

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра промышленной электроники
и информационно-измерительной техники

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

Методические указания

Составитель
С. А. Сильвашко

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Оренбург
2020

УДК 621.391(076.5)
ББК 32.811я7
О 28

Рецензент – доцент, кандидат технических наук А. В. Хлуденев

О 28 **Общая теория связи** : методические указания / составитель
С. А. Сильвашко; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург : ОГУ, 2020. – 45 с.

В методических указаниях изложены задания для практических занятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины «Общая теория связи». Приведены краткие теоретические сведения по отдельным разделам дисциплины.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи.

УДК 621.391(076.5)
ББК 32.811я7

© Сильвашко С. А.,
составление, 2020
© ОГУ, 2020

Содержание

Введение	4
1 Практическое занятие № 1. Анализ сигналов в частотной области	5
1.1 Краткие сведения из теории	5
1.2 Задание на практическое занятие	8
1.3 Вопросы для самоконтроля	10
2 Практическое занятие № 2. Модели каналов связи и их математическое описание	11
2.1 Краткие сведения из теории	11
2.2 Задание на практическое занятие	15
2.3 Вопросы для самоконтроля	17
3 Практическое занятие № 3. Дискретизация непрерывных сигналов.....	18
3.1 Задание на практическое занятие	18
3.2 Вопросы для самоконтроля	20
4 Практическое занятие № 4. Оценка информационных характеристик источника сообщений и канала связи	21
4.1 Краткие сведения из теории	21
4.2 Задание на практическое занятие	26
4.3 Вопросы для самоконтроля	28
5 Практическое занятие № 5. Оценка помехоустойчивости корректирующих кодов	30
5.1 Краткие сведения из теории	30
5.2 Задание на практическое занятие	33
5.3 Вопросы для самоконтроля	34
6 Практическое занятие № 6. Анализ методов приема дискретных сообщений.....	35
6.1 Краткие сведения из теории	35
6.2 Задание на практическое занятие	39
6.3 Вопросы для самоконтроля	40
7 Практическое занятие № 7. Разделение сигналов в многоканальной системе связи	42
7.1 Задание на практическое занятие	42
7.2 Вопросы для самоконтроля	43
8 Литература, рекомендуемая для изучения при подготовке к занятиям	44
Список использованных источников	45

Введение

Практические занятия по дисциплине «Общая теория связи», предусмотренной учебным планом подготовки бакалавров по образовательным программам высшего образования по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, направлены на формирование у обучающихся умений моделировать сигналы и процессы в каналах связи, устройствах систем связи, решать задачи, связанные с оценкой информационных характеристик источников сообщений и каналов связи, помехоустойчивости каналов связи.

В методических указаниях изложены задачи по всем разделам дисциплины, предусмотренным рабочей программой, а также теоретический материал в объеме, достаточном для самостоятельного решения задач.

1 Практическое занятие № 1. Анализ сигналов в частотной области

Целью занятия является формирование способности моделирования с помощью программных средств сигналов в частотной области и анализа на основе результатов моделирования их параметров.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 4 академических часа.

1.1 Краткие сведения из теории

Знание свойств информационного сигнала в частотной области позволяет правильно спроектировать устройства обработки сигнала, обеспечить оптимальное **согласование** частотных характеристик (полосы пропускания) устройств со спектром сигнала.

Как известно, аналитическое выражение, описывающее комплексный спектр (**спектральную плотность**) непериодического сигнала (одиночного импульса), можно получить с помощью интеграла Фурье (**прямое преобразование Фурье**) [4]:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

где $u(t)$ – математическая модель сигнала во временной области (вещественная функция времени).

На практике, как правило, приходится иметь дело с конечным числом N импульсов. Спектр ограниченной во времени последовательности равноотстоящих импульсов одинаковых по форме можно представить как сумму спектров N одиночных импульсов, сдвинутых один относительно другого на время, равное периоду повторения импульсов T :

$$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) \sum_{k=0}^{N-1} e^{-jk\omega T}, \quad (2)$$

где $\dot{S}_1(\omega)$ – спектральная плотность одного импульса.

На рисунке 1 представлены спектральные плотности двух импульсных последовательностей, соответственно, из трех (рисунок 1, а) и четырех (рисунок 1, б) импульсов с одинаковыми параметрами [4]. Пунктирной линией на рисунке для сравнения показана огибающая спектральной плотности амплитуд одиночного импульса с такими же параметрами.

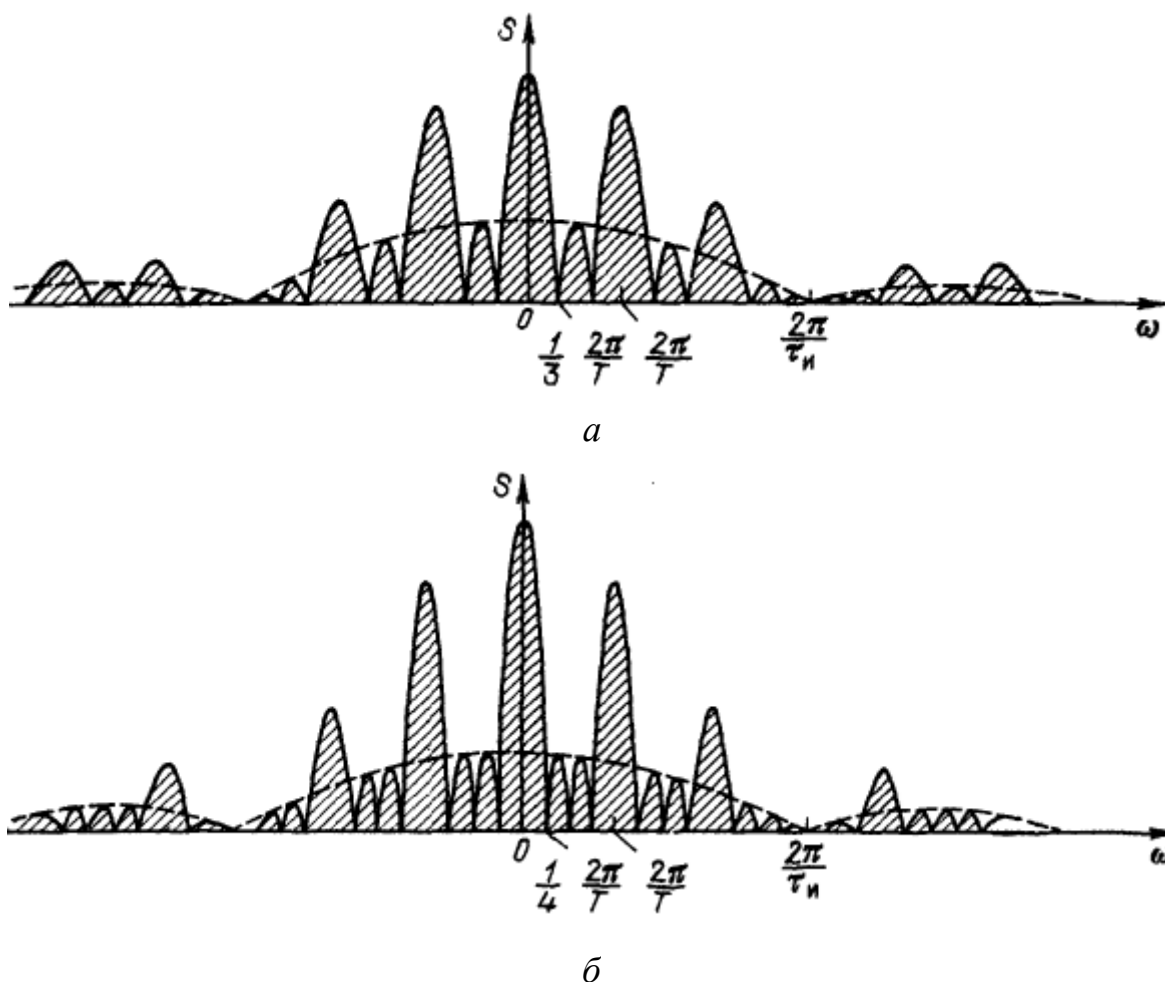


Рисунок 1

Как видно из рисунка, на частотах, отвечающих условию $\omega = \frac{2k\pi}{T}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$, спектральная плотность амплитуд последовательности импульсов в N раз больше спектральной плотности амплитуд одиночного импульса. Это объясняется тем, что гармоники различных импульсов с указанными частотами складываются со сдвигами фаз, кратными 2π . Ширина основного лепестка спектральной плотности амплитуд, независимо от числа импульсов в последовательности, определяется дли-

тельностью одного импульса и равна $\frac{2 \cdot 2\pi}{\tau_u}$. Спектр носит *гребенчатый* характер с шириной гребенки (по нулевым значениям), равной $\frac{2 \cdot 2\pi}{NT}$.

С увеличением числа импульсов в последовательности спектральная плотность все больше расщепляется и в пределе при $N \rightarrow \infty$ принимает линейчатую структуру спектра периодического сигнала.

Спектральная плотность непериодического сигнала может быть получена на основе использования спектров **выравненных сигналов-аппликат**, приведенных в таблице 1 [2]. В таблице использованы следующие обозначения: E – амплитуда импульсного сигнала; τ – длительность одного импульсного сигнала; ω – текущая частота; ω_0 – частота гармонического колебания; U_m – амплитуда гармонического колебания.

Примечание – Под выравниванием сигнала-аппликаты понимают расположение сигнала на временной оси симметрично относительно нуля (то есть на интервале от $-\frac{\tau}{2}$ до $\frac{\tau}{2}$).

Из сигналов-аппликат **методом суперпозиции** составляют сложные сигналы. Выражение спектра $\dot{S}(\omega)$ аппликаты имеет вид:

$$\dot{S}(\omega) = \frac{2}{\omega} \left\{ \left[\dot{A}(\omega) \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) + \dot{B}(\omega) \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right] + j \left[\dot{C}(\omega) \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) + \dot{D}(\omega) \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right] \right\}. \quad (3)$$

Учитывая линейный характер преобразования Фурье, результирующий спектр сигнала определяется как сумма спектров всех аппликат:

$$\dot{S}_{\Sigma}(\omega) = \sum_{i=1}^m \dot{S}_i(\omega) \exp(-j\omega t_{cm_i}), \quad (4)$$

где m – число аппликат;

t_{cm_i} – смещение i -ой аппликаты в ансамбле сигнала на оси t относительно нуля.

Таблица 1 – Коэффициенты для выражения $\dot{S}(\omega)$ типовых аппликат сигналов

$e(t)$ при $ t \leq \tau/2$ (при $ t > \tau/2$ $e(t) = 0$)	$\dot{A}(\omega)$	$\dot{B}(\omega)$	$\dot{C}(\omega)$	$\dot{D}(\omega)$
E	E	0	0	0
$\frac{E}{\tau} \cdot t$	0	0	$-\frac{E}{\omega\tau}$	$\frac{E}{2}$
$\frac{4E}{\tau^2} \cdot t^2$	$E\left(1 - \frac{8}{\omega^2\tau^2}\right)$	$\frac{4E}{\omega\tau}$	0	0
$\frac{8E}{\tau^3} \cdot t^3$	0	0	$-E\left(\frac{6}{\omega\tau} - \frac{48}{\omega^3\tau^3}\right)$	$E\left(1 - \frac{24}{\omega^2\tau^2}\right)$
$E \cdot \text{ch}(\alpha t)$	$\frac{E \cdot \text{ch}(\alpha\tau/2)}{1 + \frac{\alpha^2}{\omega^2}}$	$\frac{E \cdot \text{sh}(\alpha\tau/2)}{\frac{\omega}{\alpha} + \frac{\alpha}{\omega}}$	0	0
$E \cdot \text{sh}(\alpha t)$	0	0	$\frac{-E \cdot \text{ch}(\alpha\tau/2)}{\frac{\omega}{\alpha} + \frac{\alpha}{\omega}}$	$\frac{E \cdot \text{sh}(\alpha\tau/2)}{1 + \frac{\alpha^2}{\omega^2}}$
$U_m \cos(\omega_0 t)$	$\frac{U_m}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \cos\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$	$\frac{-U_m}{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}} \sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$	0	0
$U_m \sin(\omega_0 t)$	0	0	$\frac{-U_m}{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}} \cos\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$	$\frac{U_m}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$

1.2 Задание на практическое занятие

1.2.1 Получить аналитическое выражение спектральной плотности непериодического сигнала, представленного временной функцией (таблица 2).

1.2.2 Выполнить моделирование в среде программной системы Mathcad. Построить диаграммы сигнала во временной и частотной области. Определить цен-

тральную частоту главного лепестка спектральной плотности и частоты «нулей». Установить связь между значениями указанных частот и временными параметрами сигнала.

Таблица 2 – Варианты индивидуальных заданий

Номера вариантов	Модель сигнала
1	$u(t) = \begin{cases} 5\cos(2\pi t), & \text{при: } 0 \leq t \leq 4; 8 \leq t \leq 12; 16 \leq t \leq 20, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
2	$u(t) = \begin{cases} 2\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 0 \leq t \leq 24, \\ -2\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 24 \leq t \leq 48, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
3	$u(t) = \begin{cases} -3\cos(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ 3\cos(2\pi t), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
4	$u(t) = \begin{cases} 4\sin(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 10, \\ 4\cos(2\pi t), & \text{при } 10 \leq t \leq 20, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
5	$u(t) = \begin{cases} 4\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при: } 0 \leq t \leq 6; 12 \leq t \leq 18, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
6	$u(t) = \begin{cases} 3\cos\left(\frac{2\pi t}{4}\right), & \text{при: } 0 \leq t \leq 4; 8 \leq t \leq 12; 16 \leq t \leq 20, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
7	$u(t) = \begin{cases} 4\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 0 \leq t \leq 24, \\ -4\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 24 \leq t \leq 48, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
8	$u(t) = \begin{cases} -5\cos(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ 5\cos(2\pi t), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
9	$u(t) = \begin{cases} 6\cos(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ 6\sin(2\pi t), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
10	$u(t) = \begin{cases} 15\sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right), & \text{при: } 0 \leq t \leq 6; 12 \leq t \leq 18; 24 \leq t \leq 30, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
11	$u(t) = \begin{cases} 7\cos(2\pi t), & \text{при: } 0 \leq t \leq 5; 10 \leq t \leq 15, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$

Продолжение таблицы 2

Номера вариантов	Модель сигнала
12	$u(t) = \begin{cases} 10\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ -10\sin\left(\frac{2\pi t}{2}\right), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
13	$u(t) = \begin{cases} 8\cos(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ -8\cos(2\pi t), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
14	$u(t) = \begin{cases} 4\cos(2\pi t), & \text{при } 0 \leq t \leq 12, \\ -4\sin(2\pi t), & \text{при } 12 \leq t \leq 24, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$
15	$u(t) = \begin{cases} 8\cos\left(\frac{2\pi t}{4}\right), & \text{при: } 0 \leq t \leq 5; 10 \leq t \leq 15; 20 \leq t \leq 25, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$

1.2.3 Используя прямое преобразование Фурье (1), получить спектр сигнала. Построить в одной системе координат диаграммы спектральных плотностей сигнала, полученные при выполнении п. 1.2.2 и п. 1.2.3. Сравнить полученные результаты. Сформулировать выводы.

1.3 Вопросы для самоконтроля

1.3.1 Что понимают под спектром сигнала?

1.3.2 Как получить спектр периодического сигнала?

1.3.3 Как получить спектр непериодического сигнала?

1.3.4 Приведите основные свойства преобразования Фурье.

1.3.5 Как перейти от спектральной плотности сигнала к спектру амплитуд?

1.3.6 Как связаны параметры сигнала во временной и частотной областях?

1.3.7 Как изменяется спектр сигнала при переходе от одиночного импульса к «пачке» импульсов с одинаковыми параметрами?

2 Практическое занятие № 2. Модели каналов связи и их математическое описание

Целью занятия является формирование у обучающихся способности моделирования каналов передачи информации для оценки их эффективности.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

2.1 Краткие сведения из теории

Совокупность средств, предназначенных для передачи сообщений и соответствующих им сигналов от источника сообщения к его получателю, называют **каналом связи** [6]. В более узком смысле под каналом понимают линию связи, представляющую собой среду распространения сигнала, переносящего сообщение, от передатчика к приемнику системы связи.

При передаче сообщения по каналу связи сигнал, используемый для его переноса, с помощью различных устройств подвергается многочисленным преобразованиям с целью наиболее эффективной передачи информации от источника к получателю. На сигнал в процессе его распространения воздействуют разного рода помехи (в том числе собственные шумы различных устройств канала связи, атмосферные и промышленные помехи среды распространения в радиосвязи и т. п.). В связи с этим сигнал необходимо рассматривать как случайный процесс и при анализе его распространения в канале связи учитывать как параметры и характеристики устройств, используемых в канале для его преобразования, так и вероятностные характеристики самого сигнала.

С учетом характера сигналов на входе и выходе канала связи, различают три типа каналов: **непрерывные, дискретно-непрерывные и дискретные** [6].

В *непрерывных* каналах сигналы на входе и выходе непрерывны по уровням. Если обозначить сигнал на входе канала $s(t)$, а на выходе – $z(t)$, то для математического описания непрерывного канала надо задать плотность вероятности входного сигнала $p(s)$ и условную плотность вероятности перехода $p(z | s)$.

Если плотности вероятности переходов в канале $p(z | s)$ не зависят от времени, то канал называется *стационарным*. Канал **не имеет памяти**, если значения выходного сигнала $z(t)$ в момент t зависят только от значения входного сигнала $s(t)$ в тот же момент времени. Если же значения сигнала $z(t)$ в момент времени t зависят и от значений входных сигналов в предшествующие моменты времени, то **канал имеет память**.

Степень соответствия переданного и принятого сообщений (**верность связи**) определяется, в основном, искажениями сигналов в непрерывной части канала, а также присутствующими в канале аддитивными шумами $n(t)$. При воздействии аддитивного шума сигнал на выходе канала принимает вид:

$$z(t) = s(t) + n(t). \quad (5)$$

Искажения передаваемого сигнала проявляются в изменении его формы, что сказывается на достоверности принятой информации.

Сигнал $z(t)$ в момент времени t на выходе произвольной физически осуществимой линейной системы (с некоторыми ограничениями канал можно считать линейным) можно связать с сигналом на ее входе $s(t)$ интегралом Дюамеля

$$z(t) = s(t)h(0) + \int_0^t g(t, \tau)s(t - \tau)d\tau = s(0)h(t) + \int_0^t h(t, \tau)s'(t - \tau)d\tau, \quad (6)$$

где $g(t, \tau)$ – импульсная переходная характеристика системы (реакция системы в момент t на δ -импульс, поданный на вход в момент $t - \tau$);

$h(t, \tau)$ – переходная характеристика системы (реакция системы в момент t на единичный скачек, поданный на вход в момент $t - \tau$).

Протяженность переходного процесса $g(t, \tau)$ по переменной τ называют **интервалом рассеяния во времени (памятью)** τ_p линейного канала [6]. По *методу равновеликого прямоугольника* интервал рассеяния во времени определяется соотношением

$$\tau_p = \frac{\int_0^{\infty} |g(t, \tau)| d\tau}{|g(t, \tau)|_{\max}} \quad (7)$$

На практике при анализе прохождения сигналов через линейные цепи часто используют характеристику цепи (канала), называемую **частотной передаточной функцией**: $\dot{K}(\omega, t) = K(\omega, t)e^{j\varphi(\omega, t)}$, где $K(\omega, t)$ – модуль, а $\varphi(\omega, t)$ – аргумент частотной передаточной функции. Между импульсной переходной характеристикой $g(t, \tau)$ и частотной передаточной функцией существует связь:

$$\dot{K}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (8)$$

$$g(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(\omega, t) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (9)$$

В *дискретно-непрерывных каналах* сигналы на входе дискретны, а на выходе – непрерывны (по уровням) или наоборот.

На входе и выходе *дискретных каналов* наблюдаются **дискретные сигналы** (как по уровням, так и состояниям информационного параметра во времени) или **символы из конечномерного ансамбля**. Дискретный канал считается математически описан, если заданы **алфавит кодовых символов** на входе a_i (где $i = 1, 2, \dots, m$) вместе с их вероятностями $P(a_i)$, алфавит кодовых символов на выходе b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) и значения вероятностей переходов $P(b_j | a_i)$, т. е. вероятностей того, что на выходе канала появится символ b_j при условии, что на вход поступил символ a_i [6].

Совместная вероятность поступления символа a_i на вход и появления символа b_j на выходе равна:

$$P(a_i, b_j) = P(a_i)P(b_j | a_i) = P(b_j)P(a_i | b_j). \quad (10)$$

Вероятность того, что на вход подан символ a_i при условии, что на выходе появится символ b_j (то есть апостериорная вероятность), определяется по формуле Байеса:

$$P(a_i | b_j) = \frac{P(a_i)P(b_j | a_i)}{\sum_{i=1}^m P(a_i)P(b_j | a_i)}. \quad (11)$$

Дискретный канал называется **стационарным и без памяти**, если вероятности переходов $P(b_j | a_i)$ для каждой пары i, j не меняются во времени и не зависят от того, какие символы передавались ранее [6]. В противном случае канал называется **нестационарным**. Если вероятности переходов зависят от символов, переданных ранее, то канал называется каналом **с памятью**.

Если в однородном дискретном канале алфавиты на входе и выходе одинаковы (то есть $m = n$) и для любой пары $i \neq j$ вероятности $P(b_j | a_i) = p_0$, а для пары $i = j$ $P(b_j | a_i) = q = 1 - (m - 1)p_0$, то такой канал называют **симметричным каналом без стирания**.

Если объем алфавита символов на выходе канала n превышает объем алфавита входных символов m , канал называют **каналом со стиранием**. Чаще всего на практике встречаются дискретные каналы со стиранием, в которых $n = m + 1$.

Для любой модели дискретного канала можно записать, пользуясь поразрядным сложением по модулю основания кода m (например, по модулю 2 при бинарном кодировании):

$$\hat{\mathbf{V}}^{[n]} = \mathbf{V}^{[n]} + \mathbf{E}^{[n]}, \quad (12)$$

где $\mathbf{V}^{[n]}$, $\hat{\mathbf{V}}^{[n]}$ – случайные последовательности (кодовые комбинации) из n символов на входе и выходе канала;

$\mathbf{E}^{[n]}$ – случайный вектор ошибки из n символов.

При двоичном кодировании (то есть при $m = 2$) разряды вектора ошибки принимают значения $\mathbf{0}$ и $\mathbf{1}$. Символ $\mathbf{1}$ в векторе ошибки означает, что в соот-

ветствующем месте передаваемой последовательности символ принят ошибочно, а символ **0** означает безошибочный прием. Число ненулевых символов в векторе ошибок называется его **весом**. Вес вектора ошибок равен расстоянию по Хеммингу между переданной и принятой кодовыми последовательностями.

2.2 Задание на практическое занятие

2.2.1 Пусть некоторый линейный канал с постоянными параметрами моделируется электрической схемой, показанной на рисунке 2. Определить интервал временного рассеяния (память) такого канала по методу равновеликого прямоугольника. Параметры элементов R и C схемы взять из таблицы 3.

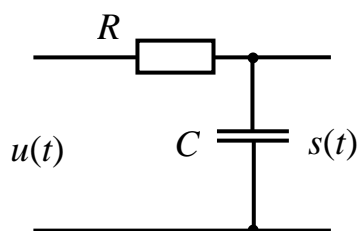


Рисунок 2

Таблица 3 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R , Ом	100	90	75	150	200	170	300	150	120	500	60	75	420	85	330
C , мкФ	20	0,22	10	10	0,5	0,05	5	1	15	0,47	25	47	3,3	33	0,22

2.2.2 Пусть некоторый линейный канал описывается импульсной переходной характеристикой $g(t, \tau) = e^{-\alpha_1 \tau} e^{-\alpha_2 t}$, $\tau \geq 0, t \geq 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$. Найти коэффициент рассеяния канала для исходных данных, приведенных в таблице 4.

Таблица 4 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
α_1, c^{-1}	0,1	0,01	0,5	0,15	0,45	0,15	0,3	0,35	0,17	0,1	0,01	0,5	0,15	0,45	0,1
α_2, c^{-1}	0,05	0,4	0,17	0,25	0,01	0,02	0,4	0,15	0,05	0,27	0,5	0,17	0,4	0,05	0,45

2.2.3 Найти отношение сигнал-шум в полосе сигнала F_c , полагая, что сигнал представляет собой узкополосный процесс со средним квадратом значения огибающей $\overline{U^2}$, а флуктуационный шум порожден тепловым движением электронов при абсолютной температуре проводника T . Исходные данные приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$F_c \cdot 10^{-3}$, Гц	4	9	4	8	7	5	2	8	10	2	3	8	6	9	4
$\overline{U^2}$, мкВт	3	5	6	4	1	7	8	5	4	10	7	8	3	2	6
T , град	273	294	153	281	335	391	243	246	309	333	375	513	256	321	285

2.2.4 В дискретном канале переданная и принятая кодовые комбинации соответственно равны $\mathbf{V}^{[5]}$ и $\hat{\mathbf{V}}^{[5]}$. Написать вектор ошибки. Чему равен его вес? Для какого канала характерен такой вектор ошибок: для симметричного или несимметричного канала, с памятью или без памяти? Варианты исходных данных приведены ниже:

- 1) $\mathbf{V}^{[5]} = 10101$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 01010$;
- 2) $\mathbf{V}^{[5]} = 00011$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 11000$;
- 3) $\mathbf{V}^{[5]} = 00111$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10000$;
- 4) $\mathbf{V}^{[5]} = 01011$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10100$;
- 5) $\mathbf{V}^{[5]} = 10111$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 01000$;
- 6) $\mathbf{V}^{[5]} = 01001$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10110$;
- 7) $\mathbf{V}^{[5]} = 11111$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 00011$;
- 8) $\mathbf{V}^{[5]} = 00100$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10001$;
- 9) $\mathbf{V}^{[5]} = 01010$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10011$;
- 10) $\mathbf{V}^{[5]} = 11100$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 00011$;
- 11) $\mathbf{V}^{[5]} = 01111$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10000$;

- 12) $\mathbf{V}^{[5]} = 11011$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 00000$;
- 13) $\mathbf{V}^{[5]} = 01011$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10110$;
- 14) $\mathbf{V}^{[5]} = 11100$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 10000$;
- 15) $\mathbf{V}^{[5]} = 00100$, $\hat{\mathbf{V}}^{[5]} = 11000$.

2.3 Вопросы для самоконтроля

2.3.1 Приведите классификацию каналов связи.

2.3.2 В чем различие между дискретно-непрерывным и дискретным каналами связи?

2.3.3 Что нужно знать для составления модели непрерывного канала связи?

2.3.4 Какой непрерывный канал называется каналом с памятью?

2.3.5 Запишите интеграл Дюамеля для линейной системы.

2.3.6 Что называется частотной передаточной функцией линейной электрической цепи?

2.3.7 Запишите выражения, связывающие импульсную переходную характеристику и частотную передаточную функцию линейной системы.

2.3.8 Что нужно знать для составления модели дискретного канала связи?

2.3.9 Какой дискретный канал называется симметричным каналом без стирания?

3 Практическое занятие № 3. Дискретизация непрерывных сигналов

Целью занятия является формирование у обучающихся способности моделирования сигналов, используемых в системах связи, для оценки достоверности передачи информации по каналу связи.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

3.1 Задание на практическое занятие

3.1.1 В программе Multisim создать модель для исследования процесса дискретизации непрерывных сигналов в соответствии со схемой, приведенной на рисунке 2.

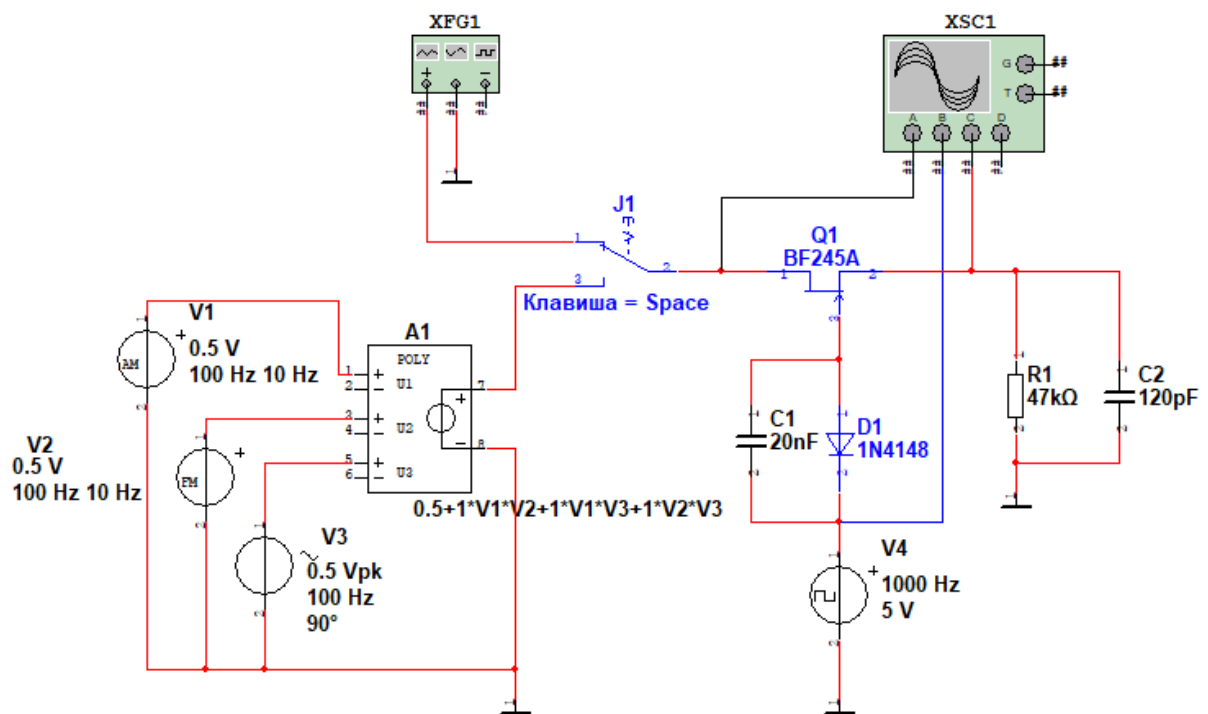


Рисунок 2

Установить частоту функционального генератора XFG1 f_0 в соответствии с номером варианта (таблица 6), а амплитуду – равной **одному вольту**. Вид генерируемого сигнала – гармонический.

Установить амплитуды напряжений источников сигналов V1, V2 и V3 равными 0,5 В, несущие частоты f_0 и другие параметры – в соответствии с таблицей 6.

Таблица 6 – Варианты исходных данных

Номера вариантов	Частота f_0 , Гц	V1		V2		V3
		Частота модуляции, Гц	Коэффициент модуляции	Частота модуляции, Гц	Индекс модуляции	Фаза, град.
1	500	50	0,5	50	5	30
2	350	30	0,6	30	2	50
3	430	40	0,7	40	4	90
4	150	10	0,5	10	5	85
5	620	60	0,8	60	3	45
6	440	40	0,6	40	2	25
7	180	20	0,9	20	5	70
8	540	50	0,7	50	4	40
9	400	40	0,5	40	2	55
10	600	60	0,6	60	3	85
11	300	30	0,7	30	5	65
12	140	10	0,5	10	2	35
13	270	30	0,8	30	4	70
14	460	50	0,6	50	3	80
15	520	50	0,9	50	5	90

Установить коэффициенты полиномиального источника A1: A = 0,5; F = 1; G = 1; I = 1.

Вычислить шаг дискретизации (период дискретизации T_δ) непрерывного колебания с учетом требований теоремы Котельникова:

$$T_\delta \leq \frac{1}{2F_g}, \quad (13)$$

где F_g наибольшая частота в спектре сигнала.

Установить параметры генератора управляющего сигнала V4:

- амплитуду равной 5 В;
- длительность – 10 %;
- частоту равной $\frac{1}{T_\delta}$.

3.1.2 Установить ключ J1 в верхнее положение. Включить моделирование и вывести на экран осциллографа диаграммы напряжений в трех узлах схемы. Настроить длительность развертки осциллографа таким образом, чтобы наблюда-

лось два периода непрерывного колебания (с выхода функционального генератора XFG1). Перенести изображение экрана и органов управления осциллографа в отчет.

Проанализировать полученный результат моделирования. Оценить возможность восстановления непрерывного сигнала по его дискретным выборкам.

Сформулировать выводы.

3.1.3 Установить частоту генератора управляющего сигнала V4 равной частоте колебаний функционального генератора f_0 . Повторить действия по п. 3.1.2.

Проанализировать полученный результат моделирования. Оценить возможность восстановления непрерывного сигнала по его дискретным выборкам.

Сформулировать выводы.

3.1.4 Установить ключ J1 в нижнее положение. Частоту генератора управляющего сигнала V4 установить равной расчетной величине $\frac{1}{T_0}$.

Включить моделирование и вывести на экран осциллографа диаграммы напряжений в трех узлах схемы. Настроить длительность развертки осциллографа таким образом, чтобы наблюдалось около двух периодов непрерывного стохастического сигнала (с выхода полиномиального источника A1). Перенести изображение экрана и органов управления осциллографа в отчет.

Проанализировать полученный результат моделирования. Оценить возможность восстановления непрерывного стохастического сигнала по его дискретным выборкам.

Сформулировать выводы.

3.2 Вопросы для самоконтроля

3.2.1 В чем заключается процесс дискретизации непрерывных сигналов?

3.2.2 Приведите примеры практического использования дискретизации сигналов в системах связи.

3.2.3 Сформулируйте теорему отсчетов (теорему Котельникова).

3.2.4 Каким образом и с помощью какого функционального устройства обеспечивается восстановление сигнала по его отсчетам (дискретным выборкам)?

4 Практическое занятие № 4. Оценка информационных характеристик источника сообщений и канала связи

Целью занятия является формирование способности решать задачи оценки информационных характеристик источников сообщений и каналов связи.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

4.1 Краткие сведения из теории

Пусть алфавит A дискретного источника независимых сообщений имеет объем N символов ($A = \{a_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$), вероятность появления каждого из которых составляет $P(a_i)$ ($\sum_{i=1}^N P(a_i) = 1$). **Количество информации** $I(a_i)$, получаемой наблюдателем при появлении символа a_i , определяется по формуле К. Шеннона:

$$I(a_i) = -\log_b [P(a_i)]. \quad (14)$$

Основание логарифма b в (14) может быть произвольным, оно определяет лишь систему единиц измерения количества информации. Например, если $b = 2$, то информация измеряется в двоичных единицах (**битах**).

Среднее количество информации $H(A)$, приходящееся на один символ, определяется выражением

$$H(A) = -\sum_{i=1}^N P(a_i) \log [P(a_i)] \quad (15)$$

и называется **энтропией** источника независимых сообщений. Единица измерения энтропии такая же, как и единица измерения количества информации.

Основные свойства энтропии:

1) $H(A) \geq 0$ (то есть, всегда неотрицательна);

2) если все N символов дискретного источника равновероятны (то есть $P(a_i) = 1/N$), то энтропия достигает максимальное значение:

$$H_{\max} = \log N. \quad (16)$$

Одной из информационных характеристик дискретного источника является его **избыточность**. Коэффициент избыточности определяется по формуле:

$$R = 1 - \frac{H(A)}{H_{\max}} = 1 - \frac{H(A)}{\log N}. \quad (17)$$

Если в единицу времени источник выдает в среднем v_u символов (**скорость источника**), то среднее количество информации, создаваемое источником в единицу времени, равно [6]:

$$H'(A) = v_u H(A) = \frac{H(A)}{T_{cp}}, \quad (18)$$

где T_{cp} – средняя длительность одного символа.

Характеристику $H'(A)$ называют **производительностью дискретного источника**.

Если на вход канала связи с шумами поступают символы a_i ($i = 1, 2, \dots, m$), а с выхода снимаются символы b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) и известны условные вероятности переходов $P(b_j/a_i)$ и апостериорные вероятности $P(a_i/b_j)$, то **среднее количество информации, потерянной** при передаче произвольного символа по каналу связи **без памяти**, определяется из выражения:

$$\begin{aligned} I(A|B) = H(A|B) &= - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m P(a_i|b_j) P(b_j) \log [P(a_i|b_j)] = \\ &= - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m P(a_i, b_j) \log \left[\frac{P(a_i, b_j)}{P(b_j)} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

где $P(a_i, b_j)$ – совместная вероятность символов a_i и b_j на входе и выходе канала.

Величина, определяемая с помощью выражения (19), называется **ненадежностью канала**. Для источника (канала) **без памяти среднее количество переданной по каналу информации на один символ** равно:

$$I(A, B) = I(A) - I(A|B) = H(A) - H(A|B) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m P(a_i, b_j) \log \left[\frac{P(a_i, b_j)}{P(a_i)P(b_j)} \right]. \quad (20)$$

Количество информации $I(A, B) = 0$, если символы на входе и выходе независимы (очень сильные помехи или обрыв канала связи), и $I(A, B) = I(A)$, если помехи отсутствуют [5].

Величина $H(B|A) = I(B|A)$ определяет информацию, содержащуюся в последовательности выходных символов B при известной последовательности входных символов A (характеризует информацию о помехах в канале или **энтропию шума**):

$$H(B|A) = - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m P(a_i, b_j) \log [P(b_j | a_i)]. \quad (21)$$

Если на вход дискретного канала поступает в среднем v_u символов в единицу времени, то **средняя скорость передачи информации по каналу с шумами** определяется из выражения:

$$I'(A, B) = v_u I(A, B) = H'(A) - H'(A|B) = H'(B) - H'(B|A), \quad (22)$$

где $H'(A)$ – производительность источника на входе канала;

$H'(A|B)$ – ненадежность канала в единицу времени;

$H'(B)$ – производительность источника, образованного выходом канала;

$H'(B|A)$ – количество ложной информации, создаваемой шумом в единицу времени.

Пропускной способностью канала называется предельная скорость передачи информации при заданных свойствах канала (заданной помехе) Для дискретного канала пропускная способность определяется из выражения [6]:

$$C = v_u \max I(A, B). \quad (23)$$

Средняя вероятность ошибки при оптимальном кодировании определяется соотношением

$$p_{ош} \approx 2^{-T[C-H'(A)]}, \quad (24)$$

где T – длительность сигнала, соответствующего последовательности символов источника достаточно большой длины m ;

$C - H'(A)$ – запас пропускной способности канала.

Для описания информационных свойств непрерывного источника используют понятие **дифференциальной энтропии** $h(X)$:

$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log [p(x)] dx, \quad (25)$$

где $p(x)$ – функция плотности вероятности сигнала $X(t)$, выдаваемого источником.

При независимых отсчетах и заданной дисперсии σ^2 случайный процесс $X(t)$ с гауссовским распределением мгновенных значений имеет наибольшее значение дифференциальной энтропии, равное

$$h_{\max}(X) = \log \sqrt{2\pi e \sigma^2}, \quad (26)$$

где $e \approx 2,7183$.

Количество информации, содержащееся в одном непрерывном отсчете процесса $Y(t)$ относительно отсчета процесса $X(t)$ (взаимная информация двух непрерывных процессов), определяется формулой

$$I(X, Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log \left[\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right] dx dy = h(X) - h(X|Y) = h(Y) - h(Y|X), \quad (27)$$

где $p(x, y)$ – совместная плотность вероятности процессов $X(t)$ и $Y(t)$;

$$h(X|Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log [p(x|y)] dx dy - \text{условная дифференциальная энтропия}$$

отсчета $X(t)$ при известном отсчете $Y(t)$;

$$h(Y|X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \log [p(y|x)] dx dy - \text{условная дифференциальная энтропия}$$

отсчета $Y(t)$ при известном отсчете $X(t)$.

Если на вход непрерывного канала поступил сигнал $U(t)$, а в канале действует аддитивная помеха $N(t)$ так, что принимаемое колебание представляет собой сумму двух этих сигналов $Z(t) = U(t) + N(t)$, то условная дифференциальная энтропия помехи $h(Z/U) = h(N)$ [5]. Поэтому

$$I(U, Z) = h(Z) - h(N). \quad (28)$$

Скорость передачи информации по непрерывному каналу с дискретным временем

$$I'(U, Z) = v_{\kappa} [h(Z) - h(N)], \quad (29)$$

где $v_{\kappa} = 2F_{\kappa}$ – число отсчетов сигнала, передаваемое в одну секунду по каналу с полосой пропускания F_{κ} .

Под **пропускной способностью** C непрерывного канала с заданным шумом понимают предельное значение скорости передачи информации (29), достигаемое при вариации всевозможных источников на входе.

При аддитивном шуме в канале

$$C = v_{\kappa} \max [h(Z) - h(N)]. \quad (30)$$

Максимальный объем информации, который может быть передан по непрерывному каналу связи с пропускной способностью C , равен

$$V_u = T_{\kappa} C, \quad (31)$$

где T_{κ} – время использования канала.

4.2 Задание на практическое занятие

4.2.1 По каналу связи передается сигнал, представляющий собой гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_x^2 . В канале действует независимый от сигнала гауссовский шум $N(t)$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_n^2 . Найти дифференциальную энтропию входного и выходного сигналов, а также условные дифференциальные энтропии $h(X/Y)$ и $h(Y/X)$. Исходные данные приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
σ_x^2 , МВТ	4	9	8	7	2	7	20	8	6	6	12	5	10	14	18
σ_n^2 , МВТ	1	5	5	2	1	3	4	6	3	1	5	2	3	3	7

4.2.2 Источник сообщений выдает символы из ансамбля $A = \{a_i\}$, где $i = 1, 2, \dots$, с вероятностями $P(a_i)$, значения которых приведены в таблице 8. Найти количество информации, содержащееся в каждом из символов источника при их независимом выборе. Вычислить энтропию и избыточность заданного источника.

Таблица 8 – Варианты исходных данных

Номера вариантов	Вероятности символов							
	$P(a_1)$	$P(a_2)$	$P(a_3)$	$P(a_4)$	$P(a_5)$	$P(a_6)$	$P(a_7)$	$P(a_8)$
1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,35	0,15	-	-
2	0,2	0,1	0,3	0,25	0,15	-	-	-
3	0,02	0,5	0,03	0,15	0,04	0,12	0,04	0,1
4	0,02	0,3	0,1	0,18	0,15	0,1	0,05	0,1
5	0,15	0,25	0,1	0,2	0,3	-	-	-
6	0,35	0,05	0,07	0,03	0,15	0,1	0,15	0,1
7	0,24	0,28	0,05	0,22	0,15	0,06	-	-
8	0,24	0,18	0,38	0,1	0,06	0,02	0,02	-
9	0,4	0,18	0,1	0,1	0,07	0,06	0,05	0,04
10	0,06	0,15	0,15	0,07	0,05	0,29	0,19	0,04
11	0,5	0,04	0,03	0,15	0,04	0,12	0,1	0,02
12	0,4	0,25	0,05	0,3	-	-	-	-
13	0,03	0,26	0,09	0,05	0,16	0,1	0,09	0,22
14	0,1	0,05	0,04	0,01	0,2	0,03	0,07	0,5
15	0,1	0,25	0,15	0,15	0,3	0,05	-	-

4.2.3 Напряжение на выходе квантующего устройства может принимать одно из семнадцати дискретных значений с шагом квантования Δ . На вход квантующего устройства поступают независимые временные отсчеты (с интервалом $\Delta t = 0,3$ с)

сигнала с плотностью вероятности мгновенных значений $p(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2a}}}{\sqrt{2\pi a}}$. Определить

энтропию квантованного сигнала, его избыточность, скорость создания информации на выходе квантующего устройства (производительность). Исходные данные приведены в таблице 9.

Таблица 9 – Варианты исходных данных

Номера вариантов	Параметры			Номера вариантов	Параметры			Номера вариантов	Параметры		
	a, B^2	x_{\max}, B	Δ, B		a, B^2	x_{\max}, B	Δ, B		a, B^2	x_{\max}, B	Δ, B
1	0,5	1,6	0,2	6	0,2	3,2	0,4	11	0,8	3,2	0,4
2	0,2	0,4	0,05	7	0,9	4	0,5	12	0,2	1,6	0,2
3	0,5	0,8	0,1	8	0,7	6,4	0,8	13	0,6	4,0	0,5
4	0,2	2,4	0,3	9	0,7	5,6	0,7	14	0,4	5,6	0,7
5	0,5	4,8	0,6	10	0,3	4,8	0,6	15	0,7	2,4	0,3

4.2.4 Согласно экспериментальным данным безусловные вероятности букв русского алфавита характеризуются значениями, приведенными в таблице 10.

Таблица 10 – Безусловные вероятности букв русского алфавита

Буква	Вероятность	Буква	Вероятность	Буква	Вероятность
Пробел	0,175	к	0,028	ч	0,012
о	0,090	м	0,026	й	0,010
е	0,072	д	0,025	х	0,009
а	0,062	п	0,023	ж	0,007
и	0,062	у	0,021	ю	0,006
т	0,053	я	0,018	ш	0,006
н	0,053	ы	0,016	ц	0,004
с	0,045	з	0,016	щ	0,003
р	0,040	ь, ъ	0,014	э	0,002
в	0,038	б	0,014	ф	0,002
л	0,035	г	0,013		

Найти энтропию источника, выдающего текст из этих букв, при отсутствии статистических связей между буквами. Вычислить избыточность источника, выдающего русский текст, обусловленную неравновероятностью выбора букв, а также и их статистическими связями (памятью источника), если по экспериментальным данным энтропия источника $H(A) = 1$ бит/символ.

4.2.5 Найти пропускную способность m -ичного симметричного канала без памяти и стирания по числовым значениям, приведенным в таблице 11.

Таблица 11 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
v_k	700	700	200	800	500	300	500	1000	700	900	600	800	550	740	820
m	4	6	3	7	8	4	10	3	8	6	10	6	9	5	6
p	0,1	0,01	0,2	0,02	0,15	0,015	0,01	0,01	0,02	0,003	0,25	0,02	0,05	0,15	0,06

4.2.6 Найти пропускную способность гауссовского канала, имеющего полосу пропускания F , если на вход канала поступает сигнал, мощность которого P_c , а в канале действует белый шум со спектральной плотностью мощности N_0 . Исходные данные для вычислений приведены в таблице 12.

Таблица 12 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
F , кГц	1	10	3	7	5	9	7	2	10	4	6	4	3	7	10
P_c , мВт	7	7	2	8	5	3	5	1	7	9	5	6	2	4	8
N_0 , мкВт/Гц	0,4	0,5	0,2	0,3	0,6	1	0,9	0,1	0,2	0,9	0,5	0,8	0,4	0,6	0,3

4.3 Вопросы для самоконтроля

4.3.1 Что понимается под термином «количество информации»?

4.3.2 Дайте определение энтропии.

4.3.3 Как определяется производительность источника?

4.3.4 Какие существуют способы уменьшения статистической избыточности сообщений?

4.3.5 Что понимают под избыточностью дискретного источника?

4.3.6 Как определяется избыточность дискретного источника?

4.3.7 Чему равна избыточность источника без памяти?

4.3.8 Как определяется среднее количество информации, создаваемое источником в единицу времени?

4.3.9 Что называется производительностью дискретного источника?

4.3.10 Какой источник называется стационарным?

4.3.11 Что называется ненадежностью канала?

4.3.12 Что называется пропускной способностью канала?

4.3.13 Какие методы повышения помехоустойчивости передачи и приема вам известны?

4.3.14 Какие методы повышения помехоустойчивости передачи и приема пригодны для аналоговых линий связи (для цифровых линий связи)?

5 Практическое занятие № 5. Оценка помехоустойчивости корректирующих кодов

Целью занятия является формирование у обучающихся способности решать задачи, связанные с оценкой помехоустойчивости каналов связи.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

5.1 Краткие сведения из теории

Корректирующими называют коды, которые позволяют обнаруживать ошибки и исправлять ошибки и стирания, возникающие при передаче **дискретных сообщений**. Корректирующие коды всегда избыточны (то есть, содержат избыточную информацию).

В корректирующих кодах число возможных комбинаций N удовлетворяет неравенству

$$N = m^n > K, \quad (32)$$

где m – основание кода (системы счисления);

n – число разрядов кода;

$K = N_p$ – число разрешенных комбинаций, используемых для кодирования.

В системах связи используют двоичные коды, для которых $m = 2$. Часть кода при кодировании не используется. Число неиспользованных комбинаций (**запрещенных комбинаций**) равно $N - N_p = N - K$.

В n -разрядной кодовой комбинации корректирующего кода $k = \log K$ символов являются **информационными**, $r = n - k$ символов – **проверочными**. Таким образом, число разрешенных кодовых комбинаций равно $N_p = 2^k$.

Избыточность равномерного блочного кода вычисляется по формуле:

$$R_k = 1 - \frac{\log(K)}{n \log(m)}. \quad (33)$$

Относительная скорость кода равна:

$$v_{отн.} = \frac{\log(K)}{n \log(m)} = 1 - R_k. \quad (34)$$

При избыточном кодировании ошибки обнаруживаются, если переданная разрешенная комбинация превращается в одну из запрещенных [6]. Для декодирования с обнаружением ошибок множество принимаемых кодовых комбинаций разбивается на $K + 1$ подмножеств, из которых подмножества $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K$ содержат каждое **по одной** разрешенной кодовой комбинации, а подмножество \mathbf{V}_{K+1} – все запрещенные комбинации.

При декодировании с исправлением ошибок множество \mathbf{V} разбивается на K непересекающихся подмножеств: $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K$. Если принята кодовая комбинация, принадлежащая подмножеству \mathbf{V}_1 , то считается, что передавалась кодовая комбинация b_1 . В подмножество \mathbf{V}_1 следует включить те запрещенные комбинации, которые наиболее вероятно могут образоваться из переданной разрешенной комбинации b_1 .

Если минимальное расстояние по Хеммингу (число единиц, полученных в результате сложения одноименных разрядов двух кодовых комбинаций) между разрешенными кодовыми комбинациями $d_{мин}$, то код позволяет **обнаружить ошибку**, когда в кодовой комбинации число ошибочно принятых символов q удовлетворяет условию: $q < d_{мин}$.

Следовательно, максимальная кратность обнаруживаемых ошибок $q_0 = d_{мин} - 1$.

Блочный корректирующий код **исправляет ошибки**, если их число $q < \frac{d_{мин}}{2}$.

Максимальная кратность полностью исправляемых ошибок в этом случае равна:

$$q_u = \begin{cases} \frac{d_{мин} - 1}{2} \text{ при нечетном } d_{мин}, \\ \frac{d_{мин}}{2} - 1 \text{ при четном } d_{мин}. \end{cases} \quad (35)$$

При использовании избыточных кодов и при наличии независимых ошибок **вероятность** появления кратных ошибок в двоичной последовательности из n символов определяется по формуле Бернулли:

$$p_{ош_i} = C_n^i p_0^i (1 - p_0)^{n-i}, \quad (36)$$

где $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ – число сочетаний из n по i ;

$i = 1, 2, 3, \dots$ – кратность ошибок;

p_0 – вероятность ошибочной регистрации кодового символа.

Вероятность правильного декодирования принятой кодовой комбинации в этом случае равна: $p_{н.д.} = 1 - p_{ош.}$

Линейный двоичный код длины n – это код, для которого сумма по модулю 2 любых разрешенных кодовых комбинаций также является разрешенной кодовой комбинацией [6].

Если формирование кодовой комбинации осуществляется в два этапа, причем на первом этапе образуются кодовые комбинации примитивного кода, а затем по определенному правилу к ним добавляются избыточные (проверочные) символы, то код называется **систематическим**. Проверочные символы b_{np} формируются по правилу

$$b_{i_{np}} = \sum_{l=1}^k \gamma_{l,i} b_l, \quad (37)$$

где $i = k + 1, k + 2, \dots, n$;

k – число информационных символов.

Суммирование в (35) осуществляется **по модулю 2** для двоичного кода (коды с проверкой на четность).

Коэффициент $\gamma_{l,i}$ равен единице, если информационный символ b_l участвует в образовании проверочного символа $b_{i_{np}}$. В противном случае $\gamma_{l,i} = 0$.

Линейный код длины n , в котором k информационных символов и $r = n - k$ проверочных символов обозначают как (n, k) -код.

Избыточность линейного двоичного кода определяется по формуле:

$$R_k = 1 - \frac{\log_2(2^k)}{n} = 1 - \frac{k}{n} = \frac{r}{n}. \quad (38)$$

Блочный код, каждая кодовая комбинация которого содержит одинаковое число единиц, называется **кодом с постоянным весом**. Обозначают такие коды (k/l) , где k – число единиц в кодовой последовательности (определяет **вес кода**), l – число нулей ($k + l = n$).

5.2 Задание на практическое занятие

5.2.1 Сообщения источника, имеющего алфавит с объемом $K = 32$, кодируются двоичным блочным кодом. Число разрядов в каждой кодовой комбинации $n = 8$. Какое число информационных и проверочных символов содержится в каждой кодовой комбинации? Сколько разрешенных и запрещенных комбинаций в используемом коде. Определить избыточность и относительную скорость кода.

5.2.2 Каждые 100 символов двоичного источника кодируются двоичной последовательностью, содержащей n кодовых символов. Определить избыточность кода R_k . Найти вероятность правильного декодирования кодовой комбинации в канале с независимыми ошибками, если минимальное расстояние по Хеммингу равно $d_{мин}$, вероятность ошибочной регистрации кодового символа равна p_0 , и декодирование осуществляется по минимуму расстояния по Хеммингу. Исходные данные приведены в таблице 13.

Таблица 13 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n	125	136	110	118	128	132	112	115	122	130	114	135	124	126	116
$d_{мин}$	6	8	4	5	6	4	4	6	8	7	5	6	5	6	3
p_0	0,05	0,01	0,04	0,02	0,01	0,04	0,05	0,02	0,06	0,03	0,05	0,01	0,04	0,02	0,05

5.2.3 Двоичный код, предназначенный для кодирования восьми сообщений, содержит кодовые комбинации: $b_1 = 00000$; $b_2 = 10011$; $b_3 = 01010$; $b_4 = 11001$; $b_5 = 00101$; $b_6 = 10110$; $b_7 = 01111$; $b_8 = 11100$. Является ли данный код линейным? Найти избыточность кода и d_{\min} .

5.2.4 Какой объем алфавита должен иметь дискретный источник, чтобы его символы можно было бы закодировать 7-разрядным кодом с весом $k = 3$? Составить кодовые комбинации такого кода. Найти избыточность кода.

5.3 Вопросы для самоконтроля

5.3.1 Дайте определение канального кодирования.

5.3.2 Объясните назначение и способы канального кодирования.

5.3.3 Дайте определение блочного (n, k) -кода.

5.3.4 Дайте определение линейного блочного (n, k) -кода.

5.3.5 Дайте определения веса Хэмминга, расстояния Хэмминга, минимального расстояния кода. Какова связь между ними?

5.3.6 Сформулируйте условие на обнаружение ошибок кодом в терминах минимального расстояния.

5.3.7 Сформулируйте условие Хэмминга на возможность исправления блочным корректирующим кодом ошибок.

6 Практическое занятие № 6. Анализ методов приема дискретных сообщений

Целью занятия является формирование у обучающихся способности решать задачи, связанные с оценкой помехоустойчивости передачи сообщений.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

6.1 Краткие сведения из теории

При передаче цифрового сигнала $a_u(t)$ по линии связи происходит его искажение в результате взаимодействия с аддитивной помехой $n(t)$. Вследствие этого принятый сигнал $b_u(t)$ существенно отличается от переданного $a_u(t)$, что затрудняет воспроизведение переданной информации.

В двоичной системе связи с *амплитудной телеграфией* (АТ) каналный сигнал, соответствующий передаваемому символу 1, представляет собой радиоимпульс с прямоугольной огибающей, а символу 0 соответствует отсутствие сигнала (пауза). Наблюдаемое на выходе линии связи (на входе демодулятора) колебание можно представить следующим образом [3]:

$$z(t) = s(t, a_i) + n(t), \quad (39)$$

где $s(t, a_i)$ – сигнал, несущий информацию о передаваемом цифровом сигнале a_i в каждый момент времени, на выходе модулятора (на входе линии связи).

Задача демодулятора состоит в том, чтобы по принятому колебанию $z(t)$ принять решение $b_u(t)$ о переданном цифровом сигнале $a_u(t)$, такое, чтобы обеспечить максимальную *верность* воспроизведения информации. Поскольку помеха является случайной, то задача построения оптимального демодулятора представляет собой **статистическую** задачу и решается на основе методов теории вероятностей и математической статистики [3].

Задача синтеза оптимального демодулятора (приемника) ставится следующим образом: нужно найти оптимальный **алгоритм обработки** и оптимальное **правило**

решения, обеспечивающие максимальную вероятность безошибочного (правильного) решения. Максимум этой вероятности В. А. Котельников назвал **потенциальной помехоустойчивостью**, а приемник, реализующий этот максимум – **идеальным приемником** [3].

Наиболее просто задача построения оптимального демодулятора решается для случая АТ с пассивной паузой. Если в линии связи помехи отсутствуют, то наличие сигнала на входе демодулятора свидетельствует о передаче символа 1, а отсутствие сигнала – свидетельствует о передаче символа 0. При наличии помех задача существенно усложняется.

Предположим, что помеха в линии связи представляет собой **гауссовский шум** с нулевым средним (математическим ожиданием) и известной дисперсией, который взаимодействует с сигналом аддитивно (суммируется). Тогда результатом обработки наблюдаемого колебания является **случайная величина** $y(t)$, которая может иметь различное распределение в зависимости от того, присутствует или отсутствует передаваемый сигнал в наблюдаемом колебании. Демодулятор должен выбрать гипотезу H_0 , если сигнал отсутствует, или гипотезу H_1 , если сигнал есть.

Проверяемые гипотезы описываются двумя **условными плотностями распределения вероятностей** $p(y|H_0)$ и $p(y|H_1)$, изображенными на рисунке 3.

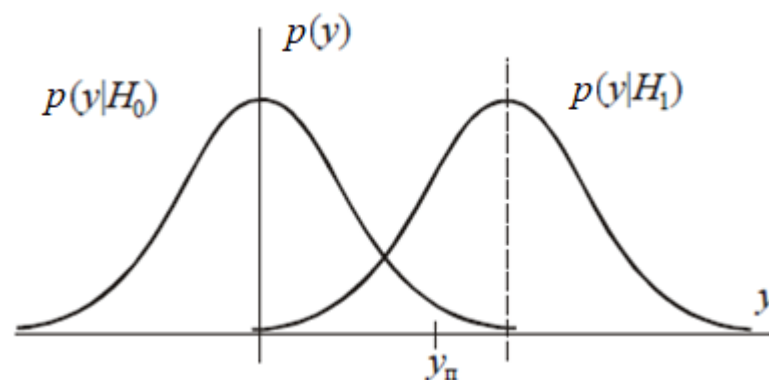


Рисунок 3

Из анализа рисунка 3 следует, что распределение при гипотезе H_0 является гауссовским с **нулевым средним**, а распределение при гипотезе H_1 отличается сдвигом на некоторую величину Δ , зависящую от способа обработки (например, ес-

ли обработка сводится к взятию отсчета в момент, когда несущее колебание достигает максимума, величина Δ представляет собой его амплитуду U_0). Значение Δ предполагается известным.

Основываясь на наблюдаемом значении $y(t)$, демодулятор (приемник) может принимать решение о наличии или отсутствии в принятом колебании сигнала. Очевидно, что чем больше наблюдаемое значение $y(t)$, тем с большей уверенностью можно утверждать, что сигнал в принятом колебании есть. Приемник в этом случае должен сравнить $y(t)$ с некоторым заданным значением (называют **порогом**) y_n и, если $y(t)$ больше порога, принять решение о **наличии сигнала**, в противном случае – о его отсутствии.

Значение порога y_n зависит от выбранного критерия, на основе которого реализован оптимальный приемник. Если порог y_n находится как абсцисса точки пересечения условных плотностей распределения вероятностей $p(y|H_0)$ и $p(y|H_1)$ (рисунок 3), то приемник является оптимальным по критерию **минимума суммарной условной вероятности ошибки**

$$P_{\text{ош. усл.}} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^K \sum_{j=1}^K p_{ij}, \quad (40)$$

где K – количество символов в источнике сообщения, p_{ij} – условная вероятность ошибки (вероятность того, что принято решение в пользу j -й гипотезы, в то время как справедливой является i -я гипотеза), и принятие решения основывается на сравнении значений функций $p(y|H_0)$ и $p(y|H_1)$ при наблюдаемом значении $y(t)$.

Правило принятия решения при использовании критерия **минимума суммарной условной вероятности ошибки** имеет вид:

- если $\Lambda(y) > 1$, то принимается решение, что сигнал есть («1»);
- если $\Lambda(y) \leq 1$, то принимается решение, что сигнал отсутствует («0»).

Отношение $\Lambda(y) = \frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)}$ называется **отношением правдоподобия**, а при-

веденное выше правило – правилом **максимального правдоподобия**.

Критерий **идеального наблюдателя** предполагает учет **априорных вероятностей гипотез** p_i , и оптимальный в смысле этого критерия приемник обеспечивает **минимум средней вероятности ошибки**:

$$P_{ош.} = \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K P_i P_{ij} . \quad (41)$$

Правило принятия решения при использовании критерия **идеального наблюдателя** имеет вид:

- если $\Lambda(y) > \frac{P_0}{P_1}$, то принимается решение, что сигнал есть («1»);
- если $\Lambda(y) \leq \frac{P_0}{P_1}$, то принимается решение, что сигнал отсутствует («0»).

В этом случае отношение правдоподобия сравнивается с **пороговым значением**, зависящим от априорных вероятностей.

При когерентном приеме (при условии, что в канале связи используется синхронизация и форма сигнала на интервале наблюдения точно известна) правило обнаружения сигнала известной формы на фоне гауссовского «квазибелого» шума, оптимальное в смысле критерия **максимума правдоподобия**, основано на сравнении с **нулевым порогом** величины

$$\int_0^T y(t)s(t) dt - \frac{E}{2}, \quad (42)$$

где $E = \int_0^T s^2(t) dt$ – энергия сигнала;

$\int_0^T y(t)s(t) dt$ – корреляционный интеграл.

Так как энергия сигнала известна, то правило принятия решения можно записать в виде:

- если $\int_0^T y(t)s(t)dt > \frac{E}{2}$, то сигнал есть («1»);
- если $\int_0^T y(t)s(t)dt \leq \frac{E}{2}$, то сигнал отсутствует («0»).

6.2 Задание на практическое занятие

6.2.1 По каналу связи без памяти передаются двоичные символы a_1 и a_2 с вероятностями $P(a_1)$ и $P(a_2)$. Символ a_1 определяется в месте приема на интервале T сигналом $s_1(t) = 0$, а символ a_2 – сигналом $s_2(t) = b$ (двоичная АИМ). В канале действует гауссовский стационарный шум с дисперсией σ^2 . Сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ известны точно в месте приема. Какой символ регистрирует приемник, оптимальный по критерию минимума средней вероятности ошибки, принимающий решение по одному отсчету смеси $z(t) = s(t) + n(t)$ на интервале T , если в момент принятия решения отсчет $z(t)$ принимает значение z ? Исходные данные для решения задачи взять из таблицы 14.

Таблица 14 – Варианты исходных данных

Номера вариантов	Параметры					Номера вариантов	Параметры				
	$P(a_1)$	$P(a_2)$	σ^2 , Вт	b , В	z , В		$P(a_1)$	$P(a_2)$	σ^2 , Вт	b , В	z , В
1	0,5	0,5	10^{-4}	10^{-3}	$8 \cdot 10^{-3}$	9	0,25	0,75	$2 \cdot 10^{-6}$	10^{-2}	$3 \cdot 10^{-3}$
2	0,3	0,7	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-2}	$4 \cdot 10^{-3}$	10	0,44	0,56	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{-3}	$4 \cdot 10^{-3}$
3	0,6	0,4	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	11	0,5	0,5	$8 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
4	0,45	0,55	$5 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-4}$	10^{-2}	12	0,33	0,67	$7 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$
5	0,37	0,63	10^{-5}	10^{-3}	10^{-3}	13	0,54	0,46	10^{-5}	10^{-3}	$6 \cdot 10^{-3}$
6	0,58	0,42	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	14	0,35	0,65	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-3}$
7	0,63	0,37	$8 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$	15	0,54	0,46	10^{-4}	10^{-2}	10^{-2}
8	0,4	0,6	$7 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$	16	0,55	0,45	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}

6.2.2 Приемник по одному отсчету выносит решение в пользу символа a_1 , если отсчет принимаемой реализации $z(t)$ больше порога U_0 , в противном случае выносится решение в пользу символа a_2 . Определить пороговое значение U_0 для приемника, оптимального по критерию минимума средней вероятности ошибки,

если передаваемым двоичным символам a_1 и a_2 , имеющим априорные вероятности $P(a_1)$ и $P(a_2)$, соответствуют каналные сигналы $s_1 = b$ и $s_2 = -b$, а в канале без памяти имеется гауссовский стационарный шум с дисперсией σ^2 . Исходные данные для решения задачи представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Варианты исходных данных

Номера вариантов	Параметры			Номера вариантов	Параметры		
	$P(a_2)$	$\sigma^2, \text{Вг}$	$b, \text{В}$		$P(a_2)$	$\sigma^2, \text{Вг}$	$b, \text{В}$
1	0,1	10^{-2}	10^{-1}	9	0,75	$2 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}
2	0,7	$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}	10	0,2	$3 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}
3	0,4	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-2}$	11	0,5	$8 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$
4	0,9	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-2}$	12	0,67	$7 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-3}$
5	0,63	10^{-4}	10^{-3}	13	0,3	10^{-4}	10^{-3}
6	0,42	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	14	0,65	$2 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}
7	0,15	$8 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	15	0,46	10^{-3}	10^{-2}
8	0,6	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$	16	0,85	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$

6.2.3 Для когерентного приема сигнала в системе амплитудной телеграфии с пассивной паузой методом однократного отсчета выбран порог U_0 , равный 2 В. Известно, что порог оптимален с точки зрения критерия максимального правдоподобия, в то же время априорные вероятности символов равны $p_1 = 0,6$ и $p_0 = 0,4$. Насколько изменится средняя вероятность ошибки при выборе порога по критерию идеального наблюдателя, если дисперсия шума равна 9 В^2 ?

6.2.4 В системе амплитудной телеграфии с пассивной паузой используется согласованный фильтр. Определите изменение средней вероятности ошибки по сравнению с методом однократного отсчета, если амплитуда радиоимпульса равна $U = 0,5 \text{ В}$, длительность $\tau = 1 \text{ мкс}$, среднеквадратическое отклонение шума $\sigma = 0,3 \text{ В}$.

6.3 Вопросы для самоконтроля

6.3.1 Что собой представляет каналный сигнал в двоичной системе связи с амплитудной телеграфии?

6.3.2 Какую помеху называют аддитивной?

6.3.3 Что называется отношением правдоподобия?

6.3.4 Какой вид имеет функция плотности распределения вероятностей «белого» шума?

6.3.5 Приведите правило принятия решения при использовании критерия минимума суммарной условной вероятности ошибки.

6.3.6 Как выбирается порог для принятия решения при использовании критерия минимума суммарной условной вероятности ошибки?

6.3.7 Приведите правило принятия решения при использовании критерия идеального наблюдателя.

6.3.8 Как выбирается порог для принятия решения при использовании критерия идеального наблюдателя?

6.3.9 Как выбирается порог для принятия решения при когерентном приеме сигналов?

7 Практическое занятие № 7. Разделение сигналов в многоканальной системе связи

Целью занятия является формирование у обучающихся способности решать задачи, связанные с расчетом основных параметров и характеристик систем передачи сообщений.

Аудиторное время, отводимое на занятие – 2 академических часа.

7.1 Задание на практическое занятие

7.1.1 Определить необходимую полосу Δf_c для передачи M независимых речевых сообщений (полоса каждого 0,3 ... 3,4 кГц) с помощью однополосной модуляции на поднесущих и амплитудной модуляции общей несущей (система ОМ – АМ) по линии связи с частотным разделением. Считать, что для уменьшения переходных помех между каналами разнос между поднесущими частотами каналов Δf_k возрастает (по сравнению с минимально необходимой величиной) на величину защитного интервала $\Delta f_{защ.} = k \cdot \Delta f_k$. Исходные данные для решения задачи взять из таблицы 16.

Таблица 16 – Варианты исходных данных

Параметры	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M	10	9	8	7	7	5	6	7	4	5	6	7	8	9	10
k	0,3	0,2	0,28	0,1	0,15	0,32	0,25	0,18	0,3	0,22	0,26	0,16	0,27	0,17	0,23

7.1.2 Решить задачу 7.1.1 для случая фазовой модуляции общей несущей с индексом фазовой модуляции $\beta_{\Phi M} = 6$.

7.1.3 В системе с временным разделением передаются независимые речевые сообщения (полоса каждого 0,3 ... 14 кГц) с первичной фазоимпульсной модуляцией и вторичной амплитудной модуляцией общей несущей (система ФИМ – АМ). Полагая, что линейный сигнал занимает полосу 21,5 МГц, определить число каналов

n. Считать, что для уменьшения переходных помех оставляются защитные промежутки $\Delta t_{защ}$ между тактовыми интервалами отдельных каналов, составляющие 2 % от интервала дискретизации первичного сигнала во времени, а максимальное время отклонения фронта импульса в тактовом интервале $\Delta t_{макс} = 128\tau_u$ (τ_u – длительность элементарной посылки).

Во сколько раз увеличится число каналов при том же отношении $\Delta t_{макс} / \tau_u$, если вследствие мер, принятых для компенсации переходного процесса в канале, можно будет отказаться от защитных промежутков между тактовыми интервалами?

7.2 Вопросы для самоконтроля

7.2.1 При каком условии возможно линейное разделение канальных сигналов без взаимных помех в многоканальной СПИ?

7.2.2 Поясните принципы частотного и временного разделения каналов.

7.2.3 Почему в многоканальной СПИ канальные сигналы взаимно ортогональны, хотя это не является обязательным условием для их разделения без междуканальных помех?

7.2.4 Из каких соображений выбирается длительность цикла передачи в многоканальной СПИ с ВРК?

7.2.5 Почему возникает необходимость осуществления тактовой и цикловой синхронизации приемника в многоканальной СПИ?

7.2.6 Дайте определения синхронного и асинхронного режимов передачи цифровых сигналов.

7.2.7 Почему в многоканальных СПИ с ЧРК требуется высокая линейность амплитудной характеристики группового тракта?

8 Литература, рекомендуемая для изучения при подготовке к занятиям

8.1 Аджемов, А. С. Общая теория связи : учебник по дисциплине «Общая теория связи» для студентов и аспирантов, обучающихся по направлению подготовки: 11.03.02 – «Информационные технологии и системы связи» (бакалавриат), 11.04.02 – «Информационные технологии и системы связи» (магистратура), 11.06.01 – «Электроника, радиотехника и системы связи» (аспирантура) / А. С. Аджемов, В. Г. Санников. – Москва : Горячая линия-Телеком, 2018. – 624 с. – ISBN 978-5-9912-0690-7.

8.2 Велигоша, А. В. Общая теория связи : учебное пособие / А. В. Велигоша. – Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2014. – 240 с. – ISBN 2227-8397. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/63241.html>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

8.3 Осокин, А. Н. Теория информации : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / А. Н. Осокин, А. Н. Мальчуков. М. : Издательство Юрайт, 2017. – 205 с. – ISBN 978-5-534-01223-1.

Список использованных источников

- 1 Акулиничев, Ю. П. Теория электрической связи. Ч. 1 : учебное методическое пособие / Ю. П. Акулиничев. – Томск : Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2005. – 57 с.
- 2 Булатов, В. Н. Спектрально-импульсные методы воспроизведения и трансформации фазовых спектров / В. Н. Булатов. – Оренбург : ОГУ, 2001. – 290 с.
- 3 Васюков, В. Н. Теория электрической связи : учебник / В. Н. Васюков. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2005. – 392 с. – ISBN 5-7782-0541-4.
- 4 Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник для вузов / И. С. Гоноровский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.
- 5 Григорьев, В. А. Теория электрической связи. Сборник задач / В. А. Григорьев. – СПб : НИУ ИТМО, 2012. – 74 с.
- 6 Кловский, Д. Д. Теория электрической связи. Сб. задач и упражнений : учеб. пособие для вузов / Д. Д. Кловский, В. А. Шилкин. – М. : Радио и связь, 1990. – 280 с. – ISBN 5-256-00675-4.