

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

А.В. Раменская, К.В. Пивоварова

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ

Методические указания

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 01.03.04 Прикладная математика, 38.03.05 Бизнес-информатика, 38.04.01 Экономика

Оренбург
2018

УДК 519.2 (076.5)
ББК 22.171я7
Р21

Рецензент – кандидат экономических наук, доцент О.Н. Яркова

Раменская, А. В.
Р21 Метод Монте-Карло и инструментальные средства его реализации : методические указания / А.В. Раменская, К.В. Пивоварова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2018. – 58 с.

Методические указания содержат описание лабораторной работы по оценке риска инвестиционного проекта методом Монте-Карло с использованием различных программных пакетов.

Методические указания к лабораторному практикуму и самостоятельной работе студентов предназначены для обучающихся по направлениям подготовки 01.03.04 Прикладная математика, 38.03.05 Бизнес-информатика, магистров направления 38.04.01 Экономика, а также других направлений связанных с имитационным моделированием в экономике.

УДК 519.2 (076.5)
ББК 22.171я7

© Раменская А.В.
Пивоварова К.В.
© ОГУ, 2018

Содержание

Введение	4
1 Теоретические аспекты реализации метода Монте-Карло	7
1.1 Описание метода Монте-Карло	7
1.2 Методы генерации случайных величин	9
2 Описание лабораторной работы	14
3 Постановка задачи.....	14
4 Порядок выполнения работы.....	15
4.1 Описание модели.....	15
4.2 Реализация метода Монте-Карло средствами MS Excel	19
4.3 Реализация метода Монте-Карло в ППП MathCAD	31
4.4 Реализация метода Монте-Карло в RStudio	40
4.5 Подбор количества имитаций.....	46
5 Содержание письменного отчета	49
6 Вопросы к защите	49
Список использованных источников	51
Приложение А (<i>обязательное</i>) Варианты исходных данных.....	53
Приложение Б (<i>обязательное</i>) Задание для самостоятельной работы	57

Введение

При анализе большинства реальных процессов в экономике и бизнесе аналитик сталкивается со случайными процессами и явлениями. Результаты экономической деятельности зависят от многих разнонаправленных факторов и должны рассматриваться как случайные величины. Одним из методов обоснования управленческих решений в условиях риска и неопределённости является метод Монте-Карло. Широкое распространение получило применение метода Монте-Карло в анализе риска инвестиционных проектов.

Целью методических указаний является демонстрация реализации метода Монте-Карло в современных пакетах прикладных программ для задачи анализа риска инвестиционного проекта.

В методических указаниях представлено описание алгоритма метода Монте-Карло, особое внимание уделено методам генерации случайных чисел. Реализация метода продемонстрирована с использованием электронных таблиц MS Excel (надстройки анализа данных), профессионального математического пакета MathCAD и бесплатного программного обеспечения RStudio.

Выполнение лабораторных работ по дисциплине «Имитационное моделирование» студентами направлений подготовки бакалавров 38.03.05 - Бизнес-информатика профили «Математические и инструментальные методы анализа экономики», «Моделирование бизнес-систем» в соответствии рабочими программами дисциплин способствует формированию следующих компетенций: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-1); способностью работать с компьютером как средством управления информацией, работать с информацией из различных источников, в том

числе в глобальных компьютерных сетях (ОПК-3); способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования (ПК-18); умение готовить научно-технические отчеты, презентации, научные публикации по результатам выполненных исследований (ПК-19).

Выполнение лабораторных работ по дисциплине «Имитационное моделирование» и «Имитационное моделирование логистических систем» студентами направления подготовки бакалавров 01.03.04 – Прикладная математика профиль «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач» в соответствии рабочей программой дисциплины способствует формированию следующих компетенций: способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования (ОПК-2); способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на электронных вычислительных машинах, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение (ПК-1); способностью и готовностью демонстрировать знания современных языков программирования, операционных систем, офисных приложений, информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть Интернет), способов и механизмов управления данными, принципов организации, состава и схемы работы операционных систем (ПК-3); готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов (ПК-10).

Выполнение лабораторной работы по дисциплине «Имитационное моделирование экономических процессов (продвинутый курс)» студентами направления подготовки магистратуры 38.04.01 Экономика профиль «Математические и инструментальные методы анализа социальных и

экономических процессов» в соответствии рабочей программой дисциплины способствует формированию следующих компетенций: способностью готовить аналитические материалы для оценки мероприятий в области экономической политики и принятия стратегических решений на микро- и макроуровне (ПК-8); способностью составлять прогноз основных социально-экономических показателей деятельности предприятия, отрасли, региона и экономики в целом (ПК-10).

1 Теоретические аспекты реализации метода Монте-Карло

1.1 Описание метода Монте-Карло

Метод Монте-Карло – численный метод решения различных задач при помощи моделирования случайных событий, основанный на получении большого числа реализаций случайных величин, которые формируются таким образом, чтобы их вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи.

Основная идея метода состоит в использовании выборки случайных чисел для получения искомых оценок. Вместо того чтобы описывать процесс с помощью аналитического аппарата (дифференциальных или алгебраических уравнений), производится «розыгрыш» случайного явления с помощью специально организованной процедуры, включающей в себя случайность и дающий случайный результат. В сущности, методом Монте-Карло может быть решена любая вероятностная задача, но оправданным он становится только тогда, когда процедура «розыгрыша» проще, а не сложнее аналитических расчетов.

В задачах исследования операций метод Монте-Карло применяют в трех основных случаях:

- при моделировании сложных, комплексных операций, где присутствует много взаимодействующих случайных факторов,
- при проверке применимости более простых аналитических методов и выяснения условий их применимости,
- в целях выработки поправок к аналитическим формулам типа «эмпирических формул» в технике.

Этапы метода

1. Установить взаимосвязи между исходными и выходными показателями в виде математической модели. На этом этапе вводятся

параметры модели, которые будут являться случайными величинами.

2. Задать законы распределения вероятностей для ключевых параметров модели. При необходимости учесть, что некоторые параметры модели являются коррелированными. Законы распределения задаются экспертами, например, на основе имеющихся статистических данных или содержательного описания рассматриваемого процесса.

3. Провести компьютерную имитацию значений ключевых параметров модели. На этом этапе используются специальное программное обеспечение.

4. Рассчитать основные характеристики распределений исходных и выходных показателей. Проверить гипотезы о характере распределения показателей (в том числе входных, для верификации шага 3).

5. Провести анализ полученных результатов и принять решение. Строятся оценки плотности распределения и функции распределения результативного показателя. На практике наиболее часто используют следующие характеристики для выходных показателей:

- 1) математическое ожидание;
- 2) стандартное отклонение;
- 3) коэффициент вариации;
- 4) коэффициент асимметрии, эксцесса;
- 5) и др.

Остановимся подробнее на реализации шага 3. Расчеты по методу Монте-Карло могут быть реализованы в собственном программном средстве, специализированных системах имитационного моделирования (Stella, AnyLogic и т.п.), а также с использованием встроенных функций и библиотек стандартных пакетов прикладных программ (MS Excel, MathCAD, MathLab, RStudio и др.). Рассмотрим теоретические аспекты генерации СВ в памяти компьютера.

1.2 Методы генерации случайных величин

В имитационных моделях возникает тогда, когда вектор параметров θ является случайным. Рассмотрим методы получения случайных значений $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, имеющее заданное распределение вероятности $f(x)$.

Для начала рассмотрим как получить значение равномерно распределенной СВ на отрезке $[0, 1]$. В памяти ЭВМ возможна работа только с псевдослучайными числами.

Последовательности псевдослучайных чисел могут быть получены используя конгруэнтные методы.

Два целых числа A и B конгруэнтны (сравнимы) по модулю m , где m – целое число, тогда и только тогда, когда существует такое целое число k , что $A - B = k \cdot m$. Другими словами, числа A и B конгруэнтны, если разность $A - B$ делится на m и если числа A и B дают одинаковые остатки при делении на абсолютную величину числа m . Это определение записывается как

$$A = B \bmod m, \quad (1.1)$$

и читается « A конгруэнтно B по модулю m ».

Согласно линейному конгруэнтному методу, последовательность получается по следующему правилу:

$$x_{i+1} = \{a \cdot x_i + c\} \bmod m \quad (1.2)$$

где a , c , m – некоторые неслучайные константы.

Такая последовательность называется линейной конгруэнтной последовательностью. Период последовательности будет равен m только при выполнении следующих условий:

- числа c и m взаимно простые;

- $a-1$ кратно p для каждого простого p , являющегося делителем m ;
- $a-1$ кратно 4, если m кратно 4.

Выбор констант связан с разрядностью процессора и они позволяют получать достаточно длинные последовательности СВ, которые достаточны для решения большинства задач. Примеры задания констант представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Константы для линейного конгруэнтного метода

Source	m	множитель a	слагаемое c	Используемые биты
1	2	3	4	5
NumericalRecipes	2^{32}	1664525	1013904223	—
Borland C/C++	2^{32}	22695477	1	bits 30..16 in $rand()$, 30..0 in $lrand()$
ANSI C: Watcom, Digital Mars, CodeWarrior, IBM VisualAge C/C++	2^{31}	1103515245	12345	bits 30..16
BorlandDelphi, VirtualPascal	2^{32}	134775813	1	bits 63..32 of $(seed * L)$
Microsoft Visual/Quick C/C++	2^{32}	214013 (343FD ₁₆)	2531011 (269EC3 ₁₆)	bits 30..16
Microsoft Visual Basic (6 and earlier)	2^{24}	1140671485 (43FD43FD ₁₆)	12820163 (C39EC3 ₁₆)	—
RtlUniformfrom Native API	$2^{31} - 1$	2147483629 (7FFFFFFD ₁₆)	2147483587 (7FFFFFFC3 ₁₆)	—
Apple CarbonLib, C++11's <code>minstd_rand0</code>	$2^{31} - 1$	16807	0	see MINSTD
C++11's <code>minstd_rand</code>	$2^{31} - 1$	48271	0	see MINSTD
MMIX by DonaldKnuth	2^{64}	6364136223846793005	1442695040888963407	
Newlib	2^{64}	6364136223846793005	1	bits 63...32
Java	2^{48}	25214903917	11	bits 47...16

Основная итеративная формула мультипликативного конгруэнтного метода имеет вид:

$$x_i = \{c \cdot x_{i-1}\} \bmod m, \quad (1.3)$$

где c – множитель, положительное целое число.

Для $m=2^{32}$ подобрана величина множителя $c=1220703125=5^{13}$ подобрана Р. Шенноном.

После получения последовательности её элементы необходимо будет умножить на нормирующий множитель (она связана с разрядностью числа), что бы получить числа из отрезка $[0, 1]$ [3].

Перейдем к вопросу восстановления СВ распределенной по произвольному закону. Все нижеописанные методы будут основаны на использовании независимых одинаково распределенных случайных чисел, имеющих равномерное распределение на интервале $[0,1]$.

Рассмотрим метод обратных функций. Пусть необходимо получить значение x случайной величины y , имеющей непрерывную или дискретную плотность вероятности $f(x)$. Согласно методу обратных функций, сначала находится функция распределения:

$$F(x) = P\{\xi \leq x\}, \quad (1.4)$$

где $0 \leq F(x) \leq 1$ для всех значений x .

Пусть R – случайное число, полученное из равномерного на интервале $[0,1]$ распределения, и пусть F^{-1} – функция, обратная к функции F . Метод обратных функций требует выполнения следующих действий:

- 1) генерируется случайное число R из отрезка $[0,1]$;
- 2) вычисляется искомое число:

$$x = F^{-1}(R). \quad (1.5)$$

Метод обратных функций дает хорошие результаты для непрерывных распределений, функция распределения которых имеет аналитическое представление. Такие распределения, как нормальное, гамма-распределение и распределение Пуассона, к упомянутому классу не принадлежат. Для получения случайных значений, имеющих эти распределения, служат следующие методы.

Основная идея метода сверток состоит в том, чтобы выразить искомую случайную величину в виде суммы других случайных величин, для которых легко получить реализации случайных значений. Типичными среди таких распределений являются распределения Эрланга и Пуассона, которые можно получить из экспоненциального распределения.

Метод отбора разработан для получения значений случайных величин со сложными функциями плотностей вероятностей, к которым нельзя применять изложенные выше методы. Общая идея данного метода сводится к замене сложной плотности вероятности $f(x)$ более удобной, с аналитической точки зрения, плотностью вероятности $h(x)$. Затем значения, соответствующие плотности $h(x)$, используются для получения значений, соответствующих исходной плотности $f(x)$. Для плотности вероятности $f(x)$ определяем мажорирующую функцию $g(x)$, такую что:

$$f(x) \leq g(x), \quad -\infty < x < \infty. \quad (1.6)$$

Теперь определим плотность вероятности $h(x)$ путем нормализации функции $g(x)$:

$$h(x) = \frac{g(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} g(y) dy}, \quad -\infty < x < \infty. \quad (1.7)$$

В методе отбора последовательно выполняются следующие действия:

- 1) с помощью обратных функций или метода свертки получаем случайное значение $x = x_1$, соответствующее плотности вероятности $h(x)$;
- 2) генерируем случайное число R из интервала $[0,1]$;
- 3) если $R \leq f(x_1)/g(x_1)$ следует принять x_1 как искомое значение, соответствующее распределению $f(x)$. Иначе необходимо вернуться к шагу 1, отбросив значение x_1 .

Используя описанные алгоритмы, можно сгенерировать любой закон распределения, в том числе заданные эмпирически.

Нами описаны основные теоретические сведения для реализации метода статистических испытаний.

2 Описание лабораторной работы

Лабораторная работа включает в себя следующие этапы:

- постановку задачи;
- ознакомление с порядком выполнения работы;
- выполнение расчетов индивидуальных задач на компьютере и анализ результатов;
- подготовку письменного отчета с выводами по работе;
- защиту лабораторной работы.

3 Постановка задачи

Исходные данные об инвестиционном проекте приведены в таблице (см. Приложение А). Срок проекта составляет 4 года.

Таблица 3.1 – Характеристики инвестиционного проекта

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	5500		270
Цена за штуку, руб.	треугольное	180	230	210
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	100	160	130
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	2000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дискона, %	равномерное	8		16
Остоточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00005		
Начальные инвестиции	постоянная	400 000		

Провести оценку инвестиционного проекта методом Монте-Карло, для этого:

- 1) предложить математическую модель проекта;

- 2) осуществить генерацию основных параметров, согласно заданным законам распределения, используя стандартное программное обеспечение;
- 3) рассчитать вектор выходных параметров;
- 4) провести количественный и графический анализ полученных результатов;
- 5) дать экономическую интерпретацию результатов и сформулировать рекомендации.

Примечание: для направления подготовки «Прикладная математика» предполагается разработка собственного программного обеспечения на языке C++ с дружественным интерфейсом и инструментами объектно-ориентированного программирования.

4 Порядок выполнения работы

4.1 Описание модели

Анализ начинают с построения математической модели для инвестиционного проекта. Выходным параметром будет являться прибыль от реализации (ежегодный платеж по инвестиционному проекту) от факторных переменных (показателей). Допущением модели является постоянство всех параметров в течение реализации проекта. Построенная модель имеет следующий вид:

$$CF_t = (1 - T) \cdot (Q \cdot P - CV \cdot Q + A - F) \quad t = \overline{1, n - 1}, \quad (4.1)$$

где T – ставка налога на прибыль;

Q – объем выпуска;

P – цена за штуку;

CV – переменные затраты;
F – постоянные затраты;
A – амортизационные отчисления;
 CF_t – ежегодная прибыль ($t = \overline{1,3}$).

При этом в последнем периоде к прибыли также добавится остаточная стоимость:

$$CF_n = (1 - T) \cdot (Q \cdot P - CV \cdot Q + A - F) + S_n. \quad (4.2)$$

Приведем перечень основных показателей, используемых для оценки рисков инвестиционных проектов.

Чистая приведенная стоимость:

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+i)^t} - I_0 \quad (4.3)$$

где I_0 – начальные инвестиции;

CF_t – потоки платежей в момент времени t ;

n – срок проекта;

i – процентная ставка.

Этот показывает величину денежных средств, которую инвестор ожидает получить от проекта, после того, как денежные притоки окупят его первоначальные инвестиционные затраты и периодические денежные оттоки, связанные с осуществлением проекта. Поскольку денежные платежи оцениваются с учётом их временной стоимости, NPV можно интерпретировать как стоимость, добавляемую проектом или как общую прибыль инвестора.

Норма доходности:

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+i)^t}}{I_0}. \quad (4.4)$$

Данный показатель должен быть больше 1, тогда проект является рентабельным.

Внутренняя норма доходности, обобщенный показатель, характеризующей устойчивость проекта к изменению процентной ставки. Определяется из уравнения:

$$\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} = I_0. \quad (4.5)$$

Перечисленные показатели характеризуются риск инвестиционного проекта и являются выходными для нашей модели.

Таким образом, реализован первый этап метода Монте-Карло.

Перейдем ко второму этапу. Согласно исходным данным будем считать величину налоговой ставки, амортизационные отчисления, первоначальные инвестиции постоянными величинами. Объем выпуска, цена за штуку, постоянные расходы, переменные расходы, норму дисконта и статочную стоимость отнесем к параметрам модели – риск-переменным. Для каждой риск-переменной известен диапазон изменения значений и вид закона распределения (таблица 3.1).

Этапы 4-5 будут продемонстрированы далее. Сделаем некоторые общие замечания.

На шаге 5 для анализа риска предлагается использовать ряд специфических характеристик:

1) средние ожидаемые доходы:

$$EG = \frac{\sum_{i=1}^{n^+} NPV_i^+}{n^+}, \quad (4.6)$$

где n^+ – количество положительных значений NPV;

2) средние ожидаемые потери:

$$EL = \frac{\left| \sum_{i=1}^{n^-} NPV_i^- \right|}{n^-}, \quad (4.7)$$

где n^- – количество отрицательных значений NPV;

3) коэффициент ожидаемых потерь:

$$ELR = \frac{|EL|}{|EL| + EG}; \quad (4.8)$$

4) вероятность реализации неэффективного проекта:

$$P(NPV < 0) = \frac{n^-}{n}. \quad (4.9)$$

Нами составлена математическая модель задачи, рассмотрены показатели для оценки привлекательности инвестиционного проекта. Перейдем к вопросам генерации случайных параметров модели.

4.2 Реализация метода Монте-Карло средствами MS Excel

Рассмотрим возможности MS Excel 2007 и 2010 для генерации случайных величин. На вкладке *Данные* нажимается кнопка *Анализ данных*. После этого появляется окно, показанное на рисунке 4.1.

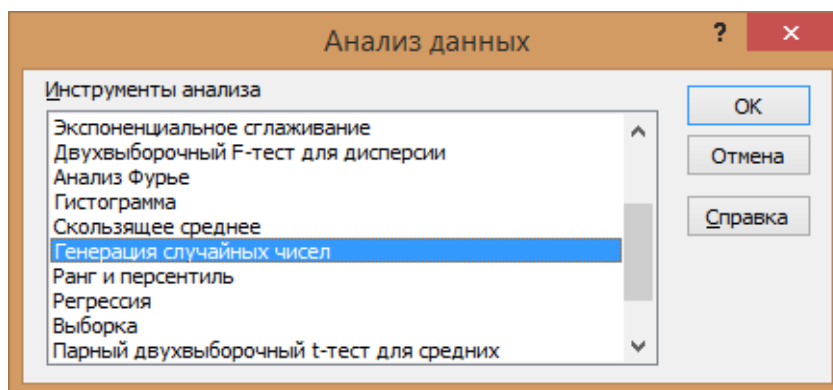


Рисунок 4.1 – Меню Анализ данных

Если Анализ данных отсутствует на вкладке, его необходимо подключить. Для этого из меню *Файл* выполнить путь *Параметры – Надстройки – Перейти*, после чего в появившемся окне поставить галочку около *Пакетанализа*. После нажатия кнопки ОК на вкладке появится соответствующая кнопка.

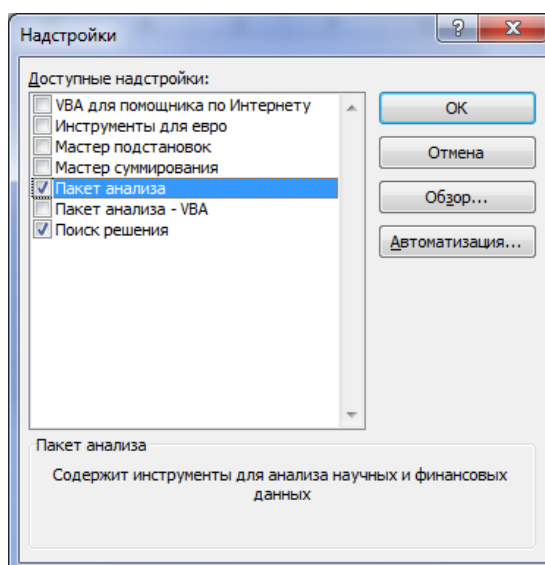


Рисунок 4.2 – Подключение пакета анализа

В MS Excel представлен небольшой перечень датчиков, представленный на рисунке 4.3. Параметры зависят от выбранного закона распределения. В *число переменных* указываем количество СВ, в *число случайных чисел* пишем количество итераций, в нашем случае 100. В *Параметры выходы* выбираем *Выходной интервал* и указываем ячейки.

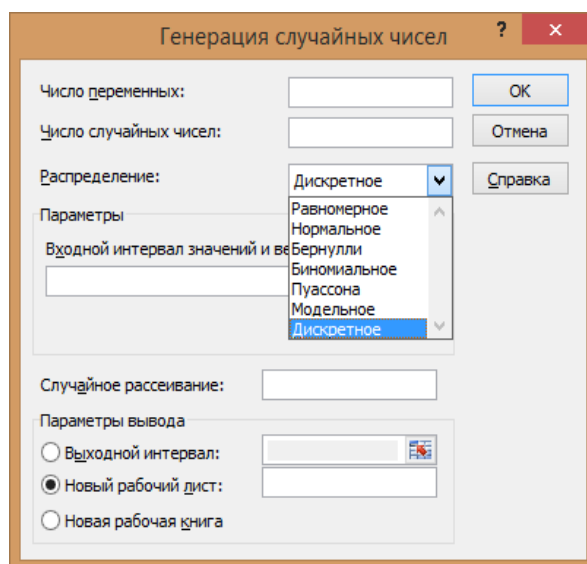


Рисунок 4.3 – Датчики СВ в MS Excel

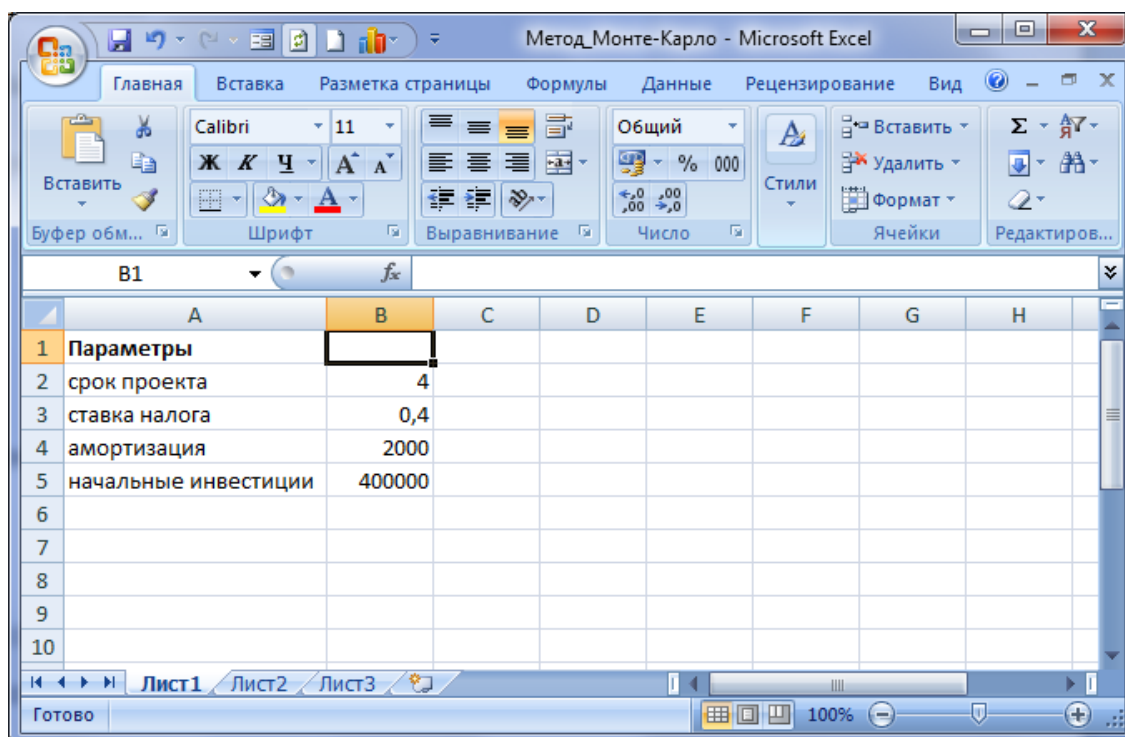


Рисунок 4.4 – Задание постоянных параметров

Вернемся к нашему примеру. Зададим постоянные величины как показано на рисунке 4.4.

Проведем генерации случайных параметров модели. Задание параметров генерации для объема выпуска, распределенного по нормальному закону, показано на рисунке 4.5.

Генерация случайных чисел

Число переменных: 1

Число случайных чисел: 100

Распределение: Нормальное

Параметры

Среднее = 5500

Стандартное отклонение = 270

Случайное рассеивание:

Параметры вывода

☒ Выходной интервал: \$D\$2:\$D\$102

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Рисунок 4.5 – Задание параметров для генерации объема выпуска

Аналогично сгенерируем величину постоянных затрат и норму дисконта, имеющих равномерный закон распределения.

Генерация случайных чисел

Число переменных: 1

Число случайных чисел: 100

Распределение: Равномерное

Параметры

Между 40000 и 60000

Случайное рассеивание:

Параметры вывода

☒ Выходной интервал: \$G\$2:\$G\$101

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Генерация случайных чисел

Число переменных: 1

Число случайных чисел: 100

Распределение: Равномерное

Параметры

Между 0,08 и 0,16

Случайное рассеивание:

Параметры вывода

☒ Выходной интервал: \$H\$2:\$H\$101

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Рисунок 4.6 – Задание параметров для генерации постоянных затрат (слева) и нормы дисконта (справа)

Результаты генерации с использованием стандартных датчиков представлены на рисунке 4.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Параметры			Q объем производства	P цена продукции	V переменные затраты	F постоянные затраты	г норма дисконта	Sn остаточная стоимость	
2	срок проекта	4		5328,4401			47640,00366	0,1395331		
3	ставка налога	0,4		5342,3939			42013,61126	0,1094882		
4	амортизация	2000		6203,0583			51929,68535	0,1153868		
5	начальные инвестиции	400000		5640,951			57982,11615	0,1019172		
6				5120,5552			57692,19031	0,1150865		
7				5755,2375			59169,28617	0,0810205		
8				5368,9446			40289,92584	0,1157506		
9				6001,8828			48148,44203	0,0873513		
10				5330,6833			57264,93118	0,124977		
11				5353,6954			42771,69103	0,1354021		
12				5771,4908			44900,66225	0,1524876		
13				5579,918			40909,45158	0,1014289		
14				5543,8662			40647,60277	0,0981793		
15				5753,0827			43282,57088	0,1246547		
16				5489,515			44392,22388	0,1126792		
17				5422,0555			40241,00731	0,1132005		

4.7 – Результаты генерации объема выпуска, постоянных затрат и нормы дисконта

Для восстановления оставшихся переменных, чьих законов нет в стандартном перечне, используем метод обратных функций описанный выше.

Сгенерируем 3 СВ распределённых равномерно на отрезке [0; 1] (рисунок 4.8). Для показателя остаточной стоимости, распределенного по экспоненциальному закону, искомое значение найдем по формуле:

$$x_i = -\frac{\ln(R_i)}{\lambda}, \quad (4.10)$$

где R_i – случайное число из отрезка [0; 1].

Генерация случайных чисел ? X

Число переменных: OK

Число случайных чисел: Отмена

Распределение: Равномерное Справка

Параметры

Между и

Случайное рассеивание:

Параметры вывода

☒ Выходной интервал: [Иконка]

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Рисунок 4.8 – Задание параметров для генерации

Таким образом, генерации СВ, распределенной по экспоненциальному закону приведена на рисунке 4.9.

Метод Монте-Карло - Microsoft Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
			Q объем производства	P цена продукции	переменные затраты	F постоянные затраты	г норма дисконта	Sn остаточная стоимость			F(P)	F(V)	F(Sn)
1	Параметры												
2	срок проекта	4	5328,4401	207,148924	145,8419	47640,00366	0,1395331	$=-1/0,00005*\text{LN}(1-M2)$			0,477828	0,888638	0,051424
3	ставка налога	0,4	5342,3939	222,465783	148,73763	42013,61126	0,1094882				0,943236	0,929533	0,07886
4	амортизация	2000	6203,0583	208,237262	124,60417	51929,68535	0,1153868				0,526383	0,336314	0,431074
5	начальные инвестиции	400000	5640,951	193,819726	149,13484	57982,11615	0,1019172				0,127323	0,934416	0,813318
6			5120,5552	216,323453	140,79811	57692,19031	0,1150865				0,812952	0,79516	0,734825
7			5755,2375	202,949264	111,77505	59169,28617	0,0810205				0,268258	0,077029	0,524369
8			5368,9446	214,447196	120,75673	40289,92584	0,1157506				0,75811	0,239357	0,019349
9			6001,8828	201,627174	110,40546	48148,44203	0,0873513				0,194983	0,060152	0,971587
10			5330,6833	201,141915	149,47643	57264,93118	0,124977				0,167211	0,938475	0,606403
11			5353,6954	226,694606	118,34752	42771,69103	0,1354021				0,989074	0,187017	0,539293
12			5771,4908	201,581497	151,35337	44900,66225	0,1524876				0,192389	0,958464	0,41908
13			5579,918	206,665889	130,20441	40909,45158	0,1014289				0,455519	0,50679	0,124668
14			5543,8662	212,553178	155,7423	40647,60277	0,0981793				0,695608	0,989929	0,743492
15			5753,0827	192,249878	113,28536	43282,57088	0,1246547				0,10004	0,098056	0,642537

Рисунок 4.9 – Восстановления экспоненциального закона

Аналогично, восстановим переменные издержки (рисунок 4.10) и цену продукции (4.11), распределенные по треугольному закону.

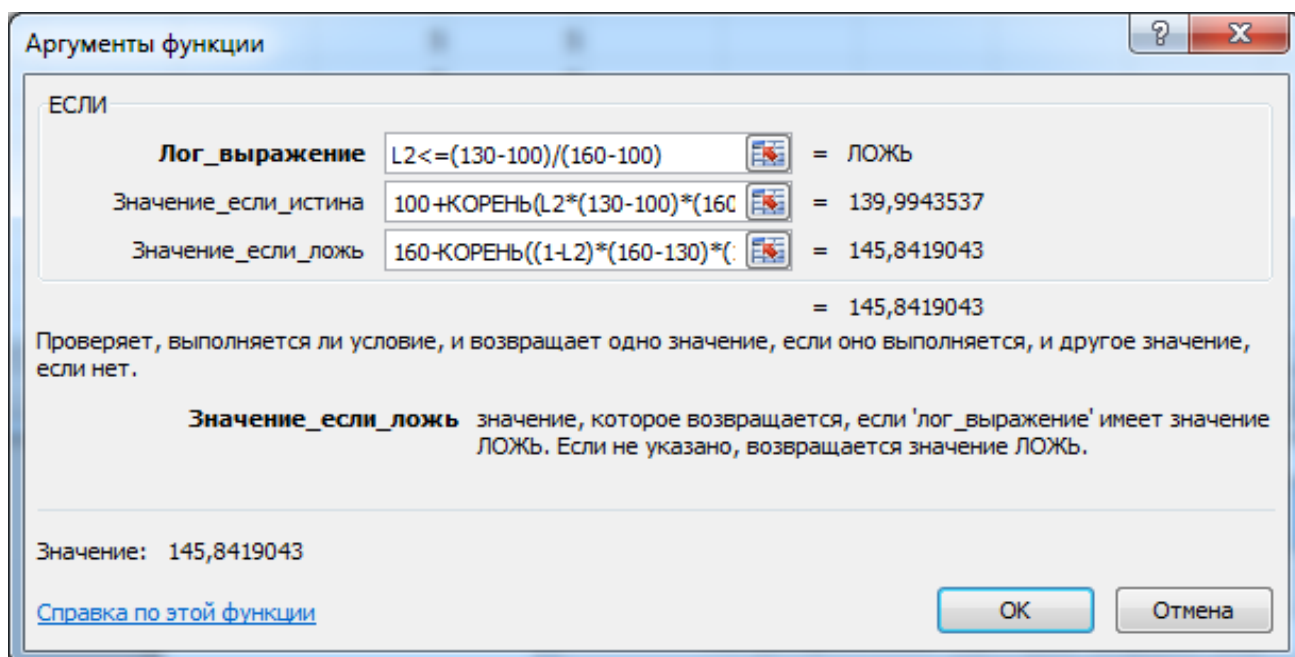


Рисунок 4.10 – Задание параметров для восстановления значений переменных затрат через функцию *Если*

Метод Монте-Карло - Microsoft Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
			Q объем производства	Р цена продукции	V переменные затраты	F постоянные затраты	г норма дисконта	Sn остаточная стоимость			F(P)	F(V)	F(Sn)
1	Параметры												
2	срок проекта	4	5328,4401	207,148924	145,8419	47640,00366	0,1395331				0,477828	0,888638	0,051424
3	ставка налога	0,4	5342,3939	222,465783	148,73763	42013,61126	0,1094882				0,943236	0,929533	0,07886
4	амортизация	2000	6203,0583	208,237262	124,60417	51929,68535	0,1153868				0,526383	0,336314	0,431074
5	начальные инвестиции	400000	5640,951	193,819726	149,13484	57982,11615	0,1019172				0,127323	0,934416	0,813318
6			5120,5552	216,323453	140,79811	57692,19031	0,1150865				0,812952	0,79516	0,734825
7			5755,2375	202,949264	111,77505	59169,28617	0,0810205				0,268258	0,077029	0,524369
8			5368,9446	214,447196	120,75673	40289,92584	0,1157506				0,75811	0,239357	0,019349
9			6001,8828	201,627174	110,40546	48148,44203	0,0873513				0,194983	0,060152	0,971587
10			5330,6833	201,141915	149,47643	57264,93118	0,124977				0,167211	0,938475	0,606403
11			5353,6954	226,694606	118,34752	42771,69103	0,1354021				0,989074	0,187017	0,539293
12			5771,4908	201,581497	151,35337	44900,66225	0,1524876				0,192389	0,958464	0,41908
13			5579,918	206,665889	130,20441	40909,45158	0,1014289				0,455519	0,50679	0,124668
14			5543,8662	212,553178	155,7423	40647,60277	0,0981793				0,695608	0,989929	0,743492
15			5753,0827	192,249878	113,28536	43282,57088	0,1246547				0,10004	0,098056	0,642537

Рисунок 4.11 – Результат восстановления значений цены продукции

Метод Монте-Карло - Microsoft Excel

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид АBBYY FineReader 12

Вставить

Ж К Ч Ш

Шрифт

Выравнивание

Число

Общий

Условное форматирование

Форматировать как таблицу

Стили

Вставить

Удалить

Формат

Сортировка и фильтр

Найти и выделить

Ячейки

Редактирование

ЕСЛИ

X ✓ fx

= (1-\$B\$3)*(D2*E2-D2*F2+\$B\$4-G2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	Параметры	Q объем производства	Р цена продукции	V переменные затраты	F постоянные затраты	г норма дисконта	Sn остаточная стоимость				F(P)	F(V)	F(Sn)		Cft	NPV	PI	
1	срок проекта	4	5328,4401	207,148924	145,8419	47640,00366	0,1395331	1055,860758			0,477828	0,888638	0,051424		= (1-\$B\$3)*(D2*E2-D2*F2+\$B\$4-G2)			
2	ставка налога	0,4	5342,3939	222,465783	148,73763	42013,61126	0,1094882	1642,861188			0,943236	0,929533	0,07886					
3	амортизация	2000	6203,0583	208,337262	124,60417	51929,68535	0,1153868	11280,09623			0,526383	0,336314	0,431074					
4	начальные инвестиции	400000	5640,951	193,819726	149,13484	57982,11615	0,1019172	33567,00262			0,127323	0,934416	0,813318					
5			5120,5552	216,323453	140,79811	57692,19031	0,1150865	26547,28107			0,812952	0,79516	0,734825					
6			5755,2375	202,949264	111,77505	59169,28617	0,0810205	14862,25996			0,268258	0,077029	0,524369					
7			5368,9446	214,447196	120,75673	40289,92584	0,1157506	390,7674385			0,75811	0,239357	0,019349					
8			6001,8872	201,637174	110,40546	48148,44203	0,0873513	71218,35876			0,194983	0,060152	0,971587					

Лист1 Лист2 Лист3

8вод

100%

[illegible]

Для расчета внутренней нормы доходности воспользуемся встроенной функцией MS Excel ВСД (значения; [предположения]). Рассмотрим её аргументы. Значения – это массив или ссылка на ячейки, содержащие числа,

для которых требуется подсчитать внутреннюю ставку доходности. Значения должны содержать по крайней мере одно положительное и одно отрицательное значение. В функции ВСД для интерпретации порядка денежных выплат или поступлений используется порядок значений. При ее использовании необходимо убедиться, что значения выплат и поступлений введены в нужном порядке.

Предположение – необязательный аргумент. Величина, предположительно близкая к результату ВСД.

В MS Excel для вычисления ВСД используется метод итераций. Функция ВСД выполняет циклические вычисления, начиная со значения аргумента «предположение», пока не будет получен результат с точностью 0,00001%. Если функция ВСД не может получить результат после 20 попыток, возвращается значение ошибки #ЧИСЛО!.

Скопируем данные о ежегодной прибыли и вставим их на новой рабочий лист предварительно транспонировав. Для этого в нужной ячейке нажимаем правую кнопку мыши и выбираем *Специальную вставку*. Зададим параметры как показано на рисунке 4.14.

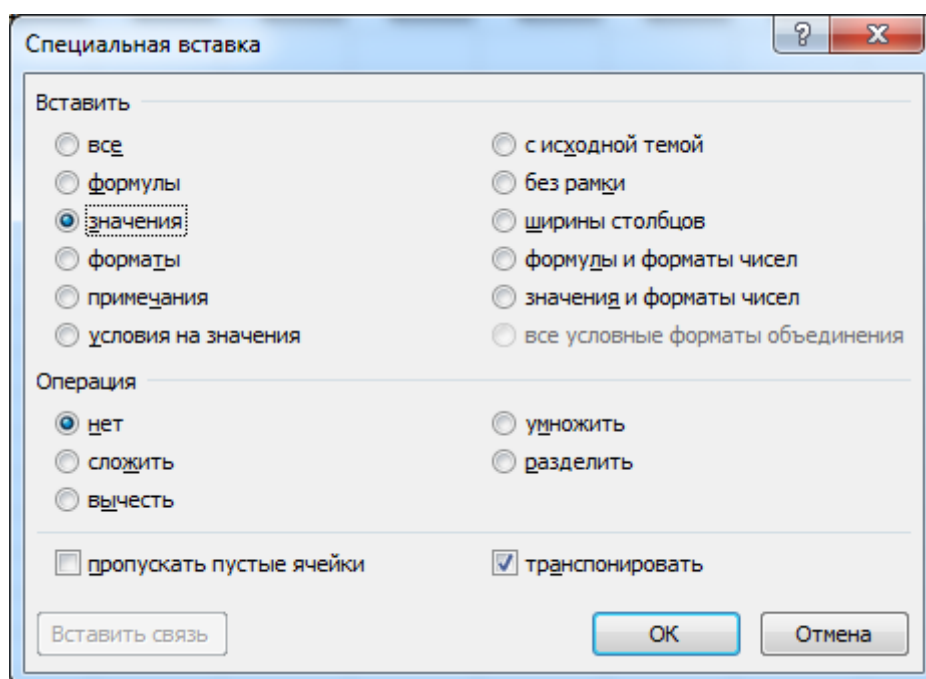


Рисунок 4.14 – Параметры специальной вставки

Представим данные потока платежей по инвестиционному проекту как показано на рисунке 4.15.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000
2	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	1657
3	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	1657
4	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	1657
5	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	1657
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													

Рисунок 4.15– Исходные данные для расчета irr

Вызовем функцию ВСД из ячейки A6, она находится в перечне финансовых функций. Зададим в качестве Значения представленные исходные данные (рисунок 4.16). Предположение оставим пустым.

Аргументы функции

ВСД

Значения A1:A5 = {-400000;168618,464855971;16861...}

Предположение = число

= 0,247483248

Возвращает внутреннюю ставку доходности для ряда потоков денежных средств, представленных численными значениями.

Значения массив или ссылка на ячейки, содержащие числа, по которым нужно вычислить внутреннюю ставку доходности.

Значение: 25%

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

Рисунок 4.16 – Аргументы функции ВСД

Результаты расчетов, представлены на рисунке 4.17. Скопируем их обратно на Лист1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000	-400000
2	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	165782,6	247804,1	26775
3	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	165782,6	247804,1	26775
4	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	165782,6	247804,1	26775
5	168618,5	212322,7	281310,8	117649,9	198623,7	280536	278837,4	300812,2	132088,4	323571,4	148194,3	232643,6	165782,6	247804,1	26775
6	25%	39%	59%	7%	34%	59%	59%	65%	12%	72%	18%	45%	24%	50%	5
7															
8															
9															
10															

Рисунок 4.17 – Результаты расчета irr

Проанализируем полученные результаты. Оценим основные выборочные характеристики для показателей эффективности инвестиционного проекта. Для этого на вкладке *Данные* выбираем *Анализ данных* пункт *Описательная статистика* (рисунок 4.18).

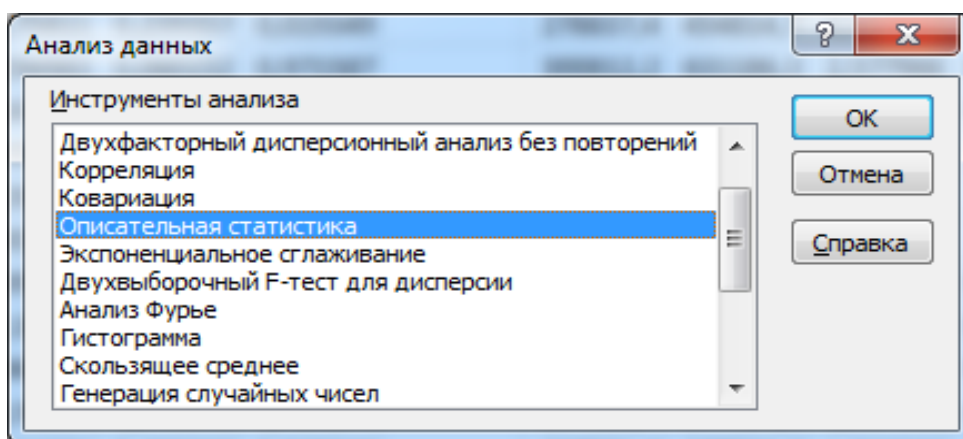


Рисунок 4.18 – Меню анализа данных

В качестве входного интервала выберем столбцы, содержащие показатели эффективности. Укажем выходной интервал свободной ячейкой

на текущем листе. Установим галочку напротив Итоговой статистики (рисунок 4.19). Итоговые результаты приведены на рисунке 4.20.

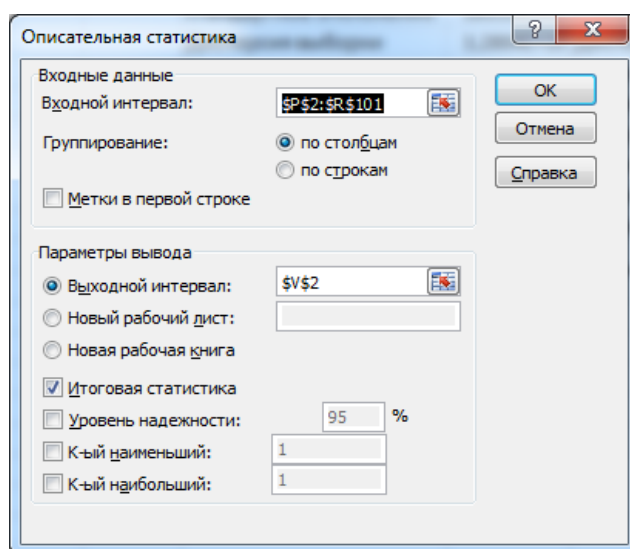


Рисунок 4.19 – Параметры описательной статистики

Метод Монте-Карло - Microsoft Excel

	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1		NPV		PI		irr	
2	Столбец1		Столбец2		Столбец3		
3							
4	Среднее	298912,354	Среднее	1,747280886	Среднее	0,323558569	
5	Стандартная ошибка	18111,8419	Стандартная ошибка	0,045279605	Стандартная	0,017850004	
6	Медиана	291460,31	Медиана	1,728650775	Медиана	0,321381429	
7	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	
8	Стандартное отклонение	181118,419	Стандартное отклонение	0,452796047	Стандартное	0,178500039	
9	Дисперсия выборки	3,2804E+10	Дисперсия выборки	0,20502426	Дисперсия	0,031862264	
10	Эксцесс	-0,25322868	Эксцесс	-0,253228683	Эксцесс	-0,32335354	
11	Асимметричность	0,20733098	Асимметричность	0,207330978	Асимметричность	-0,10667815	
12	Интервал	924160,736	Интервал	2,310401839	Интервал	0,900151674	
13	Минимум	-119094,406	Минимум	0,702263985	Минимум	-0,15601509	
14	Максимум	805066,33	Максимум	3,012665824	Максимум	0,744136584	
15	Сумма	29891235,4	Сумма	174,7280886	Сумма	32,35585691	
16	Счет	100	Счет	100	Счет	100	
17							
18							
19							

Рисунок 4.20 – Результаты оценки основных выборочных характеристик

Помимо количественного анализа, проведем графический анализ результатов. Используя команду MS Excel *Анализ данных – Гистограмма* построим гистограмму для показателя NPV (рисунок 4.21). Количество интервалов определяется автоматически в программе.

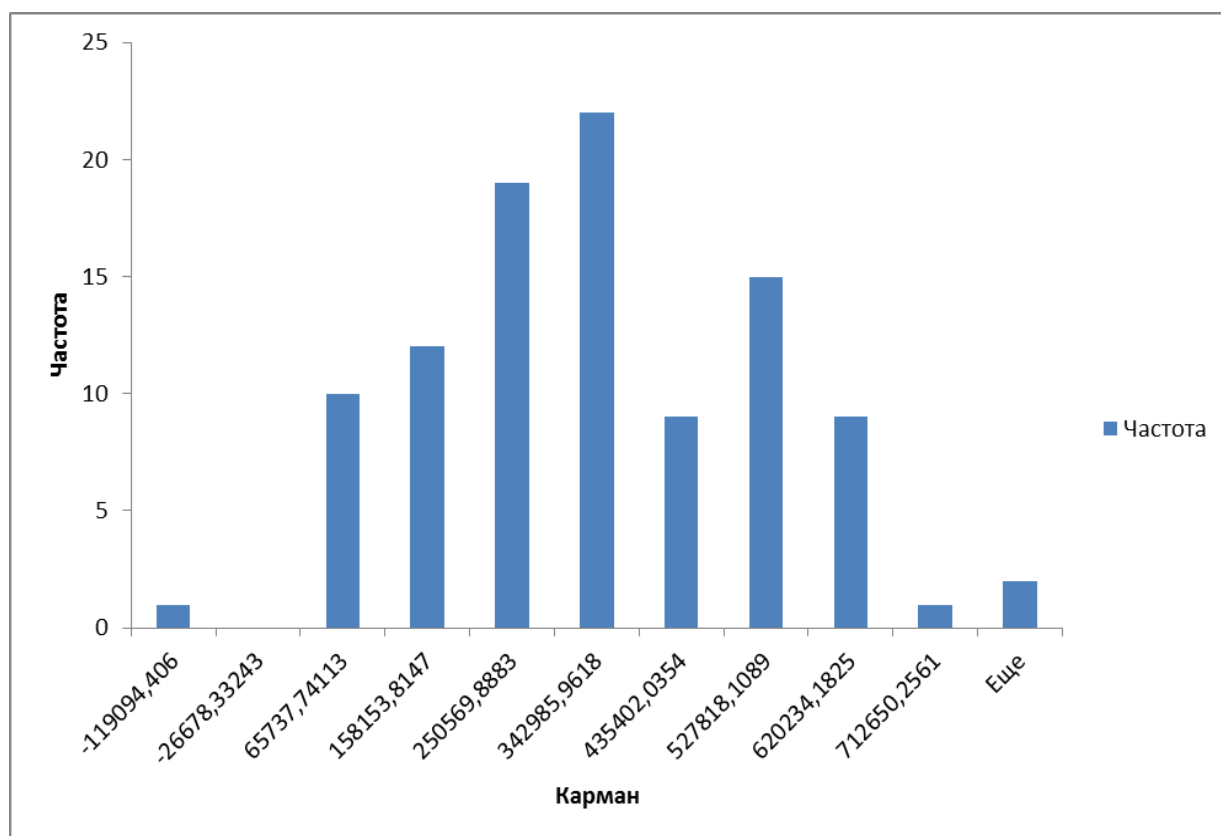


Рисунок 4.21 – Гистограмма распределения показателя NPV в MS Excel

Таким образом, согласно рисунку 4.21 можем предположить нормальный закон распределения чистой приведенной стоимости. Эту гипотезу можно проверить в статистических пакетах или вручную, как показано в [11, 12].

По совокупности приведенных расчётов можно сделать вывод, что проект является прибыльным.

4.3 Реализация метода Монте-Карло в ППП MathCAD

Рассмотрим порядок выполнения работы в пакете прикладных программ MathCAD 14 [14]. При запуске появляется окно, показанное на рисунке 4.22.

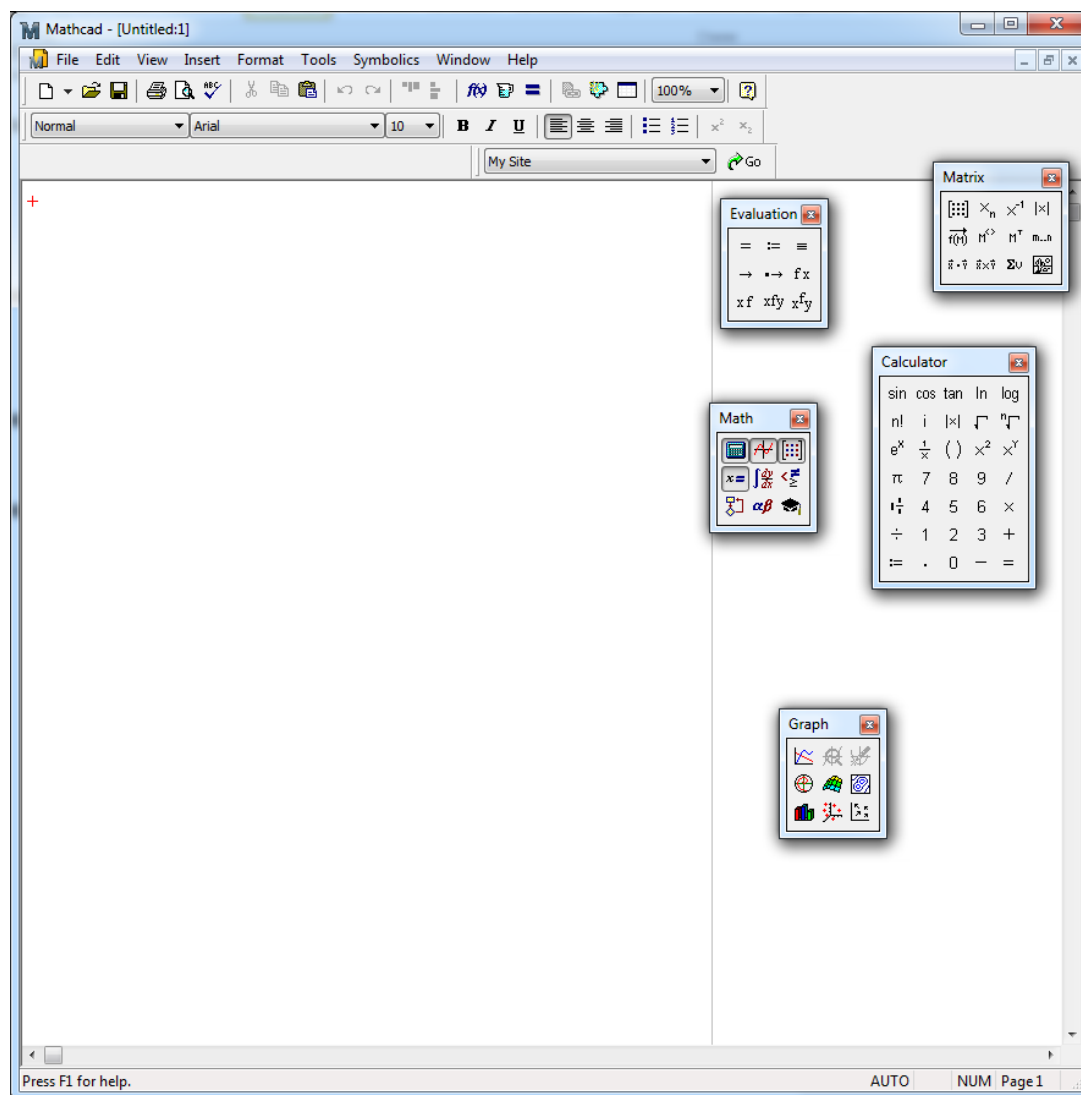


Рисунок 4.22 – Основное окно программы

Рассмотрим встроенные датчики ППП MathCAD, информация представлены в таблице. Параметр m означает количество генерируемых величин.

Таблица 4.1 – Встроенные датчики законов распределения в ППП MathCAD

Название датчика	Закон распределения	Характеристика параметров
rbeta (m, s_1 , s_2)	Бэ́та-распределение	$s_1, s_2 > 0$ есть параметры формы
rbinom (m, n, p)	биномиальное	$0 \leq p \leq 1$, n натуральное число
rcauchy (m, l, s)	Коши	$s > 0$ параметр масштаба, l – параметр расположения
rchisq (m, d)	Хи-квадрат	$d > 0$ есть число степеней свободы
rexp (m, r)	экспоненциальное	$r > 0$ – параметр распределения
rF (m, d_1 , d_2)	F (Фишера-Снедикора)	$d_1, d_2 > 0$ есть числа степеней свободы
rgamma (m, s)	Гамма-распределение	$s > 0$ параметр формы
rgeom (m, p)	геометрическое распределение	$0 < p \leq 1$
rlnorm (m, μ , σ)	логнормальное распределение	μ является натуральным логарифмом среднего значения, а $\sigma > 0$ есть натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения
rlogis (m, l, s)	логистическое распределение	l – параметр расположения, $s > 0$ – параметр масштаба
rnbinom (m, n, p)	отрицательное биномиальное	$0 < p \leq 1$, n натуральное число
rnorm (m, μ , σ)	нормальное	$\sigma > 0$
rpois (m, λ)	Пуассона	$\lambda > 0$
rt (m, d)	t-распределение Стьюдента	$d > 0$
runif (m, a, b)	равномерное	b и a граничными точками интервала, $a < b$.
rnd (x)	равномерное	на отрезке 0 и x
rweibull (m, s)	Вейбулла	$s > 0$ параметр формы

Рассмотрим модель описанную в 4.1. Зададим все постоянные величины, используемые в модели. Результаты представлены на рисунке 4.23. Количество имитаций зададим равное 100.

Используя информацию таблиц 3.1 и 4.1 сгенерируем значения параметров модели: объем выпуска, постоянные затраты, норма дисконта и остаточная стоимость, используя встроенные датчики.

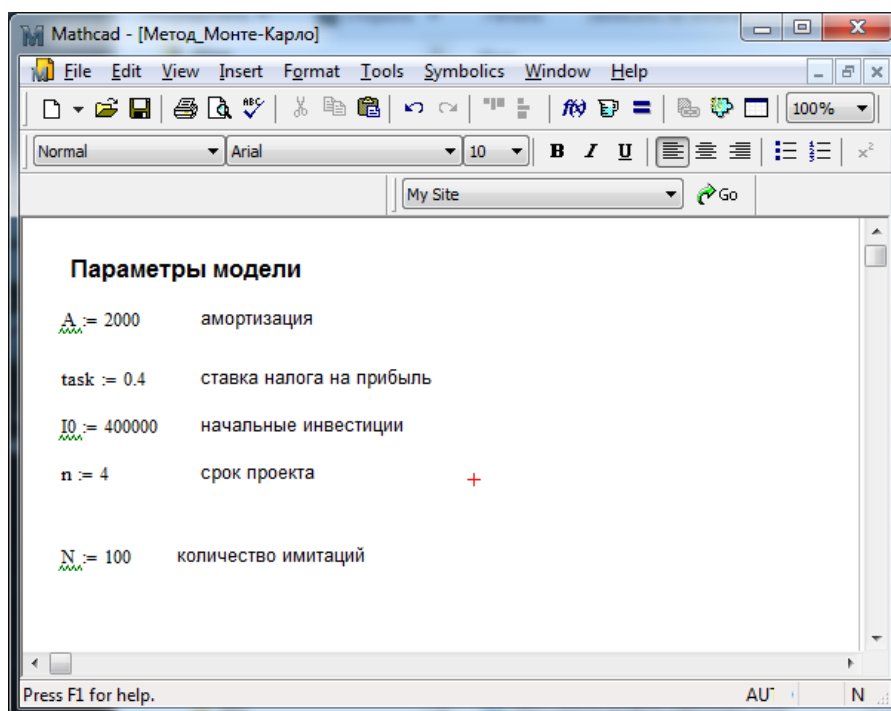


Рисунок 4.23 – Задание постоянных параметров

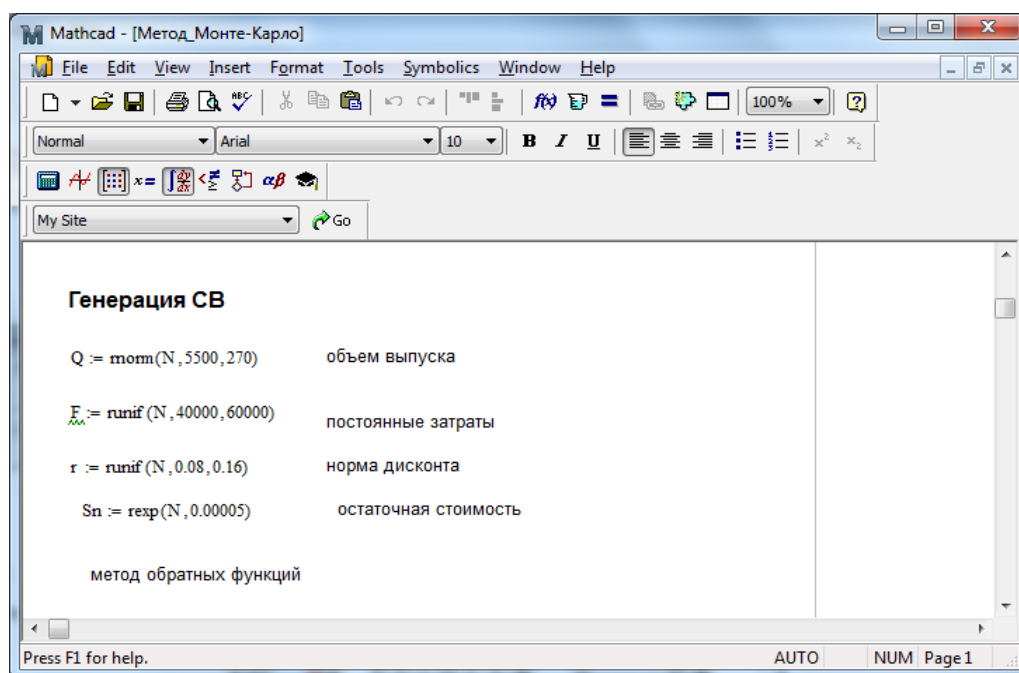


Рисунок 4.24 – Генерация случайных параметров стандартными датчиками

Для цены за штуку и переменных затрат, которые являются управляемыми параметрами для фирмы, сделано предположение о треугольном законе распределения. Это закон не входит в перечень

стандартных датчиков, поэтому используем для его получения метод обратных функций.

Выпишем функцию треугольного распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a < x \leq c \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & c < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad (4.10)$$

Выразим x , предполагая $F(x) = R$, и воспользуемся полученной формулой для восстановления СВ из равномерного распределения на отрезке $[0,1]$ (рисунок 4.25).

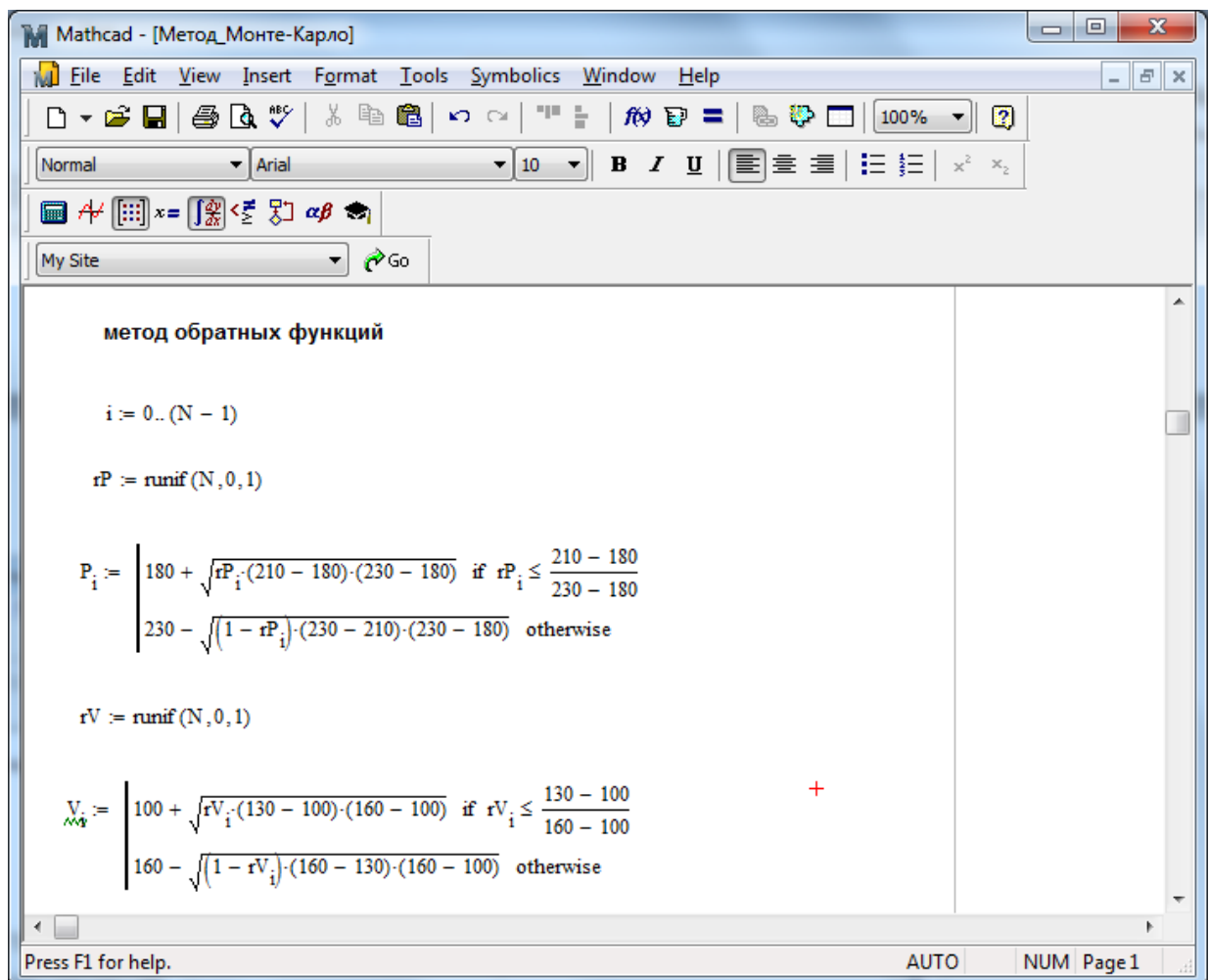


Рисунок 4.25 – Генерация СВ по методу обратных функций

Итоговые результаты по всем риск-переменным представлены на рисунке 4.26.

Результаты имитаций

	0		0		0		0		0		0
Q =	0	5381.48	P =	0	222.08	V =	0	117.62	r =	0	0.15
	1	5316.56		1	224.01		1	119.91		1	0.1
	2	5372.21		2	209.6		2	140.41		2	0.13
	3	5243.1		3	204.71		3	112.27		3	0.15
	4	5044.87		4	207.35		4	115.67		4	0.15
	5	5511.75		5	218.81		5	131.94		5	0.15
	6	5467.43		6	215.22		6	134.27		6	0.12
	7	5650.24		7	209.71		7	128.58		7	0.11
	8	6091.78		8	200.47		8	124.51		8	0.11
	9	5718.36		9	218.79		9	122.55		9	0.08
	10	5765.99		10	201.26		10	144.9		10	0.14
	11	5732.8		11	218.45		11	144.61		11	0.09
	12	5747.2		12	196.91		12	140.81		12	0.13
	13	5681.71		13	219.53		13	134.37		13	0.09
	14	5218.04		14	186.57		14	132.99		14	0.08
	15	...		15	...		15	...		15	...
									F =	7	47071.37
										8	54907.07
										9	54788.29
										10	44003.46
										11	53608.95
										12	47356.88
										13	42188.05
										14	44061.6
										15	...
									Sn =	7	4540.15
										8	18580.29
										9	58900.14
										10	140758.5
										11	5589.75
										12	37318.06
										13	7991.82
										14	21233.44
										15	...

Рисунок 4.26 – Результаты имитаций (фрагмент)

Теперь, когда все данные подготовлены, перейдем к расчетам показателей эффективности, формулы (4.2-4.4). Для нахождения внутренней нормы доходности необходимо решить нелинейное уравнение (4.5), для этого воспользуемся функцией MathCAD 14 – Find(x). Для её использования зададим начальные значения искомых величин, а в блоке Given зададим нелинейные уравнения. Расчетные формулы приведены на рисунке 4.27.

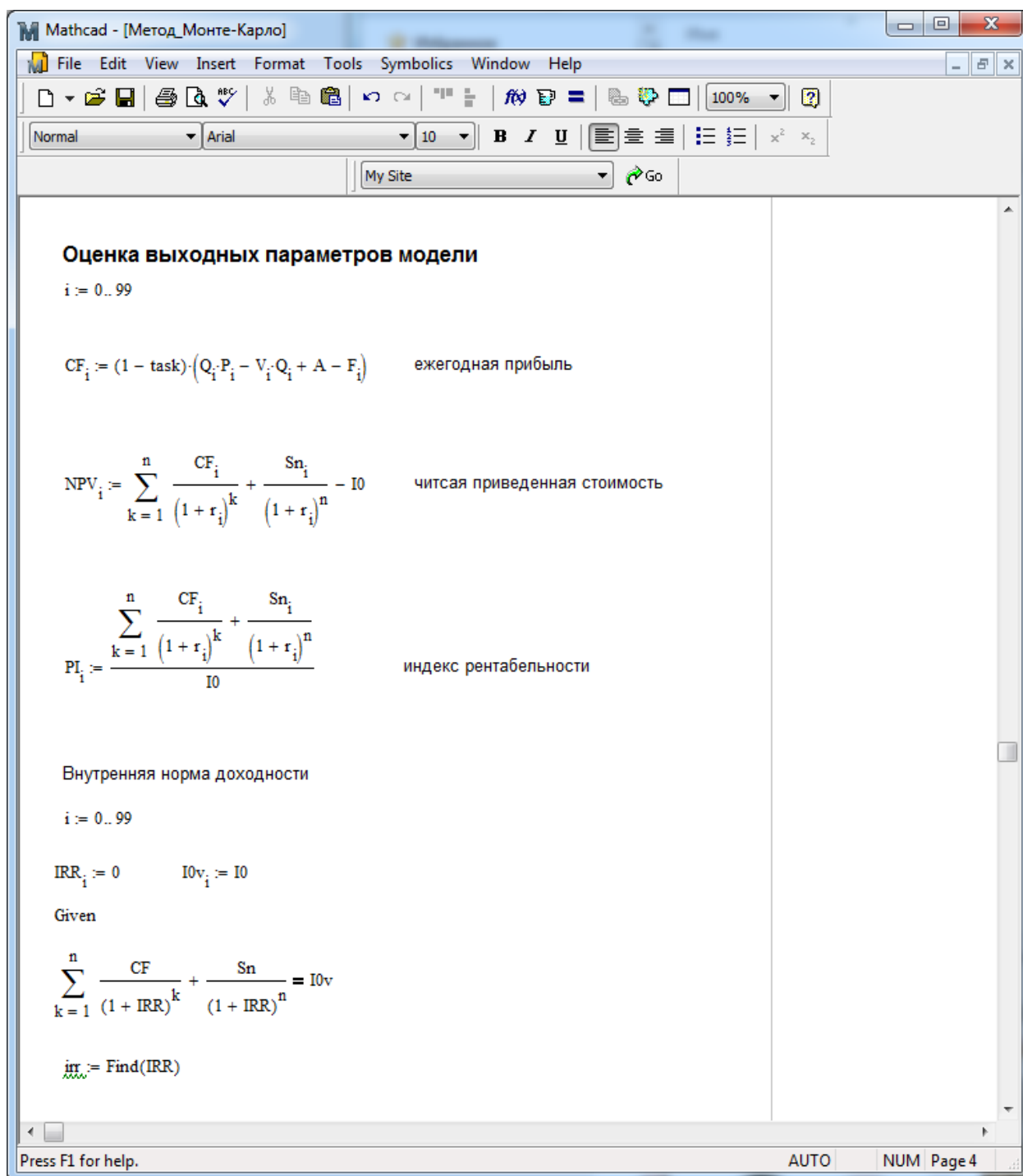


Рисунок 4.27 – Расчет выходных показателей

Результаты оценки выходных параметров приведены на рисунке 4.28. Теперь можем работать с результирующими векторами как с обычной выборкой. Оценим основные выборочные характеристики и проверим гипотезы о характере распределения показателей.

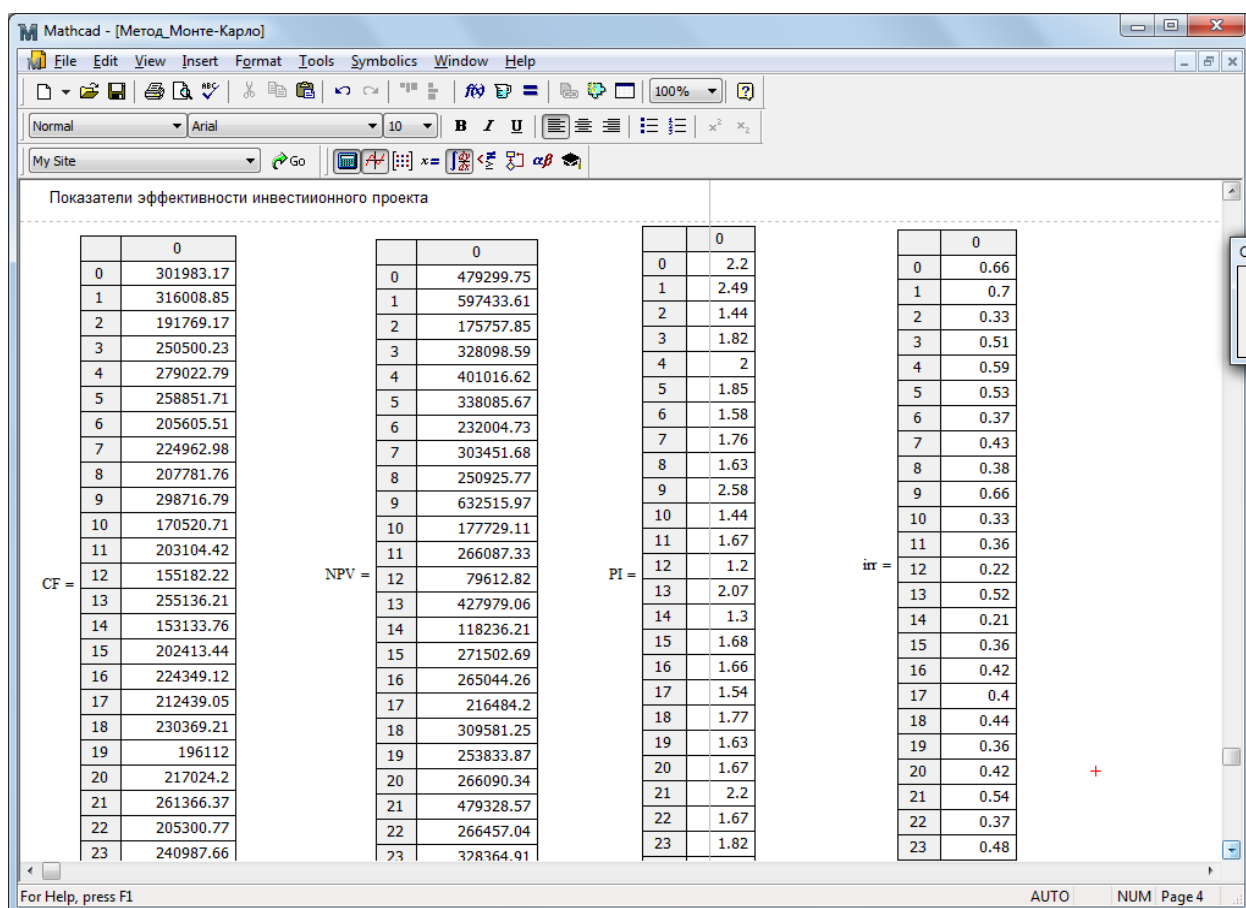


Рисунок 4.28 – Результаты расчета выходных показателей (фрагмент)

На рисунке 4.29 представлены расчеты выборочных характеристик по показателям NPV, PI, iir. Построим гистограмму распределения показателя NPV. В MathCAD есть готовая функция *histogram* (*int*, *x*), которой первым параметром достаточно передать число интервалов, на которые разбивается диапазон значений случайной величины, вторым выборочная совокупность. На выходе будет матрица из 2 столбцов - значения середин интервалов в первом столбце и количество элементов выборки, попавших в интервал - во втором. Разности двух соседних элементов первого столбца будут одинаковыми (шаг по интервалу разбиения - постоянный), а сумма всех значений второго столбца будет равна объёму выборки N. Для того чтобы назначить двумерному графику тип гистограммы, в диалоговом окне *Formatting Currently Selected Graph* (Форматирование) установите на вкладке *Traces* (Графики) тип списка *bar* (Столбцы) или *solidbar* (Гистограмма).

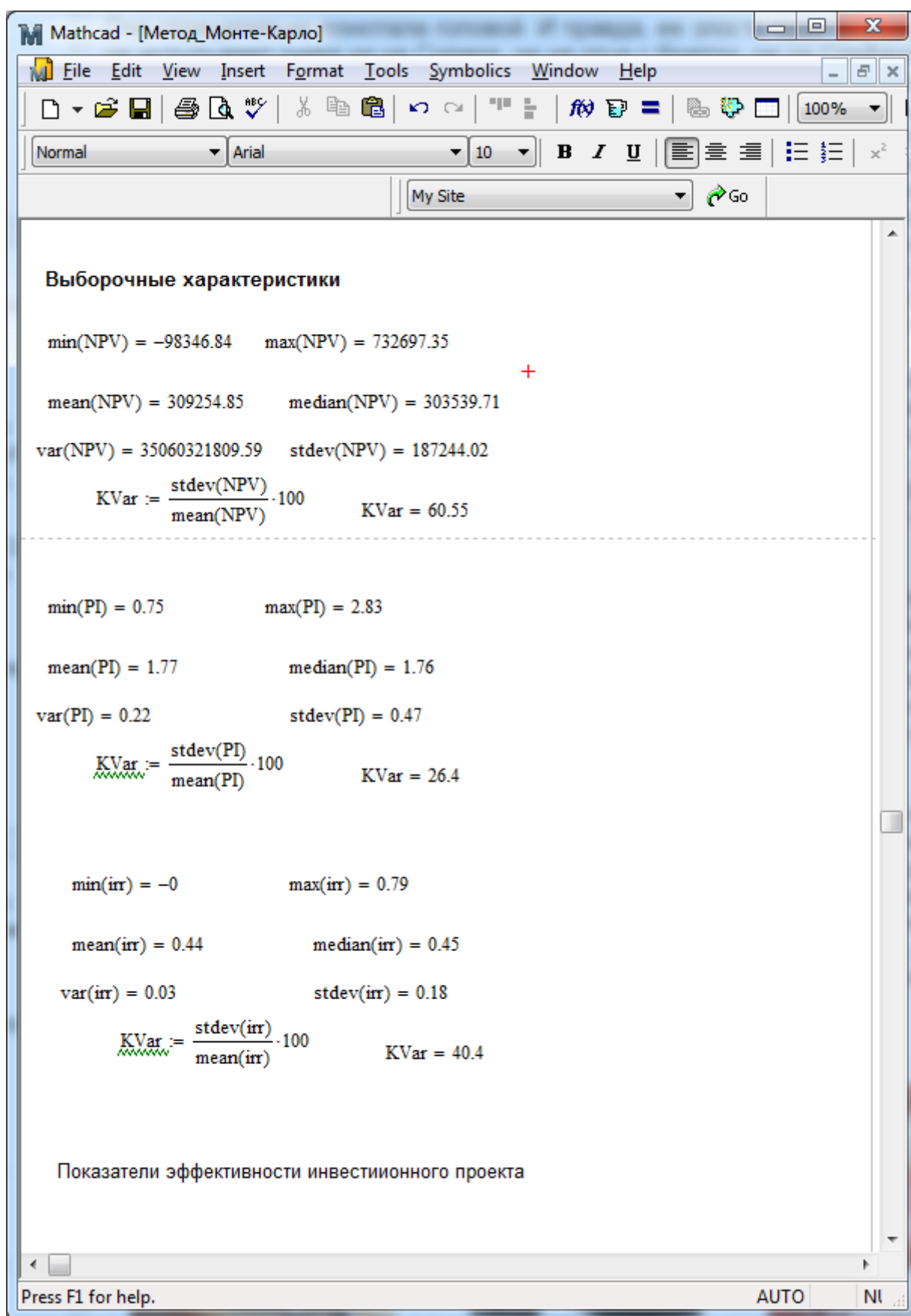


Рисунок 4.29 – Результаты расчета выборочных характеристик

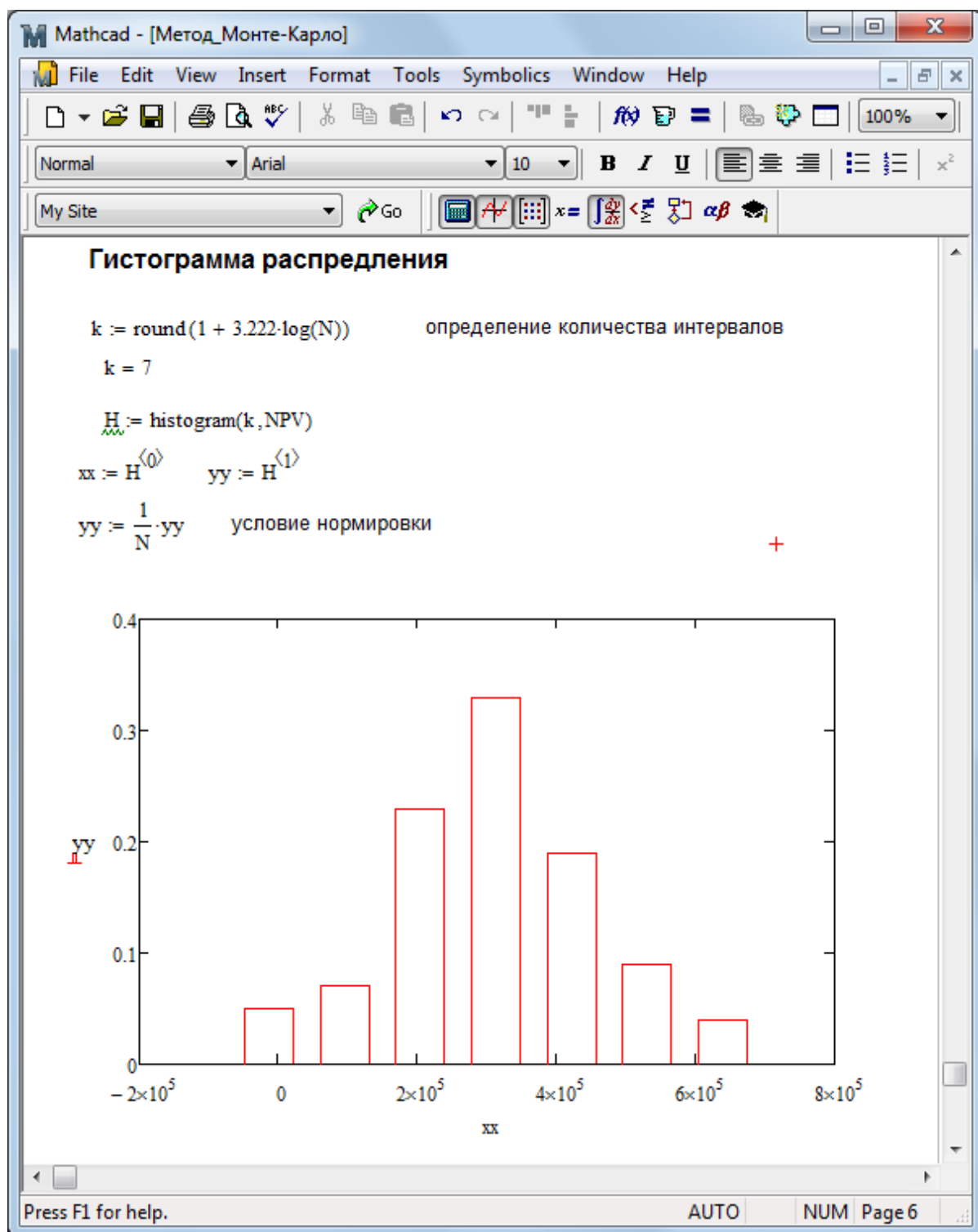


Рисунок 4.30 – Построение гистограммы

На рисунке 4.30 показан пример использования функции *histogram* для показателя NPV, дополнительно рассчитаны относительные частоты. Можно выдвинуть гипотезу о нормальном законе распределения показателя. На процедуру проверки гипотез останавливаться подробно не будем [7, 11,12].

4.4 Реализация метода Монте-Карло в RStudio

Рассмотрим реализацию метода Монте-Карло в среде программирования RStudio [8]. Стартовое окно программы имеет вид, представленный на рисунке 4.31.

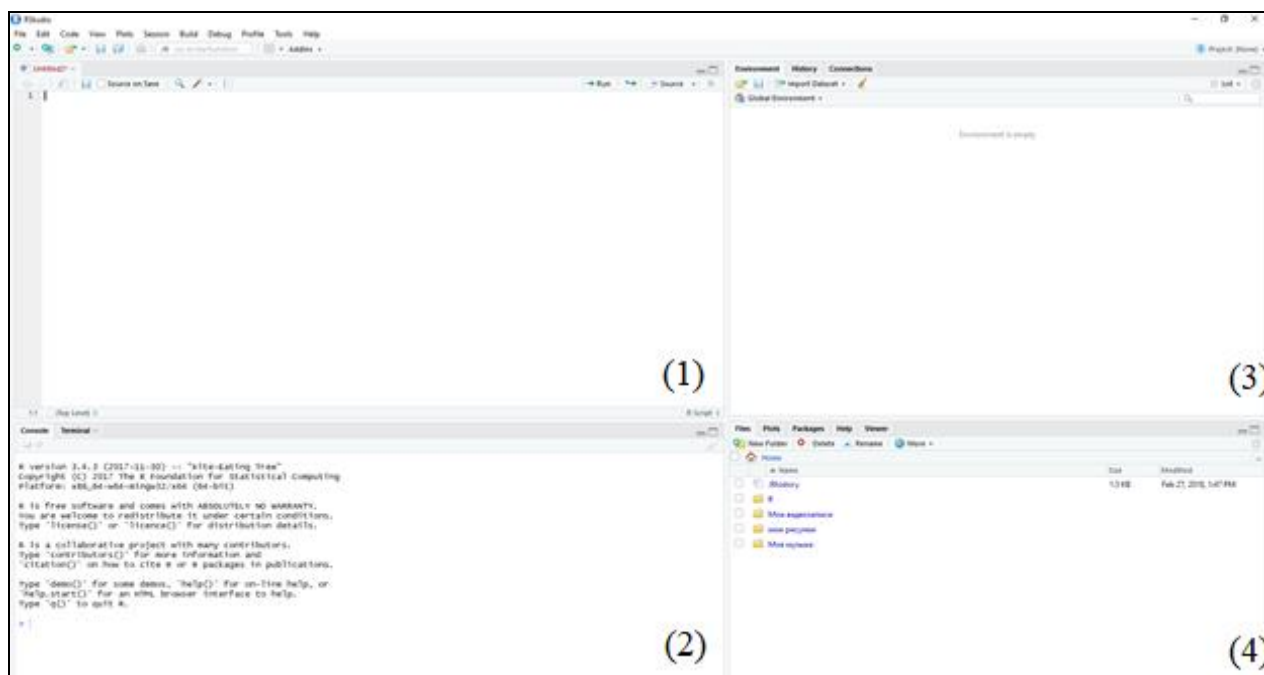


Рисунок 4.31 – Стартовое окно RStudio

Рабочая область разделена на 4 смысловых окна:

- 1) скриптовое окно, в котором хранится основной текст программы;
- 2) консольное окно;
- 3) окно текущих состояний переменных программы;
- 4) системное окно для отображения графиков, подсказок.

Вся дальнейшая работа будет производиться в первом окне. Для начала необходимо указать рабочую директорию, то есть ту папку, в которой у вас хранятся файлы для работы и будет храниться скрипт. Для этого необходимо воспользоваться командой `setwd()`. В качестве аргумента функции указать адрес папки, например `setwd("C:/Мои документы/Монте_Карло")`.

На языке программирования R реализовано достаточно большое количество функций для генерации случайных величин [8]. Большинство из

них начинается с символа «г», таким образом, с помощью встроенного подсказчика их достаточно легко найти. Основные функции представлены в таблице 4.2. Для всех функций первый аргумент n – это количество генерируемых наблюдений.

Таблица 4.2 – Функции генерации случайных величин и их параметры

Название датчика	Закон распределения	Характеристика параметров
<code>rbeta(n, shape1, shape2)</code>	Бэ́та-распределение	$shape1, shape2 > 0$ есть параметры формы
<code>rbinom(n, size, prob)</code>	Биномиальное	$0 \leq prob \leq 1$ вероятность успеха, $size$ натуральное число
<code>rexp(n, rate)</code>	Экспоненциальное	$rate$ параметр распределения
<code>rf(n, df1, df2)</code>	F-распределение (Фишера-Снедикора)	$df1, df2$ – параметры распределения (степени свободы)
<code>rgamma(n, shape, rate = 1, scale = 1/rate)</code>	Гамма-распределение	$shape \geq 0, scale > 0$
<code>rgeom(n, prob)</code>	Геометрическое распределение	$0 < prob \leq 1$
<code>rhyper(nn, m, n, k)</code>	Гипергеометрическое распределение	m – количество объектов первого типа; n – количество объектов второго типа; k – количество экспериментов
<code>rlnorm(n, meanlog, sdlog)</code>	Логнормальное распределение	$Meanlog$ математическое ожидание, $sdlog > 0$
<code>rlogis(n, location, scale)</code>	Логистическое распределение	$scale > 0$
<code>rnbinom(n, size, prob, mu)</code>	Отрицательная биномиальная случайная величина	$size > 0, prob$ – вероятность успеха
<code>rnorm(n, mean, sd)</code>	Нормальный закон распределения	$mean$ – математическое ожидание, sd – среднеквадратическое отклонение
<code>rpois(n, lambda)</code>	Распределение Пуассона	$lambda$ – величина обратная математическому ожиданию
<code>rweibull(n, shape, scale)</code>	Распределение Вейбулла	$shape \geq 0, scale > 0$
<code>runif(n, min, max)</code>	Равномерное распределение	min – нижняя граница, max – верхняя граница
<code>rtriangle(n, a, b, c)</code>	Треугольное распределение	a – нижняя граница, b – верхняя граница, c – мода

Также, существует возможность генерации многомерных законов распределения с помощью дополнительных пакетов. Например, набрав команду *library(mvtnorm)*, откроется доступ к функциям генерации многомерного нормального закона распределения. Также в силу того, что треугольный закон не является стандартным для языка программирования R, то для работы с ним, также необходимо подключить библиотеку *library(triangle)*.

Одним из важнейших этапов является задание ядра для симуляции. Это можно сделать двумя способами, с помощью функции *rngseed(x)* и *set.seed(x)*. Принципиальных отличий в работе этих функций нет. По умолчанию, ядра нет. Каждый раз создается новое ядро из текущего времени и идентификатора процесса. Следовательно, различные сеансы будут давать разные результаты моделирования по умолчанию. Однако ядро может быть восстановлено с предыдущего сеанса, если ранее сохраненное рабочее пространство восстанавливается. Поэтому, когда вам нужна одна и та же последовательность случайных величин, то необходимо явно указать ядро, с теми же целыми значениями в каждом вызове программы.

На рисунке 4.32 представлена программная реализация генерации всех необходимых в задаче параметров (по таблице 3.1).

Для того чтобы посмотреть на гистограмму сгенерированных величин необходимо воспользоваться встроенной функцией *hist(x)*, где *x* – это имя переменной. Например, рассмотрим гистограмму объема выпуска и переменных затрат. Результаты представлены на рисунке 4.33.

Теперь перейдем к оценке выходных параметров модели. Нас будут интересовать такие параметры как ежегодная прибыль, чистая приведенная стоимость, индекс рентабельности и внутренняя норма доходности.

```

1 setwd("x:/Мои документы/Пивоварова/Методички/Монте_Карло")
2
3 library(triangle)
4 set.seed(800)
5
6 #Параметры модели
7 #Амортизация - A, task- ставка налога на прибыль, IO - начальные инвестиции,
8 #n - срок проекта, N - количество имитаций
9
10 A <- 2000
11 task <- 0.4
12 IO <- 400000
13 n <- 4
14 N <- 100
15
16 #Генерация случайных величин
17 #Q - бъем выпуска, F - постоянные затраты, r - норма дисконтирования, Sn
18 #Sn - остаточная стоимость, P - цена за штуку, V - переменные затраты
19
20 Q <- rnorm(N, 2500, 170)
21 F <- runif(N, 40000, 60000)
22 r <- runif(N, 0.08, 0.16)
23 Sn <- rexp(N, 1/4500)
24 P <- rtriangle(N, 180, 230, 210)
25 V <- rtriangle(N, 100, 160, 130)
26
27
28

```

Рисунок 4.32 – Генерирование всех необходимых в работе случайных величин

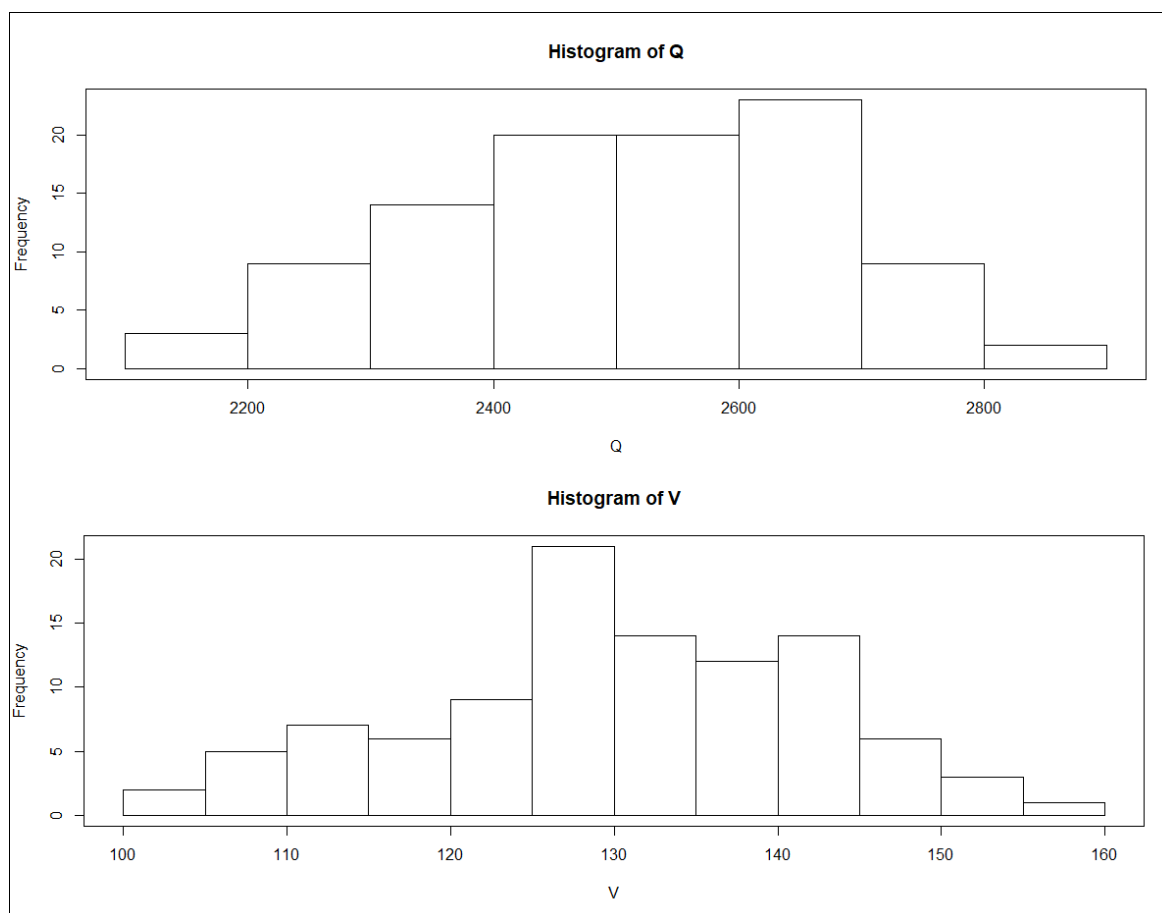


Рисунок 4.33 – Гистограммы сгенерированных величин объема выпуска (Q) и переменных затрат (V)

Язык программирования R может выполнять действия с векторами без детального указания индексов, поэтому это существенно упрощает расчёт данных характеристик.

```
27 # Оценка выходных параметров модели
28 # CF - ежегодная прибыль, NPV - чистая приведенная стоимость, PI - индекс рентабельности,
29 # irr - внутренняя норма доходности
30
31 CF <- (Q*P - V*Q + A - F)*(1-task)
32
33 NPV <- 0
34 for (k in 1:n)
35 {
36   NPV <- NPV + CF/((1+r)^k) + Sn/((1+r)^n)
37 }
38
39 PI <- NPV/I0
40 NPV <- NPV - I0
```

Рисунок 4.34 – Расчёт ежегодной прибыли, чистой приведенной стоимости, индекса рентабельности

Для того чтобы получить внутреннюю норму доходности необходимо решить нелинейное уравнение (4.5) с помощью пакета «*rootSolve*».

Проведем анализ полученных результатов моделирования, для этого рассчитаем основные точечные характеристики с помощью функции *describe()* из пакета «*psych*» и построим гистограммы исследуемых величин [13]. Программная реализация представлена на рисунках 4.35 и 4.36. Следует отметить, что для того чтобы на одном рисунке было 4 гистограммы, необходимо с помощью функции *layout()* расчертить область рисунка на графические части.

```

43
44
45 library(psych)
46 describe(NPV)
47 describe(PI)
48 describe(CF)
49
50
51 par(mar=c(4,4,2,2))
52 layout(matrix(c(1,2,3,3), 2, 2, byrow = TRUE))
53 hist(CF)
54 box()
55 hist(PI)
56 box()
57 hist(NPV)|
58 box()
59
60

```

57:10 (Top Level) R Script

```

> describe(NPV)
  vars  n   mean      sd median trimmed   mad   min   max range skew kurtosis   se
X1    1 100 332496.9 195408.5 325467.6 330912 196851.4 -50379.74 811947.5 862327.2
      skew kurtosis   se
X1    0.1   -0.64 19540.85
> describe(PI)
  vars  n mean   sd median trimmed   mad   min   max range skew kurtosis   se
X1    1 100 1.83 0.49   1.81   1.83 0.49 0.87 3.03 2.16 0.1   -0.64 0.05
> describe(CF)
  vars  n   mean      sd median trimmed   mad   min   max range skew kurtosis   se
X1    1 100 218249 56148.94 218507.3 218024 65311.17 101260.5 337264.5 236004 0.05
      kurtosis   se
X1   -0.84 5614.89

```

Рисунок 4.35 – Расчет основных точечных оценок для полученных результатов моделирования и построение гистограмм

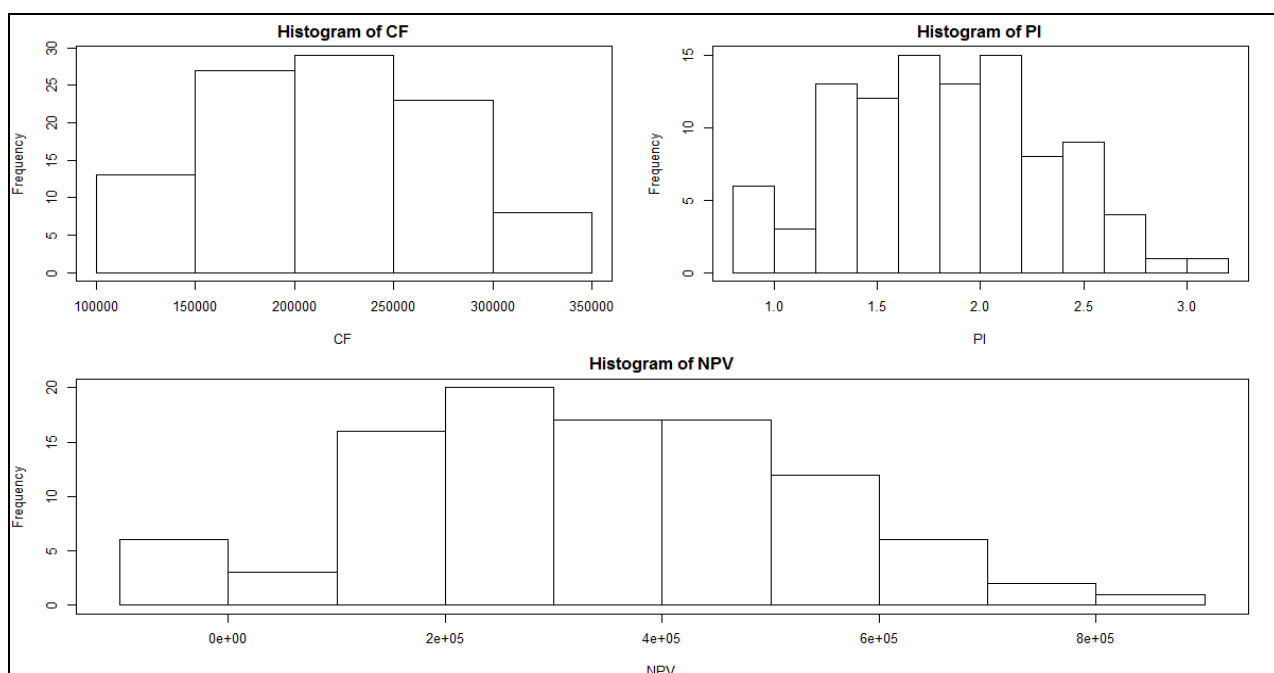


Рисунок 4.36 – Гистограммы исследуемых величин

4.5 Подбор количества имитаций

В выше рассмотренных реализациях, мы определяли параметр количество имитаций N равным 100. В общем случае, данный параметр следует подбирать исходя из отсутствия изменения в оценках основных параметров исследуемых величин с заданной степенью точности. Рассмотрим подбор количества имитаций исходя из условия, что погрешность изменения оценки математического ожидания NPV должна быть менее 100, то есть $\varepsilon = 100$.

Первым этапом для упрощения работы нашей программы выделим функцию из программы реализации на R, которая бы при заданных параметрах возвращала значение оценки математического ожидания для NPV. Для этого выделим участок кода без задания N и нажмем на кнопку выделить функцию (рисунок 4.37).

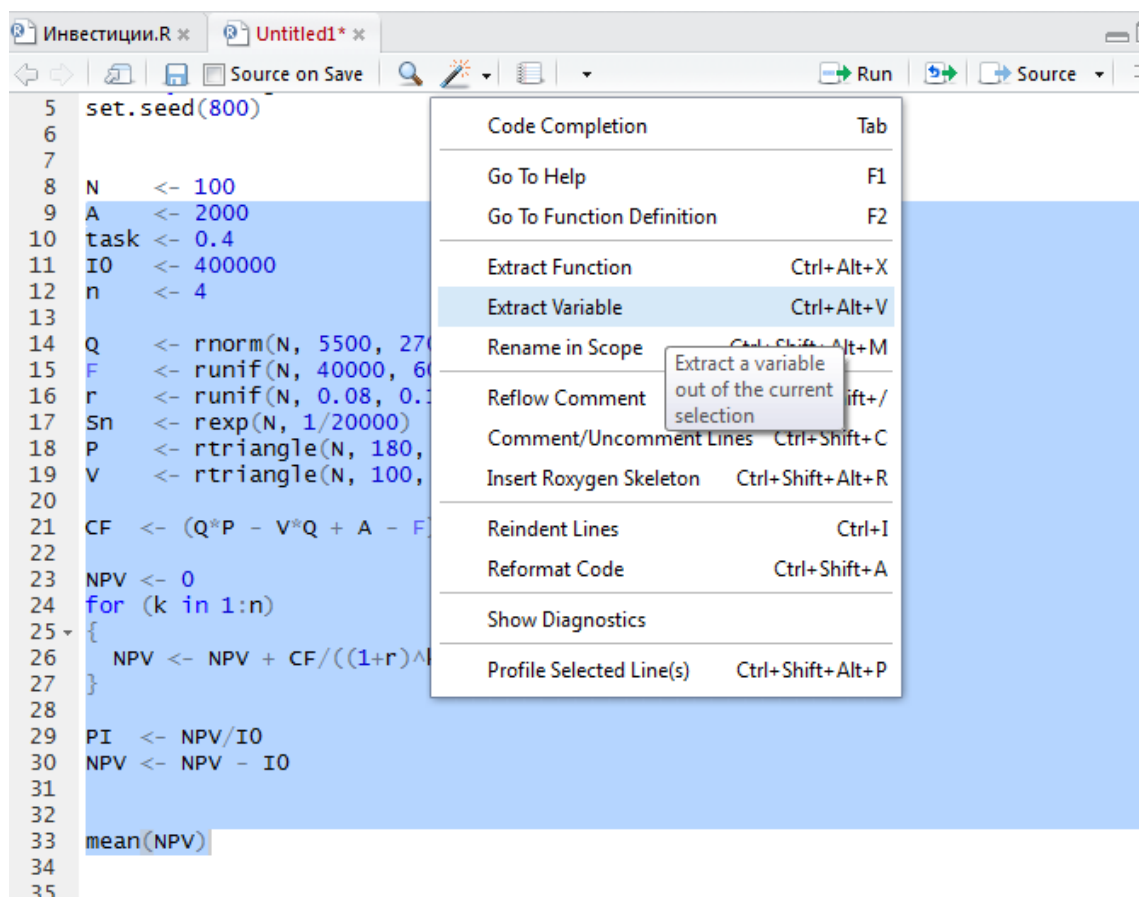


Рисунок 4.37 – Выделение функции

После этого во всплывающем окне необходимо ввести имя для вашей функции, например *Get_MeanNPV* (рисунок 4.38)

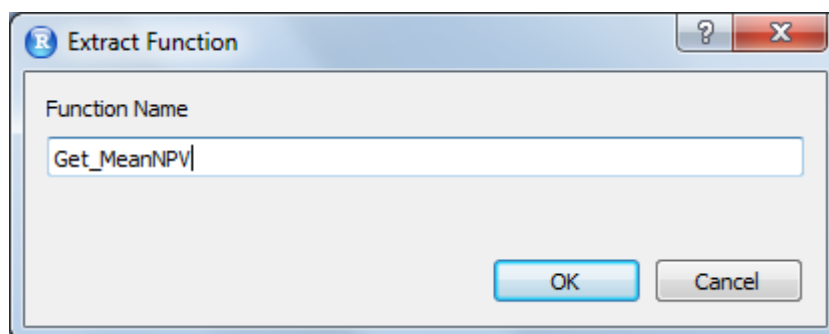


Рисунок 4.38 – Наименование функции

В итоге RStudio сгенерировала нам код программы, нам необходимо перед закрывающей скобкой прописать *return(mean(NPV))*.

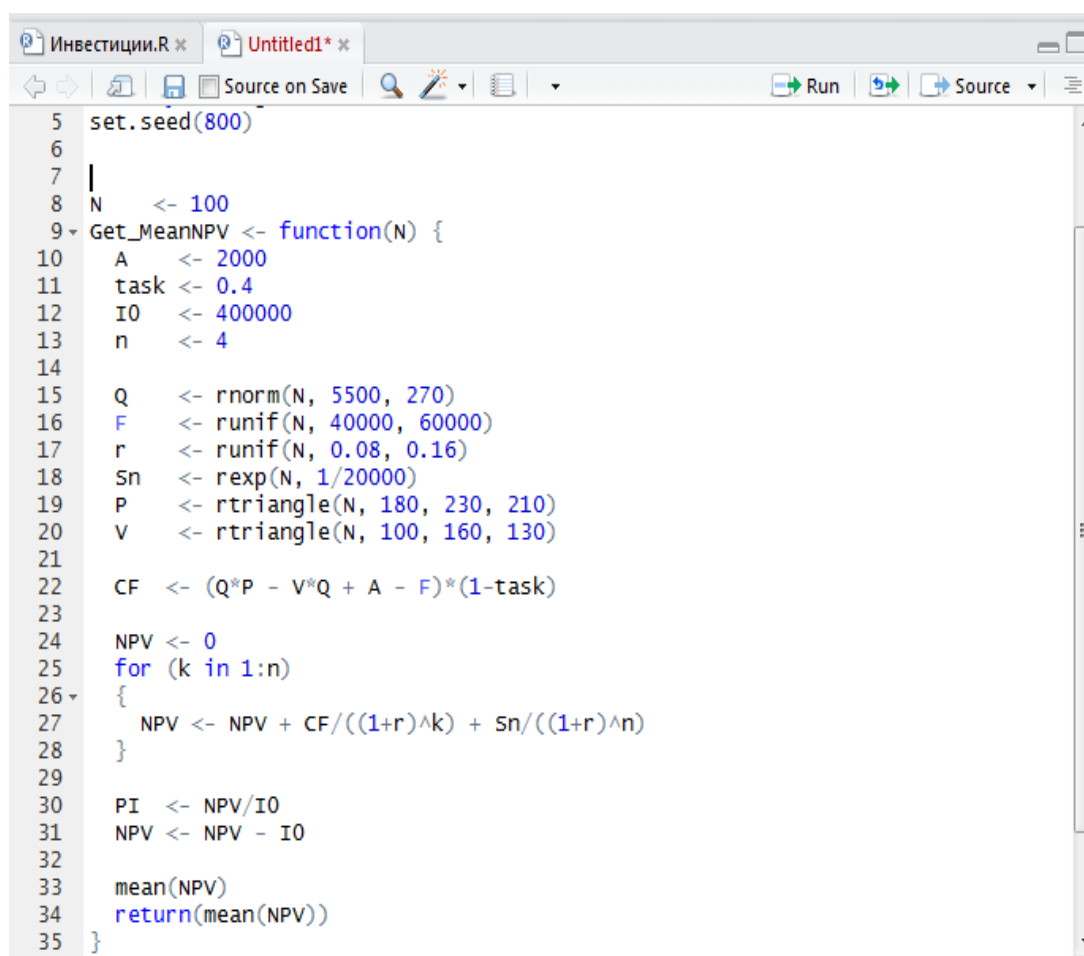


Рисунок 4.39 – Результат выделения функции

После этого нам необходимо прописать алгоритм вычисления необходимого количества имитаций. Для этого будем последовательно вызывать функцию *Get_MeanNPV()* до тех пор, пока значения стабилизируются, шаг изменения количества итераций выбирается произвольно, но не маленький (от 100). Результат работы программы представлен на рисунке 4.40.

```

Инвестиции.R *  Untitled1* *
Source on Save
3
4 library(triangle)
5 #set.seed(800)
6
7
8 N <- 100
9 Get_MeanNPV <- function(N) {
36
37
38 N1 = 100
39 N2 = 200
40 h = 100
41 M1 = Get_MeanNPV(N1)
42 M2 = Get_MeanNPV(N2)
43 eps = 100
44 k <- 0
45
46
47 while (abs(M2 - M1)>eps)
48 {
49   k <- k + 1
50   N1 <- N2
51   N2 <- N2 + h
52   M1 = Get_MeanNPV(N1)
53   M2 = Get_MeanNPV(N2)
54   print(paste0("Это ",k," операция, разбег составляет ",abs(M2 - M1), "единиц"))
55 }
56 print(paste0("Количество имитаций составляет: ",N1))
57
56:53 (Top Level)
Console ~/
[1] "Это 71 операция, разбег составляет 2930.13646801014единиц"
[1] "Это 72 операция, разбег составляет 3527.77640032611единиц"
[1] "Это 73 операция, разбег составляет 83.548137449834единиц"
>
> print(paste0("Количество имитаций составляет: ",N1))
[1] "Количество имитаций составляет: 7400"
>

```

Рисунок 4.40 – Результат определения достаточного количества имитаций

Таким образом, необходимое количество имитаций составляет 7400.

5 Содержание письменного отчета

Отчет по лабораторной работе оформляется на листах формата А4 и должен иметь следующую структуру:

- 1) титульный лист;
- 2) задание на лабораторную работу;
- 3) краткие теоретические сведения, необходимые для решения поставленных задач;
- 4) постановка задачи и математические модели, применяемые для исследования;
- 5) результаты применения ППП (или собственного ПО) для решения задач и аналитическое решение;
- 6) анализ полученных результатов и выводы.

Примечание: при разработке собственного ПО текст программы приводится в приложении.

6 Вопросы к защите

1. Дайте определение метода Монте-Карло.
2. Опишите алгоритмы генерации псевдослучайных чисел в памяти ЭВМ.
3. Почему в ЭВМ возможна работа только с псевдослучайными числами?
4. Перечислите методы получения случайных чисел по заданному закону распределения.
5. Что представляет собой датчик случайных чисел?

6. Запишите алгоритм метода обратных функций для экспоненциального закона распределения.

7. В каких случаях необходимо использовать метод свертки?

Приведите примеры использования метода свертки.

8. Как получить стандартное нормальное распределение?

9. Охарактеризуйте этапы метода Монте-Карло.

10. Сформулируйте достоинства и недостатки метода Монте-Карло.

11. Как могут задаваться законы распределения для ключевых параметров модели?

12. В каких ситуациях, рекомендовано использовать метод Монте-Карло?

13. Приведите примеры использования метода Монте-Карло.

14. Как подобрать количество итераций для метода Монте-Карло?

15. Перечислите программное обеспечение для реализации метода Монте-Карло.

Список использованных источников

1. Буховец А.. Алгоритмы вычислительной статистики в системе R. Учебное пособие / А. Буховец, П. Москалев // 2015. – 160 с.
2. Вадзинский, Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.
3. Емельянов, А. А. Имитационное моделирование экономических процессов : учеб. пособие для вузов / А. А. Емельянов, Е. А. Власова, Р. В. Дума; под ред. А. А. Емельянова. - М. : Финансы и статистика, 2004. - 368 с.
4. Зеленина, Т. А. Применение имитационного моделирования для развития компетентного подхода при подготовке бакалавров [Электронный ресурс] / Зеленина Т. А., Раменская А. В. // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры : материалы Всерос. науч.-метод. конф. (с междунар. участием), 4-6 февр. 2015 г., Оренбург / М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбургский. гос. ун-т". - Электрон. дан. - Оренбург, 2015. – С. 1353-1360.
5. Компьютерная имитация экономических процессов : учебник / под ред. А.А. Емельянова. - М. : Маркет ДС, 2010. - 464 с.
6. Мастицкий, С.Э. Статистический анализ и визуализация данных с помощью R [Электронный ресурс]/ С. Мастицкий, В.К. Шитиков // 2015. – 496 с. – Режим доступа: <http://r-analytics.blogspot.com>
7. Методы и модели эконометрики [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки 01.03.04 Прикладная математика, 38.04.01 Экономика, 38.03.05 Бизнес-информатика / под ред. А. Г. Реннера; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Ч. 2. - Оренбург : ОГУ. - 2015.

8. Описание пакетов и библиотек, документация для R [Электронный ресурс] / Официальный сайт языка R. – Режим доступа: <https://cran.r-project.org/>

9. Охорзин, В. А. Прикладная математика в системе MATHCAD : учеб. пособие для вузов / В. А. Охорзин .- 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 349 с.

10. Раменская, А.В. Анализ эффективности инвестиционного проекта создания комбикормового предприятия методом Монте-Карло / А.В. Раменская, Т.П. Негорожина // ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫЕ И ИНФРАСТРУКТУРНЫЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ РАЗЛИЧНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: сборник статей международной научно-практической конференции: в 2 частях. – 2017. – С. 89-92.

11. Реннер, А. Г. Проверка гипотез о характере распределения [Текст] : методические указания к лабораторному практикуму / А. Г. Реннер, О. А. Зиновьева, Г. Г. Аралбаева; М-во образования Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение "Оренбург. гос. ун-т", Каф. мат. методов и моделей в экономике. - Оренбург : ОГУ, 2002. - 24 с.

12. Реннер, А. Г. Математическая статистика : учебное пособие для вузов / А. Г. Реннер, Г. Г. Аралбаева. - Оренбург : ОГУ, 2003. - 175 с.

13. Кабаков, Роберт И. R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R [Электронный ресурс] / пер. с англ. Полины А. Волковой. – М.: ДМК Пресс, 2014. – 588 с. – Режим доступа: <http://kek.ksu.ru/eos/WM/Kabacoff2014ru.pdf>

14. Статистическая обработка данных в среде MathCAD. Лабораторный практикум. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2011. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru/index.php?page=book&id=141673>

Приложение А

(обязательное)

Варианты исходных данных

Таблица А.1 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 1)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		370
Цена за штуку, руб.	треугольное	280	330	290
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	140	180	220
Постоянные затраты, руб.	равномерное	50000		70000
Амортизация, руб.	постоянная	20000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	8,5		18
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00004		
Начальные инвестиции	постоянная	700 000		

Таблица А.2 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 2)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	5500		270
Цена за штуку, руб.	треугольное	180	230	210
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	100	160	130
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	2000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	8		16
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00005		
Начальные инвестиции	постоянная	400 000		

Таблица А.3 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 3)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		370
Цена за штуку, руб.	треугольное	280	330	290
Переменные затраты, руб./шт.	равномерное	180		220
Постоянные затраты, руб.	равномерное	50000		70000
Амортизация, руб.	постоянная	20000		
Налог на прибыль, %	постоянная	42		
Норма дисконта, %	равномерное	8,5		18
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00004		
Начальные инвестиции	постоянная	600 000		

Таблица А.4 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 4)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	5200		470
Цена за штуку, руб.	равномерное	180		250
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	110	150	190
Постоянные затраты, руб.	равномерное	45000		65000
Амортизация, руб.	постоянная	3900		
Налог на прибыль, %	постоянная	42		
Норма дисконта, %	равномерное	9,5		19
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00008		
Начальные инвестиции	постоянная	600 000		

Таблица А.5 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 5)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		370
Цена за штуку, руб.	треугольное	180	270	310
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	140	180	220
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		90000
Амортизация, руб.	постоянная	30000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	8		14
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00005		
Начальные инвестиции	постоянная	500 000		

Таблица А.6 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 6)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6700		450
Цена за штуку, руб.	треугольное	180	230	210
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	100	160	130
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	2500		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	6,5		14,5
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00007		
Начальные инвестиции	постоянная	500 000		

Таблица А.7 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 7)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	4500		180
Цена за штуку, руб.	треугольное	280	330	290
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	150	180	240
Постоянные затраты, руб.	равномерное	30000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	25000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	8		16
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00004		
Начальные инвестиции	постоянная	650 000		

Таблица А.8 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 8)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		550
Цена за штуку, руб.	нормальное	210		35
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	100	160	130
Постоянные затраты, руб.	треугольное	40000	55000	60000
Амортизация, руб.	постоянная	2000		
Налог на прибыль, %	постоянная	20		
Норма дисконта, %	равномерное	8		16
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00005		
Начальные инвестиции	постоянная	400 000		

Таблица А.9 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 9)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		370
Цена за штуку, руб.	треугольное	280	330	290
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	140	180	220
Постоянные затраты, руб.	равномерное	50000		70000
Амортизация, руб.	постоянная	20000		
Налог на прибыль, %	постоянная	40		
Норма дисконта, %	равномерное	8,5		18
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00004		
Начальные инвестиции	постоянная	700 000		

Таблица А.10 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 10)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	5500		270
Цена за штуку, руб.	треугольное	180	230	210
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	100	160	130
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	2000		
Налог на прибыль, %	постоянная	30		
Норма дисконта, %	равномерное	8		16
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00005		
Начальные инвестиции	постоянная	420 000		

Таблица А.11 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 11)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	6500		470
Цена за штуку, руб.	треугольное	250	340	275
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	140	180	220
Постоянные затраты, руб.	равномерное	50000		70000
Амортизация, руб.	постоянная	20000		
Налог на прибыль, %	постоянная	20		
Норма дисконта, %	равномерное	8,5		18
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00004		
Начальные инвестиции	постоянная	700 000		

Таблица А.12 – Характеристики инвестиционного проекта (вариант 12)

Показатель	Тип распределения	Параметры закона распределения		
Объем выпуска, тыс. шт.	нормальное	5500		270
Цена за штуку, руб.	нормальное	160		35
Переменные затраты, руб./шт.	треугольное	80	110	130
Постоянные затраты, руб.	равномерное	40000		60000
Амортизация, руб.	постоянная	2000		
Налог на прибыль, %	постоянная	25		
Норма дисконта, %	равномерное	8		16
Остаточная стоимость, руб.	экспоненциальное	0,00008		
Начальные инвестиции	постоянная	450 000		

Приложение Б

(обязательное)

Задание для самостоятельной работы

Задача 1. Провести финансовый анализ проекта создания предприятия методом Монте-Карло. Горизонт расчетов составляет три года. Основные параметры финансовой модели – цена, объем продаж – рассматриваются как случайные переменные, имеющие заданные вероятностное распределения. Ставка налога на прибыль составляет 20%, норма дисконта 8%.

Таблица Б.1 – Исходные данные о параметрах модели

Показатели	Закон распределения	Параметры					
		1 год		2 год		3 год	
Цена, руб	равномерное	a	b	a	b	a	b
		8500	10500	9000	11000	9500	11500
Себестоимость, %	нормальное	$M(x)$	$\sigma(x)$	$M(x)$	$\sigma(x)$	$M(x)$	$\sigma(x)$
		55	5	55	5	55	5
Объем продаж, тонн	нормальное	1500	300	1600	325	1700	350
Операционные издержки, %	нормальное	15	2	15	2	15	2

Задача 2. Описание проекта: фармацевтическая компания рассматривает вопрос о приобретении для последующего производства патента нового лекарственного препарата. Лекарство примечательно тем, что не имеет побочных эффектов. Стоимость патента составляет \$3,4 млн. Горизонт расчетов составляет три года. Рынок лекарственных препаратов является весьма конкурентным. Конкуренция со стороны других препаратов может привести к снижению цены ниже прогнозируемой. Также из-за влияния конкуренции трудно точно предсказать объем продаж препарата (количество упаковок). Помимо цены и объема продаж не поддаются точному прогнозу

будущая себестоимость препарата и операционные издержки. Очень часто себестоимость и издержки превышают запланированные. Кроме того, они могут колебаться год от года. Основная информация по проекту представлена в таблице. Себестоимость и операционные издержки рассчитываются как некоторый процент от объема продаж.

Таблица Б.2 – Характеристики инвестиционного проекта

Показатель, закон распределения	1 год			2 год			3 год		
Ставка налога на прибыль	32 %								
Ставка дисконтирования	10%								
Цена упаковки (треугольное), \$	5,90	6,00	6,10	5,95	6,05	6,15	6,00	6,10	6,20
Объем продаж (нормальное), шт	802 000		25 000	967 000		30 000	1 132 000		25 000
Себестоимость (треугольное), %	50	55	65	50	55	65	50	55	65
Операционные издержки (нормальное), %	15		2	15		2	15		2