Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра безопасности жизнедеятельности

Н.Н. Рахимова

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СТРУКТУРНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(при общем резервировании с постоянно включенным резервом)

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность

Оренбург

2016

УДК 62-192:504(076,5)
ББК 30.14я7+20.1я7
Р 27

Рецензент - кандидат технических наук, доцент В.А. Солопова

Рахимова, Н.Н.
Р 27 Исследование свойств структурного резервирования технических систем (при общем резервировании с постоянно включенным резервом): методические указания / Н.Н.Рахимова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2016. – 26 с.

Методических указания содержат сведения необходимые для проведения исследования свойств структурного резервирования технических систем (при общем резервировании с постоянно включенным резервом). Содержат теоретическую часть, примеры решения задач, индивидуальные задания по вариантам, для самостоятельного решения

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, при изучении дисциплины «Надежность технических систем и техногенный риск».

УДК 62-192:504 (076,5)
ББК 30.14я7+20.1я7

Содержание

1 Постановка задачи

Дано:

- техническая система с основным соединением элементов;

- n – число элементов системы;

- λ_i – интенсивность отказа элемента i – го типа, $i = 1,2,\ldots n$;

- t – текущее время работы системы, не превосходящее допустимого времени из условия старения;

- m – кратность резервирования, $m \leq 4$.

Задание:

- необходимо, оценить эффективность структурного резервирования как метода повышения надежности;

- выполнить сравнительный анализ надежности системы при структурном и нагрузочном резервировании;

- исследовать влияние последействия отказов на эффективность структурного резервирования.

Необходимо выполнить индивидуальное расчетное задание по вариантам, приведенным в приложение А.

2 Теоретическая часть

Показателями эффективности различных методов обеспечения и повышения надежности могут быть выигрыш надежности по вероятности отказа $G_q(t)$ и выигрыш по среднему времени безотказной работы G_T. Выигрышем надежности называется отношение показателей надежности резервированной системы к соответствующему показателю надежности нерезервированной системы.

Так как для резервированной системы с постоянно включенным резервом вероятность и среднее время безотказной работы выражаются формулами

$$P_c\ \ t\ \ = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \tag{1}$$

$$T_c = T_0 \quad {}_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}, \tag{2}$$

то соответствующие выигрыши имеют вид:

$$G_q\ \ t\ \ = \frac{Q_0}{Q_{\text{с}}\ \ t} = \frac{1}{(1 - e^{-\lambda t})^m}, \tag{3}$$

$$G_{\text{Т}} = \frac{\text{Т}_{\text{с}}}{\text{Т}_0} = \quad {}_{i=1}^{m+1} \frac{1}{t}, \tag{4}$$

где $Q_0\ \ t$ - вероятность отказа исходной (основной) системы;

Т_0 - среднее время безотказной работы исходной (основной);

$Q_{\text{с}}\ \ t$ - вероятность отказа резервированной системы;

$\text{Т}_{\text{с}}$ - среднее время безотказной работы резервированной системы;

$\lambda = \ {}_{i=1}^{n} \lambda_i = const$ - интенсивность отказа исходной нерезервированной системы.

Анализ выигрышей надежности позволяет сформулировать следующие важные свойства структурного резервирования:

- чем более надежна система и чем меньше время её работы, тем выше эффективность резервирования;
- чем выше кратность резервирования, тем выше выигрыш надежности по любому из критериев, однако с ростом кратности резервирования скорость роста выигрыша убывает;
- при резервировании с постоянно включенным резервом значительное повышение кратности резервирования ведет к несущественному повышению среднего времени безотказной работы;

- интенсивность отказа резервированной системы, определяется по следующей формуле,

$$\lambda_c \; t \;\; = -\frac{P_c'(t)}{P_c(t)} \qquad (5)$$

и является возрастающей функцией времени при $t = 0$ $\lambda_c(t) = 0$ и с ростом t $\lambda_c(t)$ асимптотически стремится к интенсивности отказа нерезервированной системы.

Существенное повышение надежности может достигаться путем применения нагрузочного резервирования. В процессе проектирования сложных технических систем конструктор не может уменьшить нагрузку на элементы более, чем в 10 раз по сравнению с номинальной. При этом интенсивность отказов остается постоянной во времени и для многих элементов линейно убывает с уменьшением коэффициента нагрузки.

Сравнительный анализ надежности резервированных систем показывает, что нагрузочное резервирование может быть более эффективным в системах, предназначенных для длительной работы. Во многих практических случаях существует критическое время работы τ, после которого более целесообразным оказывается нагрузочное резервирование.

Указанные свойства резервирования полезно знать не только конструктору, но и инженеру, занимающемуся эксплуатацией техники, обеспечивая безопасность жизнедеятельности. Данная лабораторная работа позволит численно оценить эффективность резервирования, как средство повышения надежности и снижения риска.

3 Алгоритм выполнения практической работы

Практическую работу следует выполнять в такой последовательности:

1. Данные интенсивности отказов представлены в приложении А (по вариантам). Выбор варианта осуществляется по последним цифрам студенческого билета, либо по согласованию с преподавателем.

2. Необходимо исследовать эффективность структурного резервирования.

3. Провести сравнительный анализ структурного и нагрузочного резервирования.

4. Провести исследование влияния последствия отказов на эффективность структурного резервирования.

В отчете к практической работе должны быть следующие пункты:

1. Постановка задачи.
2. Результаты исследований в виде формул (скриншотов), графиков и таблиц по каждому из разделов.
3. Выводы по результатам исследований.

3.1 Исследование эффективности структурного резервирования

3.1.1 Оценка выигрыша надежности по среднему времени безотказной работы

Оценить выигрыш G_T можно, если представить зависимость $G_T = G_T(m)$ в виде таблицы. Воспользуемся для этой цели системой Derive 6. Для решения задачи нужно выполнить следующие действия:

- ввести выражение $\frac{1}{i}$;

- образовать выражение $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$ с помощью кнопки **Find Sum** панели инструментов;

- протабулировать это выражение с помощью функции VECTOR, имеющей вид:

VECTOR ([m, #2], m, mn, mk,d m),

где #2 – номер выражения $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$ (в данном случае предполагается, что выражение находится в строке #2);

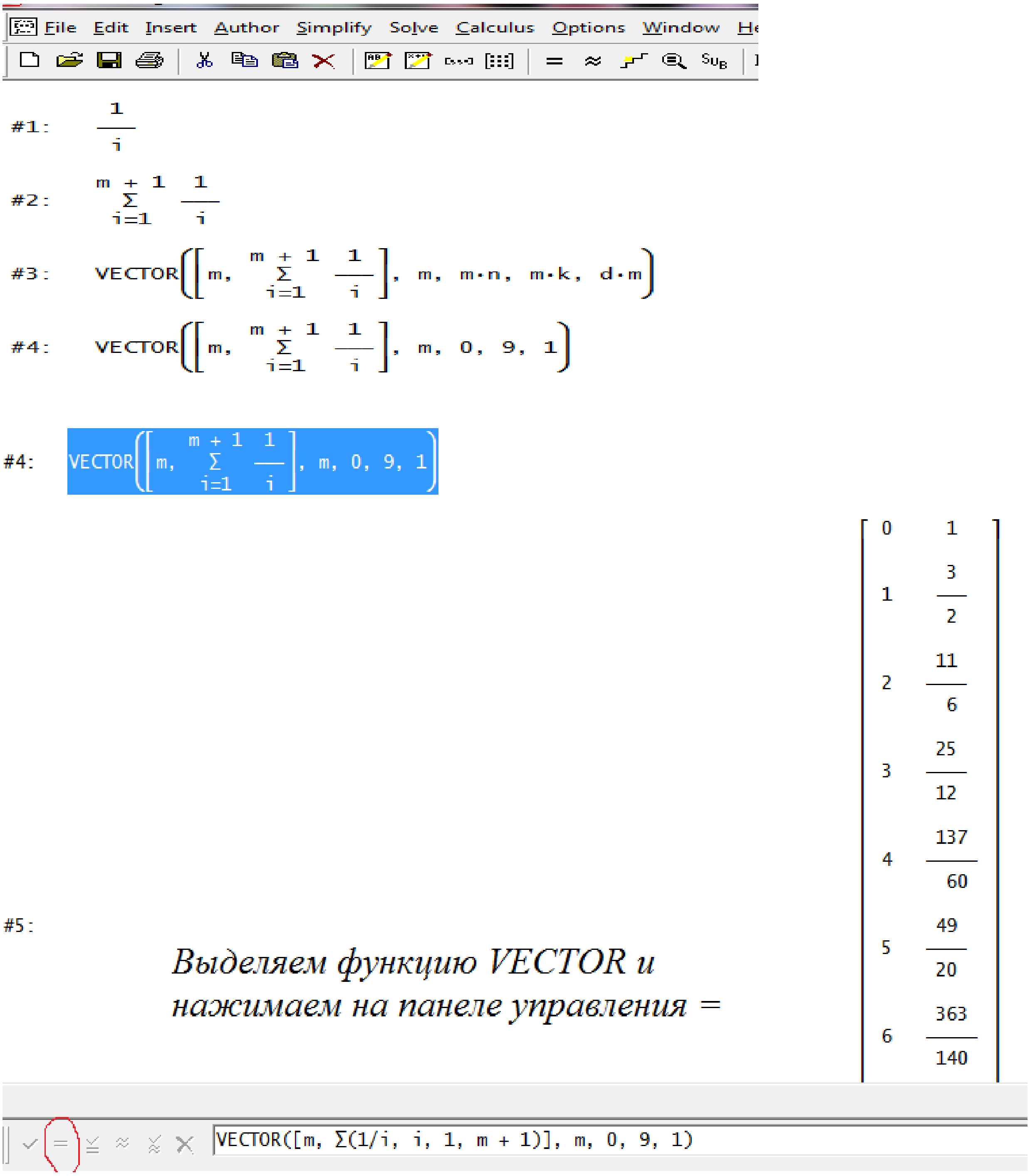
mn, mk – начальное и конечное значение кратности резервирования;

dm – шаг таблицы.

Выберите mn = 0 (резервирование отсутствует), mk = 9 (в системе 10 подсистем, из которых 9 резервных), dm = 1. Тогда функция будет иметь вид:

VECTOR ([m, #2], m, 0, 9 ,1).

Процедуры вычислений имеют следующий вид:



$$\begin{array}{|cc|} 7 & \dfrac{761}{280} \\ 8 & \dfrac{7129}{2520} \\ 9 & \dfrac{7381}{2520} \end{array}$$

После выполнения функции на экране монитора появится решение в виде таблицы 1.

Таблица 1 - Выигрыш надежности системы по среднему времени безотказной работы

m	$G_T(m)$
0	1
1	1.5
2	1,83333
…	…
9	2,92896

Из таблицы следует важный вывод: с увеличением кратности резервирования *m* среднее время безотказной работу увеличивается незначительно. Проанализируйте данные таблицы и сделайте более конкретные выводы.

3.1.2 Оценка выигрыша надежности по вероятности отказа системы

Выигрыш $G_q(t)$ надежности резервированной системы по вероятности отказа является функцией времени, зависящей от интенсивности отказа исходной системы и кратности резервирования.

Представим эту функцию в виде:

$$G(x,m) = \frac{1}{(1-e^{-x})^m}, \qquad (6)$$

где $x = \lambda t$.

Зависимости $G = G(x,m)$ приведены на рисунке 1.

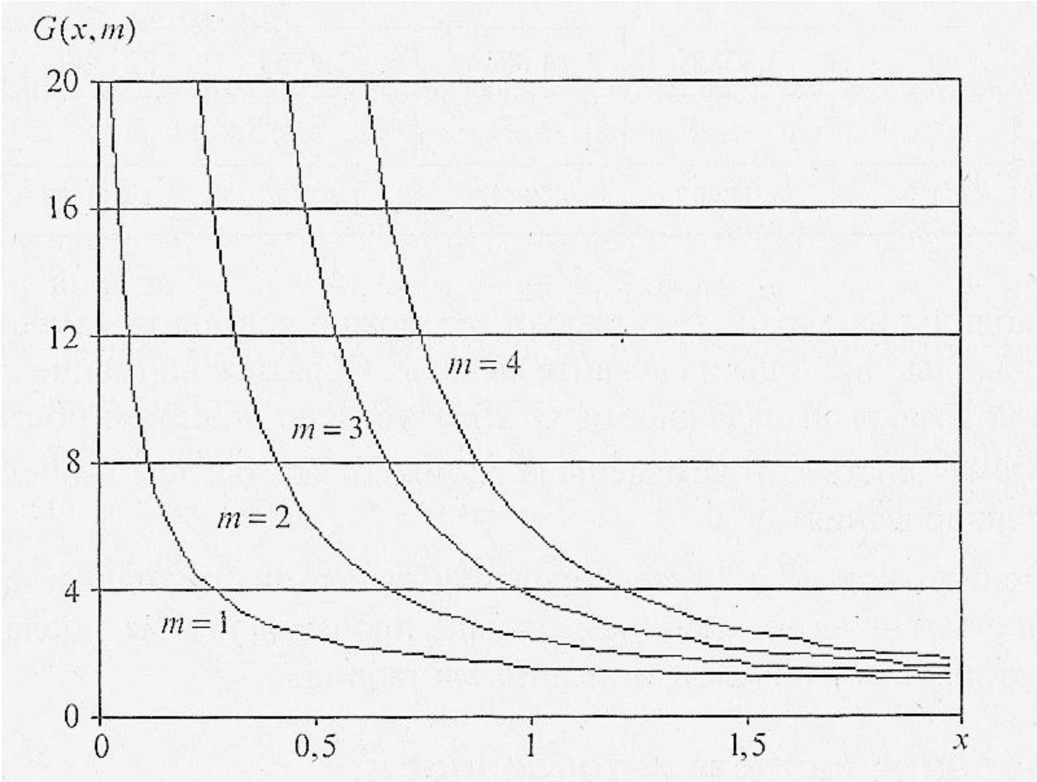


Рисунок 1 - Выигрыш надежности резервированной системы

Получим зависимость $G(x, m)$в виде таблицы, воспользовавшись функцией VECTOR следующего вида:

VECTOR ([x, #2, #3, #4, #5], x, xn, xk, dx),

где #i – номера выражений для $G(x,m)$ на экране монитора, соответственно для m = 1, m = 2, m = 3, m = 4.

С позиции полноты анализа результатов удобства их представления на экране выберем: xn = 0,1, xk = 2, dx = 0,2.

Тогда функция будет иметь вид:

VECTOR ([x, #2, #3, #4, #5], x, 0.1, 2, 0.2).

Выражения выигрышей $G(x,m)$ для m = 1, m = 2, m = 3, m = 4 можно получить из формулы (6). Для этого необходимо в формулу (6) подставить поочередно значения *m*, используя кнопку **Sub** панели инструментов. В результате на экране монитора будут выведены 4 выражения с присвоенными номерами, в нашем случае это строки #2, #3, #4, #5. После исполнения команды VECTOR на экране появляется таблица 2.

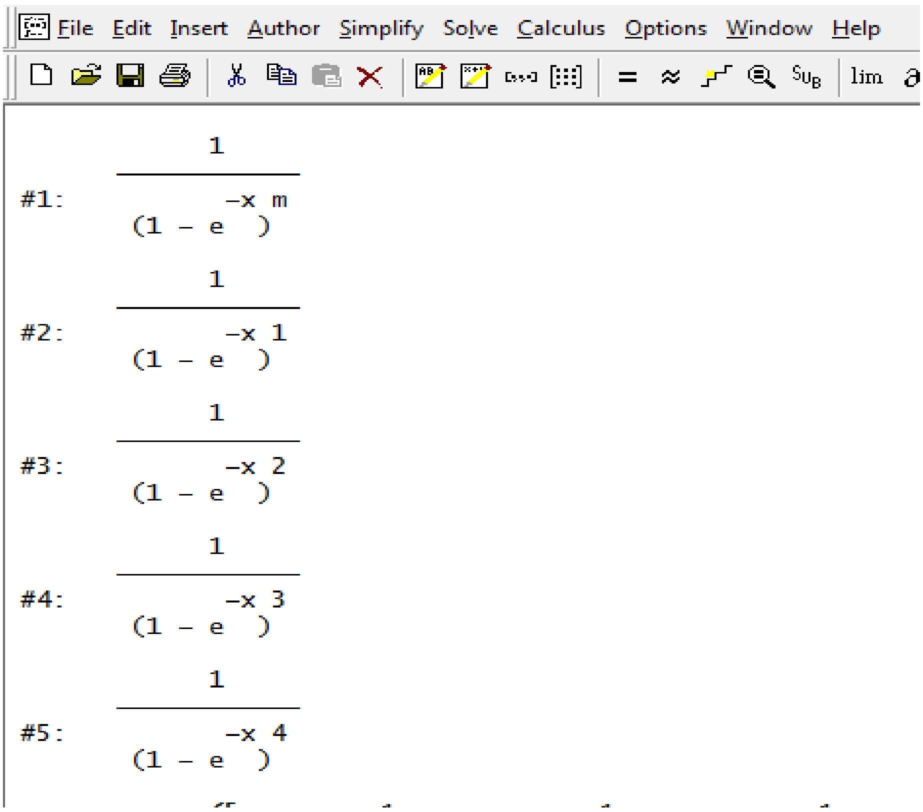
Таблица 2 – Результаты табулирования функции *G(x,m)*

x/m	1	2	3	4
0,1	10,5083	110,425	1160,38	12193,7
0,3	3,85829	14,88864	57,4363	221,606
…..	…	…	…	…
1,9	1,17587	1,38267	1,62585	1,991180

Шапка таблицы на экране отсутствует, ее можно составить самостоятельно. Спишите данные таблицы и сделайте выводы. Обратите внимание на главное: с ростом *x* выигрыш надежности *G(x,m)* убывает, т.е. чем более надежна резервируемая система и чем меньше время ее работы, тем выше эффективность резервирования.

С увеличением кратности резервирования выигрыш увеличивается, причем увеличение тем значительней, чем меньше произведение λt. Делая выводы, проиллюстрируйте их числовыми данными таблицы.

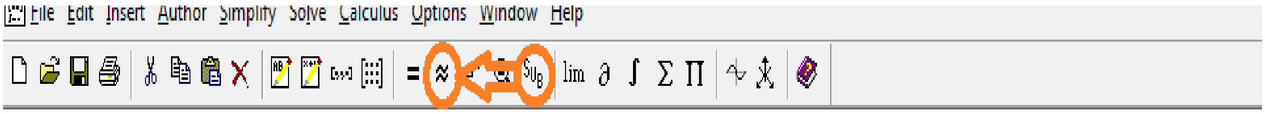
Процедуры вычислений имеют следующий вид:



$$\#6: \quad \mathrm{VECTOR}\left(\left[x, \frac{1}{(1-e^{-x})^{1}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{2}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{3}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{4}}\right], x, x\cdot n, x\cdot k, d\cdot x\right)$$

$$\#7: \quad \mathrm{VECTOR}\left(\left[x, \frac{1}{(1-e^{-x})^{1}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{2}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{3}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{4}}\right], x, 0.1, 2, 0.2\right)$$

$$\#8: \quad \mathrm{VECTOR}\left(\left[x, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{1}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{2}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{3}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{4}}\right], x, 0.1, 2, 0.2\right)$$



$$\#7: \quad \mathrm{VECTOR}\left(\left[x, \frac{1}{(1-e^{-x})^{1}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{2}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{3}}, \frac{1}{(1-e^{-x})^{4}}\right], x, 0.1, 2, 0.2\right)$$

$$\#8: \quad \mathrm{VECTOR}\left(\left[x, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{1}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{2}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{3}}, \frac{1}{(1-2.71^{-x})^{4}}\right], x, 0.1, 2, 0.2\right)$$

$$\#9: \quad \begin{bmatrix} 0.1 & 10.53891357 & 111.0686993 & 1170.543422 & 1.233625596\cdot 10^{4} \\ 0.3 & 3.868422318 & 14.96469123 & 57.88974556 & 223.9419837 \\ 0.5 & 2.547489920 & 6.489704892 & 16.53245779 & 42.11626959 \\ 0.7 & 1.990632566 & 3.962618016 & 7.888116474 & 15.70234154 \\ 0.9 & 1.688298633 & 2.850352274 & 4.812245848 & 8.124508087 \\ 1.1 & 1.501479505 & 2.254440704 & 3.384996512 & 5.082502888 \\ 1.3 & 1.376680433 & 1.895249016 & 2.609152238 & 3.591968835 \\ 1.5 & 1.288915215 & 1.661302432 & 2.141277982 & 2.759925772 \\ 1.7 & 1.224940210 & 1.500478518 & 1.837996471 & 2.251435784 \\ 1.9 & 1.177077511 & 1.385511467 & 1.630854390 & 1.919642027 \end{bmatrix}$$

3.1.3 Исследование свойств интенсивности отказа резервированной системы

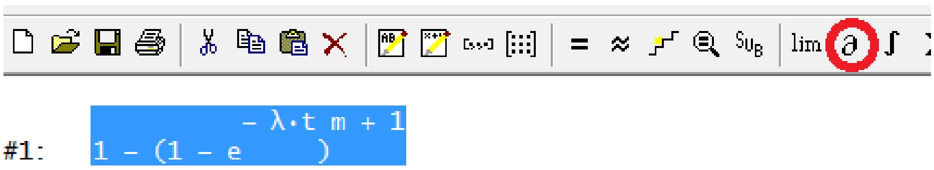
Исследуем свойства интенсивности отказа, воспользовавшись зависимостью (5). Исследования целесообразно выполнить в такой последовательности:

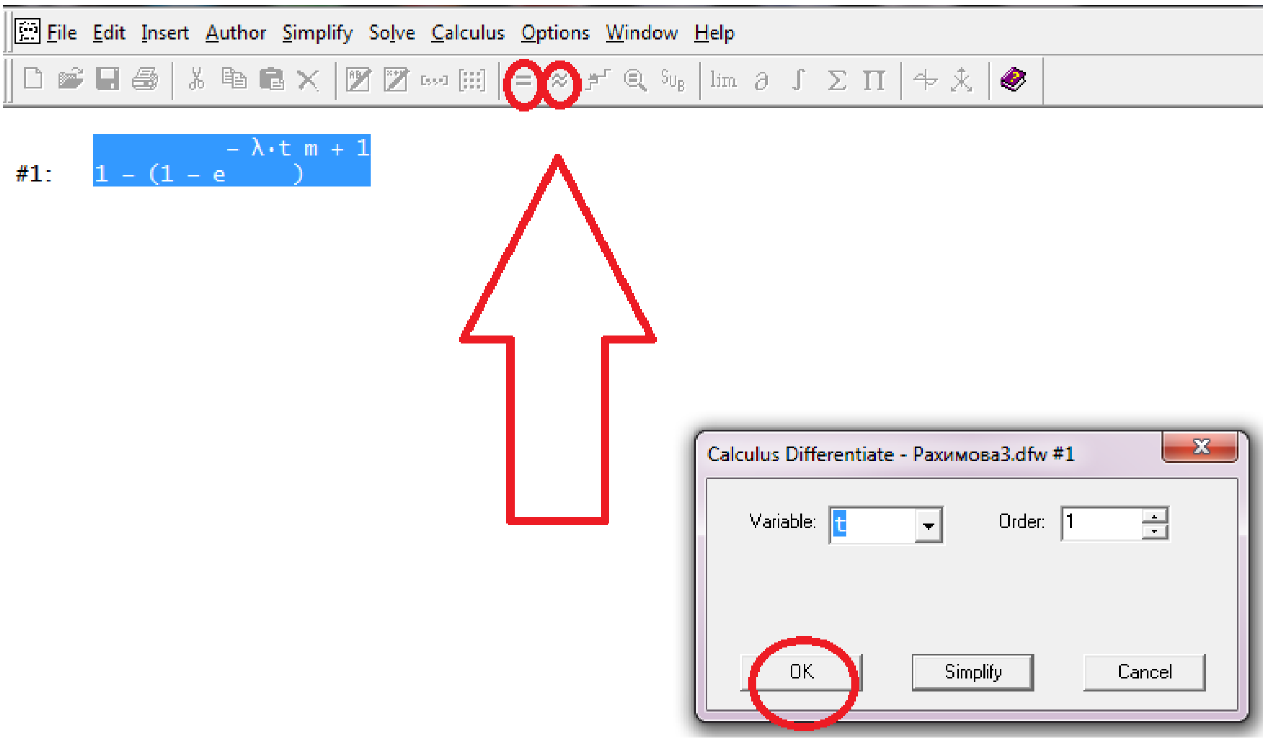
- ввести выражение для вероятности безотказной работы резервированной системы $P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}$;
- нажать кнопку **Find Derivative** панели инструментов, на экране появится окно **Calculus Differentiate;**
- установить на вкладке **Variable** переменную дифференцирования t, на вкладке **Order** установить порядок производной – 1, после нажатия кнопки **OK** на экране отобразиться обозначение производной;
- нажать кнопку **Simplify** или **Approximate** – на экране появится выражение для производной;
- ввести выражение интенсивности отказа системы - #3/#1 (предполагается, что в строке #1 находится выражение вероятности безотказной работы, а в строке #3 - производная), на экране появится выражение интенсивности отказов системы;
- определить диапазон изменения переменной m с помощью пункта меню **Derlare | Variable Domain** (переменная m положительная в диапазоне от 0 до ∞), на экране появится запись:

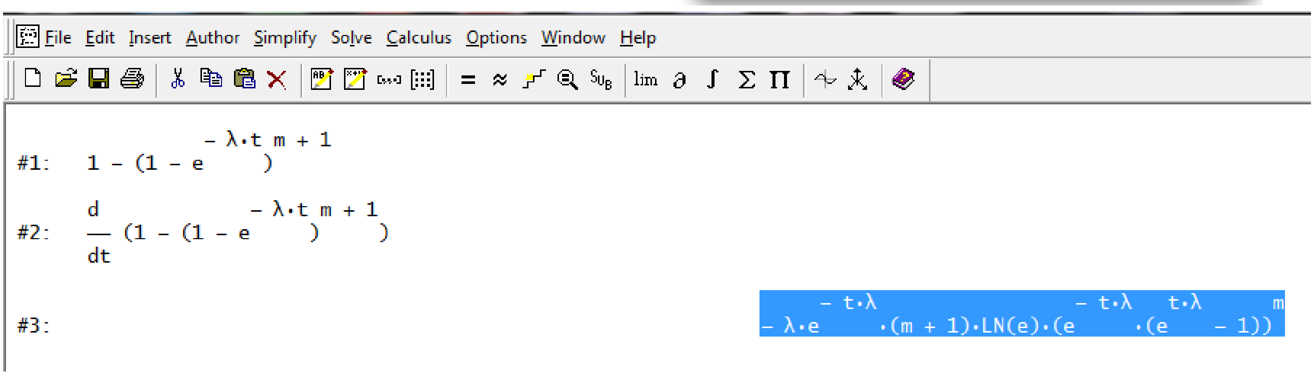
m :∈ Real (0;∞)

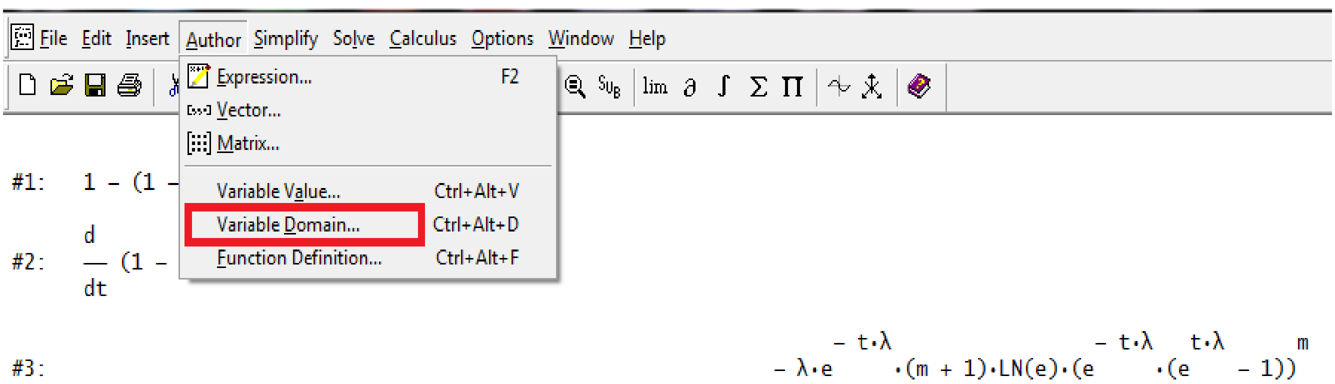
- после нажатия кнопки **Find Limit** панели инструментов на экране отобразиться окно **Calculus limit;**
- установить на вкладке **Variable** переменную t, а на вкладке **Limit Point** задать 0, после нажатия кнопки **OK** на экране отобразиться выражение предела;
- после нажатия на кнопку **Simplify** или **Approximate** на экране появится значение предела – 0;
- выделить выражение для $\lambda_c(t)$ и повторить предыдущих три пункта для случая $t \to \infty$, на экране появится значение предела - λ. Предел будет получен только после замены m, любым ее числовым значением.

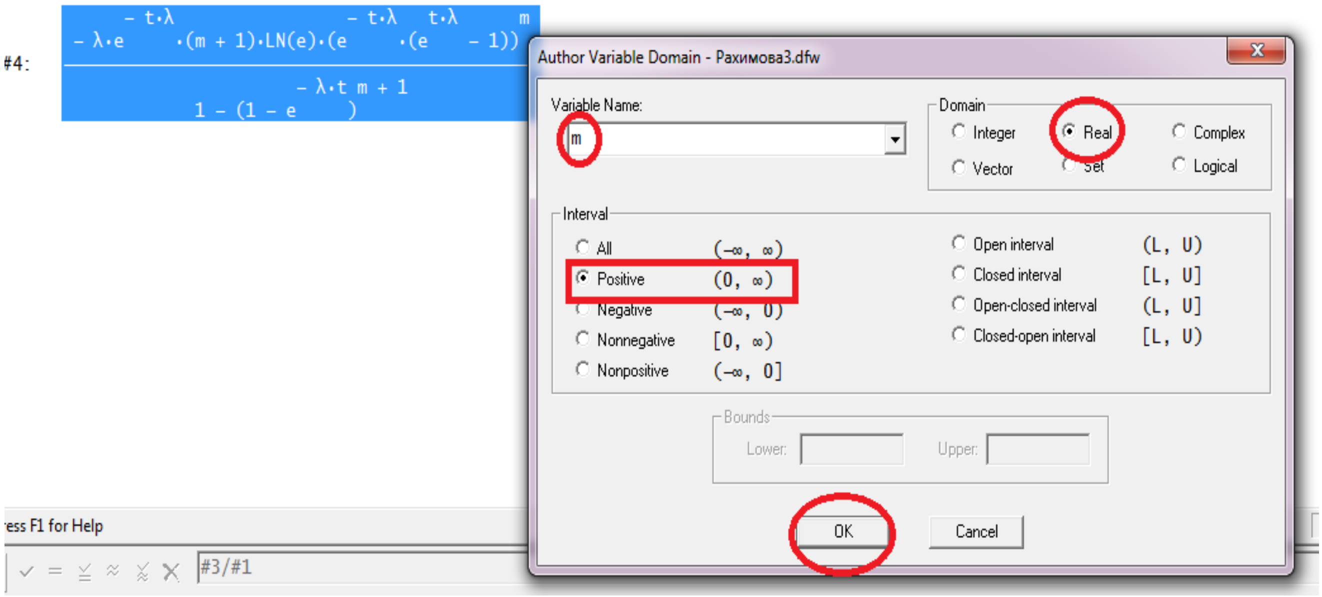
Процедуры вычислений пределов имеют следующий вид:

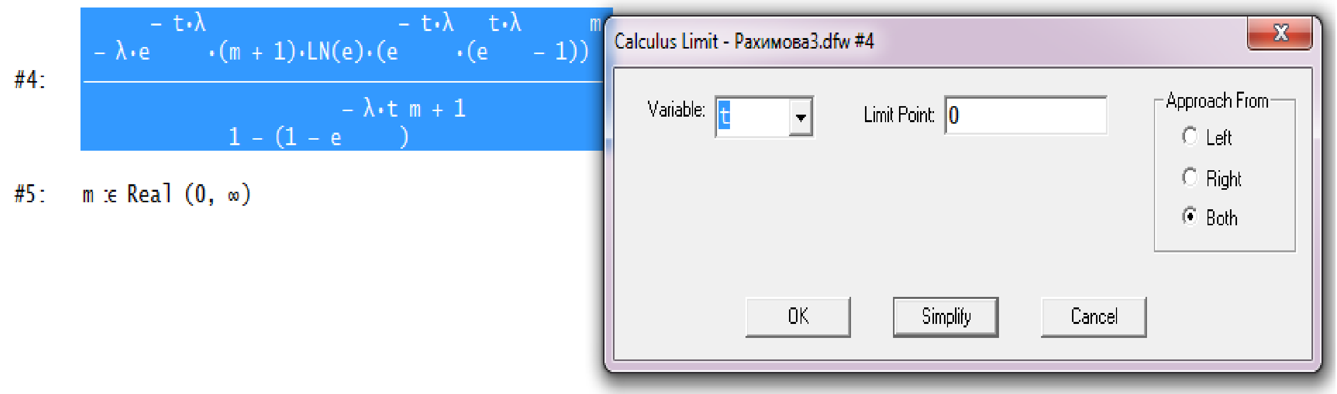

lim
#1: 1 − (1 − e^(− λ·t m + 1))

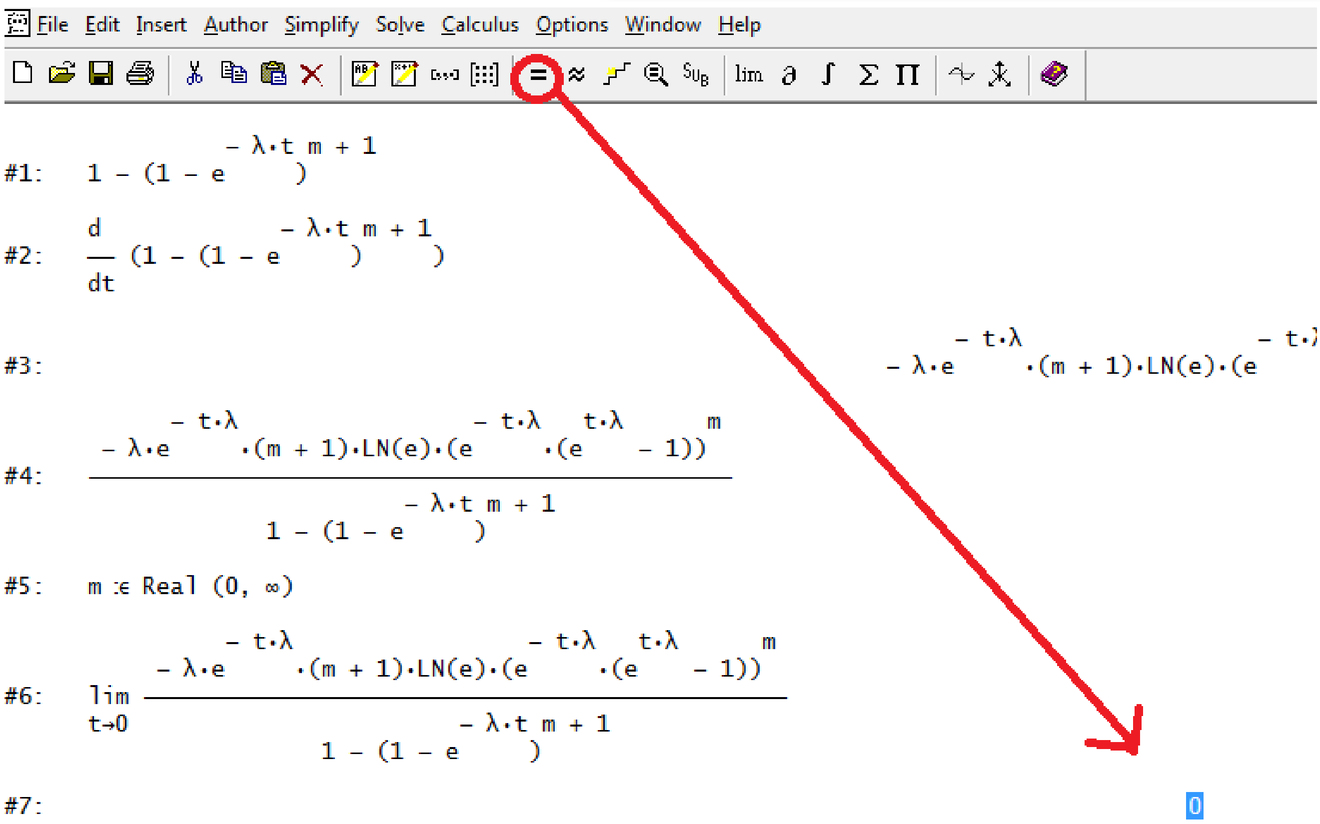

File Edit Insert Author Simplify Solve Calculus Options Window Help
#1: 1 − (1 − e^(− λ·t m + 1))
Calculus Differentiate - Рахимова3.dfw #1
Variable: t
Order: 1
OK
Simplify
Cancel


File Edit Insert Author Simplify Solve Calculus Options Window Help
#1: 1 − (1 − e^(− λ·t m + 1))
#2: d/dt (1 − (1 − e^(− λ·t m + 1)))
#3: − λ·e^(− t·λ)·(m + 1)·LN(e)·(e^(− t·λ)·(e^(t·λ) − 1))^m

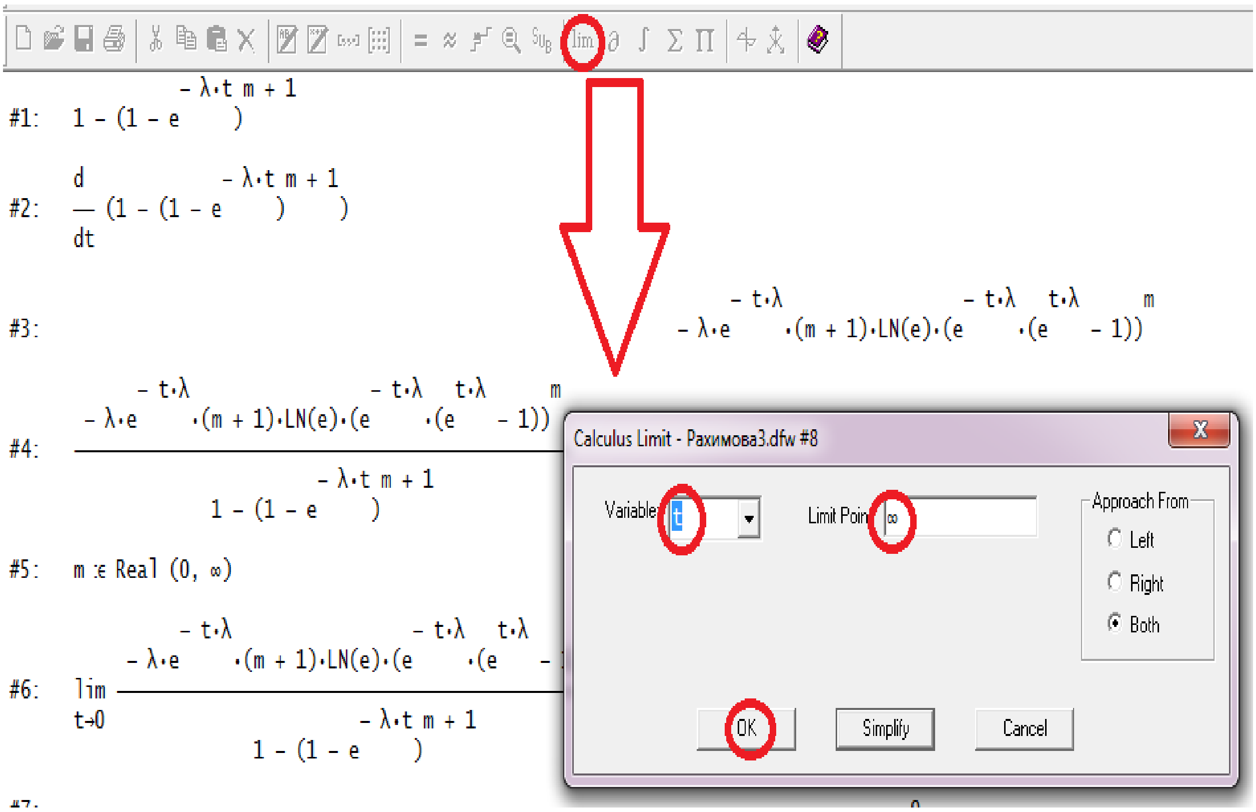

File Edit Insert Author Simplify Solve Calculus Options Window Help
Expression... F2
Vector...
Matrix...
Variable Value... Ctrl+Alt+V
Variable Domain... Ctrl+Alt+D
Function Definition... Ctrl+Alt+F
#1: 1 − (1
#2: d/dt (1 −
#3: − λ·e^(− t·λ)·(m + 1)·LN(e)·(e^(− t·λ)·(e^(t·λ) − 1))^m

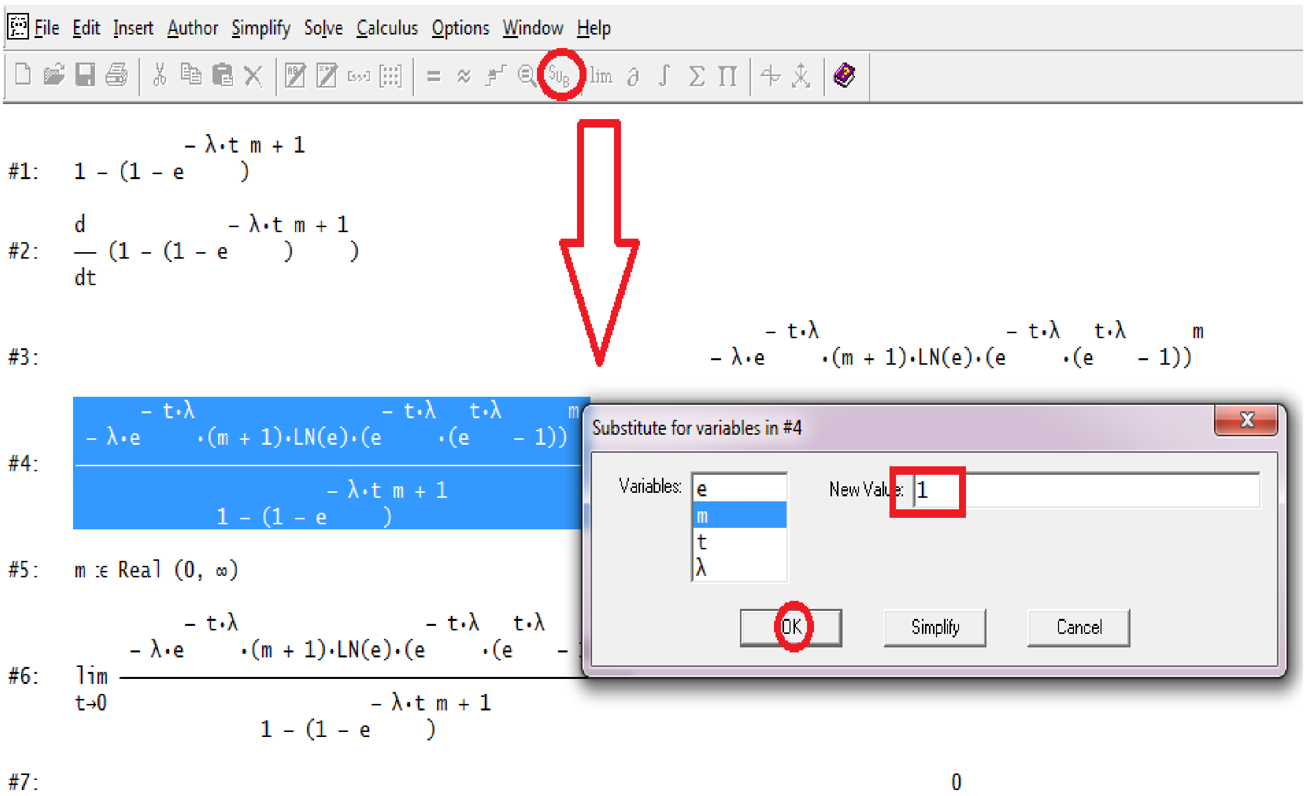

#4:
Author Variable Domain - Рахимова3.dfw
Variable Name:
m
Domain
Integer
Real
Complex
Vector
Set
Logical
Interval
All (-∞, ∞)
Positive (0, ∞)
Negative (-∞, 0)
Nonnegative [0, ∞)
Nonpositive (-∞, 0]
Open interval (L, U)
Closed interval [L, U]
Open-closed interval (L, U]
Closed-open interval [L, U)
Bounds
Lower:
Upper:
OK
Cancel
ess F1 for Help
#3/#1


#4:
#5: m :∈ Real (0, ∞)
Calculus Limit - Рахимова3.dfw #4
Variable: t
Limit Point: 0
Approach From
Left
Right
Both
OK
Simplify
Cancel


File Edit Insert Author Simplify Solve Calculus Options Window Help
#1: 1 - (1 - e^(- λ·t m + 1))
#2: d/dt (1 - (1 - e^(- λ·t m + 1)))
#3: - λ·e^(- t·λ)·(m + 1)·LN(e)·(e
#4: - λ·e^(- t·λ)·(m + 1)·LN(e)·(e^(- t·λ)·(e^(t·λ) - 1))^m / (1 - (1 - e^(- λ·t m + 1)))
#5: m :∈ Real (0, ∞)
#6: lim t→0 - λ·e^(- t·λ)·(m + 1)·LN(e)·(e^(- t·λ)·(e^(t·λ) - 1))^m / (1 - (1 - e^(- λ·t m + 1)))
#7: 0

Выделим выражение для $\lambda_c(t)$ и повторим предыдущие действия для случая $t \to \infty$, на экране появится значение предела – λ. Предел будет получен только после замены переменной m(при $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$) любым ее численным значением.





$$\#1:\quad 1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{m+1}$$

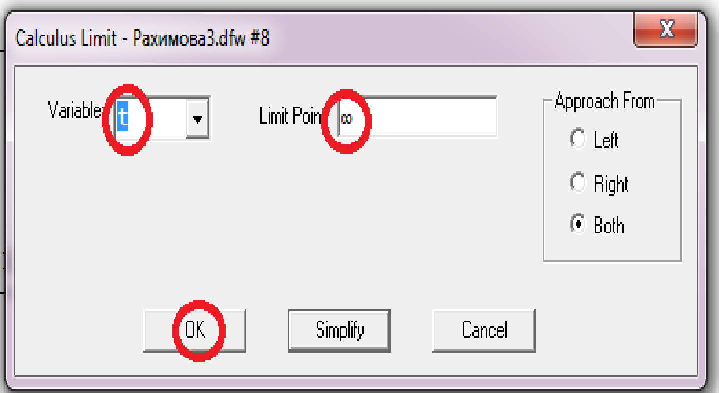
$$\#2:\quad \frac{d}{dt}\left(1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{m+1}\right)$$

$$\#3:\quad -\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot(m+1)\cdot LN(e)\cdot(e^{-t\cdot\lambda}\cdot(e^{t\cdot\lambda}-1))^{m}$$

$$\#4:\quad \frac{-\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot(m+1)\cdot LN(e)\cdot(e^{-t\cdot\lambda}\cdot(e^{t\cdot\lambda}-1))^{m}}{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{m+1}}$$

$$\#5:\quad m :\in Real\ (0,\ \infty)$$

$$\#6:\quad \lim_{t\to 0}\frac{-\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot(m+1)\cdot LN(e)\cdot(e^{-t\cdot\lambda}\cdot(e^{t\cdot\lambda}-1))^{m}}{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{m+1}}$$



$$\#7:\quad 0$$

$$\#10:\quad 1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{1+1}$$

$$\#11:\quad \frac{d}{dt}\left(1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{1+1}\right)$$

$$\#12:\quad 2\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-2\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)$$

$$\#13:\quad \frac{2\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-2\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)}{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{1+1}}$$

$$\#14:\quad \lim_{t\to\infty}\frac{2\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-2\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)}{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{1+1}}$$

$$\#15:\quad \lambda$$

$$\#22:\quad 1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{4+1}$$

$$\#23:\quad \frac{d}{dt}\left(1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{4+1}\right)$$

$$\#24:\quad -5\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-30\cdot\lambda\cdot e^{-3\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-4\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-5\cdot\lambda\cdot e^{-5\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)$$

$$\#25:\quad \frac{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{4+1}}{-5\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-30\cdot\lambda\cdot e^{-3\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-4\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-5\cdot\lambda\cdot e^{-5\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)}$$

$$\#26:\quad \lim_{t\to\infty}\frac{1-(1-e^{-\lambda\cdot t})^{4+1}}{-5\cdot\lambda\cdot e^{-t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-2\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-30\cdot\lambda\cdot e^{-3\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)+20\cdot\lambda\cdot e^{-4\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)-5\cdot\lambda\cdot e^{-5\cdot t\cdot\lambda}\cdot LN(e)}$$

$$\#27:\quad \lambda$$

Изобразим графики функции $\lambda_c(t)$ при различных значениях m и одном значении λ. Для этого создадим выражение для $\lambda_c(t)$ при $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ и последовательно, один за другим, построим семейство графиков, предварительно подобрав необходимые масштабы по осям координат (рисунок 2).

Зависимости $\lambda_c(t)$ получены для случая $\lambda_c = 0{,}1$, $m = 1, 2, 3, 4$.

Из графиков видно, что при постоянной, отличной от нуля интенсивности отказов исходной системы, интенсивность отказа резервированной системы при $t = 0$ равна нулю и увеличивается с течением времени, стремясь к постоянной величине, равной интенсивности отказов нерезервированной системы.

Объясните это явление физически на основании ваших знаний теории надежности.

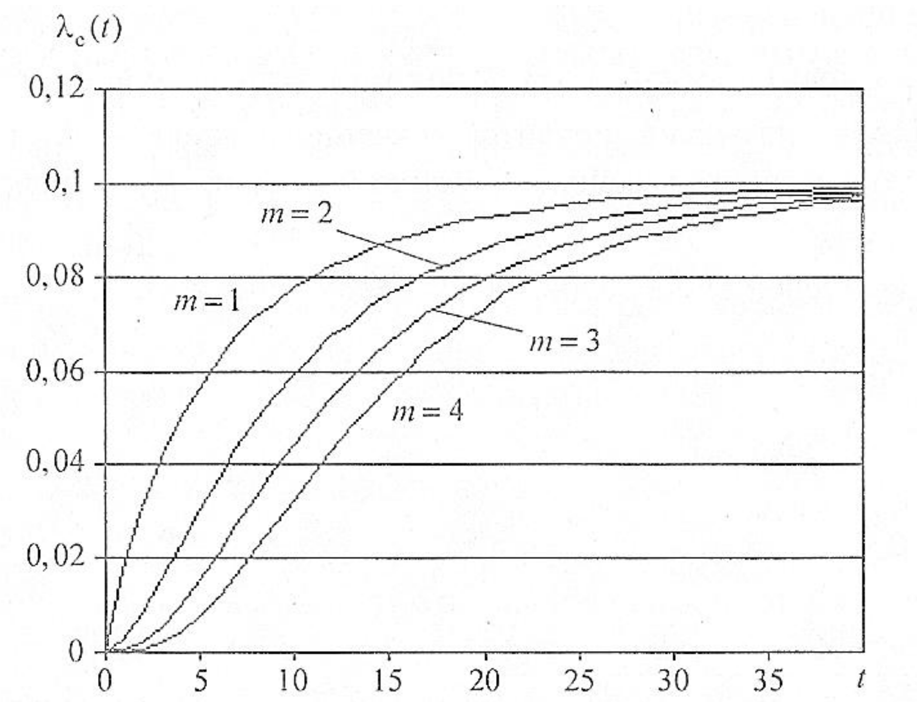


Рисунок 2 - Зависимости интенсивностей отказов системы от времени

3.1.4 Сравнительный анализ эффективности нагрузочного и структурного резервирования

Вероятность отказа $Q_c(t)$ и среднее время безотказной работы T_c системы при нагрузочном резервировании выражаются формулами:

$$Q_c(t) = 1 - e^{\frac{\lambda t}{n}}, \tag{7}$$

$$T_c = \frac{n}{\lambda}, \tag{8}$$

где n - число, показывающее, во сколько раз уменьшается интенсивность отказа системы при наличии нагрузочного резервирования.

Тогда выигрыш надежности при структурном резервировании по сравнению с нагрузочным будет равен:

$$G_c\ \ t\ \ = \frac{1-e^{-\frac{\lambda t}{n}}}{(1-e^{-\lambda t})^{m+1}}, \tag{9}$$

Представим эту функцию в виде:

$$G_c\ \ x,m,n\ \ = \frac{1-e^{-\frac{x}{n}}}{(1-e^{-x})^{m+1}}, \tag{10}$$

Исследование выполним в такой последовательности:

- построим график функции $G_q\,(x, m, n)$;

- определим критическое значение τ, характеризующая эффективность структурного резервирования по сравнению с нагрузочным.

Графики функции $G_q\ (x,\ m,\ n)$ построим с помощью кнопки **2D-plot window** в панели инструментов. На рисунке3 показаны графики для случаев m = 1, n = 2, 5, 10.

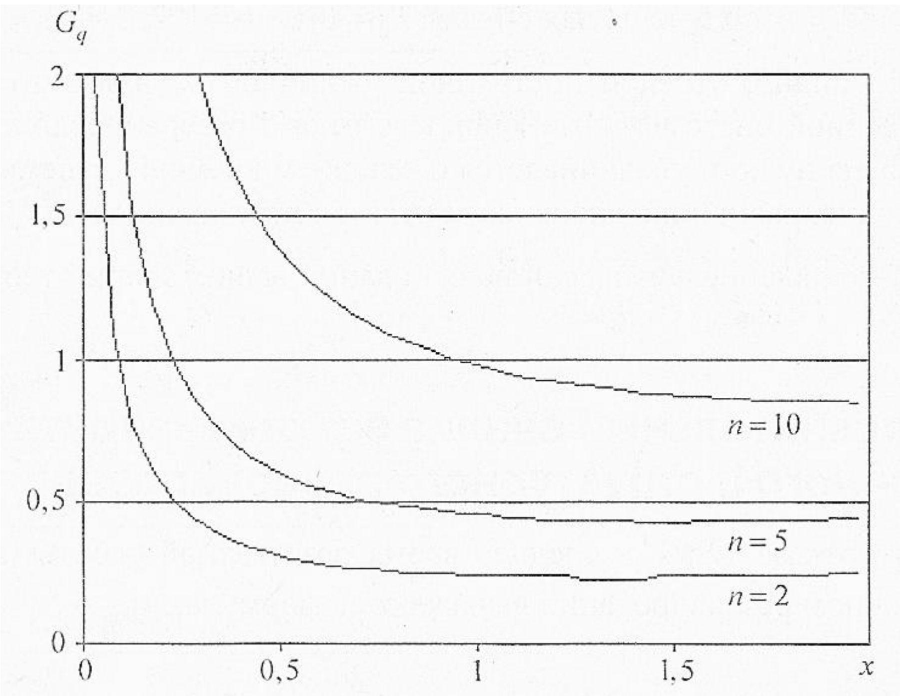


Рисунок 3 - Графики выигрыша надежности

Из графиков можно сделать следующие важные выводы:

- при малом времени работы системы целесообразно использовать структурное резервирование;

- область применения структурного резервировании тем шире, чем меньше n;

- критическое значение целесообразности структурного резервировании зависит от его кратности m и величины нагрузочного резервирования n.

Для определения критического значения времени τ целесообразности структурного резервировании решим следующее уравнение:

$$1 - e^{-\frac{x}{n}} - (1 - e^{-x})^{m+1} = 0. \qquad (11)$$

Решение получим с помощью системы Derive 6 (функции SOLVE). Результаты решения при различных значениях n и m приведены в таблице 3.3.

Таблица 3- Критическое значение $\lambda\tau$ целесообразности структурного резервирования

n		2			5			10	
m	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\lambda\tau$	0,96	1,89	2,53	0,25	0,71	1,1	0,11	0,43	0,72

Вероятности безотказной работы структурно резервированных систем могут быть вычислены по данным последней строки таблицы.

Из графика (рисунок 3) видно, что критическое значение τ тем меньше, чем меньше n.

3.1.5 Исследование влияния последействия отказов

Рассмотрим следующую задачу: дана дублированная система; интенсивности отказа основной и резервированной систем одинаковы и равны λ. При отказе одной из них нагрузка на исправную увеличивается и интенсивность отказа становится равной $\lambda_1 > \lambda$. Необходимо найти показатели надежности и оценить влияние последствия отказов.

Задачу решим с помощью пакета Derive 6 в такой последовательности:

- получим формулы для вероятности и среднего времени безотказной работы, для чего введем формулу

$$P_c(t) = P^2(t) + 2\int_0^t Q(\tau)P(\tau)P_1(t-\tau)\,d\tau, \tag{12}$$

где $P(t) = e^{-\lambda t}$;

$P(\tau) = e^{-\lambda t}$;

$Q(\tau)$- производная от вероятности отказа $Q(\tau) = 1 - P(\tau)$;

$\mathrm{P}_1(t-\tau) = e^{-\lambda_1(t-\tau)}$.

Рекомендуется ввести первоначально составляющие формулы (12), а затем образовать саму формулу, оперируя номерами строк, которые присвоены составляющим;

- получим решение для $P_c(t)$ с помощью кнопки **Approximate**;
- найдем среднее время безотказной работы, вычислив интеграл от полученного выражения для $P_c(t)$ с помощью кнопки **Integrate**:

$$\mathrm{T} = \int_0^\infty P_c(t)\,dt. \tag{13}$$

В результате решения задачи получим следующие формулы:

$$P_c(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 2\lambda} e^{-2\lambda t} + \frac{2\lambda}{2\lambda - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}, \tag{14}$$

$$T = \frac{\lambda_1 + 2\lambda}{2\lambda\lambda_1}. \tag{15}$$

Обратим внимание на формулу для $P_c(t)$. Если $\lambda_1 = 2\lambda$, то формула не имеет смысла;

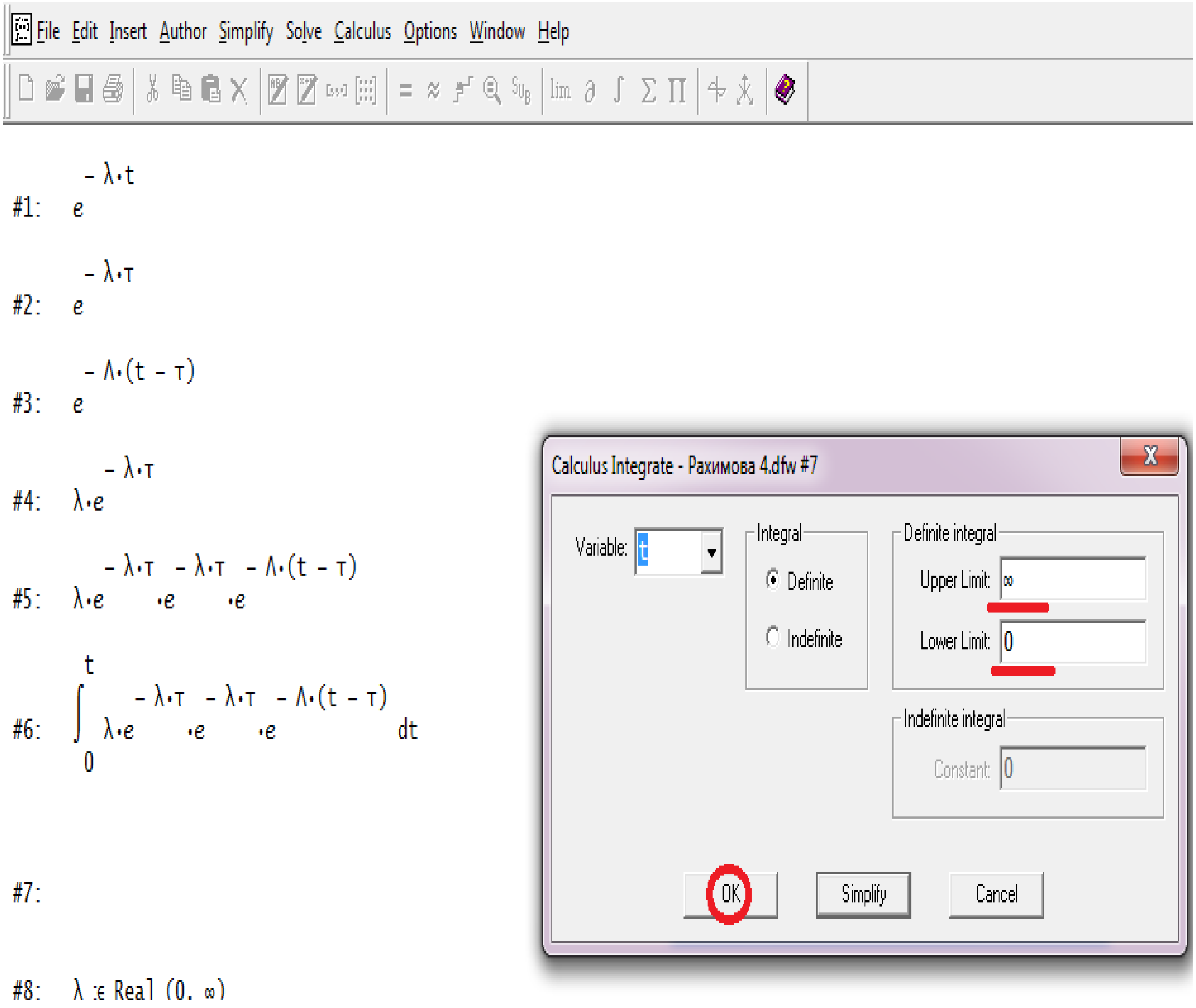
- найдем аналогично предыдущему решение для формулы 12, подставив $\lambda_1 = 2\lambda$ в соответствующую $\mathrm{P}_1(t-\tau)$;
- найдем новое значение среднего времени безотказной работы.

В результате решения получим следующие формулы:

$$P_c(t) = e^{-2\lambda t}(1 + 2\lambda t), \tag{16}$$

$$T = \frac{1}{\lambda}. \tag{17}$$

Далее показаны процедуры решения задачи и конечные результаты.



#9: $\Lambda :\in \mathrm{Real}\ (0, \infty)$

#10: $$\int_0^{\infty} \left(\frac{\lambda \cdot e^{\Lambda \cdot \tau - 2 \cdot \lambda \cdot \tau}}{\Lambda} - \frac{\lambda \cdot e^{- t \cdot \Lambda + \Lambda \cdot \tau - 2 \cdot \lambda \cdot \tau}}{\Lambda} \right) dt$$

#11: $$\frac{0.5 \cdot (2 \cdot \lambda + \Lambda)}{\lambda \cdot \Lambda}$$

#12: $$e^{(- \lambda \cdot t)^2} + 2 \cdot \int(\lambda) \cdot e^{- \lambda \cdot \tau} \cdot e^{- \lambda \cdot \tau} \cdot e^{- (2 \cdot \lambda) \cdot (t - \tau)}$$

#13: $$e^{- 2 \cdot \lambda \cdot t} + 2 \cdot \lambda \cdot t \cdot e^{- 2 \cdot \lambda \cdot t}$$

#14: $$\int_0^{\infty} (e^{- 2 \cdot \lambda \cdot t} + 2 \cdot \lambda \cdot t \cdot e^{- 2 \cdot \lambda \cdot t})\ dt$$

#15: $$\frac{1}{\lambda}$$

Анализ формул показывает, что последствие отказов может существенно снизить эффективность структурного резервирования. Так, например, если $\lambda_1 = 2\lambda$, то среднее время безотказной работы резервированной системы будет равно среднему времени безотказной работы нерезервированной системы, т.е. резервирование не будет иметь смысла.

Список использованных источников

1. Голинкевич, Т.А. Прикладная теория надежности: учебник для вузов / Т.А. Голинкевич. – М.: Высшая школа, 1985. – 168 с.
2. Ефремов, И.В. Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие для студентов / И.В. Ефремов, Н.Н. Рахимова. – Ижевск.: [б.и.] 2013. – 197 с.
3. Острейковский, В.А.Теория надежности: учеб для вузов / В.А. Острейковский – М.: Высш. шк., 2003-463с.
4. Половко, А.М. Основы теории надежности / А.М. Половко, С.В. Гуров – СПб.: БХВ Петербург, 2006. – 560с.

Приложение А
(обязательное)

Варианты заданий

Таблица А.1 – Вариант заданий

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda * 10^{-5}$,ч$^{-1}$	3,9	5	1,6	2,9	2	3,1	4,2	1,3
Номер варианта	9	10	11	12	13	14	15	16
$\lambda * 10^{-5}$,ч$^{-1}$	5,8	3,6	7,4	2,7	6,5	5,2	4,4	3,4
Номер варианта	17	18	19	20	21	22	23	24
$\lambda * 10^{-5}$,ч$^{-1}$	4,8	6,7	3,4	8,6	2,7	2,6	4,6	6,2
Номер варианта	25	26	27	28	29	30	31	32
$\lambda * 10^{-5}$,ч$^{-1}$	3,8	4	1,5	2,7	1,9	3,2	6,8	4,3

В заданиях λ- интенсивность отказа нерезервированной системы, ч$^{-1}$.