Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра безопасности жизнедеятельности

Н.Н. Рахимова

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОПАСНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность

Оренбург
2016

УДК 62-192:504(076,5)
ББК 30.14я7+20.1я7
Р 27

Рецензент - кандидат технических наук, доцент В.А. Солопова

Рахимова, Н.Н.
Р 27 Расчет показателей безопасности и надежности резервированных систем: методические указания / Н.Н.Рахимова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2016. – 48 с.

Методических указания содержат сведения необходимые для проведения расчётов показателей надежности резервированных невосстанавливаемых систем. Содержат теоретическую часть, примеры решения задач, индивидуальные задания, задачи для самостоятельного решения.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, при изучении дисциплины «Надежность технических систем и техногенный риск».

УДК 62-192:504 (076,5)
ББК 30.14я7+20.1я7
© Рахимова Н.Н., 2016
© ОГУ, 2016

Содержание

1 Расчет показателей надежности резервированных невосстанавливаемых систем…….. …...4

1.1 Методы расчета показателей надежности резервированных систем……... …...5

2 Примеры решения задач……. ….12

3 Задачи для самостоятельного решения…… ….29

Список использованных источников…… ….48

1 Расчет показателей надежности резервированных невосстанавливаемых систем

В соответствие с ГОСТ 27.002-89 резервированием называется применение дополнительных средств и (или) возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов. Таким образом, резервирование — это метод повышения надежности объекта путем введения избыточности. В свою очередь, избыточность — это дополнительные средства и (или) возможности сверхминимально необходимые для выполнения объектом заданных функций. Задачей введения избыточности является обеспечение нормального функционирования объекта после возникновения отказа в его элементах.

Существуют разнообразные методы резервирования. Их целесообразно разделять по следующим признакам (рисунок 1): вид резервирования, способ соединения элементов, кратность резервирования, способ включения резерва, режим работы резерва, восстанавливаемость резерва .

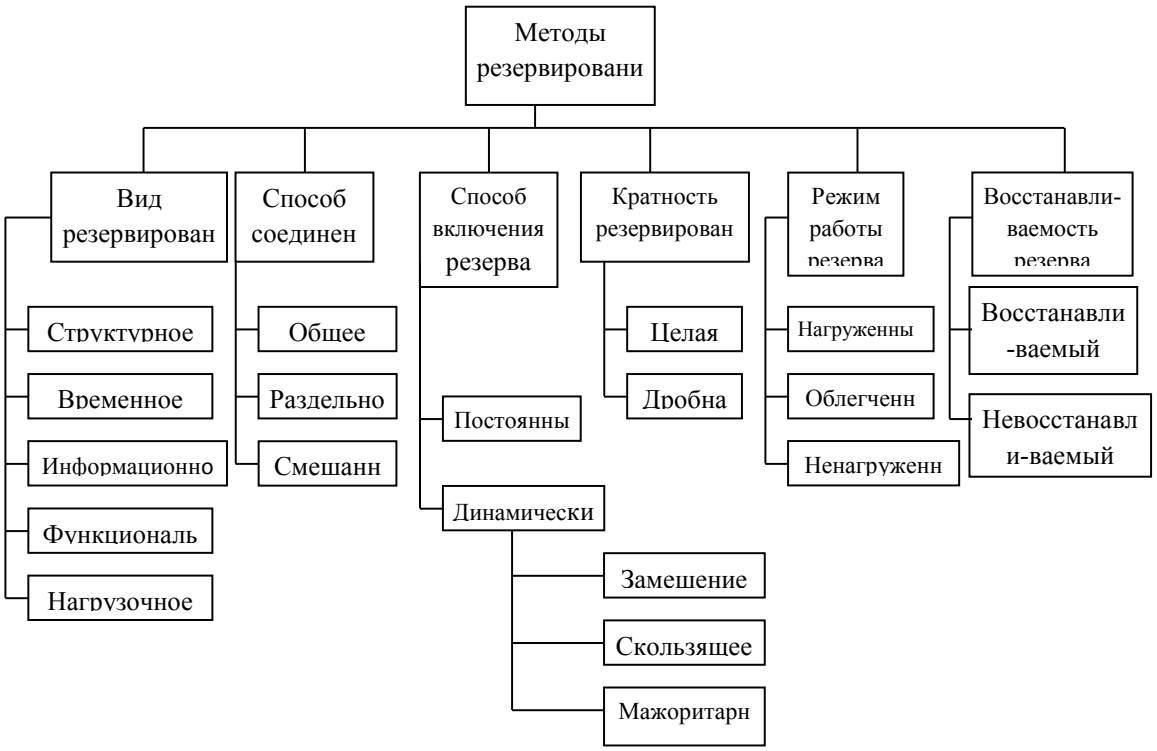

Рисунок 1 – Классификация методов резервирования

1.1 Методы расчета показателей надежности резервированных систем

Критерии надежности резервированных невосстанавливаемых систем те же, что и нерезервированных невосстанавливаемых систем.

Основным видами резервирования являются: общее постоянное, общее замещением, раздельное постоянное, раздельное замещением. Структурные схемы резервированных систем приведены на рисунках 2, 3, 4, 5.

Приведем основные соотношения для показателей надежности резервированных систем.

1.1.1 Общее резервирование с постоянно включенным резервом

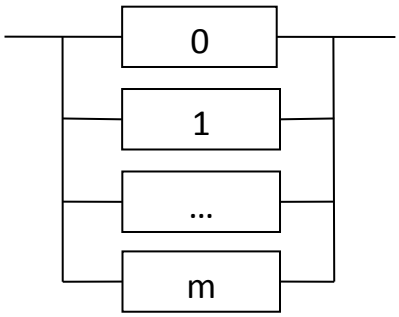

Рисунок 2 - Структурная схема резервированных систем: общее резервирование с постоянно включенным резервом

Основные количественный характеристики надежности системы, при общем резервировании, с постоянно включенным резервом, с кратностью резервирования m будут определяться по следующим соотношениям:

- вероятность безотказной работы системы

$$Pc(t) = \prod_{i=0}^{m}(1 - P_i(t)), \quad (1)$$

- плотность распределения времени безотказной работы

$$f_c(t) = \prod_{i=0}^{m} 1 - P_0\ t \quad \dots f_i(t) \quad \dots (1 - P_m(t)), \tag{2}$$

- интенсивность отказов системы

$$\lambda_c\ t = \frac{\sum_{j=0}^{m} f_j\ t \quad \prod_{i \neq j}^{m} Q_i\ t}{1 - \prod_{i=0}^{m} Q_i\ t} \tag{3}$$

где $P_i\ (t\ )$ - вероятность безотказной работы i -го элемента за время *t*;

$Q_i\ (t)$ - вероятность отказа i -го элемента за время *t*;

$f_i(t)$ - плотность распределения времени до отказа i –го элемента в момент времени *t*;

m - с кратностью резервирования;

$\lambda_c\ t$ – интенсивность отказа i -го элемента за время *t*.

В частности, для экспоненциальных распределений времени до отказа элементов с одинаковыми параметрами λ имеют место равенства:

$$P_c\ t = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \tag{4}$$

$$f_c\ t = m + 1\ \lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m, \tag{5}$$

$$\lambda_c\ t = \frac{m+1\ \lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m}{1-(1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}. \tag{6}$$

Среднее время безотказной работы системы определяется выражением:

$$T_1 = \frac{1}{\square} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}. \quad (7)$$

Формулы справедливы для случая, когда нерезервированная система рассматривая как один элемент, показатели надежности которого известны. В действительности любая система состоит из большого числа элементов, каждый из которых имеет показатель надежности, самостоятельно учитываемый при расчете. В таком случае формула для вероятности безотказной работы имеет вид:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^{m} \left(1 - \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t)\right), \quad (8)$$

где n – число элементов нерезервированной системы;

$P_{ij}(t)$ – вероятность безотказной работы элемента с номером (i ,j).

1.1.2 Общее резервирование замещением

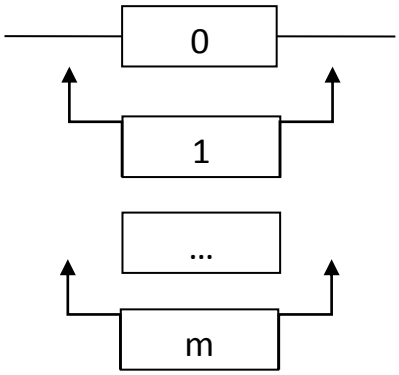

Рисунок 3 - Структурная схема резервированных систем: общее резервирование замещением

Вероятность безотказной работы, плотность распределения времени до отказа и среднее время безотказной работы системы определяются выражениями:

$$P_c\ t\ = P_0\ t\ + \sum_{i=1}^{m} f_0 * f_1 * \ldots * f_{i-1} * P_i\ t \qquad (9)$$

$$f_c\ t\ = f_0 * f_1 * \ldots * f_m\ t \qquad (10)$$

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c\ t\ dt = \sum_{i=0}^{m} T_{1i} \qquad (11)$$

Если все элементы равнонадежны, то

$$P_c\ t\ = \sum_{i=0}^{m} f^{*(i)} * P\ t\ = 1 - \int_0^{t} f^{*\ m+1}\ x\ dx \qquad (12)$$

Формулы содержат свертки функций, обозначенные символом (*). Свертка функции f(t) и g(t), заданных при $t \geq 0$, определяется соотношением:

$$f * g\ t\ = \int_0^{t} f\ t-x\ g\ x\ dx = \int_0^{t} f\ x\ g\ t-x\ dx.$$

Выражение $f^{*\ i}\underbrace{t\ = f * f}_{\text{i}} * \ldots * f\ t$

представляет собой i – кратную свертку функции $f\ t$.

Если интенсивность отказов элементов постоянна и равна λ, то формулы для вероятности и среднего времени безотказной работы системы имеют вид:

$$P_c\ t\ = \sum_{j=0}^{m} \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} \qquad (13)$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda}\ m+1\ . \qquad (14)$$

1.1.3. Раздельное резервирование

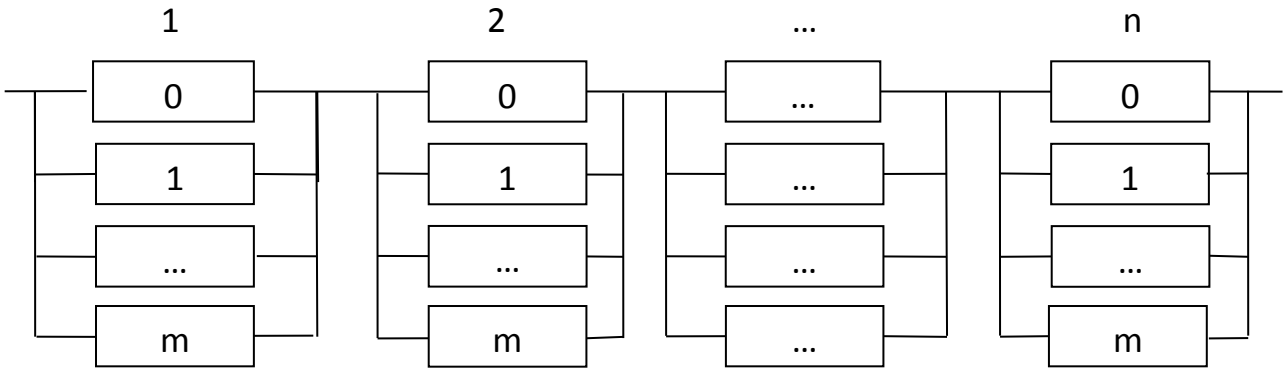

Рисунок 4 - Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом

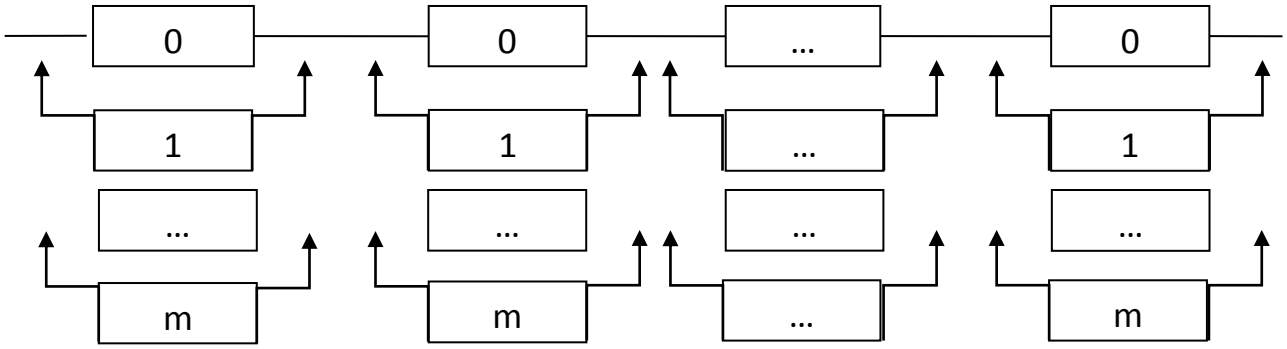

Рисунок 5 - Раздельное резервирование замещением

Пусть исходная система состоит из n элементов. Тогда вероятность безотказной работы системы при раздельном резервировании выражается следующими формулами:

Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом:

$$P_c\ t\ = \prod_{j=1}^{n}\left(1 - \prod_{i=0}^{m}\left(1 - P_{ij}(t)\right)\right) \qquad (15)$$

Раздельное резервирование замещением:

$$P_c\ t\ = \prod_{j=1\ i=0}^{n\quad m} f_{0j} * f_{1j} * \ldots * f_{i-1,j} * P_{ij}\ t \qquad (16)$$

где $P_{ij}\ t$ - вероятность безотказной работы элемента с номером (i,j);

$f_{ij}(t)$ - плотность распределения времени до отказа элемента,

$i = 0,1, 2, \ldots, m$;

$j = 1, 2, \ldots, n$.

1.1.4 Резервирование с дробной кратностью

Приведем формулы для показателей надежности мажоритарных систем (систем с дробной кратностью резервирования), в которых n – общее число элементов, (n-m) основных и m резервных элементов. Отказ такой системы наступает при отказе (m+1)-го элемента.

Показатели надежности мажоритарной системы при условии, что все элементы имеют одинаковую надежность, вычисляются по формулам:

$$P_c\ t\ = \sum_{i=0}^{m} C_n^i Q^i\ t\ P^{n-i}(t) \qquad (17)$$

$$f_c\ t\ =\ n - m\ C_n^m Q^m\ t\ P^{n-m-1}\ t\ f\ t \qquad (18)$$

$$\square_c\ t\ =\ \frac{n-m\ C_n^m Q^m\ t\ P^{n-m}\ t}{\sum_{i=0}^{m} C_n^i Q^i\ t\ P^{n-i}\ t}\square\ t \qquad 19$$

1.1.5 Скользящее резервирование

Скользящее резервирование представляет собой резервирование замещением с кратностью *m\(n-m)*, где *n* – общее число элементов, *m* – число резервных элементов , *(n-m)* – число основных резервируемых элементов.

Вероятность безотказной работы системы со скользящие резервом при условии, что все элементы системы имеют одинаковую надежность, равна

$$P_c\ t\ =\ \sum_{k=0}^{m}\ \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_{n-m}=k} f^{*(k_1)} * P\ t\ f^{*\ k_2}\ * P\ t\ \ldots f^{*\ k_{n-m}}\ *\ t \quad (20)$$

Если элементы системы имеют экспоненциальное распределение вероятностей времени до отказа с параметром λ , то вероятность безотказной работы, интенсивность отказов и среднее время безотказной работы системы соответственно равны:

$$P_c\ t\ =\ \sum_{k=0}^{m} \frac{(\ n-m\ \square t)^k}{k!} e^{-(n-m)\square t}\ , \qquad (21)$$

$$\square_c\ t\ =\ n-m\ \square \frac{\frac{n-m\ \square t\ ^m}{m!}}{\sum_{k=0}^{m} \frac{n-m\ \square t\ ^k}{k!}}, \qquad (22)$$

$$T_{1c} = \frac{m+1}{n-m} T_1. \qquad (23)$$

2 Примеры решения задач

Задача 2.1.

Дана резервированная система с постоянным резервом кратности m = 2. Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа $\square = 0{,}05$ час$^{-1}$. Найти показатели надежности системы: вероятность безотказной работы, плотность распределения времени до отказа, интенсивность отказа, среднее время безотказной работы.

Решение:

Воспользуемся формулами (4) – (6), тогда получим:

$$P_c\ t\ = \ 1 - (1 - e^{-\square t})^{m+1} = 1 - (1 - e^{-0{,}05t})^3$$

$$f_c\ t\ = \ m + 1\ \square e^{-\square t}(1 - e^{-\square t})^m = 3 \cdot 0{,}05e^{-0{,}05t}(1 - e^{-0{,}05t})^2$$

$$\square_c\ t\ = \frac{m + 1\ \square e^{-\square t}\ 1 - e^{-\square t}\ m}{1 - \ 1 - e^{-\square t}\ m+1} = \frac{0{,}15e^{-0{,}05t}\ 1 - e^{-0{,}05t}\ 2}{1 - \ 1 - e^{-0{,}05t}\ 3}$$

$$\square_c\ t\ = \frac{0{,}15(1 - e^{-0{,}05t})^2}{3 - 3e^{-0{,}05t} + e^{-0{,}1t}}.$$

Табулируя функции, находим искомые показатели надежности, и сводим их в таблицу 1. Для решения задачи рекомендуем вычисления производить с применением систем Excel, Derive, MatCad.

По результатам вычислений, для наглядности, строим графические зависимости, показателей надежности от времени.

Таблица 2.1 - Показатели надежности резервированной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования m=2

t,час	$P_c(t)$	$f_c(t)$	$\square_c\ t$
0	1	0	0
5	0,989177	0,005716	0,005778
10	0,939084	0,014085	0,014999
15	0,853108	0,019726	0,023122
20	0,747420	0,022049	0,029501
25	0,636777	0,021878	0,034357
30	0,531138	0,020200	0,038031
35	0,435977	0,017794	0,040814
40	0,353538	0,015177	0,042930
45	0,284042	0,012653	0,044546
50	0,226594	0,010374	0,045784
55	0,179785	0,008402	0,046736
60	0,142048	0,006743	0,047469
65	0,111871	0,005374	0,048036
70	0,087884	0,004260	0,048475
75	0,068907	0,003364	0,048815
80	0,053947	0,002648	0,049079
85	0,042185	0,002079	0,049283
90	0,032958	0,001630	0,049442
95	0,025731	0,001275	0,049566
100	0,020078	0,000997	0,049662

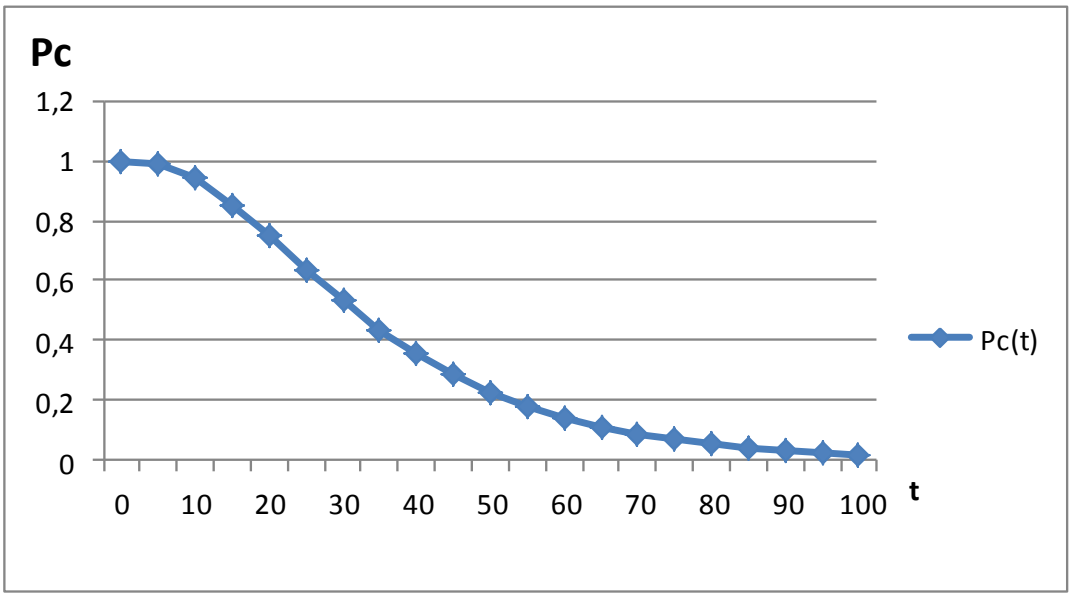

Рисунок 6 - Вероятность безотказной работы

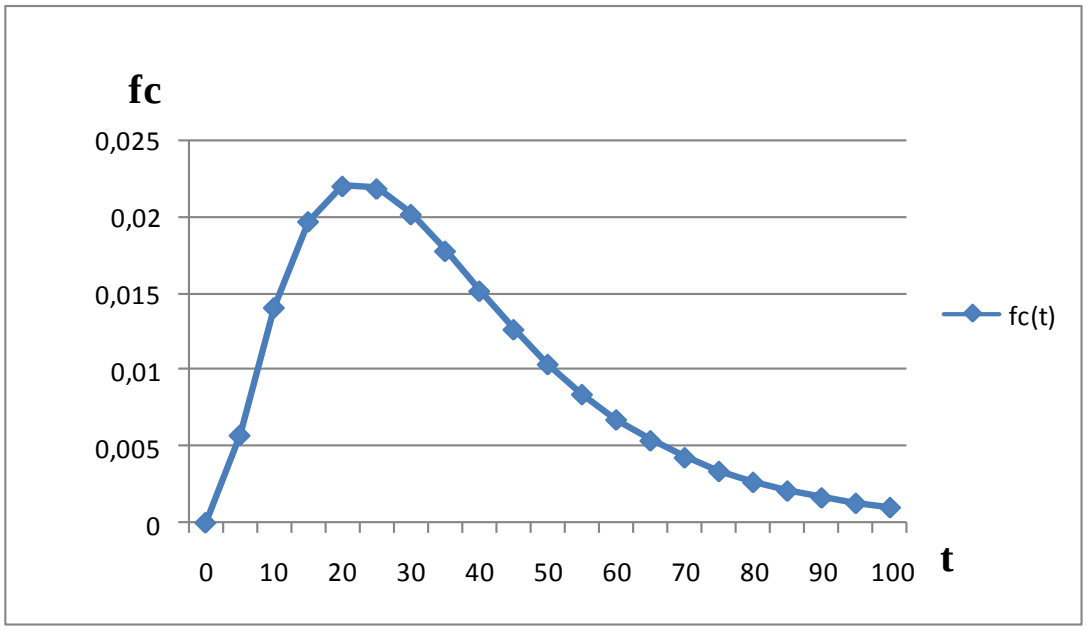

Рисунок 7 - Плотность распределения времени до отказа

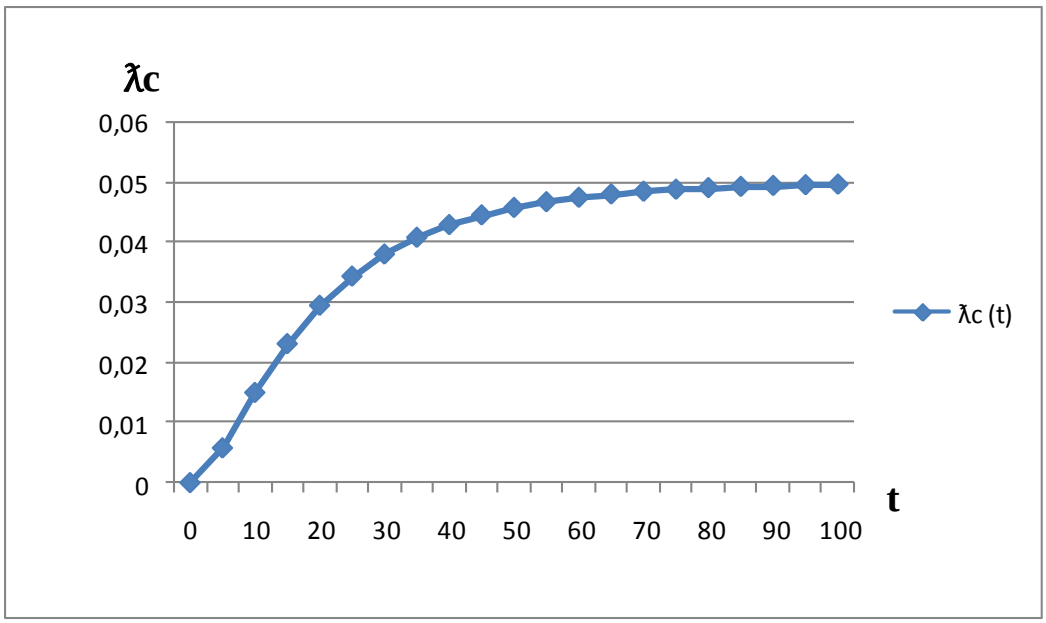

Рисунок 8 - Интенсивность отказа

Графическая иллюстрация результатов дана на рисунках 6, 7 и 8.

Согласно (7), среднее время безотказной работы системы будет равно:

$$T_{1c} = \frac{1}{\square}\sum_{k=1}^{m+1}\frac{1}{k} = 20\ \ 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\ \ = 36{,}7\ час.$$

Задача 2.2

Требуется определить кратность резервирования системы с постоянным резервом, обеспечивающим вероятность безотказной работы 0,96 в течение времени t = 150 час. Элементы системы равнонадежны и имеют экспоненциальное распределение со средним временем безотказной работы T = 300 час. Найти также кратность резервирования для системы, элементы которой имеют распределение Рэлея с тем же средним .

Решение:

Кратность резервирования может быть определена по формуле:

$$m = \frac{\ln(1-P_c(t))}{\ln(1-P(t))} - 1, \qquad (24)$$

где $P(t)$ -вероятность безотказной работы элемента в течение временит,

$P_c(t)$ = 0,96 – вероятность безотказной работы системы в течение времени t.

Для экспоненциального распределения

$$P_1(t) = e^{-t\lambda_1} \qquad (25)$$

где $\lambda_1 = \frac{1}{T}$ - интенсивность отказа элемента.

Для распределения Рэлея

$$P_2\ t\ = e^{-\lambda_2 t^2}, \qquad (26)$$

где $\lambda_2 = \frac{\pi}{4T^2}$ – параметр распределения.

В течение времени t =150 час получим:

Для экспоненциального закона:

$$P_1\ t\ = e^{-\square_1 t} = e^{\frac{t}{T}} = e^{\frac{150}{300}} = 0{,}606531.$$

Для закона Релея:

$$P_2\ t\ = e^{-\square_2 t^2} = e^{\frac{\pi t^2}{4T^2}} = e^{\frac{\pi \cdot 150^2}{4 \cdot 300^2}} = 0{,}821725.$$

Подставляя значения $P_1\ t$ и $P_2(t)$ в формулу для кратности резервирования m, получим:

Для экспоненциального распределения:

$$m_1 = \frac{\ln\ 1-0{,}96}{\ln\ 1-0{,}606531} - 1 = 2{,}45.$$

Для распределения Релея:

$$m_2 = \frac{\ln\ 1-0{,}96}{\ln\ 1-0{,}821725} - 1 = 0{,}87.$$

Округляя до целых чисел в большую сторону, получим $m_1 = 3$, $m_2 = 1$. Таким образом, для достижения заданной надежности в первом случае потребуется 3 резервных элемента, а во втором случае – только один. Из примера видно, что надежность системы определяется не только ее структурой и временем работы, но также законом распределения времени до отказа элементов.

Задача 2.3

В условиях предыдущего примера необходимо обеспечить заданную надежность системы в течение времени t = 450 час.

Решение:

Определим вероятность безотказной работы элемента а течении времени t = 450 час для экспоненциального распределения и распределения Релея:

$$P_1\ t\ = \ e^{-\square_1 t} = e^{\frac{t}{T}} = e^{\frac{450}{300}} = 0{,}22313.$$

$$P_2\ t\ = \ e^{-\square_2 t^2} = e^{\frac{\pi t^2}{4T^2}} = e^{\frac{\pi \cdot 450^2}{4 \cdot 300^2}} = 0{,}17082.$$

Найдем кратность резервирования

Для экспоненциального распределения:

$$m_1 = \frac{\ln\ 1-0{,}96}{\ln\ 1-0{,}22313} - 1 = 11{,}7.$$

Для распределения Релея:

$$m_2 = \frac{\ln\ 1-0{,}96}{\ln\ 1-0{,}17082} - 1 = 16{,}2.$$

Округление до целых чисел дает требуемую кратность $m_1 = 12,\ m_2 = 17$. Если система работает время t = 450 час, то для достижения заданной надежности необходимо иметь 12 резервных элементов в первом случае и 17 резервных элементов во втором случае.

Из расчета следует, что структурное резервирование не может обеспечить вероятность безотказной работы системы 0,96 в течение 450 часов. Кратность резервирования настолько высока, что ее практическая реализуемость вряд ли возможность.

Задача 2.4

Дана резервированная система с постоянным резервом кратности m, все элементы которой равнонадежны и имеют усеченный нормальный закон распределения времени до отказа с параметрами $m_0 = 400$ *час* и $\sigma_0 = 200$ *час*. определить все показатели надежности системы. Результаты представить в виде таблиц и графиков. Принять m = 0, 1, 2.

Решение:

Для равнонадежных элементов формулы (1) – (3) показателей надежности принимают вид:

$$\text{Pc t} = 1 - (1 - P(t))^{m+1},$$

$$f_c\ t = m + 1\ f\ t\ (1 - P(t))^m,$$

$$\square_c\ t = \frac{m+1\ f\ t\ (1-P(t))^m}{1-(1-P(t))^{m+1}}.$$

Плотность распределения времени до отказа и вероятность безотказной работы для усеченного нормального распределения равны соответственно:

$$f\ t = \frac{1}{\sigma_0\ \overline{2\pi}(0{,}5+\Phi_0(\frac{m_0}{\sigma_0}))} e^{\frac{(t-m_0)^2}{2{\sigma_0}^2}}, \quad (27)$$

$$P\ t = \frac{0{,}5-\Phi_0(\frac{t-m_0}{\sigma_0})}{0{,}5+\Phi_0(\frac{m_0}{\sigma_0})}, \quad (28)$$

где $\Phi_0\ t$ – функция Лапласа.

Для исходных данных задачи получим:

$$f\ t\ = \frac{1}{200^2\ \ \overline{2\pi}(0{,}5+\Phi_0(2))}\, e^{\frac{(t-400)^2}{2\cdot 200^2}},$$

$$P\ t\ = \frac{0{,}5-\Phi_0(\frac{t-400}{200})}{0{,}5+\Phi_0(2)}.$$

Табулируя функции, находим искомые показатели, и сводим их в таблицу 2. Для решения задачи рекомендуем вычисления производить с применением систем Excel, Derive, MatCad.

По результатам вычислений, значение вероятности безотказной работы системы $P_c(t)$ для кратности резервирования m = 0, 1, 2 содержатся в таблице 2. Соответствующие графики приведены на рисунках 9 - 11.

Таблица 2.2 - Вероятность безотказной работы резервированной системы

t,час	m=0	m=1	m=2
0	1,00000	1,00000	1,00000
50	0,98229	0,99969	0,99999
100	0,95492	0,99797	0,99991
150	0,91517	0,99280	0,99939
200	0,86093	0,98066	0,99731
250	0,79138	0,95648	0,99092
300	0,70756	0,91448	0,97499
350	0,61264	0,84996	0,94188
400	0,51164	0,76150	0,88353
450	0,41064	0,65265	0,79528
500	0,31572	0,53176	0,67959
550	0,23190	0,41003	0,54684
600	0,16235	0,29834	0,41226
650	0,10811	0,20453	0,29053
700	0,06836	0,13205	0,19139
750	0,04099	0,08030	0,11800
800	0,02328	0,04602	0,06823
850	0,01251	0,02486	0,03706
900	0,00635	0,01267	0,01894
950	0,00305	0,00609	0,00912
1000	0,00138	0,00276	0,00414

Следует иметь в виду, что при больших значениях t вероятность безотказной работы настолько мала, что нет смысла эксплуатировать систему. Таблица необходима только для иллюстрации результатов решения задачи, представления решения в графическом виде и вычисления среднего времени безотказной работы системы методом Симпсона.

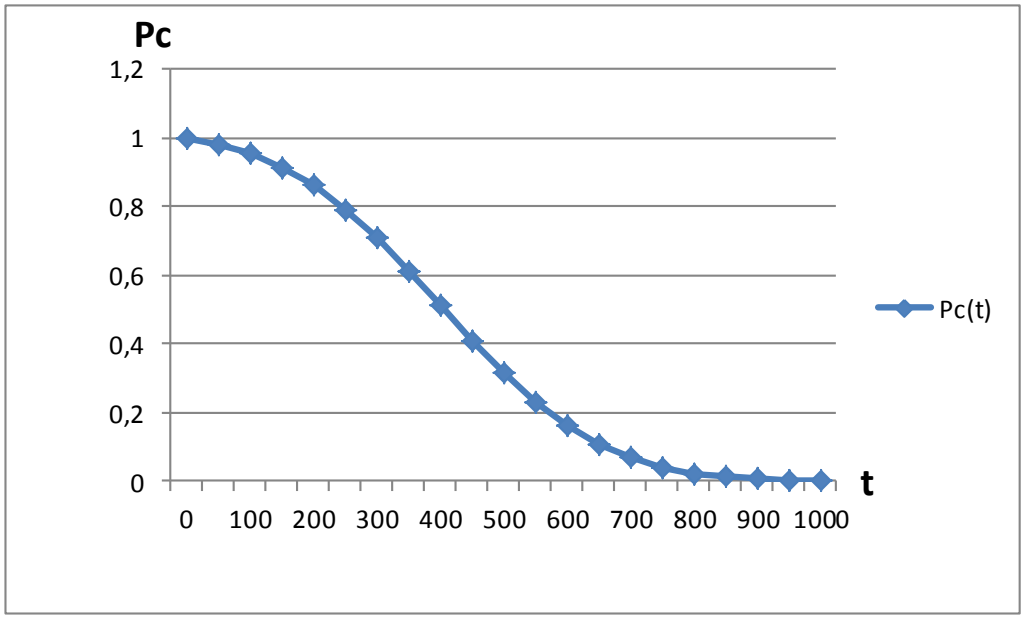

Рисунок 9 - Вероятность безотказной работы при кратности резервирования *m*=0

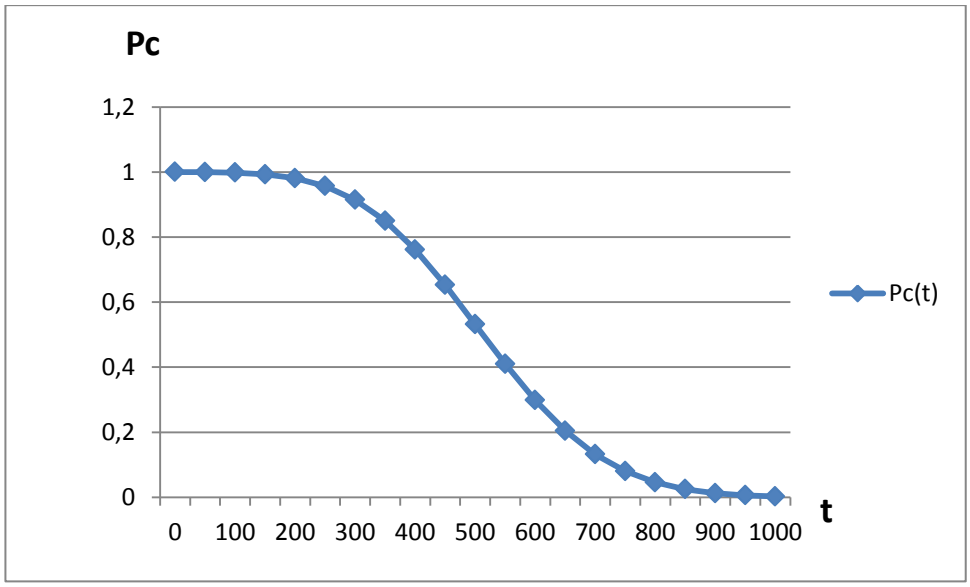

Рисунок 10 - Вероятность безотказной работы при кратности резервирования *m*=1

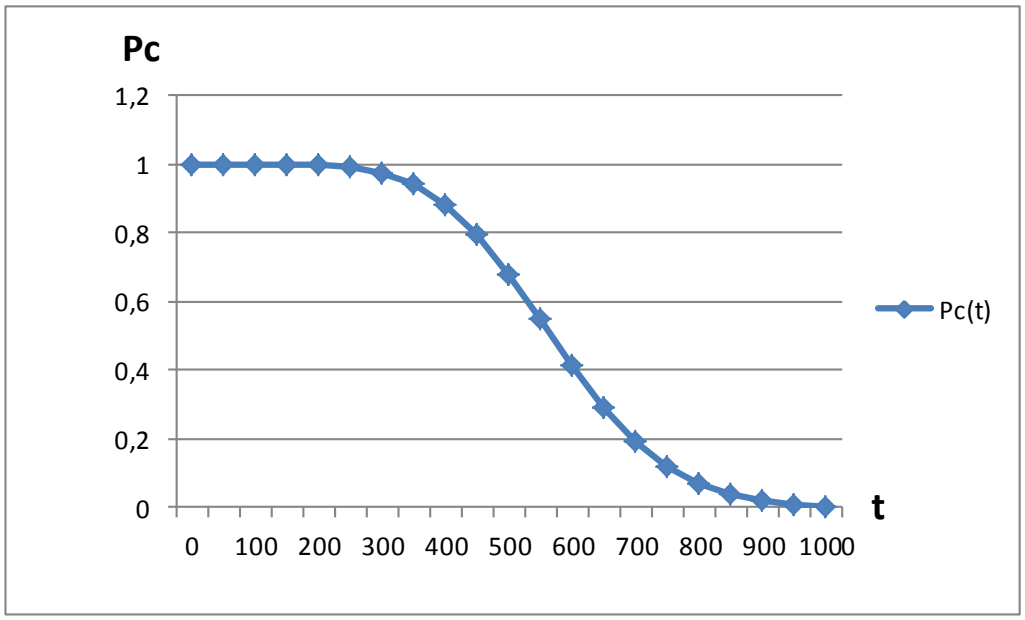

Рисунок 11 - Вероятность безотказной работы при кратности резервирования *m*=2

Из графиков следует, что $P_c(t)$ возрастает при увеличении кратности резервирования, причем этот эффект тем сильнее, чем меньше *m*.

На основе данных таблицы 2 приближенно вычислим среднее время безотказной работы системы для значений $m = 0, 1, 2$. Воспользуемся формулой Симпсона:

$$T_1 = \frac{h}{3}\ 1 + \ {}^{n-1}_{k=1}\ 3 + \ -1\ ^{k}\ P_c\ kh \quad , \qquad (29)$$

В которой шаг интегрирования примем равным *h*=50 час, *n*=20. Расчеты показывают, что при *m*=0 $T_1 \approx 411$ час, при *m*=1 $T_1 \approx 518$ час, при *m*=2 $T_1 \approx 573$ час.

В таблице 3 содержатся значения плотности распределения вероятностей $f_c\ t$ для той же кратности резервирования. Графики $f_c\ t$ приведены на рисунках 12-14.

Таблица 2.3 - Плотность распределения времени до отказа

t,час	*m*=0	*m*=1	*m*=2
0	0,00028	0	0
50	0,00044	0,00002	0
100	0,00066	0,00006	0
150	0,00093	0,00016	0,00002
200	0,00124	0,00034	0,00007
250	0,00154	0,00064	0,0002
300	0,00180	0,00105	0,00046
350	0,00198	0,00153	0,00089
400	0,00204	0,00199	0,00146
450	0,00198	0,00233	0,00206
500	0,00180	0,00247	0,00253
550	0,00154	0,00237	0,00273
600	0,00124	0,00207	0,00261
650	0,00093	0,00167	0,00223
700	0,00066	0,00123	0,00173
750	0,00044	0,00085	0,00122
800	0,00028	0,00054	0,00079
850	0,00016	0,00032	0,00048
900	0,00009	0,00018	0,00027
950	0,00005	0,00009	0,00014
1000	0,00002	0,00005	0,00007

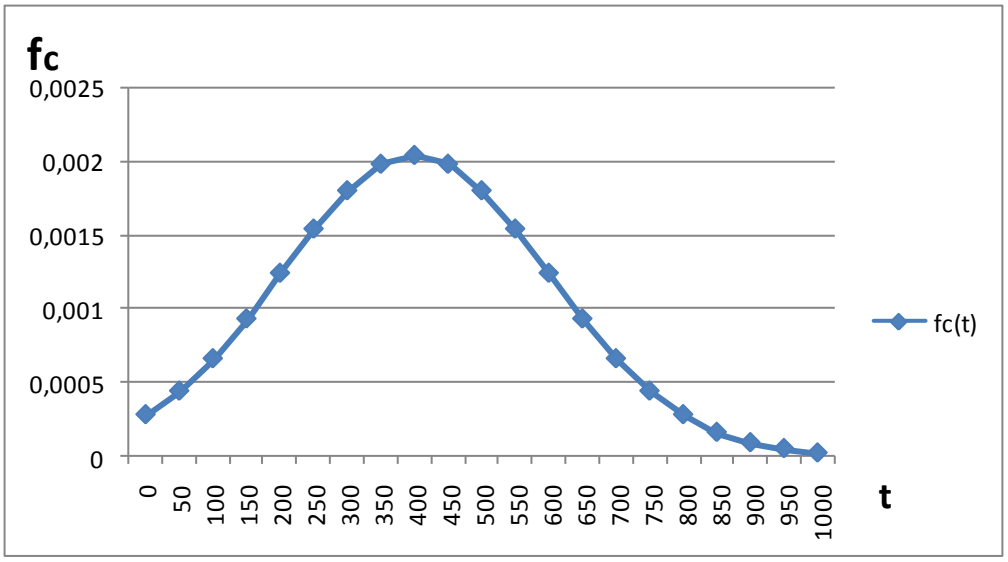

Рисунок 12 - Плотность распределения времени до отказа при кратности резервирования *m*=0

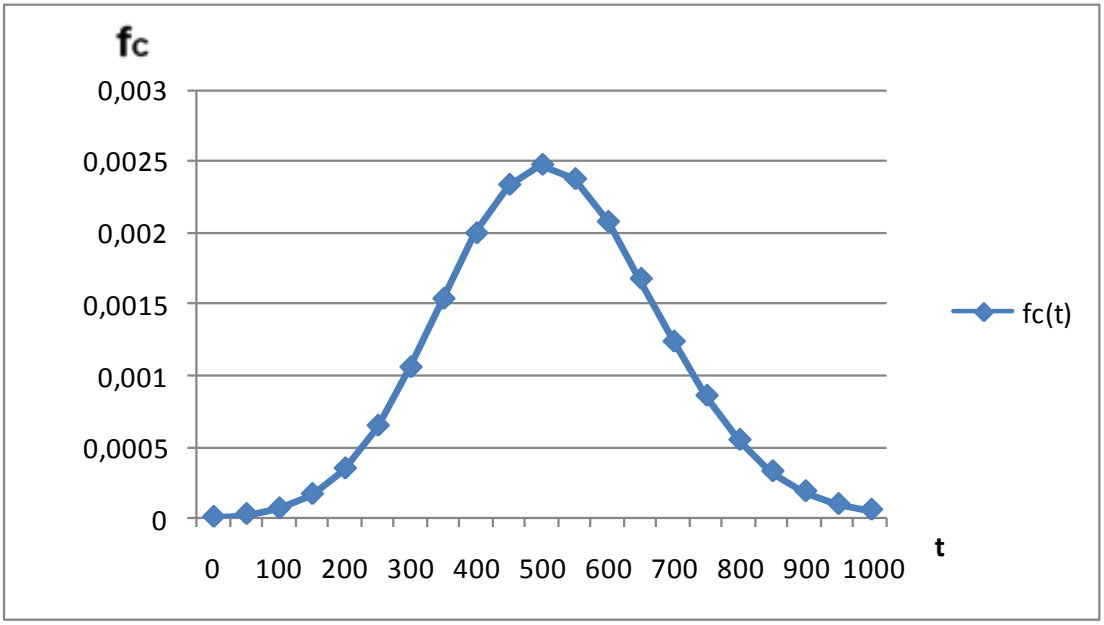

Рисунок 13 - Плотность распределения времени до отказа при кратности резервирования m=1

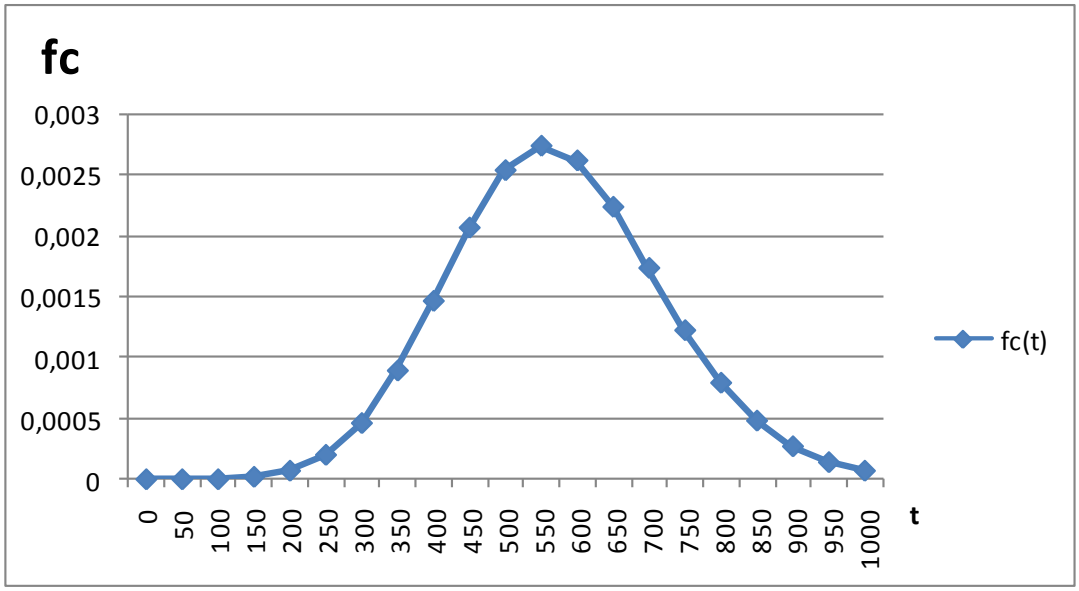

Рисунок 14 - Плотность распределения времени до отказа при кратности резервирования m=3

При m=0 имеем график плотности усеченного нормального распределения времени до отказа основной системы. С увеличением кратности резервирования увеличивается среднее время безотказной работы

и уменьшается дисперсия. Указанные факторы более ощутимы для системы с меньшей кратностью резервирования.

Интенсивности отказа системы для различных кратностей m имеют значения, приведенные в таблице 4. Соответствующие графики показаны на рисунках 15-17.

Таблица 2.4 - Интенсивность отказа резервированной системы

t,час	*m*=0	*m*=1	*m*=2
0	0,00028	0	0
50	0,00045	0,00002	0
100	0,00069	0,00006	0
150	0,00102	0,00016	0,00000
200	0,00144	0,00035	0,00002
250	0,00195	0,00067	0,00007
300	0,00255	0,00115	0,00020
350	0,00323	0,00180	0,00047
400	0,00399	0,00262	0,00095
450	0,00482	0,00357	0,00165
500	0,00571	0,00464	0,00259
550	0,00664	0,00577	0,00372
600	0,00763	0,00695	0,00499
650	0,00864	0,00815	0,00632
700	0,00969	0,00935	0,00768
750	0,01077	0,01054	0,00902
800	0,01187	0,01173	0,01032
850	0,01298	0,01290	0,01159
900	0,01411	0,01407	0,01282
950	0,01526	0,01524	0,01402
1000	0,01641	0,01640	0,01521

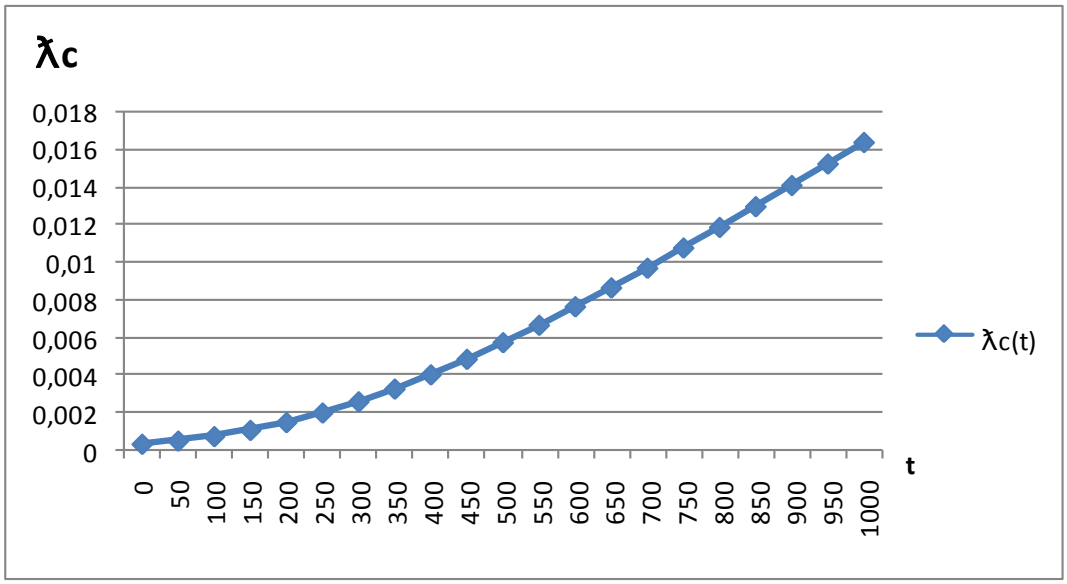

Рисунок 15 - Интенсивность отказа системы при кратности резервирования *m*=0

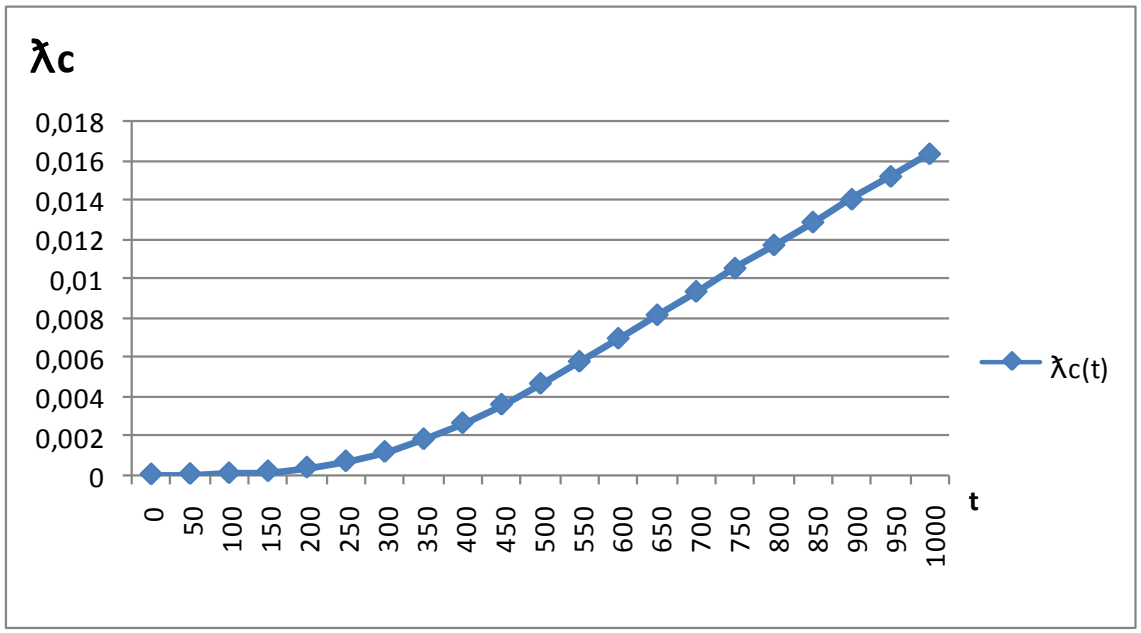

Рисунок 16 - Интенсивность отказа системы при кратности резервирования *m*=1

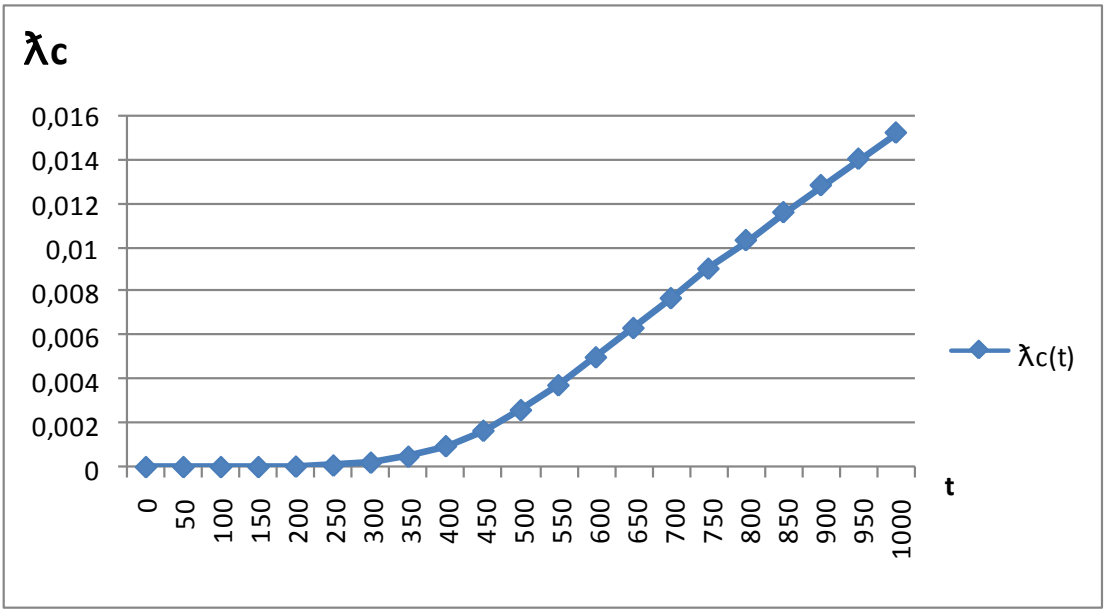

Рисунок 17 - Интенсивность отказа системы при кратности резервирования *m*=2

Из графиков следует, что большей кратности резервирования соответствует меньшая интенсивность отказов.

Задача 2.5

Дана резервирования система с резервом замещением кратности *m*=2. Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа $\lambda = 0{,}05$ час$^{-1}$. Определить вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы системы. Сравнить $P_c(t)$ с постоянно включенным резервом.

Решение.

По формуле (13) получим:

$$P_c(t) = \sum_{j=0}^{m} \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} = \left(1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2}\right) e^{-\lambda t}.$$

Находим искомые показатели надежности, и сводим их в таблицу 5, для решения задачи рекомендуем вычисления производить с применением систем Excel, Derive, MatCad.

Рассчитанные $P_c\ t$ при различных значениях t сведены в таблице 5. Для сравнения в таблицу помещены также значения $P_c\ t$ для постоянно включенного резерва.

График вероятности безотказной работы для обоих видов резервирования показан на рисунке 18.

Среднее время безотказной работы для резерва замещением по формуле (11) равно

$$T_{1c} = 3T_1 = 3 \cdot 20 = 60 \text{ час.}$$

для постоянного резерва, как было показано в примере 2.1, это время составляет 36,7 часа.

Таблица 2.5 - Вероятность безотказной работы системы при различных видах резервирования

t,час	Резерв замещением	Постоянный резерв
0	1	1
10	0,985612	0,939084
20	0,919699	0,74742
30	0,808847	0,531138
40	0,676676	0,353538
50	0,543813	0,226594
60	0,42319	0,142048
70	0,320847	0,087884
80	0,238103	0,053947
90	0,173578	0,032958
100	0,124652	0,020078
110	0,088376	0,01221
120	0,061969	0,007418
130	0,043036	0,004504
140	0,029636	0,002733
150	0,020257	0,001658
160	0,013754	0,001006
170	0,009283	0,00061
180	0,006232	0,00037

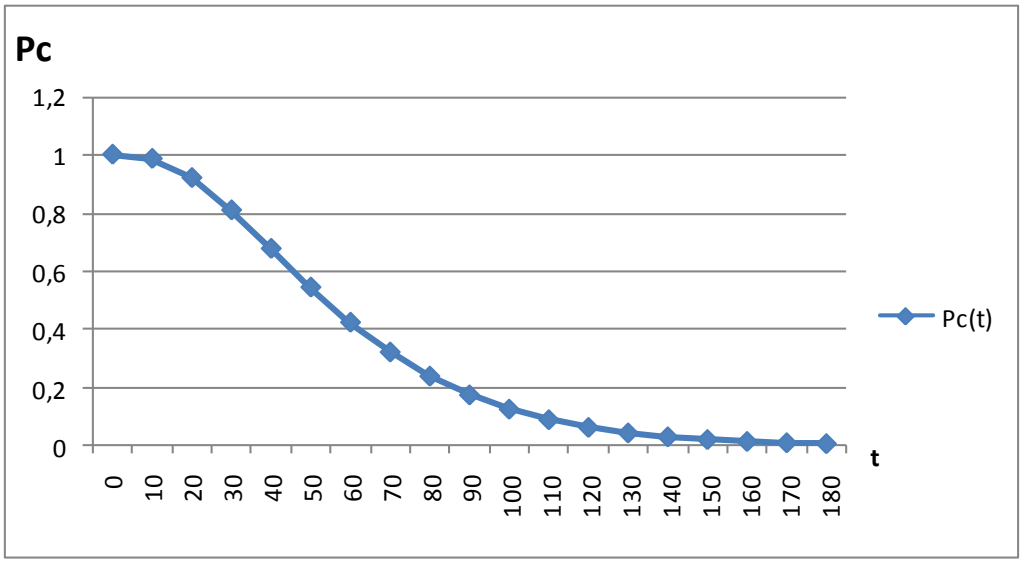

Рисунок 18- Вероятность безотказной работы для резерва замещением

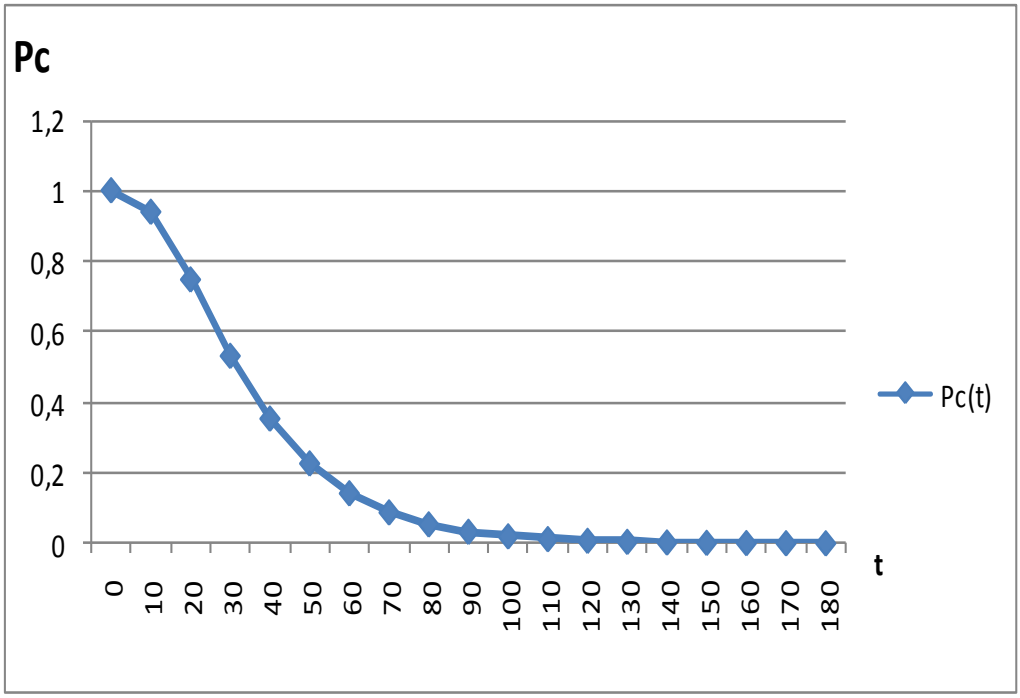

Рисунок 19 - Вероятность безотказной работы отказов для постоянно включенного резерва

3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.1

В технической системе применяется резервированная система с постоянным резервом кратности m. Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа □, час$^{-1}$. Необходимо произвести расчеты и определить показатели надежности системы:

- вероятность безотказной работы, $P_c\ t$;
- плотность распределения времени до отказа, $f_c\ t$;
- интенсивность отказа, среднее время безотказной работы, $□_c\ t$.

Данные кратности резервирования m, интенсивность отказа элементов системы □=*const*, час$^{-1}$, представлены в таблице 3.1 (по вариантам). Выбор варианта осуществляется по последним цифрам студенческого билета, либо по согласованию с преподавателем.

Таблица 3.1 – Исходные данные

Вариант	m	λ, час$^{-1}$	Вариант	m	λ, час$^{-1}$
1	2	0,35	14	4	0,45
2	3	0,73	15	5	0,34
3	4	0,67	16	2	0,28
4	5	0,87	17	4	0,87
5	2	0,98	18	6	0,45
6	3	0,56	19	3	0,34
7	4	0,45	20	4	0,28
8	5	0,34	21	2	0,87
9	6	0,28	22	6	0,11
10	3	0,87	23	2	0,61
11	4	0,56	24	3	0,46
12	2	0,46	25	4	0,56
13	2	0,36	26	2	0,78

Задача 3.2

На оспытание находится резервированная система. Элементы системы равнонадежны и подчиняются экспоненциальному распределению со средним временем безотказной работы Т, час. Необходимо определить

кратность резервирования системы с постоянным резервом, обеспечивающим вероятность безотказной работы $P_c\ t$ в течение времени t, час. А так же найти, кратность резервирования для системы, элементы которой имеют распределение Рэлея с тем же средним временем безотказной работы.

Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.2 (по вариантам). Выбор варианта осуществляется по последним цифрам студенческого билета, либо по согласованию с преподавателем.

Решение оформить в виде отчета, где должен проследоваться ход решения, на листах формата А4. И сдать на проверку преподавателю.

Таблица 3.2 – Исходные данные

Вариант	$P_c\ t$	t, час	T, час
1	0,99	120	500
2	0,98	125	510
3	0,97	127	470
4	0,96	130	400
5	0,95	135	420
6	0,94	138	435
7	0,93	140	470
8	0,92	146	460
9	0,91	145	380
10	0,90	149	370
11	0,89	150	390
12	0,88	154	350
13	0,87	155	330
14	0,95	110	470
15	0,94	100	400
16	0,93	125	420
17	0,95	140	435
18	0,94	155	470
19	0,93	168	460
20	0,95	178	470
21	0,91	197	370
22	0,90	210	390
23	0,89	225	350
24	0,88	222	330
25	0,87	260	470
26	0,91	235	400

Задача 3.3

На испытании поставленна, резервированная система с постоянным резервом кратности m, все элементы которой равнонадежны и имеют усеченный нормальный закон распределения времени до отказа с параметрами $m_0 = 400$ *час* и $\sigma_0 = 200$ *час*. определить все показатели надежности системы. Результаты представить в виде таблиц и графиков. Принять m = 0, 1, 2. Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.3 (по вариантам).

Таблица 3.3 – Исходные данные

Вариант	m_0, час	σ_0, час
1	500	220
2	510	200
3	470	210
4	400	230
5	420	330
6	435	270
7	470	290
8	400	200
9	460	210
10	480	230
11	500	330
12	520	270
13	390	200
14	380	210
15	400	200
16	510	260
17	470	270
18	400	280
19	420	290
20	435	260
21	400	230
22	460	330
23	480	270
24	500	200
25	520	210
26	390	230

Задача 3.4

Техническая система представляет собой дублированную систему с постоянно включенным резервом. Вероятность безотказной работы основной и резервной подсистем в течение t = 200 час равно 0,8. Найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа системы в течение времени t. Найти среднее время безотказной работы системы при условии, что ее подсистемы имеют постоянную интенсивность отказа.

Задача 3.5

Интенсивность отказа элементов системы $\lambda = 0{,}0025$ час$^{-1}$. Требуется определить кратность резервирования системы с постоянно включенным резервом, построенную из элементов, которая обеспечивает среднее время безотказной работы системы $T_{1c} = 800$ час.

Задача 3.6

Дана последовательно-параллельная система размером 3×5 (5 элементов нерезервированной системы, 3 резервных подсистемы) с постоянно включенным резервом. Все элементы имеют одинаковую надежность, время до отказа элементов имеет распределение Рэлея с математическим ожиданием T = 50 час. Требуется определить вероятность безотказной работы системы при общем и раздельном резервировании. Провести сравнение по критерию $P_c \ t$.

Задача 3.7

Определить показатели надежности мажоритарной системы, состоящей из n равнонадежных элементов, время до отказа которых равномерно распределено на интервале от 0 до 1000 часов. Количество резервных элементов равно m. Получить аналитическое и графическое представления

показателей надежности системы. Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.4 (по вариантам).

Таблица 3.4 – Исходные данные

Вариант	n	m	Вариант	n	m
1	6	2	14	7	3
2	3	3	15	6	2
3	9	4	16	8	2
4	5	3	17	9	2
5	7	2	18	10	4
6	5	2	19	11	4
7	4	2	20	12	3
8	8	3	21	6	2
9	6	3	22	6	3
10	9	3	23	7	3
11	10	3	24	8	4
12	8	2	25	9	4
13	11	3	26	6	2

Задача 3.8

Дана последовательно-параллельная система размером 3×5 (5 элементов нерезервированной системы, 3 резервных подсистемы), резервированная методом замещения. Все элементы имеют одинаковую интенсивность отказа $\lambda = 0{,}02$ час$^{-1}$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы при общем и раздельном резервированию провести сравнение по критерию $P_c\ t$.

Задача 3.9

Необходимо найти показатели надежности резервированной системы с постоянным резервом кратности m=3, элементы которой имеют интенсивность отказа λ_0 , час$^{-1}$, λ_1, час$^{-1}$, λ_2, час$^{-1}$, λ_3, час$^{-1}$. Время непрерывной работы системы *t*, час.

Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.5 (по вариантам).

Таблица 3.5 – Исходные данные

Вариант	λ_0, час$^{-1}$	λ_1, час$^{-1}$	λ_2, час$^{-1}$	λ_3, час$^{-1}$	t, час
1	0,004	0,007	0,002	0,001	120
2	0,008	0,005	0,004	0,003	130
3	0,009	0,007	0,003	0,002	140
4	0,002	0,003	0,008	0,004	150
5	0,007	0,003	0,007	0,007	160
6	0,005	0,007	0,005	0,005	170
7	0,007	0,005	0,007	0,002	180
8	0,003	0,001	0,003	0,004	190
9	0,007	0,003	0,007	0,007	200
10	0,005	0,007	0,005	0,005	210
11	0,007	0,005	0,007	0,002	220
12	0,002	0,002	0,005	0,005	230
13	0,004	0,004	0,007	0,007	240
14	0,003	0,003	0,003	0,002	115
15	0,008	0,008	0,007	0,004	118
16	0,002	0,007	0,005	0,003	134
17	0,004	0,005	0,001	0,008	168
18	0,007	0,001	0,003	0,002	170
19	0,005	0,003	0,009	0,004	174
20	0,007	0,009	0,003	0,005	176
21	0,003	0,007	0,008	0,007	180
22	0,007	0,005	0,007	0,002	182
23	0,005	0,003	0,005	0,007	189
24	0,001	0,008	0,007	0,005	192
25	0,003	0,007	0,002	0,002	198
26	0,009	0,005	0,004	0,004	196

Задача 3.10

Найти показатели надежности $P_c\ t$, T_c, $\lambda_c(t)$ резервированной системы (резерв замещением) кратности m, элементы которой имеют интенсивности отказа $\lambda_0 = 0{,}04$ час$^{-1}$, $\lambda_1 = 0{,}07$ час$^{-1}$, $\lambda_2 = 0{,}02$ час$^{-1}$, $\lambda_3 = 0{,}1$ час$^{-1}$. Решение получить в виде формул, таблиц и графиков.

Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.6 (по вариантам).

Таблица 3.6 – Исходные данные

Вариант	λ_0, час$^{-1}$	λ_1, час$^{-1}$	λ_2, час$^{-1}$	λ_3, час$^{-1}$	m
1	0,04	0,007	0,02	0,1	3
2	0,08	0,05	0,04	0,3	2
3	0,09	0,007	0,03	0,2	5
4	0,02	0,03	0,08	0,4	2
5	0,07	0,03	0,07	0,7	4
6	0,05	0,07	0,05	0,5	4
7	0,07	0,05	0,07	0,2	3
8	0,03	0,01	0,03	0,4	2
9	0,07	0,03	0,07	0,7	3
10	0,05	0,007	0,05	0,5	3
11	0,07	0,05	0,07	0,2	4
12	0,02	0,02	0,05	0,5	4
13	0,04	0,04	0,09	0,7	2
14	0,03	0,003	0,03	0,2	3
15	0,08	0,008	0,07	0,4	2
16	0,02	0,007	0,05	0,3	5
17	0,04	0,005	0,01	0,8	2
18	0,07	0,01	0,03	0,2	2
19	0,05	0,03	0,09	0,4	3
20	0,07	0,09	0,03	0,5	3
21	0,03	0,07	0,08	0,7	4
22	0,07	0,05	0,07	0,2	4
23	0,05	0,03	0,05	0,7	2
24	0,01	0,08	0,07	0,5	3
25	0,03	0,07	0,08	0,2	2
26	0,09	0,05	0,07	0,4	5

Задача 3.11

Даны две системы со скользящим резервом. Первая система состоит из n = 7 элементов, из которых m = 3 резервных. Вторая система состоит из n = 5 элементов с m = 2 резервными. Определить более надежную систему по критерию вероятности безотказной работы. Элементы обеих систем имеют постоянную интенсивность отказа $\lambda = 0{,}1$ час$^{-1}$.

Задача 3.12

Система состоит из 10 равнонадежных элементов, среднее время безотказной работы элемента 1000 часов. Предполагается, что справедлив экспоненцыальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднее время безотвазной работы системы, а также частоту отказов и интентивность отказов системы в момент времени $t = 50$ часов, в следующих случаях:

- нерезервированной системы;
- дублированной системы при постоянно включенном резерве.

Задача 3.13

Какие виды резервирования использовались в схемах, изображенных на рисунках 20-23?

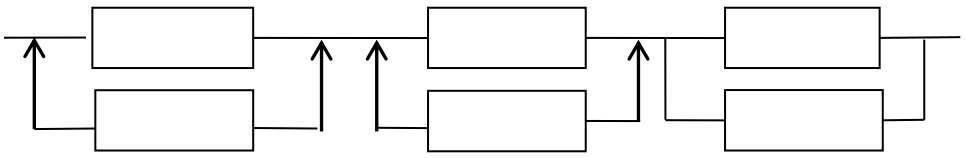

Рисунок 20 - Схема резервирования

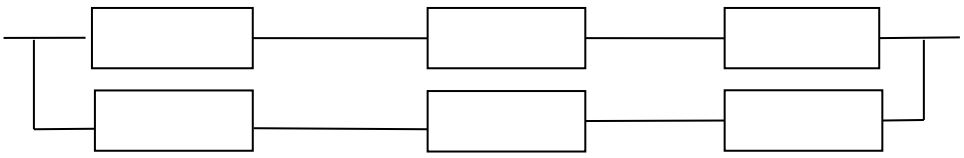

Рисунок 21 - Схема резервирования

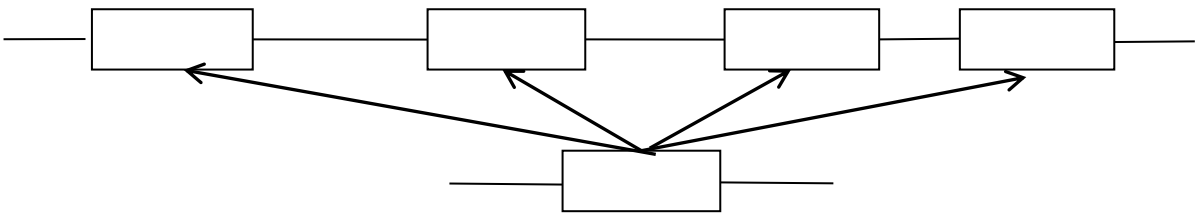

Рисунок 22 - Схема резервирования

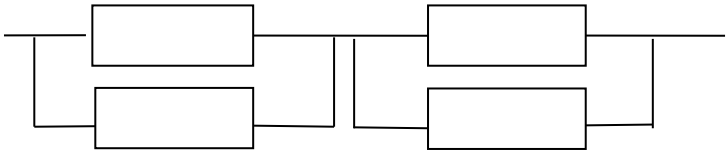

Рисунок 23 - Схема резервирования

Задача 3.14

Какова кратность резервированных схем, изображенной на рисунке 24?

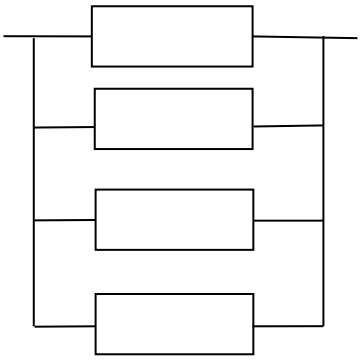

Рисунок 24 - Схема резервирования

Задача 3.15

Определите вероятность безотказной работы для системы, изображенной на рисунках 25 и 26, если известно, что элементы в системе имеют одинаковую вероятность безотказной работы $P_i(100)$ =0,78.

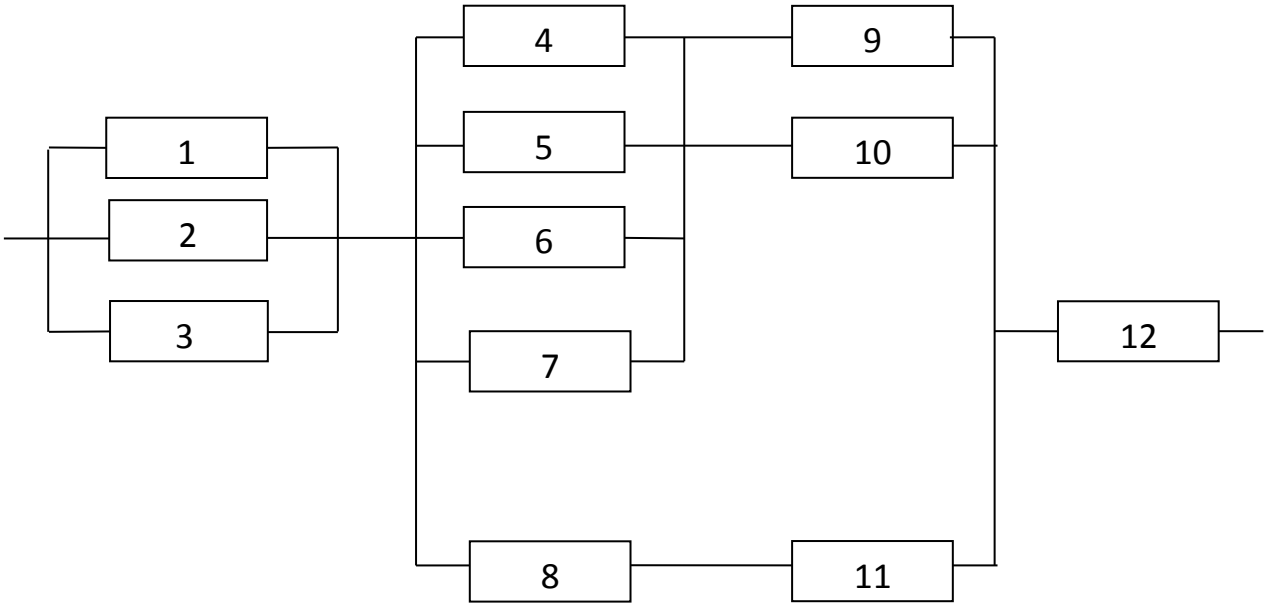

Рисунок 25 - Схема соединения основных и резервных элементов

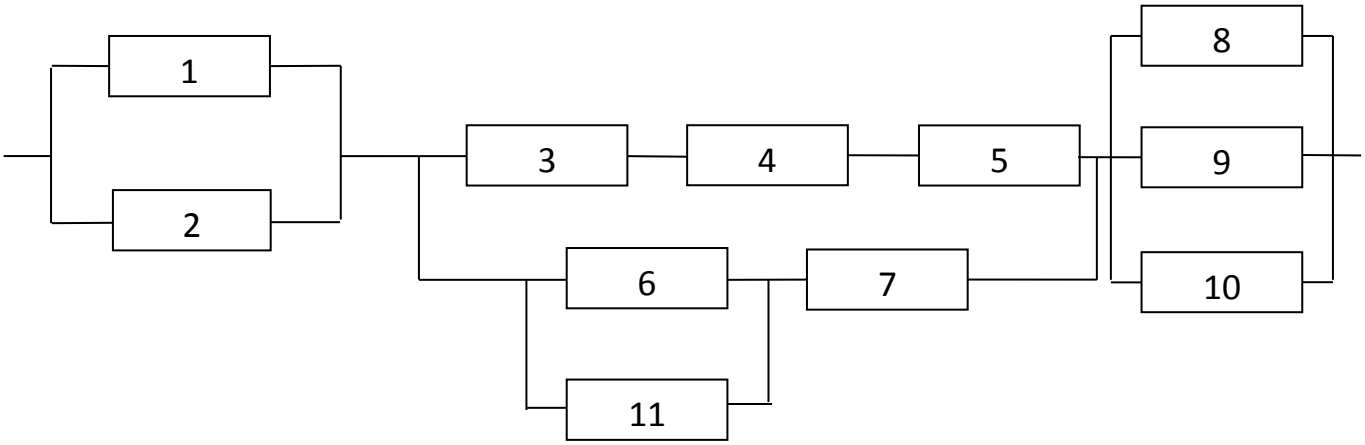

Рисунок 26 - Схема соединения основных и резервных элементов

Задача 3.16

Определите вероятность отказа системы, изображенной на рисунках 27 и на 28, если известно, что элементы в системе имеют одинаковую вероятность безотказной работы $P_i(100)$ =0,8.

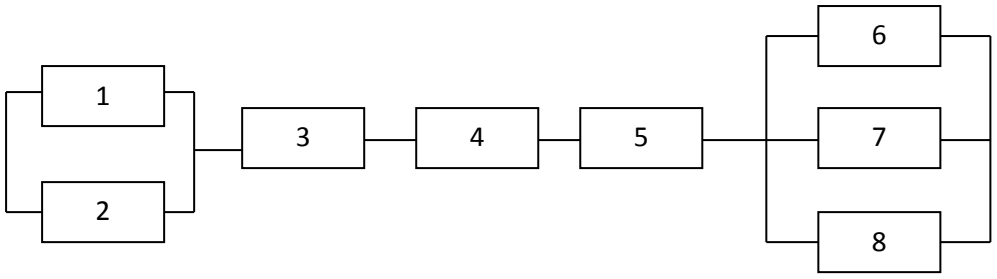

Рисунок 27 – Схема соединения основных и резервных элементов

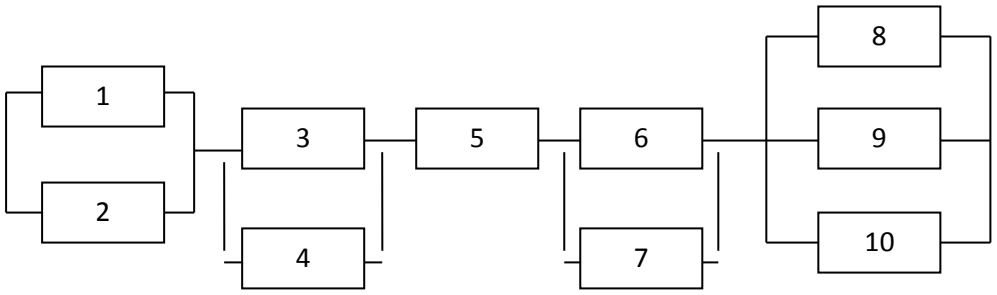

Рисунок 28 – Схема соединения основных и резервных элементов

Задача 3.17

Определите вероятность безотказной работы и вероятность отказа системы, изображенной на рисунках 29 и 30, если известно, что элементы в системе имеют одинаковую вероятность безотказной работы $p_i(100)=0,5$.

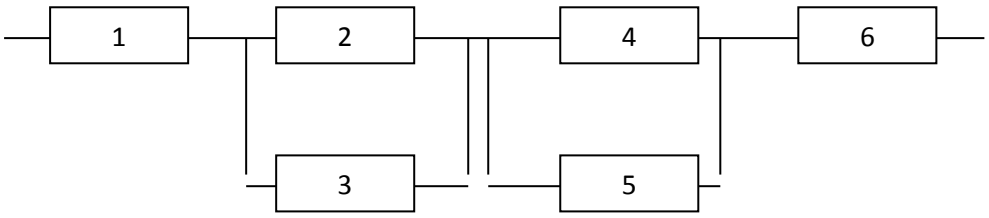

Рисунок 29 – Схема соединения основных и резервных элементов

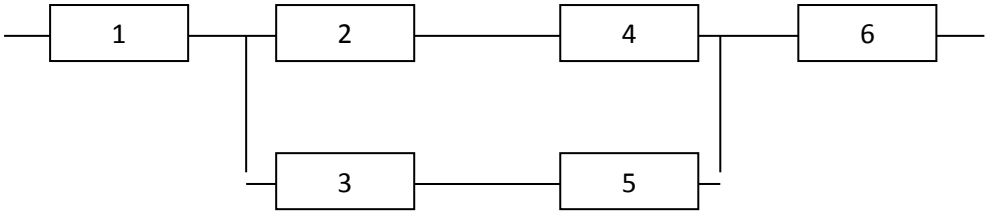

Рисунок 30 – Схема соединения основных и резервных элементов

Задача 3.18

Система состоит из 40 элементов равной надежности с вероятностью безотказной работы 0,87. Необходимо определить, какой способ резервирования следует применить (поэлементное резервирование или общее без замещения) и во сколько раз повысится надежность системы, если допускается брать не более 80 резервных элементов.

Задача 3.19

Система состоит из 30 элементов равной надежности с вероятностью безотказной работы 0,9. Необходимо определить, какой способ резервирования следует применить (поэлементное резервирование или общее без замещения) и во сколько раз повысится надежность системы, если допускается брать не более 90 резервных элементов.

Задача 3.20

Необходимо определить вероятность безотказной работы систем, элементы расчета которой соединены по схемам, изображенным на рисунках 31 - 34. Вероятность безотказной работы элементов P_1=0,83; P_2=0,87; P_3=0,9; P_4=0,94; P_5=0,92; P_6=0,9.

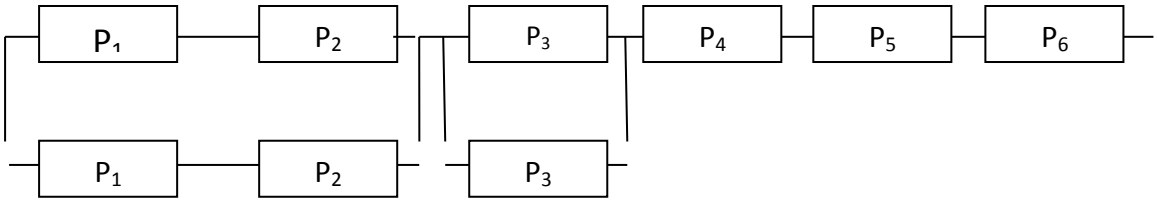

Рисунок 31 – Схема соединения основных и резервных элементов

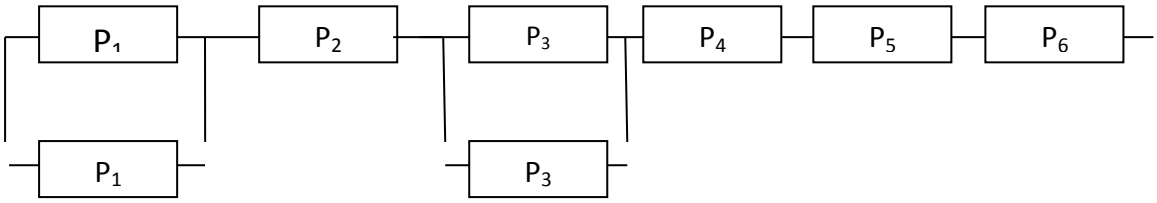

Рисунок 32– Схема соединения основных и резервных элементов

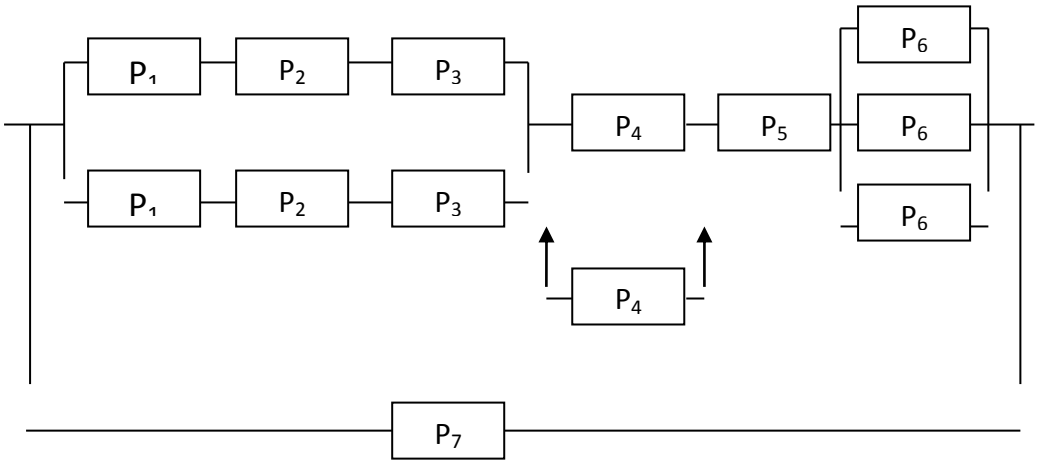

Рисунок 33 – Схема соединения основных и резервных элементов

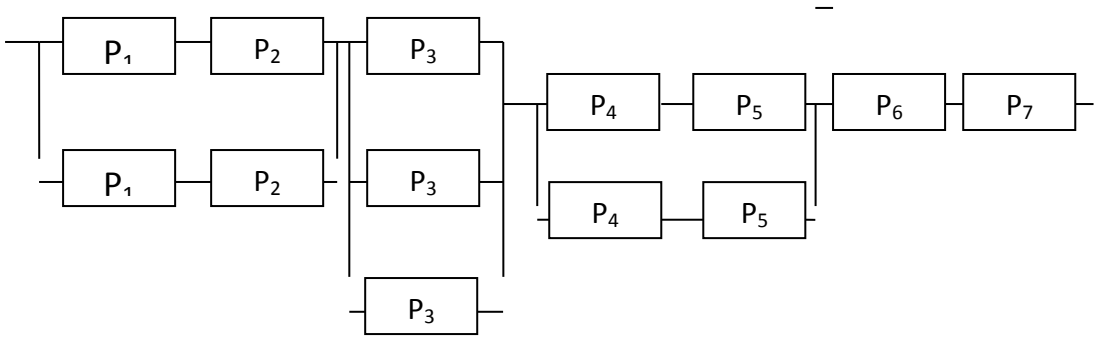

Рисунок 34 – Схема соединения основных и резервных элементов

Задача 3.21

Имеется схема с постоянно включенным резервом, имеющая кратность резервирования 4, интенсивность отказов основной системы – 0,02 $час^{-1}$. Система предназначена для непрерывной работы в течение 50 часов. Требуется определить вероятность безотказной работы системы с резервированием, интенсивность отказов системы с резервированием, частоту отказов системы с резервированием, а так же среднее время безотказной работы системы с резервированием.

Задача 3.22

Система состоит из 10 равнонадежных элементов, вероятность безотказной работы каждого элемента 0,87. Сколько необходимо резервных элементов при обоих способах резервирования (общем постоянном и раздельном постоянном) для того, чтобы вероятность безотказной работы системы составляла 0,95.

Задача 3.23

Система состоит из 20 равнонадежных элементов, вероятность безотказной работы каждого элемента 0,82. Сколько необходимо резервных элементов при обоих способах резервирования (общем постоянном и раздельном постоянном) для того, чтобы вероятность безотказной работы системы составляла 0,97.

Задача 3.24

Система состоит из 15 равнонадежных элементов, вероятность безотказной работы каждого элемента 0,8. Сколько необходимо резервных элементов при общем постоянном резервировании для того, чтобы вероятность безотказной работы системы составляла 0,97.

Задача 3.25

Система состоит из 25 равнонадежных элементов, вероятность безотказной работы каждого элемента 0,8. Сколько необходимо резервных элементов при раздельном постоянном резервировании для того, чтобы вероятность безотказной работы системы составляла 0,92.

Задача 3.26

Системы представлены на рисунках 35-37. Интенсивности отказов элементов: $\lambda_1=0{,}25\cdot10^{-3}$ час$^{-1}$, $\lambda_2=0{,}5\cdot10^{-4}$ час$^{-1}$, $\lambda_3=0{,}4\cdot10^{-3}$ час$^{-1}$. Определите среднее время безотказной работы для этих систем.

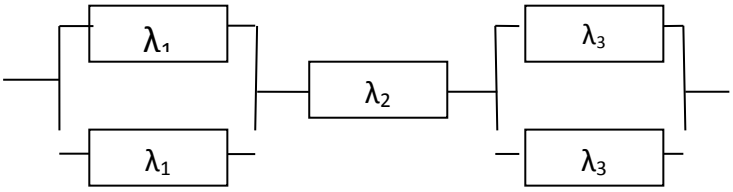

Рисунок 35 – Схема соединения основных и резервных элементов

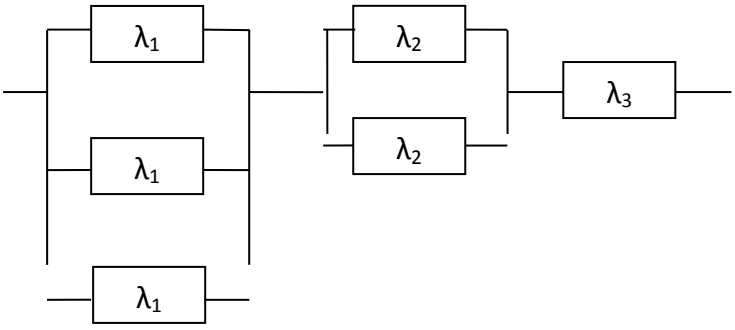

Рисунок 36 – Схема соединения основных и резервных элементов

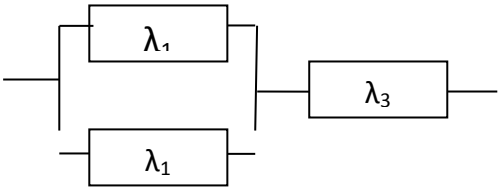

Рисунок 37 – Схема соединения основных и резервных элементов

Задача 3.27

Имеется система, состоящая из одного рабочего и двух резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме. Элементы в рабочем состоянии имеют нормальные распределения времени до отказа с параметрами T_1=150 ч, σ_1=10 ч, T_2=150 ч, σ_2=15 ч, T_3=100 ч, σ_3=20 ч. Требуется определить вероятность безотказной работы резервированной системы в течение 300 часов вычислить среднее время безотказной работы.

Задача 3.28

Система состоит из n элементов, средняя интенсивность отказов которых равна λ, час$^{-1}$. Для повышения надежности установлены две равноценные системы, постоянно включенные в работу в течение времени t. Требуется определить выигрыш надежности по среднему времени безотказной работы, вероятности безотказной работы и вероятности отказов в течение одного часа в течение 100 часов.

Данные необходимые для решения, данной задачи, представлены в таблице 3.7 (по вариантам).

Таблица 3.7 - Исходные данные

Вариант	n	λ, час$^{-1}$	Вариант	n	λ, час$^{-1}$
1	5000	$0{,}003\cdot10^{-3}$	14	7000	$0{,}003\cdot10^{-3}$
2	3000	$0{,}005\cdot10^{-3}$	15	6000	$0{,}008\cdot10^{-3}$
3	9000	$0{,}006\cdot10^{-3}$	16	8000	$0{,}006\cdot10^{-3}$
4	5000	$0{,}007\cdot10^{-3}$	17	9000	$0{,}007\cdot10^{-3}$
5	7000	$0{,}009\cdot10^{-3}$	18	10000	$0{,}009\cdot10^{-3}$
6	5000	$0{,}008\cdot10^{-3}$	19	1100	$0{,}008\cdot10^{-3}$
7	4000	$0{,}007\cdot10^{-3}$	20	12000	$0{,}005\cdot10^{-3}$
8	8000	$0{,}004\cdot10^{-3}$	21	6000	$0{,}004\cdot10^{-3}$
9	6000	$0{,}001\cdot10^{-3}$	22	6000	$0{,}002\cdot10^{-3}$
10	9000	$0{,}002\cdot10^{-3}$	23	7000	$0{,}008\cdot10^{-3}$
11	1000	$0{,}003\cdot10^{-3}$	24	8000	$0{,}003\cdot10^{-3}$
12	8000	$0{,}007\cdot10^{-3}$	25	9000	$0{,}007\cdot10^{-3}$
13	1100	$0{,}002\cdot10^{-3}$	26	6000	$0{,}002\cdot10^{-3}$

Задача 3.29

Требуется определить зависимость выигрыша надежности от числа элементов системы, если известно время непрерывной работы t, средняя интенсивность отказов элементов $\lambda_{ср}$, кратность резервирования m=1, m=2, m=3, m=4.

Оценить выигрыш надежности необходимо по среднему времени безотказной работы и вероятность отказов. Значения $\lambda_{ср}$ и t представлены в таблице 3.8. Постройте график зависимости выигрыша надежности системы по вероятности отказов от числа элементов при различных кратностях общего резервирования с постоянным включением резерва.

Таблица 3.8 - Исходные данные , значения $\lambda_{ср}$ и t

Вариант	$\lambda_{ср}\cdot10^{-3}$, час$^{-1}$	t, час	Вариант	$\lambda_{ср}\cdot10^{-3}$, час$^{-1}$	t, час
1	0,001	50	14	0,0015	300
2	0,002	100	15	0,003	250
3	0,0012	200	16	0,0025	150
4	0,0015	300	17	0,0025	120
5	0,003	250	18	0,002	300
6	0,0025	150	19	0,0015	250
7	0,0025	120	20	0,003	130
8	0,002	140	21	0,0025	250
9	0,004	130	22	0,0025	260
10	0,014	250	23	0,0047	270
11	0,0025	260	24	0,0048	280
12	0,0047	270	25	0,0025	130
13	0,0048	280	26	0,0047	250

Задача 3.30

Система состоит из N элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср.}$ Требуется определить вероятность безотказной работы в течение t часов непрерывной работы в случае не резервированной системы и резервированной системы (общее резервирование с постоянно включенным резервом). С кратностью m. Значения N, $\lambda_{ср,}$ t и m для разных вариантов приведены в таблице 3.9.

Таблица 21

Таблица 3.9 - Исходные данные , значения N, $\lambda_{ср,}$ t и m

Вариант	$\lambda_{ср}\cdot10^{-3}$, час$^{-1}$	t, час	m	N
1	0,001	500	2	3000
2	0,002	1000	3	4000
3	0,0012	2000	4	5000
4	0,0015	1300	5	6000
5	0,003	2500	6	7000
6	0,0025	1500	7	8000
7	0,0025	1200	8	9000
8	0,002	1400	3	7500
9	0,004	1300	2	1000
10	0,014	2500	3	1700
11	0,0025	1260	4	2300
12	0,0047	1270	5	2900
13	0,0048	2800	6	4200
14	0,0017	800	2	6000
15	0,0012	900	3	7000
16	0,0032	1000	4	8000
17	0,0025	1100	5	9000
18	0,0037	2000	6	7500
19	0,0029	3000	7	1000
20	0,0021	4000	8	1700
21	0,0062	5000	3	6000
22	0,0044	2500	2	4000
23	0,084	1500	3	5000
24	0,095	1200	4	6000
25	0,0037	1400	5	7000
26	0,0028	900	6	8000

Задача 3.31

Система состоит из элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}$. Предполагая, что справедлив экспоненциальный закон надежности, требуется установить какой метод повышения надежности следует выбрать, чтобы вероятность безотказной работы системы в течение t часов была не ниже $P_c(t)$. Значения N, $\lambda_{ср,}$ t и $P_c(t)$ для разных вариантов приведены в таблице 3.10.

Таблица 3.10 - Исходные данные , значения N, $\lambda_{ср,}$ t и $P_c(t)$

Вариант	$\lambda_{ср}\cdot10^{-3}$, час$^{-1}$	t, час	$P_c(t)$	N
1	0,004	500	0,99	300
2	0,014	650	0,98	400
3	0,0025	700	0,97	500
4	0,0047	750	0,95	600
5	0,0048	800	0,94	700
6	0,0017	850	0,93	800
7	0,0012	900	0,92	900
8	0,0032	950	0,91	700
9	0,004	1000	0,90	100
10	0,014	1100	0,99	100
11	0,0025	1150	0,98	200
12	0,0047	1200	0,97	900
13	0,0048	1250	0,95	400
14	0,0017	1300	0,94	600
15	0,0012	1350	0,93	700
16	0,0032	1400	0,92	800
17	0,0025	1450	0,91	900
18	0,0037	1500	0,90	750
19	0,0029	1550	0,99	100
20	0,001	1600	0,98	170
21	0,002	1650	0,97	600
22	0,0012	1700	0,95	400
23	0,0015	1750	0,94	500
24	0,003	1800	0,93	6000
25	0,0025	1860	0,92	700
26	0,0025	1900	0,91	800

Список использованных источников

1. Голинкевич, Т.А. Прикладная теория надежности: учебник для вузов / Т.А. Голинкевич. – М.: Высшая школа, 1985. – 168 с.

2. Ефремов, И.В. Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие для студентов / И.В. Ефремов, Н.Н. Рахимова. – Ижевск.: [б.и.] 2013. – 197 с.

3. Острейковский, В.А.Теория надежности: учеб для вузов / В.А. Острейковский – М.: Высш. шк., 2003-463с.

4. Половко, А.М. Основы теории надежности / А.М. Половко, С.В. Гуров – СПб.: БХВ Петербург, 2006. – 560с.