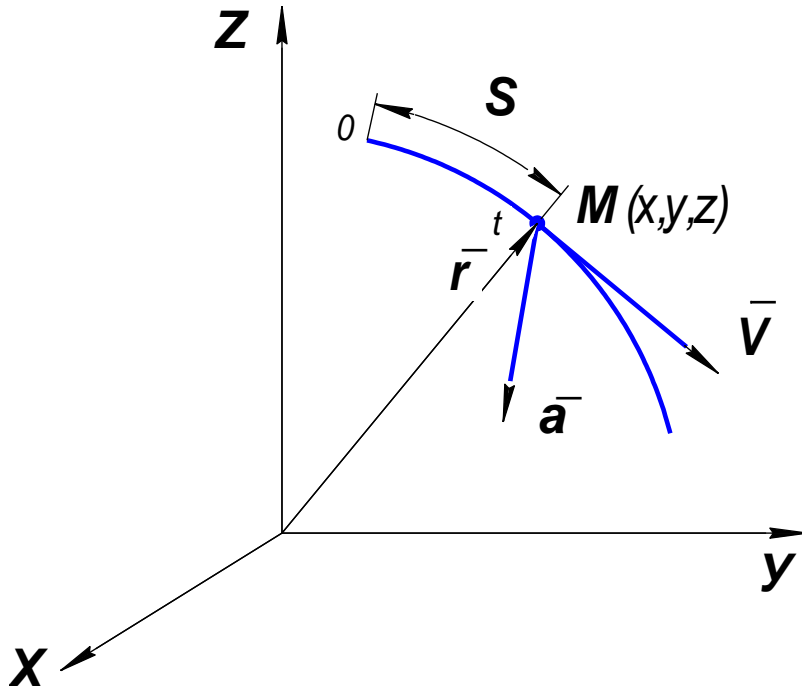


Рисунок 3.1 – Траектория частицы

Движение частицы по заданной траектории, в дифференциальной форме, примет следующий вид:

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}, \quad (3.5)$$

а после интегрирования,

$$S = \int_0^t \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \int_0^t \sqrt{[f_1'(t)]^2 + [f_2'(t)]^2 + [f_3'(t)]^2} \cdot dt \quad (3.6)$$

Найдем проекции скорости на соответствующие оси

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}, \quad (3.7)$$

тогда численное значение скорости

$$V = |\vec{V}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}. \quad (3.8)$$

Аналогичным образом, найдем проекции ускорения и его численное значение

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \ddot{x}; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \ddot{y}; \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \ddot{z}, \quad (3.9)$$

численное значение ускорения

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}. \quad (3.10)$$

Рассмотрим относительное движение частицы в системы координат $OXYZ$.

Допустим, что на частицу массой m , с учетом рисунка 3.2, действуют: сила \vec{F} - равнодействующая от внешних сил (Н), обеспечивающих относительное движение частицы и сила \vec{N} - нормальная реакция опоры (Н).

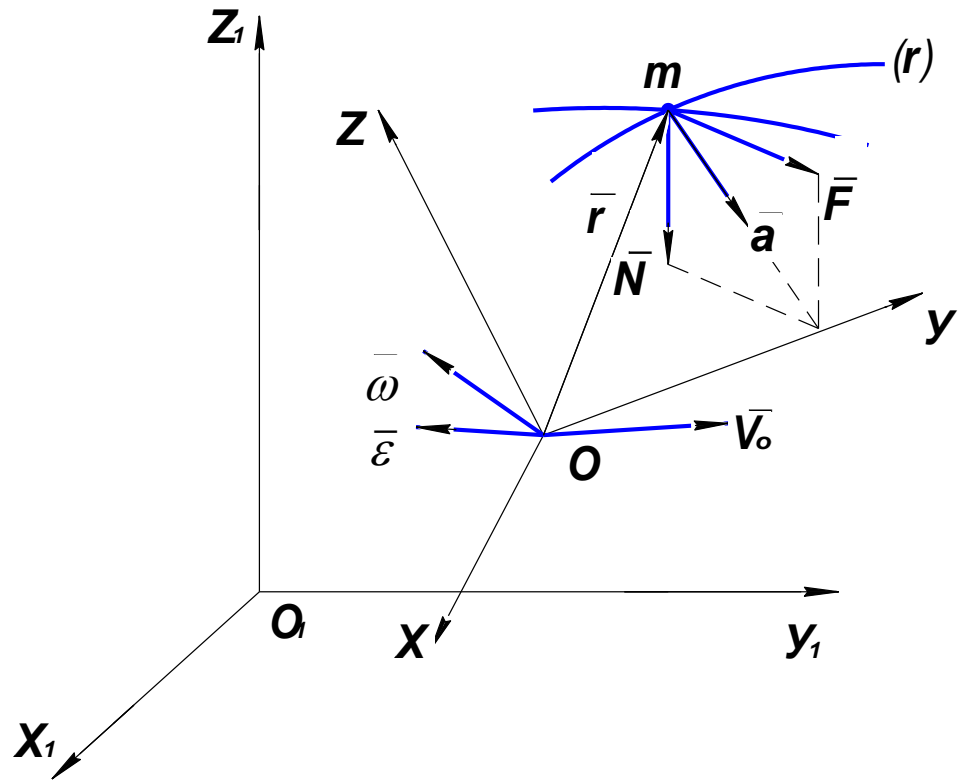


Рисунок 3.2 – Движение материальной частицы

Тогда, уравнение относительного движения в векторной форме, будет иметь следующий вид

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N}. \quad (3.11)$$

где \vec{a} - абсолютное ускорение, m / c^2 .

Значение абсолютного ускорения

$$\vec{a} = a_e + a_r + a_k, \quad (3.12)$$

где a_e - переносное ускорение, m / c^2 ;

a_r , - относительное ускорение, m / c^2 ;

a_k - ускорение Кориолиса, m / c^2 .

После преобразования уравнения (3.5) с учетом (3.6) получим,

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_e + \vec{F}_k \quad (3.13)$$

где F_e и F_k - соответственно переносная и кориолисова силы инерции,

Н.

Дифференциальные уравнения относительного движения в проекциях на оси координат $OXYZ$, будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x + N_x + F_{ex} + F_{kx} \\ m\ddot{y} &= F_y + N_y + F_{ey} + F_{ky} \\ m\ddot{z} &= F_z + N_z + F_{ez} + F_{kz} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

3.3 Ускорение Кориолиса

Ускорение Кориолиса возникает в результате сложного движения, при изменении переносной и относительной скоростей частицы.

$$a_k = 2 \cdot \omega_e \cdot v_r \cdot \sin(\bar{\omega}, \bar{v}_r). \quad (3.15)$$

Рассмотрим частицу массой m , которая, в соответствии с рисунком 3.3, движется с относительной скоростью \bar{v}_r . Спроецируем вектор относительной скорости \bar{v}_r на плоскость перпендикулярную угловой скорости переносного вращения ω_e , и обозначим ее как \bar{v}_r^* . Модуль этого выражения

$$v_r^* = v_r \cdot \sin(\bar{\omega}, \bar{v}_r), \quad (3.16)$$

тогда модуль ускорение Кориолиса равен

$$a_K = 2 \cdot \omega_e \cdot v_r^*, \quad (3.17)$$

удвоенному произведению угловой скорости переносного вращения на модуль проекции относительной скорости.

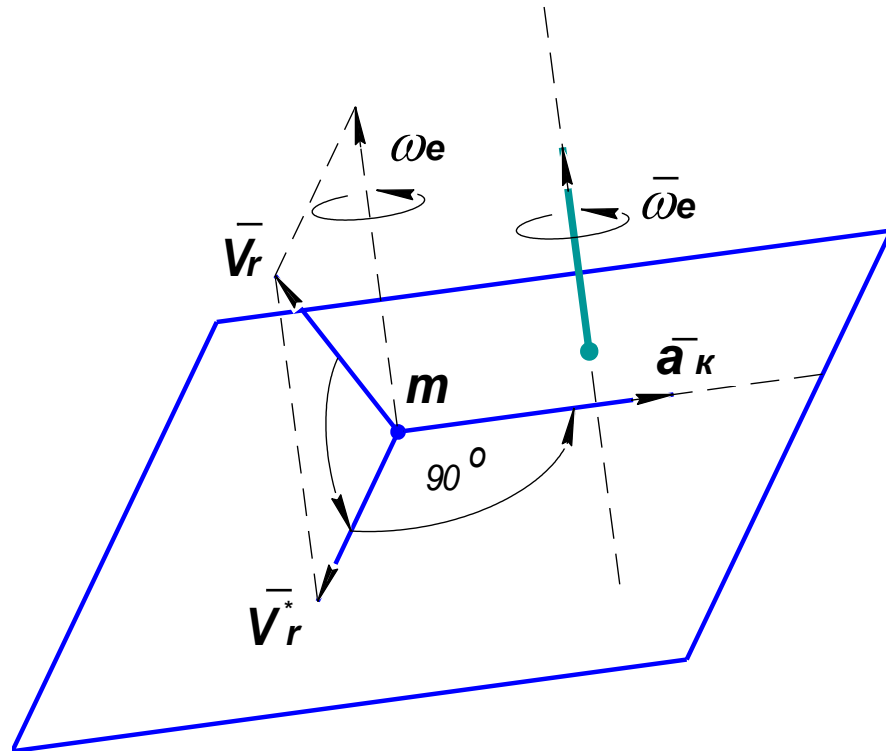


Рисунок 3.3 – Схема движения частицы

Для определения направления ускорения Кориолиса удобнее пользоваться правилом Н.Е. Жуковского, согласно которому, вектор относительной скорости \bar{v}_r необходимо спроецировать на плоскость перпендикулярную

вектору угловой скорости переносного вращения $\bar{\omega}_e$ и повернуть его \bar{v}_r^* на угол 90^0 в сторону этого вращения.

Ускорение Кориолиса обращается в нуль, когда:

- 1) $\bar{\omega}_e = 0$, т.е. переносное движение является поступательным;
- 2) $v_r = 0$, т.е. в те моменты времени, в которые происходит изменение направления относительного движения;

3) $\sin(\bar{\omega}, \bar{v}_r) = 0$, т.е. когда вектора скоростей относительного \bar{v}_r поступательного движения и переносного $\bar{\omega}_e$ вращательного движений, параллельны.

3.4 Вращение материальной частицы вокруг неподвижной оси

Рассмотрим движение частиц m относительно неподвижной оси $n - n$. В соответствии с рисунком 3.4, обозначим через φ (рад), угол поворота частицы, а через R – расстояние (м), от оси вращения до точки m .

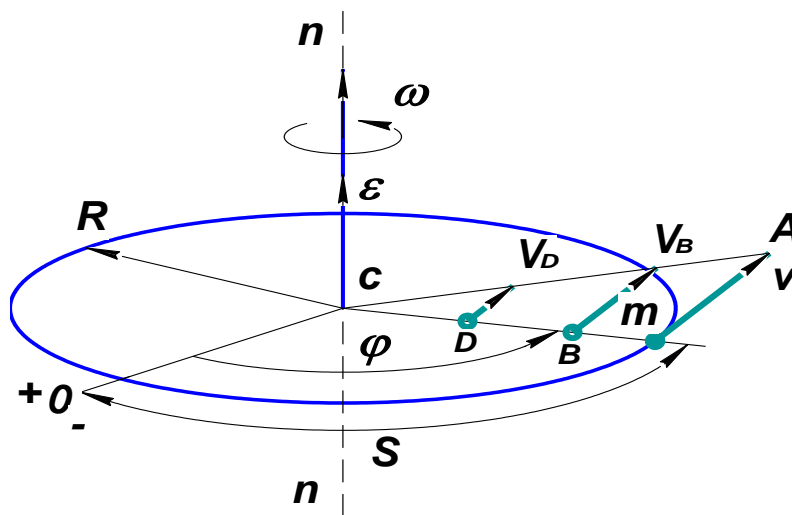


Рисунок 3.4 – Схема движения частицы вокруг неподвижной оси

Запишем уравнение вращения в следующем виде

$$\varphi = f(t). \quad (3.18)$$

Модуль угловой скорости

$$\omega = \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| = |\dot{\varphi}|, \quad (3.19)$$

имеет размерность $[\omega] = \text{рад} / \text{с} = \text{с}^{-1}$.

Вторая производная от угла поворота

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi} = \varepsilon, \quad (3.20)$$

называется угловым ускорением, размерность, которой $[\varepsilon] = \text{рад} / \text{с}^2 = \text{с}^{-2}$.

Определив положение точки m дуговой координатой S , получим

$$S = R \cdot \varphi. \quad (3.21)$$

Найдем модуль скорости частицы, называемой окружной или вращательной

$$V = \left| \frac{ds}{dt} \right| = R \cdot \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| = R \cdot \omega. \quad (3.22)$$

Соединив отрезком центр вращения C , с точкой A , на конце вектора скорости, получим отрезки векторов скоростей точек D и B , наглядно показывающих, что модули этих скоростей, пропорциональны расстояниям от оси вращения до этих точек.

Величину ускорения точки m определим с учетом нормальной и тангенциальной составляющих ускорения этой точки, которые называют вращательным и центростремительным ускорениями и обозначают соответственно w_ε и w_ω ,

$$w_\varepsilon = w_\tau = \left| \frac{d\bar{v}}{dt} \right| = R \cdot \left| \frac{d\bar{\omega}}{dt} \right| = R \cdot \varepsilon. \quad (3.23)$$

$$w_\omega = w_n = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2 \cdot \omega^2}{R} = R \cdot \omega^2. \quad (3.24)$$

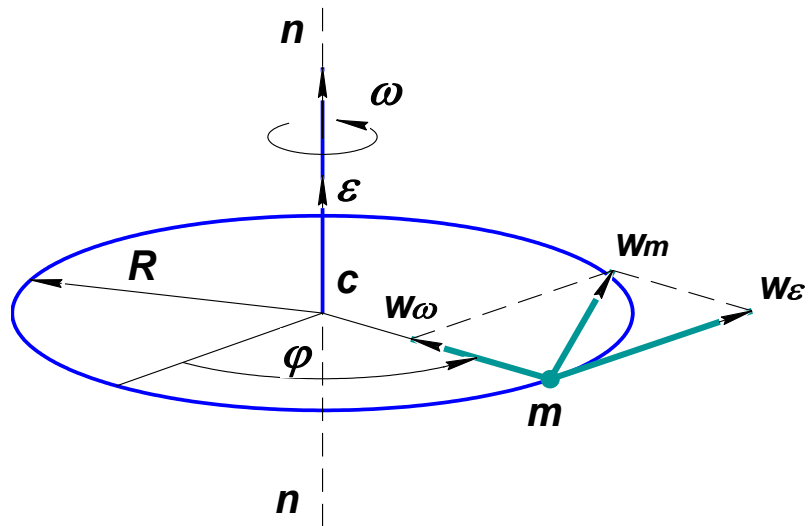


Рисунок 3.5 – Схема ускорений точки

Полное ускорение точки,

$$v_m = \sqrt{w_\varepsilon^2 + w_\omega^2} = R \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (3.25)$$

При равномерном вращении

$$\omega = const; \quad \varepsilon = \left| \frac{d\omega}{dt} \right| = 0, \quad (3.26)$$

поэтому, $w_\varepsilon = R \cdot \varepsilon = 0$, и следовательно, центростремительное ускорение

$$w = w_\omega = R \cdot \omega^2. \quad (3.27)$$

3.5 Моделирование процесса движения частицы в поле центробежных сил

3.5.1 Актуальность работы

Решетное сепарирование сыпучих продуктов на зерноперерабатывающих предприятиях, является одним из наиболее сложных [6,7] и распространенных технологических процессов.

Определить рациональные конструктивные и кинематические параметры сепаратора, способные обеспечить максимальную эффективность процесса сепарирования сыпучих продуктов, является первоочередной задачей моделирования процесса.

Основным параметром, влияющим на качество получаемых фракций и производительность сепаратора, является [7,9,11] скорость относительного движения сыпучего материала.

Скорость относительного движения зависит от такого количества различных факторов, что все их невозможно учесть при математическом моделировании данного процесса, поэтому, как правило, модель процесса сепарирования, составляют для отдельной частицы простейшей формы [7,8,12], у которой принимают физико-механические свойства как у частиц реального продукта.

В центробежных сепараторах, просеивание частиц осуществляется за счет центробежных сил, величина которых может регулироваться в большом диапазоне, что позволяет повысить не только эффективность разделения частиц сыпучего продукта, но и производительность сепаратора.

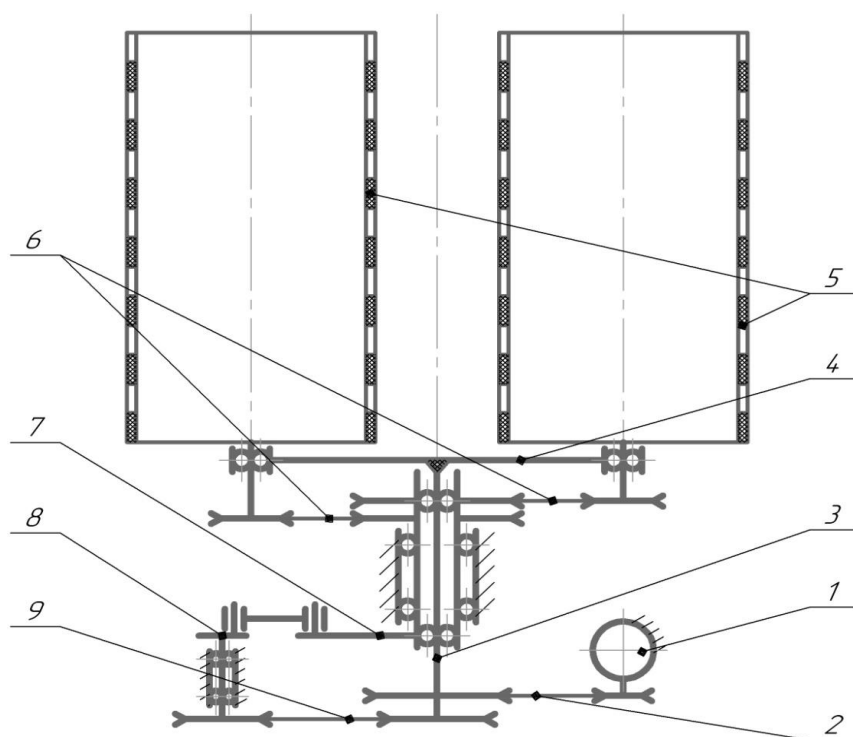
Предлагаемые конструкции центробежных сепараторов отличаются друг от друга не только формой рабочего органа и расположением его оси вращения, но и конструкциями приводных устройств [6,10], сообщающих рабочим органам различного вида колебания, способные создать значительные динамические нагрузки на узлы и отдельные детали сепаратора.

Анализ рассмотренных вариантов позволяет сделать вывод, что наиболее перспективными, для повышения эффективности процесса сепарирования, являются центробежные сепараторы с цилиндрическими рабочими органами, вращающимися вокруг вертикальной оси, с колебаниями, создающими минимальные динамические нагрузки.

3.5.2 Цель исследования

Нами, предложена конструкция привода, позволяющая при планетарном движении вертикального цилиндра, сообщать ему гармонические вращательные колебания, обеспечивающие возможность регулирования траектории и относительной скорости движения продукта, что в целом способствует повышению эффективности процесса сепарирования сыпучих продуктов.

В соответствии с рисунком 3.6, привод работает следующим образом. От электродвигателя 1, через клиноременную передачу 2 вращение передается приводному валу 3, жестко соединенному с платформой 4, на которой по окружности, в подшипниковых узлах, установлены ситовые цилиндры 5.



1 – электродвигатель; 2, 6, 9 – клиноременная передача; 3 – приводной вал; 4 – платформа; 5 – ситовые цилиндры; 7 – водило; 8 – эксцентриковый колебатель.

Рисунок 3.6 - Схема привода виброцентробежного сепаратора

В результате вращения платформы 4 ситовые цилиндры совершают планетарное движение. Приводной вал 3, через клиноременную передачу 9, передает вращение эксцентриковому колебателью 8, который через водило 7,

сообщает вращательные колебания ситовым барабанам 5. Таким образом, происходит наложение гармонических вращательных колебаний на равномерное вращение ситовых цилиндров.

3.5.3 Математическое моделирование процесса движения частицы

Для составления математической модели относительного движения частицы, рассмотрим силы, действующие на частицу, находящуюся на внутренней поверхности вращающегося цилиндра.

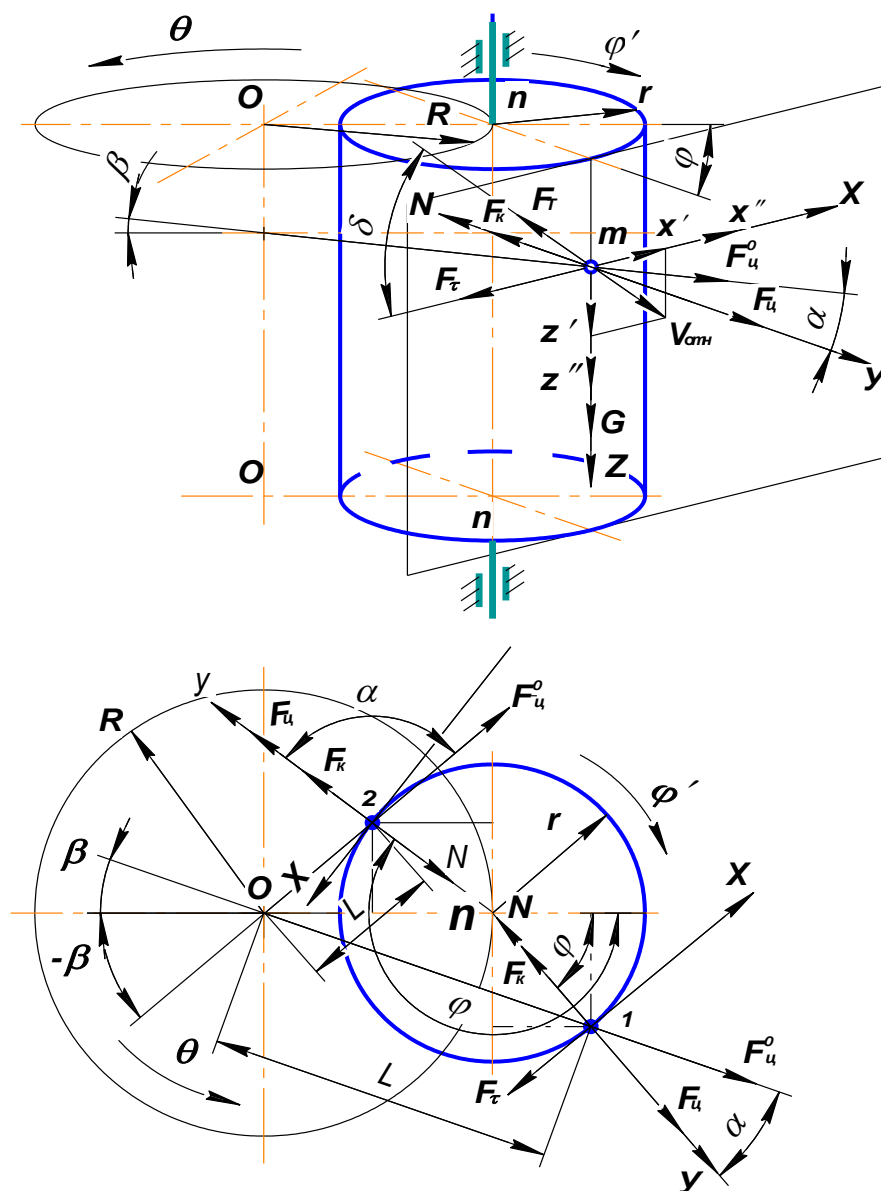


Рисунок 3.7 – Схема сил, действующих на частицу

При планетарном движении, ситовой барабан радиусом r , в соответствии с рисунком 3.7 вращается вокруг вертикальной оси $O - O$ с постоянной угловой скоростью θ , и вокруг своей оси $n - n$ по закону

$$\varphi = \Omega t + \psi \sin \omega t, \quad (3.28)$$

где φ – угол поворота цилиндра, рад;

Ω - постоянный компонент угловой скорости цилиндра, c^{-1} ;

ψ - угловая амплитуда колебаний, рад;

ω - частота колебаний, c^{-1} .

Расстояние между осями вращения цилиндра $n - n$ и $O - O$ обозначим через R , м.

В соответствии с установленным законом вращения, угловая скорость и ускорение цилиндра соответственно равны

$$\dot{\varphi} = \Omega + \psi \omega \cos \omega t, \quad (3.29)$$

$$\ddot{\varphi} = -\psi \omega^2 \sin \omega t. \quad (3.30)$$

При этом, на частицу находящуюся на внутренней поверхности цилиндра действуют:

- $F_{ц} = mr\dot{\varphi}^2$ – центробежная сила инерции, Н;

- $F_{\tau} = mr\ddot{\varphi}$ – переносная сила инерции, Н;

- $F_{к} = 2m\dot{\varphi}\dot{x}$ – сила инерции Кориолиса, Н;

- N - нормальная реакция опоры Н;

- $F_T = fN$ – сила трения, Н;

- $G = mg$ – сила тяжести, Н.

где g – ускорение свободного падения, m / c^2 ;

f – коэффициент трения, характеризующий сопротивление относительно движению частицы;

\dot{x} – проекция вектора $V_{отн}$ относительной скорости на ось x , m / c .

Сила трения F_T , направлена противоположно вектору относительной скорости $V_{омн} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}$ и образует с осью x угол δ , причем

$$\sin \delta = \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}}; \quad \cos \delta = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}}. \quad (3.31)$$

где \dot{z} – проекция вектора $V_{омн}$ относительной скорости на ось z , $м/с$.

В результате равномерного вращения вокруг оси $O - O$, на плоскую материальную частицу массой m , находящуюся на внутренней поверхности цилиндра, действует F_u^0 , - центробежная сила инерции, Н

$$F_u^0 = mL\theta^2, \quad (3.32)$$

где θ - угловая скорость вращения цилиндра, $с^{-1}$;

L – расстояние от оси вращения до частицы, $м$.

$$L = \sqrt{(R + r \cos \varphi)^2 + (r \sin \varphi)^2}, \quad (3.33)$$

где R – расстояние между осями вращения цилиндра, $м$;

r – радиус цилиндра, $м$;

φ – угол поворота цилиндра, $рад$,

или

$$L = \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2}, \quad (3.34)$$

Подставляя (3.34) в (3.32) получим

$$F_u^0 = m\sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2} \times \theta^2. \quad (3.35)$$

Рассмотрим (точка 1), случай относительного движения частицы в положительном направлении оси X . Составим, систему дифференциальных уравнений в проекциях на оси координат X, Y, Z

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= F_y^0 \sin \alpha - F_\tau - F_T \cos \delta \\ m\ddot{y} &= F_y + F_y^0 \cos \alpha - F_\kappa - N \\ m\ddot{z} &= G - F_T \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

где α – угол между осью Y и вектором F_y^0 центробежной силы инерции.

$$\alpha = \varphi - \beta, \quad (3.37)$$

где
$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)}, \quad (3.38)$$

угол, определяющий местоположение частицы.

Подставляя в систему уравнений (3.36) значения сил, получим

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= mL\theta^2 \sin(\varphi - \beta) - mr\ddot{\varphi} - fN \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ m\ddot{y} &= mr\dot{\varphi}^2 + mL\theta^2 \cos(\varphi - \beta) - 2m\dot{\varphi}\dot{x} - N \\ m\ddot{z} &= mg - fN \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

При безотрывном движении частицы, перемещение вдоль оси Y отсутствует, следовательно $y = 0$; $\dot{y} = 0$; $\ddot{y} = 0$, что позволяет определить нормальную реакцию N из второго уравнения системы (3.39)

$$N = 2m\dot{\varphi}\dot{x} - mr\dot{\varphi}^2 - mL\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \quad (3.40)$$

Подставляя полученное выражение (3.40) в систему уравнений (3.39) и сокращая на массу, получим

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= L\theta^2 \sin(\varphi - \beta) - r\ddot{\varphi} - f \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - f \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \right] \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Учитывая, что коэффициент трения равен тангенсу угла трения ρ

$$f = tg \rho = \frac{\sin \rho}{\cos \rho},$$

получим,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= L\theta^2 \frac{\sin(\varphi - \beta + \rho)}{\cos \rho} - r\ddot{\varphi} - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \right] \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

или,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2} \theta^2 \times \\ &\times \frac{1}{\cos \rho} \sin \left[(\Omega t + \psi \sin \omega t) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)} + \rho \right] + \\ &+ r\psi\omega^2 \sin \omega t - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[2(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)\dot{x} - r(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2 \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left\{ 2(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)\dot{x} - r(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2 - \right. \\ &- \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2} \times \\ &\times \theta^2 \cos \left[(\Omega t + \psi \sin \omega t) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)} \right] \left. \right\} \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

При изменении угла φ от 0^0 до 180^0 , угол β (в уравнении 3.37) принимаем со знаком « + », при изменении угла φ от 180^0 до 360^0 , угол β (точка 2, рисунок 3.7) принимаем со знаком « - », в связи с чем, знаки в первом уравнении системы (3.39) перед центробежной силой инерции F_y^0 и силой трения F_T , изменяются на противоположные. Кроме этого, во втором уравнении, знак изменяется перед силой F_k инерции Кориолиса.

В соответствии с выше изложенным, знаки изменятся и перед соответствующими силами в системе уравнений (3.43).

При отсутствии гармонических колебаний цилиндра, неподвижная частица может начать относительное движение, если выполнено условие

$$\sqrt{\left[\theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \sin\left(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}\right) \right]^2 + g^2} > f \left[r \Omega^2 + \theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \cos\left(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}\right) \right] \quad (3.44)$$

Это неравенство может использоваться для определения коэффициента трения

$$f < \frac{\sqrt{\left[\theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \sin\left(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}\right) \right]^2 + g^2}}{\left[r \Omega^2 + \theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \cos\left(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}\right) \right]} \quad (3.45)$$

При наличии гармонических вращательных колебаний, когда $\sin \omega t = 1$, для обеспечения начала движения частицы по поверхности цилиндра, должно выполняться условие

$$\sqrt{\left\{ \theta^2 \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi)]^2} \times \right. \\ \left. \times \sin \left[(\Omega t + \psi) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi)}{R + r \cos(\Omega t + \psi)} \right] + r \psi \omega^2 \right\}^2 + g^2} > f \left\{ r \Omega^2 + \theta^2 \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi)]^2} \times \right. \\ \left. \times \cos \left[(\Omega t + \psi) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi)}{R + r \cos(\Omega t + \psi)} \right] \right\} \quad (3.46)$$

Исходя из выше изложенного, можно сделать следующие выводы:

1. Наиболее эффективными при сепарировании сыпучих продуктов являются центробежные сепараторы с цилиндрическими рабочими органами и вертикальной осью вращения. Вращательные колебания минимизируют нагрузки на отдельные узлы и детали привода центробежного сепаратора.
2. Применение планетарного вращения цилиндрического решета с наложением вращательных колебаний, позволяет расширить диапазон кон-

структивных и кинематических параметров, позволяющих обеспечивать высокую эффективность процесса сепарирования.

3. Решение система дифференциальных уравнений (3.43) численным методом, позволяет, при выбранных геометрических параметрах сепаратора определить рациональные значения кинематических параметров привода, расположение отверстий решета и скорость относительного движения частиц, способную обеспечить максимальную эффективность процесса сепарирования.

3.6 Контрольные задания по математическому моделированию

Задача № 1 Смоделировать процесс перемещения плоской частицы массой m по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси $O - O$.

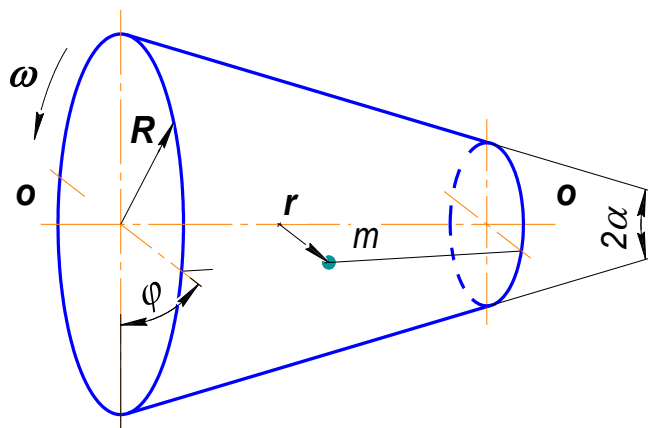


Рисунок 3.8 – Усеченный конус с горизонтальной осью вращения

Конус, в соответствии с рисунком 3.8, расположен горизонтально, радиус наибольшего основания R . Угол конусности 2α , коэффициент трения о поверхность конуса f . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.

2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 2 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω вокруг горизонтальной оси $O - O$. Внутри конуса, вдоль образующей, в соответствии с рисунком 3.9, установлены неподвижные лопатки. Угол, между горизонталью и образующей конуса α . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

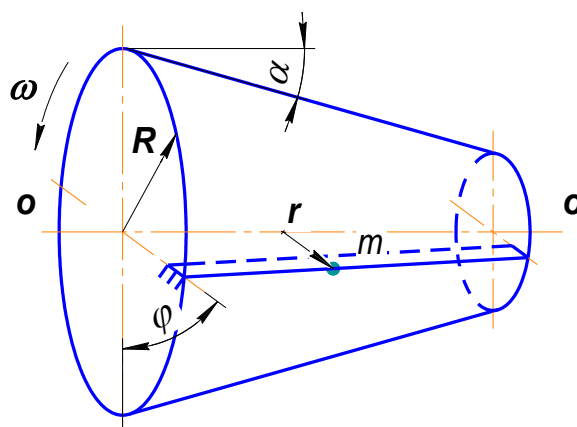


Рисунок 3.9 – Усеченный конус с неподвижными лопатками

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 3 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω . Конус, в соответствии с рисунком 3.10, расположен горизонтально, внутри конуса, вдоль образующей, установлены лопатки. Угол, между осью вращения и образующей конуса, α . Коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R .

Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

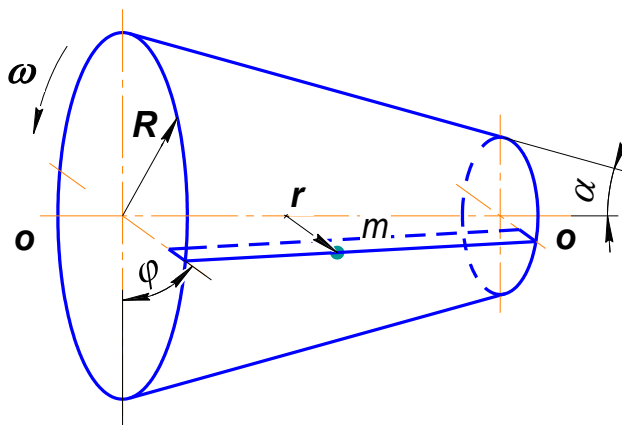


Рисунок 3.10 – Усеченный конус лопатками

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 4 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса, расположенного большим основанием вниз.

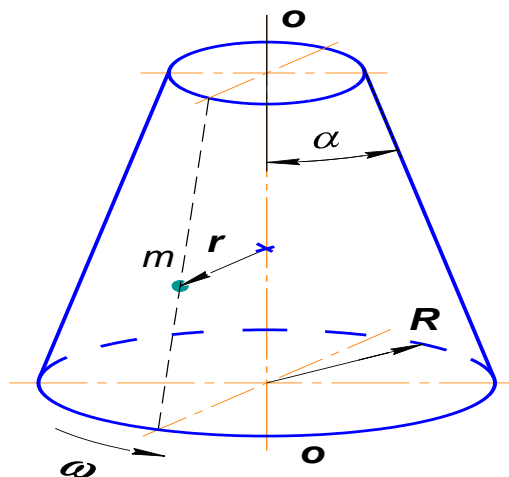


Рисунок 3.11 – Схема конуса с вертикальной осью вращения

В соответствии с рисунком 3.11, конус вращается с постоянной угловой скоростью ω , вокруг вертикальной оси $O - O$. Угол, между осью враще-

ния и образующей конуса α , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R , первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 5 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса. Конус расположен большим основанием вниз. В соответствии с рисунком 3.12, конус вращается вокруг вертикальной оси $O - O$ с постоянной угловой скоростью ω .

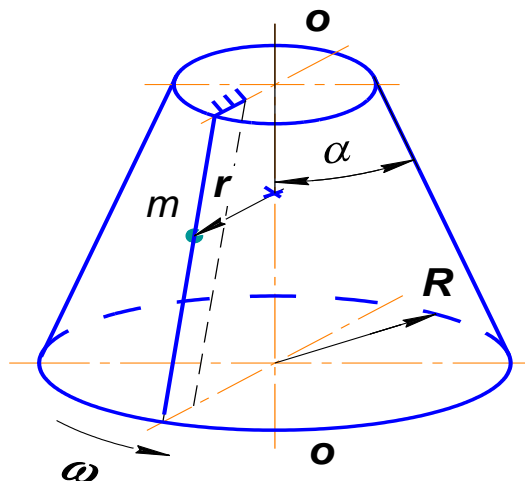


Рисунок 3.12 – Схема конуса с неподвижными лопатками

Угол между осью вращения и образующей конуса α . Внутри конуса вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки, коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 6 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω . В соответствии с рисунком 3.13, конус расположенный большим основанием вниз, вращается вокруг вертикальной оси $O - O$.

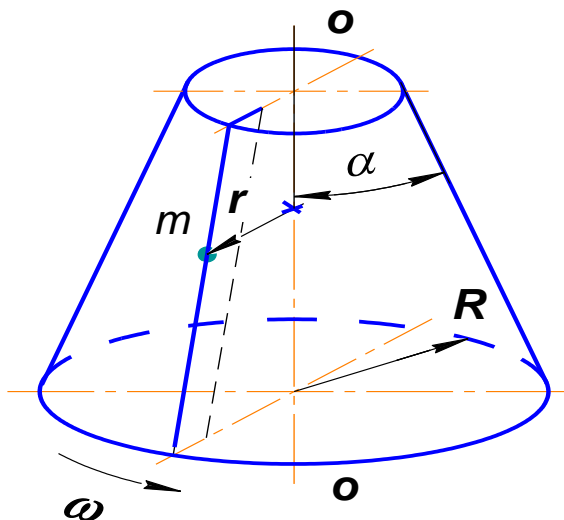


Рисунок 3.13 – Схема конуса с лопатками

Угол между осью вращения и образующей конуса α . Внутри конуса вдоль образующей, установлены лопатки, коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 7 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса, расположенного большим основанием вверх. В соответствии с рисунком 3.14, конус вращается с постоянной угловой скоростью ω , вокруг вертикальной оси $O - O$. Угол, между осью вращения и образующей конуса α , коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R , первоначальное положение частицы, принять на расстоянии r от оси вращения конуса.

чальное положение частицы, принять на расстоянии γ от оси вращения конуса.

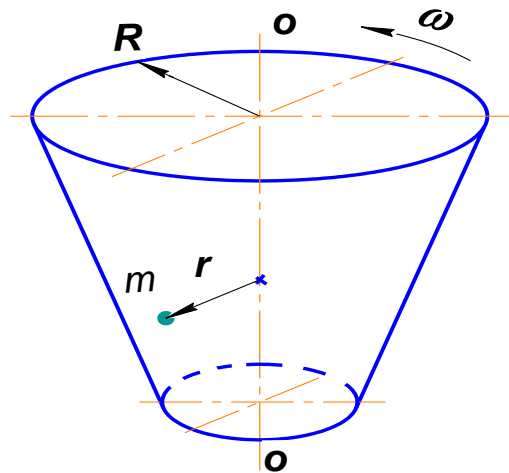


Рисунок 3.14 – Схема конуса с равномерным вращением

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 8 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса.

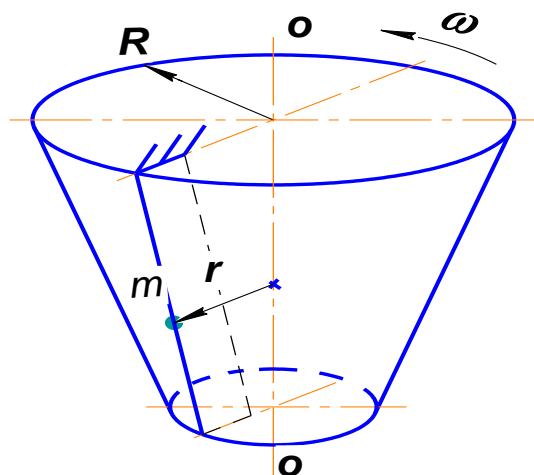


Рисунок 3.15 – Схема конуса с неподвижными лопатками

Конус расположен большим основанием вверх. В соответствии с рисунком 3.15, конус вращается вокруг вертикальной оси $O-O$ с постоянной

угловой скоростью ω . Угол между осью вращения и образующей конуса α . Внутри конуса вдоль образующей, установлены неподвижные лопатки, коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии g от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 9 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности усеченного конуса. В соответствии с рисунком 3.16, конус расположенный большим основанием вверх, вращается вокруг вертикальной оси $O - O$ с постоянной угловой скоростью ω . Угол между осью вращения и образующей конуса α .

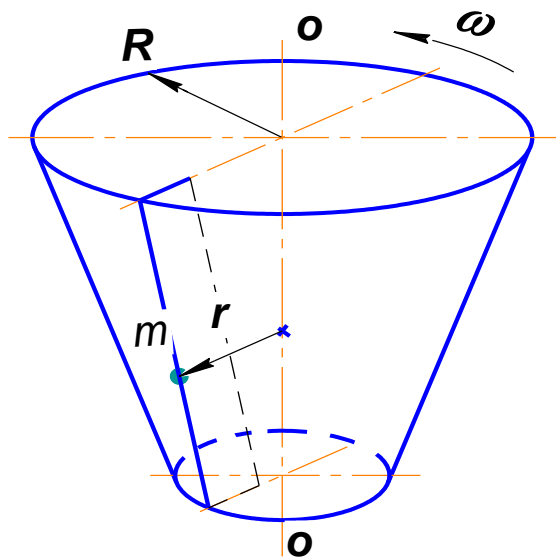


Рисунок 3.16 – Схема конуса с лопатками

Внутри конуса вдоль образующей, установлены лопатки, коэффициент трения частицы о рабочую поверхность f . Радиус наибольшего основания конуса R . Первоначальное положение частицы, принять на расстоянии g от оси вращения конуса.

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 10 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности цилиндра, вращающегося с постоянной угловой скоростью Ω , вокруг вертикальной оси $O - O$. Цилиндр радиусом R , в соответствии с рисунком 3.17, совершает гармонические возвратно-поступательные колебания вдоль оси вращения с частотой ω и амплитудой A . Коэффициент трения частицы о поверхность цилиндра f .

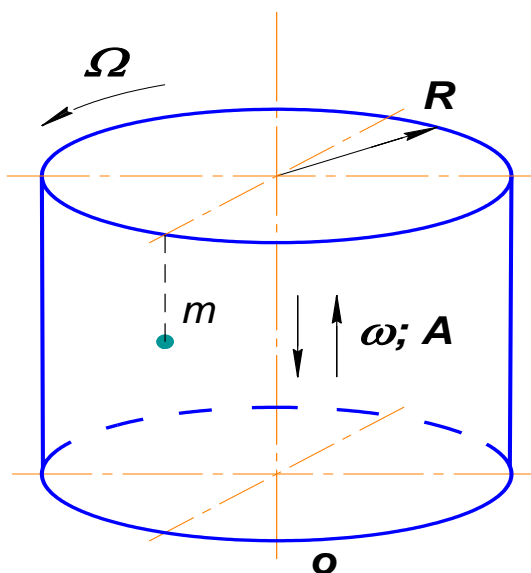


Рисунок 3.17 – Схема цилиндра, совершающего гармонические возвратно-поступательные колебания

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 11 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m по внутренней поверхности цилиндра. В соответствии с рисунком 3.18, цилиндр радиусом R вращается вокруг вертикальной оси $O - O$ по закону

$$\varphi = \Omega \cdot t + \psi \cdot \sin \omega t,$$

где φ – угол поворота, рад;

Ω – постоянный компонент угловой скорости цилиндра, с^{-1} ;

ω – частота колебаний, с^{-1} ;

ψ – угловая амплитуда колебаний.

Коэффициент трения частицы о поверхность цилиндра f .

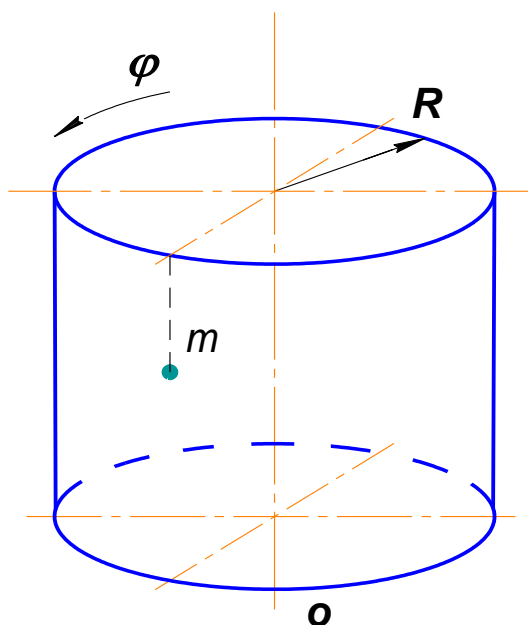


Рисунок 3.18 – Схема цилиндра, совершающего гармонические возвратно-поступательные колебания

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 12 Смоделировать процесс перемещения частицы массой m , по внутренней поверхности цилиндра. В соответствии с рисунком 3.19, цилиндр радиусом r , вращается вокруг своей оси $O - O$ с угловой скоростью Ω , а вокруг вертикальной оси $n - n$ с угловой скоростью ω . Расстояние между осями вращения R , коэффициент трения частицы о поверхность цилиндра f .

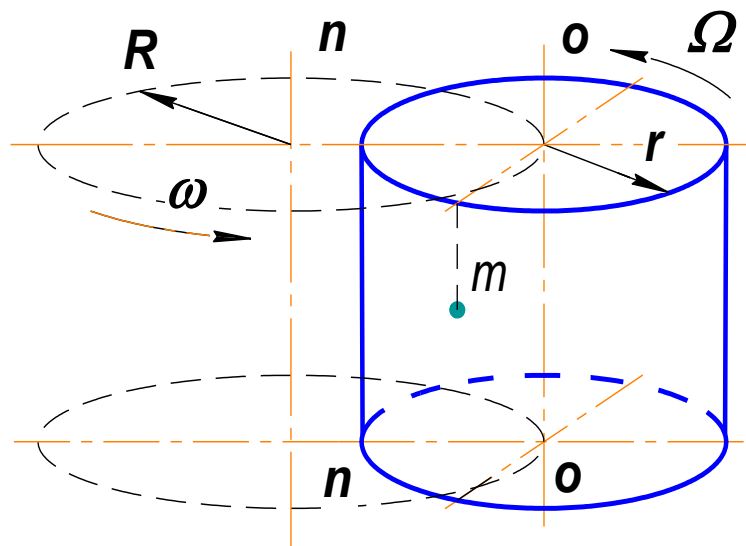


Рисунок 3.19 – Схема цилиндра, совершающего планетарное вращение

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 13 Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой m , по горизонтальному диску. В соответствии с рисунком 3.20, диск, радиусом R , вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω . На диске, под углом к радиусу, установлены лопатки. Коэффициент трения частицы о поверхность диска f .

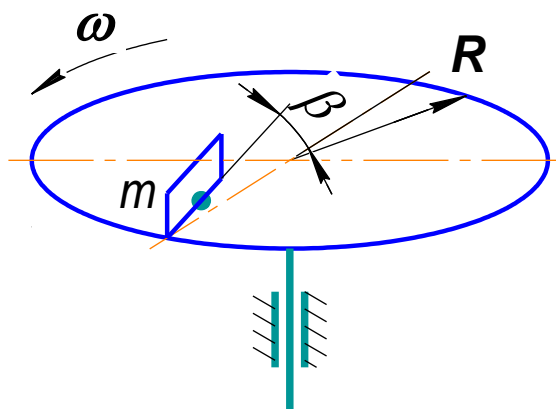


Рисунок 3.20 – Схема диска, с лопатками, расположенными под углом к радиусу

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Задача № 14 Смоделировать процесс перемещения плоской частицы, массой m , по горизонтальному диску. В соответствии с рисунком 3.21, диск, радиусом R , вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω . На диске, под углом к радиусу, установлены неподвижные лопатки. Коэффициент трения частицы о поверхность диска f .

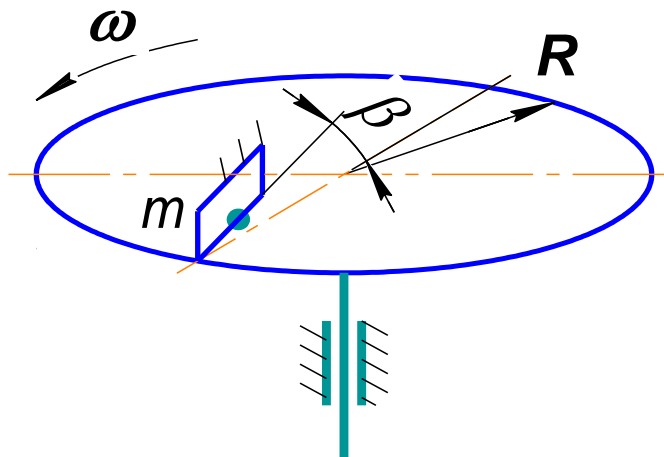


Рисунок 3.21 – Схема диска, с неподвижными лопатками

1. Составить схему сил, действующих на частицу.
2. Составить дифференциальные уравнения относительного движения частицы, провести их преобразования и анализа.

Список использованных источников

1. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А.Г. Касаткин. - М.: Химия. - 1973. - 752 с.
2. Ким, В.С. Теория и практика экструзии полимеров В.С. Ким. - М.: Химия, Колос. - 2005. - 568 с.
3. Полищук, В.Ю. Проектирование экструдеров для отраслей АПК. / В.Ю. Полищук, В.Г. Коротков, Т.М. Зубкова. - Екатеринбург: УрО РАН. - 2003. - 203 с.
4. Тадмор, Э. Теоретические основы переработки полимеров: пер. с англ. / Э. Тадмор, К. Гогос. - М.: Химия. - 1984. - 628 с.
5. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механике / Н.Н. Никитин. - М.: Высш. шк. – 1990. – 607 с.
6. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н. Тищенко, Д.И. Мазоренко, М.В. Пивень, С.А. Харченко, В.В. Бредихин, А.В. Мандрыка. – Харьков: Міськдрук. - 2010. – 360 с.
7. Тищенко, Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко. – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
8. Лапшин, И.П. Расчет и конструирование зерноочистительных машин / И.П. Лапшин, Н.И. Косилов. – Курган: ГИПП «Зауралье». – 2002. – 168 с.
9. Белов, М.И. Математическая модель сепарации зерна на решетке очистки / М.И. Белов, В.Н. Романенко // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 2008. - № 5. – С. 10-13.
10. Конопли, А.Н. Влияние конструктивных параметров рабочего органа многоступенчатого конусного центробежного сепаратора на технико-экономические показатели / А.Н. Коноплин // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2007. – №14. – С. 146 – 152.

11. Белов, М.И. Математическая модель движения частицы по решетке очистки / М.И. Белов, В.Н. Романенко, В.И. Славкин // Тракторы и сельскохозяйственные машины. - 2008. - № 8. - С. 33 - 36.

12. Холодилин, А.Н. Повышение эффективности процесса решётного сепарирования сыпучих продуктов / А.Н. Холодилин, Е.И. Панов, А.Н. Попов // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. - 2018. - №5 (73). – С. 149-152.