

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра статистики и эконометрики

Н.С. Еремеева, Т.В. Лебедева

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭКОНОМЕТРИКА»

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность

Оренбург
2019

УДК 330.4(075.8)
ББК 65в631я73
Е 70

Рецензент – кандидат экономических наук, доцент Л.Р. Фаизова

Еремеева, Н.С.
Е 70 Контрольная работа по дисциплине «Эконометрика» :
методические указания / Н.С. Еремеева, Т.В. Лебедева ;
Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 39 с.

Содержат рекомендации для выполнения контрольной работы студентам заочной формы обучения.

Методические указания предназначены для изучения дисциплины «Эконометрика» по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность.

УДК 330.4(075.8)
ББК 65в631я73

© Еремеева Н.С.,
Лебедева Т.В., 2019
© ОГУ, 2019

Содержание

Введение.....	4
1 Задания для выполнения контрольной работы	6
Задание 1. Классическая модель линейной регрессии.....	6
Задание 2. Нелинейная регрессия и способы линеаризации	11
Задание 3. Моделирование временных рядов	15
2 Методические рекомендации по решению контрольной работы	20
Задание 1. Классическая модель линейной регрессии.....	21
Задание 2. Нелинейная регрессия и способы линеаризации	25
Задание 3. Моделирование временных рядов	33
Список использованных источников	39

Введение

Методические указания по дисциплине «Эконометрика» для выполнения контрольной работы адресованы обучающимся по образовательной программе высшего образования по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность. Контрольная работа – это такая часть образовательного процесса, благодаря которой возможно измерение уровня знаний, навыков и умений обучающегося, в нашем случае специалитета. Контрольная работа является одним из основных видов самостоятельной работы, т.е. такой организационной формы обучения, благодаря которой обеспечивается управление учебной деятельностью обучающихся по усвоению знаний и умений в области учебно-познавательной деятельности, осуществляемой без посторонней помощи.

Предлагаемая студентам контрольная работа состоит из ряда заданий, для решения которых необходимо использование учебного и учебно-методических пособий рекомендованных к изучению в третьем разделе методических указаний. Это важно для объективного объяснения решения заданий, поставленных перед студентом. Контрольная работа по дисциплине «Эконометрика» проводится с целью: систематизации и закрепления полученных на лекционных и семинарских занятиях теоретических знаний; развития познавательной активности; проявления ответственности и организованности; формирования практических умений и навыков работы с научной литературой; получения навыков эффективной практико-ориентированной деятельности; овладения системой основных методов эконометрики; выработки навыков самостоятельной исследовательской работы; проявления интереса к учебно-познавательной деятельности.

Контрольная работа студентов оценивается преподавателем дисциплины. Данный вид работы предназначен для студентов заочной формы обучения. Результаты контроля студентов анализируются в пределах

времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине (зачет по контрольной работе).

Контрольная работа сформирована по темам, что предполагает выполнение заданий студентом с учетом пройденного материала. Предлагаемая работа состоит из 3 блоков заданий согласно рабочей программы по дисциплине «Эконометрика».

1 Задания для выполнения контрольной работы

Студенты заочной формы обучения выполняют одну контрольную работу по эконометрике. Контрольная работа состоит из трех заданий по темам «Классическая модель линейной регрессии», «Нелинейная регрессия и способы линеаризации» и «Моделирование временных рядов».

Номер варианта задает преподаватель.

Работа оформляется согласно требований стандарта [СТО 02069024.101–2015 РАБОТЫ СТУДЕНЧЕСКИЕ. Общие требования и правила оформления](#). Перед решением задачи необходимо полностью написать ее условие. Решение задачи излагать подробно с объяснением всех действий.

После получения отрецензированной работы студент должен исправить все отмеченные ошибки или недочеты в той же тетради и явиться на собеседование или зачет. Если задача решена неверно, то студенту необходимо переделать ее или прислать работу на повторную рецензию.

На проверку принимаются только контрольные работы, выполненные по своему варианту и в соответствии с указанными требованиями.

Задание 1. Классическая модель линейной регрессии

По исходным данным таблицы для своего варианта необходимо:

- 1 Построить уравнение множественной линейной регрессии в стандартизованном масштабе и в естественной форме.
- 2 Рассчитайте частные коэффициенты эластичности.
- 3 Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции.
- 4 Оцените значимость уравнения регрессии в целом с помощью F – критерия Фишера.

Вариант 1

В процессе изучения зависимости прибыли (тыс. р.) y от выработки продукции на одного работника (ед.) x_1 и индекса цен на продукцию (процент) x_2 получены данные по 30 организациям.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	250	38	$r_{yx_1} = 0,68$
x_1	47	12	$r_{yx_2} = 0,63$
x_2	112	21	$r_{x_1x_2} = 0,42$

Вариант 2

По 30 заводам, изучается зависимость потребления электроэнергии (тыс. кВт ч) y от производства продукции (тыс. ед.) x_1 и уровня механизации труда (процент) x_2 . Данные приведены в таблице.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	1000	27	$r_{yx_1} = 0,77$
x_1	420	45	$r_{yx_2} = 0,43$
x_2	41,5	18	$r_{x_1x_2} = 0,38$

Вариант 3

При изучении зависимости потребления материалов (т) y от энерговооруженности труда (кВт·ч на одного рабочего) x_1 и объема произведенной продукции (тыс. ед.) x_2 по 25 предприятиям получены следующие данные.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	12	2	$r_{yx_1} = 0,52$
x_1	4,3	0,5	$r_{yx_2} = 0,84$
x_2	10,0	1,8	$r_{x_1x_2} = 0,43$

Вариант 4

При изучении зависимости потребления материалов (т) y от энерговооруженности труда (кВт·ч на одного рабочего) x_1 и объема произведенной продукции (тыс. ед.) x_2 по 25 предприятиям получены следующие данные.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	35	7,0	$r_{yx_1} = 0,52$
x_1	16	4,8	$r_{yx_2} = 0,84$
x_2	8	0,8	$r_{x_1x_2} = 0,35$

Вариант 5

При изучении зависимости потребления материалов (т) y от энерговооруженности труда (кВт·ч на одного рабочего) x_1 и объема произведенной продукции (тыс. ед.) x_2 по 25 предприятиям получены следующие данные.

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	12	2	$r_{yx_1} = 0,52$
x_1	4,3	0,5	$r_{yx_2} = 0,84$
x_2	10,0	1,8	$r_{x_1x_2} = 0,43$

Вариант 6

В процессе изучения влияния внутренних факторов на интегральный показатель экономической безопасности организации y по 25 организациям региона были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – объем реализованной продукции (млн. рублей);

x_2 – оборотный капитал (млн. рублей).

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	25	19	$r_{yx_1} = 0,6$
x_1	43	5	$r_{yx_2} = -0,5$
x_2	10	18	$r_{x_1x_2} = -0,9$

Вариант 7

В процессе изучения влияния внутренних факторов на интегральный показатель экономической безопасности организации y по 25 организациям региона были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – основной капитал (млн. рублей);

x_2 – производительность труда (рублей на чел.).

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	0,85	0,1	$r_{yx_1} = -0,49$
x_1	21,74	5,6	$r_{yx_2} = 0,75$
x_2	3179,24	321,6	$r_{x_1x_2} = -0,33$

Вариант 8

В процессе изучения влияния внутренних факторов на интегральный показатель экономической безопасности организации y по 25 организациям региона были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – объем привлеченных инвестиций (млн. рублей);

x_2 – объем реализованной продукции (млн. рублей).

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	0,85	0,1	$r_{yx_1} = 0,75$
x_1	3179,24	321,6	$r_{yx_2} = 0,96$
x_2	74,42	4,8	$r_{x_1x_2} = 0,7$

Вариант 9

В процессе изучения влияния внутренних факторов на интегральный показатель экономической безопасности организации y по 30 организациям региона были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – объем привлеченных инвестиций (млн. рублей);

x_2 – оборотный капитал (млн. рублей).

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	0,85	0,1	$r_{yx_1} = -0,49$
x_1	21,74	5,6	$r_{yx_2} = 0,96$
x_2	74,42	4,8	$r_{x_1x_2} = -0,4$

Вариант 10

В процессе изучения влияния внутренних факторов на интегральный показатель экономической безопасности организации y по 30 организациям региона были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – производительность труда (рублей на чел.);

x_2 – объем реализованной продукции (млн. рублей).

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	0,85	0,1	$r_{yx_1} = -0,497$
x_1	21,74	5,61	$r_{yx_2} = -0,004$
x_2	58,74	6,07	$r_{x_1x_2} = -0,496$

Задание 2. Нелинейная регрессия и способы линеаризации

По исходным данным таблицы для своего варианта необходимо:

1 Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи между эндогенной и экзогенной переменными.

2 Рассчитать оценки параметров уравнений:

- степенной;
- равносторонней гиперболы;
- показательной.

3 Оценить тесноту связи между эндогенной и экзогенной переменными. Проверьте значимость показателя тесноты связи по каждой модели.

4 Рассчитайте коэффициент детерминации. Сделайте экономический вывод.

5 Оцените с помощью F- критерия Фишера значимость уравнения регрессии ($\alpha = 0,05$).

6 Определить среднюю ошибку аппроксимации.

7 На поле корреляции постройте линию регрессии.

Вариант 1

По 12 фирмам проводился анализ взаимосвязи следующих признаков: x (\$) – цена товара А, y (тыс. ед.) – объем продаж данного товара. Признаки x и y имеют нормальный закон распределения.

X	0,3	1	1,2	1,3	1,5	1,4	1,6	2,1	2,5	2,8	2,7	2,9
Y	5,8	4,6	5,2	4,2	4,5	3,4	3,6	2,4	2,5	2,4	2	2,8

Вариант 2

Имеются данные по 12 малым предприятиям города: x (тыс. \$) – единовременные расходы на рекламу, y (тыс. \$) – прибыль предприятия. Признаки x и y имеют нормальный закон распределения.

X	6,5	4,2	8,1	10,6	12,9	17,1	14,3	18,5	19	15,8	19,8	11,4
Y	8	9	10	14	16	22	19	22	25	22	24	18

Вариант 3

Изучается зависимость между ценой квартиры (тыс. долл.) y и размером ее общей площади (m^2) x .

X	35	35	33	34	38	40	40	39	37	36
Y	29	31	35	35	45	46	45	44	38	37

Вариант 4

Случайным образом были отобраны данные по 10 регионам. y (тыс. ед.) – характеризует годовой объем продаж некоторого продукта фирмы, а x (дес. тыс. \$) – определяет годовые затраты на рекламу.

X	22	26	45	37	28	50	56	34	60	40
Y	16	17	26	24	22	21	32	18	30	20

Вариант 5

По 12 предприятиям исследовали зависимость следующих признаков: x (тыс. \$) – объем производства и y (\$) – себестоимость единицы продукции. Признаки имеют нормальный закон распределения.

X	5	9	11	12	12	14	15	16	16	17	19	21
Y	42,4	35,5	36,5	25,3	29,8	22,1	19,7	18,2	16,5	13,9	12,5	11,1

Вариант 6

Исследовали зависимость расходов на аренду жилья (y , тыс. рублей) от среднемесячного дохода квартиросъемщика (x , тыс. рублей) по 12 семьям. Признаки x и y имеют нормальный закон распределения.

X	6,5	4,2	8,1	13,2	10,6	17,1	14,3	7,2	16	26,7	23,2	16,6
Y	1,2	1,6	1,9	2,8	2,0	3,0	3,4	1,6	2,3	4,9	4,5	3,2

Вариант 7

По 11 объявлениям о продаже квартир получены следующие значения признаков: x (m^2) – общая площадь квартиры, y (тыс. \$) – цена квартиры. Признаки имеют нормальный закон распределения.

X	37	60	60	53	35	25	44	30	49	68	48
Y	25	42	38	37	30	17	36	29	36	46	28

Вариант 8

По 11 семьям получены следующие данные: x (тыс. р.) – среднемесячный доход, y (тыс. р.) – расходы на питание и непродовольственные товары. Признаки имеют нормальный закон распределения.

X	9,7	10,1	13,3	15	17,4	4,5	7,2	5,9	7,7	6,4	10,6
Y	8,2	6,9	8,2	7,5	8,4	2,5	4,7	3,1	6,2	3,4	8,4

Вариант 9

По 12 предприятиям исследовали зависимость следующих признаков: x (тыс. \$) – расходы на рекламу в СМИ и y (млн. \$) – прибыль предприятия. Признаки имеют нормальный закон распределения.

X	6,5	4,2	8,8	10,6	15,9	17,1	14,3	18,5	19,6	20,4	12,7	12
Y	9,4	7	10,6	14,6	16,7	18	19,6	22,5	25,7	26,3	13,6	16

Вариант 10

Получены данные по 13 компаниям холдинга: x (тыс. \$) – расходы на маркетинговые исследования, а y (млн. \$) – прибыль компании. Признаки имеют нормальный закон распределения.

X	4,1	7,1	8,5	10,8	11,5	13,7	12,3	14,8	13,4	15,4	16,3	14,9	16,7
Y	1,5	2,4	3,8	4,3	6,3	7,9	6	8,4	6,6	9,4	10,5	10	11

Задание 3. Моделирование временных рядов

По исходным данным таблицы для своего варианта необходимо:

- 1) построить график временного ряда;
- 2) построить тренд-сезонную мультипликативную модель временного ряда;
- 3) оценить качество модели;
- 4) спрогнозировать показатель на первые 2 периода (месяца / квартала) 2019 года;
- 5) сделать выводы.

Вариант 1

Динамика кредиторской задолженности организаций РФ, миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	35979,2	37864,1	41690,4
Февраль	36827,2	39796,7	42971,2
Март	37710,1	39608,6	43915,1
Апрель	38241,3	40319,2	45040,1
Май	38592,7	40243,4	45822,8
Июнь	40131	41571,9	47718,6
Июль	39775	41312,7	47005,2
Август	39170,9	41745,5	47846,5
Сентябрь	39917,3	41931,3	48235,1
Октябрь	40496,3	42305	47417,3
Ноябрь	40929,1	43446,3	48478,2
Декабрь	42217,2	44481,3	49228,6

Вариант 2

Динамика просроченной кредиторской задолженности организаций РФ, миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	2356,1	2442,4	2333,8
Февраль	2312,9	2603,3	2513,9
Март	2394,7	2758,6	2803,4
Апрель	2419,5	2646,5	2918,7
Май	2561,8	2765,6	3095,3
Июнь	2489,4	2678,8	3073,3
Июль	2585,5	2809,4	3157,5
Август	2489,2	2706,5	3135
Сентябрь	2531,8	2647,2	3307,7
Октябрь	2767,7	2879,3	3366,5
Ноябрь	2626,3	2725	3338,3
Декабрь	2677,7	2616,3	3440,3

Вариант 3

Динамика задолженности поставщикам организаций РФ, миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	1566,3	1804,1	1779,9
Февраль	1492,2	1930,9	1821,1
Март	1634,3	2029,4	1911,2
Апрель	1642,7	1962,6	2017,2
Май	1801,6	2023,6	2182,5
Июнь	1764,8	1965,9	2135
Июль	1827,1	2036,4	2177,9
Август	1761,5	1990,7	2120,8
Сентябрь	1815,9	1991,7	2256,1
Октябрь	2045	2196,1	2282,6
Ноябрь	1952,8	2006,4	2250,7
Декабрь	1991,2	1961	2386,2

Вариант 4

Динамика задолженности в бюджет организаций РФ, миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	53,4	54,7	48,8
Февраль	53,9	57,6	48,5
Март	56,3	61,9	51,3
Апрель	56,6	61	52,1
Май	57,4	62,1	52,2
Июнь	60,7	64,2	53,4
Июль	60,5	65,7	53,5
Август	59,9	65	54,5
Сентябрь	60,4	60,6	57,4
Октябрь	61,4	63,1	58,1
Ноябрь	61,8	63	58,1
Декабрь	63,6	63,3	59

Вариант 5

Динамика дебиторской задолженности организаций РФ, миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
1	2	3	4
Январь	34296,8	33714,4	38447,5
Февраль	33617,6	34651,9	39645,3
Март	34536,3	35139	40574,6
Апрель	34790,4	36129,7	42194,4
Май	34858,1	35546,7	42806,4
Июнь	35670,4	36501,4	44421,8
Июль	36046,1	37069,1	43475,1
Август	35654,9	37139,2	44474,2
Сентябрь	36322	37520,7	44897,9
Октябрь	36952,8	38833,9	45249,5
Ноябрь	37667,3	39833,6	46287,9
Декабрь	37311,3	40257,6	46668,5

Вариант 6

Динамика просроченной дебиторской задолженности организаций РФ,
миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	2366,6	2460,5	2308,4
Февраль	2244,6	2527,4	2411,7
Март	2387,6	2537,8	2510,5
Апрель	2419,9	2591,4	2740
Май	2411,5	2582,6	2720,9
Июнь	2281,6	2640,6	2771,4
Июль	2301	2667,2	2746,5
Август	2294,2	2562,4	2757,6
Сентябрь	2404,2	2445,8	2676,9
Октябрь	2453,5	2472,9	2694,7
Ноябрь	2465,3	2479,7	2719,4
Декабрь	2297,6	2328,6	2646,7

Вариант 7

Динамика задолженности покупателей перед организациями РФ,
миллиард рублей

Период	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Январь	1766,3	1740	1683,8
Февраль	1685,3	1756,7	1716,5
Март	1785,3	1760,9	1762,7
Апрель	1788	1846,4	1980,2
Май	1786,4	1823,7	1942,4
Июнь	1697,6	1859	1929,2
Июль	1689,7	1839,2	1930,3
Август	1637,7	1811,7	1911,5
Сентябрь	1628,1	1739,8	1868,3
Октябрь	1684,3	1756,2	1844
Ноябрь	1723,3	1765,9	1872,7
Декабрь	1586,3	1638,5	1822,3

Вариант 8

Динамика кредиторской задолженности организаций РФ, миллиард рублей

Период	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
2014 г.	27447,9	28933,1	30010,4	31628,5
2015 г.	33119,4	34267,1	35611,5	37608,5
2016 г.	37041,4	38584,9	39656,7	40830,9
2017 г.	39524,6	40384,3	41603,3	42966,9
2018 г.	42953,3	45559,9	47609,5	48181,4

Вариант 9

Динамика просроченной кредиторской задолженности организаций РФ, миллиард рублей

Период	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
2014 г.	1485,9	1676,2	1756,5	1863,1
2015 г.	1992,4	2168,5	2333	2410,5
2016 г.	2360,3	2474,5	2528,4	2666,3
2017 г.	2588	2710,3	2726,3	2746,1
2018 г.	2519,2	2984,1	3161	3358,4

Вариант 10

Динамика задолженности поставщикам организаций РФ, миллиард рублей

Период	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
2014 г.	1172,8	1320,1	1376	1430,8
2015 г.	1495,3	1451,2	1532,6	1606,7
2016 г.	1562,1	1714,6	1793	1967,1
2017 г.	1915,1	1994,6	2002	2060,6
2018 г.	1845,7	2074,3	2164,8	2283,8

2 Методические рекомендации по решению контрольной работы

При выполнении контрольной работы рекомендуется изучить следующие источники:

1 Айвазян, С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики: в 2 т. учебник для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – ISBN 5-238-00304-8.

2 Афанасьев, В. Н. Моделирование и прогнозирование временных рядов : учеб.-метод. пособие / В. Н. Афанасьев, Т. В. Лебедева. – Москва : Финансы и статистика, 2009. – 292 с. – ISBN 978-5-279-03402-4.

3 Эконометрика для бакалавров : учебник для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по направлению подготовки 080100.62 Экономика / под ред. В. Н. Афанасьева. – 3-е изд., перераб. и доп. – Оренбург : Университет, 2014. – 435 с. – ISBN 978-5-4417-0467-0.

4 Афанасьев, В. Н. Эконометрика в пакете STATISTICA : учеб. пособие по выполнению лаб. работ / В. Н. Афанасьев, А. П. Цыпин. – Оренбург : ИП Кострицын, 2010. – 198 с. – ISBN 978-5-91933-004-2.

5 Бабешко, Л.О. Основы эконометрического моделирования : учеб. пособие / Л.О. Бабешко. - Изд. 2-е, испр. Москва : КомКнига, 2006. – 432 с. – ISBN 978-5-484-00757-8.

6 Еремеева, Н. С. Эконометрика : лабораторный практикум в Excel : учеб. пособие для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика / Н. С. Еремеева, Т. В. Лебедева. – Оренбург : ОГУ, 2016. – 132 с. – ISBN 978-5-7410-1509-4.

7 Кремер, Н.Ш. Эконометрика : учебник для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 311 с. – ISBN 5-238-00333-1.

8 Мхитарян, В.С. Эконометрика [Электронный ресурс] : учеб.-практическое пособие / Мхитарян В.С., Архипова М.Ю., Сиротин В.П. – Электрон. текстовые данные. – Евразийский открытый институт, 2012. – Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90911>.

9 Тихомиров, Н.П. Эконометрика : учебник / Н.П. Тихомиров, Е.Ю. Дорохина – Москва : Издательство «Экзамен», 2003. – 512 с. – ISBN 5-94692-438-9.

10 Эконометрика : учебник / И.И. Елисеева [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Финансы и статистика, 2006. – 576 с. – ISBN 5-279-02786-3.

11 Эконометрика : учебник / под ред. И.И. Елисеевой. – Москва: Проспект, 2008. – 288 с. – ISBN 978-5-392-00186-6.

12 Эконометрика : учебник для студентов высших учебных заведений по специальности «Статистика» и другим экономическим специальностям / под ред. В. С. Мхитаряна. – Москва : Проспект, 2011. – 380 с. – ISBN 978-5-392-01228-2.

Примеры решения заданий контрольной работы приведены ниже.

Задание 1. Классическая модель линейной регрессии

Имеются данные по 30 территориям России

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	433,5	61,44	$r_{yx_1} = 0,8405$
x ₁	254,9	25,86	$r_{yx_2} = -0,2101$
x ₂	33,5	0,58	$r_{x_1x_2} = -0,1160$

1 Построить уравнение множественной линейной регрессии в стандартизованном масштабе и в естественной форме.

Линейное уравнение множественной регрессии y от x_1 и x_2 имеет вид:
 $\tilde{y}_x = a + b_1x_1 + b_2x_2$. Для расчета его параметров применим метод стандартизации переменных и построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе:
 $t_y = \beta_1t_{x_1} + \beta_2t_{x_2}$. Расчет β – коэффициентов выполним по формулам

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{0,161}{0,9865} = 0,8273,$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{-0,2101 + 0,8405 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{-0,126}{0,9865} = -0,1141.$$

Получим уравнение $t_y = 0,8273t_{x_1} - 0,1141t_{x_2}$.

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем b_1 и b_2 , используя формулы для перехода от β_i к b_i :

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}; \quad b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}};$$

$$b_1 = \frac{0,8273 \cdot 61,44}{25,86} = 1,9656; \quad b_2 = \frac{-0,1141 \cdot 61,44}{0,58} = -12,0867.$$

Значение параметра a определим из соотношения

$$a = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}_1 - b_2 \cdot \bar{x}_2 = 433,5 - 1,9656 \cdot 254,9 + 12,0867 \cdot 33,5 = 337,373$$

Тогда уравнение регрессии примет вид:

$$\tilde{y}_{x_1x_2} = 337,373 + 1,966x_1 - 12,0867x_2$$

2 Рассчитайте частные коэффициенты эластичности.

Рассчитаем средние коэффициенты эластичности для определения относительной силы влияния x_1 и x_2 на y :

$$\bar{\varepsilon}_{yx_j} = b_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{y}$$

$$\bar{\varepsilon}_{yx_1} = \frac{1,966 \cdot 254,9}{433,5} = 1,156 \% ; \quad \bar{\varepsilon}_{yx_2} = \frac{-12,0867 \cdot 33,5}{433,5} = -0,934 \% .$$

С увеличением средней заработной платы x_1 на 1 % от ее среднего уровня средний душевой доход y возрастет на 1,16 % от своего среднего уровня; при повышении среднего возраста безработного x_2 на 1 % среднедушевой доход y снижается на 0,93 % от своего среднего уровня. Очевидно, что сила влияния средней заработной платы x_1 на средний душевой доход y оказалась большей, чем сила влияния среднего возраста безработного x_2 . К аналогичным выводам о силе связи приходим при сравнении модулей значений β_1 и β_2 .

3 Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции.

Линейные коэффициенты частной корреляции здесь рассчитываются по рекуррентной формуле:

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_2}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{\sqrt{(1-0,2101^2)(1-0,116^2)}} = 0,8404;$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{-0,2101 + 0,8405 \cdot 0,116}{\sqrt{(1-0,8405^2)(1-0,116^2)}} = -0,2092.$$

При сравнении значений коэффициентов парной и частной корреляции приходим к выводу, что из-за слабой межфакторной связи ($r_{x_1x_2} = -0,116$) коэффициенты парной и частной корреляции отличаются незначительно: выводы о тесноте и направлении связи на основе коэффициентов парной и частной корреляции совпадают:

$$r_{yx_1} = 0,8405 \quad r_{yx_2} = -0,2101; \quad r_{x_1x_2} = -0,116;$$

$$r_{y_{x_1}/x_2} = 0,8404; r_{y_{x_2}/x_1} = -0,2092; r_{x_1x_2/y} = -0,1144.$$

Расчет линейного коэффициента множественной корреляции выполним с использованием коэффициентов r_{yx_j} и β_i :

$$R_{y_{x_1x_2}} = \sqrt{r_{yx_1} \cdot \beta_1 + r_{yx_2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8405 \cdot 0,8273 + 0,2101 \cdot 0,1141} = 0,8481.$$

Зависимость y от x_1 и x_2 характеризуется как тесная, в которой 72 % вариации среднего душевого дохода определяются вариацией учтенных в модели факторов: средней заработной платы и среднего возраста безработного. Прочие факторы, не включенные в модель, составляют соответственно 28 % от общей вариации y .

4 Оцените значимость уравнения регрессии в целом с помощью F – критерия Фишера.

Общий F – критерий проверяет гипотезу H_0 о статистической значимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи ($R^2=0$):

$$F_{\text{факт}} = \frac{R^2_{y_{x_1x_2}}}{1 - R^2_{y_{x_1x_2}}} \cdot \frac{m-1}{n-m} = \frac{0,7193}{0,2807} \cdot \frac{27}{2} = 34,6;$$

$$F_{\text{табл}} = 3,4; \alpha = 0,05.$$

Сравнивая $F_{\text{факт}}$ и $F_{\text{табл}}$, приходим к выводу о необходимости отклонить гипотезу H_0 , т.к. $F_{\text{табл}} = 3,4 < F_{\text{факт}} = 34,6$. С вероятностью $1-\alpha=0,95$ делаем заключение о статистической значимости уравнения в целом и показателя тесноты связи $R_{y_{x_1x_2}}$, которые сформировались под неслучайным воздействием факторов x_1 и x_2 .

Задание 2. Нелинейная регрессия и способы линеаризации

1 Рассчитать параметры следующих функций:

- степенной;
- равносторонней гиперболы;
- показательной.

2 Найти показатели тесноты связи по каждой модели.

3 Оценить каждую модель через показатель детерминации, F – критерий Фишера, ошибку аппроксимации и выбрать наилучшую из них.

Регрессия в виде степенной функции имеет вид: $\tilde{y}_x = a \cdot x^b$.

Для оценки параметров модели линеаризуем модель путем логарифмирования:

$$\ln y = \ln a + b \ln x.$$

Обозначим $\ln y = Y$; $\ln a = A$; $\ln x = X$. Тогда получим: $Y = A + bX$. Для расчетов составим таблицу 1.

Таблица 1 – Вспомогательная таблица для оценки степенной функции

Номер региона	X	Y	XY	X ²	Y ²	\tilde{Y}_x	\tilde{y}_x	$(y - \tilde{y}_x)^2$	$\left \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right \cdot 100$
1	1,50	4,23	6,36	2,26	17,90	4,23	68,60	0,04	0,29
2	1,78	4,07	7,22	3,15	16,53	4,07	58,60	0,09	0,51
3	1,74	4,14	7,20	3,03	17,12	4,09	59,90	7,29	4,31
4	1,97	3,95	7,80	3,90	15,63	3,96	52,30	0,04	0,38
5	1,83	3,95	7,30	3,33	15,98	4,04	56,90	5,76	4,40
6	1,79	4,05	7,25	3,21	16,36	4,06	58,10	1,00	1,75
7	2,05	3,93	8,08	4,22	15,46	3,91	49,90	1,21	2,16
Сумма	12,66	28,36	51,20	23,10	114,98	28,36	404,30	15,43	13,80
Среднее значение	1,81	4,05	7,32	3,30	16,43	-	-	-	-

Запишем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 28,362 = 7A + 12,664b \\ 51,203 = 12,664A + 23,098b \end{cases}$$

Отсюда $\Delta = 1,309104$, $\Delta A = 6,670684$ $\Delta b = -0,75537$; $A = \frac{\Delta A}{\Delta} = 5,0956$,

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = -0,57701$$

Получаем уравнение регрессии: $\ln y = 5,0956 - 0,5770 \ln x$.

Выполнив потенцирование, получим:

$$\tilde{y}_x = e^{5,0956} \cdot x^{-0,57701} = 163,302 \cdot x^{-0,57701}$$

Параметр $b = -0,57701$ означает коэффициент эластичности, который показывает, что с ростом зарплаты на 1 % доля расходов на продовольствие снижается на 0,58 %.

Теоретические значения зависимой переменной \tilde{y}_x получим, подставив в уравнение $\ln y = 5,0956 - 0,5770 \ln x$ значения x и потенцируя значения $\ln \tilde{y}_x$. В таблице 1. представлены $\ln \tilde{y}_x = \tilde{Y}_x$ и \tilde{y}_x .

Показателем тесноты связи выступает индекс корреляции:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (\tilde{y}_x - \bar{\tilde{y}})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

Величина $\sum (\tilde{y}_x - \bar{\tilde{y}})^2$ представлена в таблице 1: $\sum (\tilde{y}_x - \bar{\tilde{y}})^2 = 15,23$.

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \bar{y} \sum y = 23597,16 - 57,7714 \cdot 404,4 = 234,406.$$

В результате имеем:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{0,9342} = 0,9665.$$

Коэффициент детерминации равен: $R^2 = 0,9665^2 = 0,9393$, т.е. 93,93 % вариации y объясняется вариацией x , на долю прочих факторов приходится 6,07 %.

F – критерий Фишера составит:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot (n - 2) = \frac{0,9393}{1 - 0,9393} \cdot 5 = 77,4.$$

Эта величина превышает табличное значение на 5 %-м уровне значимости ($F_{\text{табл}} = 6,61$). Следовательно, найденное уравнение регрессии $\tilde{y}_x = 163,302 \cdot x^{-0,57701}$ статистически значимо.

Для расчета средней ошибки аппроксимации воспользуемся последней графой таблицы 1.

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{13,80}{7} = 1,97\% \text{ т.е. среднее отклонение фактических и}$$

расчетных значений y составляет 2 %, что свидетельствует о хорошем качестве модели.

Регрессия в виде показательной функции имеет вид: $\tilde{y}_x = a \cdot b^x$.

Для оценки параметров модели линеаризуем модель путем логарифмирования:

$$\ln y = \ln a + x \ln b.$$

Обозначим $\ln y = Y$; $\ln a = A$; $\ln b = B$. Тогда получим: $Y = A + xB$. Для расчетов составим таблицу 2.

Таблица 2 – Вспомогательная таблица для оценки показательной функции

Номер региона	x	Y	xY	x ²	\tilde{Y}_x	\tilde{y}_x	$(y - \tilde{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$	$\left \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right \cdot 100$
1	4,50	4,23	19,04	20,25	4,21	67,35	2,11	121,63	2,11
2	5,90	4,07	23,99	34,81	4,08	59,06	0,57	0,28	1,30
3	5,70	4,14	23,58	32,49	4,10	60,17	5,88	23,32	3,87
4	7,20	3,95	28,46	51,84	3,96	52,27	0,03	32,17	0,33
5	6,20	4,00	24,79	38,44	4,05	57,42	8,51	10,70	5,35
6	6,00	4,04	24,27	36,00	4,07	58,50	1,97	0,45	2,46
7	7,80	3,93	30,67	60,84	3,90	49,41	2,52	45,85	3,11
Сумма	43,30	28,36	174,80	274,67	28,36	404,19	21,60	234,39	18,54
Средняя	6,19	4,05	24,97	39,24					

Запишем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 28,362 = 7A + 43,3B \\ 174,8 = 43,3A + 274,67B \end{cases}$$

В результате: $\ln a = 4,63214$; $\ln b = -0,09384$

Получаем уравнение регрессии: $\ln y = 4,63214 - 0,09384x$. Теперь потенцируем оба параметра, чтобы получить уравнение регрессии в форме показательной кривой:

$$a = e^{4,63214}; b = e^{-0,09384}; a = 102,734; b = 0,91043$$

Тогда уравнение примет вид:

$$\tilde{y}_x = 102,734 \cdot 0,91043^x.$$

Теоретические значения зависимой переменной \tilde{y}_x получим, подставив в уравнение $\ln y = 4,63214 - 0,09384x$ значения x и потенцируя значения $\ln \tilde{y}_x$. В таблице 2. представлены $\ln \tilde{y}_x = \tilde{Y}_x$ и \tilde{y}_x .

Показателем тесноты связи выступает индекс корреляции:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Величина $\sum (y - \tilde{y}_x)^2$ представлена в таблице 4: $\sum (y - \tilde{y}_x)^2 = 21,60$.

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \bar{y} \sum y = 234,439.$$

В результате имеем:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = 0,9499.$$

Коэффициент детерминации равен: $R^2 = 0,9499^2 = 0,9024$, т.е. 90,24 % вариации y объясняется вариацией x , на долю прочих факторов приходится 9,76 %.

F – критерий Фишера составит:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} (n - 2) = \frac{0,9024}{1 - 0,9024} \cdot 5 = 46,24.$$

Эта величина превышает табличное значение на 5 %-м уровне значимости ($F_{\text{табл}} = 6,61$). Следовательно, найденное уравнение регрессии $\tilde{y}_x = 102,734 \cdot 0,91043^x$ статистически значимо.

Для расчета средней ошибки аппроксимации воспользуемся последней графой таблицы 2.

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{18,54}{7} = 2,65\% \quad \text{т.е. соответствие фактических и}$$

расчетных значений зависимой переменной хорошее и соответственно хорошее качество модели.

Регрессия в виде равносторонней гиперболы имеет вид: $\tilde{y}_x = a + \frac{b}{x}$.

Чтобы оценить параметры уравнения приведем модель к линейному виду, заменив $\frac{1}{x} = z$. Тогда $\tilde{y}_z = a + bz$. Применяя МНК, получаем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na + b \sum z \\ \sum yz = a \sum z + b \sum z^2 \end{cases}$$

Для расчета параметров составим таблицу 3.

Таблица 3 – Вспомогательная таблица для оценки равносторонней гиперболы

Номер региона	y	$\frac{1}{x} = z$	yz	z^2	\tilde{y}_x	$y - \tilde{y}_x$	$(y - \tilde{y}_x)^2$	$\left \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right \cdot 100$
1	68,8	0,222	15,289	0,049	69,9	-1,1	1,21	1,60
2	58,3	0,170	9,881	0,029	58,5	-0,2	0,04	0,34
3	62,6	0,175	10,983	0,031	59,8	2,8	7,84	4,47
4	52,1	0,139	7,236	0,019	51,9	0,1	0,01	0,19
5	54,5	0,161	8,790	0,026	56,7	-2,2	4,84	4,04
6	57,1	0,167	9,517	0,028	57,9	-0,8	0,64	1,40
7	51,0	0,128	6,538	0,016	49,6	1,4	1,96	2,75
Сумма	404,4	1,162	68,234	0,198	404,4	0	16,54	14,79

Запишем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 404,4 = 7a + 1,162b \\ 68,234 = 1,162a + 0,198b \end{cases}$$

Отсюда $\Delta = 0,035756$, $\Delta a = 0,783292$ $\Delta b = 7,7252$; $a = \frac{\Delta a}{\Delta} = 21,907$,

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = 216,0532$$

Получаем уравнение регрессии: $\tilde{y}_x = 21,907 + \frac{216,0532}{x}$.

Показателем тесноты связи выступает индекс корреляции:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

Величина $\sum (y - \tilde{y}_x)^2$ представлена в таблице 3: $\sum (y - \tilde{y}_x)^2 = 16,54$.

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \bar{y} \sum y = 234,42.$$

В результате имеем:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{0,9294} = 0,9641.$$

Коэффициент детерминации равен: $R^2 = 0,9641^2 = 0,9294$, т.е. 92,94 % вариации у объясняется вариацией x, на долю прочих факторов приходится 7,06 %.

F – критерий Фишера составит:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot (n-2) = \frac{0,9294}{1-0,9294} \cdot 5 = 65,8.$$

Эта величина превышает табличное значение на 5 %-м уровне значимости ($F_{\text{табл}}=6,61$). Следовательно, найденное уравнение регрессии

$$\tilde{y}_x = a + \frac{b}{x} \text{ статистически значимо.}$$

Для расчета средней ошибки аппроксимации воспользуемся последней графой таблицы 3.

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{14,79}{7} = 2,11\% \text{ т.е. среднее отклонение фактических}$$

и расчетных значений y составляет 2 %, что свидетельствует о хорошем качестве модели.

Выберем наилучшую модель, для чего объединим результаты построения парных регрессий в таблицу 4.

Таблица 4 – Сводная таблица построенных уравнений

Уравнение регрессии	Коэффициент детерминации	F – критерий Фишера	Средняя ошибка аппроксимации, %
$\tilde{y}_x = 163,302 \cdot x^{-0,57701}$	0,9393	77,4	1,97
$\tilde{y}_x = 102,734 \cdot 0,91043^x$	0,9024	46,24	2,65
$\tilde{y}_x = 21,907 + \frac{216,0532}{x}$	0,9294	65,8	2,11

Все уравнения регрессии достаточно хорошо описывают исходные данные. Некоторое предпочтение можно отдать степенной функции, для которой значение коэффициента детерминации наибольшее, а ошибка аппроксимации – наименьшая.

Задание 3. Моделирование временных рядов

Графический анализ исходного временного ряда (рисунок 1) свидетельствует о наличии трендовой компоненты, характер которой близок к линейному развитию: имеется устойчивая, ярко выраженная тенденция роста доходов бюджета Оренбургской области.

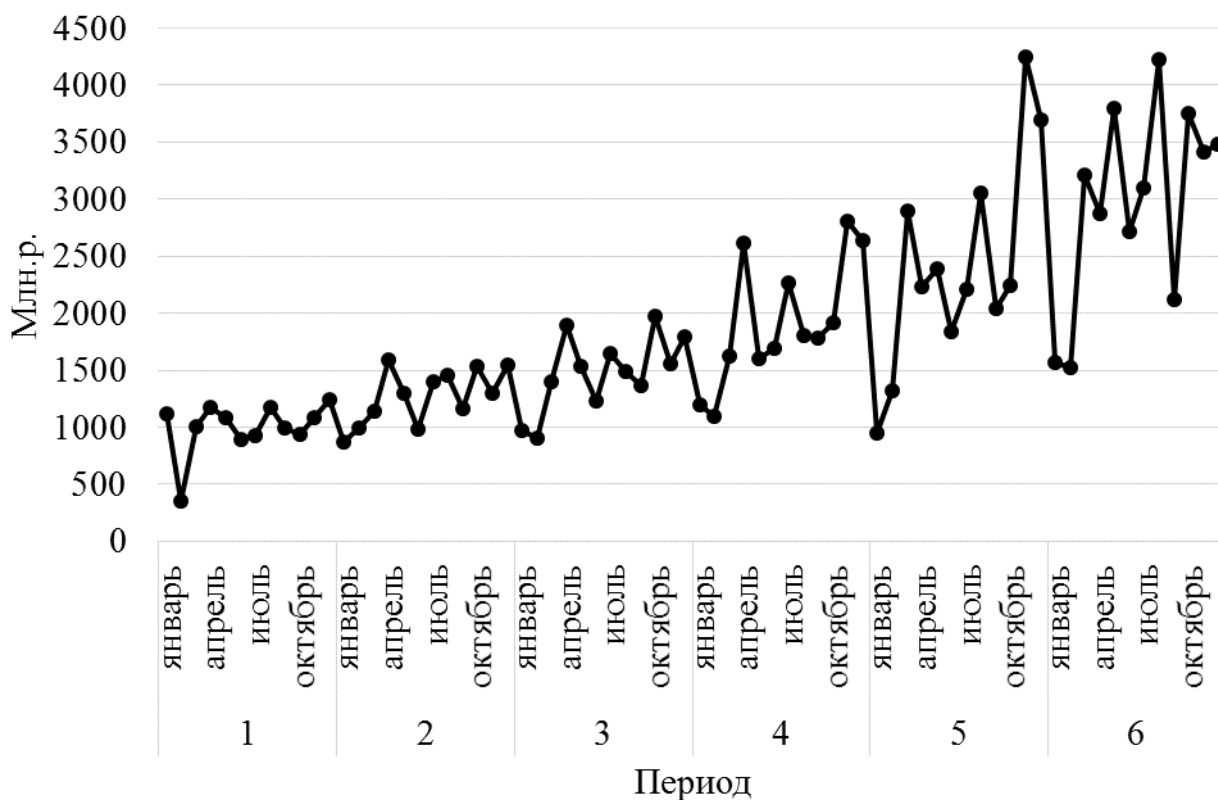


Рисунок 1 – Динамика доходов бюджета Оренбургской области

Так как амплитуда сезонных колебаний постепенно увеличивается, то для описания и прогнозирования динамики временного ряда можно использовать мультипликативную модель.

На первом этапе, как и при построении аддитивной модели, проведем сглаживание временного ряда с помощью, центрированной скользящей средней по формуле.

На следующем этапе рассчитаем коэффициенты сезонности по формуле

$$K_s = \frac{y_i}{\tilde{y}_i}.$$

Результаты расчетов скользящей средней и коэффициента сезонности представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Разложение уровней ряда по мультипликативной модели

Период	Доход, млн.р., y_i	\tilde{y}_i	K_s	\hat{K}_j	$\frac{y_i}{\hat{K}_j}$	t	\hat{y}_i	y_s	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	январь	1119,3	-	-	0,645	1734,231	1	701,513	452,8
	февраль	352,2	-	-	0,664	530,643	2	733,336	486,7
	март	1006,9	-	-	1,073	938,471	3	765,159	821,0
	апрель	1177,8	-	-	1,229	958,401	4	796,982	979,4
	май	1084,4	-	-	1,065	1018,228	5	828,805	882,7
	июнь	891,4	-	-	0,842	1058,642	6	860,628	724,7
	июль	928,2	988,1	0,9	1,050	883,612	7	892,451	937,5
	август	1178,4	1004,5	1,2	1,099	1072,686	8	924,274	1015,4
	сентябрь	989,4	1037,1	1,0	0,898	1102,290	9	956,097	858,2
	октябрь	932,2	1059,9	0,9	1,034	901,691	10	987,920	1021,3
	ноябрь	1080,4	1085,9	1,0	1,192	906,045	11	1019,743	1216,0
	декабрь	1243,5	1098,6	1,1	1,209	1028,410	12	1051,566	1271,5
...	
6	январь	1573	2801,8	0,6	0,645	2437,189	61	2610,893	1685,1
	февраль	1521,5	2888,0	0,5	0,664	2292,373	62	2642,716	1754,0
	март	3215,2	2940,6	1,1	1,073	2996,696	63	2674,539	2869,6
	апрель	2872,5	3007,2	1,0	1,229	2337,415	64	2706,362	3325,9
	май	3792,4	3035,8	1,2	1,065	3560,983	65	2738,185	2916,1
	июнь	2721,7	2992,0	0,9	0,842	3232,338	66	2770,008	2332,4
	июль	3097,2	-	-	1,050	2948,421	67	2801,831	2943,2
	август	4229,2	-	-	1,099	3849,798	68	2833,654	3112,9
	сентябрь	2119,6	-	-	0,898	2361,446	69	2865,477	2572,0
	октябрь	3756,5	-	-	1,034	3633,557	70	2897,300	2995,3
	ноябрь	3416,1	-	-	1,192	2864,810	71	2929,123	3492,8
	декабрь	3478,7	-	-	1,209	2876,985	72	2960,946	3580,2

Продолжение таблицы 5

1		2	3	4	5	6	7	8	9
7*	январь*	-	-	-	0,645	-	73	2992,769	1931,6
	февраль*	-	-	-	0,664	-	74	3024,592	2007,5
	март*	-	-	-	1,073	-	75	3056,415	3279,3
	апрель*	-	-	-	1,229	-	76	3088,238	3795,2
Итого		132968,7	-	-	-	-	-	-	-
В среднем		-	-	-	-	-	-	-	-
* - прогнозируемый уровень									

Определяем средние показатели сезонности для одноименных кварталов (месяцев):

$$\bar{K}_j = \frac{1}{n} \sum K_{si}.$$

т.е. для января средний коэффициент сезонности составит:

$$\bar{K}_1 = \frac{0,8 + 0,7 + 0,7 + 0,5 + 0,6}{5} = 0,643,$$

для февраля:

$$\bar{K}_2 = \frac{0,9 + 0,7 + 0,6 + 0,6 + 0,5}{5} = 0,661$$

Аналогично рассчитывают для других месяцев (таблица 6).

Так как сумма средних коэффициентов сезонности не равна 12, проведем их корректировку по формуле:

$$\hat{K}_j = \bar{K}_j \cdot \frac{12}{\sum \bar{K}_j}.$$

Таблица 6 – Оценивание сезонной компоненты в мультипликативной модели

№ месяца	\bar{K}_j	K_j
1	0,643	0,645
2	0,661	0,664
3	1,069	1,073
4	1,224	1,229
5	1,061	1,065
6	0,839	0,842
7	1,046	1,050
8	1,094	1,099
9	0,894	0,898
10	1,030	1,034
11	1,188	1,192
12	1,205	1,209
Итого	11,954	12,000

Так скорректированный коэффициент сезонности для января составит:

$$\hat{K}_1 = 0,643 \cdot \frac{12}{11,954} = 0,645 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов средних и скорректированных показателей сезонности заносим в таблицу 6.

На следующем этапе определим десезонализованный ряд доходов бюджета Оренбургской области:

$$\frac{y_i}{K_j}$$

По десеоналированному временному ряду проводим аналитическое выравнивание по линейному тренду. Уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y}_t = 669,69 + 31,823t \quad (R^2 = 0,777).$$

Затем рассчитываем тренд с учетом сезонности:

$$y_s = \hat{y}_t \cdot K_j.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 5.

Ожидаемый доход бюджета в январе 7 года составит 1931,6 млн. р., в феврале 2007,5 млн.р., в марте 3279,3 млн.р., в апреле 3795,2 млн.р.

Качество построенной модели оценивается как хорошее, т.к. средняя относительная ошибка аппроксимации составила 14,42 % (рисунок 2).

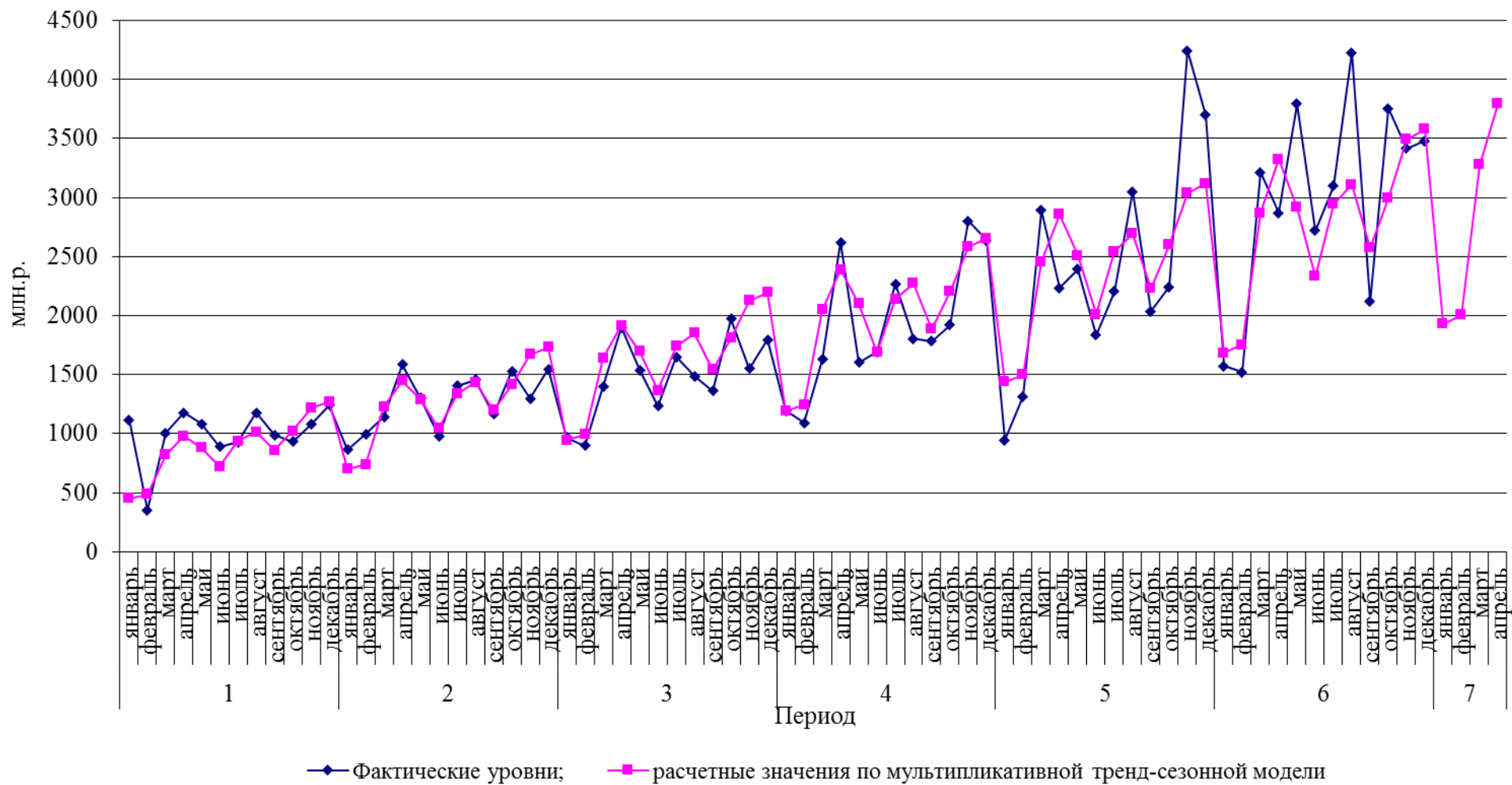


Рисунок 2 – Фактические и ожидаемые доходы бюджета Оренбургской области по мультипликативной тренд – сезонной модели

Список использованных источников

1 Эконометрика : учебник / под ред. В. Н. Афанасьева; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т" ; [В. Н. Афанасьев и др.]. – Оренбург : Университет, 2012. – 403 с. – ISBN 978-5-4417-0150-1.

2 Мхитарян, В.С. Эконометрика : учеб.-практич. пособие / В.С. Мхитарян, М.Ю. Архипова– Электрон. текстовые данные. – Евразийский открытый институт, 2012. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90911>.

3 Афанасьев, В. Н. Эконометрика / В. Н. Афанасьев, Т.В. Леушина, Т.В. Лебедева, А.П. Цыпин; под ред. проф. В. Н. Афанасьева – ОГУ, 2012. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/3332_20121026.pdf.