

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра механики материалов, конструкций и машин

*Г.А. Клещарева*

# **КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ УСКОРЕНИЙ**

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.01 Машиностроение, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 15.03.03 Прикладная механика, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Оренбург  
2019

УДК 621.828.3:621.01(076.5)

ББК 34.442я7+34.41я7

К48

Рецензент – доцент, доктор технических наук Ю.А. Чирков

**Клещарева, Г.А.**

К48

Кинематический анализ рычажных механизмов. Построение планов ускорений: методические указания / Г.А. Клещарева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 28 с.

Методические указания предназначены для выполнения кинематического анализа в курсовых проектах (работах), расчетно-графических и контрольных работах и других видах самостоятельной работы по дисциплинам «Теория механизмов и машин», «Механика», «Прикладная механика», «Машиноведение» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.01 Машиностроение, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 15.03.03 Прикладная механика, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.06 Мехатроника и робототехника.

Данные указания также могут быть полезны при выполнении отдельных разделов выпускных квалификационных работ.

УДК 621.828.3:621.01(076.5)

ББК 34.442я7+34.41я7

© Клещарева Г.А., 2019

© ОГУ, 2019

## Содержание

Введение .....	4
1 Общие сведения .....	6
2 Исходные данные для кинематического анализа .....	7
3 Результаты построения плана скоростей.....	8
4 Построение плана ускорений кулисного механизма.....	9
5 Вопросы для самопроверки.....	26
Список использованных источников .....	28

## Введение

В процессе изучения дисциплин «Теория механизмов и машин», «Машиноведение», «Прикладная механика», «Механика» обучающиеся получают теоретические знания по расчету, анализу и синтезу встречающихся в практике различных механизмов. Полученные знания закрепляются выполнением курсовых проектов (работ), расчетно-графических и контрольных работ, в которых обучающиеся на практике выполняют расчеты, анализ и синтез механизмов. Кинематический анализ является второй неотъемлемой частью расчетов, выполняемых обучающимися в процессе работы над курсовыми проектами и расчетно-графическими заданиями. Результаты кинематического анализа являются исходными данными для силового анализа при выполнении проектов и расчетно-графических заданий. В настоящих методических указаниях даны общие сведения, исходные данные, подробно рассмотрен пример кинематического анализа типового механизма методом планов с поэтапным построением плана ускорений.

Методические указания способствуют реализации следующих компетенций для направлений: 12.03.04 Биотехнические системы и технологии – ОПК-4 готовностью применять современные средства выполнения и редактирования изображений и чертежей и подготовки конструкторско-технологической документации; 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника – ОПК-2 способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, при решении профессиональных задач; 15.03.01 Машиностроение – ПК-5 умением учитывать технические и эксплуатационные параметры деталей и узлов изделий машиностроения при их проектировании; 15.03.02 Технологические машины и оборудование – ОПК-1 способностью к приобретению с большой степенью самостоятельности новых знаний с использованием современных образовательных и информационных технологий; 15.03.03 Прикладная механика – ПК-7 готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов,

физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям;

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств – ОПК-4 способностью участвовать в разработке обобщенных вариантов решения проблем, связанных с машиностроительными производствами, выборе оптимальных вариантов прогнозируемых последствий решения на основе их анализа;

15.03.06 Мехатроника и робототехника – ОПК-2 владением физико-математическим аппаратом, необходимым для описания мехатронных и робототехнических систем.

# 1 Общие сведения

*Механизмом* называется совокупность подвижно соединенных между собой звеньев, совершающих под действием приложенных к ним сил, определенные целесообразные движения.

*Звеном* называется совокупность деталей, скрепленных друг с другом неподвижно.

*Кинематической парой (КП)* называют соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение [1].

Движение звеньев любого механизма характеризуется:

- видом движения;
- перемещением и траекторией;
- скоростью, то есть быстротой изменения перемещения во времени;
- ускорением, то есть быстротой изменения скорости во времени.

*Цель кинематического анализа* – определение положений звеньев и траекторий движения, описываемых их точками, определение скоростей и ускорений точек звеньев, определение угловых скоростей и ускорений звеньев по заданному закону движения ведущего звена (без учета сил, вызывающих это движение) [2]. Для кинематического исследования механизмов в данных методических указаниях рассматривается графоаналитический метод – метод построения планов ускорений [3].

Для выполнения кинематического анализа (построение планов ускорений) должны быть известны:

- действительные размеры звеньев механизма  $l, m$ ;
- величина и направление угловых скоростей вращающихся звеньев  $\omega, \text{рад/с}$ ;
- план заданного положения механизма, построенного в масштабном коэффициенте  $\mu_l, \text{м/мм}$ ;
- построенный план скоростей для исследуемого положения;
- истинные (абсолютные) значения скоростей точек механизма  $V, \text{м/с}$ .

## 2 Исходные данные для кинематического анализа

Исходные данные должны быть взяты из своего варианта кинематической схемы с числовыми значениями необходимых величин, принятых ранее на стадии структурного анализа. Например, схема 11, вариант числовых значений и номер положения механизма для дальнейшего силового анализа 10 (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Кинематическая схема кулисного механизма и исходные данные

Схема 11		№	$n_{кр}$ , об/мин	$F_{nc}$ , кН	$l_x$ , мм	$l_y$ , мм	$l_{O_1A}$ , мм	$l_{O_2B}$ , мм	$l_{BC}$ , мм
		1	60	1,0	150	300	600	600	1500
		2	65	1,1	200	350	700	700	1750
		3	70	1,2	200	300	600	600	1500
		4	75	1,3	150	400	800	800	2000
		5	80	1,4	150	400	800	800	2000
		7	90	1,5	150	350	700	700	1750
		8	100	1,6	100	300	600	600	1500
		9	110	1,7	100	250	500	500	1250
$J_{si}$ , кг·м <sup>2</sup>	$J_{si} = 0,2 \cdot m_i \cdot l_i^2$	10	115	1,8	100	200	400	400	1000
$m_i$ , кг	$m_i = g \cdot l_i; m_5 = 3 \cdot m_1; g = 10$ (кг/м)	11	60	2,0	100	250	500	500	1250

*Примечание* – в таблице 2.1 приняты следующие обозначения

где  $n_{кр}$  – частота вращения кривошипа, об/мин;

$F_{nc}$  – сила полезного сопротивления, кН;

$J_{si}$  – собственные моменты инерции звеньев, кг·м<sup>2</sup>;

$m_i$  – массы звеньев, кг;

$g$  – масса одного метра звена, кг/м;

$l_x, l_y$  – координаты точки  $O_2$  относительно  $O_1$ , мм;

$l_{O_1A}, l_{O_2B}, l_{BC}$  – длины звеньев, мм;

$S_1, S_3, S_4, S_5$  – центры тяжести 1, 3, 4, 5 звеньев соответственно.

Кинематический анализ начинается с построения планов положений механизма в выбранном масштабном коэффициенте. Количество, название и масштабные размеры звеньев механизма были определены ранее в структурном анализе [1]. Все параметры были сведены в таблицу 3.1.

### 3 Результаты построения плана скоростей

На предыдущем этапе кинематического анализа был построен план скоростей (рисунок 3.1) и найдены все необходимые параметры для построения плана ускорений, результаты которых сведены в таблицу 3.1.

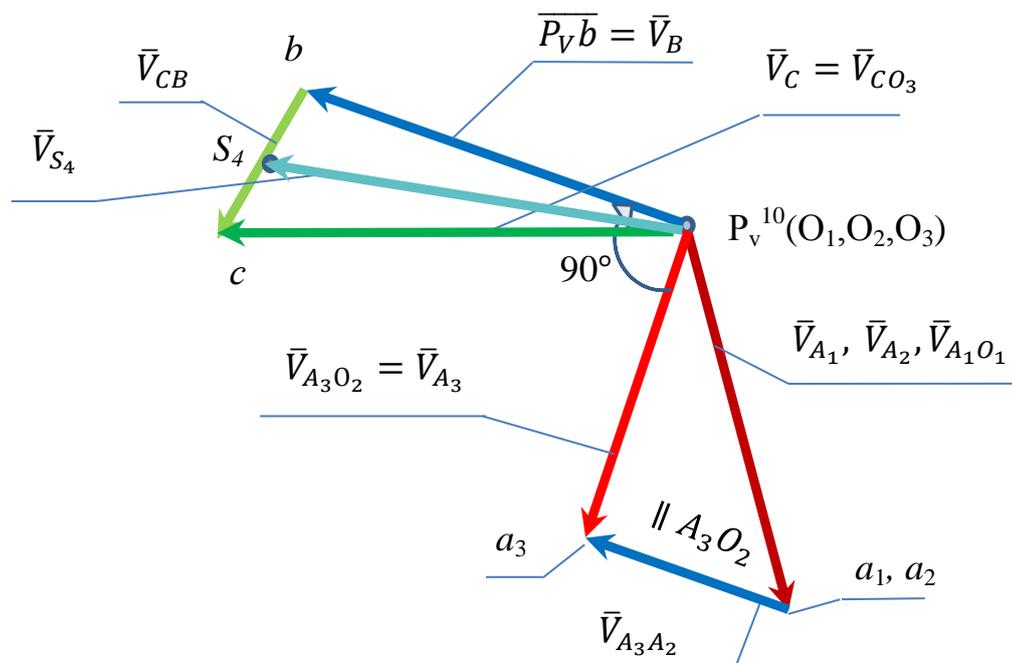


Рисунок 3.1 – План скоростей десятого положения кулисного механизма

Таблица 3.1 – Размеры и скорости звеньев кулисного механизма

Звенья	Действительные размеры, м	Величина, размерность	Результат
1 кривошип	$l_{O_1A} = 0,4$ м	$V_{A_1} = V_{A_2} = V_{A_1O_1}$ , м/с	4,82
2 ползун	размер не задан	$\omega_1$ , рад/с	12,04
3 коромысло-кулиса	$l_{A_3O_2} = 0,3$ м	$V_{A_3} = \bar{V}_{A_3O_2}$ , м/с	4,01
	$l_{O_2B} = 0,4$ м	$V_{A_3A_2}$ , м/с	2,66
		$\omega_2 = \omega_3$ , рад/с	13,37
4 шатун	$l_{BC} = 1$ м	$V_B$ , м/с	5,35
		$V_{CB}$ , м/с	1,74
	$l_{BS_4} = 0,5$ м	$V_{S_4}$ , м/с	5,42
		$\omega_4$ , рад/с	1,74
5 ползун	размер не задан	$V_C = \bar{V}_{CO_3}$ , м/с	5,62

## 4 Построение плана ускорений кулисного механизма

Для построения плана ускорений необходима кинематическая схема заданного механизма, построенная в масштабном коэффициенте  $\mu_l = 0,005$  м/мм, в заданном *десятом* положении (рисунок 4.1) с указанными направлениями угловых скоростей  $\omega$ , рад/с, вращающихся звеньев.

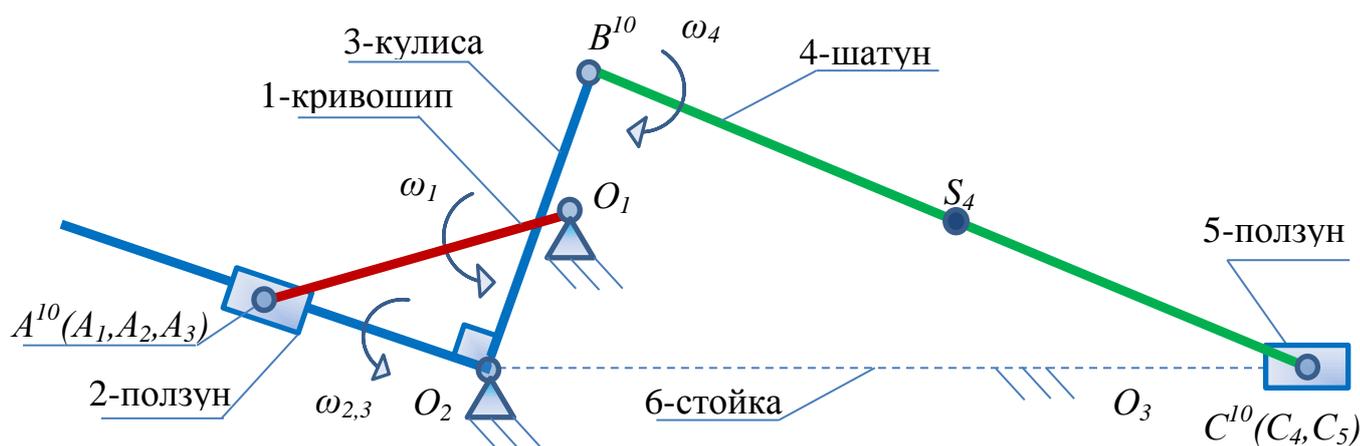


Рисунок 4.1 – План десятого положения механизма

Абсолютное ускорение  $\vec{a}_{A_1}$ ,  $м/с^2$ , точки  $A_1$  находят [2] из уравнения

$$\vec{a}_{A_1} = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{A_1 O_1}^n + \vec{a}_{A_1 O_1}^t, \quad (4.1)$$

где  $\vec{a}_{O_1}$  – вектор переносного ускорения (поступательного) движения звена, так как точка  $O_1$  не двигается, то  $\vec{a}_{O_1} = 0$ ;

$\vec{a}_{A_1 O_1}^n$  – вектор нормального (центростремительного) ускорения, линия действия вектора направлена вдоль звена 1 от точки  $A_1$  к  $O_1$ ,  $м/с^2$ ;

$\vec{a}_{A_1 O_1}^t$  – вектор тангенциального ускорения,  $м/с^2$ .

Линия действия перпендикулярна  $A_1 O_1$ , но так как угловая скорость  $\omega_1 = const$ , то угловое ускорение звена 1  $\varepsilon_1 = 0$ , и тангенциальное ускорение, которое можно найти по формуле (4.2), будет равно нулю

$$a_{A_1 O_1}^t = \varepsilon_1 \cdot l_{O_1 A} = 0. \quad (4.2)$$

Учитывая вышесказанное, ускорение  $\vec{a}_{A_1}$  точки  $A_1$  будет равно нормальному ускорению  $\vec{a}_{A_1 O_1}^n$ , и скалярную величину  $a_{A_1 O_1}^n, м/с^2$ , находят из соотношения

$$a_{A_1} = a_{A_1 O_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1 A} = 12,04^2 \cdot 0,4 = 57,98 \text{ м/с}^2. \quad (4.3)$$

Для построения плана ускорений необходимо рассчитать масштабный коэффициент плана ускорений  $\mu_a$ . Для нахождения его величины, действительное (скалярное) значение ускорение кривошипа  $a_{A_1}, м/с^2$ , нужно поделить на величину вектора, изображаемого на плане ускорений  $\bar{a}_{A_1}, мм$ . Желательно, чтобы изображаемая на чертеже длина вектора ускорений кривошипа  $\bar{a}_{A_1}, мм$ , была от 50 до 100 мм (для удобства и наглядности выполнения чертежа), тогда

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{\bar{a}_{A_1}} = \frac{57,98}{100 \dots 50} = 0,57 \dots 1,16 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}. \quad (4.4)$$

Масштабный коэффициент выбирают с учетом рассчитанного диапазона и округляют до стандартного значения из таблицы 4.1

$$\mu_a = 0,5 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}. \quad (4.5)$$

Тогда длина любого вектора ускорения  $\bar{a}_i, мм$ , на чертеже будет определяться выражением

$$\bar{a}_i = \frac{a_i}{\mu_a}. \quad (4.6)$$

Таблица 4.1 – Численные значения стандартных масштабных коэффициентов

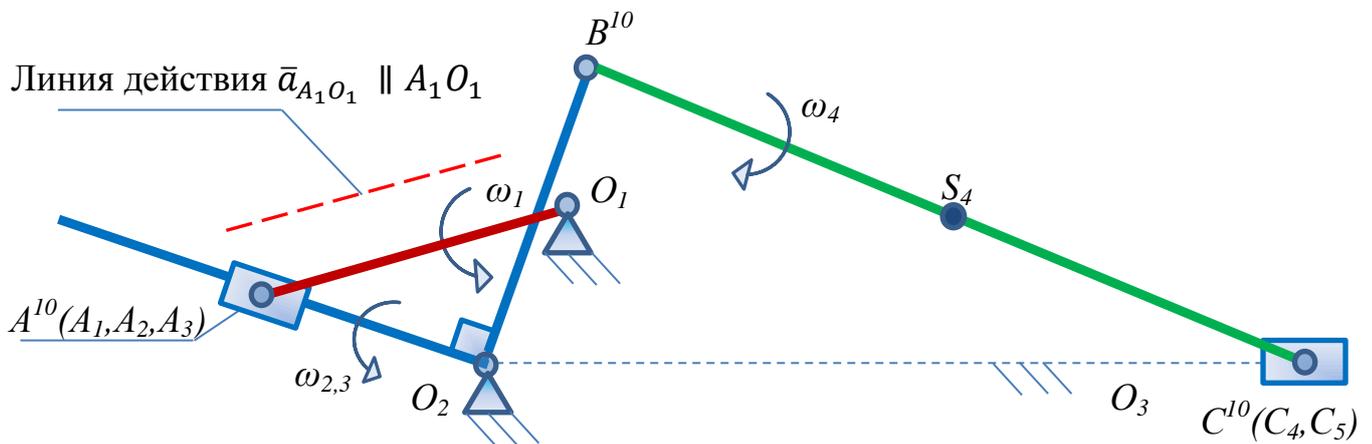
Диапазоны значений				
0,001	0,002	0,0025	0,004	0,005
0,01	0,02	0,025	0,04	0,05
0,1	0,2	0,25	0,4	0,5
1	2	2,5	4	5
10	20	25	40	50
100	200	250	400	500 и так далее

Тогда вектор нормального ускорения  $\bar{a}_{A_1O_1}^n$ , мм, найдем так

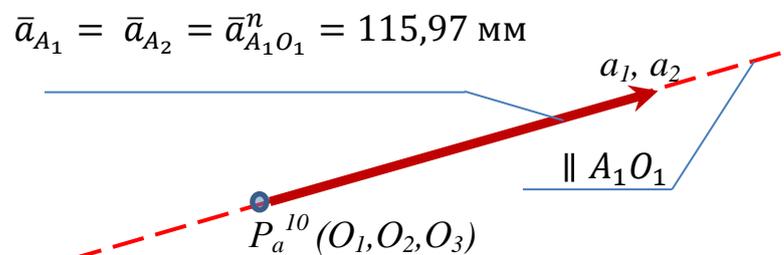
$$\bar{a}_{A_1O_1}^n = \frac{a_{A_1O_1}^n}{\mu_a} = \frac{57,98}{0,5} = 115,97 \text{ мм.} \quad (4.7)$$

Из произвольно выбранной точки  $P_a$  (полюса плана ускорений) строим вектор ускорения  $\bar{a}_{A_1} = 115,97$  мм параллельно  $A_1O_1$  в направлении от  $A_1$  к  $O_1$  (рисунок 4.2 а). Так как  $a_{O_1} = 0$ , то точка  $O_1$  на плане ускорений совпадает с полюсом  $P_a$  (рисунок 4.2 б). Все неподвижные точки  $O_1, O_2, O_3$  находятся в полюсе.

Ускорение точки  $A_2$ , принадлежащей звену 2, равно ускорению точки  $A_1$ , принадлежащей звену 1, то есть  $a_{A_2} = a_{A_1}$ .



а) план десятого положения механизма



б) ускорения точек  $A_1, A_2$

Рисунок 4.2 – Построение плана ускорений – первый этап

Ускорение средней точки первой группы Ассура (точки  $A_3$ ) определяем через ускорения крайних точек этой группы  $A_2$  и  $O_2$ . Точка  $A_3$  принадлежит звену 3 и (в данный момент) совпадает с точками  $A_1$  и  $A_2$ . Ускорение точки  $A_3$ , движущейся поступательно относительно точки  $A_2$ , находят из векторного уравнения

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3A_2}^k + \vec{a}_{A_3A_2}^r, \quad (4.8)$$

где  $\vec{a}_{A_2}$  – является вектором ускорения в переносном движении (величина и направление его уже известны, и вектор  $\vec{a}_{A_2}$  построен) (рисунок 4.2);

$\vec{a}_{A_3A_2}^k$  – вектор ускорения Кориолиса, возникающего в результате того, что переносное движение звена 3 является не только поступательным, но и вращательным вместе со звеном 2;

$\vec{a}_{A_3A_2}^r$  – вектор релятивного ускорения в относительном движении точки  $A_3$  по отношению к точке  $A_2$  (ускорение скольжения).

Величина и направление вектора  $\vec{a}_{A_3A_2}^r$  неизвестны. Линия действия вектора параллельна звену  $A_3O_2$ .

Скалярная величина ускорения Кориолиса  $a_{A_3A_2}^k, м/с^2$ , определяется так

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A_3A_2} = 2 \cdot 13,37 \cdot 2,66 = 71,13 \text{ м/с}^2, \quad (4.9)$$

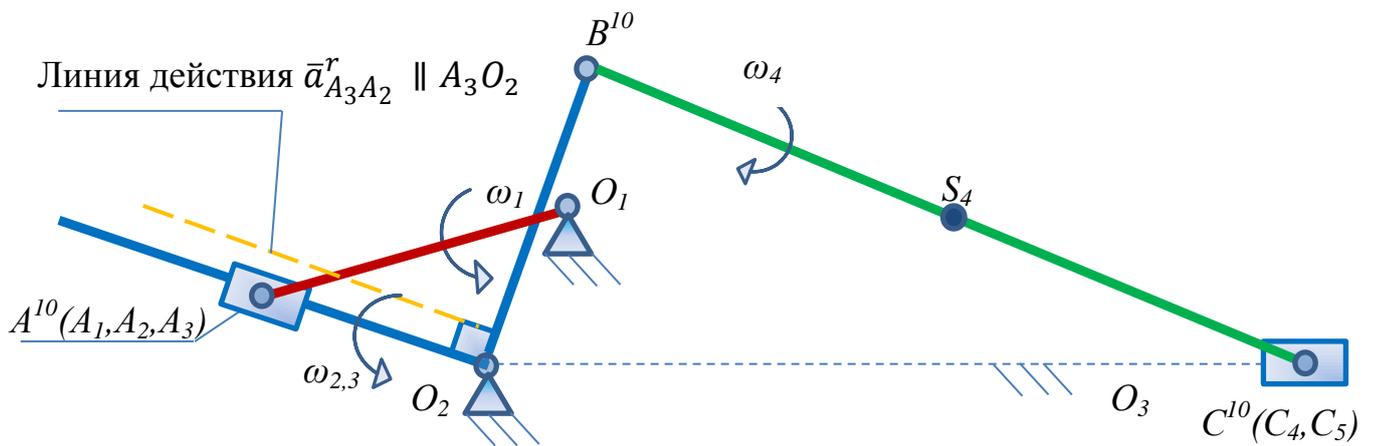
где  $\omega_3 = \omega_2$  – угловая скорость переносного движения третьего звена,  $рад/с$ , величину и направление находят на этапе построения [4] планов скоростей, поэтому она уже известна (таблица 3.1);

$V_{A_3A_2}$  – скорость точки  $A_3$  относительно точки  $A_2$ , величину и направление вектора находят на этапе построения планов скоростей,  $м/с$  (таблица 3.1).

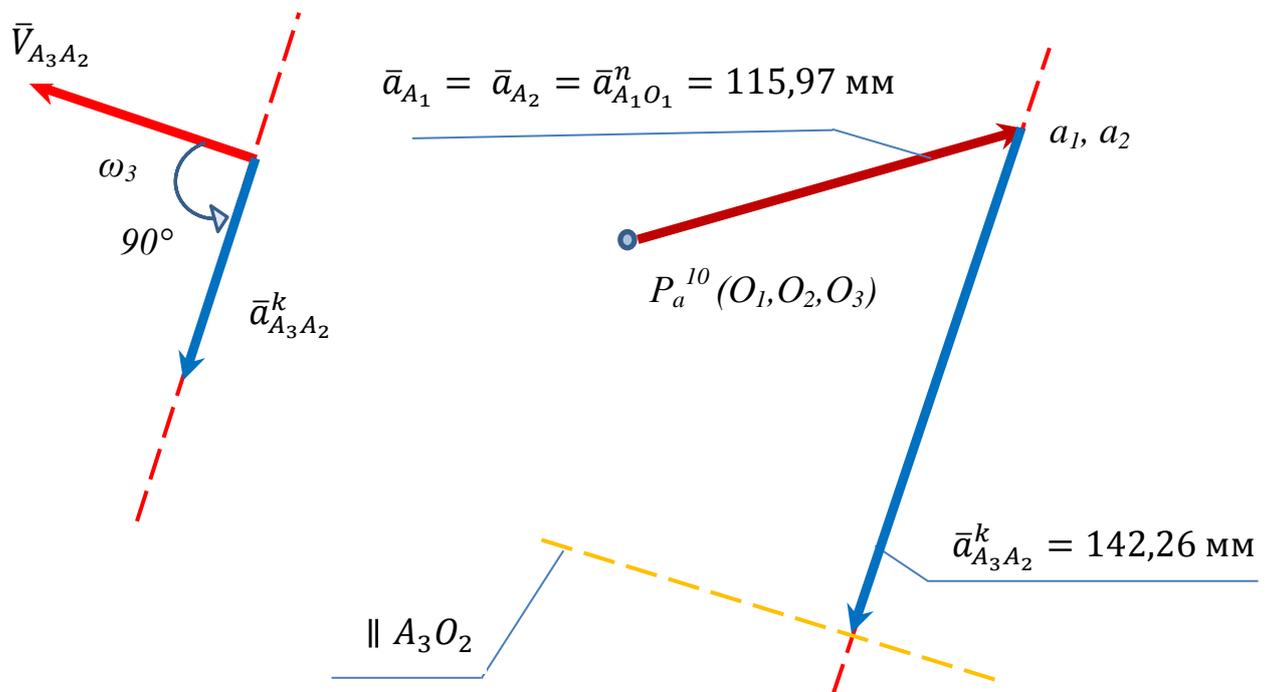
Длина вектора, изображающего ускорение Кориолиса на плане ускорений  $\vec{a}_{A_3A_2}^k, мм$ , равна

$$\vec{a}_{A_3A_2}^k = \frac{a_{A_3A_2}^k}{\mu_a} = \frac{71,13}{0,5} = 142,26 \text{ мм}. \quad (4.10)$$

Для определения направления ускорения Кориолиса надо вектор относительной скорости  $\bar{V}_{A_3A_2}$  (рисунок 3.1) повернуть на  $90^\circ$  по направлению угловой скорости переносного движения  $\omega_3, \text{rad/s}$ , (рисунки 4.3 а, б). Из конца вектора  $\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1}$  на плане ускорений строим вектор ускорения Кориолиса  $\bar{a}_{A_3A_2}^k, \text{мм}$ , найденной длины (4.10), в найденном направлении (рисунок 4.3 б). Из конца вектора  $\bar{a}_{A_3A_2}^k$  проводим только линию действия релятивного ускорения  $\bar{a}_{A_3A_2}^r$  параллельно звену  $A_3O_2$  (рисунок 4.3 а, в).



а) план десятого положения механизма



б) направление ускорения Кариолиса

в) ускорение точки  $A_3$  относительно  $A_2$

Рисунок 4.3 – Построение плана ускорений – второй этап

Ускорение точки  $A_3$  относительно точки  $O_2$

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{A_3O_2}^n + \vec{a}_{A_3O_2}^t, \quad (4.11)$$

где  $\vec{a}_{O_2}$  – ускорение точки  $O_2$  в переносном движении звена 3,  $a_{O_2} = 0$ , так как точка  $O_2$  неподвижна;

$\vec{a}_{A_3O_2}^n$  – нормальное ускорение точки  $A_3$  в относительном ее вращении вокруг точки  $O_2$  (направлено параллельно  $A_3O_2$  от точки  $A_3$  к точке  $O_2$ ) (рисунок 4.4),  $м/с^2$ ;

$\vec{a}_{A_3O_2}^t$  – тангенциальное ускорение точки  $A_3$  в относительном вращении вокруг точки  $O_2$  (линия действия перпендикулярна звену  $A_3O_2$ ) (рисунок 4.4 а),  $м/с^2$ .

Скалярная величина нормального ускорения  $a_{A_3O_2}^n$ ,  $м/с^2$ , определяется по модулю двумя зависимостями (4.12), (4.13).

$$a_{A_3O_2}^n = \omega_3^2 \cdot l_{A_3O_2} = 13,37^2 \cdot 0,3 = 53,63 \text{ м/с}^2, \quad (4.12)$$

$$a_{A_3O_2}^n = \frac{V_{A_3O_2}^2}{l_{A_3O_2}} = \frac{4,01^2}{0,3} = 53,6 \text{ м/с}^2. \quad (4.13)$$

Длина вектора, изображающего нормальное ускорение на плане,  $\bar{a}_{A_3O_2}^n$ ,  $мм$ , равна

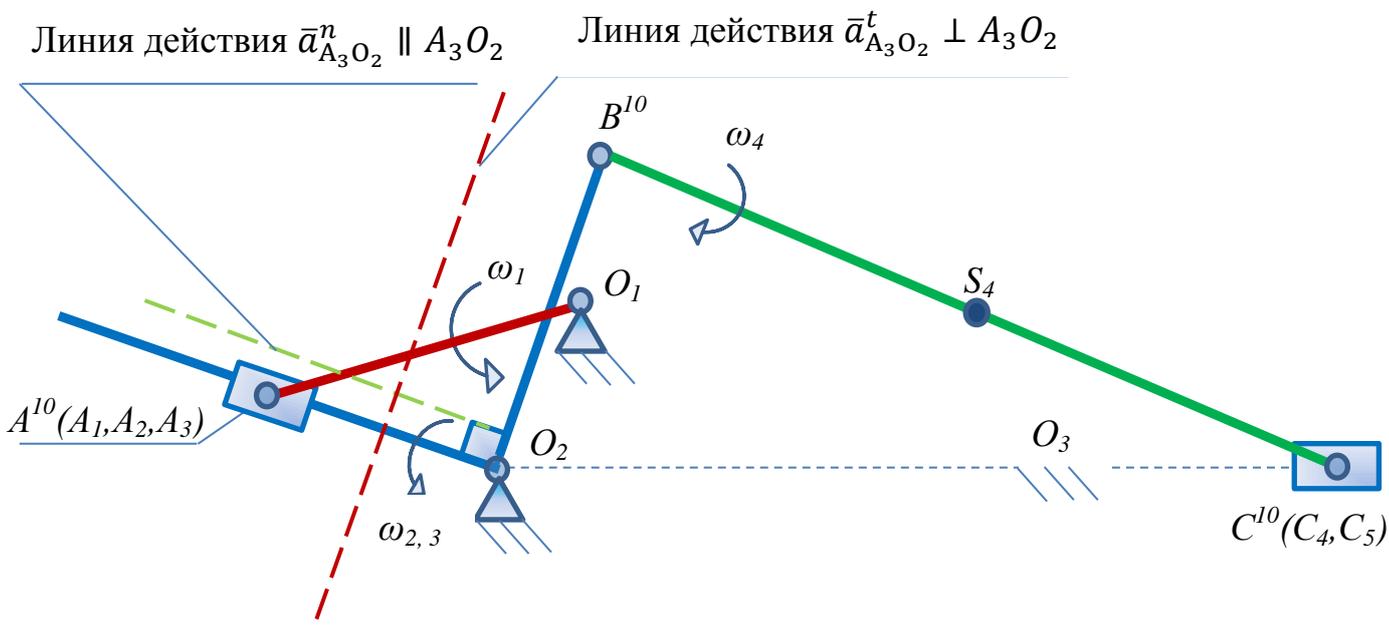
$$\bar{a}_{A_3O_2}^n = \frac{a_{A_3O_2}^n}{\mu_a} = \frac{53,6}{0,5} = 107,2 \text{ мм}. \quad (4.14)$$

Величина тангенциального ускорения  $a_{A_3O_2}^t$  по модулю не известна, так как не известно угловое ускорение  $\varepsilon_3$ ,  $рад/с^2$ , звена 3

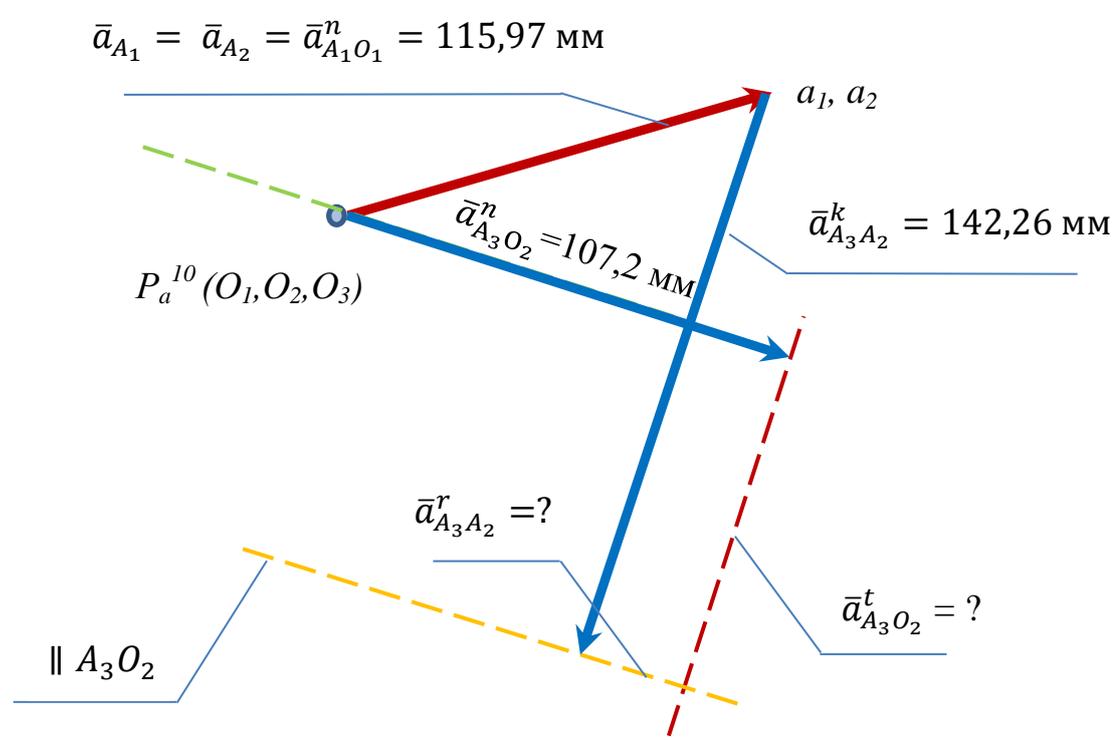
$$a_{A_3O_2}^t = \varepsilon_3 \cdot l_{A_3O_2} = ? \quad (4.15)$$

Поэтому из полюса плана ускорений  $P_a$  (из точки  $O_2$ ) строим вектор нормального ускорения (рисунок 4.4 б) найденной длины  $\bar{a}_{A_3O_2}^n$ ,  $мм$ , в найденном

направлении. Из конца вектора  $\bar{a}_{A_3O_2}^n$ , мм, проводим линию действия тангенциального ускорения  $\bar{a}_{A_3O_2}^t$ , мм, перпендикулярно  $A_3O_2$  (рисунок 4.4 б).



а) план десятого положения механизма



б) ускорение точки  $A_3$  относительно  $O_2$

Рисунок 4.4 – Построение плана ускорений – третий этап

Уравнения (4.8) и (4.11) могут быть решены только графически, как система графических уравнений (4.16).

$$\begin{cases} \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3A_2}^k + \vec{a}_{A_3A_2}^r \\ \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{A_3O_2}^n + \vec{a}_{A_3O_2}^t \end{cases} \quad (4.16)$$

Точка пересечения двух линий действий векторов  $\vec{a}_{A_3A_2}^r$  и  $\vec{a}_{A_3O_2}^t$  определяет на плане ускорений положение (рисунок 4.4 б) точки  $A_3$ . Отрезок  $\overline{P_a a_3}$  представляет собой вектор ускорения точки  $A_3$ . Тогда вектор на плане ускорения  $\bar{a}_{A_3}$ , мм, равен

$$\bar{a}_{A_3} = \overline{P_a a_3} = 132,66 \text{ мм}.$$

Соответственно находим из плана ускорений вектора  $\vec{a}_{A_3A_2}^r$  и  $\vec{a}_{A_3O_2}^t$ , мм.

По свойству подобия находим на плане ускорений точку В, которая принадлежит звену 3 и звену 4, то есть является крайней точкой второй группы Ассура. Точки  $A_3$ ,  $O_2$  и В, принадлежащие звену 3, (в рассматриваемом примере) (рисунок 4.5 а) образуют фигуру треугольника с направлением обхода вершин против часовой стрелки и углом  $90^\circ$  при вершине  $O_2$ . На плане скоростей строим треугольную фигуру  $a_3 P_a b$ , подобную фигуре  $A_3 O_2 B$  плана положений механизма, но повернутую относительно нее на  $90^\circ$ , то есть перпендикулярно отрезку  $\overline{P_a a_3}$  (рисунок 4.5 б) проводим отрезок  $\overline{P_a b}$ , длина которого определяется из соотношений (4.17) и (4.18). Все размеры отрезков измеряем с планов.

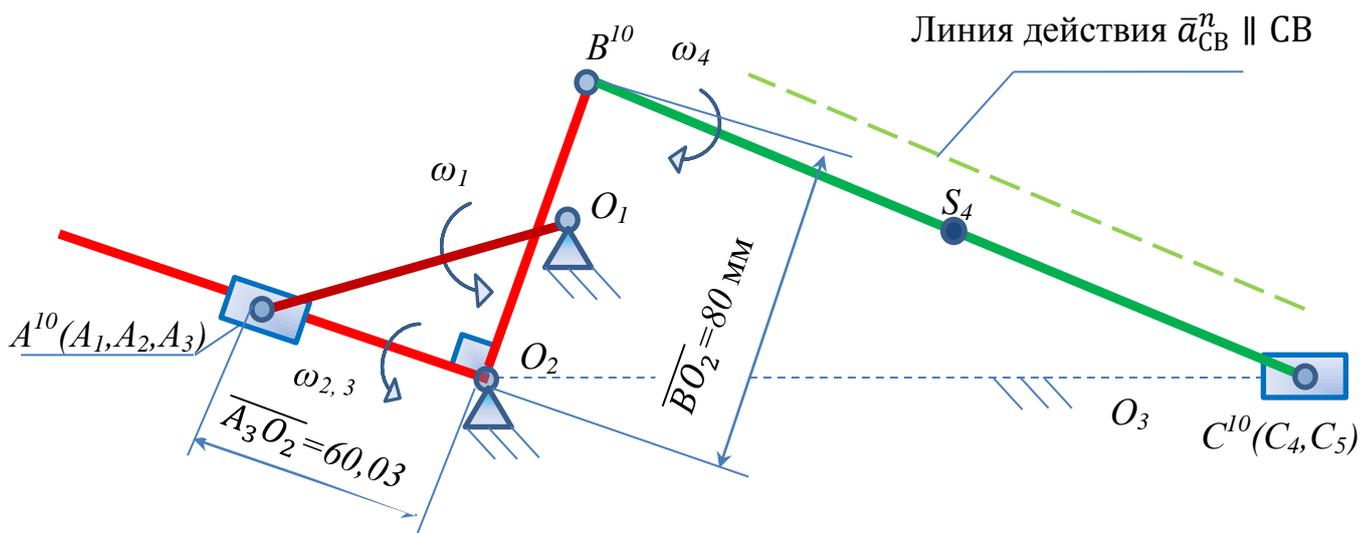
$$\frac{(A_3 O_2)}{(B O_2)} = \frac{(P_a a_3)}{(P_a b)}. \quad (4.17)$$

Откуда

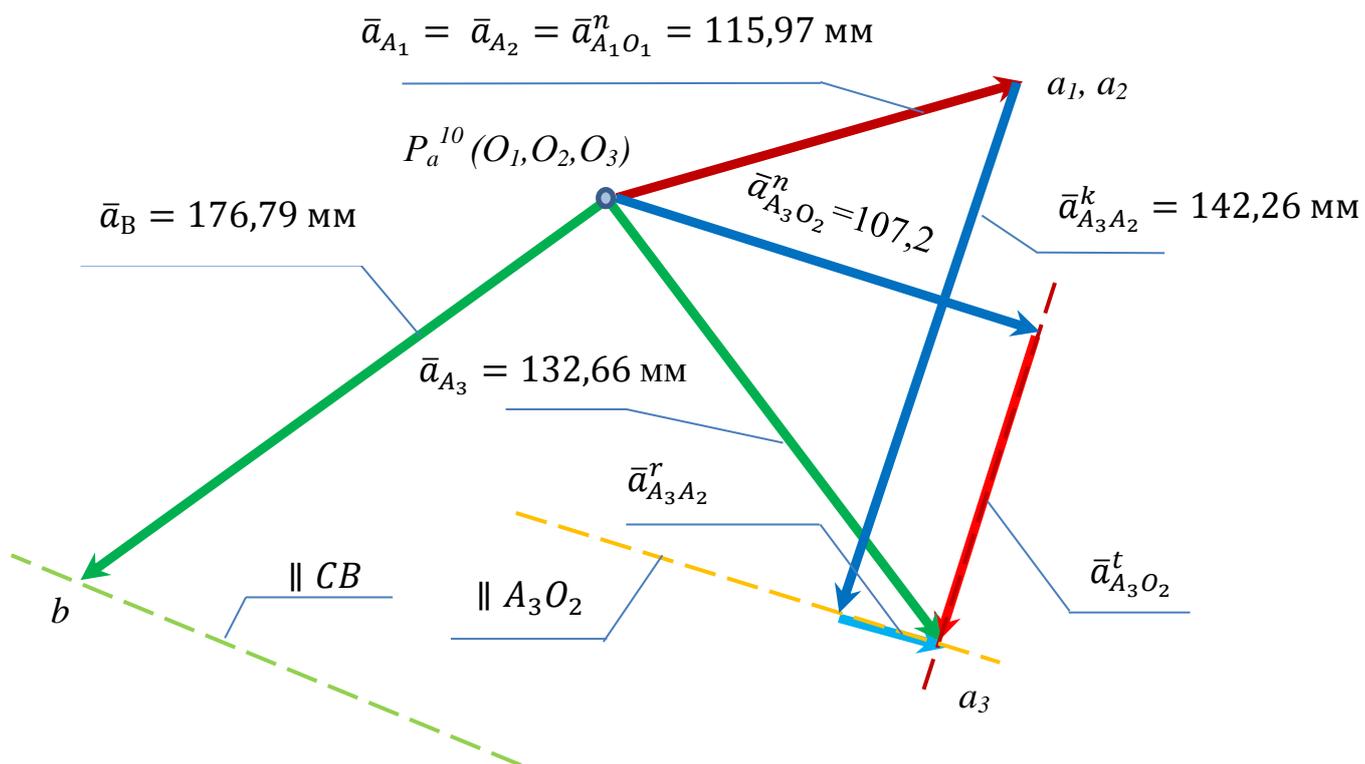
$$\overline{P_a b} = \frac{(B O_2) \cdot (P_a a_3)}{(A_3 O_2)} = \frac{80 \cdot 132,66}{60,032} = 176,79 \text{ мм}. \quad (4.18)$$

Отрезок  $\overline{P_a b}$  (рисунок 4.5 б) представляет собой вектор ускорения точки В

$$\bar{a}_B = \overline{P_a b} = 176,79 \text{ мм}.$$



а) план десятого положения механизма



б) ускорения точек  $A_3$  и  $B$

Рисунок 4.5 – Построение плана ускорений – четвертый этап

Ускорение другой крайней точки второй группы Ассура  $O_3$  (неподвижной направляющей звена 5)  $\bar{a}_{O_3} = 0$  и находится в полюсе  $P_a$ .

Ускорение средней точки второй группы Ассура С определяем через ускорения крайних точек этой группы В и  $O_3$  (совпадающей с точкой  $C_{4,5}$ ).

Ускорение точки С относительно точки В находят из уравнения

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \quad (4.19)$$

где  $\vec{a}_B$  – вектор ускорения точки В в переносном движении (величина и направление изображаемого на плане вектора уже известны,  $\bar{a}_B = 176,79$  мм (рисунок 4.5 б);

$\vec{a}_{CB}^n$  – вектор нормального ускорения точки С в относительном вращении вокруг точки В (направлен параллельно звену ВС от точки С к точке В) (рисунок 4.5 б);

$\vec{a}_{CB}^t$  – тангенциальное ускорение точки С в относительном ее вращении вокруг точки В (линия действия перпендикулярна звену СВ) (рисунок 4.6 а).

Величину нормального ускорения  $a_{CB}^n$ ,  $м/с^2$ , по модулю можно определить двумя формулами (4.20), (4.21) (результаты должны быть равны)

$$a_{CB}^n = \omega_4^2 \cdot l_{BC} = 1,74^2 \cdot 1 = 3,03 \text{ м/с}^2. \quad (4.20)$$

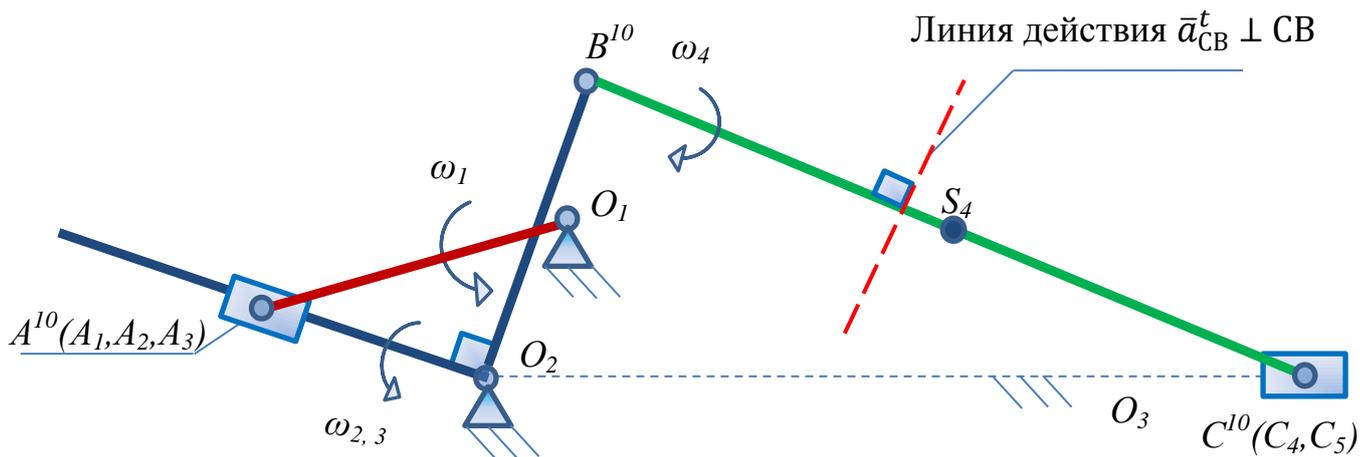
$$a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{l_{CB}} = \frac{1,74^2}{1} = 3,03 \text{ м/с}^2. \quad (4.21)$$

Длина вектора, изображающего нормальное ускорение на плане ускорений  $\bar{a}_{CB}^n$ , мм, равна

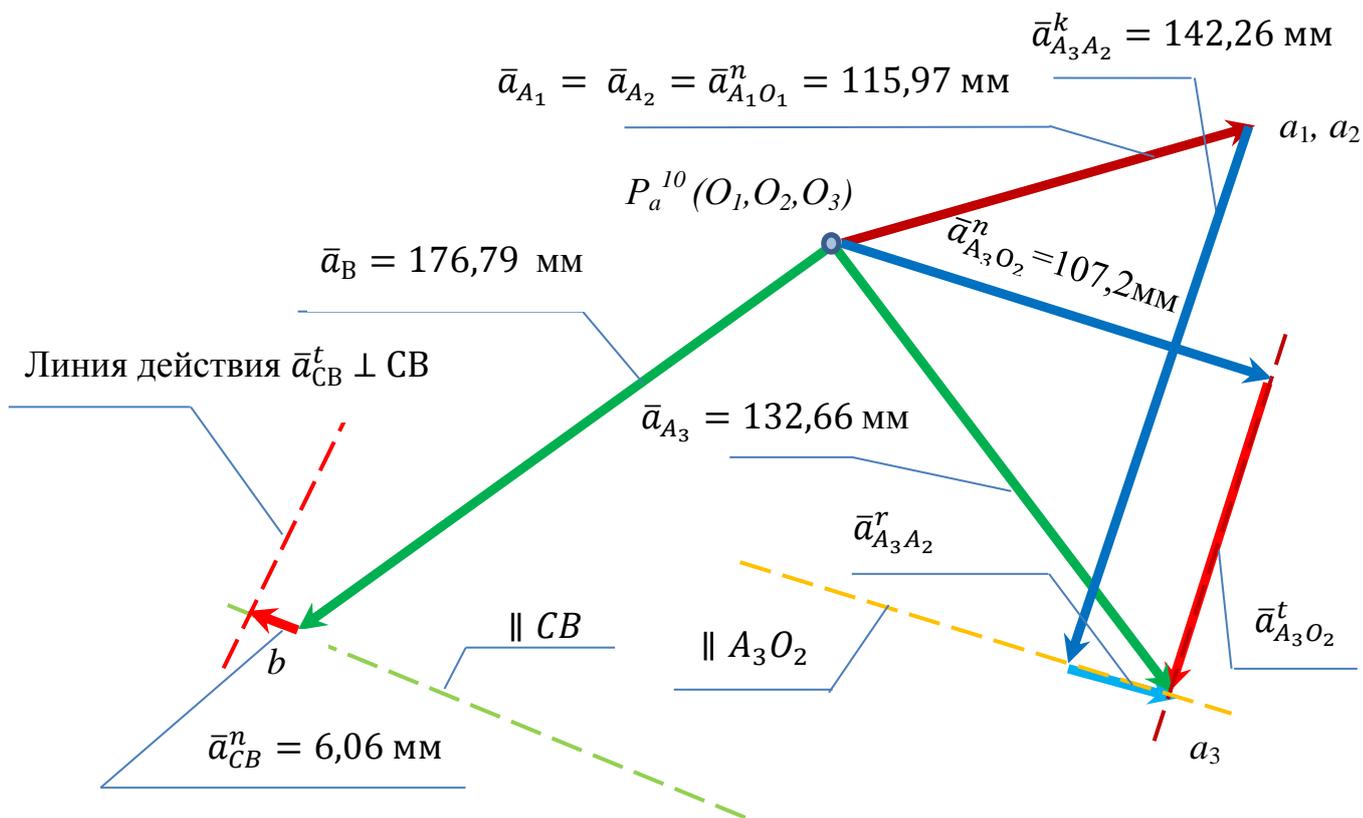
$$\bar{a}_{CB}^n = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{3,03}{0,5} = 6,06 \text{ мм}, \quad (4.22)$$

Величина тангенциального ускорения по модулю не известна, так как не известно угловое ускорение  $\varepsilon_4$ ,  $рад/с^2$ , звена 4

$$a_{CB}^t = \varepsilon_4 \cdot l_{CB} = ? \quad (4.23)$$



а) план десятого положения механизма



б) ускорения точки С относительно точки В

Рисунок 4.6 – Построение плана ускорений – пятый этап

Поэтому из конца вектора ускорения  $\vec{a}_B$  на плане ускорений (рисунок 4.6 б) строим вектор нормального ускорения  $\vec{a}_{CB}^n = 176,79$  мм, найденной длины в найденном направлении. Из конца вектора  $\vec{a}_{CB}^n$  проводим линию действия тангенциального ускорения  $\vec{a}_{CB}^t$ , перпендикулярно СВ (рисунок 4.6 б).

Ускорение точки С относительно точки, находящейся на направляющей  $O_2O_3$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{O_3} + \vec{a}_{CO_3}^k + \vec{a}_{CO_3}^r, \quad (4.24)$$

где  $\vec{a}_{O_3}$  – вектор ускорения точки  $O_3$  на неподвижной направляющей и совпадающей с точкой С в переносном движении (так как  $a_{O_3} = 0$ , то точка  $O_3$  находится в полюсе  $P_a$ );

$\vec{a}_{CO_3}^k$  – вектор Кориолисова ускорения точки С относительно точки  $O_3$  на неподвижной направляющей  $O_2O_3$ , а скалярная величина вектора равна нулю, так как  $\omega_6 = 0$  ( $\omega_6$  – угловая скорость стойки)  $a_{CO_3}^k = 2 \cdot \omega_6 \cdot V_{CO_3}$ ;

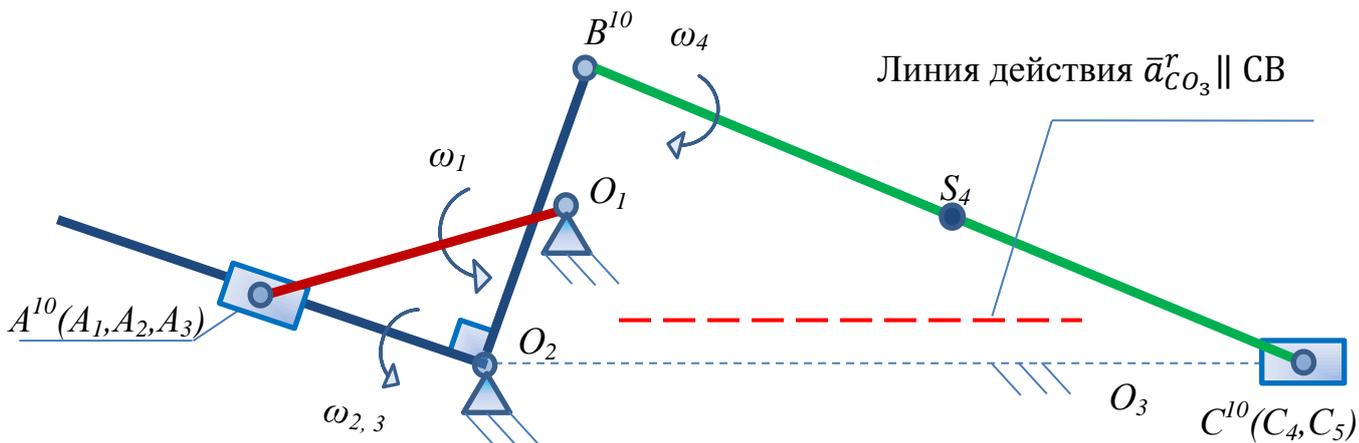
$\vec{a}_{CO_3}^r$  – релятивное ускорение точки С в поступательном движении относительно точки  $O_3$ ,  $m/c^2$ .

Таким образом, абсолютное ускорение  $\vec{a}_C = \vec{a}_{CO_3}^r = ?$  Величина ускорения неизвестна. Линия действия параллельна  $O_2O_3$  (рисунок 4.7 а). Поэтому из полюса  $P_a$  проводим линию действия ускорения  $\vec{a}_C = \vec{a}_{CO_3}^r$  параллельно  $O_2O_3$ .

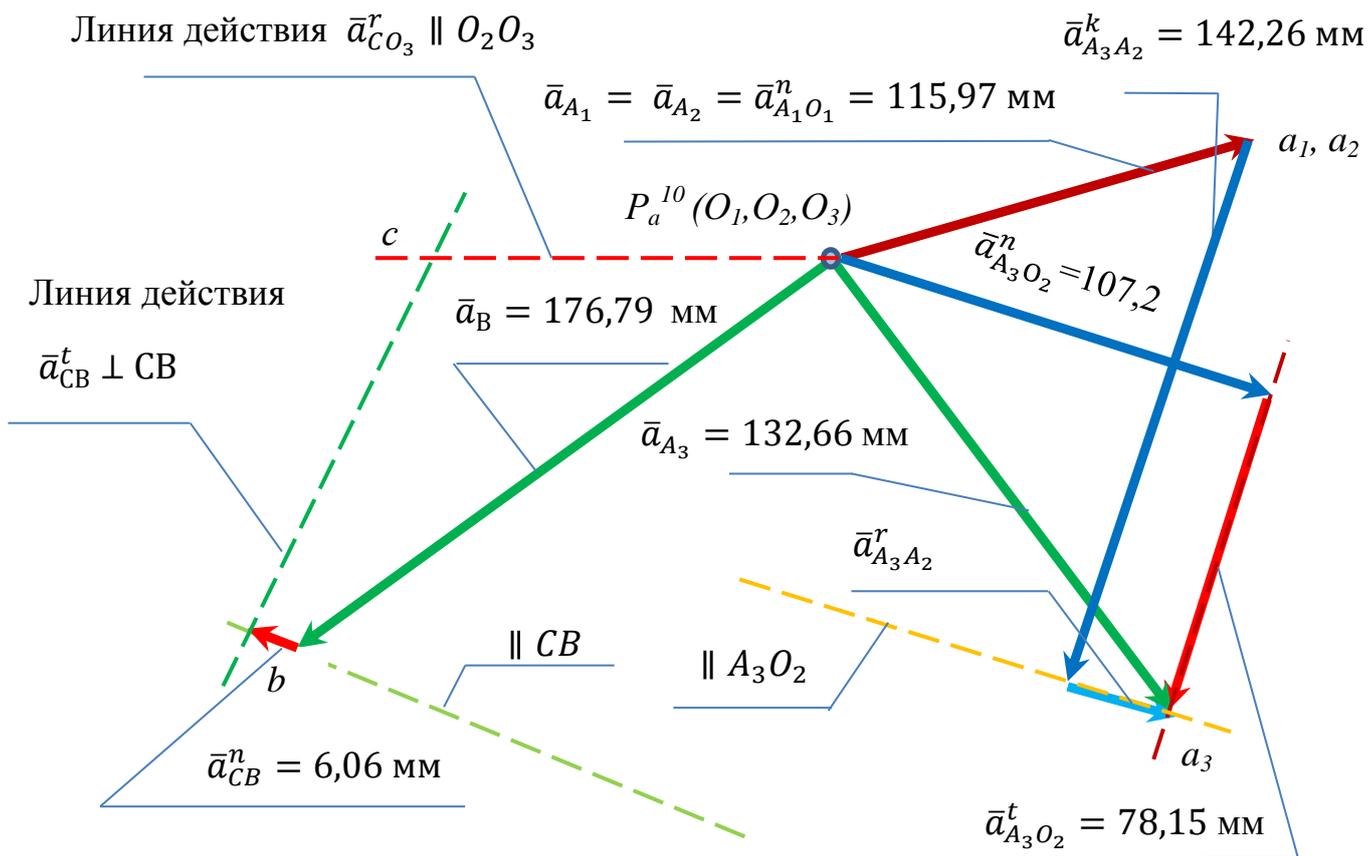
Уравнения (4.19) и (4.24) могут быть решены только графически, как система графических уравнений (4.25).

$$\begin{cases} \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \\ \vec{a}_C = \vec{a}_{O_3} + \vec{a}_{CO_3}^k + \vec{a}_{CO_3}^r \end{cases} \quad (4.25)$$

Точка пересечения двух линий действия  $\vec{a}_{CB}^t$  и  $\vec{a}_{CO_3}^r$  определяет на плане ускорений точки с. Отрезок  $\overline{P_a c}$  представляет собой вектор ускорения точки С, то есть  $\vec{a}_C = \overline{P_a c}$ . Соответственно на плане ускорений находим длину вектора  $\vec{a}_{CB}^t$  (рисунок 4.7 б).



а) план десятого положения механизма



б) ускорения точки С относительно точки  $O_3$

Рисунок 4.7 – Построение плана ускорений – шестой этап

По свойству подобия находим положение центров тяжести весомых звеньев на плане ускорений. Центр тяжести  $S_4$  звена 4 лежит на звене BC на плане положения механизма. Поэтому соответствующая ей точка  $s_4$  на плане ускорений лежит на прямой, проходящей через точки  $b$  и  $c$ . При этом длина отрезка  $\overline{bs_4}$  на плане ускорений определяется из соотношения

$$\frac{(\overline{BC})}{(\overline{BS_4})} = \frac{(\overline{bc})}{(\overline{bs_4})}. \quad (4.26)$$

Откуда

$$\overline{bs_4} = \frac{\overline{BS_4}}{\overline{BC}} \cdot \overline{bc} = \frac{100}{200} \cdot 109,67 = 54,84 \text{ мм}. \quad (4.27)$$

где  $\overline{bc}$  и  $\overline{bs_4}$  – отрезки на плане ускорений, мм;

$\overline{BC}$  и  $\overline{BS_4}$  – отрезки на плане механизма, мм.

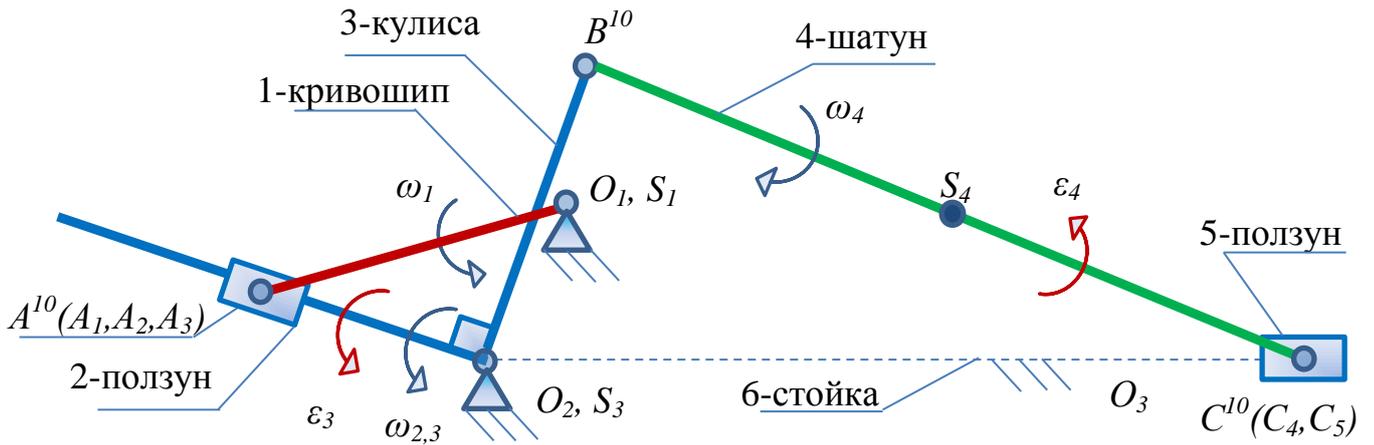
Длина вектора ускорения точки  $S_4$  определяется отрезком  $\overline{P_a s_4}$ , то есть  $\overline{a_{S_4}} = \overline{P_a s_4}$ , мм (рисунок 4.8 а, б).

Для определения направления углового ускорения  $\omega_3$  звена 3 вектор тангенциального ускорения  $\overline{a_{A_3 O_2}^t}$  переносим с плана ускорений на звено 3 в точку  $A_3$  и рассматриваем вращение этого звена вокруг точки  $O_2$  (вектор  $\overline{a_{A_3 O_2}^t}$  пытается повернуть точку  $A_3$  по часовой стрелке относительно  $O_2$ ).

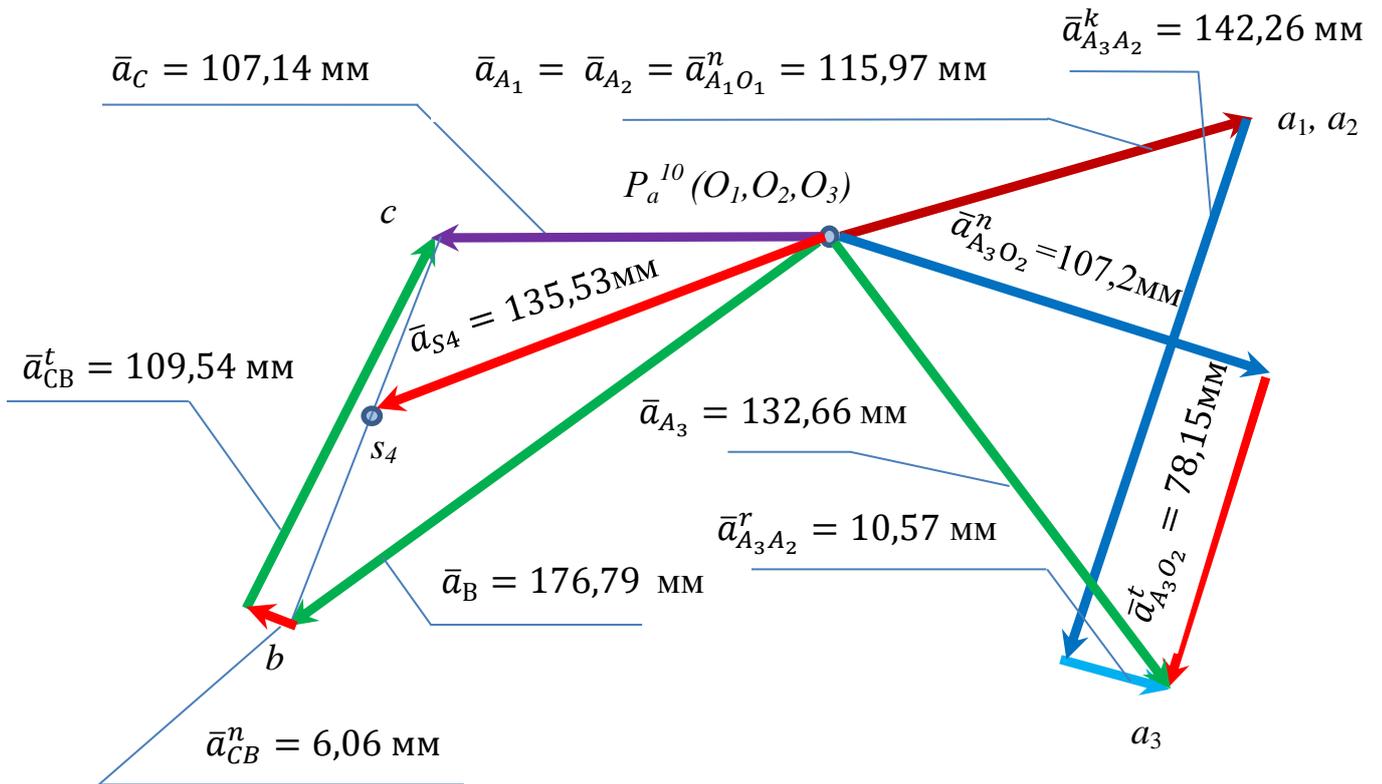
Аналогично, перенося вектор ускорения  $\overline{a_{CB}^t}$  с плана ускорений на план положения механизма в точку  $C$  относительно точки  $B$  (вектор  $\overline{a_{CB}^t}$  пытается повернуть точку  $C$  по часовой стрелке относительно  $B$ ).

Пользуясь планом ускорения, определяем истинные (абсолютные) значения ускорений точек механизма (замеряем все найденные графическим построением длины векторов и умножаем их значения на масштабный коэффициент плана ускорений) и сводим все результаты в таблицу 4.2.

Кинематический анализ проведен, определены все необходимые параметры для следующего силового анализа механизмов.



а) план десятого положения механизма



б) ускорения точек С и S4

Рисунок 4.8 – Построение плана ускорений – седьмой этап

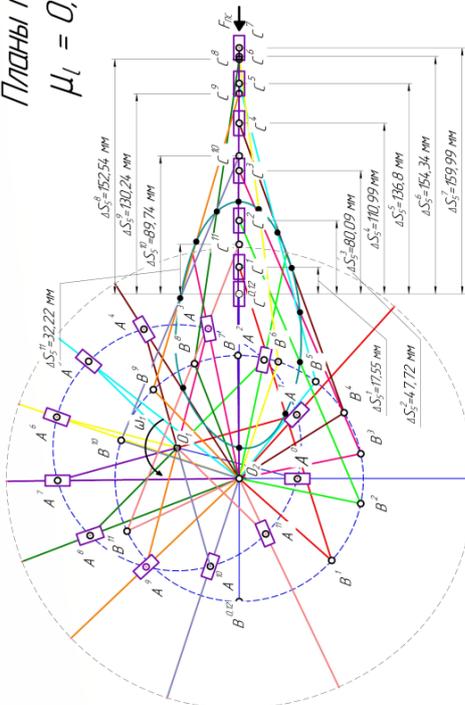
Таблица 4.2 – Истинные значения скоростей и ускорений точек механизма

Величина, размерность	Результат	Величина, размерность	Расчет	Результат
$V_{A_1} = V_{A_2} = V_{A_1O_1}, \text{ м/с}$	4,82	$a_{A_1} = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}, \text{ м/с}^2$	$12,66^2 \cdot 0,4$	57,98
$V_{A_3} = V_{A_3O_2}, \text{ м/с}$	4,01	$a_{A_2} = a_{A_1}$	$12,66^2 \cdot 0,4$	57,98
$V_B, \text{ м/с}$	5,35	$a_{A_3} = \bar{a}_{A_3} \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$132,66 \cdot 0,5$	66,33
$V_{CB}, \text{ м/с}$	1,74	$a_{A_3O_2}^t = \bar{a}_{A_3O_2}^t \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$78,15 \cdot 0,5$	39,08
$V_{A_3A_2}, \text{ м/с}$	2,66	$a_B = \bar{a}_B \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$176,79 \cdot 0,5$	88,40
$V_C = V_{CO_3}, \text{ м/с}$	5,62	$a_{CB}^t = \bar{a}_{CB}^t \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$109,54 \cdot 0,5$	54,77
$V_{S_4}, \text{ м/с}$	5,42	$a_{A_3A_2}^r = \bar{a}_{A_3A_2}^r \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$10,57 \cdot 0,5$	5,29
$l_{A_3O_2}, \text{ м}$	0,30	$a_C = \bar{a}_C \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$107,14 \cdot 0,5$	53,57
$\omega_1, \text{ рад/с}$	12,04	$a_{S_4} = \bar{a}_{S_4} \cdot \mu_a, \text{ м/с}^2$	$135,53 \cdot 0,5$	67,77
$\omega_2 = \omega_3, \text{ рад/с}$	13,37	$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_2}^t}{l_{A_3O_2}}, \text{ рад/с}^2$	$\frac{39,08}{0,3}$	130,26
$\omega_4, \text{ рад/с}$	1,74	$\varepsilon_4 = \frac{a_{CB}^t}{l_{CB}}, \text{ рад/с}^2$	$\frac{54,77}{1}$	54,77

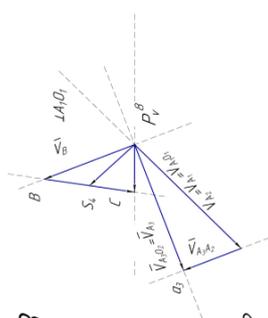
Сравнение результатов двух методов. В таблице 3.1 на странице 25 [2] необходимо взять значение  $a_5, \text{ м/с}$ , для заданного (десятого) положения (графический метод), оно же будет значением ускорения  $a_C, \text{ м/с}$ , точки С для заданного (десятого) положения механизма, рассмотренного в данных методических указаниях (графоаналитический метод). Результаты двух методов должны быть одинаковы. Допустимая погрешность в пределах 10 % (зависит от точности построения и правильности расчетов). В рассмотренном примере погрешность составила 7,8 %.

В качестве отчета по кинематическому анализу (планов ускорений) можно использовать таблицу 4.2 и пример оформления листа чертежа – рисунок 4.9.

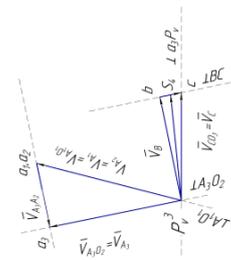
Планы положений  
 $\mu_l = 0,005 \text{ м/мм}$



Планы скоростей  $\mu_v = 0,05 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$

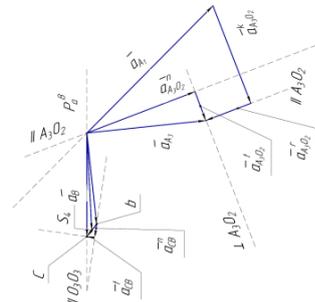


Положение 3

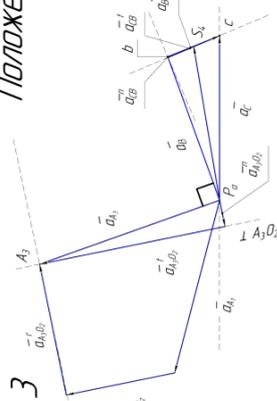


Положение 10

Планы ускорений  $\mu_a = 0,5 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$



Положение 3



Положение 10

Имя	Дата	Учитель
Время	Место	Лист
Лист	Листов	

Рисунок 4.9 – Планы положений, скоростей и ускорений

## 5 Вопросы для самопроверки

- 1 Наиболее точным при определении скоростей и ускорений звеньев механизма является ... метод.
- 2 В графическом методе определения скоростей и ускорений звеньев механизма основой является ...
- 3 В графоаналитическом методе определения скоростей и ускорений звеньев механизма основой является ...
- 4 Звено, параметры движения которого должны быть известны заранее для определения движения остальных звеньев механизма, называется ...
- 5 Окружность, которую описывает мгновенный центр вращения кривошипа, называют ...
- 6 Периодическое движение характеризуется ...
- 7 Такие кинематические характеристики движения плоской фигуры можно найти по уравнениям ее движения – ....
- 8 Графики функций перемещений, скоростей и ускорений характерных точек звеньев в зависимости от времени, – это ...
- 9 Угловая скорость – это ...
- 10 Угловое ускорение – это ...
- 11 Линейное ускорение – это ...
- 12 Отношение изображаемой единицы физической величины в свойственных ей единицах измерения к длине отрезка на чертеже в *мм*, изображающего эту величину, называют ...
- 13 План положений начинают строить с ... механизма.
- 14 За нулевое положение принимается ...
- 15 Метод кинематических диаграмм – это ...
- 16 Метод построения планов скоростей и ускорений базируется на..
- 17 Скорость абсолютного движения точки представляет собой ...
- 18 Ускорение абсолютного движения точки представляет собой ...
- 19 Относительное ускорение состоит из ...

- 20 Время цикла можно найти по формуле...
- 21 Вектор скорости точки при естественном способе задания движения...
- 22 Нормальное ускорение точки движущейся по окружности определяется по формуле...
- 23 Нормальное ускорение точки при вращательном движении определяется по формуле...
- 24 Центробежное ускорение при вращательном движении определяется по формуле...
- 25 Касательное ускорение точки движущейся по окружности определяется по формуле...
- 26 Тангенциальное ускорение при вращательном движении определяется по формуле...
- 27 Величина ускорения Кориолиса определяется по формуле...
- 28 Кориолисово ускорение точки относительно точки на неподвижной направляющей равно ...
- 29 Кориолисово ускорение учитывается при кинематическом анализе ...
- 30 Для определения направления Кориолисова ускорения нужно вектор скорости (ползуна относительно кулисы) повернуть на  $90^\circ$  по направлению....

## Список использованных источников

- 1 Клещарева, Г.А. Структурный анализ рычажных механизмов : методические указания / Г.А. Клещарева. – Оренбург : ОГУ, 2018. – 29 с.
- 2 Клещарева, Г.А. Кинематический анализ рычажных механизмов. Метод кинематических диаграмм : методические указания / Г.А. Клещарева. – Оренбург : ОГУ, 2019. – 30 с.
- 3 Клещарева, Г.А. Кинематический анализ рычажных механизмов. Метод планов : методические указания / Г.А. Клещарева. – Оренбург : ОГУ, 2019. – 23 с.
- 4 Клещарева, Г.А. Кинематический анализ рычажных механизмов. Построение планов скоростей : методические указания / Г.А. Клещарева. – Оренбург : ОГУ, 2019. – 24 с.
- 5 Ефанов, А.М. Теория механизмов и машин : учебное пособие / А.И. Ефанов, В.П. Ковалевский. – ИПК ГОУ ОГУ, 2006. – 267 с.
- 6 Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 638 с.
- 7 Фролов, К.В. Теория механизмов и машин / К.В. Фролов. – М. : Высшая школа, 1999. – 496 с.
- 8 Попов, С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С.А. Попов. – М. : Высшая школа, 1986. – 250 с.