

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра механики материалов, конструкций и машин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Составитель О.А. Фролова

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.04.01 Машиностроение

Оренбург
2020

УДК 669.15
ББК 34.5
О 22

Рецензент – профессор, доктор технических наук Ю.А. Чирков

- О 22 **Определение напряжений в тонкостенном цилиндрическом сосуде под действием внутреннего давления:** методические указания / составитель О.А. Фролова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2020. – 17 с.

Методические указания «Определение напряжений в тонкостенном цилиндрическом сосуде под действием внутреннего давления» рекомендованы для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Расчет пластин и оболочек» обучающимся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.04.01 Машиностроение.

В методических указаниях представлены основные сведения из теории, задания к выполнению лабораторной работы, порядок выполнения и оформления, вопросы для самопроверки и список использованных источников.

УДК 669.15
ББК 34.5

© Фролова О.А., составление, 2020
© ОГУ, 2020

Содержание

Введение	4
1 Порядок выполнения лабораторной работы «Определение напряжений в тонкостенном цилиндрическом сосуде под действием внутреннего давления».....	5
1.1 Цель работы и задание	5
1.2 Теоретическая часть	5
1.3 Практическая часть	11
1.4 Контрольные вопросы	15
2 Оформление и порядок защиты лабораторной работы	16
Список использованных источников	17

Введение

Методические указания «Определение напряжений в тонкостенном цилиндрическом сосуде под действием внутреннего давления» рекомендованы для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Расчет пластин и оболочек» обучающимся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.04.01 Машиностроение.

Емкости давления применяются в качестве сосудов и баллонов для хранения и транспортировки сжатых (воздух, пропан, бутан, пентан, аммиак) и сжиженных (азот, кислород, водород, гелий) газов, применяемых в регенеративных подогревателях высокого и низкого давления, в бойлерах, в теплообменниках, в топливных и окислительных баках двигательных установок, в системах наддува. В качестве емкостей давления широко используются сферические (шар-баллоны), торовые емкости, цилиндрические емкости с различными очертаниями днищ.

Основной нагрузкой для емкостей давления, определяющей толщину оболочки и, следовательно, вес конструкции, является внутреннее давление.

Целью проведения лабораторной работы является обеспечение связи теоретических положений дисциплины с практической действительностью.

Задачи лабораторной работы:

- закрепление теоретических знаний;
- приобретение практических навыков самостоятельной работы при решении поставленных задач, а также при обработке полученных результатов.

1 Порядок выполнения лабораторной работы «Определение напряжений в тонкостенном цилиндрическом сосуде под действием внутреннего давления»

1.1 Цель работы и задание

Цель работы: экспериментальное определение напряжений в стенке тонкостенного сосуда от внутреннего давления воздуха и сравнение полученных результатов с расчетными значениями.

Задание:

- изучить теоретический материал по теме данной лабораторной работы;
- провести эксперимент согласно рекомендациям;
- записать результаты проведенного эксперимента;
- выполнить обработку экспериментальных данных и вычислить экспериментальные значения напряжений в стенке тонкостенного сосуда от внутреннего давления;
- вычислить расчетные значения напряжений в стенке тонкостенного сосуда от внутреннего давления;
- сделать выводы по результатам проведенного испытания и расчетов;
- оформить и подготовить к защите отчет о выполнении лабораторной работы.

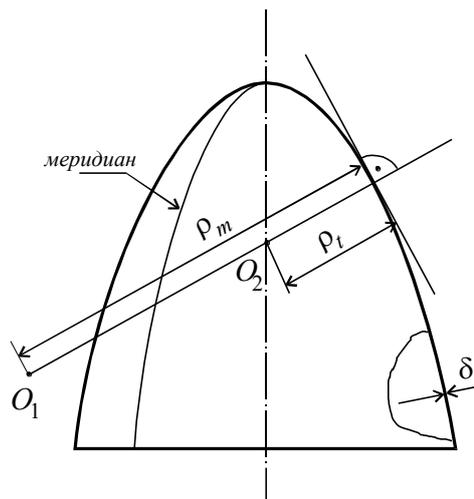
1.2 Теоретическая часть

Большинство элементов конструкций, представляющих собой тонкостенные оболочки симметричной формы, например, баки, воздушные и газовые баллоны, части ракетных двигателей находятся под действием внутреннего или внешнего нормальных давлений.

Тонкостенной симметричной оболочкой называется оболочка, имеющая форму тела вращения, толщина стенки которой весьма мала по сравнению с

радиусами кривизны ее поверхности (рисунок 1). Оболочка считается тонкостенной, если толщина стенки не превышает $1/10$ радиуса кривизны.

Меридиан – линия пересечения срединной поверхности оболочки с осевой плоскостью. Меридиональное сечение – сечение оболочки осевой плоскостью; окружное сечение – сечение оболочки конической поверхностью, нормальной к ее срединной поверхности, вершина которой лежит на оси.



δ – толщина оболочки; ρ_m – радиус кривизны меридиана;

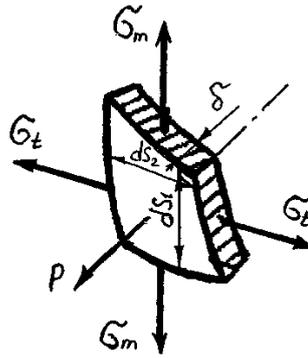
ρ_t – радиус кривизны окружного сечения, перпендикулярного к дуге меридиана;

O_1 – центр кривизны меридиана;

O_2 – центр кривизны окружного сечения, лежащий на оси оболочки.

Рисунок 1 – Тонкостенная симметричная оболочка

Для рассмотрения напряжений, возникающих в стенке тонкостенной оболочки толщиной δ от внутреннего давления p , двумя парами меридиональных и окружных сечений выделим из оболочки элемент с длинами граней ds_1 и ds_2 (рисунок 2).



δ – толщина оболочки; p – внутреннее давление; ds_1 и ds_2 – длины граней элемента; σ_m – меридиональное напряжение; σ_t – окружное (тангенциальное) напряжение.

Рисунок 2 – Элемент оболочки

Нагрузки, действующие на оболочку от внутреннего давления, перпендикулярны ее поверхности.

На гранях элемента возникают меридиональные напряжения σ_m и окружные (тангенциальные) σ_t напряжения. Эти напряжения определяются с использованием уравнения Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}. \quad (1)$$

Рассмотрим тонкостенный цилиндрический сосуд радиусом R и толщиной стенки δ , находящийся под действием внутреннего давления p (рисунок 3).

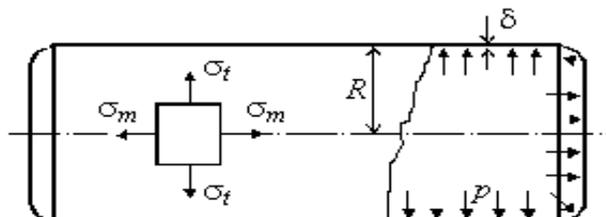


Рисунок 3 – Напряжения в тонкостенном цилиндрическом сосуде

Внутреннее давление, равномерно распределено относительно оси сосуда, т.е. изгиб отсутствует. Боковые стенки и днище сосуда находятся под действием равномерно распределенного давления. Давление на днище будет стремиться разорвать цилиндрическую часть по поперечному сечению, а давление на боковые стенки – по образующим цилиндра.

Элемент на поверхности сосуда находится в условиях плоского напряженного состояния и подвергается растяжению в двух направлениях: меридиональными напряжениями σ_m по сечениям вдоль образующих и окружными напряжениями σ_t по сечениям, перпендикулярным образующим.

Уравнение Лапласа с учетом того, что для цилиндра $\rho_m = \infty$, $\rho_t = R$, примет вид:

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{p}{\delta}, \quad (2)$$

где R – радиус оболочки.

Из формулы (2) окружное напряжение σ_t определяется по формуле:

$$\sigma_t = \frac{pR}{\delta} = \frac{pD}{2\delta}, \quad (3)$$

где D – диаметр оболочки.

Для определения меридионального напряжения σ_m рассечем сосуд плоскостью, перпендикулярной его оси, и рассмотрим условие равновесия одной из частей сосуда. Спроецируем на ось сосуда все силы, действующие на отсеченную часть:

$$F - \sigma_m \cdot A_m = 0, \quad (4)$$

где $F = \pi R^2 p$ – равнодействующая сил давления на днище сосуда;

$A_m = 2\pi R\delta$ – площадь сечения цилиндра, по которой действуют меридиональные напряжения σ_m .

Уравнение равновесия примет вид:

$$\pi R^2 p - \sigma_m 2\pi R \delta = 0. \quad (5)$$

Из формулы (5) меридиональное напряжение σ_m определяется по формуле:

$$\sigma_m = \frac{pR}{2\delta} = \frac{pD}{4\delta}. \quad (6)$$

Таким образом, сравнивая формулы (3) и (6), получаем, что для цилиндрической оболочки окружные напряжения в два раза больше меридиональных.

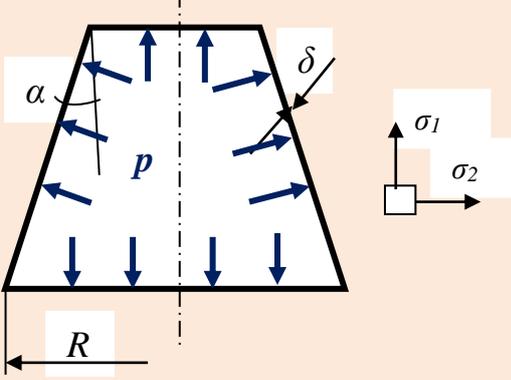
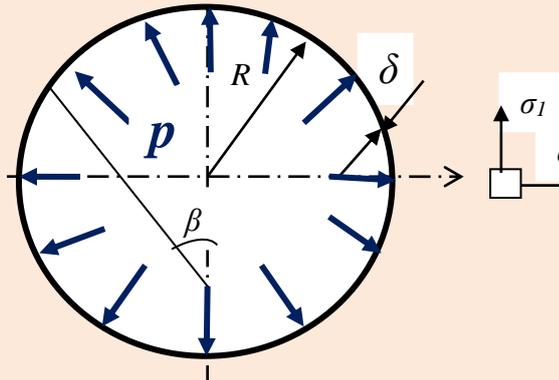
В цилиндрических оболочках продольные (меридиональные) напряжения возникают от сил давления, приложенных к днищам. В емкостях без днищ возникают только кольцевые напряжения.

Формулы для расчета напряжений и толщин в зависимости от вида (очертания поверхности) оболочки приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Виды оболочек и расчетные формулы

Вид оболочки	Продольные напряжения	Кольцевые напряжения	Толщина оболочки
1	2	3	4
<p>Цилиндрическая оболочка</p>	$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta}$	$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta}$	$\delta = \frac{R}{[\sigma] \cdot c}$

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
<p style="text-align: center;">Коническая оболочка</p> 	$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta \cos \alpha}$	$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta \cos \alpha}$	$\delta = \frac{R}{c \cdot [\sigma] \cdot \cos \alpha}$
<p style="text-align: center;">Сферическая оболочка</p> 	$\sigma_1 = \frac{pR}{\delta}$	$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta}$	$\delta = \frac{pR}{2[\sigma] \cdot c}$
<p><i>Примечание</i> <i>R</i> – радиус оболочки; <i>p</i> – внутреннее давление; <i>delta</i> – толщина оболочки; <i>alpha</i> – угол конусности; <i>beta</i> – угол полураствора сферического сегмента; <i>sigma_1, sigma_2</i> – главные напряжения; <i>[sigma]</i> – допускаемое напряжение; <i>c</i> – коэффициент прочности сварного шва.</p>			

1.3 Практическая часть

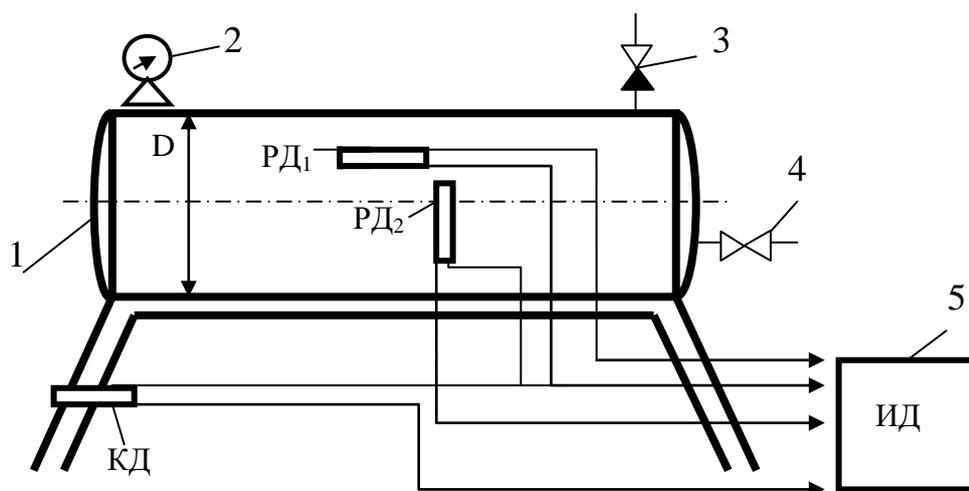
При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо повторить теоретический материал, используя конспект лекций, рекомендуемую литературу, методические указания, изучить цель работы, содержание работы, оборудование рабочего места, правила техники безопасности, порядок выполнения работы и обработки результатов.

Объект исследования

Объектом исследования является цилиндрический тонкостенный сосуд диаметром D и толщиной стенки δ , находящийся под действием внутреннего давления воздуха p .

Цилиндрический сосуд 1 диаметром D и толщиной стенки δ снабжен манометром 2 , имеет штуцер 3 с обратным клапаном для подсоединения к насосу или компрессору, создающему в сосуде внутреннее давление воздуха p , а также кран для спуска давления 4 (рисунок 4).

На наружной стенке сосуда наклеены во взаимно-перпендикулярных направлениях два рабочих тензометрических датчика $РД_1$ и $РД_2$ для измерения относительных деформаций в меридиональном ε_m и окружном (тангенциальном) ε_t направлениях соответственно. Компенсационный тензометрический датчик $КД$ наклеен на недеформированную часть резервуара и предназначен для устранения влияния температуры окружающей среды и нагрева проволочки рабочих тензодатчиков, вызванного протеканием тока. Рабочие и компенсационный датчики образуют внешние полумосты, выводы которых подключаются к измерителю деформаций (ИД) 5.



1 – цилиндрический сосуд; 2 – манометр; 3 – штуцер; 4 – кран;
 5 – измеритель деформации (ИД); $РД_1$, $РД_2$ – тензометрические датчики;
 КД – компенсационный датчик.

Рисунок 4 – Схема испытательной установки

Проведение эксперимента

- с помощью штангенциркулей измерить диаметр D , мм, цилиндрического сосуда и толщину стенки δ , мм;
- подсоединить выводы внешнего полумоста датчиков $РД_1$, $РД_2$ и КД через колодку к измерителю деформаций 5;
- включить прибор для прогрева (в течение 10 мин);
- записать показания измерителя деформации 5 до приложения нагрузки;
- с помощью компрессора через штуцер 3 создать в исследуемом сосуде 1 внутреннее давление p порядка $5 \dots 10 \text{ кг/см}^2$ ($0,5 \dots 1 \text{ МПа}$), которое контролируется манометром 2;
- записать показания измерителя деформации 5;
- после проведения эксперимента с помощью крана 4 снизить давление в сосуде до атмосферного (1 кг/см^2) по манометру 2;

– отключить измеритель деформации 5 от электрической сети.

Обработка результатов эксперимента

1 Вычислить относительные деформации в исследуемой точке:

– в осевом (меридиональном) направлении ε_m по формуле

$$\varepsilon_m = \Delta N_1 k ; \quad (6)$$

– в окружном направлении ε_t по формуле

$$\varepsilon_t = \Delta N_2 k , \quad (7)$$

где $\Delta N_1, \Delta N_2$ – разность показаний прибора до и после приложения давления в осевом (меридиональном) и окружном направлениях;

k – тарировочный коэффициент.

2 Вычислить экспериментальные значения напряжений, используя формулы обобщенного закона Гука для случая плоского напряженного состояния:

– в осевом (меридиональном) направлении $\sigma_m^{эксн}$, МПа, по формуле

$$\sigma_m^{эксн} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_m + \nu \varepsilon_t) ; \quad (8)$$

– в окружном направлении $\sigma_t^{эксн}$, МПа, по формуле

$$\sigma_t^{эксн} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_t + \nu \varepsilon_m) , \quad (9)$$

где E – модуль нормальной упругости стали, МПа;

ν – коэффициент Пуассона стали.

3 Вычислить расчетные значения напряжений по формулам:

– в осевом (меридиональном) направлении $\sigma_m^{расч}$, МПа

$$\sigma_m^{расч} = \frac{pD}{4\delta} ; \quad (10)$$

– в окружном направлении $\sigma_t^{расч}$, МПа

$$\sigma_t^{расч} = \frac{pD}{2\delta}, \quad (11)$$

где p – внутреннее давление в сосуде, МПа;

D – диаметр сосуда, мм;

δ – толщина стенки сосуда, мм.

4 По результатам проведенного эксперимента и обработки данных заполнить таблицы 1 и 2.

5 Сравнить напряжения в стенке сосуда, полученные расчетном и опытным путем (определить процент расхождения результатов).

Таблица 1 – Исходные данные

Характеристики сосуда и измерителя деформаций	Численные значения
Диаметр сосуда	$D =$ мм
Толщина стенки сосуда	$\delta =$ мм
Модуль нормальной упругости стали	$E =$ МПа
Коэффициент Пуассона стали	$\nu =$
Внутреннее давление в сосуде	$p =$ МПа
Тарировочный коэффициент	$k =$
Измеритель деформации	

Таблица 2 – Результаты расчетов

Направление показаний	Показания прибора		Разность показаний прибора ΔN	Напряжения, МПа		Расхождение результатов, %
	до приложения нагрузки	после приложения нагрузки		Эксп.	Расч.	
Осевое (меридиональное) направление						
Окружное направление						

1.4 Контрольные вопросы

- 1 Какие элементы конструкций относятся к тонкостенным оболочкам?
- 2 Что представляет собой тонкостенная симметричная оболочка?
- 3 Что связывает уравнение Лапласа?
- 4 Как определяется меридиональное напряжение для цилиндрического сосуда?
- 5 Как определяется окружное напряжение для цилиндрического сосуда?
- 6 Как определяется меридиональное напряжение для конического сосуда?
- 7 Как определяется окружное напряжение для конического сосуда?
- 8 Как определяется меридиональное напряжение для сферического сосуда?
- 9 Как определяется окружное напряжение для сферического сосуда?
- 10 В каком напряженном состоянии находится элемент, выделенный из стенки сосуда, находящегося под внутренним давлением?
- 11 Какие тензометрические датчики используются при измерении деформаций?
- 12 В каких направлениях наклеены рабочие тензометрические датчики?
- 13 С какой целью используется компенсационный датчик?
- 14 Как соединяются рабочий и компенсационный датчики в мостовую схему измерителя деформации?
- 15 Как определить относительные деформации в осевом (меридиональном) направлении?
- 16 Как определить относительные деформации в окружном направлении?
- 17 Какие формулы используются для определения напряжений экспериментальным путем?
- 18 Как вычисляются напряжения расчетным путем?

2 Оформление и порядок защиты лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется на занятии самостоятельно. По результатам выполненной лабораторной работы подготовить письменный отчет, оформленный согласно правилам оформления студенческих работ, приведенным в СТО 02069024.101 – 2015. Работы студенческие. Общие требования и правила оформления (Режим доступа: http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015.pdf) [2].

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- титульный лист;
- содержание;
- цель работы;
- задание;
- теоретическую часть (краткий конспект);
- практическую часть (порядок и результаты выполнения работы);
- выводы;
- список использованных источников.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо повторить теоретический материал, просмотреть основные этапы выполнения работы, полученные результаты и выводы по работе.

Лабораторная работа защищается в виде устного собеседования с преподавателем. При защите обучающийся кратко излагает основное содержание своей работы, ее цели, задачи, результаты и выводы. В процессе защиты лабораторной работы могут быть предложены вопросы из соответствующих разделов дисциплины. Количество определяется руководителем в соответствии с качеством представленной работы и полнотой ответов на вопросы.

При оценивании обращается внимание на полноту выполнения лабораторной работы; своевременность выполнения; последовательность выполнения; самостоятельность выполнения; культуру речи и владение терминологией при ответах на поставленные вопросы.

Список использованных источников

- 1 <https://www.osu.ru> – официальный сайт Оренбургского государственного университета.
- 2 СТО 02069024.101 – 2015. Работы студенческие. Общие требования и правила оформления. – Принят 2015–28–12. – Изд-во ОГУ, 2015. – 85 с. – Режим доступа: http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015.pdf.