

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра механики материалов, конструкций и машин

Н.А. Морозов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПРИ СООТВЕТСТВИИ НАГРУЗОЧНЫХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОРМАЛЬНЫМ ЗАКОНАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.04.01 Машиностроение, 20.04.01 Техносферная безопасность

Оренбург
2019

УДК 62-192
ББК 30.40
М 80

Рецензент – кандидат технических наук А.А. Гаврилов

М 80 **Морозов, Н.А.**
Определение надежности объектов при соответствии нагрузочных и прочностных характеристик нормальным законам распределения: методические указания / Н.А. Морозов; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 21 с.

Методические указания содержат варианты заданий и пример решения задачи по определению функции надежности в случае соответствия нагрузочных и прочностных характеристик нормальным законам распределения.

Методические указания предназначены для практических занятий и самостоятельной работы обучающихся направлений подготовки 15.04.01 Машиностроение, 20.04.01 Техносферная безопасность по дисциплинам «Надежность механических систем», «Методы расчета надежности механических систем», а также будут полезны для самостоятельной работы и практических занятий обучающихся по техническим направлениям бакалавриата и магистратуры.

УДК 62-192
ББК 30.40

© Морозов Н.А., 2019
© ОГУ, 2019

Содержание

1 Краткие теоретические сведения.....	4
2 Постановка задачи и исходные данные	11
3 Пример выполнения задачи	13
4 Вопросы и задания для самоконтроля	17
Список использованных источников	18
Приложение А Квантили функции нормального распределения $\Phi(x)$	19
Приложение Б Бланк бумаги для нормальных вероятностных графиков.....	21

1 Краткие теоретические сведения

Для обучающихся по направлению подготовки 15.04.01 Машиностроение результаты освоения материала, представленного в методических указаниях, ориентированы на формирование компетенций ОПК-12 (обладать способностью подготавливать научно-технические отчеты, обзоры, публикации по результатам выполненных исследований в области машиностроения) и ПК-4 (обладать способностью подготавливать заявки на изобретения и промышленные образцы, организовывать работы по осуществлению авторского надзора при изготовлении, монтаже, наладке, испытаниях и сдаче в эксплуатацию выпускаемых изделий и объектов машиностроения), для обучающихся по направлению подготовки 20.04.01 Техносферная безопасность – ПК-13 (обладать способностью применять методы анализа и оценки надежности и техногенного риска).

Нормальный закон распределения случайных величин является наиболее распространенным. Основная особенность нормального закона распределения состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения. В теории надежности его используют для описания постепенных отказов, когда распределение времени безотказной работы сначала имеет низкую плотность, затем максимальную, и далее плотность снижается, изменяясь по формуле:

$$f(x) = \frac{1}{D_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - m_x}{D_x} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где x – случайная величина;

m_x – математическое ожидание;

D_x – среднее квадратическое отклонение.

Нормальному закону подчиняются погрешности измерений, отклонения размеров и положений элементов собираемых конструкций, переменчивость физико-механических характеристик материалов, разбросы массы, отказы, связанные со старением, а кроме того все случайные величины, отклонения которых от средних значений вызываются большой совокупностью случайных факторов [1].

Закон нормального распределения можно записать в виде нормированной функции распределения [2]:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz, \quad (2)$$

где z – нормированная случайная величина ($z = \frac{x - m_x}{D_x}$).

Табулированные значения функции нормального распределения вида (2) приведены в приложении А, а графики закона нормального распределения и его плотности представлены на рисунке 1.

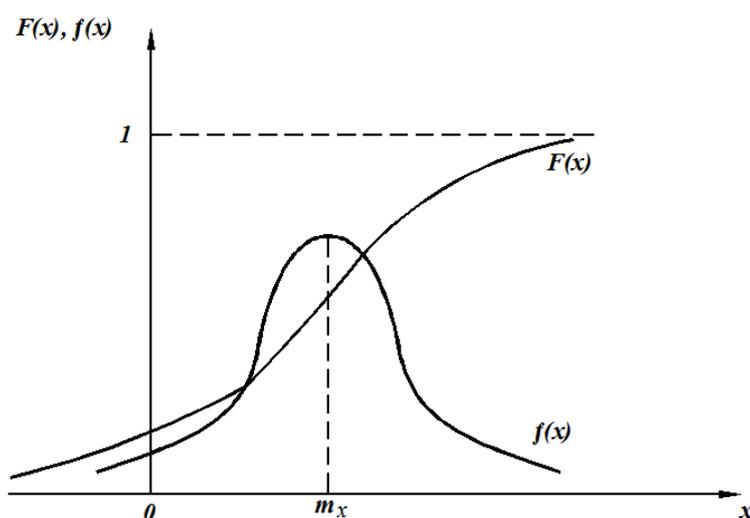


Рисунок 1 – График нормального закона распределения и плотности его распределения

Рассмотрим, как определяется прочностная надежность объектов в случае соответствия нагрузки и несущей способности нормальным законам распределения. Плотности f_N и f_R нормальных распределений нагрузки N и несущей способности R можно определить по формулам:

$$f_N = \frac{1}{D_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{N - m_N}{D_N} \right)^2 \right], \quad (3)$$

$$f_R = \frac{1}{D_R \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R - m_R}{D_R} \right)^2 \right], \quad (4)$$

где m_N, m_R – математические ожидания N и R ;

D_N, D_R – средние квадратические отклонения N и R .

Введем случайную величину:

$$y = R - N. \quad (5)$$

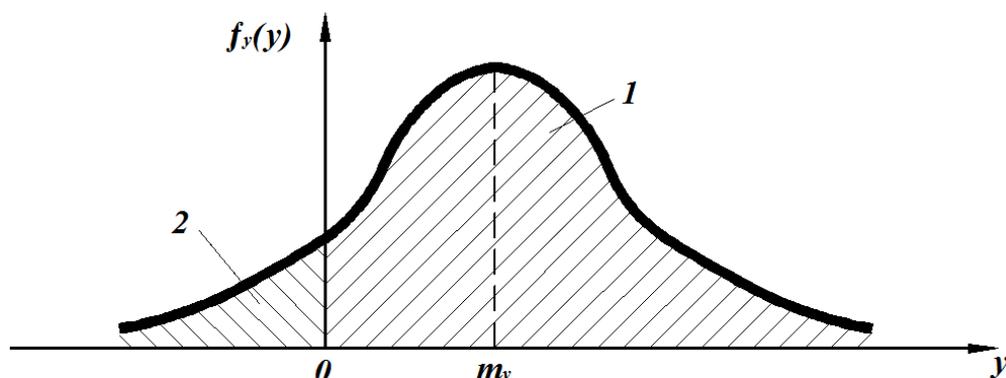
Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение данной величины будут равны:

$$m_y = m_R - m_N, \quad (6)$$

$$D_y = \sqrt{D_R^2 + D_N^2}. \quad (7)$$

Тогда плотность распределения величины y (рисунок 2):

$$f_y = \frac{1}{D_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - m_y}{D_y} \right)^2 \right]. \quad (8)$$



1 – площадь, соответствующая вероятности безотказной работы;

2 – площадь, соответствующая вероятности отказа.

Рисунок 2 – Плотность распределения случайной величины y

Отказ объекта будет происходить при превышении нагрузкой несущей способности, то есть безотказная работа будет при значениях случайной величины y больше нуля. Следовательно, площадь заштрихованной фигуры 1 равна вероятности безотказной работы, а площадь фигуры 2 соответствует вероятности отказа.

Вероятность безотказной работы определяется по формуле:

$$H = P(y > 0) = \int_0^{\infty} f_y dy = \frac{1}{D_y \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - m_y}{D_y} \right)^2 \right] dy. \quad (9)$$

Чтобы находить значения этого интеграла с помощью таблиц нормального закона распределения, проведем смену переменных при помощи нормированной величины:

$$z = \frac{y - m_y}{D_y} . \quad (10)$$

Тогда $dy = D_y dz$. При $y=0$ нижний предел интегрирования станет следующим:

$$z = \frac{0 - m_y}{D_y} = -\frac{m_y}{D_y} . \quad (11)$$

А при $y \rightarrow \infty$ – верхний предел $z \rightarrow \infty$.

После смены переменных и пределов интегрирования получим:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{m_y}{D_y}}^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz . \quad (12)$$

Используем соотношение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^a f(\tau) d\tau + \int_a^{+\infty} f(\tau) d\tau = 1, \quad (13)$$

где $f(\tau)$ – плотность распределения случайной величины.

Формулу (13) запишем в виде:

$$H = 1 - \int_{-\infty}^{-\frac{m_y}{D_y}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz = 1 - \Phi\left(-\frac{m_y}{D_y}\right) = \Phi\left(\frac{m_y}{D_y}\right), \quad (14)$$

где $\Phi\left(\frac{m_y}{D_y}\right)$ – функции нормального закона распределения.

С учетом (6) и (7) получим:

$$H = \Phi\left(\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}}\right). \quad (15)$$

Таким образом, по формуле (15) определяется надежность объектов при случайных величинах нагрузки N и несущей способности R , подчиняющихся нормальному закону распределения.

Если случайной величиной будет только R , а N будет детерминированной, то надежность определяется по формуле:

$$H = \Phi\left(\frac{m_R - N}{D_R}\right). \quad (16)$$

Если R – детерминированная, а N – случайная величина, то:

$$H = \Phi\left(\frac{R - m_N}{D_N}\right). \quad (17)$$

Таким образом, по рассмотренной выше методике можно определять надежность объектов при нормальных законах распределения нагрузки и несущей способности. Предварительно необходимо удостовериться, что рассматриваемые случайные величины подчиняются законам с нормальным распределением. Для этого разработаны методы проверки отклонения распределения вероятностей от нормального распределения [3].

Рассмотрим графический метод проверки отклонения распределения вероятностей от нормального распределения, который является одним из наиболее простых и наглядных. Сущность его заключается в том, что эмпирическую функцию распределения случайной величины строят на специальном графике с шкалой ординат, выстроенной в соответствии с нормальным законом распределения (приложение Б). Если график на этой бумаге представлен набором точек, которые рассеяны около прямой линии, то это под-

тверждает, что генеральная совокупность, из которой взята выборка, подчиняется нормальному закону распределения.

Этот подход важен тем, что дает наглядную информацию о типе отклонения от нормального распределения.

Если отсутствуют бланки бумаги для нормальных вероятностных графиков, можно изготовить бланк самостоятельно, воспользовавшись понятием квантиля распределения случайной величины.

Квантилем z_p именуется аргумент функции распределения случайной величины, соответствующий установленному уровню вероятности P . Другими словами, квантиль z_p – это решение уравнения:

$$F(z_p) = P. \quad (18)$$

Строя равномерную шкалу квантилей, можно построить шкалу вероятности, используя значения таблицы 1.

Таблица 1 – Вероятности и квантили нормального распределения

Вероятность P	Квантиль z_p	Вероятность P	Квантиль z_p	Вероятность P	Квантиль z_p
0	$-\infty$	0,2	-0,84	0,9	1,28
0,001	-3,09	0,3	-0,52	0,95	1,64
0,005	-2,58	0,4	-0,25	0,98	2,054
0,01	-2,33	0,5	0	0,99	2,33
0,02	-2,054	0,6	0,25	0,995	2,58
0,05	-1,64	0,7	0,52	0,999	3,09
0,10	-1,28	0,8	0,84	1	$+\infty$

2 Постановка задачи и исходные данные

Даны варианты результатов замеров случайных величин несущей способности R (кН) и нагрузки N (кН) различных элементов объектов, представленные ниже.

Осуществить проверку нормальности законов распределения случайных величин R и N графическим методом и в случае выполнения нормальности законов распределения определить надежность элемента объекта с применением таблиц нормального закона распределения.

Исходные данные.

Вариант 1. N : 425, 483, 532, 610, 553, 751, 526, 673, 581, 480; R : 664, 766, 688, 843, 711, 769, 700, 774, 722, 747, 721, 805, 739, 744.

Вариант 2. N : 831, 956, 1063, 1204, 1110, 1503, 1053, 1357, 1163, 987; R : 1349, 1527, 1378, 1681, 1437, 1491, 1413, 1543, 1443, 1487, 1418, 1609, 1473, 1484.

Вариант 3. N : 1661, 1842, 2125, 2430, 2202, 3006, 2102, 1702, 2333, 1969; R : 2695, 3053, 2754, 3430, 2871, 2983, 2836, 3082, 2881, 2969, 2886, 3202, 2943, 2961.

Вариант 4. N : 622, 823, 702, 872, 736, 909, 781, 1012, 781, 1122; R : 1016, 1113, 1032, 1112, 1063, 1122, 1081, 1146, 1085, 1152, 1083, 1261, 1106, 1201.

Вариант 5. N : 1243, 1652, 1411, 1751, 1472, 1803, 1579, 2021, 1592, 2253; R : 2034, 2226, 2068, 2221, 2125, 2241, 2162, 2293, 2165, 2312, 2163, 2321, 2213, 2406.

Вариант 6. N : 1864, 2472, 2123, 2621, 2202, 2701, 2364, 3035, 2386, 3373; R : 3043, 3332, 3091, 3338, 3184, 3365, 3244, 3436, 3242, 2461, 3242, 3783, 3311, 3610.

Вариант 7. N : 101, 136, 123, 142, 111, 155, 136, 168, 131, 185; R : 162, 181, 173, 182, 171, 186, 185, 199, 171, 192, 181, 210, 187, 213.

Вариант 8. *N*: 223, 252, 322, 272, 333, 284, 372, 295, 415, 306; *R*: 376, 408, 379, 402, 381, 412, 396, 421, 395, 422, 393, 441, 402, 463.

Вариант 9. *N*: 242, 285, 355, 285, 370, 316, 402, 313, 440, 335; *R*: 406, 445, 412, 441, 422, 449, 438, 454, 438, 462, 431, 485, 442, 506.

Вариант 10. *N*: 265, 306, 375, 312, 391, 343, 431, 341, 485, 356; *R*: 433, 382, 445, 481, 465, 482, 461, 498, 467, 501, 461, 523, 475, 544.

Вариант 11. *N*: 281, 332, 403, 431, 422, 362, 471, 373, 521, 386; *R*: 473, 512, 488, 514, 496, 525, 506, 532, 505, 539, 504, 560, 515, 588.

Вариант 12. *N*: 311, 354, 438, 368, 450, 384, 506, 397, 565, 417; *R*: 506, 559, 512, 552, 532, 553, 535, 576, 546, 574, 548, 609, 551, 632.

Вариант 13. *N*: 492, 581, 673, 522, 756, 555, 602, 531, 472, 411; *R*: 741, 731, 802, 723, 743, 722, 775, 706, 747, 719, 847, 684, 765, 673.

Вариант 14. *N*: 989, 1162, 1354, 1055, 1506, 1102, 1201, 1065, 944, 833; *R*: 1483, 1474, 1605, 1444, 1481, 1443, 1546, 1417, 1493, 1434, 1683, 1371, 1522, 1345.

Вариант 15. *N*: 1967, 2337, 1707, 2107, 3007, 2207, 2408, 2128, 1898, 1668; *R*: 2968, 2941, 3201, 2881, 2961, 2881, 3087, 2834, 2984, 2874, 3464, 2749, 3059, 2697.

Вариант 16. *N*: 1126, 797, 1018, 789, 906, 736, 877, 709, 823, 629; *R*: 1202, 1106, 1262, 1088, 1154, 1088, 1144, 1089, 1127, 1061, 1111, 1034, 1119, 1019.

Вариант 17. *N*: 2254, 1596, 2028, 1570, 1807, 1477, 1759, 1411, 1653, 1242; *R*: 2410, 2212, 2329, 2165, 2291, 2167, 2249, 2121, 2220, 2062, 2229, 2033, 2317, 2167.

Вариант 18. *N*: 125, 134, 104, 129, 156, 124, 111, 130, 109; *R*: 333, 351, 402, 388, 360, 362, 357, 395, 349, 355.

Вариант 19. *N*: 188, 131, 168, 132, 151, 117, 145, 123, 138, 102; *R*: 215, 173, 210, 170, 183, 169, 181, 182, 189, 171, 180, 179, 181, 161.

Вариант 20. *N*: 303, 411, 281, 379, 281, 333, 272, 322, 256, 224; *R*: 463, 406, 448, 399, 421, 395, 427, 391, 414, 382, 401, 372, 404, 374.

3 Пример выполнения задачи

Дано: нагрузка N (кН): 227, 258, 271, 288, 292, 301, 322, 331, 372, 413;
несущая способность R (кН): 371, 379, 388, 396, 395, 406, 460, 408, 409, 411,
419, 424, 441, 397.

Необходимо: проверить нормальность законов распределения случайных величин R и N с помощью графического метода, определить надежность элемента объекта.

Решение задачи.

Построим вариационные ряды и найдем функции распределения случайных величин (таблицы 2, 3).

Таблица 2 – Вариационный ряд и функция распределения N

№ члена ряда	Вариационный ряд N , кН	$F(N)$
1	227	0,1
2	258	0,2
3	271	0,3
4	288	0,4
5	292	0,5
6	301	0,6
7	322	0,7
8	331	0,8
9	372	0,9
10	413	1

Таблица 3 – Вариационный ряд и функция распределения R

№ члена ряда	Вариационный ряд R , кН	$F(R)$
1	2	3
1	371	0,07
2	379	0,14

Продолжение таблицы 3

1	2	3
3	388	0,21
4	395	0,29
5	396	0,36
6	397	0,43
7	406	0,5
8	408	0,57
9	409	0,64
10	411	0,71
11	419	0,79
12	424	0,86
13	441	0,93
14	460	1

Построим графики проверки соответствия случайных величин R и N нормальному закону распределения (рисунки 3, 4).

Найдем математические ожидания и дисперсии случайных величин:

$$m_N = \frac{\sum_{i=1}^{10} N_i}{n} = \frac{227 + 258 + 271 + 288 + 292 + 301 + 322 + 331 + 372 + 413}{10} = 307,5 \text{ кН},$$

$$m_R = \frac{\sum_{i=1}^{14} R_i}{n} = \frac{371 + 379 + 388 + 396 + 395 + 397 + 406 + 460 + 408 + 409}{14} + \frac{411 + 419 + 424 + 441 + 397}{14} = 407,4 \text{ кН},$$

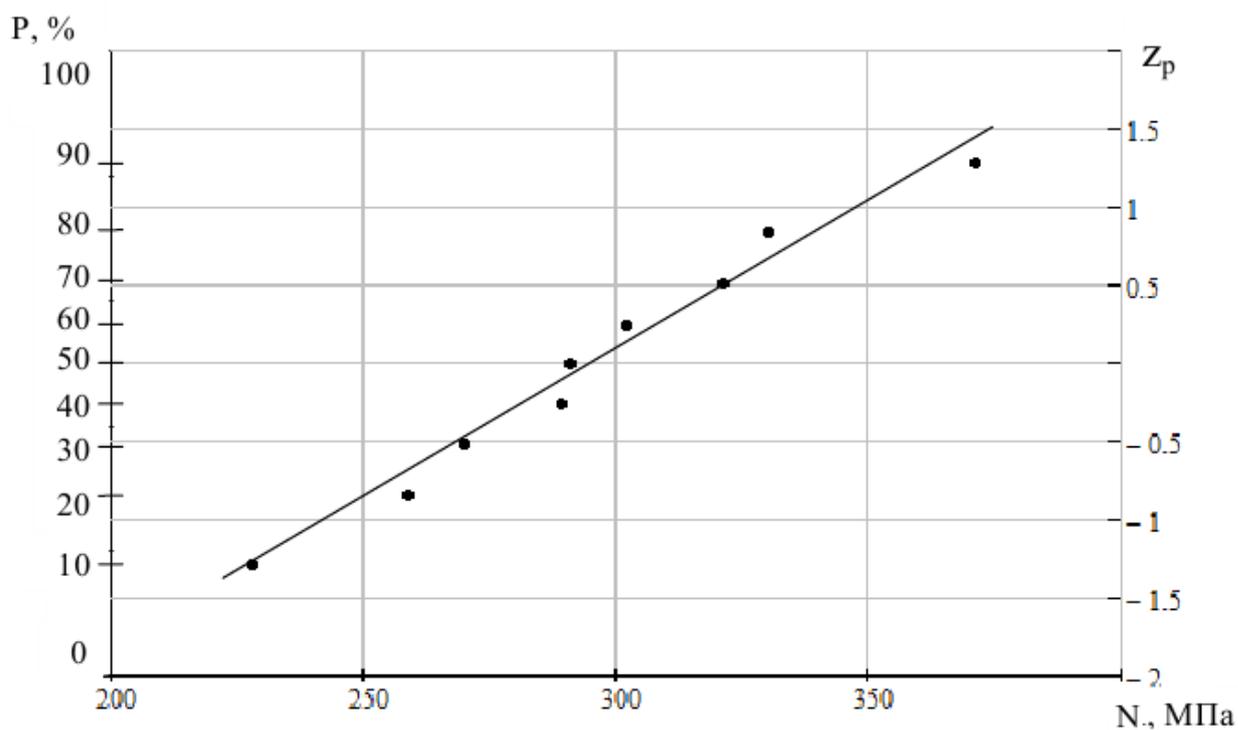


Рисунок 3 – График проверки соответствия N нормальному закону распределения

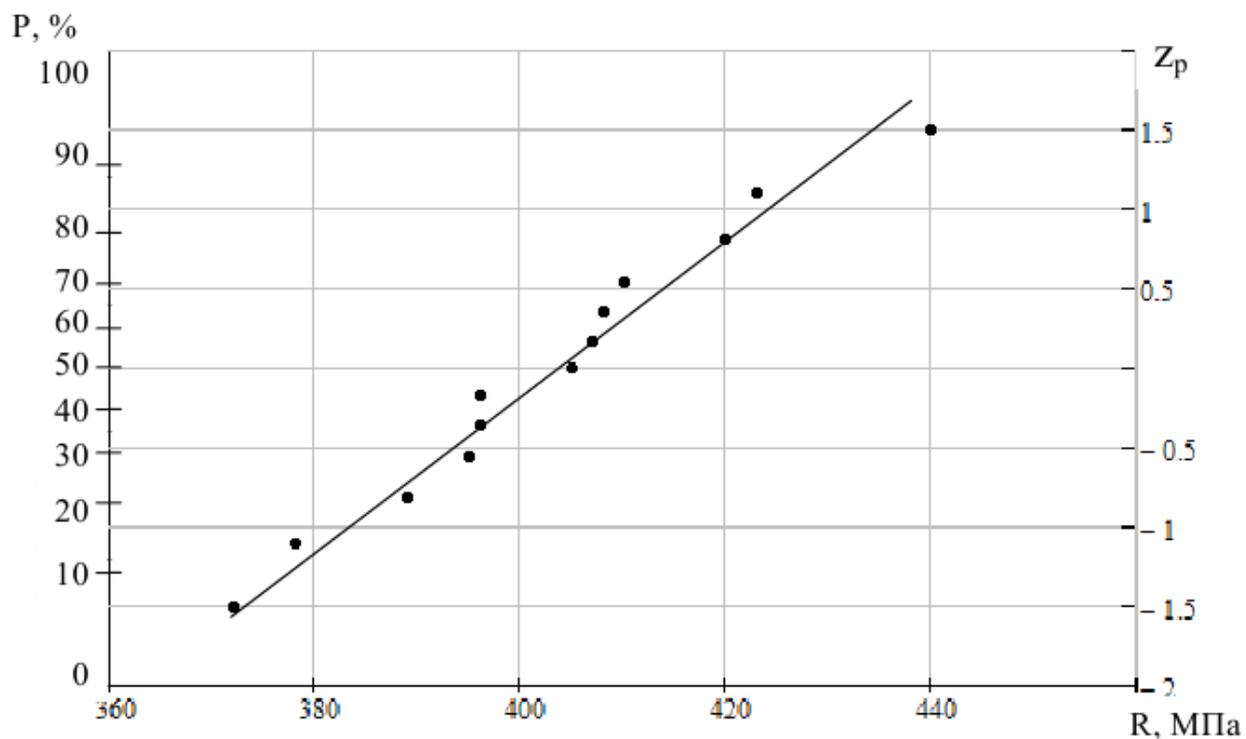


Рисунок 4 – График проверки соответствия R нормальному закону распределения

$$D_N^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (N_i - m_N)^2}{n-1} = \frac{6480,25 + 2450,25 + 1332,25 + 380,25 + 240,25}{9} + \frac{42,25 + 210,25 + 552,25 + 4160,25 + 11130,25}{9} = 2697,85 \text{ кН}^2,$$

$$D_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{14} (R_i - m_R)^2}{n-1} = \frac{1324,96 + 806,56 + 379,36 + 129,96 + 153,76 + 1,96 + 0,36 + 2,56}{13} + \frac{12,96 + 134,56 + 275,56 + 1128,96 + 2766,76 + 108,16}{13} = 555,88 \text{ кН}^2.$$

Определим аргумент функции нормального распределения Φ :

$$\frac{m_R - m_N}{\sqrt{D_R^2 + D_N^2}} = \frac{407,4 - 307,5}{\sqrt{555,88 + 2697,85}} = \frac{99,9}{57,04} = 1,75.$$

По таблице нормального распределения (приложение А) находим показатель надежности:

$$H = \Phi(1,75) = 0,95994.$$

4 Вопросы и задания для самоконтроля

1 Запишите формулу показателя надежности элемента, если случайные величины нагрузки и прочности подчиняются нормальным законам распределения.

2 Запишите формулу показателя надежности элемента, если одна из сравниваемых величин – случайная величина, а другая – детерминированная.

3 Почему нормальный закон распределения случайных величин является наиболее распространенным в теории и практике?

4 С какой целью необходимо проверять соответствие функции распределения случайной величины какому-либо закону распределения?

5 В чем состоит суть графического метода проверки соответствия распределения случайной величины нормальному закону?

6 Запишите формулу функции плотности нормального закона распределения случайной величины.

7 Запишите формулу функции нормального распределения случайной величины.

8 Как осуществляется нормировка случайной величины?

9 Запишите формулу математического ожидания композиционной случайной величины при нормальных законах распределения составляющих величин.

10 Запишите формулу среднего квадратического отклонения композиционной случайной величины при нормальных законах распределения составляющих величин.

Список использованных источников

1 Куренков, В.И. Надежность изделий и систем ракетно-космической техники: лабораторный практикум / В.И. Куренков, В.В. Волоцуев. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2010. – 116 с.

2 Зорин, В.А. Надежность механических систем: учебник / В.А. Зорин. – М. : ИНФРА-М, 2015. – 380 с.

3 ГОСТ Р ИСО 5479-2002. Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения. – Введ. 2002-07-01. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2002. – 25 с.

Приложение А (обязательное)

Квантили функции нормального распределения $\Phi(x)$

Таблица А.1 – Значения функции нормального распределения

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	0	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	0	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	0	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	0	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	0	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	0	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	0	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	0	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	0	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	0	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	0	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	0,9	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
1,4	0,9	1924	2073	2220	2364	2507	2647	2785	2922	3056	3189
1,5	0,9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295	4408
1,6	0,9	4520	4630	4738	4845	4950	5053	5154	5254	5352	5449
1,7	0,9	5543	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
1,8	0,9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6926	6995	7062
1,9	0,9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7558	7615	7670
2,0	0,9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8030	8077	8124	8169
2,1	0,9	8214	8257	8300	8341	8382	8422	8461	8500	8537	8574
2,2	0,9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
2,3	0,9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134	9158
2,4	0,9 ₂	1802	2024	2240	2451	2656	2857	3053	3244	3431	3613
2,5	0,9 ₂	3790	3963	4132	4297	4457	4614	4766	4915	5060	5201
2,6	0,9 ₂	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6319	6427
2,7	0,9 ₂	6533	6636	6736	6833	6928	7020	7110	7197	7282	7365
2,8	0,9 ₂	7445	7523	7599	7673	7744	7814	7882	7948	8012	8074
2,9	0,9 ₂	8134	8193	8250	8305	8359	8411	8462	8511	8559	8605
3,0	0,9 ₂	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8930	8965	8999

Продолжение таблицы А.1

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,1	0,9 ₃	0324	0646	0957	1260	1553	1836	2102	2378	2636	2886
3,2	0,9 ₃	3129	3363	3590	3810	4024	4230	4429	4623	4810	4991
3,3	0,9 ₃	5166	5335	5499	5658	5811	5959	6103	6242	6376	6505
3,4	0,9 ₃	6631	6752	6869	6982	7091	7197	7299	7398	7493	7585
3,5	0,9 ₃	7674	7760	7842	7922	7999	8074	8146	8215	8282	8347
3,6	0,9 ₃	8409	8469	8527	8583	8637	8689	8739	8787	8834	8879
3,7	0,9 ₃	8922	8964	9004	9043	9080	9116	9150	9184	9216	9247
3,8	0,9 ₄	2765	3052	3327	3593	3848	4094	4331	4558	4777	4988
3,9	0,9 ₄	5190	5385	5573	5753	5926	6092	6252	6406	6554	6696
4,0	0,9 ₄	6833	6964	7090	7211	7327	7439	7546	7649	7748	7843
4,1	0,9 ₄	7934	8022	8106	8186	8264	8338	8409	8477	8542	8605
4,2	0,9 ₄	8665	8723	8778	8832	8882	8931	8978	9023	9066	9107
4,3	0,9 ₅	1460	1837	2198	2544	2876	3193	3497	3788	4066	4332
4,4	0,9 ₅	4588	4832	5065	5288	5502	5706	5902	6089	6268	6439
4,5	0,9 ₅	6602	6759	6908	7051	7187	7318	7442	7561	7675	7784
4,6	0,9 ₅	7888	7987	8081	8172	8258	8340	8419	8494	8566	8634
4,7	0,9 ₅	8699	8761	8821	8877	8931	8983	9032	9079	9124	9166
4,8	0,9 ₆	2067	2454	2822	3173	3508	3827	4131	4420	4696	4958
4,9	0,9 ₆	5208	5446	5673	5888	6094	6289	6475	6652	6821	6981
5,0	0,9 ₆	7134	7278	7416	7548	7672	7791	7904	8011	8113	8210
5,1	0,9 ₆	8302	8389	8472	8551	8626	8698	8765	8830	8891	8949
5,2	0,9 ₇	004	056	105	152	197	240	280	318	354	388
5,3	0,9 ₇	421	452	481	509	539	560	584	606	628	648
5,4	0,9 ₇	667	685	702	718	734	748	762	775	787	799
5,5	0,9 ₇	810	821	831	840	849	857	865	873	880	886
5,6	0,9 ₇	893	899	905	910	915	920	924	929	933	936
5,7	0,9 ₈	40	44	47	50	53	55	58	60	63	65
5,8	0,9 ₈	67	69	71	72	74	75	77	78	79	81
5,9	0,9 ₈	82	83	81	85	86	87	87	88	89	90

Примечания

1 Для отрицательных значений аргумента $F(-x) = 1 - F(x)$.

2 Индекс у цифры 9 означает ее повторение, например, при $x = 3,95$ имеем $F(x) = 0,9_46092 = 0,99996092$.

Приложение Б (обязательное)

Бланк бумаги для нормальных вероятностных графиков

