

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра механики материалов, конструкций и машин

# **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ РАБОТЫ СИСТЕМ**

Составитель О.А. Фролова

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательную область «Инженерное дело, технологии и технические науки»

Оренбург  
2020

УДК 669.15  
ББК 34.5  
О 22

Рецензент – профессор, доктор технических наук Ю.А. Чирков

- О 22 **Определение показателей безотказности работы систем:** методические указания / составитель О.А. Фролова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2020. – 34 с.

Методические указания «Определение показателей безотказности работы систем» рекомендованы для практических занятий и самостоятельной работы обучающимся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательную область «Инженерное дело, технологии и технические науки» при освоения таких дисциплин, как «Методы расчета элементов конструкций по критериям работоспособности и надежности», «Прочность конструкций», «Основы теории надежности», «Надежность технических систем и техногенный риск».

В методических указаниях представлены основные сведения из теории, задания для самостоятельной работы, рекомендации к их выполнению, вопросы для самопроверки и список использованных источников.

**Методические указания подготовлены в рамках реализации проектов по совершенствованию содержания и технологий целевого обучения студентов в интересах организаций оборонно-промышленного комплекса**

УДК 669.15  
ББК 34.5

© Фролова О.А., составление, 2020  
© ОГУ, 2020

# Содержание

Введение .....	4
1 Основные сведения из теории.....	5
1.1 Понятие надежности .....	5
1.2 Свойства объектов.....	7
1.3 Отказы .....	8
1.4 Показатели надежности .....	10
1.5 Резервирование, как метод повышения надежности объекта .....	17
1.6 Функции распределения вероятности .....	21
2 Вопросы для самопроверки.....	24
3 Задания для самостоятельной работы.....	25
3.1 Задание 1 – Определение показателей безотказности вспомогательной системы в интервале времени .....	25
3.2 Задание 2 – Сравнительный анализ показателей безотказности систем энергообеспечения с различным способом резервированием элементов .....	28
3.3 Задание 3 – Определение вероятности безотказной работы сложной системы	31
Список использованных источников .....	34

## Введение

Методические указания «Определение показателей безотказности работы систем» предназначены для практических занятий и самостоятельной работы обучающимся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательную область «Инженерное дело, технологии и технические науки», при изучении таких дисциплин, как «Методы расчета элементов конструкций по критериям работоспособности и надежности», «Прочность конструкций», «Основы теории надежности», «Надежность технических систем и техногенный риск».

Результаты освоения дисциплины направлены на формирование следующих компетенций:

– способность применять инженерно-технический подход к решению вопросов выбора рациональных критериев работоспособности и надежности элементов конструкций;

– способность и готовность решать задачи повышения работоспособности и надежности элементов конструкций ракетно-космической техники с учетом технологичности и экономичности.

# 1 Основные сведения из теории

## 1.1 Понятие надежности

В настоящее время накоплен большой опыт в оценке прочности ракет, выработаны технические требования (нормы прочности), которым удовлетворяют расчеты и испытания на прочность, с целью исключения прочностных отказов в процессе эксплуатации. В нормах прочности сформулированы расчетные случаи, расчетные условия нагружения, методы расчета нагрузок и прочности, приведены коэффициенты безопасности и требования к испытаниям. От норм прочности зависят масса и надежность конструкции.

Прочность конструкции оценивается на основе анализа прочности ее частей (балок, пластин, оболочек и т.п.). Соединение частей (элементов) конструкции рассматривается отдельно. Элементом конструкции ракеты называется такая часть, для которой применимы законы строительной механики. Конструкция ракеты разделяется условно на последовательно соединенные элементы, и отказ элемента совпадает с отказом системы в целом. Параллельно соединенные части объединены в элемент. Испытания на прочность проводятся поэлементно или для группы элементов, что позволяет проверять правильность выбора расчетной схемы.

Несущая способность элемента представляет собой совокупность нагрузок, приводящих к разрушению. Если подходить с точки зрения математических расчетов, то несущая способность представляет собой граничную поверхность в пространстве нагрузок, отделяющих область работоспособных состояний от области отказов. Условием прочности является невыход траектории нагружения за пределы области прочного состояния.

Запас прочности элементов конструкции свидетельствует о степени близости элемента к предельному состоянию в каждый момент времени эксплуатации и выражается в виде коэффициента к нагрузкам. Численно запас прочности равен отношению разрушающей нагрузки к действующей или эквивалентной (приведенной). Конструкция в целом прочна, если наименьший по конструкции и во

времени запас прочности больше или равен единице. Поле запасов конструкции во времени является случайным, следовательно, условие неразрушения может быть выполнено с некоторой вероятностью, которая называется критерием прочностной надежности. Как правило, надежность не связывают с полным временем эксплуатации ракеты, а только на отдельных режимах эксплуатации.

Применение современной техники в производственных процессах неразрывно связано с эффективностью ее использования и способностью качественно выполнять свои функции. В результате поломок или неисправностей снижается качество работы элементов конструкций, возникает потребность в ремонте для восстановления работоспособности и требуемых технических характеристик.

Надежность является комплексным свойством технического объекта, которое состоит в его способности выполнять заданные функции, сохраняя свои основные характеристики в установленных пределах.

**Надежность** – это свойство изделия сохранять во времени работоспособное состояние, при котором оно способно нормально выполнять свои функции (с параметрами, установленными в технической документации) в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования.

Надежность характеризует качество технического средства.

**Качество** – совокупность свойств, определяющих пригодность изделия к использованию по назначению и его потребительские свойства. Чем выше надежность объекта, тем выше его качество.

Недостаточная надежность обуславливает:

- снижение производительности вследствие поломок;
- снижение качества использования технического средства из-за ухудшения его технических характеристик вследствие неисправностей;
- затраты на ремонты технического средства;
- потеря регулярности получения результата;
- снижение уровня безопасности использования технического средства.

## 1.2 Свойства объектов

Объектом исследования надежности является то или иное техническое средство: отдельная деталь, узел машины, агрегат, машина в целом, изделие и др. Объект характеризуется качеством. Так как надежность является составляющим показателем качества объекта, то чем выше надежность объекта, тем выше его качество.

Описание состояний объекта представлено на рисунке 1.1.

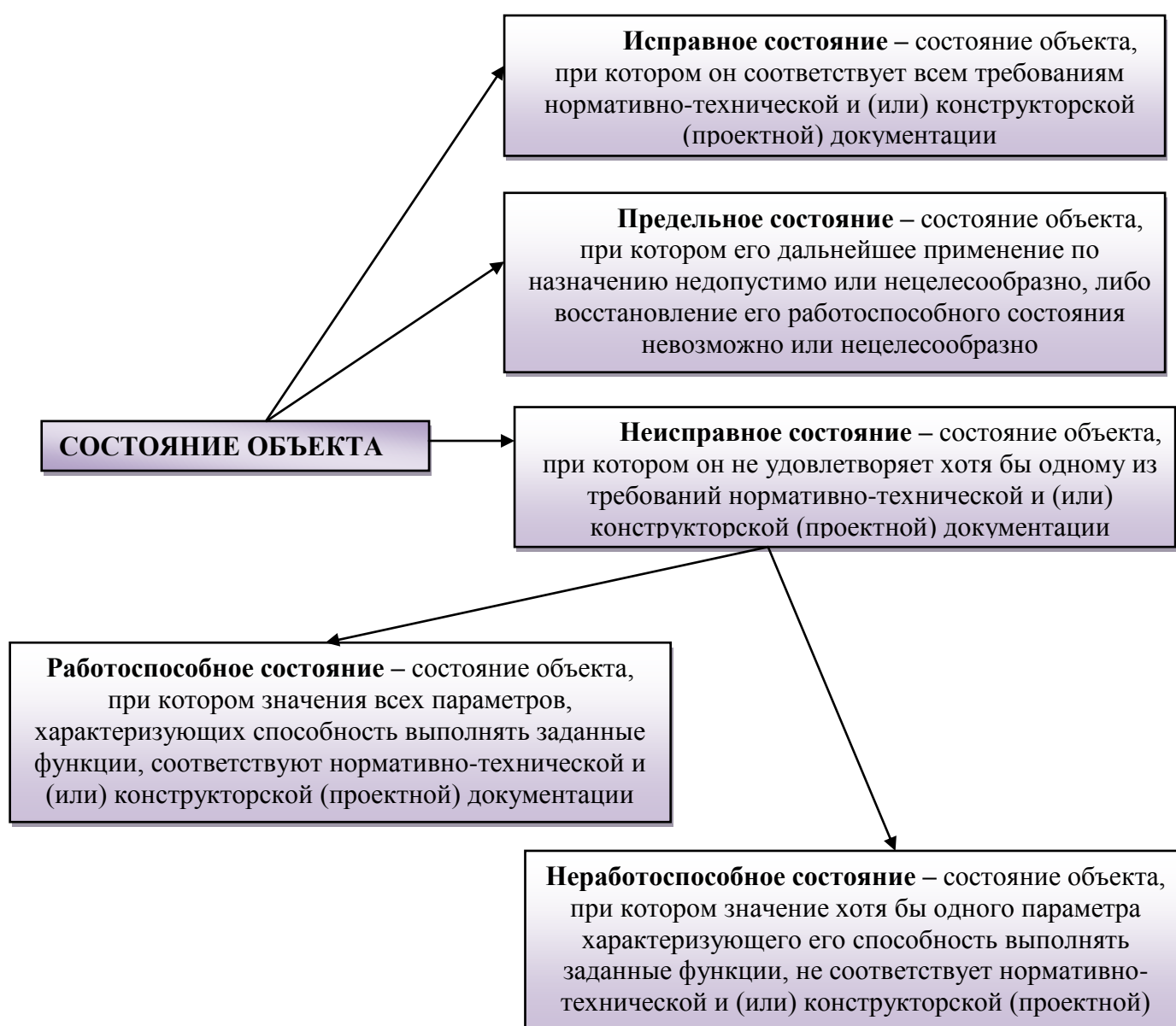


Рисунок 1.1 – Состояния объекта

### 1.3 Отказы

Событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособного состояния, называют **отказом**.

Отказы классифицируются по разным признакам (рисунок 1.2 –1.5).

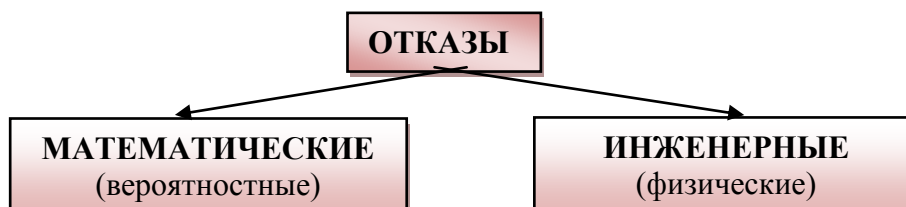


Рисунок 1.3 – Классификация отказов

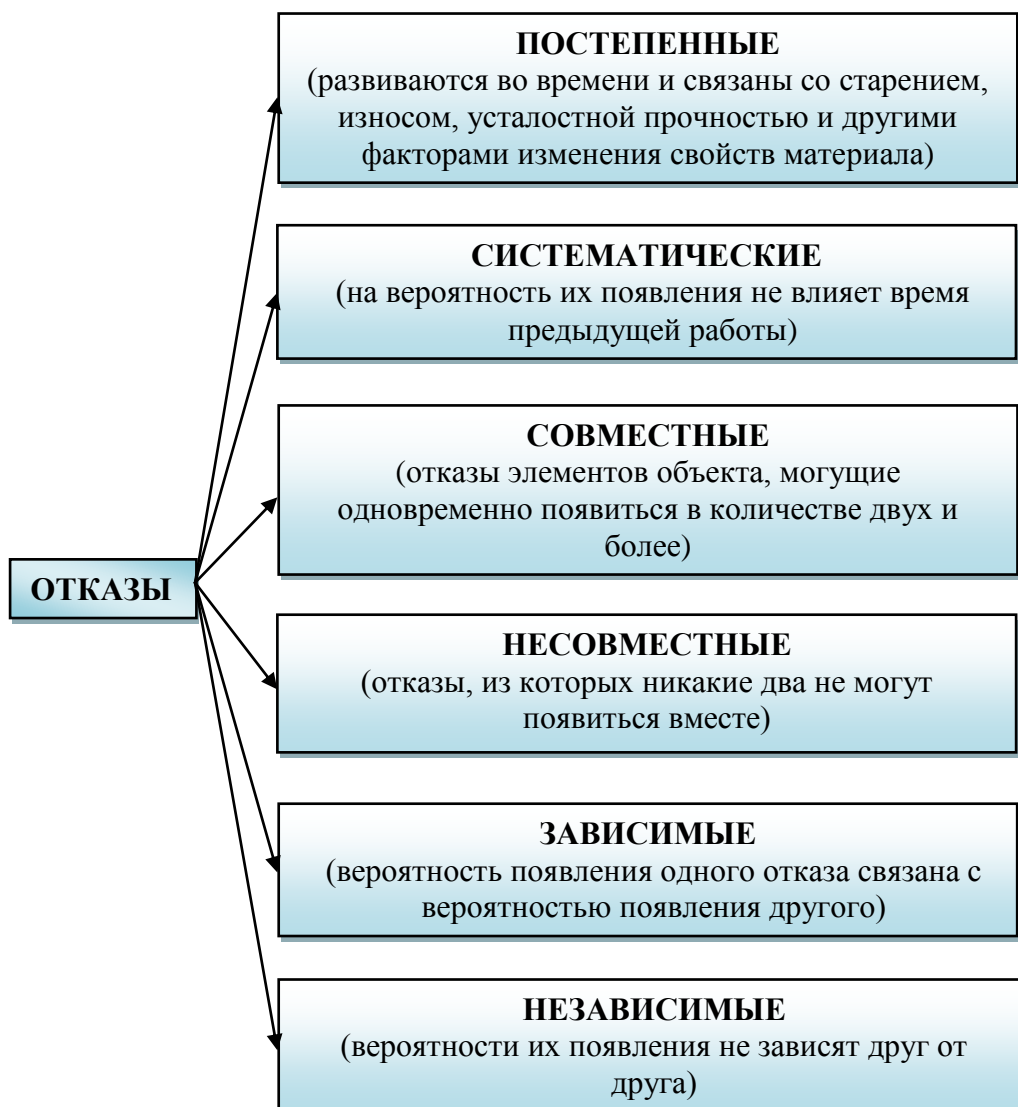


Рисунок 1.2 – Математическая классификация отказов



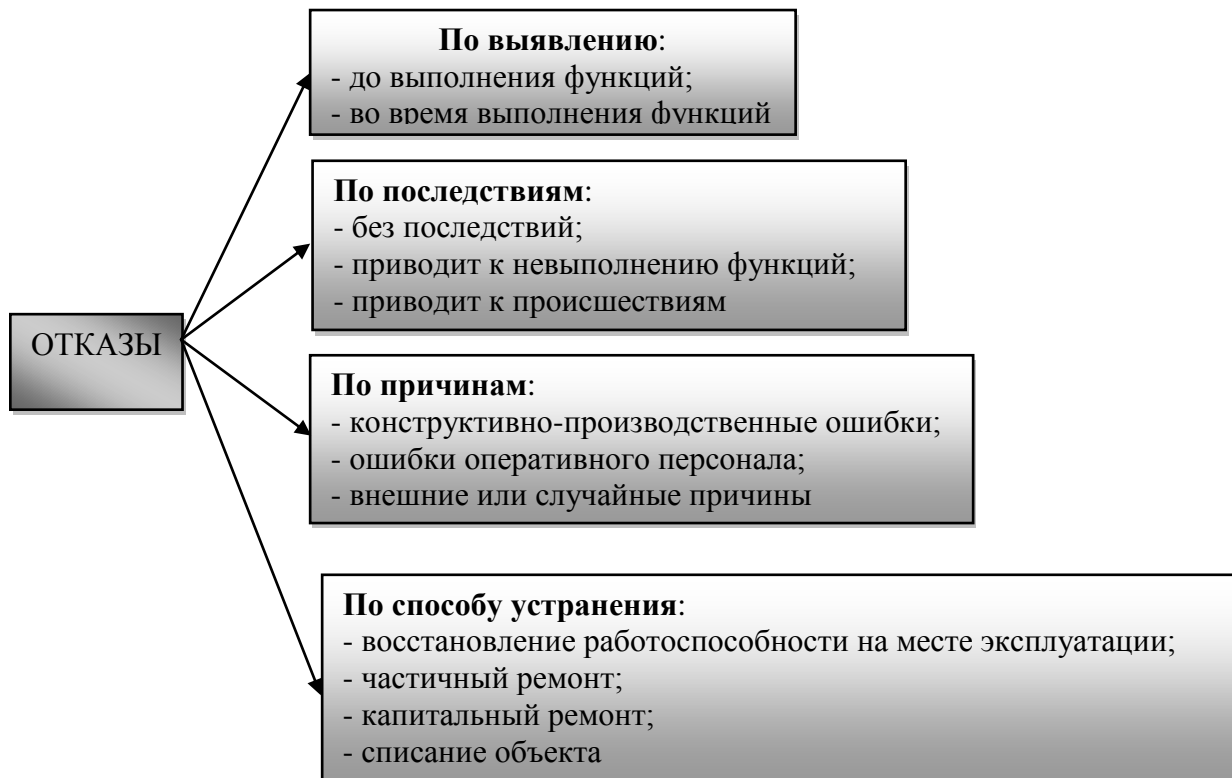


Рисунок 1.3 – Инженерная классификация отказов

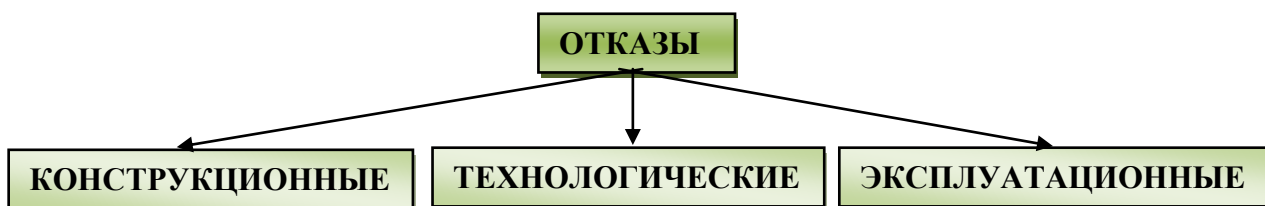


Рисунок 1.4 – Классификация по причинам возникновения

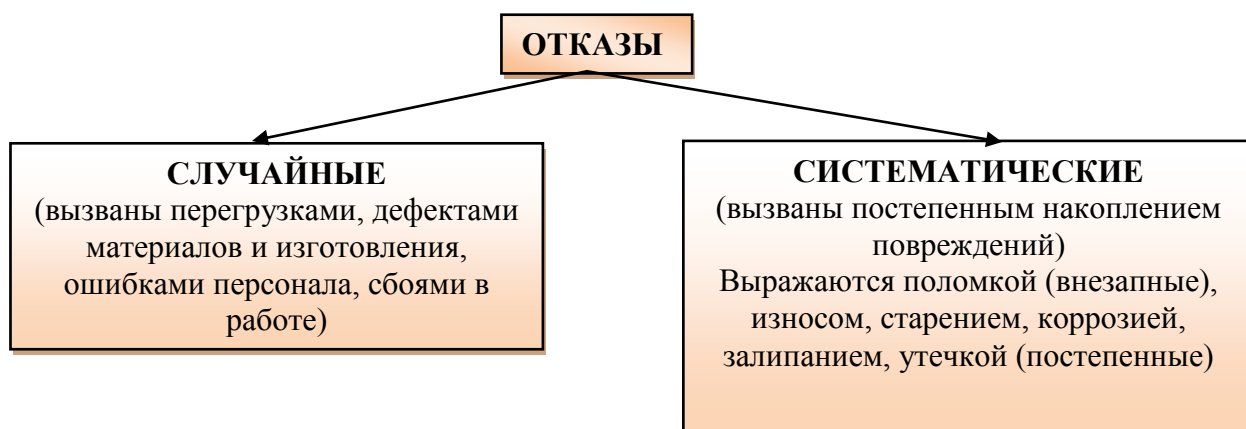


Рисунок 1.5 – Классификация по причинам отказов

Надежность объекта – совокупность свойств, определяющих возможность объекта сохранять работоспособность в определенных режимах и условиях эксплуатации и его приспособленность к восстановлению в случае отказа.

Полный отказ ведет к полной потере работоспособности. Частичный отказ ведет к частичной потере работоспособности. По характеру возникновения отказы связаны либо с поломкой отдельных элементов при функционировании, либо с изменением параметров до недоступных пределов.

### 1.4 Показатели надежности

Перечень показателей надежности оговаривает как единичные показатели надежности, каждый из которых характеризует отдельную сторону надежности (безотказность, долговечность, сохраняемость или ремонтпригодность), так и комплексные показатели надежности (рисунок 1.6). Комплексные показатели характеризуют одновременно несколько свойств надежности.

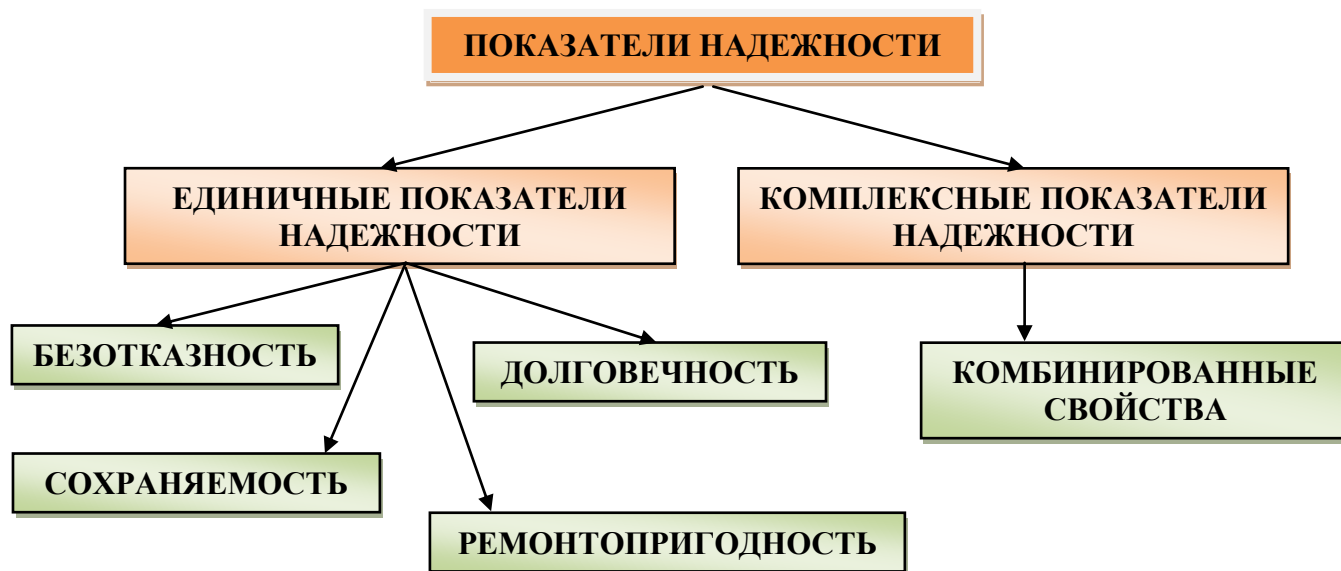


Рисунок 1.6 – Классификация показателей надежности

**Безотказность** – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки.

*Наработка* – временное понятие, характеризующее продолжительность или объем работы объекта (в часах, циклах, километрах пробега и др.).

**Долговечность** – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

*Ресурс* – суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до прихода в предельное состояние.

*Срок службы* – календарная продолжительность эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта от начала его применения до наступления предельного состояния.

**Сохраняемость** – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции в течение хранения и (или) транспортирования.

*Срок сохраняемости* – календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта в заданных условиях, в течение и после которых сохраняются исправность, а также значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в пределах, установленных нормативно-технической документацией на данный объект.

*Безопасность* – свойство в случае нарушения работоспособного состояния не создавать угрозу для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды.

*Живучесть* – свойство объекта сохранять работоспособность (полностью или частично) в условиях неблагоприятных воздействий, не предусмотренных нормальными условиями эксплуатации.

**Ремонтпригодность** – свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонта.

*Восстановление* – возвращение объекту работоспособного состояния. Восстановление осуществляется путем ремонта объекта.

*Время восстановления* – характеризует календарную продолжительность операций по восстановлению работоспособного состояния объекта или продолжительность операций по техническому обслуживанию.

*Невосстанавливаемое изделие* – изделие, которое не может быть восстановлено потребителем, например ракетоносителями в полете, и подлежит замене.

*Восстанавливаемое изделие* – изделие, которое может быть восстановлено потребителем, например ракетоносителем до момента пуска.

*Ремонтируемый объект* – объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и (или) конструкторской (проектной) документацией.

*Неремонтируемый объект* – объект, ремонт которого невозможен или не предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Для количественной оценки надежности используются методы теории вероятности и математической статистики. Показатели надежности могут определяться чисто аналитическим путем на основе математической модели (математическое определение надежности). Показатели надежности могут определяться в результате обработки опытных данных (статистическое определение показателя надежности).

Момент возникновения отказа, частота возникновения отказов – величины случайные. Поэтому базовыми методами для теории надежности являются методы теории вероятности и математической статистики.

*Случайное событие* – событие, которое при осуществлении совокупности условий может либо произойти, либо не произойти. *Случайными* называют величины, которые принимают те или иные значения с некоторой вероятностью.

Показатели надежности представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Показатели надежности

Свойство надежности	Наименование показателей надежности
1	2
<b>ЕДИНИЧНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ</b>	
<b>БЕЗОТКАЗНОСТЬ</b>	<p><b>Вероятность безотказной работы</b> – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникнет:</p> $P(t) = \frac{N_p}{N} = \frac{1-n(t)}{N},$ <p>где <math>N_p</math> – число работоспособных объектов;  <math>N</math> – общее число наблюдаемых объектов;  <math>n(t)</math> – число объектов, отказавших на момент времени от начала испытаний или эксплуатации.</p> <p><b>Основной показатель для оценки надежной работы изделия.</b></p>
	<p><b>Вероятность отказа:</b></p> $Q(t) = 1 - P(t) = \frac{N_p}{N} = \frac{n(t)}{N}.$
	<p><b>Плотность вероятности отказа (наработка на отказ):</b></p> $f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t},$ <p>где <math>\Delta n(t)</math> – число отказов за промежутки времени <math>\Delta t</math>.</p>
	<p><b>Интенсивность отказов</b> – характеризует скорость возникновения отказов объекта в различные моменты времени его работы:</p> $\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{N_p \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{P(t)}.$
	<p><b>Средняя наработка на отказ</b> – это отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа отказов в течение этой наработки:</p> $T_o = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$ <p>где <math>N</math> – общее число объектов, поставленных на испытания или в эксплуатацию;  <math>t_i</math> – наработка <math>i</math>-того объекта;  <math>m_i</math> – число отказов <math>i</math>-того объекта за весь наблюдаемый период.</p> <p><b>Область применения:</b> для изделий, допускающих отказы данного вида в период функционирования.</p>

Продолжение таблицы 1.1

1	2
	<p><b>Средняя наработка до отказа</b> – математическое ожидание наработки объекта до первого отказа:</p> $T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t)dt = \sum_{i=1}^k \frac{N_{pi}}{N} \cdot \Delta t_i,$ <p>где <math>N_{pi}</math> – число работоспособных объектов на интервале наработки <math>t_i - t_{i+1}</math>;  <math>N</math> – общее число объектов;  <math>\Delta t = t_{i+1} - t_i</math> – интервал времени;  <math>k</math> – число интервалов наработки.</p> $T_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i,$ <p>где <math>t_i</math> – наработка до отказа <math>i</math>-того объекта;  <math>n</math> – число объектов.</p> <p><b>Средняя наработка между отказами</b> – математическое ожидание наработки объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа:</p> $T = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_i,$ <p>где <math>t_i</math> – наработка <math>i</math>-того объекта между отказами за рассматриваемый период;  <math>m</math> – число отказов за этот период.</p>
<p><b>ДОЛГОВЕЧНОСТЬ</b></p>	<p><b>Средний ресурс</b> – математическое ожидание ресурса:</p> $T_p = \frac{\sum_{i=1}^N T_{pi}}{N},$ <p>где <math>T_{pi}</math> – ресурс <math>i</math>-того объекта;  <math>N</math> – число объектов.</p> <p><b>Область применения:</b> для характеристики средней продолжительности работы изделия.</p> <p><b>Гамма-процентный ресурс</b> – наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью (выражен в процентах):</p> $P(T_{p\gamma}) = \int_{T_{p\gamma}}^{\infty} p(T_p) dT_p = \frac{\gamma}{100},$ <p>где <math>T_{p\gamma}</math> – наработка до предельного состояния (ресурс);  <math>\gamma</math> – вероятность.</p> <p><b>Область применения:</b> допустимая продолжительность работы изделия при заданных требованиях к его безотказности.</p>

Продолжение таблицы 1.1

1	2
	<p><b>Назначенный ресурс</b> – суммарная наработка <math>T_{p,n}</math>, при достижении которой применение объекта по назначению должно быть прекращено независимо от его технического состояния.</p> <p><b>Установленный ресурс</b> – технически обоснованная или заданная величина ресурса <math>T_{p,y}</math>, обеспечиваемая конструкцией, технологией и эксплуатацией, в пределах которой объект не должен достигать предельного состояния.</p> <p><b>Область применения: для назначения параметров системы ремонта и технического обслуживания.</b></p> <p><b>Средний срок службы</b> – математическое ожидание срока службы:</p> $T_{cl} = \frac{\sum_{i=1}^N T_{cli}}{N},$ <p>где <math>T_{cli}</math> – срок службы <math>i</math>-того объекта;  <math>N</math> – число объектов.</p> <p><b>Гамма-процентный срок службы</b> – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигает предельного состояния с вероятностью <math>\gamma</math>, выраженной в процентах:</p> $P(T_{cl\gamma}) = \int_{T_{cl\gamma}}^{\infty} p(T_{cl}) dT_{cl} = \frac{\gamma}{100},$ <p>где <math>T_{cl\gamma}</math> – наработка до истечения срока службы;  <math>\gamma</math> – вероятность.</p> <p><b>Назначенный срок службы</b> – суммарная календарная продолжительность эксплуатации <math>T_{cl,n}</math>, при достижении которой применение объекта по назначению должно быть прекращено, независимо от его технического состояния.</p> <p><b>Установленный срок службы</b> – технико-экономически обоснованный или заданный срок службы <math>T_{cl,y}</math>, обеспечиваемый конструкцией, технологией и эксплуатацией, в пределах которого объект не должен достигать предельного состояния.</p>
<p><b>СОХРАНЯЕМОСТЬ</b></p>	<p><b>Средний срок сохраняемости</b> – математическое ожидание срока сохраняемости объекта:</p> $T_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{ci},$ <p>где <math>T_{ci}</math> – срок сохраняемости <math>i</math>-того объекта;  <math>N</math> – число объектов.</p>

Продолжение таблицы 1.1

1	2
	<p><b>Гамма-процентный срок сохраняемости</b> – календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта, в течении и после которой показатели безотказности, долговечности и ремонтпригодности объекта не выйдут за установленные пределы с вероятностью <math>\gamma</math>, выраженной в процентах:</p> $P(T_{cy}) = \int_{T_{cy}}^{\infty} p(T_c) dT_c = \frac{\gamma}{100},$ <p>где <math>T_c</math> – наработка до среднего срока сохраняемости;  <math>\gamma</math> – вероятность.</p> <p><b>Назначенный срок хранения</b> – календарная продолжительность <math>T_{c.n}</math> хранения в заданных условиях, по истечении которой применение объекта по назначению не допускается, независимо от его состояния.</p> <p><b>Установленный срок сохраняемости</b> – технико-экономически обоснованный (или заданный) срок хранения <math>T_{c.y}</math>, обеспечиваемый конструкцией и эксплуатацией в пределах которого показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности объекта сохраняются теми же, какими они были у объекта до начала его хранения и (или) транспортирования.</p>
<b>РЕМОНТОПРИГОДНОСТЬ</b>	<p><b>Среднее время восстановления</b> – математическое ожидание времени восстановления объекта:</p> $T_B = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m T_{Bk},$ <p>где <math>T_{Bk}</math> – время восстановления <math>k</math>-того объекта;  <math>m</math> – число отказов за заданный срок испытаний или эксплуатации.</p> <p><b>Вероятность восстановления</b> – вероятность того, что объект будет восстановлен в заданное время <math>t_B</math>.</p>
<b>КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ</b>	
<b>КОМБИНИРОВАННЫЕ СВОЙСТВА</b>	<p><b>Коэффициент готовности</b> – вероятность того, что объект окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается. Необходимо указывать интервал эксплуатации объекта, на котором следует оценивать коэффициент готовности:</p> $K_G = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{\sum_{i=1}^N t_i + \sum_{i=1}^N \tau_i},$ <p>где <math>t_i</math> – наработка <math>i</math>-того объекта в заданном интервале эксплуатации;</p>



Продолжение таблицы 1.1

1	2
	<p><math>\tau_i</math> – время восстановления <math>i</math>-того объекта в заданном интервале эксплуатации;  <math>N</math> – число объектов.</p> $K_T = \frac{T_O}{T_O + T_B},$ <p>где <math>T_O</math> – средняя наработка на отказ;  <math>T_B</math> – среднее время восстановления.</p>
	<p><b>Коэффициент технического использования <math>T_{Т.И}</math></b> – отношение математического ожидания наработки объекта за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий наработки, продолжительности технического обслуживания, плановых ремонтов и неплановых восстановлений за тот же период эксплуатации.</p>
	<p><b>Коэффициент оперативной готовности</b> – вероятность того, что объект окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусмотрено, и, начиная с этого момента, объект будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.</p>

### 1.5 Резервирование, как метод повышения надежности объекта

Повышение надежности объектов достигается за счет конструкторско-технологических и эксплуатационных факторов. Основными конструкторско-технологическими факторами повышения надежности являются:

- применение в конструкции более надежных компонентов;
- оптимизация схем соединений компонентов с точки зрения повышения схемной надежности;
- использование резервирования наиболее ответственных или наименее надежных компонентов;
- строгое соблюдение технологии изготовления, сборки и ремонта.

Повышение надежности технических объектов на стадии эксплуатации достигается за счет:

- соблюдения условий и режимов эксплуатации, хранения, транспортирования и ремонта объектов;
- раннего обнаружения и устранения неисправностей;
- устранения причин возникновения отказов в процессе эксплуатации;
- снижения последствий отказов;
- использования автоматизированных систем диагностики, обеспечивающих непрерывный мониторинг объектов.

Резервированием называется метод повышения надежности объекта введением дополнительных средств, минимально необходимых для выполнения объектом заданных функций.

Для элементов с недостаточной надежностью вводятся резервные элементы, переключение на которые происходит автоматически при отказе основного элемента. Резервный элемент может быть включен постоянно и выполнять функцию одновременно с основным элементом, а может подключаться только при отказе основного элемента.

Классификация видов резервирования представлена на рисунках 1.7 – 1.9.

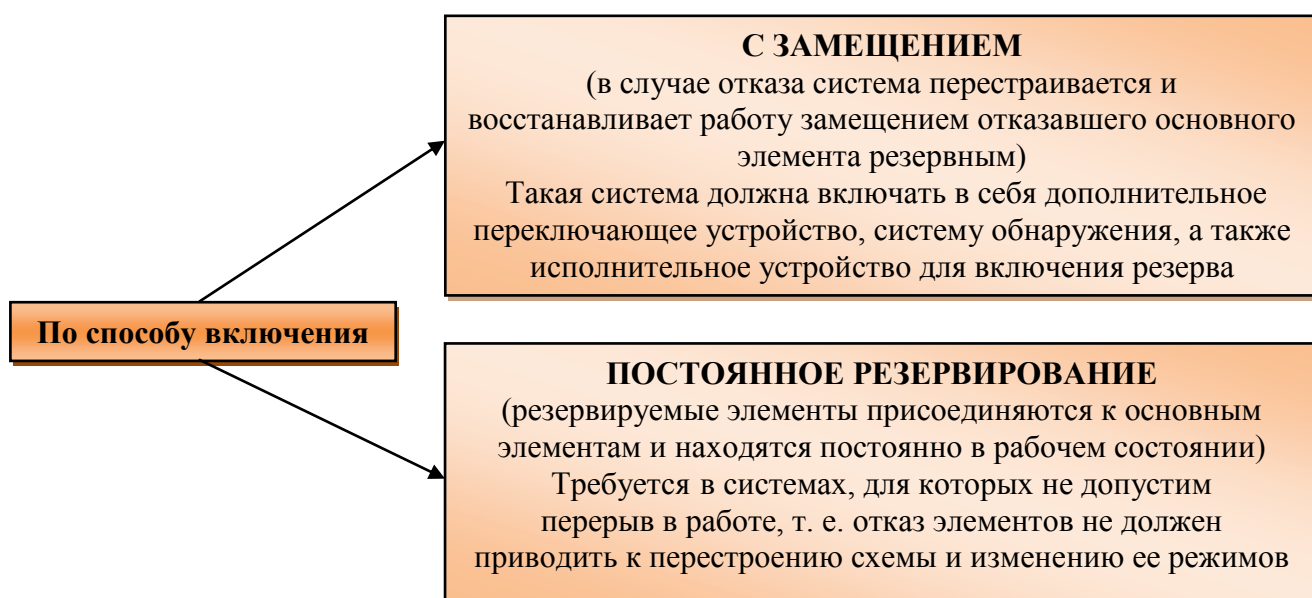


Рисунок 1.7 – Классификация резервирования по способу включения

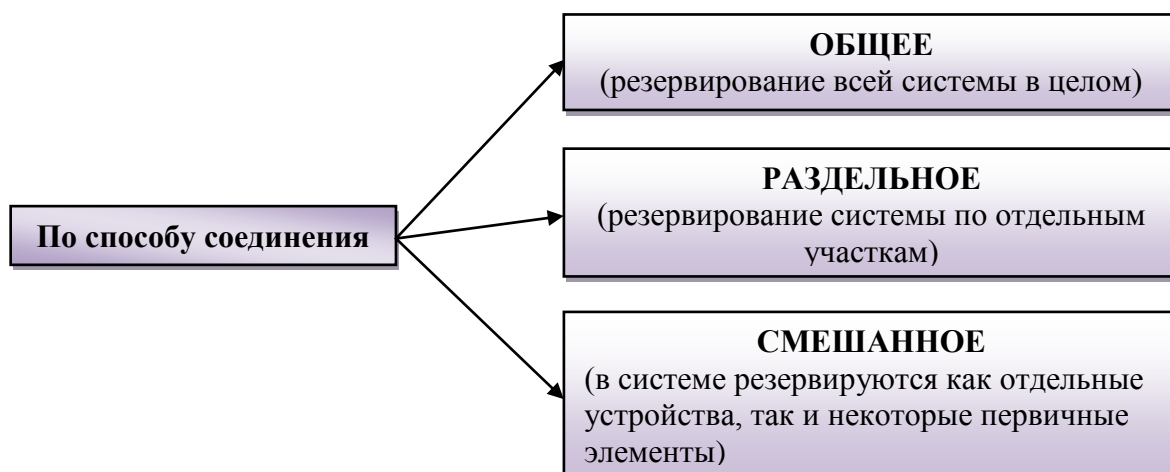


Рисунок 1.8 – Классификация резервирования по способу соединения

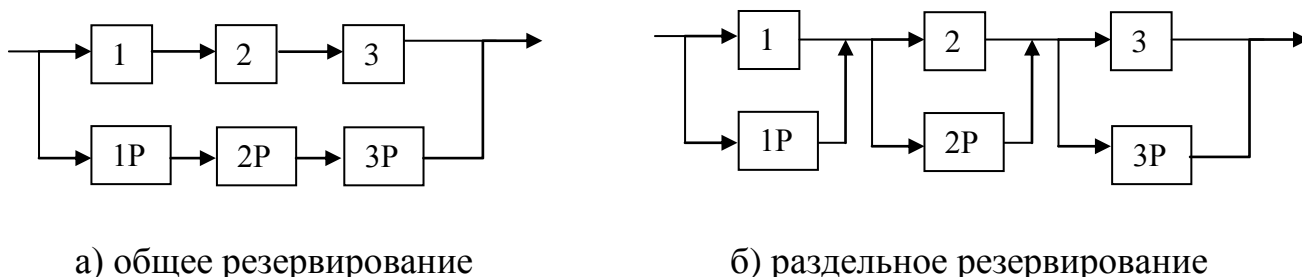


Рисунок 1.9 – Классификация по условию работы резерва до включения

При общем резервировании резервируется объект в целом (рисунок 1.10 а). Используется резервный объект, который при отказе основного объекта продолжает выполнять требуемые функции. В большинстве случаев выгоднее резервировать не весь объект, а только его наименее надежные компоненты.

При отдельном резервировании резервируются элементы объекта по отдельности (рисунок 1.10 б).

Если резервные элементы постоянно включены, то резервирование считается постоянным. Если резервирование происходит с переключением структуры с целью обхода отказавшего элемента, то такое резервирование считается динамическим.



*1, 2, 3* – основные элементы; *1P, 2P, 3P* – резервные элементы.

Рисунок 1.10 – Способы резервирования

При резервировании замещением резервный элемент включается вместо основного при его отказе. При скользящем резервировании группа основных элементов резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент. Скользящее резервирование выгодно тем, что, используя ограниченное число резервных компонентов, можно устранить значительное число отказов. Однако этот вид резервирования применим только в том случае, когда объект состоит из однотипных компонентов.

Любой метод резервирования подразумевает избыточность. Избыточные элементы служат для замены основных в случае их отказа. Виды резервирования определяются способом включения резерва, видом соединения и условием работы резервных элементов.

Для расчета и анализа показателей надежности различных сложных объектов, состоящих из значительного числа отдельных компонентов, используется метод структурных схем.

Рассматриваемый объект представляется в виде расчетной схемы, состоящей из отдельных функциональных элементов, которые взаимодействуют друг с другом. В результате такой разбивки схема объекта заменяется расчетной схемой, состоящей из соединений звеньев. Каждое звено схемы соответствует определенному функциональному элементу объекта и характеризуется определенным показателем надежности, значение которого известно. Звено может рассматриваться как описание события, связанного с отказом соответствующего функционального элемента и характеризующегося вероятностью события.

Основой структурных схем являются условные способы соединений звеньев, выражающих события безотказности работы отдельных элементов системы:

- последовательное соединение представляет собой совокупность звеньев, для которых необходимым и достаточным условием отказа является отказ хотя бы одного звена;
- параллельное соединение представляет собой совокупность звеньев, работоспособность которой нарушается только при условии отказа всех звеньев.

## **1.6 Функции распределения вероятности**

При анализе и расчете показателей надежности математическим методом необходимо знать функцию распределения и функцию плотности распределения вероятности оцениваемого параметра.

Используемые в расчетах функции распределения с обозначением области распределения и математическим описанием представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Функции распределения

ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ	МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
1	2	3
<p><b>НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ</b></p>	<p>Описывает наработки на отказ объектов вследствие их износа и старения.</p>	$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}} dt,$ <p>где <math>\sigma</math> – стандартное отклонение случайной величины;  <math>t</math> – наработка объекта (временной параметр);  <math>\bar{t}</math> – среднее арифметическое значение параметра (временной параметр).</p>
<p><b>ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (основной закон надежности)</b></p>	<p>Описывает надежность работы изделия в период его нормальной эксплуатации, когда постепенные отказы вследствие износа и старения еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами.</p> <p>Экспоненциальное распределение наиболее применимо для оценки безотказности объектов в период после приработки и до проявления постепенных отказов. Этот закон используется также при решении задач об обслуживании сложных систем.</p> <p>Функция распределения описывает вероятность возникновения отказов объекта.</p>	$F(t) = 1 - e^{-\lambda t},$ <p>где <math>\lambda</math> – интенсивность отказов;  <math>t</math> – расчетный период.</p>
<p><b>РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА</b></p>	<p>Распределение Вейбулла является двухпараметрическим универсальным законом, так как при изменении параметров оно в пределе может описывать нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, экспоненциальное распределение и др.</p>	<p>Распределение Вейбулла является двухпараметрическим универсальным законом, так как при изменении параметров оно в пределе может описывать нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, экспоненциальное распределение и др.</p>

Продолжение таблицы 1.2

1	2	3
<b>ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ</b>	<p>Распределение описывает наработку системы с резервированием, время восстановления, а также распределение постепенных отказов вследствие износа.</p>	$F(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t t^{\alpha-1} e^{-\lambda t} dt,$ <p>где <math>\lambda</math> – параметр масштаба;  <math>t</math> – расчетный период;  <math>\alpha</math> – параметр формы кривой распределения.</p>
<b>РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА</b>	<p>Используется для дискретных случайных величин. Описывает появление внезапных отказов в сложных системах и распределение времени восстановления, число отказов однотипного оборудования за определенный интервал времени.</p>	$F(t) = \sum_0^\infty P_m(t) = \sum_{m \leq t} \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \text{ при } t \geq 0,$ <p>где <math>\lambda</math> – параметр масштаба;  <math>t</math> – расчетный период;  <math>\alpha</math> – параметр формы кривой распределения.</p>

## 2 Вопросы для самопроверки

- 1 Каковы задачи надежности по обеспечению качества летательных аппаратов?
- 2 Как определяется качество элемента?
- 3 Чем характеризуются исправное и неисправное состояния объекта?
- 4 Каковы характеристики предельного состояния объекта?
- 5 Чем характеризуются работоспособное и неработоспособное состояния элемента?
- 6 Как классифицируются отказы?
- 7 Какими показателями характеризуется единичная надежность летательного аппарата?
- 8 Какими показателями характеризуется комплексная надежность летательного аппарата?
- 9 Что такое долговечность, безопасность, сохраняемость и ремонтпригодность?
- 10 Что представляет собой основное уравнения теории надежности?
- 11 Между какими показателями устанавливает связь основное уравнение теории надежности?
- 12 Что такое резервирование?
- 13 С какой целью проводят резервирование элементов?
- 14 Какие функции распределения используются для математической оценки надежности?
- 15 Какие структурные схемы применяются для соединения звеньев?
- 16 Какие формулы используются для расчета вероятности безотказной работы и вероятности отказов при последовательном соединении?
- 17 Какие формулы используются для расчета вероятности безотказной работы и вероятности отказов при параллельном соединении?



### 3 Задания для самостоятельной работы

#### 3.1 Задание 1 – Определение показателей безотказности вспомогательной системы в интервале времени

Вспомогательная система характеризуется интенсивностью отказов элементов системы энергообеспечения  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ .

Закон распределения длительности времени безотказной работы элементов – экспоненциальный  $P(t)=e^{-\lambda t}$ .

Для заданной вспомогательной системы требуется:

- определить в интервале времени  $t = 8$  ч вероятности отказов элементов вспомогательной системы (одного, двух, трех, четырех, пяти элементов);
- определить в интервале времени  $t = 8$  ч вероятность безотказной работы пяти элементов вспомогательной системы.

Варианты заданий и исходные данные представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Исходные данные

№ варианта	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$
1	0,21	0,32	0,12	0,37	0,52
2	0,22	0,31	0,13	0,36	0,53
3	0,23	0,34	0,11	0,38	0,41
4	0,24	0,33	0,14	0,45	0,54
5	0,25	0,35	0,15	0,49	0,55
6	0,26	0,36	0,16	0,37	0,56
7	0,37	0,37	0,17	0,43	0,52
8	0,28	0,38	0,18	0,44	0,53
9	0,26	0,33	0,14	0,32	0,41
10	0,23	0,35	0,13	0,44	0,54

### Алгоритм выполнения задания

1 Определить вероятность безотказной работы 1-го элемента  $p_1$  в заданном интервале времени по формуле:

$$p_1 = e^{-\lambda_1 t}.$$

2 Определить вероятность отказа 1-го элемента  $q_1$  в заданном интервале времени по формуле:

$$q_1 = 1 - e^{-\lambda_1 t}.$$

3 Определить вероятность безотказной работы 2-го элемента  $p_2$  в заданном интервале времени по формуле:

$$p_2 = e^{-\lambda_2 t}.$$

4 Определить вероятность отказа 2-го элемента  $q_2$  в заданном интервале времени по формуле:

$$q_2 = 1 - e^{-\lambda_2 t}.$$

5 Определить вероятность безотказной работы 3-го элемента  $p_3$  в заданном интервале времени по формуле:

$$p_3 = e^{-\lambda_3 t}.$$

6 Определить вероятность отказа 3-го элемента  $q_3$  в заданном интервале времени по формуле:

$$q_3 = 1 - e^{-\lambda_3 t}.$$

7 Определить вероятность безотказной работы 4-го элемента  $p_4$  в заданном интервале времени по формуле:

$$p_4 = e^{-\lambda_4 t}.$$

8 Определить вероятность отказа 4-го элемента  $q_4$  в заданном интервале времени по формуле:

$$q_4 = 1 - e^{-\lambda_4 t}.$$

9 Определить вероятность отказа 5-го элемента  $q_5$  в заданном интервале времени по формуле:

$$P_5 = 1 - e^{-\lambda_5 t}.$$

10 Определить вероятность безотказной работы 5-го элемента  $p_5$  в заданном интервале времени по формуле:

$$q_5 = 1 - P_5.$$

11 Определить вероятность отказа одного элемента  $Q(1)$  в заданном интервале по формуле:

$$Q(1) = q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot q_5.$$

12 Определить вероятность отказа двух элементов  $Q(2)$  в заданном интервале по формуле:

$$Q(2) = q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot q_5.$$

13 Определить вероятность отказа трех элементов  $Q(3)$  в заданном интервале по формуле:

$$Q(3) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5.$$

14 Определить вероятность отказа четырех элементов  $Q(4)$  в заданном интервале по формуле:

$$Q(4) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot p_5 + q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot p_4 \cdot q_5 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot q_4 \cdot q_5 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5.$$

15 Определить вероятность отказа пяти элементов  $Q(5)$  в заданном интервале по формуле:

$$Q(5) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5.$$

16 Определить вероятность безотказной работы пяти элементов  $P(5)$  за время испытания в заданном интервале по формуле:

$$P(5) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5.$$

17 Сделать выводы о наиболее вероятном событии отказ и вероятности безотказной работы элементов в заданном интервале времени.

### 3.2 Задание 2 – Сравнительный анализ показателей безотказности систем энергообеспечения с различным способом резервированием элементов

Три системы энергообеспечения (нерезервированная система, дублированная система при постоянном включенном резерве и дублированная система при включении резерва по способу замещения (ненагруженный резерв)) состоят из  $n$  равнонадежных элементов. Среднее время безотказной работы элемента  $T_{cpi}$ . Функция распределения надежности изменяется по экспоненциальному закону  $P_c(t) = e^{-\lambda t}$ .

Для заданных систем требуется определить в момент времени  $t$ :

- среднее время безотказной работы системы  $T_{cp}(t)$ ;
- вероятность безотказной работы системы  $P_c(t)$ ;
- частоту отказов  $\varphi_c(t)$ ;
- интенсивность отказов  $\lambda_c(t)$ ;
- сравнить полученные результаты расчетов для трех систем.

Варианты заданий и исходные данные представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Исходные данные

№ варианта	$n$	$T_{cpi}$ , ч	$t$ , ч	№ варианта	$n$	$T_{cpi}$ , ч	$t$ , ч
1	10	1000	50	6	20	1250	75
2	12	1050	55	7	11	1300	80
3	14	1100	60	8	13	1350	85
4	16	1150	65	9	14	1400	40
5	18	1200	70	10	17	1450	45

#### Алгоритм выполнения задания

1 Нерезервированная система.

1.1 Определить интенсивность отказов одного ( $i$ -того) элемента системы  $\lambda_i$  по формуле:

$$\lambda_i = \frac{1}{T_{cpi}}.$$

1.2 Определить интенсивность отказов системы  $\lambda_c$  по формуле:

$$\lambda_c = \lambda_i \cdot n.$$

1.3 Интенсивность отказов системы в момент времени  $t$  равна:

$$\lambda_c(t) = \lambda_c.$$

1.3 Определить среднее время безотказной работы системы в момент времени  $t$  системы  $T_{cp}(t)$  по формуле:

$$T_{cp}(t) = \frac{1}{\lambda_c}.$$

1.4 Определить вероятность безотказной работы системы  $P_c(t)$  по формуле:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}.$$

1.4 Определить частоту отказов системы  $\varphi_c(t)$  в момент времени  $t$  по формуле:

$$\varphi_c(t) = \lambda_c(t) \cdot P_c(t) = \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t}.$$

2 Дублированная система при постоянном включенном резерве.

2.1 Определить интенсивность отказов одного ( $i$ -того) элемента системы  $\lambda_i$  по формуле:

$$\lambda_i = \frac{1}{T_{cpi}}.$$

2.2 Определить интенсивность отказов системы  $\lambda_c$  по формуле:

$$\lambda_c = \lambda_i \cdot n.$$

2.3 Определить среднее время безотказной работы системы в момент времени  $t$  системы  $T_{cp}(t)$  по формуле:

$$T_{cp}(t) = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{j=0}^m \frac{1}{1+j} = \frac{1}{\lambda_c} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right),$$

где  $m$  – порядок резервирования ( $m = 1$ ).

2.4 Определить вероятность безотказной работы системы  $P_c(t)$ :

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_c t})^{m+1} = 1 - (1 - e^{-\lambda_c t})^2 = 2e^{-\lambda_c t} - e^{-2\lambda_c t}.$$

2.5 Определить частоту отказов системы  $\varphi_c(t)$  в момент времени  $t$  по формуле:

$$\varphi_c(t) = \frac{dP_c(t)}{dt} = 2\lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t} - (1 - e^{-\lambda_c t}).$$

2.2 Определить интенсивность отказов системы  $\lambda_c(t)$  по формуле:

$$\lambda_c(t) = \frac{\varphi_c(t)}{P_c(t)} = \frac{2\lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t} - (1 - e^{-\lambda_c t})}{2e^{-\lambda_c t} - e^{-2\lambda_c t}}.$$

3 Дублированная система при включении резерва по способу замещения (ненагруженный резерв).

3.1 Определить интенсивность отказов одного ( $i$ -того) элемента системы  $\lambda_i$  по формуле:

$$\lambda_i = \frac{1}{T_{cpi}}.$$

3.2 Определить интенсивность отказов системы  $\lambda_c$  по формуле:

$$\lambda_c = \lambda_i \cdot n.$$

3.3 Определить среднее время безотказной работы системы в момент времени  $t$  системы  $T_{cp}(t)$  по формуле:

$$T_{cp}(t) = \frac{m+1}{\lambda_c} = \frac{2}{\lambda_c}.$$

3.4 Определить вероятность безотказной работы системы  $P_c(t)$ :

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_c t)^i}{i!} = e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t).$$

3.5 Определить частоту отказов системы  $\varphi_c(t)$  в момент времени  $t$  по формуле:

$$\varphi_c(t) = \frac{dP_c(t)}{dt} = \left[ \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t) + \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t} \right] = \lambda_c^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_c t}.$$

3.6 Определить интенсивность отказов системы  $\lambda_c(t)$  по формуле:

$$\lambda_c(t) = \frac{\varphi_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_c^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_c t}}{e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t)}$$

4 Сравнить полученные результаты расчетов среднего времени безотказной работы системы  $T_{cp}(t)$ ; вероятности безотказной работы системы  $P_c(t)$ ; частоты отказов  $\varphi_c(t)$ ; интенсивности отказов  $\lambda_c(t)$  при различных способах резервирования систем: нерезервированная система, дублированная система при постоянном включенном резерве и дублированная система при включении резерва по способу замещения (ненагруженный резерв).

### 3.3 Задание 3 – Определение вероятности безотказной работы сложной системы

Система элементов состоит из пяти одиночно и резервно соединенных элементов (рисунок 3.1) с вероятностями безотказной работы  $p_1, p_2, p_3, p_4$  и  $p_5$ . Элементы 1 и 4, 3 и 5 соединены между собою одиночно и образуют подсистемы. Подсистемы 1–4 и 3–5 соединены между собою резервно. Элемент 2 соединен одиночно с элементами 4 и 5.

Для данной системы требуется определить вероятность безотказной работы.

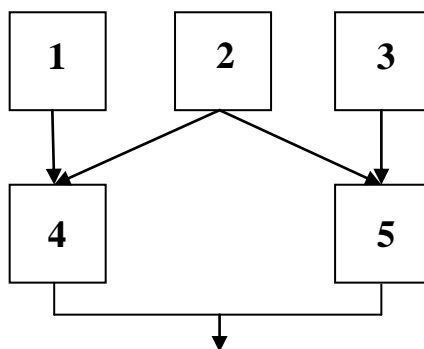


Рисунок 3.1 – Схема соединения элементов

Варианты заданий и исходные данные представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Исходные данные

№ варианта	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
1	0,8	0,7	0,6	0,5
2	0,7	0,6	0,5	0,4
3	0,6	0,5	0,4	0,3
4	0,5	0,4	0,3	0,2
5	0,4	0,3	0,2	0,1
6	0,9	0,7	0,6	0,5
7	0,8	0,6	0,5	0,3
8	0,7	0,5	0,4	0,2
9	0,9	0,7	0,5	0,3
10	0,6	0,5	0,3	0,2

#### Алгоритм выполнения задания

1 Определить вероятность отказа элемента 2 по формуле:

$$q_2 = 1 - p_2.$$

2 Определить вероятность отказа элемента 4 по формуле:

$$q_4 = 1 - p_4.$$

3 Определить вероятность отказа элемента 5 по формуле:

$$q_5 = 1 - p_5.$$

4 Определить вероятность отказа системы при отказе элементов 4 и 5 при работоспособном элементе 2 по формуле:

$$Q = q_4 \cdot q_5.$$

5 Определить вероятность отказа подсистемы 1–4 по формуле:

$$Q_{1-4} = 1 - p_1 \cdot p_4.$$



6 Определить вероятность отказа подсистемы 3–5 по формуле:

$$Q_{3-5} = 1 - p_3 \cdot p_5.$$

7 Определить вероятность отказа системы при отказе подсистем 1–4 и 3–5 и при отказе элемента 2 по формуле:

$$\bar{Q} = Q_{1-4} \cdot Q_{3-5}.$$

8 Определить вероятность отказа системы  $Q_c$  по формуле:

$$Q_c = Q \cdot p_2 + \bar{Q} \cdot q_2.$$

9 Определить вероятность безотказной работы системы  $P_c$  по формуле:

$$P_c = 1 - Q_c.$$

## Список использованных источников

- 1 Куренков, В.И. Методы обеспечения надежности и экспериментальная отработка ракетно-космической техники / В.И. Куренков. – Самара: 2012. – 258 с.
- 2 Богданович, В.И. Теоретические основы обеспечения надежности летательных аппаратов на стадии их производства: учеб. пособие / В.И. Богданович. – Самара: Изд-во Самара, гос. аэрокосм. ун-т, 2007. – 90 с.
- 3 Дулов, А.В. Основы теории надежности: Практикум по дисциплине «Основы теории надежности» / О.А. Дулов, А.В. Абрамов. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – 62 с.
- 4 Половко, А.М. Основы теории надежности: учеб. пособие / А.М. Половко, С. В. Гуров. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : БВХ-Петербург, 2006. – 704 с. : ил.
- 5 ГОСТ 27.002-2015 Надежность в технике (ССНТ). Термины и определения. – Введен 01.03.2017. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200136419>.