

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»
Кафедра машиноведения

Р.Н. Узяков, И.И. Лисицкий

ПРОСТЫЕ ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 21.05.02 Прикладная геология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 20.03.01 Техносферная безопасность

Оренбург 2018

УДК 539.3/.6
ББК 30. 121
У34

Рецензент – доктор технических наук, профессор В.М. Кушнаренко

У34

Узяков, Р.Н.

Простые виды нагружения: методические указания / Р.Н. Узяков, И.И. Лисицкий; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2018.

Методические указания по дисциплинам «Механика», «Прикладная механика» и «Техническая механика» содержат задания для выполнения расчетно-графических работ с целью закрепления теоретического материала по определению геометрических параметров сечений элементов конструкций, обеспечивающих выполнение условий прочности при простых видах их нагружений.

Методические указания предназначены для обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 21.05.02 Прикладная геология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 20.03.01 Техносферная безопасность.

УДК 539.3/.6
ББК 30. 121

© Узяков Р.Н.,
Лисицкий И.И., 2018
© ОГУ, 2018

Содержание

Введение.....	4
1 Исходные данные для расчета	5
2 Задачи на растяжение (сжатие).....	5
2.1 Последовательность решения задачи на растяжение (сжатие).....	5
2.2 Пример решения задачи на растяжение (сжатие).....	6
2.3 Расчетные схемы к задаче на растяжение (сжатие).....	14
3 Задачи на кручение	17
3.1 Последовательность решения задачи на кручение.....	17
3.2 Пример решения задачи на кручение	18
3.3 Расчетные схемы к задаче на кручение	24
4 Задачи на изгиб.....	27
4.1 Последовательность решения задачи на изгиб	27
4.2 Пример решения задачи на изгиб.....	27
4.3 Расчетные схемы к задаче на изгиб.....	33
Список использованных источников	36
Приложение А	37

Введение

Курсы «Механика», «Прикладная механика» и «Техническая механика», содержащие раздел «Сопротивление материалов», относятся к общеинженерным дисциплинам и являются «азбукой и грамматикой» расчетов на прочность, жесткость и устойчивость наиболее типичных элементов машин и конструкций. Самостоятельная работа студентов способствует хорошему усвоению изучаемых предметов, прививает будущим инженерам навыки творческого решения практических задач и приучает пользоваться технической и справочной литературой. Это происходит в процессе выполнения домашних заданий, называемых в учебных программах расчетно-графическими работами. При решении задач у студентов часто возникает много вопросов, на которые они не могут найти ответ в учебнике, сборнике задач и лекционном материале. Поэтому целью настоящих методических указаний является оказание помощи студентам в выполнении домашних заданий, а также в подготовке к зачетам и экзаменам.

В настоящих методических указаниях рассматриваются темы, которые относятся к первой части раздела курса «Сопротивление материалов» – «Построение эпюр и расчеты на прочность при простых видах нагружений». В методических указаниях приводятся примеры выполнения типовых расчетно-графических задач по указанной теме.

1 Исходные данные для расчета

Исходные данные для расчетов по всем трем типам задач приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные для расчета по вариантам

№ Варианта	Значение параметров								
	a, м	b, м	c, м	q, кН/м	F, кН	M ₁ , кНм	M ₂ , кНм	M ₃ , кНм	d / D _н
1	2.0	3	1.5	20	30	20	30	45	0.5
2	2.5	1.5	2	15	20	30	45	65	0.4
3	3	2	3	10	25	45	65	35	0.6
4	1.5	3	2.5	15	10	65	30	25	0.8
5	2	2.5	2	20	20	30	45	35	0.8
6	3.5	2	3	10	30	45	30	20	0.4
7	3	2.5	1	20	20	65	45	30	0.5
8	1.5	3	2	15	30	35	65	45	0.6
9	3.5	1.5	2.5	10	10	25	30	65	0.4
10	2.5	2	3.5	15	25	35	45	30	0.8

2 Задачи на растяжение (сжатие)

2.1 Последовательность решения задачи на растяжение (сжатие)

1. Определить реакцию опоры стержня.
2. Вычислить продольные силы N_z и построить их эпюру. Вычисление продольных сил рекомендуется выполнить по участкам, начиная от заделки (жестко заземленной опоры).
3. Определить опасное сечение на каждом участке.
4. Определить размеры поперечных сечений на каждом участке (рисунок 1) из условия прочности при $[\sigma] = 160$ МПа, на первом (считая от опоры) участке – размер h квадратного сечения, на втором – диаметр D круглого сечения, на третьем – наружный D_n и внутренний d диаметры кольцевого сечения (значение отношения d/D_n приведено в таблице исходных данных).

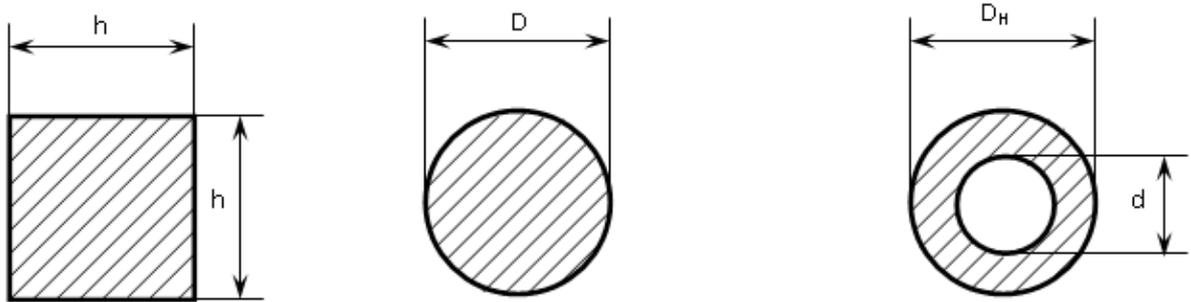


Рисунок 1 – Сечение стержня на первом, втором и третьем участках

5. С учетом найденных размеров определить действительные напряжения на всех участках и построить их эпюру по длине стержня.

2.2 Пример решения задачи на растяжение (сжатие)

Условие прочности при растяжении (сжатии):

$$\sigma = \frac{N_z}{A} \leq [\sigma] \pm 5\%, \quad (1)$$

где σ – нормальное напряжение;

N_z – продольная сила;

A – площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Правило знаков: продольная сила, соответствующая растяжению, считается положительной, сжатию – отрицательной [1].

Продольные силы определяются **методом сечений:**

– разрезать стержень или систему стержней;

– отбросить одну часть;

– приложить в сечении усилия, способные уравновесить внешние силы, действующие на отсеченную часть;

– найти значения усилий из уравнений равновесия.

При построении эпюр продольных сил используют правила:

– на эпюре сил в местах приложения сосредоточенных сил имеются скачки, равные этим силам;

– в сечении заделки продольная сила равна реакции заделки.

При решении задач на растяжение (сжатие) исходная схема заменяется расчетной (рисунок 2). В расчетной схеме стержень заменяется осевой линией, а опора – силой реакции. Схемы, а так же эпюры продольных сил и нормальных напряжений выполняются одна под другой на одном листе, что позволяет оценивать правильность расчетов (рисунок 2).

Исходные данные для примера задачи на растяжение (сжатие) приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Исходные данные для примера задачи на растяжение (сжатие)

a	b	c	e	F	q	$\alpha=d/D_n$	$[\sigma]$
3,5 м	2 м	3 м	1 м	10 кН	30 кН/м	0,4	160 МПа

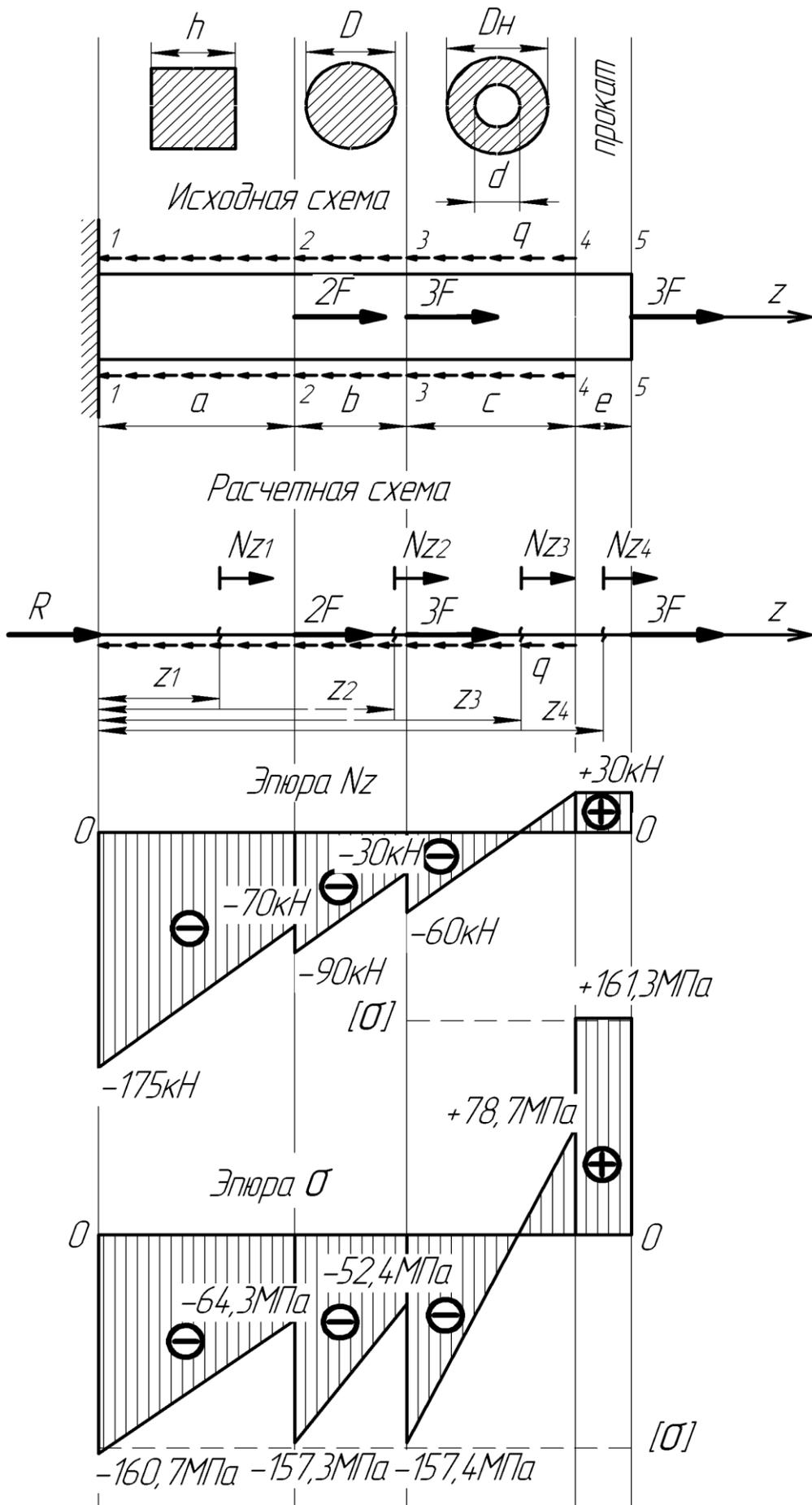


Рисунок 2 – К решению задачи на растяжение (сжатие)

2.2.1 Определение реакции опоры стержня [2]

$$\Sigma F_z = 0,$$

$$R + 2F + 3F + 3F - q(a + b + c) = 0,$$

$$R = q(a + b + c) - 8F = 30 \cdot (3,5 + 2 + 3) - 8 \cdot 10 = 175 \text{ кН}.$$

2.2.2 Вычисление продольных сил N_z [3]

1-ый участок $0 \leq z \leq a$

$$R - qz + N_z = 0,$$

$$N_z = qz - R \quad \text{уравнение наклонной прямой}$$

$$z = 0; \quad N_z = -R = -175 \text{ кН} \quad \text{сжатие,}$$

$$z = a = 3,5 \text{ м}; \quad N_z = qa - R = 30 \cdot 3,5 - 175 = -70 \text{ кН}.$$

2-ой участок $a \leq z \leq a + b$

$$R - qz + 2F + N_z = 0,$$

$$N_z = qz - R - 2F,$$

$$z = a; \quad N_z = qa - R - 2F = -90 \text{ кН},$$

$$z = a + b; \quad N_z = q(a + b) - R - 2F = -30 \text{ кН}.$$

3-ий участок $a + b \leq z \leq a + b + c$

$$R - qz + 2F + 3F + N_z = 0,$$

$$N_z = qz - R - 5F,$$

$$z = a + b; \quad N_z = q(a + b) - R - 5F = -60 \text{ кН}, \quad \text{сжатие}$$

$$z = a + b + c; \quad N_z = q(a + b + c) - R - 5F = +30 \text{ кН} \quad \text{растяжение}$$

Найдем координату z , при которой $N_z = 0$

$$N_z = qz - R - 5F = 0,$$

$$z = \frac{R + 5F}{q} = \frac{175 + 5 \cdot 10}{30} = 7,5 \text{ м}.$$

4-ый участок $a+b+c \leq z \leq a+b+c+e$

$$R - q(a+b+c) + 2F + 3F + N_z = 0,$$

$$N_z = q(a+b+c) - R - 5F = 30 \text{ кН} \quad \text{прямая параллельная оси } z.$$

По результатам вычислений строим эпюру продольных сил N_z (график изменения продольной силы N_z по длине стержня z) (рисунок 2).

Примечание:

а) так как по длине стержня распределенная нагрузка постоянна, то все наклонные участки эпюры параллельны (один и тот же угловой коэффициент q) [1];

б) в области $0 \leq z \leq 7,5 \text{ м}$ продольная сила отрицательна $N_z \leq 0$, следовательно, на этом участке происходит сжатие, а при $7,5 \text{ м} \leq z \leq 9 \text{ м}$ продольная сила положительна $N_z \geq 0$, следовательно, происходит растяжение.

2.2.3 Определение опасных сечений на участках

Опасные сечения – там, где продольная сила имеет максимальное значение по модулю [2,3]. Непосредственно из эпюр (рисунок 2) следует, что опасными будут:

на 1-м участке сечение 1-1 где $N_z = |N_{z\max}| = -175 \text{ кН}$;

на 2-м участке сечение 2-2 где $N_z = |N_{z\max}| = -90 \text{ кН}$;

на 3-м участке сечение 3-3 где $N_z = |N_{z\max}| = -60 \text{ кН}$;

на 4-м участке все сечения равно опасны $N_z = +30 \text{ кН}$.

2.2.4 Определение размеров поперечных сечений на участках

Из условия прочности при растяжении – сжатии определяем площадь поперечного сечения:

$$A \geq \frac{|N_{z \max}|}{\sigma},$$

на первом участке:

$$A_1 \geq \frac{175000H}{160MPa} = 109375 \text{ мм}^2,$$

$$h \geq \sqrt{A_1} = \sqrt{109375} = 33,07 \text{ мм},$$

на втором участке:

$$A_2 \geq \frac{90000H}{160 \frac{H}{\text{мм}^2}} = 562,5 \text{ мм}^2,$$

$$D \geq \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = 26,76 \text{ мм},$$

на третьем участке:

$$A_3 \geq \frac{60000H}{160MPa} = 375 \text{ мм}^2,$$

$$D_H \geq \sqrt{\frac{4A_3}{\pi(1-\alpha^2)}} = 23,84 \text{ мм},$$

так как :

$$A_3 = \frac{\pi(D_H^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot D_H^2}{4} \left(1 - \frac{d^2}{D_H^2}\right) = \frac{\pi \cdot D_H^2}{4} (1 - \alpha^2),$$

на четвертом участке:

$$A_4 \geq \frac{30000H}{160MPa} = 187,5 \text{ мм}^2.$$

По таблицам сортамента прокатной стали (Приложение А) подбираем для 4 – го участка:

а) уголок № 2,5 с толщиной стенки 4 мм, у которого площадь поперечного сечения равна 1,86 см² (186 мм²);

б) уголок № 3,2 с толщиной стенки 3 мм, у которого площадь поперечного сечения равна 1,86 см² (186 мм²).

Полученные по расчету размеры на 1, 2 и 3 участках необходимо округлить до целых значений в миллиметрах (размеры менее 10 мм округляем до 0,5 мм).

$h \geq 33,07$ мм, **принимаем** $h = 34$ мм (вариант 1);

$h \geq 33,07$ мм, **принимаем** $h = 33$ мм (вариант 2);

$D \geq 26,76$ мм, **принимаем** $D = 27$ мм;

$D_H \geq 23,84$ мм, **принимаем** $D_H = 24$ мм;

$d = \alpha \cdot D_H = 0,4 \cdot 24 = 9,6$ мм, **принимаем** $d = 9,5$ мм.

Определяем фактическую площадь сечений при принятых размерах.

$$A_1 = h^2 = 34^2 = 1156 \text{ мм}^2 \quad 1\text{-ый вариант,}$$

$$A_1 = h^2 = 33^2 = 1089 \text{ мм}^2 \quad 2\text{-ой вариант.}$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 27^2}{4} = 572,3 \text{ мм}^2,$$

$$A_3 = \frac{\pi \cdot D_H^2}{4} - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 24^2}{4} - \frac{3,14 \cdot 9,5^2}{4} = 381,3 \text{ мм}^2,$$

$$A_4 = 186 \text{ мм}^2.$$

2.2.5 Определение действительных напряжений на участках с учетом найденных размеров поперечных сечений

Условие прочности должно выполняться с точностью $\pm 5\%$ [2,3].

$$-5\% \leq \frac{\sigma - \sigma_{\text{н}}}{\sigma_{\text{н}}} \cdot 100\% \leq 5\%$$

1-ый участок.

$$\sigma_1 = \frac{-175000 H}{1156 \text{ мм}^2} = -151,4 \text{ МПа} \quad \frac{151,4 - 160}{160} \cdot 100 \% = -5,4 \% ,$$
$$\sigma_1 = \frac{-175000 H}{1089 \text{ мм}^2} = -160,7 \text{ МПа} \quad \frac{160,7 - 160}{160} \cdot 100 \% = 0,44 \% .$$

Таким образом, размер $h = 34$ мм не удовлетворяет условию ± 5 %.
Окончательно **принимаем** размер $h = 33$ мм (вариант 2).

На другом конце 1-го участка:

$$\sigma_1 = \frac{-70000 H}{1089 \text{ мм}^2} = -64,3 \text{ МПа}.$$

2-ой участок.

$$\sigma_2 = \frac{-90000 H}{572,3 \text{ мм}^2} = -157,3 \text{ МПа} \quad -1,7 \% ,$$
$$\sigma_2 = \frac{-30000 H}{572,3 \text{ мм}^2} = -52,4 \text{ МПа}.$$

3-ий участок.

$$\sigma_3 = \frac{-60000 H}{381,3 \text{ мм}^2} = -157,4 \text{ МПа} \quad -1,6 \% ,$$
$$\sigma_3 = \frac{30000 H}{381,3 \text{ мм}^2} = 78,7 \text{ МПа}.$$

4-ый участок.

$$\sigma_4 = \frac{30000 H}{186 \text{ мм}^2} = 161,3 \text{ МПа} \quad 0,8 \% .$$

По результатам расчетов строим эпюру действительных напряжений (рисунок 2).

2.3 Расчетные схемы к задаче на растяжение (сжатие)

Расчетные схемы на растяжение (сжатие) приведены на рисунке 3.

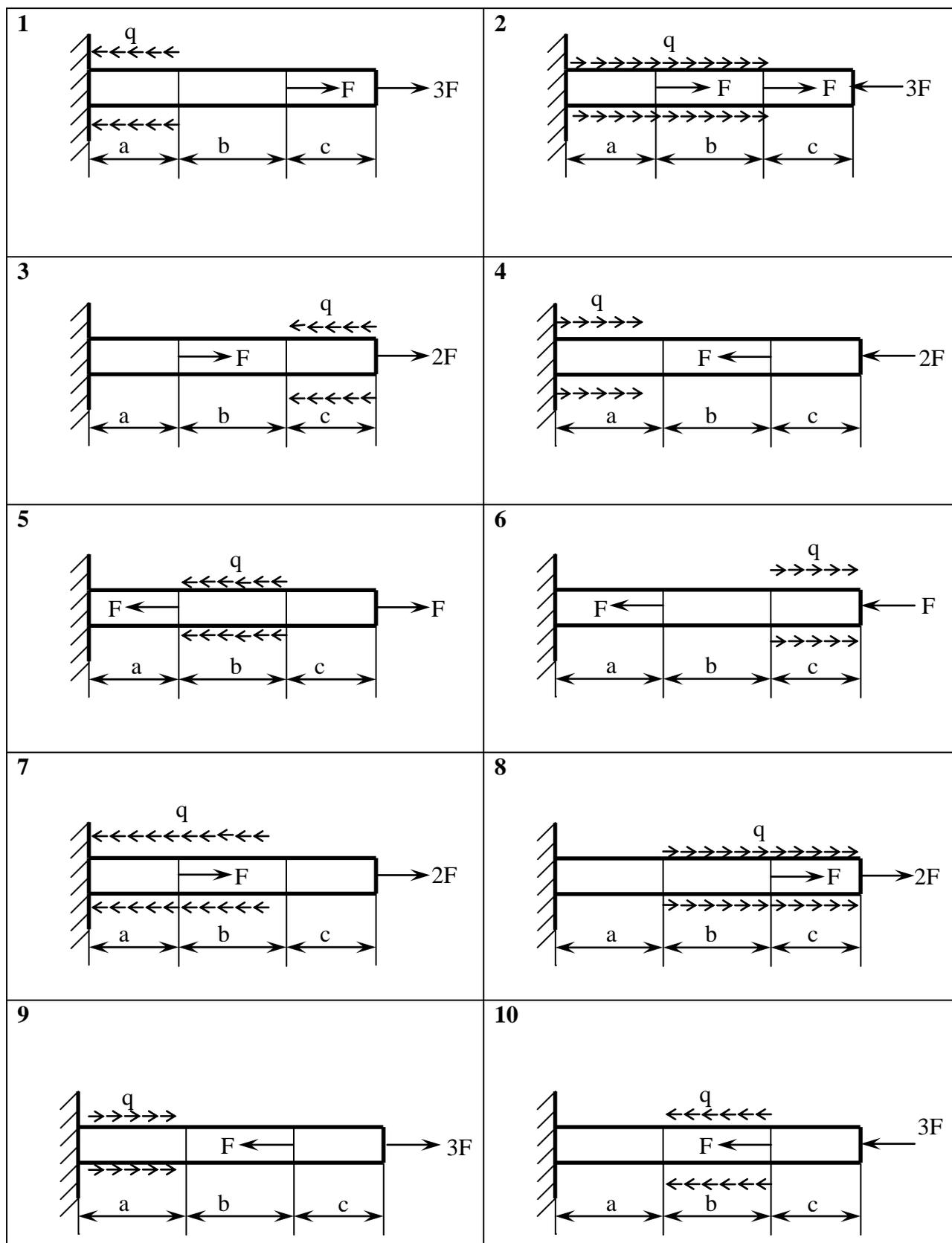


Рисунок 3 – Варианты расчетных схем на растяжение (сжатие), лист 1

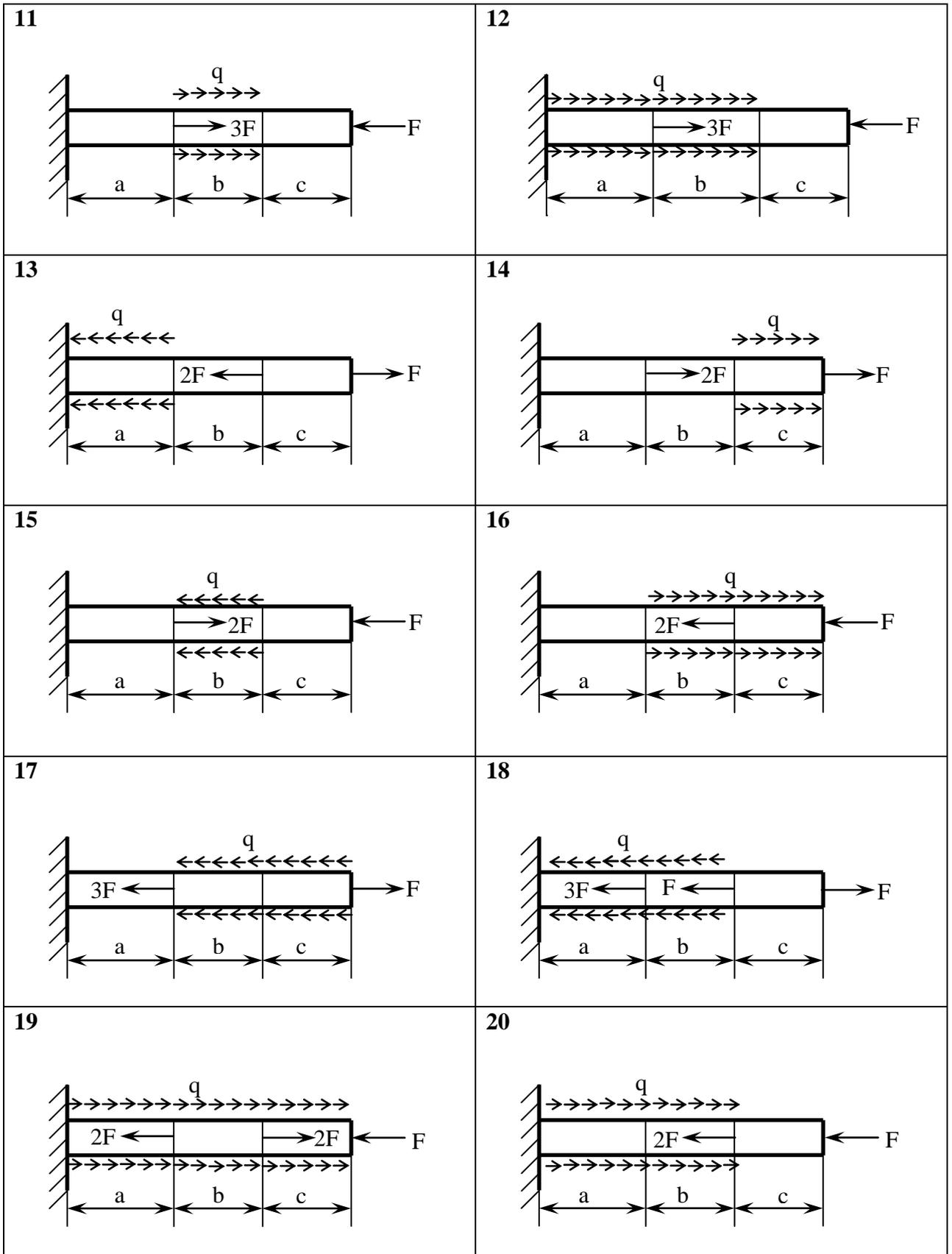


Рисунок 3 – Варианты расчетных схем на растяжение (сжатие), лист 2

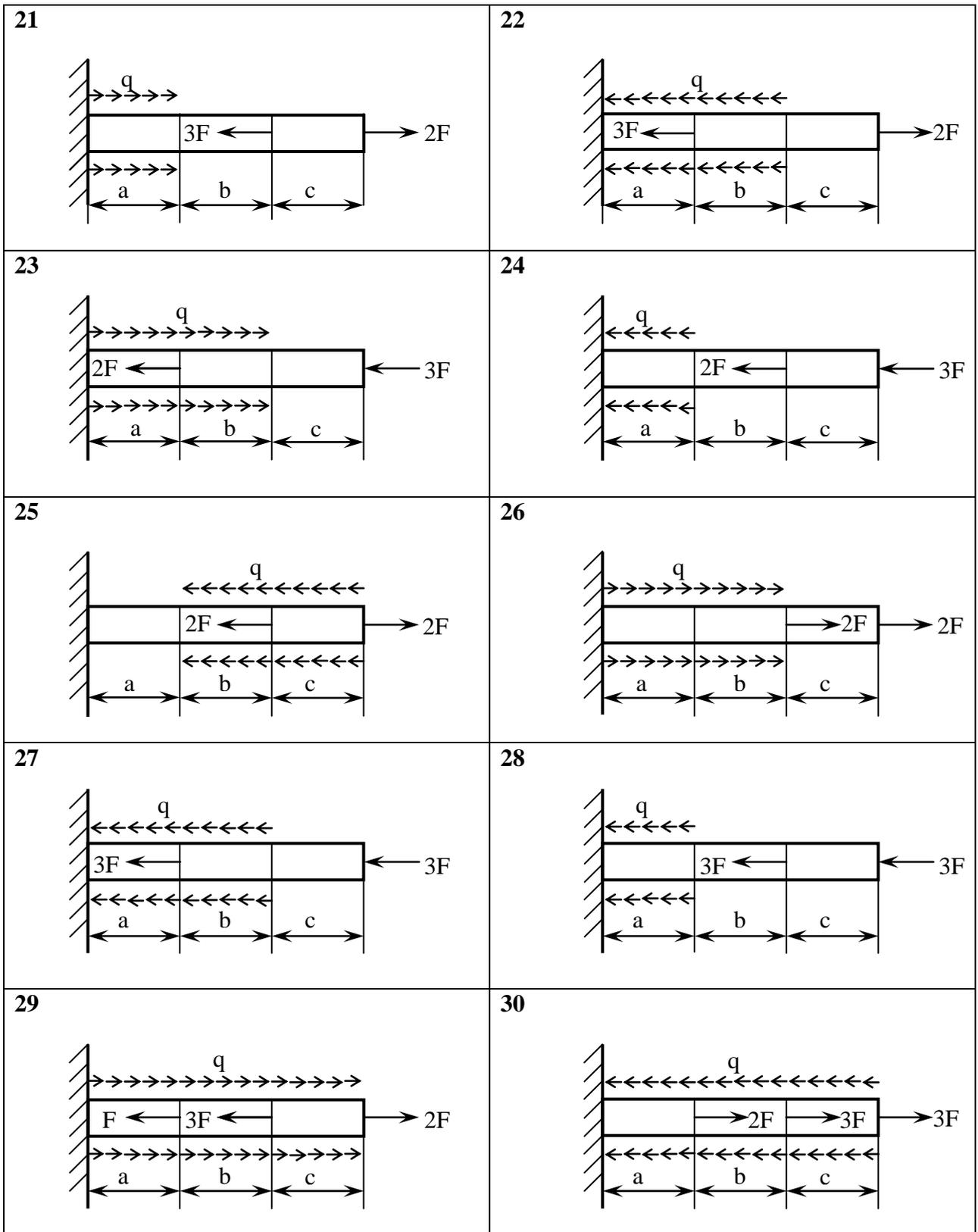


Рисунок 3 – Варианты расчетных схем на растяжение (сжатие), лист 3

3 Задачи на кручение

3.1 Последовательность решения задачи на кручение

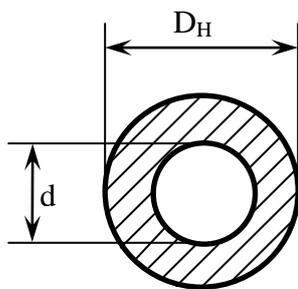
1. Определить реактивный крутящий момент вала.

2. Вычислить крутящие моменты M_z и построить их эпюру.

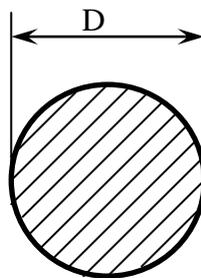
Вычисление крутящих моментов рекомендуется выполнять по участкам, начиная от заделки.

3. Определить размеры поперечных сечений на каждом участке (рисунок 4) из условия прочности при $[\tau] = 80$ МПа, на первом (считая от опоры) участке – диаметры кольцевого сечения (значение отношения d / D_H приведено в таблице исходных данных), на втором участке – диаметр круглого сечения, на третьем участке – размер квадратного сечения.

Сечение стержня
на 1 участке



Сечение стержня
на 2 участке



Сечение стержня
на 3 участке

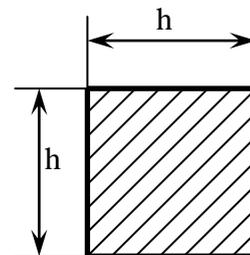


Рисунок 4 – Сечение стержня на первом, втором и третьем участках

4. С учетом найденных размеров построить эпюру распределения действительных касательных напряжений по его длине.

3.2 Пример решения задачи на кручение

Условие прочности при кручении [1]:

$$\tau = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau], \quad (2)$$

где τ – касательное напряжение;

M_z – крутящий момент;

W_ρ – полярный момент сопротивления;

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение.

Правило знаков: крутящий момент в сечении считается положительным, когда внешний момент вращает отсеченную часть против часовой стрелки, если смотреть на отсеченную часть со стороны сечения [1].

Крутящий момент определяется **методом сечений**:

- разрезать стержень или систему стержней;
- отбросить одну часть;
- приложить в сечении усилия, способные уравновесить внешние силы, действующие на отсеченную часть;
- найти значения усилий из уравнений равновесия.

При построении эпюр крутящих моментов используют правила:

- на эпюре моментов в местах приложения сосредоточенных моментов имеются скачки, равные этим моментам;
- в сечении заделки крутящий момент равен моменту реакции заделки.

При решении задач на кручение схема нагружения, эпюры крутящих моментов и касательных напряжений выполняются одна под другой на одном листе, что позволяет оценивать правильность расчетов (рисунок 5).

Исходные данные для примера задачи на кручение приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Исходные данные для примера задачи на кручение

a	b	c	M_1	M_2	M_3	$\alpha=d/D_H$	$[\tau]$
3,5 м	2 м	3 м	25 кН·м	20 кН·м	40 кН·м	0,4	80 МПа

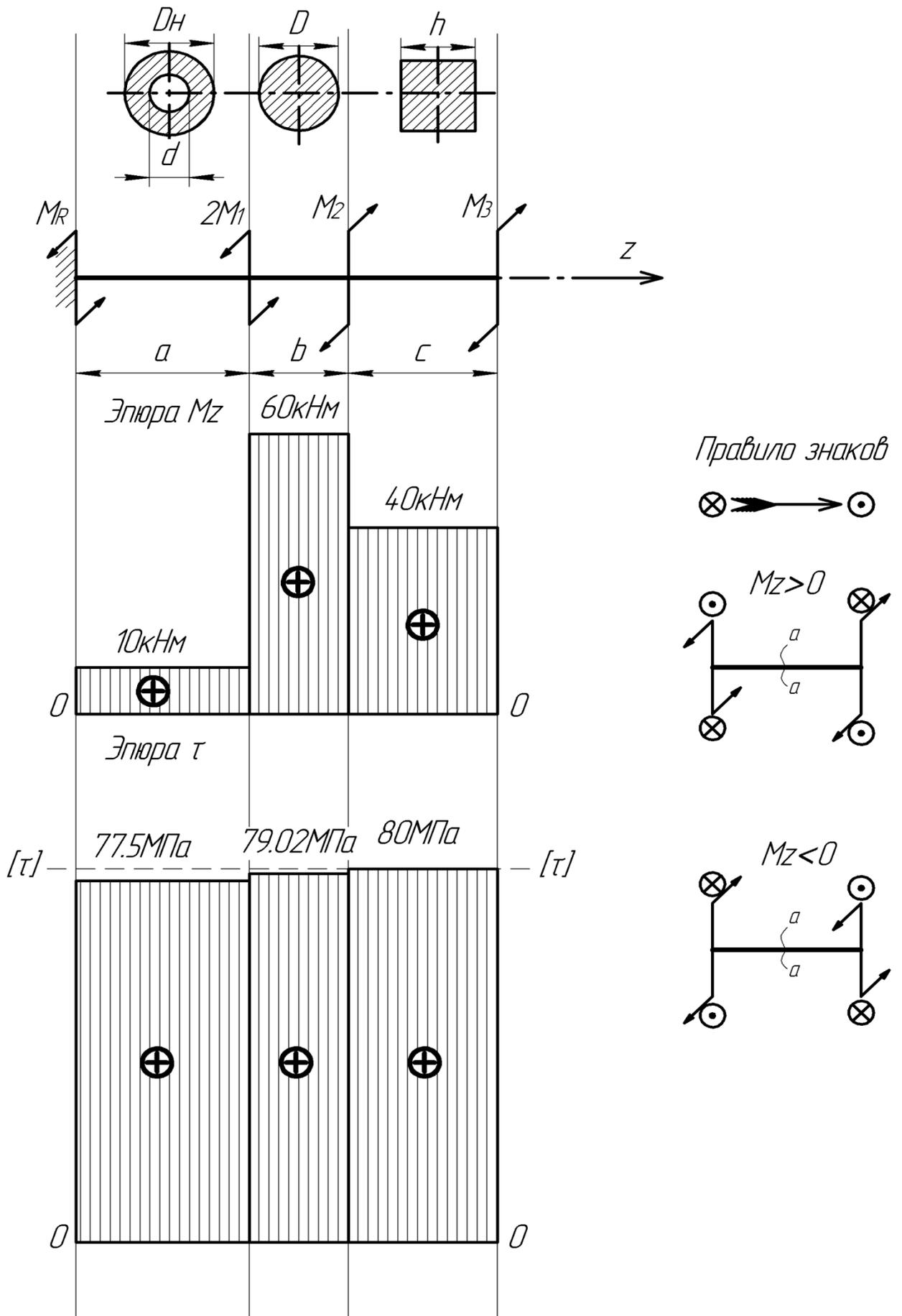


Рисунок 5 – К решению задачи на кручение

3.2.1 Определение реактивного крутящего момента вала M_R

$\Sigma M_Z = 0$ Уравнение равновесия,

$$2M_1 - M_2 - M_3 + M_R = 0,$$

$$M_R = M_2 + M_3 - 2M_1 = 20 + 40 - 2 \cdot 25 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_R = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3.2.2 Построение эпюр крутящих моментов M_Z

Крутящий момент является моментом внутренних сил упругости и численно равен моменту внешних сил, действующих по одну сторону сечения [1]. Его величину определяют методом сечений.

1-ый участок $0 \leq z \leq a$

$$M_Z = M_R = 10 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

2-ой участок $a \leq z \leq a+b$

$$M_Z = M_R + 2M_1 = 10 + 2 \cdot 25 = 60 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

3-ий участок $a+b \leq z \leq a+b+c$

$$M_Z = M_R + 2M_1 - M_2 = 10 + 2 \cdot 25 - 20 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Метод сечений позволяет отбрасывать любую часть стержня [2,3]. Пойдем от свободного конца к заделке и определим крутящий момент на третьем участке, отбросив левую часть вала.

3-ый участок $0 \leq z \leq c$

$$M_Z = M_3 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Таким образом доказали, что величина внутреннего силового фактора (ВСФ) – крутящего момента не зависит от того, с какой стороны от сечения будем его определять – крокодил от головы до хвоста такой же длины, как и от хвоста до головы.

По результатам расчетов строим эпюру крутящих моментов M_Z (рисунок 5).

3.2.3 Определение размеров поперечных сечений из условия прочности при кручении

3.2.4 Определение действительных касательных напряжений по длине вала с учетом найденных размеров сечений

При кручении размеры поперечных сечений определяют через полярный момент сопротивления [2,3].

$$\text{Условие прочности} \quad \tau = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau]$$

$$\text{Определение размеров сечения} \quad W_\rho \geq \frac{M_z}{[\tau]}$$

Полярные моменты сопротивления для круглого, кольцевого и квадратного сечений определяются по формулам [1]:

$$W_{\rho\text{Круга}} = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \approx 0,2D^3,$$

$$W_{\rho\text{Кольца}} = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16D} \approx 0,2D^3 (1 - \alpha^4),$$

$$\text{где} \quad \alpha = \frac{d}{D},$$

$$W_{\rho\text{Квadrата}} = 0,208h^3,$$

где h – сторона квадрата

На 1-м участке:

$$\begin{aligned} W_{\rho\text{Кольца}} = 0,2D^3 (1 - \alpha^4) &\geq \frac{M_z}{[\tau]} \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 [\tau] (1 - \alpha^4)}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{0,2 \cdot 80 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 0,9744}} = 86,24 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Принимаем $D = 87$ мм, тогда $d = \alpha \cdot D = 0,4 \cdot 87 = 34,8$ мм.

Принимаем $d = 34$ мм.

Полярный момент сопротивления при принятых размерах:

$$W_{\rho_{\text{Кольца}}} = 0,2D^3 \left(1 - \alpha^4\right) = 0,2 \cdot 87^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{34}{87}\right)^4\right) = \\ = 128628 \text{ мм}^3 \approx 1,29 \cdot 10^5 \text{ мм}^3.$$

Действительные касательные напряжения на первом участке с учетом найденных размеров сечения:

$$\tau = \frac{M_z}{W_{\rho}} = \frac{10 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{1,29 \cdot 10^5 \text{ мм}^3} = 77,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 77,5 \text{ МПа}.$$

На 2-м участке:

$$W_{\rho_{\text{Крыга}}} = 0,2D^3 \geq \frac{M_z}{\tau} \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 \tau}} = \\ = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}}} = 155,36 \text{ мм}.$$

Принимаем $D = 156 \text{ мм}$.

Полярный момент сопротивления при принятых размерах:

$$W_{\rho_{\text{Крыга}}} = 0,2D^3 = 0,2 \cdot 156^3 = 759283 \text{ мм}^3 \approx 7,593 \cdot 10^5 \text{ мм}^3.$$

Действительные касательные напряжения на втором участке с учетом найденных размеров сечения:

$$\tau = \frac{M_z}{W_{\rho}} = \frac{60 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{7,593 \cdot 10^5 \text{ мм}^3} = 79,02 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 79,02 \text{ МПа}.$$

На 3-м участке:

$$W_{\text{кКвадрата}} = 0,208h^3 \geq \frac{M_z}{\sigma} \Rightarrow h \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,208 \sigma}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{40 \cdot 10^6}{0,208 \cdot 80 \frac{H}{\text{мм}^2}}} = 134 \text{ мм.}$$

Принимаем $h = 134$ мм.

Полярный момент сопротивления при принятых размерах:

$$W_{\text{кКвадрата}} = 0,208h^3 = 0,208 \cdot 134^3 = 500469 \text{ мм}^3 \approx 5 \cdot 10^5 \text{ мм}^3.$$

Действительные касательные напряжения на третьем участке с учетом найденных размеров сечения:

$$\tau = \frac{M_z}{W_{\kappa}} = \frac{40 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{5 \cdot 10^5 \text{ мм}^3} = 80 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 80 \text{ МПа.}$$

По результатам расчетов строим эпюру действительных касательных напряжений τ (рисунок 5).

3.3 Расчетные схемы к задаче на кручение

Расчетные схемы на кручение приведены на рисунке 6.

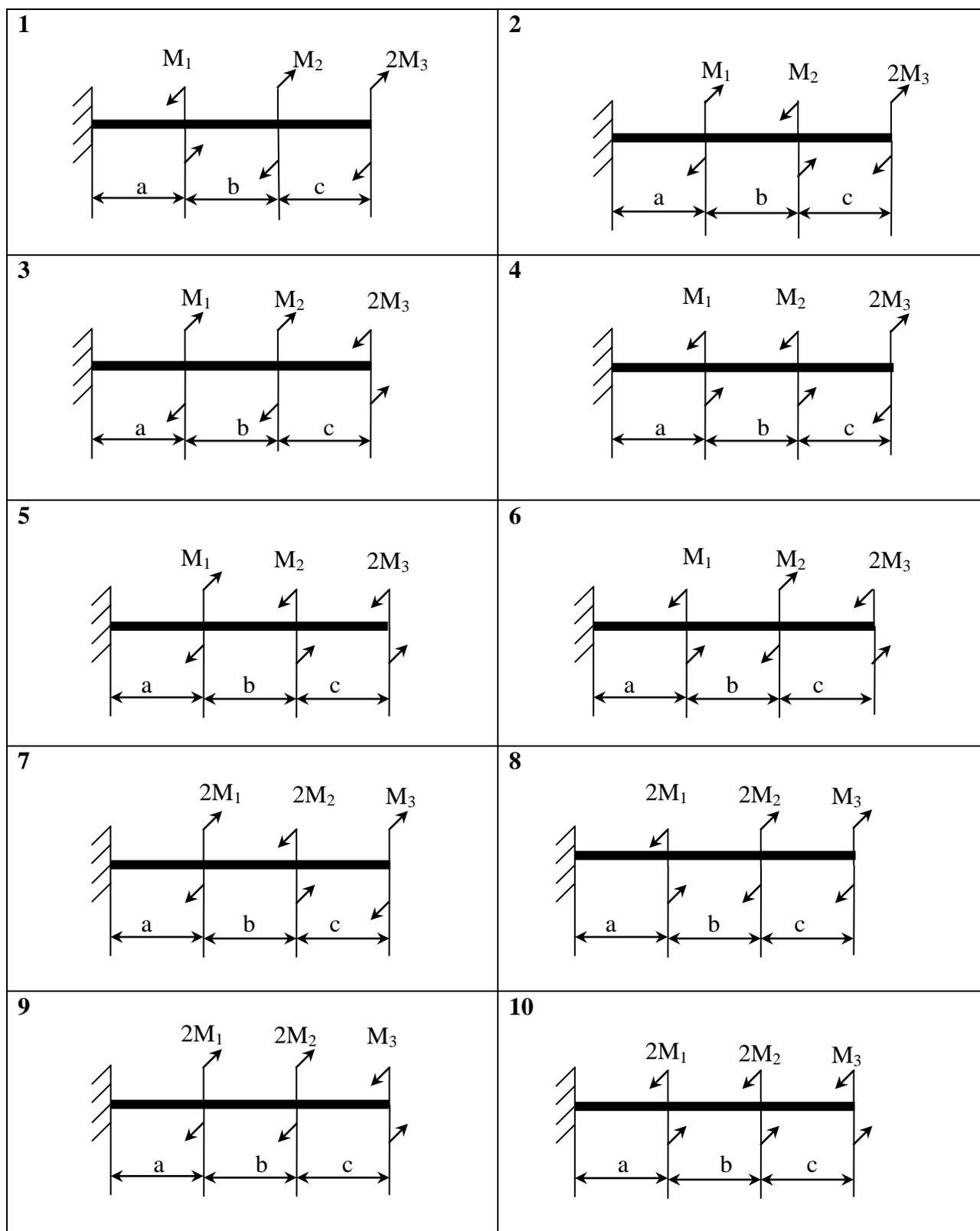


Рисунок 6 – Варианты расчетных схем на кручение, лист 1

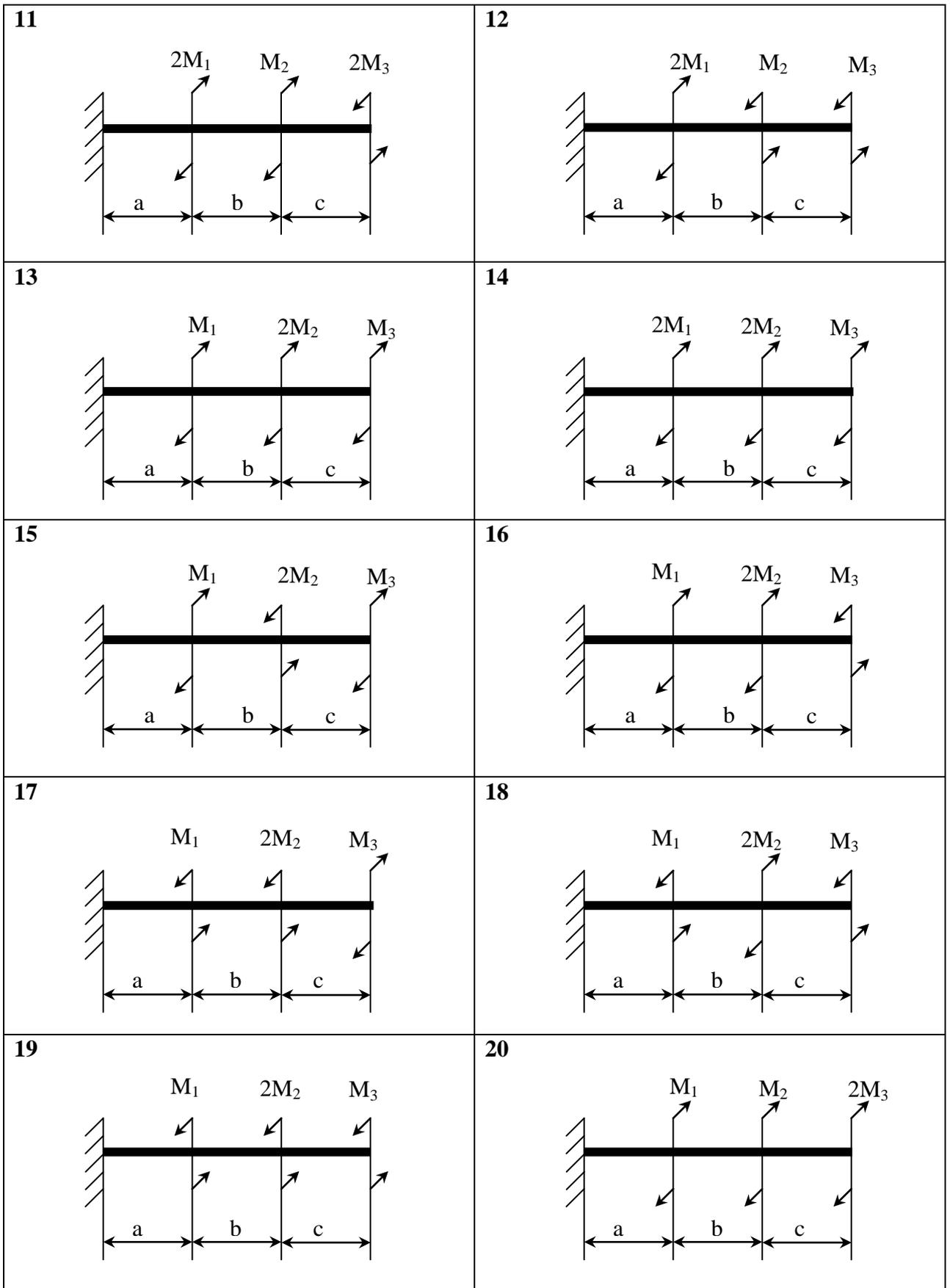


Рисунок 6 – Варианты расчетных схем на кручение, лист 2

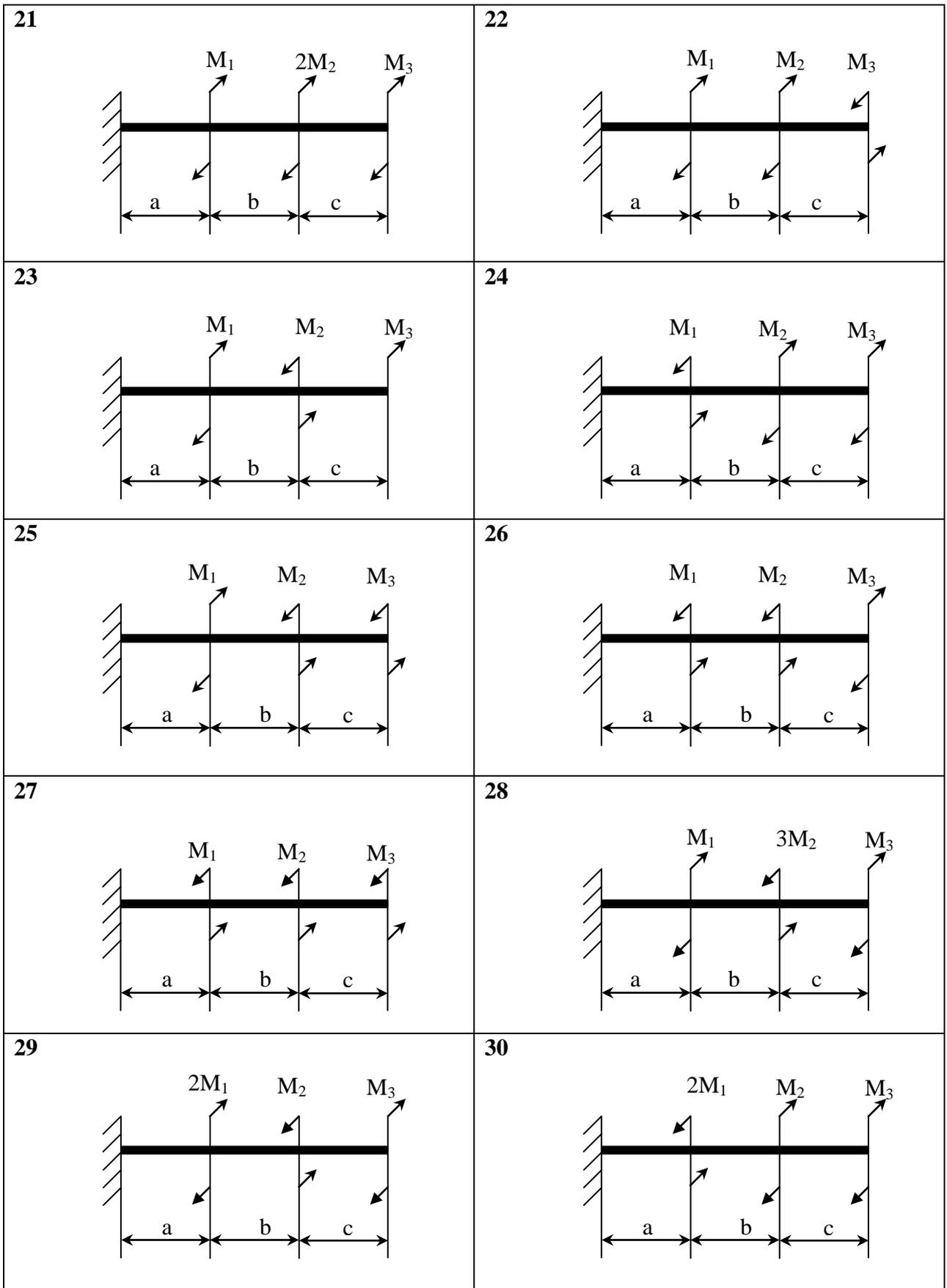


Рисунок 6 – Варианты расчетных схем на кручение, лист 3

4 Задачи на изгиб

4.1 Последовательность решения задачи на изгиб

1. Определить реакции опор балки.
2. Вычислить внутренние силовые факторы и построить их эпюры.
3. Определить опасное сечение балки.
4. Из условий прочности, по нормальным напряжениям, при $[\sigma] = 100$ МПа определить осевой момент сопротивления в опасном сечении балки. По найденному значению момента сопротивления, по сортаменту подобрать сечения соответствующего профиля, указанного в задании (C – швеллер, I – двутавр, II – двутавровое сечение, состоящее из двух швеллеров, K – коробчатое сечение, состоящее из двух швеллеров).

4.2 Пример решения задачи на изгиб

При изгибе в поперечных сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора (ВСФ) – изгибающий момент M_x и поперечная сила F_y [1].

Поперечная сила F_y (Q) есть равнодействующая внутренних сил упругости, действующих в плоскости поперечного сечения, она равна алгебраической сумме внешних сил, приложенных перпендикулярно к балке по одну сторону от сечения. Поперечная сила имеет положительное значение, если для левой части балки равнодействующая внешних сил направлена вверх, а для правой – вниз, и отрицательное при противоположном направлении.

Изгибающий момент M_x (M_{II}) является моментом внутренних сил упругости, он равен алгебраической сумме моментов внешних сил, относительно центра тяжести сечения, действующих по одну сторону от данного сечения. Он считается положительным, если в рассматриваемом сечении балка изгибается выпуклостью вниз, и отрицательным, если балка изгибается выпуклостью вверх.

Изгибающий момент представляет собой равнодействующий момент нормальных напряжений в поперечном сечении. Поперечная сила является равнодействующей касательных напряжений в поперечном сечении. Наиболее опасными при изгибе являются нормальные напряжения.

Условие прочности при изгибе [1]:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad (3)$$

где σ – нормальное напряжение;

M_x – изгибающий момент;

W_x – осевой момент сопротивления;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Внутренние силовые факторы определяются **методом сечений**:

- разрезать стержень или систему стержней;
- отбросить одну часть;
- приложить в сечении усилия, способные уравновесить внешние силы, действующие на отсеченную часть;

– найти значения усилий из уравнений равновесия.

При построении эпюр ВСФ используют правила:

- на эпюре сил в местах приложения сосредоточенных сил имеются скачки, равные этим силам;

- на эпюре моментов в местах приложения сосредоточенных моментов имеются скачки, равные этим моментам.

При решении задач на изгиб схема нагружения, эпюры поперечных сил и изгибающих моментов выполняются одна под другой на одном листе, что позволяет оценивать правильность расчетов (рисунок 7).

Исходные данные для примера задачи на изгиб приведены в таблице 4. Таблица 4 – Исходные данные для примера задачи на изгиб

a	b	c	F	q	M_2	$[\sigma]$
3,5 м	2 м	3 м	10 Кн	30 Кн/м	20 кН·м	100 МПа

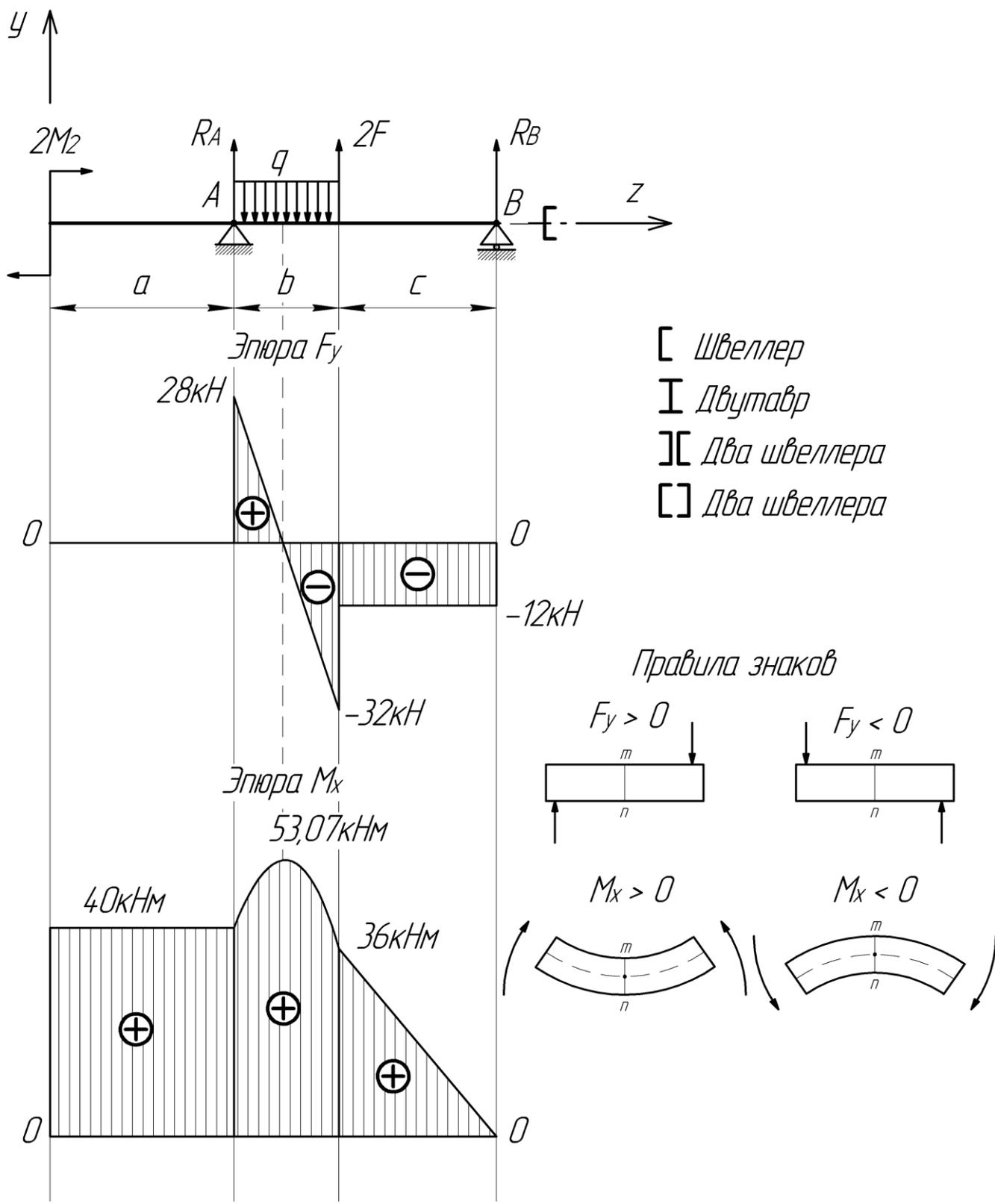


Рисунок 7 – К решению задачи на изгиб

4.2.1 Определение реакций опор балки

Горизонтальная реакция $H_A = 0$, так как нет горизонтальных сил.

Направив произвольно реакции опор в точках A и B вверх [2,3], составим уравнения равновесия моментов относительно точек A и B .

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ -2M_2 - R_A \overbrace{(b+c)} &+ 2Fc + qb \overbrace{(0,5b)} &= 0, \\ R_A &= \frac{qb \overbrace{(0,5b)} + 2M_2 - 2Fc}{b+c} = \\ &= \frac{30 \cdot 2 \cdot \overbrace{(1)} + 2 \cdot 20 - 2 \cdot 10 \cdot 3}{2+3} = 28 \text{ кН}, \\ R_A &= 28 \text{ кН}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -2M_2 - qb \overbrace{0,5b} + 2Fb + R_B \overbrace{(b+c)} &= 0, \\ R_B &= \frac{2M_2 + 0,5qb^2 - 2Fb}{b+c} = \\ &= \frac{2 \cdot 20 + 0,5 \cdot 30 \cdot 4 - 2 \cdot 10 \cdot 2}{2+3} = 12 \text{ кН}, \\ R_B &= 12 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Положительное значение реакций опор говорит о том, что направление реакций опор выбрано правильно [1].

Если реакция опоры получилась отрицательной, необходимо [3]:

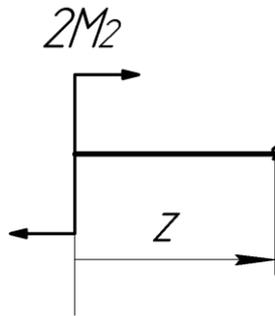
- 1) записать словами «Меняем направление реакции в точке «А(В)»»;
- 2) зачеркнуть на схеме неверное направление и указать верное;
- 3) записать значение реакции опоры с положительным знаком.

Проверка, обязательная:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0, \\ R_A - qb + 2F + R_B &= 0, \\ 28 - 30 \cdot 2 + 2 \cdot 10 + 12 &= 0, \\ 0 &\equiv 0 \Rightarrow \text{реакции опор найдены верно}.\end{aligned}$$

4.2.2 Вычисление ВСФ и построение их эюр

1-ый участок (рисунок 8): $0 \leq z \leq a$

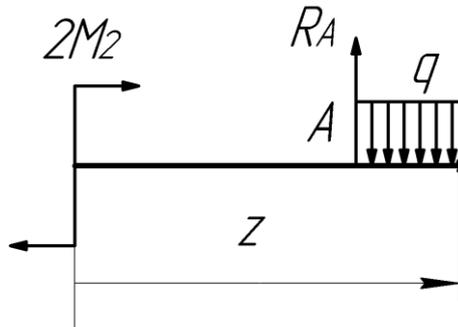


$$F_y = 0,$$

$$M_x = 2M_2 = 40 \text{ кНм.}$$

Рисунок 8 – Первый участок балки

2-ой участок (рисунок 9): $a \leq z \leq a+b$



$$F_y = R_A - q \overleftarrow{(-a)},$$

$$z = a \Rightarrow F_y = R_A = 28 \text{ кН,}$$

$$z = a + b \Rightarrow F_y = R_A - qb = 28 - 30 \cdot 2 = -32 \text{ кН.}$$

Рисунок 9 – Второй участок балки

Так как F_y меняет знак, то определим координату z , при которой $F_y = 0$.

$$R_A - q \overleftarrow{(-a)} = 0,$$

$$z = \frac{R_A}{q} + a = 4,433 \text{ м.}$$

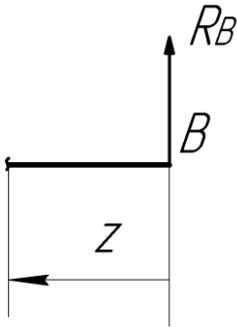
$$M_x = 2M_2 + R_A \overleftarrow{(-a)} - q \frac{\overleftarrow{(-a)}^2}{2},$$

$$z = a, \Rightarrow M_x = 2M_2 = 40 \text{ кНм,}$$

$$z = a + b, \Rightarrow M_x = 2M_2 + R_A b - \frac{qb^2}{2} = 2 \cdot 20 + 28 \cdot 2 - \frac{30 \cdot 4}{2} = 36 \text{ кНм,}$$

$$z = 4,433 \text{ м,} \Rightarrow M_x = 2M_2 + R_A \cdot \overleftarrow{4,433 - a} - \frac{q \cdot \overleftarrow{4,433 - a}^2}{2} = 53,07 \text{ кНм.}$$

3-ий участок (рисунок 10): $0 \leq z \leq c$



$$F_y = -R_B = -12 \text{ кН},$$

$$M_x = R_B z,$$

$$z = 0 \Rightarrow M_x = 0,$$

$$z = c \Rightarrow M_x = R_B c = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кНм}.$$

Рисунок 10 – Третий участок балки

По результатам расчетов строим эпюры F_y и M_x (рисунок 7).

4.2.3 Определение опасного сечения

Из условия прочности при изгибе, опасным является сечение балки, соответствующее максимальному по модулю изгибающему моменту [1]
 $M_{x \max} = 53,07 \text{ кНм}.$

4.2.4 Подбор сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

$$W_x \geq \frac{M_{x \max}}{[\sigma]},$$

$$W_x \geq \frac{53,07 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}} = 53,07 \cdot 10^4 \text{ мм}^3 = 530,7 \text{ см}^3.$$

По таблицам сортамента прокатной стали выбираем швеллер №36, у которого осевой момент сопротивления (момент сопротивления при изгибе)
 $W_x = 601 \text{ см}^3.$

(Швеллер № 33 – $W_x = 484 \text{ см}^3$, швеллер № 40 – $W_x = 761 \text{ см}^3$)

4.3 Расчетные схемы к задаче на изгиб

Расчетные схемы на изгиб приведены на рисунке 11.

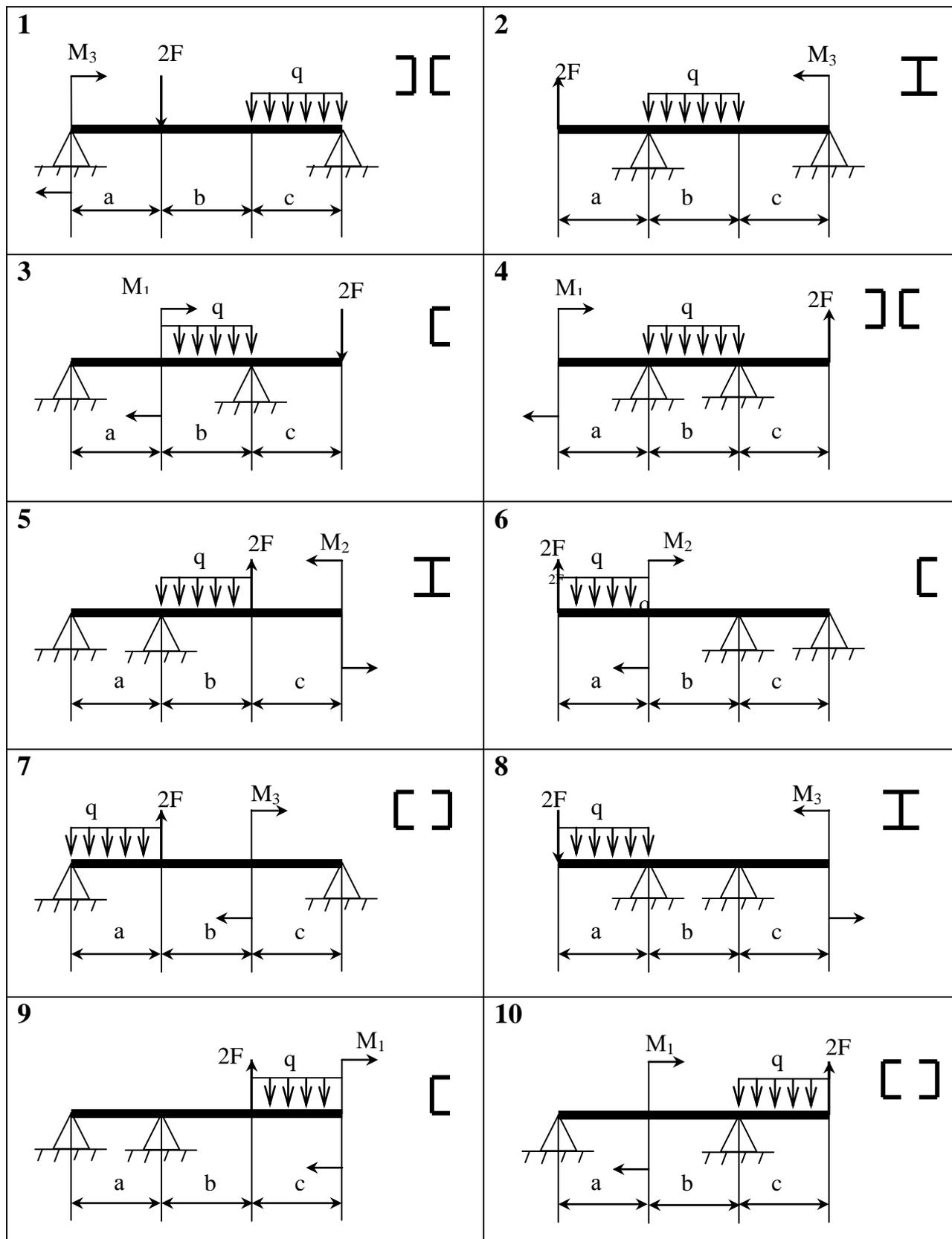


Рисунок 11 – Варианты расчетных схем на изгиб, лист 1

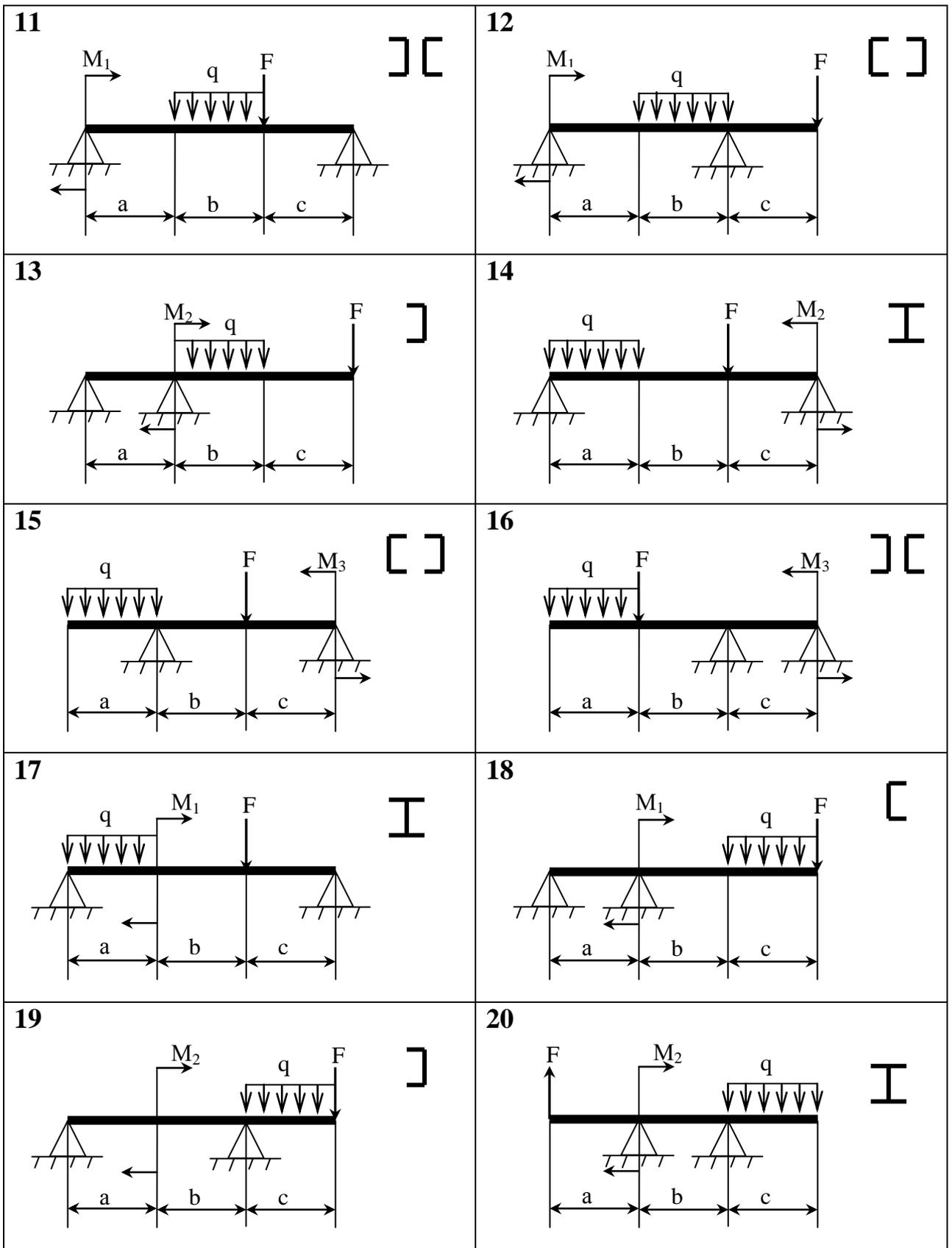


Рисунок 11 – Варианты расчетных схем на изгиб, лист 2

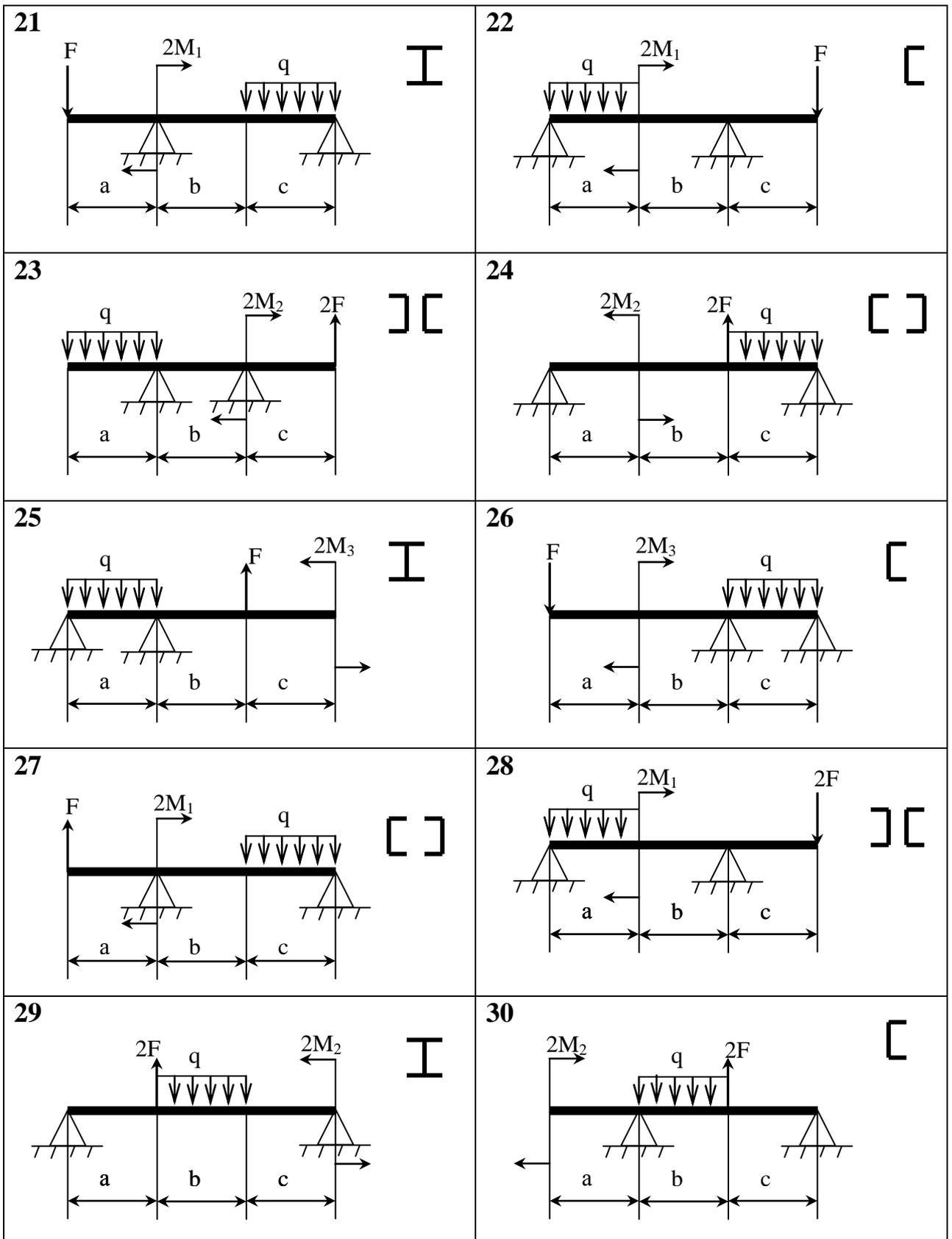


Рисунок 11 – Варианты расчетных схем на изгиб, лист 3

Список использованных источников

1 Степин, П. А. Сопротивление материалов: учебник для немашиностроительных специальностей вузов / П. А. Степин. – 7-е изд. – М.: Высшая школа, 1983. – 303 с.

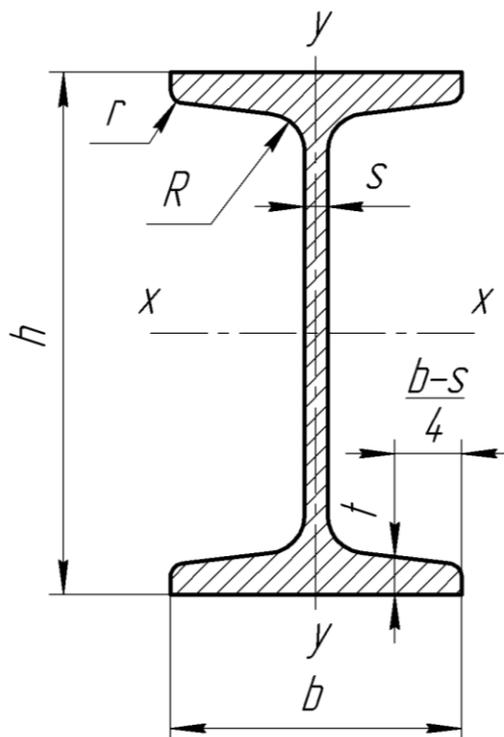
2 Сапунов, В. Г. Классический курс сопротивления материалов в решениях задач: учеб. пособие / В. Г. Сапунов. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 160 с.

3 Сборник задач по сопротивлению материалов / Качурин В. К., Беляев Н. М., Белявский Л. А., Кипнис Я. И. [и др.] / под ред. В. К. Качурина. – М.: Наука, 1970. – 432 с.

Приложение А (справочное)

Сортамент прокатной стали

Таблица А.1 – Двутавры стальные горячекатанные (из ГОСТ 8239-89)



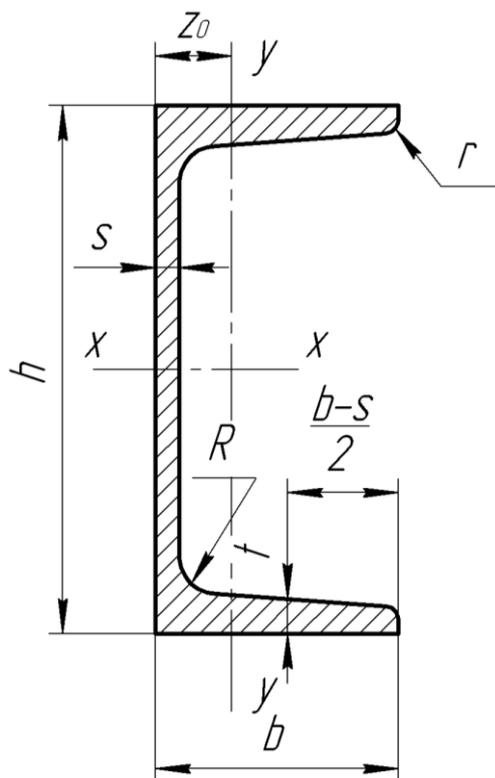
Номер двутавра	Размеры						A, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	h	b	s	t	R, r				X - X				Y - Y		
					не более				I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
мм															
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Продолжение таблицы А.1

П р и м е ч а н и я

1. Уклон внутренних граней полок должен быть 6 - 12 %.
2. Площадь поперечного сечения и масса 1 м двутавра определены по номинальным размерам, плотность стали принята равной $7,85 \text{ г/см}^3$.
3. В таблице используют обозначения:
 - А – площадь поперечного сечения;
 - h - высота двутавра;
 - b - ширина полки;
 - s - толщина стенки;
 - t - средняя толщина полки;
 - R - радиус внутреннего закругления;
 - r - радиус закругления полки
- I - момент инерции;
- W - момент сопротивления;
- S - статический момент полусечения;
- i - радиус инерции.

Таблица А.2 – Швеллеры стальные горячекатанные (из ГОСТ 8240-89)



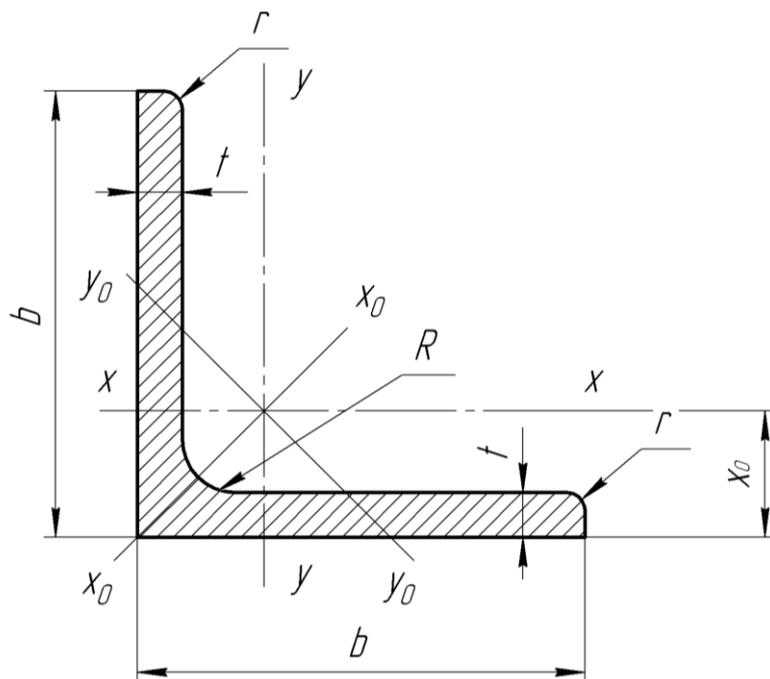
Номер швеллера	h	b	s	t	R	r	A, см ²	Масса l м, кг	Справочные значения для осей						Z ₀ , см	
					не более				X - X			Y - Y				
					мм				I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³		i _y , см
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75

Продолжение таблицы А.2

П р и м е ч а н и я

1. Уклон внутренних граней полок 4 – 10 %
2. Площадь поперечного сечения и масса 1 м швеллера определены по номинальным размерам, плотность стали принята равной $7,85 \text{ г/см}^3$.
3. В таблице используют обозначения:
А – площадь поперечного сечения;
 h – высота швеллера;
 b - ширина полки;
 s - толщина стенки;
 t - толщина полки;
 R - радиус кривизны;
 r - радиус закругления полки;
 Z_0 - расстояние от оси $Y - Y$ до наружной грани стенки.
 I - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 S - статический момент полусечения;
 i - радиус инерции.

Таблица А.3 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные
(из ГОСТ 8509-86)



Номер уголка	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	<i>A</i> , см ²	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						<i>x - x</i>			<i>x₀ - x₀</i>		<i>y₀ - y₀</i>			<i>I_{xy}</i> , см ⁴	<i>x₀</i> , см	
						<i>I_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>I_{x0 max}</i> , см ⁴	<i>i_{x0 max}</i> , см	<i>I_{y0 min}</i> , см ⁴	<i>W_{y0}</i> , см ³	<i>i_{y0 min}</i> , см			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
		4	3,5	1,2	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4	3,5	1,2	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
2,8	28	3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4	4,5	1,5	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
		4	4,5	1,5	2,67	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10
		5	4,5	1,5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5	5,0	1,7	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5	5,0	1,7	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4	5,5	1,8	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5	5,5	1,8	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
		6	5,5	1,8	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47

Продолжение таблицы А.3

Номер уголка	b	t	R	r	A, см ²	Справочные значения величин для осей										Масса l м, кг
						x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	x ₀ , см	
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	I _{x0 max} , см ⁴	i _{x0 max} , см	I _{y0 min} , см ⁴	W _{y0} , см ³	i _{y0 min} , см			
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5	6,0	2,0	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5	7,0	2,3	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6	7,0	2,3	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5	8,0	2,7	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6	8,0	2,7	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7	8,0	2,7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8	8,0	2,7	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	7,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		6	9,0	3,0	8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
		7	9,0	3,0	10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
		8	9,0	3,0	11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
		9	9,0	3,0	12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6	9,0	3,0	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7	9,0	3,0	10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8	9,0	3,0	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		7	10,0	3,3	12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9	10,0	3,3	15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7	12,0	4,0	13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
		8	12,0	4,0	15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
		12	12,0	4,0	22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
		14	12,0	4,0	26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,00	2,99	20,63
		16	12,0	4,0	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8	12,0	4,0	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172,00	3,36	15,46
		9	14,0	4,6	22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30
		10	14,0	4,6	24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10
		12	14,0	4,6	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68
		14	14,0	4,6	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20
		16	14,0	4,6	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,00	3,68	29,65
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,76	19,41
		10	14,0	4,6	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45
		12	14,0	4,6	32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,33	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67
		11	16,0	5,3	34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02
		12	16,0	5,3	37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	29,35
		14	16,0	5,3	43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	34,20
		16	16,0	5,3	49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52
		18	16,0	5,3	54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01
		20	16,0	5,3	60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,41
18	180	11	16,0	5,3	38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47
		12	16,0	5,3	42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12

Продолжение таблицы А.3

Номер уголка	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	<i>A</i> , см ²	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						<i>x - x</i>			<i>x₀ - x₀</i>		<i>y₀ - y₀</i>			<i>I_{xy}</i> , см ⁴	<i>x₀</i> , см	
						<i>I_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>I_{x0 max}</i> , см ⁴	<i>i_{x0 max}</i> , см	<i>I_{y0 min}</i> , см ⁴	<i>W_{y0}</i> , см ³	<i>i_{y0 min}</i> , см			
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073,00	5,37	36,97
		13	18,0	6,0	50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,00	5,42	39,92
		14	18,0	6,0	54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,00	5,46	42,80
		16	18,0	6,0	61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,00	5,54	48,65
		20	18,0	6,0	76,54	2871,47	200,37	6,12	4860,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,00	5,70	60,08
		25	18,0	6,0	94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,00	5,89	74,02
		30	18,0	6,0	111,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,00	6,07	87,56
22	220	14	21,0	7,0	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,00	5,91	47,40
		16	21,0	7,0	68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869,00	6,02	53,83
25	250	16	24,0	8,0	78,40	4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	2775,00	6,75	61,55
		18	24,0	8,0	87,72	5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089,00	6,83	68,86
		20	24,0	8,0	96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395,00	6,91	76,11
		22	24,0	8,0	106,12	6270,32	348,26	7,69	9961,30	9,69	2579,04	260,52	4,93	3691,00	7,00	83,31
		25	24,0	8,0	119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119,00	7,11	93,97
		28	24,0	8,0	133,12	7716,86	434,25	7,61	12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527,00	7,23	104,50
		30	24,0	8,0	141,96	8176,82	462,11	7,59	12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	4788,00	7,31	111,44
		35	24,0	8,0	163,71	9281,05	530,11	7,53	14682,73	9,47	3879,37	366,13	4,87	5401,68	7,53	128,51

П р и м е ч а н и я

1. Площадь поперечного сечения и масса 1 м уголка равнополочного определены по номинальным размерам, плотность стали принята равной 7,85 г/см³.

2. В таблице используют обозначения:

A – площадь поперечного сечения;

b - ширина полки;

t - толщина полки;

R - радиус внутреннего закругления;

r - радиус закругления полки;

F - площадь поперечного сечения;

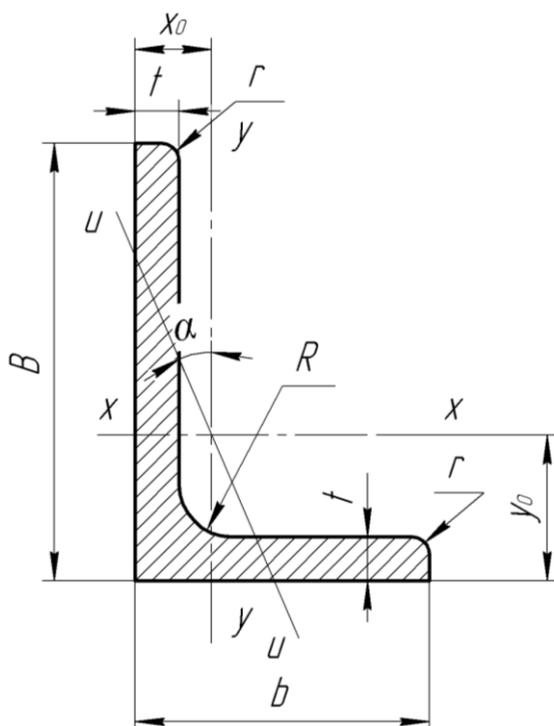
I - момент инерции;

x₀ - расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;

I_{xy} - центробежный момент инерции;

i - радиус инерции.

Таблица А.4 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные
(из ГОСТ 8510-86)



Номер уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные величины для осей						x_0 , см	y_0 , см	I_{xy} , см ⁴	Угол наклона оси, tg α	Масса 1 м уголка, кг
	B	b	t	R	r		x - x		y - y		u - u						
							I_x , см ⁴	W_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	I_{umin} , см ⁴	W_{ui} , см ³					
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,22	0,19	0,13	0,16	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91
3/2*	30	20	3			1,43	1,27	0,62	0,45	0,30	0,26	0,25	0,51	1,0	0,43	0,427	1,12
			4	1,86	1,61	0,82	0,56	0,39	0,34	0,32	0,54	1,04	0,54	3,421	1,46		
3,2/2	32	20	3	4,0	1,3	1,49	1,52	0,72	0,46	0,30	0,28	0,25	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17
			4			1,94	1,93	0,93	0,57	0,39	0,35	0,33	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52
4/2,5	40	25	3	5,0	1,7	1,89	3,06	1,14	0,93	0,49	0,56	0,41	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48
			4			2,47	3,93	1,49	1,18	0,68	0,71	0,52	0,63	1,37	1,22	0,281	1,94
			5			3,03	4,73	1,82	1,41	0,77	0,86	0,64	0,66	1,41	1,44	0,374	2,37
4/3*	40	30	4	5,5	1,8	2,67	4,18	1,54	2,01	0,91	1,09	0,75	0,78	1,28	1,68	9,544	2,26
			5			3,28	5,04	1,88	2,41	1,11	1,33	0,91	0,82	1,32	2,00	0,539	2,46
4,5/2,8	45	28	3	6,0	2,0	2,14	4,41	1,45	1,32	0,61	0,79	0,52	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68
			4			2,80	5,68	1,90	1,69	0,80	1,02	0,67	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20
5/3,2	50	32	3	7,0	2,3	2,42	6,18	1,82	1,99	0,81	1,18	0,68	0,72	1,60	2,01	0,403	1,9
			4			3,17	7,98	2,38	2,56	1,05	1,52	0,88	0,76	1,65	2,59	0,401	2,4
5,6/3,6	56	36	4	7,5	2,5	3,58	11,37	3,01	3,70	1,34	2,19	1,13	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81
			5			4,41	13,82	3,70	4,48	1,65	2,65	1,37	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46
			6			4,04	16,33	3,83	5,16	1,67	3,07	1,41	0,91	2,03	5,25	0,307	3,17
6,3/4,0	63	40	5	8,0	2,8	4,98	19,91	4,72	6,26	2,05	3,73	1,72	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
			6			5,90	23,31	5,58	7,29	2,42	4,36	2,02	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
			8			7,68	29,60	7,22	9,15	3,12	5,58	2,60	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03
6,5/5*	65	50	5	8,5	3,0	5,56	23,41	5,20	12,08	3,23	6,41	2,68	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36
			6			6,60	27,46	6,16	14,12	3,82	7,52	3,15	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18
			7			7,62	31,32	7,08	16,05	4,38	8,60	3,59	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98
			8			8,62	35,00	7,99	18,88	4,93	9,65	4,02	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77
7/4,5	70	45	5	9,0	3,5	5,59	27,76	5,88	9,05	2,62	5,34	2,20	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39

Продолжение таблицы А.4

Номер уголка	мм					Пло- щадь попе- речного сечения , см ²	Справочные величины для осей						<i>x</i> ₀ см	<i>y</i> ₀ см	<i>I</i> _{xy} см ⁴	Угол нак- лона оси, tgα	Масс а 1 м уголка, кг
	<i>B</i>	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		<i>x - x</i>		<i>y - y</i>		<i>u - u</i>						
							<i>I</i> _x , см ⁴	<i>W</i> _x , см ³	<i>I</i> _y , см ⁴	<i>W</i> _y , см ³	<i>I</i> _{umin} , см ⁴	<i>W</i> _u , см ³					
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,81	6,81	12,47	3,25	7,24	2,73	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
			6			7,25	40,92	8,08	14,60	3,85	8,48	3,21	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
			7*			8,37	46,77	9,31	16,61	4,43	9,69	3,69	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
			8			9,47	52,38	10,52	18,52	4,88	10,87	4,14	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43
8/5	80	50	5	8,0	2,7	6,36	41,64	7,71	12,68	328	7,57	2,75	1,13	2,60	13,20	0,387	4,49
			6			7,55	46,98	9,15	14,85	3,88	8,88	3,24	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
8/6*	80	60	6	8,0	2,7	8,15	52,06	9,42	25,18	5,58	13,61	4,66	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
			7			9,42	59,61	10,87	28,74	6,43	15,58	5,34	1,53	7,52	24,01	0,546	7,39
			8			10,67	66,88	12,38	32,15	7,26	17,49	5,99	1,57	2,56	26,83	0,544	8,37
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0	7,86	65,28	10,74	19,67	4,53	11,77	3,81	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6			8,54	70,58	11,66	21,22	4,91	12,70	4,12	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
			8			11,18	90,87	15,24	27,08	6,39	16,29	5,32	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	98,29	14,52	30,58	6,27	18,20	5,27	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	16,78	34,99	7,23	20,83	6,06	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8			12,57	126,96	19,01	39,21	8,17	23,38	6,82	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
10/6,5*	100	65	10	10,0	3,3	15,47	153,95	23,32	47,18	9,99	28,34	8,31	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
			7			11,23	114,05	16,87	38,32	7,70	22,77	6,43	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
			8			12,73	128,31	19,11	42,96	8,70	25,24	7,26	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
11/7	110	70	10	10,0	3,3	15,67	155,52	23,45	51,68	10,64	30,60	8,83	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
			6,5			11,45	142,42	19,11	45,61	8,42	26,94	7,05	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
			8			13,93	171,54	23,22	54,64	10,20	32,31	8,50	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	226,53	26,67	73,73	11,89	43,40	9,96	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	225,62	30,26	80,95	13,47	48,82	11,25	1,84	4,05	84,10	0,406	12,53
			10			19,70	311,61	37,27	100,47	16,52	59,33	13,74	1,92	4,14	102,0	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	116,84	19,46	69,47	16,11	2,00	4,22	118,0	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	363,68	38,25	119,79	17,19	70,27	14,39	2,03	4,49	121,0	0,411	4,13
			10			22,24	444,45	47,19	145,54	21,14	85,51	17,58	2,12	4,58	147,0	0,400	17,46
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	605,97	56,04	186,03	23,96	110,40	20,01	2,24	5,19	194,0	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	61,91	204,09	26,42	121,16	22,02	2,28	5,23	213,0	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	238,75	31,23	142,14	25,93	2,36	5,32	249,0	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	271,60	35,89	162,49	29,75	2,43	5,40	282,0	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14,0	4,7	28,33	952,28	78,59	276,37	32,27	165,44	26,96	2,44	5,83	295,0	0,376	22,20
			12			33,69	1122,56	93,33	324,09	38,20	194,28	31,83	2,52	5,97	348,0	0,374	26,40
			11			34,87	1449,02	107,31	446,36	45,98	263,84	38,27	2,79	6,50	465,0	0,392	27,37
20/12,5	200	125	12	14,0	4,7	37,89	1568,19	116,51	481,93	49,85	285,04	41,45	2,83	6,54	503,0	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	134,64	550,77	57,43	326,54	47,57	2,91	6,62	575,0	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	152,41	616,66	64,83	366,99	53,56	2,99	6,71	643,0	0,388	39,07

Продолжение таблицы А.4

Примечания

1. Площадь поперечного сечения и справочные величины вычислены по номинальным размерам. При вычислении массы 1 м уголка плотность стали принята равной $7,85 \text{ г/см}^3$.

2. В таблице используют обозначения:

B - ширина большей полки;

b – ширина меньшей полки;

l - толщина полки;

R - радиус внутреннего закругления;

r - радиус закругления полок;

I - момент инерции;

i - радиус инерции;

x_0, y_0 - расстояние от центра тяжести до наружных граней полок;

I_{xy} - центробежный момент инерции.