Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра технологии пищевых производств

Г.А. Сидоренко, Г.Б. Зинюхин

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья

Оренбург

2019

УДК 664:519.2(076.5)
ББК 36я7+22.17я7
С 34

Рецензент – кандидат технических наук А.В. Берестова

Сидоренко, Г.А.
С 34 Статистическая обработка данных: методические указания / Г.А. Сидоренко, Г.Б. Зинюхин; Оренбургский гос. ун-т – Оренбург: ОГУ, 2019. – 22 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Статистическая обработка данных». Методические указания включают лабораторные работы по оценке эффективности технологических процессов, определению грубых промахов, необходимого числа повторностей опытов, ранжированию факторов по степени их влияния на исследуемый процесс.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья.

УДК 664:519.2(0776.5)
ББК 36я7+22.17я7

Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Сравнение эффективности технологических процессов, различающихся определенными параметрами

При проведении исследований различных технологии зачастую возникает необходимость сравнения эффективности технологических процессов, различающихся какими-то условиями (температура, кислотность среды и т.д.), либо аппаратурным оформлением процесса.

Чтобы обеспечить возможности такого сравнения проводят две серии опытов при оптимальных для каждого из испытываемых технологических процессов условиях и по полученным результатам рассчитывают средние выходы $\bar{y}_I$ и $\bar{y}_{II}$ по формулам:

$$\bar{y}_I = \frac{1}{m_I}\sum_{k=1}^{m_I} y_{kI}\ ; \qquad (1.1)$$

$$\bar{y}_{II} = \frac{1}{m_{II}}\sum_{k=1}^{m_{II}} y_{kII}\ , \qquad (1.2)$$

где m_I и m_{II} – число повторностей в каждой из двух серий опытов.

Рассчитанные средние выходы будут отличаться друг от друга на величину $\Delta\bar{y}$:

$$\Delta\bar{y} = |\ \bar{y}_I - \bar{y}_{II}\ | \qquad (1.3)$$

Если эта разность будет больше доверительной ошибки разности средних,

$$|\Delta\bar{y}| > \varepsilon \quad |\bar{y}_I - \bar{y}_{II}| = t(P;f)S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}), \qquad (1.4)$$

то с вероятностью Р можно говорить о большей эффективности одного из процессов. Доверительную вероятность (Р) для большинства расчетов принимают равной 0,95 или более точную равную 0,99 - это означает, что с вероятностью 0,95 или 0,99 (соответственно 95% и 99%) истинное значение результата лежит в пределах погрешности результатов анализа. Уровень значимости (q) определяется следующей зависимостью

$$q=1-P \qquad (1.5)$$

Для рассматриваемых случаев, когда Р=0,95 и Р= 0,99 уровень значимость будет соответственно составлять q= 0,05 и q= 0,01, то есть 5% или 1 % значений соответственно не попадает в доверительный интервал.

В формуле (1.4) доверительная ошибка разности средних равна произведению критерия Стьюдента (t (P;f)) и среднеквадратичного отклонения разности средних ($S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II})$).

Критерий Стьюдента t(P;f) зависит от принятого уровня значимости и числа степеней свободы и приведен в приложении А.

Число степеней свободы (f) – разность между числом независимых результатов в m повторностях и числом уравнений, в которых эти результаты используются для расчета неизвестных оценок. Число степеней свободы можно определить по формуле

$$f=m-1 \qquad (1.6)$$

Для расчета среднеквадратичного отклонения разности средних ($S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II})$) необходимо определится с понятиями среднеквадратичного отклонения единичного результата $S(y_к)$ и среднеквадратичного отклонения среднего результата $S(\bar{y})$. Среднеквадратичное отклонение отдельного определения $S(y_k)$ определяется по формуле

$$S(y_k) = \sqrt{S^2(y_k)} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{m}(y_k - \bar{y})^2}{m-1}}, \qquad (1.7)$$

Квадрат экспериментальной оценки среднеквадратичного отклонения S^2 является экспериментальной оценкой дисперсии. Если выход процесса рассчитывается как среднеарифметическое $\bar{y}$ из m повторностей, то оценку дисперсии единичного результата находят по формуле

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{k=1}^{m}(y_k - \bar{y})^2}{m-1} \qquad (1.8)$$

В статистике доказано, что оценка дисперсии среднего результата будет меньше оценки дисперсии единичного результата в m раз, если $\bar{y}$ рассчитано по всем m единичным результатам $y_к$ повторностей

$$S^2(\bar{y}) = \frac{S^2(y_k)}{m} \qquad (1.9)$$

В формуле (1.4) среднеквадратичное отклонение разности средних ($S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II})$) является функцией дисперсий $S^2(\bar{y}_I)$ и $S^2(\bar{y}_{II})$.

$$S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = \sqrt{S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II})}, \qquad (1.10)$$

$$S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = S^2(\bar{y}_I) + S^2(\bar{y}_{II}) = \frac{S^2(y_{kI})}{m_I} + \frac{S^2(y_{kII})}{m_{II}} \qquad (1.11)$$

Дисперсии $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ должны быть однородны, только при этих условиях можно, сравнивая лишь средние $\bar{y}_I$ и $\bar{y}_{II}$, говорить о большей эффективности того или иного процесса. Определение «однородные» в данном случае означает «являющиеся оценкой одного и того же параметра».

Однородность дисперсий можно проверить по критерию Фишера F_T. Для этого из имеющихся оценок дисперсии выбирают две: максимальную $[S^2(y_{uk})_{max}]$ и минимальную - $[S^2(y_{uk})_{min}]$ и вычисляют их отношение F. Если вычисленное значение F меньше F_T

$$F = \frac{\left[S^2(y_{uk})_{\max}\right]}{\left[S^2(y_{uk})_{\min}\right]} < F_T\left(q; f_1; f_2\right), \qquad (1.12)$$

то все оценки дисперсий будут однородны.

Значения критерия Фишера F_T дано в приложении Б в зависимости от принятого уровня значимости q и числа степеней свободы f_1 и f_2 соответственно при расчете дисперсий $[S^2(y_{uk})_{max}]$ и $[S^2(y_{uk})_{min}]$.

По однородным оценкам дисперсий $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ рассчитывают средневзвешенную оценку дисперсии $S^2(y_k)$

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^{N} S^2(y_{ku}) \cdot f_u}{\sum_{u=1}^{N} f_u} = \frac{S^2(y_{kI}) \cdot (m_I - 1) + S^2(y_{kII}) \cdot (m_{II} - 1)}{(m_I - 1) + (m_{II} - 1)}. \qquad (1.13)$$

Эта оценка $S^2(y_k)$ является более точной, чем оценки $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$, так как число степеней свободы f для этой оценки равно

$$f = f_1 + f_2 = m_1 + m_2 - 2.$$

Переписав соотношение (1.11), заменив $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ на оценку $S^2(y_k)$ получим

$$S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = S^2(y_k) \cdot \left(\frac{1}{m_I} + \frac{1}{m_{II}} \right) = S^2(y_k) \frac{m_I + m_{II}}{m_I \cdot m_{II}}, \qquad (1.14)$$

тогда

$$\varepsilon(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = t(P; f) \cdot S(y_k) \sqrt{\frac{m_I + m_{II}}{m_I \cdot m_{II}}}. \qquad (1.15)$$

Если $| \bar{y}_I - \bar{y}_{II} | > \varepsilon | \bar{y}_I - \bar{y}_{II} |$, то средние неоднородны.

Процедура анализа однородности средних может сводится к определению опытного значения критерия Стьюдента $t_{оп}$

$$t_{оп} = \frac{|\bar{y}_I - \bar{y}_{II}|}{S(y_k)} \sqrt{\frac{m_I \cdot m_{II}}{m_I + m_{II}}} \qquad (1.16)$$

и сравнению его с табличным значением (по приложению А).

Если $t_{оп} > t(P;f)$, то средние неоднородны.

Пример 1.1

Технологический процесс осуществляется в двух разных конструкциях оборудования, одна из которых испытывается впервые. Надо сравнить эти конструкции по эффективности протекающих в них процессах. На первом и втором оборудовании получены следующие данные ($\bar{y}_I$ и $\bar{y}_{II}$) выходов процесса, представленные в таблице 1.1

Таблица 1.1

к	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{y}_I$	28	31	29	32	30	27	32	-
$\bar{y}_{II}$	31	32	30	33	35	29	28	31

Определяем средние значения выходов процесса по двум видам оборудования:

$\bar{y}_I$= 29,86; $\bar{y}_{II}$ = 31,0.

Рассчитываем оценки дисперсий единичных результатов:

$S^2(y_{kI})$= 3,84 при числе степеней свободы $f_I=m_I-1=6$;

$S^2(y_{kII})$=5,0 при числе степеней свободы $f_{II}=m_{II}-1=7$.

Определяем F-отношение

$$F = \frac{S^2(y_{uk})_{max}}{S^2(y_{uk})_{min}} = 1{,}3 .$$

По приложению находим $F_т(0{,}95;7;6)=4{,}2$.

Так как $F<F_т$, дисперсии однородны. Следовательно, ответ на поставленный вопрос можно получить проанализировав однородность средних.

1) $$S^2(y_k) = \frac{S^2(y_{kI}) \cdot f_I + S^2(y_{kII}) \cdot f_{II}}{f_I + f_{II}} = 4{,}46$$

Число степеней свободы средневзвешенной оценки дисперсии единичного результата $f=f_I+f_{II}=13$.

2) $$S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = S^2(y_k)\frac{m_I + m_{II}}{m_I \cdot m_{II}} = 1{,}38$$

3) $$t_{оп} = \frac{\left|\bar{y}_I - \bar{y}_{II}\right|}{S\left|\bar{y}_I - \bar{y}_{II}\right|} = 0{,}95$$

Из приложения находим t(0,95;13)=2,16.

Так как $t_{оп}$< t (0,95;13), то с вероятностью P=0,95 нельзя утверждать, что испытываемая конструкция оборудования имеет преимущества по сравнению со старой.

Задание: Приготовить образцы хлеба двух видов: первый – с применением улучшителя, второй - без применения улучшителя по рецептуре, выданной преподавателем. Каждый вид хлеба изготовить в 5-6 повторностях. Качество готового хлеба оценить по двум показателям – пористости и весовому выходу. Методом математического анализа провести сравнение двух видов хлеба по полученным значениям пористости и весового выхода для оценки эффективности применения улучшителя.

2 Лабораторная работа №2. Определение грубых промахов

При проведении экспериментов, бывают случаи, когда среди повторностей опыта встречаются результаты, значительно отличающиеся от других результатов этой же серии. Это может быть связано с грубой ошибкой при проведении данной повторности опыта (измерения), либо с неизбежным влиянием случайных величин, что и определяет результат измерения как величину случайную.

Наиболее быстрым методом определения грубой ошибки («промаха») является метод, основанный на оценке максимальных различий полученных результатов. Анализ по этому методу проводиться в следующей последовательности:

1) результаты $y_к$ располагают в упорядоченный ряд, в котором минимальному результату присваивается первый номер (y_1), а максимальному – наибольший (y_m);
2) если «подозреваемым» результатом является максимальный y_m, то рассчитывается отношение

$$\alpha = \frac{y_m - y_{(m-1)}}{y_m - y_1}, \qquad (2.1)$$

если «подозреваемым» результатом является первый y_1, тогда рассчитывается отношение

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{y_m - y_1} \qquad (2.2)$$

3) при заданным уровень значимости (q) и известном числе повторностей (m) по приложению В находят табличное значение $\alpha_т$;
4) если $\alpha>\alpha_т$, то «подозреваемый» результат является промахом и его следует исключить.

Задание: Определить качество выданных образцов хлебобулочных изделий по показателям пористости, влажности и кислотности. Каждый показатель определить в 7 повторностях. Методом математического анализа определить наличие грубых ошибок в полученных данных.

3 Лабораторная работа № 3. Определение необходимого числа повторностей опыта

Для того чтобы получить оценку истинного значения измеряемого параметра с заданным доверительным интервалом необходимо проводить опыт с определенным числом повторностей.

Существует несколько методов определения необходимого числа повторностей, в зависимости от того какие исходные данные имеет в своем распоряжении исследователь: истинное значение среднеквадратичного отклонения σ, его экспериментальную оценку $S^2(y_k)$ или эту оценку еще предстоит получить, проведя соответствующие эксперименты.

Если экспериментатору предстоит получить оценку $S^2(y_k)$, то определение необходимого числа повторностей следует осуществлять одновременно с последовательной постановкой опытов по определению $S^2(y_k)$. Если исследователь может изменять число повторностей, то при определении необходимого числа повторностей для получения заданной доверительной вероятности (P) ошибки среднего результата $\varepsilon(\bar{y})$, расчеты ведут следующим образом:

1) для выбранного числа повторностей m_1 рассчитывают экспериментально оценку среднеквадратичного отклонения $S^2(\bar{y}_1)$ по формулам (1.8) и (1.9);

2) рассчитывают критерий Стъюдента $t(P_1;f_1)$ для заданной доверительной ошибки $\varepsilon(\bar{y}_1)$ по формуле

$$t(P_1; f_1) = \frac{\varepsilon(\bar{y}_1)}{S(\bar{y}_1)} \qquad (2.1)$$

3) зная $f_1=m_1-1$ и критерий Стъюдента $t(P_1;f_1)$ по графику (рисунок 3.1) определяют доверительную вероятность P_1;

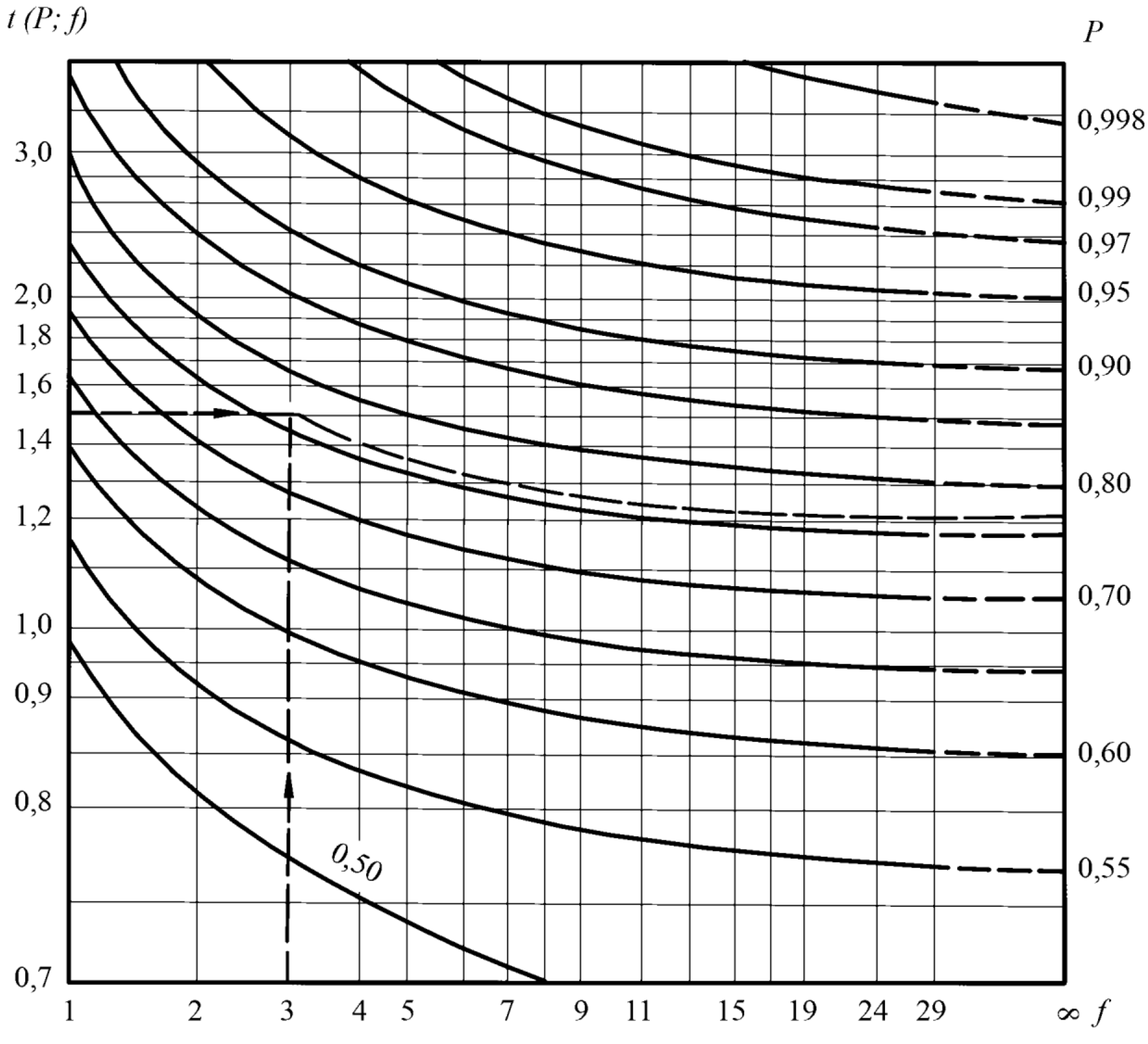

Рисунок 3.1 – Зависимость критерия Стьюдента t(P;f) от доверительной вероятности P и числа степеней свободы f

4) если P_1 меньше той, которая требуется, то число повторностей увеличивают и снова производят соответствующие подсчеты. Увеличение числа повторностей прекращают, как только будет достигнута заданная величина P.

Пример 3.1.

Определить необходимое число повторностей m для получения оценки истинного значения измеряемого параметра, лежащего с вероятностью P=0,95 в интервале $\bar{y}$ (1$\pm$0,08).

Проведем четыре опыта (можно три, пять и т.д.) п полученные результаты представим в виде таблицы 3.1.

Таблица 3.1

u	1	1	1	1	2	2	3	2a
k	1	2	3	4	5	6	7	6a
y_{uk}	17	20	22	21	19	18	20	24
y_{uk}^2	289	400	484	441	361	324	400	576
$\sum_{k=1}^{m_u} y_{uk}^2$				1614	1975	2299	2699	2551
$\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m_u} y_{uk}^2$				403,5	395	383	385,6	425,7
$\sum_{k=1}^{m_u} y_{uk}$				80	99	117	137	123
$\bar{y}_u$				20	19,8	19,5	19,6	20,5
$(\bar{y}_u)^2$				400	392	380,3	383,0	420,2
$S^2(\bar{y}_u)$				1,17	0,75	0,54	0,43	1,12
$\varepsilon(\bar{y}_u)$				1,6	1,58	1,56	1,57	1,64
$t(P_u;f_u)$				1,48	1,82	2,12	2,41	1,55

P				0,76	0,85	0,91	0,95	0,82

Используя данные первых четырех опытов, определим

$$S^2(y_{1k}) = \frac{\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} y_{1k}^2 - (\bar{y}_1)^2}{m_1 - 1} \cdot m = \frac{403{,}5 - 400}{4-1} \cdot 4 = 4{,}67,$$

откуда $S^2(\bar{y}_1) = \frac{4{,}67}{4} = 1{,}17;$

$\varepsilon(\bar{y}_1) = 0{,}08 \cdot \bar{y}_1 = 0{,}08 \cdot 20 = 1{,}6;$

$$t(P_1; f_1) = \frac{\varepsilon(\bar{y}_1)}{S(\bar{y}_1)} = \frac{1{,}6}{\sqrt{1{,}17}} = 1{,}48,$$ где $f_1 = m_1 - 1 = 3$

По графику рисунка 3.1 при $f_1=3$ и $t(P_1;f_1)=1{,}48$ найдем $P_1=0{,}76$, что меньше $P=0{,}95$.

Проведем еще два опыта (можно один или три и т.д.). Результаты также занесем в таблицу 3.1.

Используя данные шести опытов, получим

$$S^2(y_{2k}) = \frac{383 - 380{,}3}{6-1} \cdot 6 = 3{,}24,$$

Откуда

$$S^2(\bar{y}_2) = \frac{3{,}24}{6} = 0{,}54;$$

$\varepsilon(\bar{y}_2) = 0{,}08 \cdot 19{,}5 = 1{,}56;$

$$t(P_2; f_2) = \frac{1{,}56}{\sqrt{0{,}54}} = 2{,}12,$$ где $f_2 = m_2 - 1 = 5$.

По графику рисунка 3.1 при $f_2=5$ и $t(P_2;f_2)=2{,}12$ найдем $P_1=0{,}91$, что меньше $P=0{,}95$.

Проведем еще один опыт (седьмой). Результаты также занесем в таблицу 3.1. Используя данные семи опытов, получим $P_3 \approx 0{,}95 = P$.

Таким образом, надо осуществить не менее семи повторностей.

Примечание.

В разобранном примере приводится «благополучный» случай, когда с увеличением числа повторностей оценка дисперсии уменьшается. Но ведь любой результат мог быть каким-то другим. Пусть например y_{6a}=24. Тогда $S^2(\bar{y}_{2a})$=1,12; $S(\bar{y}_{2a})$=1,06; $t(P_{2a};f_{2a})$= 1,55; P_{2a}=0,82, а не как при y_6=18. Иначе говоря, если повторить все сначала, то заданную вероятность можно было бы получить при каком-то другом, отличающемся от семи, числе повторностей. Но это отличие не может быть большим, поэтому при планировании экспериментального исследования можно руководствоваться полученным результатом.

Задание: Определить качество выданных образцов хлебобулочных изделий по показателям пористости, влажности и кислотности. Каждый показатель определить первоначально в 4 повторностях. Определить вероятность попадания измеряемого параметра в установленный интервал истинного значения. Увеличивая количество повторностей, повторять процедуру математической обработки данных, пока вероятность получения оценки измеряемого параметра в установленный интервал истинного значения не достигнет P=0,95.

4 Лабораторная работа № 4. Ранжирование факторов по степени их влияния на исследуемый процесс

Любой технологический процесс зависит от большого числа факторов. Естественно желание исследователя сосредоточить свое внимание на самых активных факторах, которые в основном и определяют эффективность исследуемого процесса. Эту задачу можно решить, обрабатывая полученные результаты методом дисперсионного анализа.

Если в распоряжении исследователя находятся результаты эксперимента, состоящего из опытов, в которых одновременно менялись значения нескольких факторов, то схема дисперсионного анализа с целью выявления степени активности каждого фактора будет состоять из нескольких этапов.

1). Для каждого u-того опыта рассчитывают среднее значение выхода $\bar{y}_u$

$$\bar{y}_u = \frac{\sum_{k=1}^{m_u} y_{uk}}{m_u} \tag{4.1}$$

2)Рассчитывают средневзвешенное значение выхода в опытах с неизменным j-м значением (уровнем) какого-либо i-го фактора $\bar{y}_{ij}$

$$\bar{y}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{ij}} \bar{y}_{u(ij)} \cdot m_u}{\sum_{u=1}^{N_{ij}} m_u}\ , \tag{4.2}$$

где j=1…l (l- число уровней фактора);

N_{ij} - число опытов, в которых i–й фактор находился на j-м уровне;

$\bar{y}_{u(ij)}$ – средние результаты этих опытов.

3) Рассчитывают средневзвешенное значение выхода процесса во всех опытах эксперимента

$$\bar{y} = \frac{\sum_{u=1}^{N} \bar{y}_u \cdot m_u}{\sum_{u=1}^{N} m_u} \tag{4.3}$$

4) Рассчитывают средневзвешенное значение дисперсии единичного результата

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^{N} S^2(y_{uk}) \cdot f_u}{\sum_{u=1}^{N} f_u}, \tag{4.4}$$

$$\text{где } S^2(y_{uk}) = \frac{\sum_{k=1}^{m_u} (y_{uk} - \overline{y}_u)}{m_u - 1}; \tag{4.5}$$

$$f_u = m_u - 1. \tag{4.6}$$

5) Рассчитывают оценку дисперсии, обусловленной влиянием i-го фактора на единичны результат процесса

$$S^2(y_{ik}) = \frac{\sum_{j=1}^{l} (\overline{y}_{ij} - \overline{y})^2 \cdot N_{ij}}{\sum_{j=1}^{l} N_{ij} - 1}, \tag{4.7}$$

где $\sum_{j=1}^{l} N_{ij} = N$ - общее число опытов эксперимента.

Число степеней свободы этой оценки

$$f = \sum_{j=1}^{l} N_{ij} - 1 = N - 1. \tag{4.8}$$

6) Рассчитывают F-отношение для i-го фактора

$$F = \frac{S^2(y_{ik})}{S^2(y_k)}. \tag{4.9}$$

7) Находят $F_{Ti}(P;f_{1i};f_{2i})$ по приложению Г. Так как число повторностей в общем случае не будет постоянным для всех опытов эксперимента, то значение критерия Фишера для каждого фактора будет различным.

Если $F_i < F_{Ti}$, то данный фактор значимого влияния на процесс не оказывает. То же самое можно сказать, если $F_i < 1$.

8) Учитывая степень различия F_i и F_{Ti}, располагают данные факторы в ранжированный ряд по их способности влиять на исследуемый процесс.

Задание: Провести две серии экспериментов по выпечке хлебобулочных изделий, меняя два фактора (например, дозировку дрожжей и дозировку соли). Определить качество готовых изделий по показателю пористость в трех повторностях. Методом дисперсионного анализа выявить степень активности влияния каждого фактора на показатели качества готовых изделий.

Список использованных источников

1. Грачев, Ю.П. Математические методы планирования экспериментов /Ю.П. Грачев. – М.: Пищевая промышленность, 2005. – 168 с.

2. Гаибова, Т. В. Статистические методы системного анализа [Текст] : метод. указания к лаб. практикуму / Т. В. Гаибова, Н. А. Шумилина; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. систем. анализа и упр. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 18 с. Электронный источник http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/609_20110708.pdf

3. Симчера В. М. Методы многомерного анализа статистических данных / Симчера В. М. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 398 с. Режим доступа ЭБС http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=59559

4. Костин, В. Н. Статистические методы и модели [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. Н. Костин, Н. А. Тишина; М-во образования Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2004. - 138 с. - Библиогр.: с. 125. Электронный источник http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/516_20110701.pdf

Приложение А

Значения критерия Стьюдента t(P;f) при разных уровнях значимости

Таблица А.1 - Значения критерия Стьюдента t(P;f)

Число степеней свободы (f)	Уровень значимости q	
	0,05	0,01
1	12,17	63,66
2	4,30	9,93
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,37	3,5
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
11	2,20	3,11
12	2,18	3,06
13	2,16	3,01
14	2,15	2,98
30	2,04	2,75
40	2,02	2,70
60	2,00	2,66
120	1,98	2,62
∞	1,96	2,58

Приложение Б

Значения критерия Фишера F_T для уровня значимости q=0,05

Таблица Б.1 - Значения критерия Фишера F_T для уровня значимости q=0,05

Число степеней свободы знаменателя f_2	Число степеней свободы числителя f_1								
	1	2	3	4	5	6	12	14	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	243,9	249,0	254,3
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3

Приложение В

Значения критерия $\alpha_т$ для определения грубых ошибок

Таблица В. - Значения критерия $\alpha_т$

Число повторностей (m)	Уровень значимости q	
	0,05	0,01
3	0,941	0,988
4	0,765	0,889
5	0,642	0,780
6	0,560	0,698
7	0,507	0,637
8	0,468	0,590
9	0,437	0,555
10	0,412	0,527
11	0,392	0,502
12	0,376	0,482
15	0,338	0,438
20	0,300	0,391
24	0,281	0,367
30	0,260	0,341