Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики

Е.Н. Смирнова, Н.В. Максименко

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Оренбургский государственный университет" для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств, 11.03.04 Электроника и наноэлектроника

Оренбург
2019

УДК 517.31(076.5)
ББК 22.161.1я7
С 17

Рецензент – кандидат физико-математических наук, доцент А.Н. Павленко

Смирнова, Е.Н.

С 17 Практические занятия по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»: методические указания / Е.Н. Смирнова, Н.В. Максименко; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 36 с.

Методические рекомендации к практическим работам по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначены для бакалавров первого курса очной формы обучения направлений подготовки: 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, профиль “Электронные средства телекоммуникаций”, 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств, профиль “Проектирование и технология радиоэлектронных средств”, 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, профиль “Промышленная электроника”.

Методические рекомендации содержат вопросы и задачи к практическим занятиям, а также задания для самостоятельной работы и литературу по дисциплине.

УДК 517.31(076.5)
ББК 22.161.1я7

© Смирнова Е.Н.,
Максименко Н.В., 2019
© ОГУ, 2019

Содержание

Введение

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины Б.1.Б.10 Теория вероятностей и математическая статистика для бакалавров первого курса очной формы обучения направлений подготовки: 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, профиль Электронные средства телекоммуникаций, 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств, профиль Проектирование и технология радиоэлектронных средств, 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, профиль Промышленная электроника.

Методические указания могут быть использованы для проведения практических занятий. Каждое практическое занятие включает задачи для самостоятельного решения и вопросы для самоконтроля.

Для освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» учебным планом предусмотрены лекции (18 час.), практические занятия (16 час.), самостоятельная работа студентов (71,5 час.) и итоговая аттестация – экзамен (0,5 час.).

Предусмотрены следующие виды контроля знаний студентов:

– Оперативный контроль. Оперативный контроль проводится с целью определения качества усвоения лекционного и практического материала. Проводится в форме проверки домашних заданий и опроса студентов – еженедельно.

Для контроля усвоения теоретического материла целесообразно по усмотрению лектора проведение коллоквиума (в середине семестра) в устной или письменной форме.

– Рубежный контроль. Проводится в форме двух контрольных работ (КР): аудиторной по теории вероятностей и домашней по математической статистике.

– Итоговый контроль. Для контроля усвоения данной дисциплины учебным планом предусмотрен экзамен в устной форме.

1 Содержание разделов дисциплины

1 раздел «Случайные величины»: Введение. Случайные события. Основные понятия теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их основные следствия. Формулы Бейеса. Случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Закон больших чисел. Функция распределения вероятностей случайной величины. Нормальное и показательное распределение. Системы двух случайных величин.

2 раздел «Элементы математической статистики»: Элементы математической статистики. Выборочный метод. Статистические оценки основных параметров распределения. Метод расчёта сводных характеристик выборки. Элементы теории корреляции. Статистическая проверка статистических гипотез. Дисперсионный анализ.

3 раздел «Вопросы оптимального планирования эксперимента»: Предварительная обработка экспериментальных наблюдений. Методы корреляционного и регрессионного анализов. Математические методы планирования эксперимента.

2 Календарно-тематический план практических занятий

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Начальные понятия и термины теории вероятностей. Виды случайных событий. Комбинации событий. Противоположные события. Аксиомы Колмогорова и следствия из них.	0,5
1	1	Статистическое определение вероятности. Основные комбинаторные понятия и формулы, вычисление вероятностей с помощью классической формулы.	0,5
1	1	Теорема сложения вероятностей, теорема умножения вероятностей. Условная вероятность, формула полной вероятности. Формула Бейеса.	0,5
1	1	Повторение событий. Формула Бернулли. Интегральная и локальная теоремы Лапласа.	0,5
2	1	Дискретные случайные величины. Законы распределения дискретной случайной величины.	1
2	1	Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение.	1
3	1	Непрерывные случайные величины. Математические характеристики непрерывных случайных величин. Функция распределения, её свойства и график. Плотность распределения.	1
3	1	Равномерное распределение непрерывной случайной величины. Нормальное распределение, показательное распределение. Показательный закон надёжности. Двумерные случайные величины.	1
4	2	Основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Способы и критерии отбора.	1
4	2	Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения, её свойства и график. Полигон и гистограмма частот.	1
5	2	Статистические оценки параметров распределения. Критерии оценок. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Групповая и общая средние.	1
5	2	Дисперсии, их виды и способы вычисления. Точность оценки. Доверительные интервалы. Оценка истинного значения измеряемой величины. Оценка точности измерений.	1
6	2	Обычные, начальные и центральные эмпирические	1

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		моменты. Условные эмпирические моменты. Эмпирические и выравнивающие частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального.	
6	2	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение. Простейшие случаи криволинейной корреляции.	1
7	2	Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Сравнения дисперсий, нормальных совокупностей, генеральных совокупностей, нормальных биномиальных распределений. Критерий согласия Пирсона. Критерий Бартлетта. Критерий Уилкоксона.	1
7	2	Метод Монте-Карло. Цепи Маркова. Случайные функции.	1
8	3	Доверительная оценка истинного значения измеряемой величины. Доверительная оценка с помощью правила "трех сигм".	1
8	3	Полный факторный эксперимент. Дробный факторный эксперимент.	1
		Итого:	16

3 План практических занятий по темам

3.1 Тема 1: Введение в теорию вероятностей. Случайные события (0,5 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Начальные понятия и термины теории вероятностей.

2. Виды случайных событий.

3. Комбинации событий.

4. Противоположные события.

5. Аксиомы Колмогорова и следствия из них.

Вопросы для самопроверки:

1. Что подразумевается в теории вероятностей под терминами опыт и эксперимент?

2. Какие события называются случайными?

3. Какие случайные события называются невозможными, достоверными?

4. Какие события называются противоположными?

5. Какие события образуют полную группу?

Практические задания:

1. Являются ли несовместными следующие события; а) опыт – подбрасывание симметричной монеты; события: А – "появление герба", В – "появление цифры"; б) опыт – два выстрела по мишени; события: А – "хотя бы одно попадание"; В – "хотя бы один промах".

2. Являются ли равновозможными следующие события: а) опыт – подбрасывание симметричной монеты; события: А – "появление герба", В – "появление цифры"; б) опыт – подбрасывание погнутой монеты; события: А – "появление герба", В – "появление цифры"; в) опыт – выстрел по мишени; события: А – "попадание", В – "промах".

3. Образуют ли полную группу событий следующие события: а) опыт – подбрасывание симметричной монеты; события: А – "герб", В – "цифра"; б) опыт – подбрасывание двух симметричных монет; события: А – "два герба", В – "две цифры".

4. Подбрасывается два игральных кубика. Какому событию благоприятствует больше элементарных исходов: "сумма выпавших очков равна 7", "сумма выпавших очков равна 8"?

Задания для самостоятельной работы:

1. Подбросили три монеты: а) описать пространство элементарных исходов;

б) привести примеры нескольких полных групп событий; в) привести примеры совместных и несовместных, достоверных и невозможных, противоположных и эквивалентных событий.

2. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитываются суммы выпавших очков (суммы числа очков на верхних гранях обоих кубиков). Сумма выпавших очков на двух кубиках может меняться от 2 до 12. Записать полную группу событий в этом опыте.

3. Сколько элементарных исходов благоприятствует событию "на обоих кубиках выпало одинаковое число очков" при подбрасывании двух игральных кубиков?

3.2 Тема 2: Основные формулы комбинаторики. Определения вероятности (0,5 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Статистическое определение вероятности.
2. Основные комбинаторные понятия и формулы.
3. Вычисление вероятностей с помощью классической формулы.

Вопросы для самопроверки:

1. Приведите статистическое определение вероятности.
2. Приведите классическое определение вероятности.
3. Что называется комбинаторной конфигурацией?
4. Назовите основные виды комбинаторных конфигураций.
5. Приведите формулы для числа перестановок из n элементов, числа сочетаний и размещений из n элементов по m элементов.

Практические задания:

1. Из букв слова УРАВНЕНИЕ выбирается наугад одна буква. Какова вероятность, что эта буква будет: а) гласной; б) согласной; в) буквой Щ?

2. Из хорошо тасованной колоды, содержащей 52 карты, наугад выбирается

одна карта. Найти вероятность того, что: а) она окажется бубновой масти; б) она окажется тузом; в) она окажется чёрной масти; г) эта карта либо туз, либо король, либо дама, либо валет, либо десятка.

3. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что они различные, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

4. В коробке 5 одинаковых изделий, причём 3 из них – окрашены. Наудачу извлечены 2 изделия. Найти вероятность того, что среди них окажутся: а) одно окрашенное; б) два окрашенных изделия; в) хотя бы одно окрашенное изделие.

5. Ребенок играет с 10 буквами разрезной азбуки А, А, А, Е, И, К, М, М, Т, Т. Какова вероятность, что при случайном расположении букв в ряд, он получит слово МАТЕМАТИКА?

6. Из партии, состоящей из 20 радиоприёмников, случайным образом для проверки отбираются 3 приёмника. Партия содержит 6 неисправных приёмников. Какова вероятность того, что в число отобранных войдут: а) только неисправные приёмники; б) только исправные приёмники; в) один неисправный и два исправных приёмника?

Задания для самостоятельной работы:

1. Бросают игральную кость. Какова вероятность выпадения: а) 3-х очков; б) более 3-х очков; в) менее 3-х очков; г) чётного числа очков; д) нечётного числа очков?

2. На карточках написаны буквы: А, А, А, Н, Н, С. Эти карточки собрали в произвольном порядке. Какова вероятность того, что получилось слово АНАНАС?

3. Из букв слова РОТОР, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются три буквы и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово ТОР?

4. В отделе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажется: а) 3 женщины; б) хотя бы одна женщина.

3.3 Тема 3: Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формула Бейеса (0,5 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Теорема сложения вероятностей.

2. Теорема умножения вероятностей.

3. Условная вероятность.

4. Формула полной вероятности.

5. Формула Бейеса.

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте теорему сложения вероятностей.

2. Какие события называются совместными, а какие несовместными?

3. Какие события называются независимыми?

4. Дайте определение условной вероятности.

5. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.

6. Какие события называют гипотезами?

7. Напишите формулу полной вероятности и опишите, условия в которых она применима.

8. Напишите формулу Байеса.

Практические задания:

1. В урне 10 белых и 15 черных шаров. Из урны вынимают последовательно (без возвращения) два шара. Найти вероятность того, что: а) оба шара будут белыми; б) шары будут разных цветов.

2. В урне 8 белых и 12 черных шаров. Из урны вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. После этого из урны берётся ещё один шар. Найти вероятность того, что оба вынутые шара будут белыми.

3. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого и 0,9 – для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

4. На склад поступили электролампы трёх партий. В первой партии из 50 содержится 3% нестандартных, во второй из 40 – 2,5%, в третьей из 10 – 8%. Взяли одну лампу. Какова вероятность того, что она нестандартная?

5. Три станка производят одни и те же детали. Производительность одинаковая. Первый станок производит 80% деталей 1 сорта, 2 – 65%, 3 – 45%. Какова вероятность того, что выбрана деталь 1 сорта?

6. К контролеру ОТК поступили изделия, изготовленные тремя рабочими, причём первый предоставил 20 изделий, второй – 15 и третий – 17. Вероятность того, что изделие не имеет брака, равна: для первого рабочего – 0,6; для второго – 0,5; для третьего – 0,4. Контролер проверил одну деталь, она оказалась бракованной. Какова вероятность того, что её изготовил первый рабочий?

Задания для самостоятельной работы:

1. В урне 5 белых и 13 черных шаров. Из урны в случайном порядке, один за другим, вынимают все находящиеся в ней шары. Найти вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.

2. В урне имеется 5 шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают 3 шара без возвращения. Найти вероятности следующих событий: а) последовательно появятся шары с номерами 1, 4, 5; б) извлечённые шары будут иметь номера 1, 2, 5, независимо от того, в какой последовательности они появились.

3. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить 4 бомбы, вероятности попадания которых, соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

4. На автозаводе три конвейерных линии, причём на первой из них собирается 35% всех изделий, на второй – 25%, на третьей – 45% . Вероятность брака для изделий, собранных на первой линии, равна 0,2; на второй – 0,1; на третьей – 0,15. Покупатель приобрёл автомобиль, изготовленный на этом заводе. Какова вероятность того, что он не имеет брака?

5. Покупатель желает приобрести электрические лампочки. На полке в хозяйственном магазине лежат 300 лампочек одинаковой мощности, причем 50%

изготовлены 1 заводом, 20% – 2; 30% – 3. Вероятность брака для 1 завода равна 0,1; 2– 0,05; 3 – 0,2. Покупатель приобрел одну лампочку. Какова вероятность того, что она не будет бракованной?

6. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и ненормальном. Нормальный режим наблюдается в 80% всех случаев работы прибора; ненормальный – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время t в нормальном режиме равна 0,1; в ненормальном – 0,7. Найти вероятность выхода прибора из строя t.

3.4 Тема 4: Повторение событий (0,5 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Повторение событий.
2. Формула Бернулли.
3. Интегральная и локальная теоремы Лапласа.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие испытания (события) называют независимыми?
2. Опишите условия испытаний, известные как испытания по схеме Бернулли.
3. Напишите формулу Бернулли.
4. Вероятность какого события находится по формуле Бернулли?
5. Сформулируйте теорему Пуассона.
6. В каком случае применяется теорема Пуассона?
7. Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа.
8. Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Практические задания:

1. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включено 4 мотора; 6) включены все моторы; в) выключены все моторы.

2. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,35.

3. В каждом из 830 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью $p = 0{,}61$. Найти вероятность того, что событие А происходит ровно 400 раз.

4. Известно, что в данном технологическом процессе 10% изделий имеют дефект. Какова вероятность того, что в партии из 400 изделии: а) будут иметь дефект 378 изделий; б) не будут иметь дефект от 36 до 82 изделий.

Задания для самостоятельной работы:

1. Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,1. Найти вероятность того, что событие А появится хотя бы 2 раза.

2. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена: а) ровно 50 раз; б) не менее 70 и не более 80 раз; в) не более 70 раз.

3.5 Тема 5: Дискретные случайные величины (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Дискретные случайные величины.
2. Законы распределения дискретной случайной величины.
3. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
4. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства.
5. Среднее квадратическое отклонение.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение понятия «случайная величина».
2. Какие типы случайных величин рассматриваются в теории вероятностей?
3. Какие случайные величины называются дискретными?

4. Что такое закон распределения случайной величины?

5. В какой форме задаётся закон распределения для дискретной случайной величины?

6. Что такое функция распределения случайной величины? Как эта функция выглядит для дискретной случайной величины?

7. Как определить с помощью функции распределения вероятность попадания случайной величины в заданный интервал?

8. Какие виды распределений дискретных случайных величин знаете?

9. Что такое биномиальное распределение дискретной случайной величины?

10. Что такое геометрическое распределение дискретной случайной величины?

11. Что такое гипергеометрическое распределение дискретной случайной величины?

12. Опишите распределение Пуассона.

13. Как определяются числовые характеристики для дискретной случайной величины?

Практические задания:

1. Составить закон распределения случайной величины X – числа появлений герба при двух бросаниях монеты.

2. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди отобранных. Построить многоугольник полученного распределения.

3. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Построить график функции распределения.

4. В коробке 8 ручек, из которых 3 красные. Из этой коробки наудачу извлекают 4 ручки. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа красных ручек среди отобранных.

5. Вероятность того, что стрелок попадает в мишень при одном выстреле,

равна 0,6. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения случайной величины X – числа патронов, выданных стрелку.

6. Среднее число заказов такси, поступающих к диспетчеру в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за 2 мин. поступит менее 4 вызовов.

7. Задан закон распределения дискретной случайной величины X:

x_i	–1	0	1	2	3	4
p_i	0,22	p	0,1	0,3	0,01	0,04

Найти: а) p; б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; в) функцию распределения F(x) и построить её график; г) закон распределения случайной величины $y = –x+2$.

8. Даны две независимые случайные величины x и y: $M_x = 12$, $D_x = 4$, $M_y = –10$, $D_y = 1$. Найти: а) $M(2x–6y+5xy–1)$; б) $D(x–7y+13)$.

9. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$; $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$ и x_3 с вероятностью p_3. Найти x_3 и p_3, зная, что $M(X) = 8$.

Задания для самостоятельной работы:

1. Две игральные кости одновременно бросают два раза. Написать закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений чётного числа очков на двух игральных костях.

2. Экзаменатор задаёт студенту дополнительные вопросы. Вероятность того, что студент ответит на любой вопрос, равна 0,9. Преподаватель прекращает экзамен, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Требуется составить закон распределения случайной величины X – числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту.

3. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка разобьется, равна 0,003. Найти вероятность того, что будет разбито: а) ровно две бутылки; б) более двух бутылок; в) менее двух бутылок; г) хотя бы одна бутылка.

4. Закон распределения дискретной случайной величины X приведён в таблице:

0	1	2	3	4	5	6
0,04	0,08	0,32	0,31	0,15	0,08	0,02

Определить математическое ожидание M(X), дисперсию D(x) и среднее квадратическое отклонение σ(x) случайной величины X.

5. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X: $x_1 = 4$, $x_2 = 6$, $x_3 = 3$, а также известны математическое ожидание этой величины и её квадрата: $M(X) = 2,3$, $M(X^2) = 5,9$. Найти вероятности, соответствующие возможным значениям X.

3.6 Тема 6: Непрерывные случайные величины (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Непрерывные случайные величины.
2. Математические характеристики непрерывных случайных величин.
3. Функция распределения, её свойства и график.
4. Плотность распределения.
5. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
6. Нормальное распределение.
7. Показательное распределение.
8. Показательный закон надёжности.
9. Двумерные случайные величины.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие случайные величины называются непрерывными?
2. Дайте определение плотности распределения? Какими свойствами обладает плотность распределения?

3. Как определяются числовые характеристики для непрерывной случайной величины?

4. Как определить с помощью функции распределения вероятность попадания случайной величины в заданный интервал?

5. Как определить с помощью плотности распределения вероятность попадания случайной величины в заданный интервал?

6. Какие виды распределений непрерывных случайных величин знаете?

7. Что такое равномерное распределение?

8. Выведите числовые характеристики равномерного распределения.

9. Охарактеризуйте показательное распределение.

10. Какое распределение называют нормальным?

Практические задания:

1. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 0; \\ \dfrac{x}{16}, \text{ при } 0 < x \le 16; \\ 1, \text{ при } x > 16. \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности $f(x)$. Вычислить для X её математическое ожидание.

2. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 7; \\ \dfrac{x-7}{3}, \text{ при } 7 < x \le 10; \\ 1, \text{ при } x > 10. \end{cases}$$

Найти $P(8 \le x < 9)$.

3. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 0; \\ a \cdot x^2, \text{ при } 0 < x \le 1; \\ 1, \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) плотность распределения вероятностей $f(x)$; в) математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. Известна плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases}0, \textit{при } x\le 0;\\ a\cdot\sin x, \textit{при } 0<x\le\dfrac{\pi}{2};\\ 0, \textit{при } x>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение; в) Р(X < 2); Р($-2 \le X < \frac{\pi}{4}$); Р($X \ge \frac{\pi}{3}$).

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение с параметрами a = 36 и σ = 2. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение, принадлежащее интервалу (34; 37).

6. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Математическое ожидание a = 14, среднее квадратическое отклонение σ = 3. Найти: а) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу (10; 18); б) вероятность того, что $|x-m|<2{,}5$.

7. Время работы прибора – случайная величина X, подчинённая показательному закону. Известно, что среднее время работы прибора составляет 500 часов. Какова вероятность того, что данный прибор проработает не менее 600 часов?

8. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром 2. Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность попадания X в интервал $(-1;\ 2)$. Нарисовать графики плотности распределения и функции распределения X.

9. Автобусы идут с интервалом 5 минут. Полагая, что случайная величина ξ – время ожидания автобуса на остановке распределена равномерно на указанном интервале, найти среднее время ожидания и среднеквадратическое отклонение времени ожидания.

10. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчёте будет сделана ошибка: а) меньшая 0,04; б) большая 0,05.

Задания для самостоятельной работы:

1. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 1; \\ x - \frac{1}{2}, \text{ при } 1 < x \le 2; \\ 0, \text{ при } x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) функцию распределения случайной величины X и построить её график; б) математическое ожидание; в) среднее квадратическое отклонение.

2. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X задана функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 0; \\ \frac{x}{2}, \text{ при } 0 < x \le 2; \\ 0, \text{ при } x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) функцию распределения случайной величины X; б) вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение из интервала (1; 2).

3. Случайная величина X имеет нормальное распределение. Математическое ожидание a = 10. Вероятность попадания X в интервал (10; 20) равна 0,3. Чему равна вероятность попадания X в интервал (0; 10)?

4. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием a = 10 и среднем квадратическим отклонением σ = 5. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадёт величина X в результате испытания.

5. Среднее время безотказной работы прибора равно 80 часов. Полагая, что время безотказной работы прибора имеет показательный закон распределения, найти: а) выражение его плотности вероятности и функции распределения; б) вероятность того, что в течение 100 часов прибор не выйдет из строя.

6. Случайная величина X равномерно распределена в интервале (1; 8). Найти: а) дифференциальную функцию; б) интегральную функцию; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; г) вероятность попадания в интервал (3; 5).

3.7 Тема 7: Основные понятия математической статистики. Выборка (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Основные понятия математической статистики.
2. Выборочный метод.
3. Способы и критерии отбора.
4. Статистическое распределение выборки.
5. Эмпирическая функция распределения, её свойства и график.
6. Полигон и гистограмма частот.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие задачи рассматриваются в математической статистике?
2. Что такое генеральная совокупность?
3. Что называется выборкой из генеральной совокупности?
4. Какое различие между выборкой и вариационным рядом?
5. Опишите понятия: полигон частот, полигон относительных частот, гистограмма.
6. Что такое теоретическая и эмпирическая функции распределения?
7. Как построить эмпирическую функцию распределения?

Практические задания:

1. Дана выборка: 2, 4, 1, 3, 4, 4, 2, 3, 3, 1, 2, 1, 4, 2, 3. Составить: а) вариационный ряд; б) статистическое распределение выборки; в) найти относительные частоты.

2. Составить и построить эмпирическую функцию распределения по данным выборки: 6, 6, 3, 10, 8, 7, 7, 6, 4, 3, 4, 4, 8, 10, 10, 8, 9, 6, 6, 9, 10, 3, 5, 5, 7, 3, 6, 6, 4, 3.

3. Построить полигоны частот и относительных частот выборки: 27, 28, 27, 30, 30, 29, 28, 28, 27, 29, 29, 30, 27, 27, 30, 28, 29, 28, 27, 27, 29, 29, 27, 30, 28.

4. Составить интервальный ряд распределения, число интервалов 6: 5,3; 15,8; 15; 16,1; 15,5; 15,1; 16; 16,2; 15,4; 15,6; 15; 15; 16; 15,8; 15,7; 5,7; 15; 15,2; 15,9; 15,3.

5. Построить гистограмму частот и относительных частот: 2, 4, 2, 1, 10, 7, 6, 2, 8, 10, 7, 7, 3, 5, 1, 6, 9, 10, 3, 3, 8, 4, 5, 4, 7, 6, 3, 2, 2, 8.

Задания для самостоятельной работы:

1. Составить и построить эмпирическую функцию распределения по данным выборки: 10, 16, 12, 13, 18, 12, 15, 16, 12, 13, 15, 12, 13, 16, 16, 12, 13, 18, 18, 10.

2. Построить полигоны частот и относительных частот выборки: 17, 18, 19, 20, 17, 17, 20, 18, 19, 18, 17, 17, 19, 19, 17, 20, 20, 19, 18, 18, 17, 19, 17, 20, 18.

3. Составить интервальный ряд распределения, число интервалов 6: 14,3; 14; 14; 15; 14,8; 14,7; 14,7; 14; 14,2; 14,9; 14,8; 14; 10,1; 14,5; 14,1; 15; 15,2; 14,4; 14,6; 15,3.

3.8 Тема 8: Статистические оценки параметров распределения (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Статистические оценки параметров распределения.
2. Критерии оценок.
3. Генеральная средняя.
4. Выборочная средняя.
5. Групповая и общая средние.
6. Дисперсии, их виды и способы вычисления.
7. Точность оценки.
8. Доверительные интервалы.
9. Оценка истинного значения измеряемой величины.
10. Оценка точности измерений.

Вопросы для самопроверки:

1. Какая оценка неизвестного параметра теоретического распределения называется состоятельной? Приведите пример состоятельной оценки.

2. Какая оценка неизвестного параметра теоретического распределения называется несмещенной?

3. Что значит, что оценка является эффективной?

4. Что является критерием состоятельности оценки?

5. Как доказать, что оценка является несмещенной?

6. Как находятся точечные оценки математического ожидания и дисперсии?

7. Являются точечные оценки математического ожидания и дисперсии состоятельными и несмещенными?

8. Как находятся выборочное среднее и выборочная дисперсия?

9. Как находятся групповая средняя и общая средняя?

10. Что такое доверительный интервал?

11. Что такое доверительная вероятность?

12. Что такое точность оценки?

13. Как строится доверительный интервал для математического ожидания?

Практические задания:

1. По данным выборки: 10, 12, 11, 10, 10, 12, 10, 15, 13, 13, 15, 14, 10, 11, 15, 15, 13, 11, 12, 12 найти: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленное среднее квадратическое отклонение.

2. Совокупность состоит из четырех групп:

1 группа	x_i	5	6	7	2 группа	x_i	1	3	5	7	3 группа	x_i	4	5	8	10	4 группа	x_i	3	8	9	10	12
	n_i	2	8	5		n_i	7	8	2	13		n_i	6	14	10	5		n_i	5	2	3	7	3

Найти: групповые средние, общую среднюю, групповые дисперсии, внутригрупповую дисперсию, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию.

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка: 18, 12, 9, 21, 15, 18, 13, 10, 20, 17, 16, 22, 14, 9, 11, 21, 13, 18, 17, 11. Найти доверительные интервалы для оценки: а) математического ожидания, если известно σ (γ = 0,98);

б) математического ожидания, если неизвестно $\sigma(\gamma = 0{,}95)$; в) среднего квадратического отклонения (γ=0,999); г) дисперсии (γ=0,95).

Задания для самостоятельной работы:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка: 22, 28, 27, 30, 31, 25, 32, 40, 26, 25, 38, 34, 29, 32, 23, 30, 29, 31, 35, 24. Найти: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленное среднее квадратическое отклонение.

2. По данным выборки найти доверительные интервалы для оценки: а) математического ожидания, если известно $\sigma(\gamma = 0{,}9)$; б) математического ожидания, если неизвестно σ (γ=0,98); в) среднего квадратического отклонения (γ = 0,95); г) дисперсии (γ = 0,99). 25, 28, 30, 24, 25, 28, 30, 24, 24, 29, 29, 25, 28, 24, 30, 26, 26, 30, 28, 28, 25, 30, 29, 34, 28.

3.9 Тема 9: Метод расчета сводных характеристик выборки. Элементы теории корреляции (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Обычные, начальные и центральные эмпирические моменты.
2. Условные эмпирические моменты.
3. Эмпирические и выравнивающие частоты.
4. Построение нормальной кривой по опытным данным.
5. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального.
6. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
7. Условные средние.
8. Выборочные уравнения регрессии.
9. Корреляционная таблица.
10. Выборочный коэффициент корреляции.
11. Выборочное корреляционное отношение.
12. Простейшие случаи криволинейной корреляции.

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое начальные и центральные моменты различных порядков?

2. С какими моментами связаны математическое ожидание и дисперсия?

3. Что такое мода, медиана?

4. Что характеризует эксцесс?

5. Что такое двумерная случайная величина?

6. Как задаётся функция распределения двумерной случайной величины?

7. Что такое ковариация случайных величин?

8. Что такое коэффициент корреляции случайных величин? Перечислите основные свойства коэффициента корреляции.

9. Что такое условное математическое ожидание?

10. Объясните, как построить линию регрессии Y на X.

Практические задания:

1. По данным выборки: 25, 28, 30, 24, 25, 28, 30, 24, 24, 29, 29, 25, 28, 24, 30, 26, 26, 30, 28, 28, 25, 30, 29, 34, 28 найти начальные и центральные эмпирические моменты.

2. В результате эксперимента, состоящего из n = 350 испытаний, в каждом из которых регистрировалось число x_i появлений некоторого события, получено следующее эмпирическое распределение:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	25	36	42	52	61	43	36	31	24

Найти выравнивающие частоты в предположении, что случайная величина X распределена по нормальному закону.

3. По выборкам X и Y составить уравнение линейной регрессии, найти выборочный коэффициент корреляции.

X: 12, 18, 20, 17, 16, 22, 13, 21, 30, 10, 18, 15, 8, 12, 20.

Y: 41, 45, 38, 34, 37, 42, 30, 38, 48, 32, 40, 37, 24, 30, 36.

4. Распределение 110 образцов полимерных композиционных материалов по содержанию в них нефтешламов X (%) и водопоглощению Y (%) представлено в таблице:

	15–25	25–35	35–45	45–55	55–65	65–75	Итого
5–15	17	4					21
15–25	3	18	3				24
25–35		2	15	5			22
35–45			3	13	7		23
45–55					6	14	20
Итого	20	24	21	18	13	14	110

Необходимо:

а) вычислить групповые средние, построить эмпирические линии регрессии;

б) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:

1) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений;

2) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y;

3) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент водопоглощения в образцах, содержащих 35% нефтешламов.

Задания для самостоятельной работы:

1. В результате эксперимента, состоящего из n = 520 испытаний, в каждом из которых регистрировалось число x_i появлений некоторого события, получено следующее эмпирическое распределение:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	120	167	130	69	27	5	1	1

Найти выравнивающие частоты в предположении, что случайная величина X распределена по закону Пуассона.

2. По выборкам X и Y составить уравнение линейной регрессии, найти выборочный коэффициент корреляции.

X: 22, 29, 30, 28, 26, 35, 24, 31, 40, 20, 28, 25, 19, 18, 30.

Y: 45, 48, 32, 34, 33, 40, 32, 37, 44, 34, 41, 39, 25, 31, 37.

3. По данным корреляционной таблицы:

	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	Итого
20–25	2	3				5
25–30		10	4	3		17
30–35		1	3	8	2	14
35–40				7	7	14
Итого	2	14	7	15	9	50

Необходимо:

а) вычислить групповые средние, построить эмпирические линии регрессии;

б) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:

1) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений;

2) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y.

3.10 Тема 10: Проверка статистических гипотез. Метод Монте-Карло. Цепи Маркова (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Статистическая гипотеза.

2. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.

3. Ошибки первого и второго рода.

4. Сравнения дисперсий, нормальных совокупностей, генеральных совокупностей, нормальных распределений.

5. Критерий согласия Пирсона.

6. Критерий Бартлетта.

7. Критерий Уилкоксона.

8. Метод Монте-Карло.

9. Цепи Маркова.

10. Случайные функции.

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое «статистическая гипотеза»?

2. Какую гипотезу называют нулевой, какую – конкурирующей?

3. Какие ошибки относят к ошибкам первого рода, какие – к ошибкам второго рода?

4. Что такое статистический критерий?

5. В каком случае гипотеза принимается, а в каком – отвергается?

6. Что такое «критерий согласия»?

7. Какая случайная величина рассматривается в качестве критерия при проверке гипотезы о распределении генеральной совокупности?

8. Сформулировать критерий согласия Пирсона.

9. Сформулировать критерий Бартлетта.

10. Сформулировать критерий Уилкоксона.

11. В чём заключается метод Монте-Карло?

12. Что надо сделать, чтобы разыграть дискретную случайную величину?

13. Что надо сделать, чтобы разыграть испытания, в каждом из которых наступает одно из событий полной группы, вероятности которых известны?

14. Какая система называется системой с дискретным состоянием?

15.Что называют графом состояний?

16. Какой процесс называют процессом с дискретным временем?

17. Какой процесс называют процессом с непрерывным временем?

18. Какой процесс называется марковским?

19. Какая функция называется случайной?

20. Что называется реализацией случайной функции?

21. Какой закон распределения случайной функции называется одномерным?

22. Какой закон распределения случайной функции называется двумерным?

23. Какая случайная функция называется нормальной?

24. Что называется математическим ожиданием случайной функции?

25. Что называется корреляционной функцией случайной функции?

Практические задания:

1. Из генеральных совокупностей X и Y извлечены выборки:

X: 18, 20, 16, 15, 18, 17, 15, 21, 18, 22, 13, 12.

Y: 23, 28, 32, 25, 24, 19, 27, 30, 31, 20, 24, 25, 9, 10, 27, 20.

Проверить нулевую гипотезу:

а) о равенстве генеральных дисперсий совокупностей для двусторонней критической области и уровня значимости 0,05;

б) о равенстве математических ожиданий двух совокупностей для правосторонней критической области и уровня значимости 0,12;

в) о равенстве генеральной дисперсии значению 9 для двусторонней критической области и уровня значимости 0,01 (для совокупности X);

г) о равенстве генеральной дисперсии значению 41,5 для правосторонней критической области и уровня значимости 0,05 (для совокупности Y);

д) о равенстве генеральной средней значению 17,5 с известной дисперсией для правосторонней критической области и уровня значимости 0,04 (для совокупности X);

е) о равенстве генеральной средней значению 25 с известной дисперсией для двусторонней критической области и уровня значимости 0,16 (для совокупности Y);

ё) о равенстве генеральной средней значению 16,8 с неизвестной дисперсией для двусторонней критической области и уровня значимости 0,002 (для совокупности X);

ж) о равенстве генеральной средней значению 21,2 с неизвестной дисперсией для правосторонней критической области и уровня значимости 0,01 (для совокупности *Y*).

2. При уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности по выборке: 32, 38, 34, 40, 32, 32, 36, 36, 42, 32, 38, 42, 44, 40, 42, 40, 42, 44, 44, 42, 34, 38, 30, 44, 42, 40, 36, 40, 42, 44.

3. Разыграть шесть возможных значений дискретной случайной величины *X*, закон распределения которой задан в виде таблицы:

X	2	10	18
p	0,22	0,17	0,61

4. Заданы вероятности трех событий: A_1, A_2, A_3, образующих полную группу: $p_1 = 0{,}22$, $p_2 = 0{,}31$, $p_3 = 0{,}47$. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых появляется одно из трёх рассматриваемых событий.

5. Случайная функция $X(t) = (t^2+1)U$, где U – случайная величина, возможные значения которой принадлежат интервалу (0,10). Найти реализации функции $X(t)$ в двух испытаниях, в которых величина U принимает значения: $u_1 = 2$ и $u_2 = 3{,}5$.

6. Найти математическое ожидание случайной функции: а) $X(t) = Ut^2+2t+1$; б) $X(t) = U\,sin\,4t+V\,cos\,4t$, где U и V – случайные величины, причём $M(U) = M(V) = 1$.

Задания для самостоятельной работы:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка: 26, 28, 31, 27, 28, 30, 26, 29, 26, 29, 27, 28, 27, 27, 29, 29, 28, 26, 30, 30, 26, 26, 29, 28, 30.

Проверить нулевую гипотезу:

а) о равенстве генеральной дисперсии значению 2 для правосторонней критической области и уровня значимости 0,025;

б) о равенстве генеральной средней значению 27,5 с известной дисперсией для двусторонней критической области и уровня значимости 0,2;

в) о равенстве генеральной средней значению 26,5 с неизвестной дисперсией для правосторонней критической области и уровня значимости 0,01.

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка: 45, 48, 39, 50, 52, 47, 46, 44, 48, 38, 45, 52, 41. Проверить нулевую гипотезу для левосторонней критической области и уровня значимости 0,01:

а) о равенстве генеральной дисперсии значению 17,8;

б) о равенстве генеральной средней значению 48,2 с известной дисперсией;

в) о равенстве генеральной средней значению 46,3 с неизвестной дисперсией.

3. При уровне значимости 0,025 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности по выборке: 11, 20, 18, 12, 15, 22, 21, 13, 19, 20, 17, 26, 24, 23, 16, 25, 24, 20, 21, 18.

4. Разыграть восемь возможных значений дискретной случайной величины X, закон распределения которой задан в виде таблицы:

X	3	8	12	23
p	0,2	0,12	0,43	0,23

3.11 Тема 11: Вопросы оптимального планирования эксперимента (2 час.)

Вопросы к практическому занятию:

1. Доверительная оценка истинного значения измеряемой величины.

2. Доверительная оценка с помощью правила "трёх сигм".

3. Полный факторный эксперимент.

4. Дробный факторный эксперимент.

Вопросы для самопроверки:

1. Как определить истинное значение измеряемой величины по среднему арифметическому результатов отдельных измерений?

2. В чём заключается правила "трёх сигм"?

3. Как определить доверительную оценку с помощью правила "трёх сигм"?

4. Какие задачи позволяют решать методы планирования эксперимента?

5. Какое пространство называется факторным?

6. Что называют кодированием факторов?

7. Что называют полным факторным экспериментом?

8. Что называют матрицей плана?

9. Что является математической основой теории планирования эксперимента?

10. Какие соотношения называют генерирующими соотношениями?

11. Что называют дробным факторным экспериментом?

Практические задания:

1. Построить матрицу полного факторного эксперимента на примере оптимизации трансформатора по массе при варьировании трёх факторов в ходе расчётного эксперимента.

Теоретическое описание.

Объект исследования – трёхфазный трансформатор. Параметр оптимизации – масса активных частей трансформатора. Варьируемые факторы:

– индукция в стержне трансформатора, Bc, Тл; (фактор x_1);

– расчётный диаметр стержня, Dc, м; (фактор x_2);

– плотность тока в обмотке, j, А/мм^2; (фактор x_3).

Известна следующая априорная информация об исследуемом трансформаторе, полученная из опыта проектирования аналогичных устройств. Факторы имеют следующие диапазоны варьирования:

– индукция в стержне трансформатора, Bc = [0,2–2,2] Тл;

– расчётный диаметр стержня, Dc = [0,1–0,5] м;

– плотность тока в обмотке, j = [2–15] А/мм^2.

Лучший аналог имеет массу активных частей m = 1020 кг.

Примечание: уравнение математической модели зависимости параметра оптимизации от варьируемых факторов задано следующим образом:

$$y = 950 + 300(x_1 - 1{,}732)^2 + 3000(x_2 - 0{,}1571)^2 + 200(x_3 - 3{,}681)^2 .$$

2. Построить матрицу дробного факторного эксперимента на примере оптимизации трансформатора по массе при варьировании пяти факторов в ходе расчётного эксперимента.

Теоретическое описание.

Объект исследования – трёхфазный трансформатор.

Параметр оптимизации – масса активных частей трансформатора.

Варьируемые факторы:

– индукция в стержне трансформатора, *Bc*, Тл; (фактор x_1);

– расчётный диаметр стержня, *Dc*, м; (фактор x_2);

– плотность тока в обмотке, *j*, А/мм^2; (фактор x_3);

– число витков обмотки низкого напряжения, *w*, (фактор x_4);

– высота обмотки, h_k, (фактор x_5).

Известна следующая априорная информация об исследуемом трансформаторе, полученная из опыта проектирования аналогичных устройств.

Факторы имеют следующие диапазоны варьирования:

– индукция в стержне трансформатора, *Bc* = [0,2–2,2] Тл;

– расчётный диаметр стержня, *Dc* = [0,1–0,5] м;

– плотность тока в обмотке, *j* = [2–15] А/мм^2;

– число витков обмотки низкого напряжения, *w* = [20–100];

– высота обмотки, h_k = [100–700].

Лучший аналог имеет массу активных частей *m* = 1020 кг.

Примечание: уравнение математической модели зависимости параметра оптимизации от варьируемых факторов имеет вид:

$y = 950 + 300(x_1 - 1{,}732)^2 + 3000(x_2 - 0{,}1571)^2 + 200(x_3 - 3{,}681)^2 + 10ABS(x_4 - 25) +$
$+ ABS(x_5 - 150).$

4 Самостоятельная работа студентов

Рабочей программой дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрена самостоятельная работа студентов в объеме 71,5 часа. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

– выполнение курсовой работы;

– выполнение индивидуального творческого задания;

– самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; подготовка к практическим занятиям; подготовка к коллоквиумам; подготовка к контрольным работам).

С самого начала изучения дисциплины студент должен четко уяснить, что без систематической самостоятельной работы успех невозможен. Эта работа должна регулярно начинаться сразу после лекционных и практических занятий, дабы закрепить пройденный только что материал.

После усвоения теоретического материала можно приступить к самостоятельному решению задач, предложенных в данных указаниях.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1 Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст]: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. – М.: Юрайт, 2010. – 405 с. – (Основы наук). – Прил.: с. 388-404 – ISBN 978-5-9916-0700-1. – ISBN 978-5-9692-0930-5.

2 Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие – l2-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, 2007. – 479 с.: ил.– (Основы наук). – Прил.: с. 461-473. – Предм. указ.: с. 474-479. – ISBN 978-5-9692-0150-7.

5.2 Дополнительная литература

1 Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей: учеб. для вузов / Б.В. Гнеденко. – 8-е изд., испр. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.

2 Гусак, А.А. Теория вероятностей: справ. пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – 6-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 288 с.

3 Максименко, Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания / Н.В. Максименко, Е.Н. Смирнова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. алгебры и мат. кибернетики. – Оренбург: ОГУ. – 2014.

4 Матвейкина, В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: метод. указания / В.П. Матвейкина; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. прикладной математики. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ. – 2010.

5.3 Периодические издания

1 Информационные технологии: журнал. – М.: Агентство "Роспечать", 2018.

2 Мехатроника, автоматизация, управление: журнал. – М.: Агентство "Роспечать", 2018.

5.4 Интернет-ресурсы

1 Образовательный математический сайт – http://exponenta.ru/

2 Федеральный портал «Российское образование» – http://edu.ru/subjects/mathematics.html

3 Математический форум с обсуждением и решением задач – http://mathhelpplanet.com/

4 Математический портал «Вся математика в одном месте» – http://www.allmath.ru/

5 Общероссийский математический портал Math-Net.Ru – http://www.mathnet.ru/

6 Московский центр непрерывного математического образования – http://www.mccme.ru/