Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра электро- и теплоэнергетики

В.М. Нелюбов

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАССЫ ЛЭП ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по программам высшего образования по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Оренбург
2018

УДК 621.311(076.5)
ББК 31.279я7
Н49

Рецензент – доцент, кандидат технических наук В.Б. Шлейников

Нелюбов, В.М.
Н 49 Выбор оптимальной трассы ЛЭП внешнего электроснабжения : методические указания / В.М. Нелюбов ; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2018

В методических указаниях рассмотрены вопросы применения метода динамического программирования для оптимального проектирования трассы электрической сети в анизотропной среде.

Методические указания предназначены для обучающихся по программам высшего образования по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника по дисциплине «Системы автоматизированного проектирования электроснабжения».

УДК 621.311(076.5)
ББК31.279я7

© Нелюбов В.М., 2018
© ОГУ, 2018

Содержание

Введение

Настоящие методические рекомендации посвящены применению метода динамического программирования для задач многошагового оптимального проектирования, задачи выбора оптимальной трассы электрической сети (линии электропередачи) в условиях неоднородной местности (анизотропной среды).

Методические указания предназначены для обучающихся по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника при выполнении контрольной работы по дисциплине «Системы автоматизированного проектирования электроснабжения.

1 Метод динамического программирования

Задачи математического программирования, решение которых можно представить в виде многошагового процесса, называют динамическими [1].

Основу решения задач этого класса составляет принцип оптимальности Беллмана, в соответствии с которым «оптимальное поведение обладает тем свойством, что каковы бы ни были первоначальное состояние и первоначальное решение, последующее решение должно определять оптимальное поведение относительно состояния, полученного в результате первоначального решения». Этот принцип позволяет для задач со многими ограничениями и большим числом переменных получать решения более экономные с вычислительной точки зрении, чем по методу полного перебора вариантов. Сущность метода динамического программирования (МДП) состоит в замене одной задачи со многими переменными множеством последовательно решаемых задач с существенно меньшим числом переменных.

Для применения МДП не имеет значения, протекает ли оптимизационный процесс во времени, в пространстве или вообще представляет собой формальную процедуру. Его применение требует лишь соблюдения двух условий [2]:

– оптимизируемый процесс должен расчленяться на шаги и обладать марковским свойством, согласно которому изменение состояния оптимизируемой системы, начиная с состояния Si, должно зависеть только от этого состояния и последующих управляющих воздействий, но не от предшествующих состояний (S_{i-1} S_{i-2});

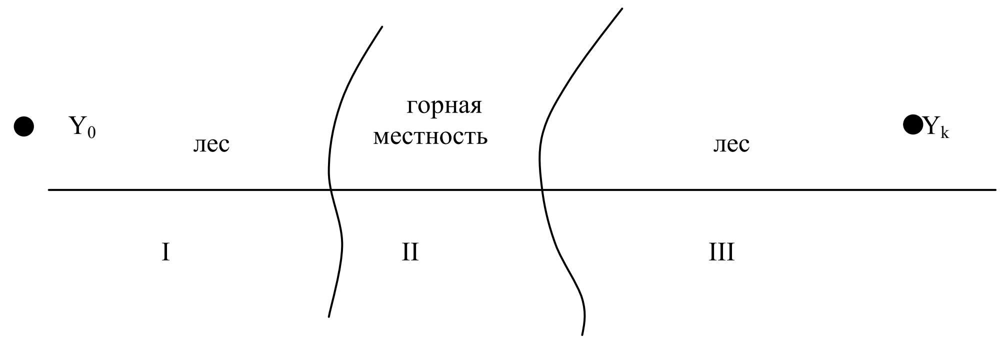
– критерий оптимальности должен быть аддитивным относительно искомых переменных с тем, чтобы его можно было представить суммой частных значений этого критерия, рассматриваемых на отдельных шагах.

Достоинством метода является возможность получения решения для полиэкстремальных задач, при дискретности переменных, недифференцируемости целевой функции и многошаговой характере решения. Недостаток МДП связан с большим объемом накапливаемой промежуточной информации в памяти ЭВМ. Однако возможности современных ЭВМ, и более совершенные алгоритмические способы позволяют обойти эту трудность.

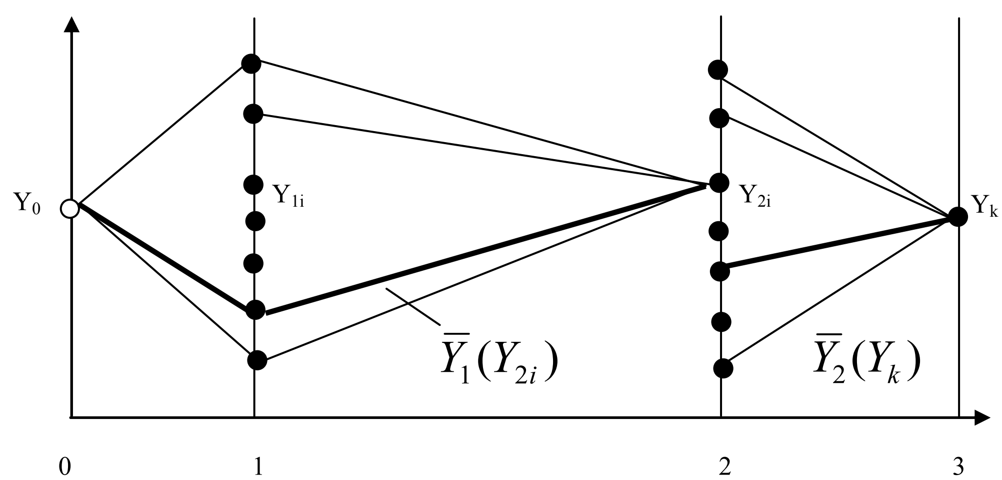
Задачи выбора оптимального пути связаны с поиском оптимальных траекторий, перемещения в пространстве и во времени из одной исходной точки Y_0 в конечную $Y_к$. К таким задачам относится, например, выбор оптимальной трассы ЛЭП от возможных источников питания до ГПП предприятия.

2 Постановка задачи

Выбор трассы ЛЭП при проектировании в анизотропной среде формулируется как задача выбора оптимального пути и решается методом динамического программирования.



а)



б)

Рисунок 1

Для электроснабжения предприятия (пункт-$Y_к$) планируется построить ЛЭП, питающуюся от районной подстанции узла Y_0 (рис 1). Местность, по которой должна проходить трасса ЛЭП, является неоднородной и определяет технические условия на каждом возможном участке трассы. Принимаемые технические решения определяют приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию ЛЭП. Требуется выбрать трассу таким образом, чтобы минимизировать эти затраты. Примем, что в пределах участков (I, II и III) с границами 1,2 и 3 трасса ЛЭП прямолинейна. Представим задачу как управляемый процесс принятия решений, в котором многошаговость формулируется по числу границ. На границах выделим точки, через которые может проходить ЛЭП, и обозначим их Y_{ki} (k – индекс границы, i – номер точки на этой границе). Удельные затраты для каждого участка местности различны, а для горного (II) участка каждый вариант трассы будет дополнительно характеризоваться некоторым весовым коэффициентом.

На первом шаге (к = 1) рассматриваются все варианты прохождения ЛЭП через участок 1 (рис. 1), т, е, через точки Y_0 и Y_{1i}. Обозначим затраты на варианты ЛЭП при прохождении этого участки через $З_1(Y_{1i},Y_0)$. На втором шаге в рассмотрение включается второй участок, где для каждой точки Y_{2i} границы 2 анализируются все возможные переходы из точек Y_{1i} границы 1. Этому будут соответствовать затраты $З_2(Y_{2i},Y_{1i})$.

Из всех намеченных возможных вариантов перехода из Y_{1i} в Y_{2i} фиксируется тот, для которого имеет место min $(З_1 + З_2)$, который определяется уравнением

$$Z_2(Y_{2i}) = \min_{Y_{1i}} \{З_2(Y_{2i};Y_{1i}) + З_1(Y_{1i};Y_0)\} \tag{1}$$

Необходимо запомнить $Z_2(Y_{2i})$ и точку Y_{1i} (обозначенную $\bar{Y}_1(Y_{2i})$для которой достигаются минимальные затраты. Далее аналогично поступают для всех остальных точек Y_{2i}.

По окончании второго шага становятся известными все оптимальные трассы, проходящие через соответствующие точки границы 2, Поскольку на третьем шаге по условиям задачи имеется только одна точка $Y_к$ (или Y_{31}), то, просматривая все допустимые переходы из точек границы 2 в эту точку, обнаруживаем такую точку $\bar{Y}_2(Y_к)$, которая обеспечивает минимальные затраты. Она находится из функционального уравнения

$$Z_3(Y_{31}) = \min_{Y_{2i}} \{З_3(Y_{31};Y_{2i}) + Z_2(Y_{2i})\} \tag{2}$$

Участки, соответствующие оптимальному решению, выделены на рис. 1 жирными линиями.

Обобщение полученного решения в виде рекуррентных уравнений Беллмана для задач выбора оптимального пути имеют вид

$$Z_j(Y_{ji}) = \min_{Y_{j-1k}} \{З_j(Y_{ji};Y_{(j-1)k}) + Z_{j-1}(Y_{(j-1)k})\} \tag{3}$$

при j = 2, 3, …, N и $Z_1(Y_{1i}) = З_1(Y_{1i},Y_0)$. Здесь - $З_j(Y_{ji};Y_{(j-1)k})$ – функция качества перехода из k-го узла (j-1)-й вертикали в i узел вертикали j.

Обычно интерес представляет не столько оптимальное значение целевой функции, сколько соответствующие значения параметров задачи. Поэтому затраты $Z_j(Y_{ji})$ вычисляют на прямом ходе алгоритма МДП,), а $\bar{Y}_{j-1}(Y_{ji})$ – на обратном его ходе для нахождения значений искомых переменных.

3 Пример решения задачи

В таблице 1 приведены исходные данные (затраты на участках сети в относительных единицах) для задачи поиска оптимальной топологии сети с пятью границами (1-5).

Таблица 1

Y_0	$З_1(Y_{1i},Y_0)$	Y_{1i}	$З_2(Y_{2i},Y_{1i})$	Y_{2i}		$З_3(Y_{3i},Y_{2i})$	Y_{3i}		$З_4(Y_{4i},Y_{3i})$	Y_{4i}		$З_5(Y_5,Y_{4i})$	Y_5
			4	21		9	31		7	41			
	7	11	**11**	22	21	5	32		8	42	41	18	
			5	23		9	33	31	9	43			
			6	21		12	31		5	41			
0	6	12	**7**	22	22	5	32		9	42	42	17	5
			4	23		9	33	32	6	43			
			10	21		12	31		6	41			
	6	12	**3**	22	23	5	32		2	42	43	18	
			7	23		4	33	33	11	43			

На рисунке 2 представлена задача в графическом виде. Вершины графа отображаются номерами точек на границах прохождения трасс, а на ребрах нанесены значения затрат при прохождении трассы между соответствующими точками.

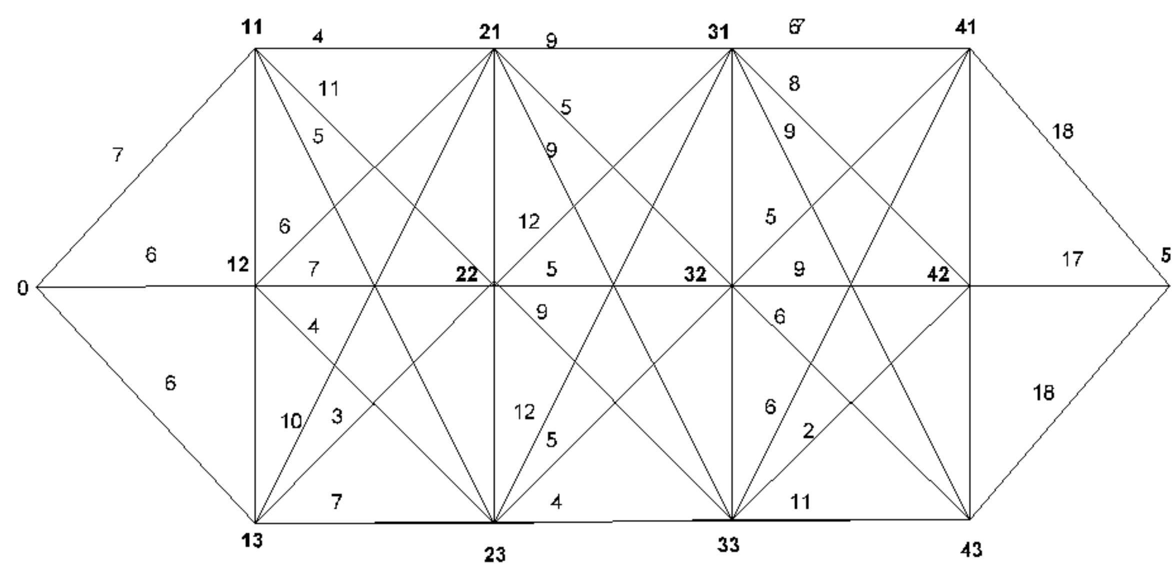


Рисунок 2

Будем искать оптимальную топологию с использованием табличной формы (Таблица 2). Переносим в таблицу 2 исходные данные из Таблицы 1

Таблица 2

Y_0	$З_1(Y_{1i},Y_0)$	Y_{1i}	$З_2(Y_{2i},Y_{1i})$	Y_{2i}	$З_1(Y_{1i},Y_0)+З_2(Y_{2i},Y_{1i})$	$\frac{Z_2(Y_{2i})}{Y_{1i}}$	Y_{2i}	$З_3(Y_{3i},Y_{2i})$	Y_{3i}	$З_3(Y_{3i},Y_{2i})+Z_2(Y_{2i})$	$\frac{Z_3(Y_{3i})}{Y_{2i}}$	Y_{3i}	$З_4(Y_{4i},Y_{3i})$	Y_{4i}	$З_4(Y_{4i},Y_{3i})+Z_3(Y_{3i})$	$\frac{Z_4(Y_{4i})}{Y_{3i}}$	Y_{4i}	$З_5(Y_{5i},Y_{4i})$	Y_5	$З_5(Y_{5i},Y_{4i})+Z_4(Y_{4i})$	$\frac{Z_5(Y_{5i})}{Y_{4i}}$	Y_5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
			4	21	**11**			9	31				7	41								
	7	11	**11**	22	**18**	**11**/11	21	5	32			31	8	42			41	18				
			5	23	**12**			9	33				9	43								
			6	21	**12**			12	31				5	41								
0	**6**	12	**7**	22	**13**		22	5	32			32	9	42			42	17	5			5
			4	23	**10**			9	33				6	43								
			10	21	**16**			12	31				6	41								
	6	13	**3**	22	**9**		23	5	32			33	2	42			43	18				
			7	23	**13**			4	33				11	43								

На первом шаге (к = 1) рассматриваются все варианты прохождения ЛЭП через участок 1, т, е, через точки Y_0 и Y_{1i}. Затраты на варианты ЛЭП при прохождении этого участки – $З_1(Y_{1i},Y_0)$ – колонка 2 (Таблица 3). На втором шаге (к=2) рассматриваем второй участок, где для каждой точки Y_{2i} границы 2 анализируются все возможные переходы из точек Y_{1i} границы 1. Этому будут соответствовать затраты $З_2(Y_{2i},Y_{1i})$ – колонка 4.

Производим суммирование $З_1(Y_{1i},Y_0)$+ $З_2(Y_{2i},Y_{1i})$ и результаты заносим в колонку 6. Для каждой точки границы 2 (точки 21, 22, 23) находим минимум этой суммы. Так для точки 21 имеем затраты (11, 12 и 16) соответственно при переходах через точки 11, 12 и 13. Минимальное значение затрат составляет 11 относительных единиц, при переходе в точку 21 через точку 11. Заносим в колонку 7 через дробь эти величины $\frac{Z_2(Y_{2i})}{Y_{1i}}$ 11/11.

Аналогично для точек 22 и 23 заполняем соответствующие строки столбца 7.

Таблица 3

Y_0	$З_1(Y_{1i},Y_0)$	Y_{1i}	$З_2(Y_{2i},Y_{1i})$	Y_{2i}	$З_1(Y_{1i},Y_0)+З_2(Y_{2i},Y_{1i})$	$\frac{Z_2(Y_{2i})}{Y_{1i}}$	Y_{2i}	$З_3(Y_{3i},Y_{2i})$	Y_{3i}	$З_3(Y_{3i},Y_{2i})+Z_2(Y_{2i})$	$\frac{Z_3(Y_{3i})}{Y_{2i}}$	Y_{3i}	$З_4(Y_{4i},Y_{3i})$	Y_{4i}	$З_4(Y_{4i},Y_{3i})+Z_3(Y_{3i})$	$\frac{Z_4(Y_{4i})}{Y_{3i}}$	Y_{4i}	$З_5(Y_{5i},Y_{4i})$	Y_5	$З_5(Y_{5i},Y_{4i})+Z_4(Y_{4i})$	$\frac{Z_5(Y_{5i})}{Y_{4i}}$	Y_5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
			4	21	**11**			9	31				7	41								
	7	11	**11**	22	**18**	**11**/11	21	5	32			31	8	42			41	18				
			5	23	**12**			9	33				9	43								
			6	21	**12**			12	31				5	41								
0	**6**	12	**7**	22	**13**	**9**/13	22	5	32			32	9	42			42	17	5			5
			4	23	**10**			9	33				6	43								
			10	21	**16**			12	31				6	41								
	6	13	**3**	22	**9**	**10**/12	23	5	32			33	2	42			43	18				
			7	23	**13**			4	33				11	43								

Аналогично применяем процедуру при к=3,4,5. (Таблица 4)

Таблица 4

<table>
<tr><th>Y_0</th><th>$З_1(Y_{1i},Y_0)$</th><th>Y_{1i}</th><th>$З_2(Y_{2i},Y_{1i})$</th><th>Y_{2i}</th><th>$З_1(Y_{1i},Y_0)+З_2(Y_{2i},Y_{1i})$</th><th>$\frac{Z_2(Y_{2i})}{Y_{1i}}$</th><th>$Y_{2i}$</th><th>$З_3(Y_{3i},Y_{2i})$</th><th>$Y_{3i}$</th><th>$З_3(Y_{3i},Y_{2i})+Z_2(Y_{2i})$</th><th>$\frac{Z_3(Y_{3i})}{Y_{2i}}$</th><th>$Y_{3i}$</th><th>$З_4(Y_{4i},Y_{3i})$</th><th>$Y_{4i}$</th><th>$З_4(Y_{4i},Y_{3i})+Z_3(Y_{3i})$</th><th>$\frac{Z_4(Y_{4i})}{Y_{3i}}$</th><th>$Y_{4i}$</th><th>$З_5(Y_{5i},Y_{4i})$</th><th>$Y_5$</th><th>$З_5(Y_{5i},Y_{4i})+Z_4(Y_{4i})$</th><th>$\frac{Z_5(Y_{5i})}{Y_{4i}}$</th><th>$Y_5$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td></tr>
<tr><td rowspan="9">0</td><td rowspan="3">7</td><td rowspan="3">11</td><td>4</td><td>21</td><td>11</td><td rowspan="3">11/11</td><td rowspan="3">21</td><td>9</td><td>31</td><td>20</td><td rowspan="3">20/21</td><td rowspan="3">31</td><td>7</td><td>41</td><td>27</td><td rowspan="3">19/32</td><td rowspan="3">41</td><td rowspan="3">18</td><td rowspan="9">5</td><td rowspan="3">37</td><td rowspan="9">33/42</td><td rowspan="9">5</td></tr>
<tr><td>11</td><td>22</td><td>18</td><td>5</td><td>32</td><td>16</td><td>8</td><td>42</td><td>28</td></tr>
<tr><td>5</td><td>23</td><td>12</td><td>9</td><td>33</td><td>20</td><td>9</td><td>43</td><td>29</td></tr>
<tr><td rowspan="3">6</td><td rowspan="3">12</td><td>6</td><td>21</td><td>12</td><td rowspan="3">9/13</td><td rowspan="3">22</td><td>12</td><td>31</td><td>21</td><td rowspan="3">14/22</td><td rowspan="3">32</td><td>5</td><td>41</td><td>19</td><td rowspan="3">16/33</td><td rowspan="3">42</td><td rowspan="3">17</td><td rowspan="3">33</td></tr>
<tr><td>7</td><td>22</td><td>13</td><td>5</td><td>32</td><td>14</td><td>9</td><td>42</td><td>23</td></tr>
<tr><td>4</td><td>23</td><td>10</td><td>9</td><td>33</td><td>18</td><td>6</td><td>43</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="3">6</td><td rowspan="3">13</td><td>10</td><td>21</td><td>16</td><td rowspan="3">10/12</td><td rowspan="3">23</td><td>12</td><td>31</td><td>22</td><td rowspan="3">14/23</td><td rowspan="3">33</td><td>6</td><td>41</td><td>20</td><td rowspan="3">20/32</td><td rowspan="3">43</td><td rowspan="3">18</td><td rowspan="3">38</td></tr>
<tr><td>3</td><td>22</td><td>9</td><td>5</td><td>32</td><td>15</td><td>2</td><td>42</td><td>16</td></tr>
<tr><td>7</td><td>23</td><td>13</td><td>4</td><td>33</td><td>14</td><td>11</td><td>43</td><td>25</td></tr>
</table>

Таким образом минимальное значение затрат на оптимальную трассу сети составляет 33 относительные единицы. Находим оптимальный маршрут (трассу). Начинаем с колонки 23 из пункта 5. Минимальное значение затрат – 33 по колонке 22 достигается переходом в точку 5 через пункт 42. В колонке 18, для пункта 42 определяем, что оптимальный маршрут соответствует переходу через пункт 33. Далее по колонке 13, находим, что предшествующим пунктом оптимальной трассы является пункт 23, далее пункт 12 и наконец пункт 0.

Изобразим оптимальный граф сети:

$$0 \xRightarrow{6} 12 \xRightarrow{4} 23 \xRightarrow{4} 33 \xRightarrow{2} 42 \xRightarrow{17} 5$$

На нем числами и стрелками показан оптимальный маршрут прохождения трассы сети, а числами в окружностях затраты при соответствующих переходах от пункта к пункту.

Проверка: Сумма затрат З=6+4+4+2+17=33, что соответствует минимуму затрат (колонка 22)

На рисунке 3 жирными линиями показана оптимальная трасса сети.

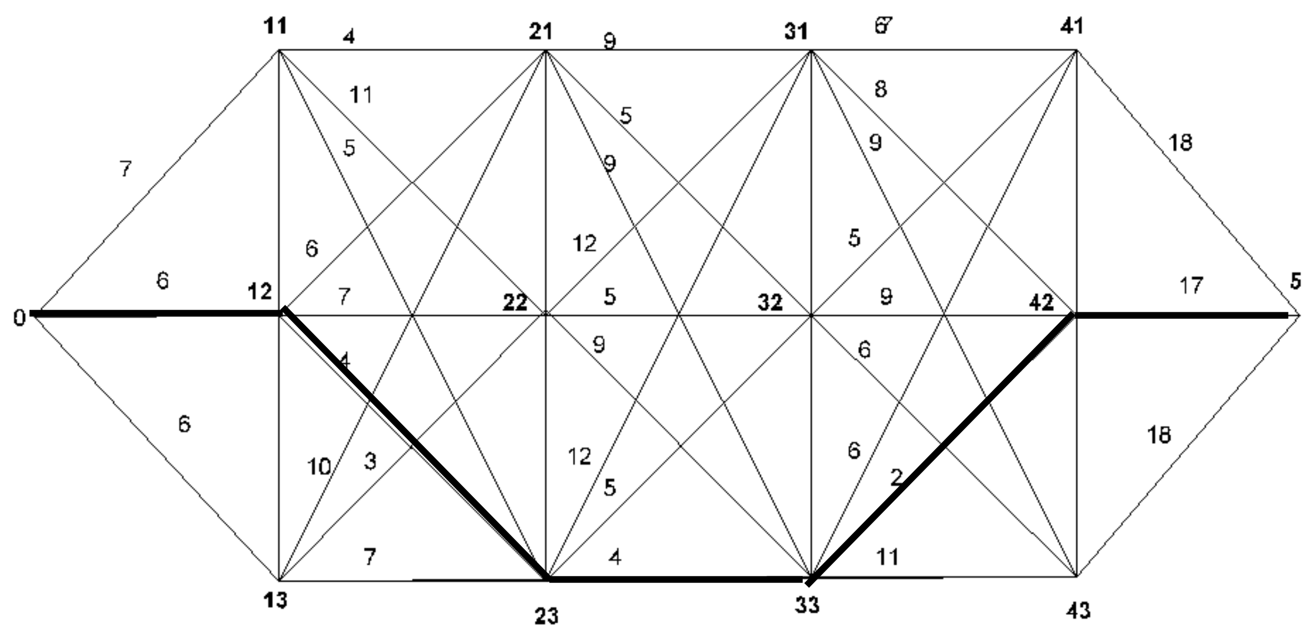


Рисунок 3

Список использованных источников

1 Проектирование систем электроснабжения: учеб. пособие для вузов / В.Н. Винославский [и др.]. – Киев : Вища шк., 1981. – 359 с.

2 Беллман, Р. Динамическое программирование и уравнения в частных производных / Беллман Р., Энджел Э., Перевод с английского С. П. Чеботарёва, Под редакцией А. М. Летова. – М. : Мир, 1974. - 203 с.