

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра механики материалов, конструкций и машин

# **РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ГИБКИХ НИТЕЙ**

Составитель О.А. Фролова

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательную область «Инженерное дело, технологии и технические науки»

Оренбург  
2020

УДК 669.15  
ББК 34.5  
Р 22

Рецензент – профессор, доктор технических наук Ю.А. Чирков

Р 22 **Расчет на прочность гибких нитей:** методические указания / составитель  
О.А. Фролова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2020. – 26 с.

Методические указания рекомендованы для практических занятий и самостоятельной работы обучающимся по образовательным программам по направлениям подготовки, входящим в образовательную область «Инженерное дело, технологии и технические науки».

В методических указаниях представлены основные сведения из теории расчета гибких нитей, пример выполнения расчета гибкой нити на прочность, вопросы для самопроверки и список использованных источников.

**Методические указания подготовлены в рамках реализации проектов по совершенствованию содержания и технологий целевого обучения студентов в интересах организаций оборонно-промышленного комплекса**

УДК 669.15  
ББК 34.5

© Фролова О.А., составление, 2020  
© ОГУ, 2020

## Содержание

Введение .....	4
1 Основные сведения из теории.....	5
2 Пример выполнения расчета .....	16
3 Вопросы для самопроверки .....	25
Список использованных источников .....	26

## Введение

В современных конструкциях часто используются в качестве несущих элементов гибкие нити. Это связано с тем, что в гибких нитях осуществляется наиболее полное использование механических свойств материала.

Гибкие нити могут воспринимать только растягивающие усилия и не оказывают сопротивления усилиям, которые вызывают другие виды деформаций. Гибкие нити являются геометрически изменяемыми системами. Каждому виду нагрузки соответствует своя форма провисания нити, принцип независимости действия сил не применим.

Методические указания будут полезны при изучении таких дисциплин, как «Техническая механика», «Механика материалов и конструкций», «Сопротивление материалов», «Компьютерное моделирование и расчет конструкций», «Инженерные расчеты и компьютерное моделирование», а также для самостоятельной работы по дисциплине «Методы расчета элементов конструкций по критериям работоспособности и надежности» для направления подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика.

Материал методических указаний способствует решению задач профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук.

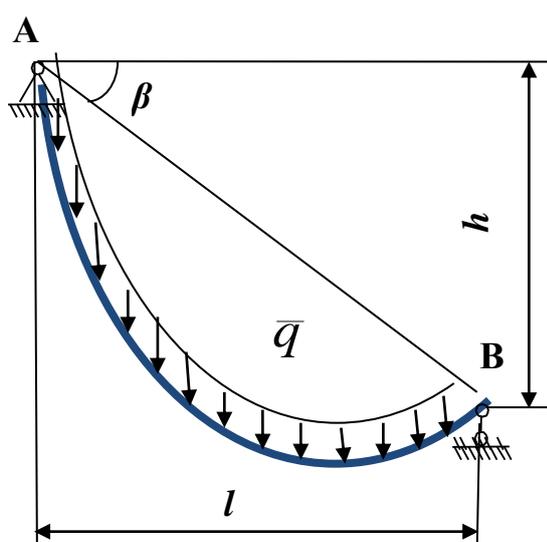
# 1 Основные сведения из теории

Гибкая нить представляет собой стержень, сопротивляющийся только растяжению (провода электрических и телеграфных сетей, антенны, цепи висячих мостов, цепи корабельных якорей, тросы канатных дорог, подвесные дороги, детали из композиционных материалов, висячие покрытия, кабели, струны, ремни и т.п.).

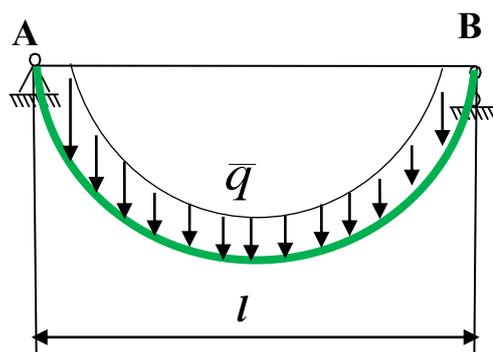
Рассмотрим расчет на прочность гибкой нити при действии равномерно распределенной нагрузки по длине.

Точки подвеса гибких нитей могут находиться на одном и на разных уровнях (рисунок 1 а, б).

Горизонтальная проекция расстояния между точками подвеса гибкой нити называется *пролетом*.



а) точки подвеса гибкой нити расположены на разных уровнях



б) точки подвеса гибкой нити расположены на одном уровне

$l$  – длина пролета;  $h$  – разность уровней подвеса;  $\bar{q}$  – интенсивность распределенной нагрузки;  $\beta$  – угол между линией, соединяющей точки подвеса, и ее горизонтальной проекцией.

Рисунок 1.1 – Схемы подвеса гибкой нити

Основной нагрузкой на гибкую нить является собственный вес нити с интенсивностью  $\bar{q}_n$ :

$$\bar{q}_n = \gamma \cdot A, \quad (1.1)$$

где  $\gamma$  – удельный вес материала гибкой нити;

$A$  – площадь поперечного сечения нити.

На гибкую нить также может действовать давление ветра или вес льда при обледенении. Действия нагрузок на гибкую пологую нить считают равномерно распределенными по длине нити.

Интенсивность ветровой нагрузки в горизонтальной плоскости  $q_B$  без гололеда определяется по формуле:

$$\bar{q}_B = p \cdot d = k \cdot \alpha \cdot q_{ск} \cdot d, \quad (1.2)$$

где  $p$  – давление ветра;

$d$  – диаметр нити;

$k = 1,2$  – аэродинамический коэффициент;

$\alpha = 0,85$  – коэффициент неравномерности ветра;

$q_{ск}$  – скорость напора.

Суммарная интенсивность нагрузки на гибкую нить определяется по формуле:

$$\bar{q} = \sqrt{(\bar{q}_n + \bar{q}_l)^2 + \bar{q}_B^2}, \quad (1.2)$$

где  $\bar{q}_l$  – единичная нагрузка от веса гололеда.

Распределенную нагрузку, действующую на нить, заменяют статически эквивалентной нагрузкой, распределенной вдоль пролета:

$$q = \frac{\bar{q}}{\cos \beta}, \quad (1.3)$$

где  $\beta$  – угол между линией, соединяющей точки подвеса нити, и горизонтальной проекцией этой линии ( $\cos \beta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$ ).

Если считать, что нить идеально гибкая, то растягивающие усилия в любом сечении нити располагаются по касательной к кривой провисания (рисунок 1.2).

Усилия в опорах равны реакциям опор, которые складываются из горизонтальных и вертикальных составляющих.

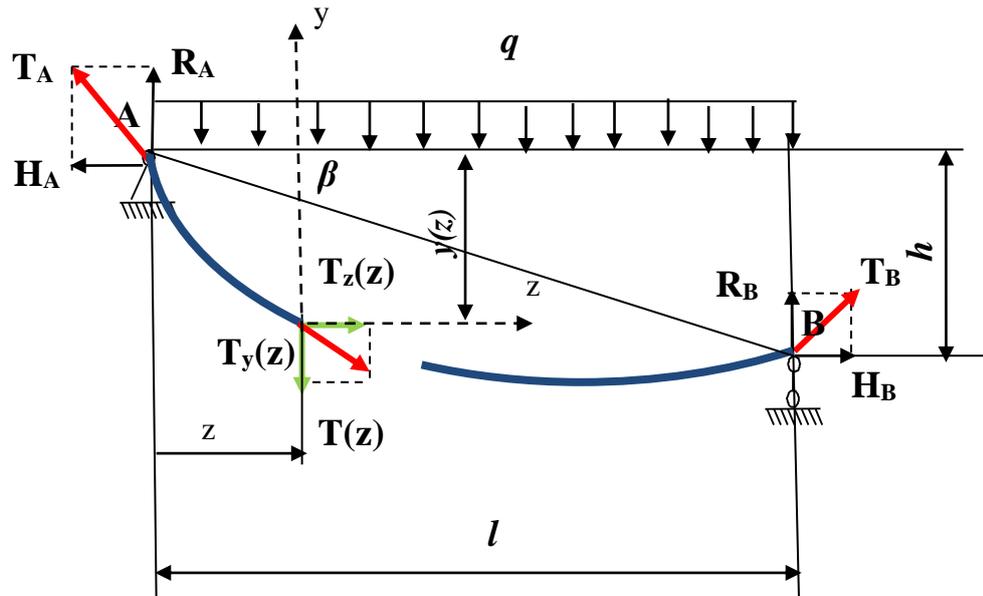


Рисунок 1.2 – Усилия в гибкой нити

Горизонтальная и вертикальная составляющие реакций опор определяются из уравнений равновесия статики:

$$\begin{cases} \sum Z = -H_A + H_B = 0, \\ \sum Y = R_A + R_B - ql = 0, \\ \sum M_B = H_A \cdot h - R_A \cdot l + \frac{ql^2}{2} = 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

Решая данную систему, получаем:

$$H_A = H_B = H; \quad (1.5)$$

$$R_A = \frac{ql}{2} + H \frac{h}{l}; \quad (1.6)$$

$$R_B = \frac{ql}{2} - H \frac{h}{l}, \quad (1.7)$$

где  $H$  – горизонтальная составляющая усилия (натяжение нити, или распор), одинаковая во всех сечениях.

Реакции опор определяются из выражений:

$$T_A = \sqrt{H^2 + R_A^2}; \quad (1.8)$$

$$T_B = \sqrt{H^2 + R_B^2}. \quad (1.9)$$

Горизонтальная и вертикальная составляющие усилия в произвольном сечении нити определяются из уравнений равновесия части нити:

$$\begin{cases} \sum Z = -H + T_z(z) = 0, \\ \sum Y = R_A - qz - T_y(z) = 0. \end{cases} \quad (1.10)$$

Решая данную систему, получаем:

$$T_z(z) = H; \quad (1.11)$$

$$T_y(z) = R_A - qz = H \frac{h}{l} + q \left( \frac{l}{2} - z \right). \quad (1.12)$$

Суммарное растягивающее усилие в любом сечении нити определяется по формуле:

$$T(z) = \sqrt{T_z^2(z) + T_y^2(z)} = \sqrt{H^2 + \left[ H \frac{h}{l} + q \left( \frac{l}{2} - z \right) \right]^2}. \quad (1.13)$$

Для пологих нитей расчет на прочность ведут по величине натяжения нити  $H$ .

В гибких нитях на основании совершенной гибкости принимают изгибающий момент равный нулю:

$$M(z) = R_A \cdot z - H \cdot y - \frac{qz^2}{2} = 0. \quad (1.14)$$

Из данного выражения получаем уравнение кривой провисания нити:

$$y = \left( \frac{ql}{2H} + \frac{h}{l} \right) z - \frac{qz^2}{2H}. \quad (1.15)$$

Положение нижней точки подвешенной нити ( $z=a$ ;  $y=y_{max}$ ) определяется путем исследования функции кривой провисания нити на экстремум.

Приравняем производную от функции кривой провисания нити нулю:

$$\frac{dy}{dz} = \frac{ql}{2H} + \frac{h}{l} - \frac{qz}{H} = 0. \quad (1.16)$$

Из данного выражения определим абсциссу нижней точки подвешенной нити:

$$z = a = \frac{l}{2} + \frac{Hh}{ql}. \quad (1.17)$$

Натяжение нити из выражения (1.17) имеет вид:

$$H = \frac{ql}{h} \left( a - \frac{l}{2} \right). \quad (1.18)$$

После подстановки выражения (1.17) в уравнение кривой провисания нити (1.15), получаем ординату нижней точки подвешенной нити:

$$y_{max} = \frac{ql^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2ql^2} + \frac{h}{2}. \quad (1.19)$$

Различают три случая расположения низшей точки кривой провисания нити:

– низшая точка кривой провисания находится в пределах пролета ( $a < l$ ):

$$H < \frac{ql^2}{2h}; \quad (1.20)$$

– низшая точка кривой провисания находится вне пролета ( $a > l$ ):

$$H > \frac{ql^2}{2h}; \quad (1.21)$$

– низшая точка кривой провисания совпадает с нижней точкой подвеса ( $a = l$ ):

$$H = \frac{ql^2}{2h}. \quad (1.22)$$

Стрела провисания нити  $f$  – расстояние от нити до прямой, соединяющей точки подвеса, отсчитанное по вертикали в середине пролета (рисунок 1.3). При одинаковом уровне точек подвеса нити стрела провеса определяет положение низшей точки провисания нити.

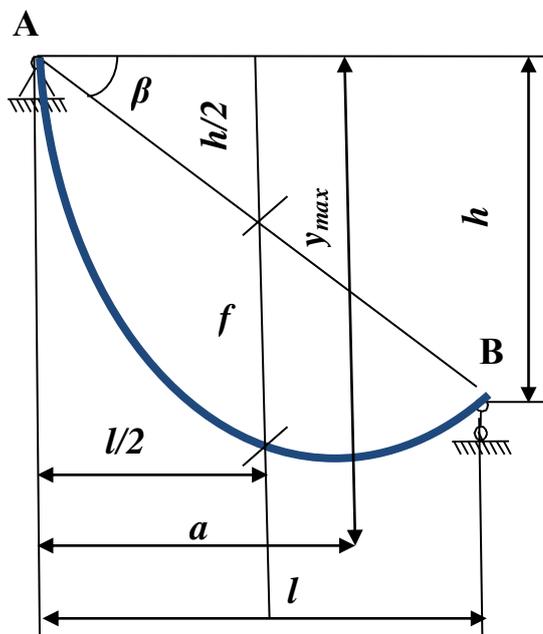


Рисунок 1.3 – Стрела провисания нити

Между натяжением нити  $H$  и стрелой провисания  $f$  существует зависимость, полученная при подстановке в уравнение кривой провисания нити (1.15) координат точки середины пролета ( $z = \frac{l}{2}$ ;  $y = \frac{h}{2} + f$ ):

$$f = \frac{ql^2}{8H} \quad (1.23)$$

или

$$H = \frac{ql^2}{8f}. \quad (1.24)$$

При разных уровнях подвеса нити натяжение  $H$  можно определить по формуле:

$$H = \frac{ql^2}{h^2} \left[ y_{\max} - \frac{h}{2} \pm \sqrt{y_{\max} (y_{\max} - h)} \right]. \quad (1.25)$$

Знак минус «-» ставится, если низшая точка кривой провисания нити находится в пределах пролета; знак плюс «+», если низшая точка кривой провисания нити находится вне пролета.

Условие прочности гибкой нити имеет вид:

$$\sigma = \frac{H}{A} \leq [\sigma] \quad (1.26)$$

или

$$\sigma = \frac{ql^2}{8fA} \leq [\sigma], \quad (1.27)$$

где  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение.

Из выражения (1.27) стрела провеса нити, необходимая для выполнения условия прочности, определяется по формуле:

$$f \geq \frac{ql^2}{8A[\sigma]}. \quad (1.28)$$

Длина подвешенной нити определяется по формуле:

$$S = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} + \frac{h^2}{2l} \quad (1.29)$$

или с учетом (1.24)

$$S = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l}. \quad (1.30)$$

При одинаковом уровне подвеса нити длина подвешенной нити определяется по формуле:

$$S = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} \quad (1.31)$$

или

$$S = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l}. \quad (1.32)$$

Удлинение подвешенной нити от растяжения определяется по формуле:

$$\Delta S = S - L = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} + \frac{h^2}{2l} - L \quad (1.33)$$

или

$$\Delta S = S - L = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l} - L, \quad (1.34)$$

где  $L$  – длина неподвешенной нити.

Изменение длины нити от силовой нагрузки определяется по формуле:

$$\Delta S_n = \frac{Hl}{EA \cos \beta}. \quad (1.35)$$

Температурное изменение длины определяется по формуле:

$$\Delta S_t = \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0), \quad (1.36)$$

где  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения материала нити;

$t_0$  – температура при подвешивании нити;

$t$  – температура, для которой производится расчет.

Суммарное изменение первоначальной длины нити определяется по формуле:

$$\Delta S = \Delta S_n + \Delta S_t = \frac{Hl}{EA \cos \beta} + \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0) \quad (1.37)$$

или

$$\Delta S = \Delta S_n + \Delta S_t = \frac{ql^3}{8fEA \cos \beta} + \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0). \quad (1.38)$$

Укорочение подвешенной нити вследствие понижения температуры приводит к уменьшению провисания и к увеличению натяжения нити  $H$ , так как при этом величина стрелы провеса уменьшается.

Из выражений (1.33, 1.34) с учетом (1.37, 1.38) длина неподвешенной нити определяется по формуле:

$$L = \Delta S - S = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} + \frac{h^2}{2l} - \frac{Hl}{EA \cos \beta} - \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0) \quad (1.39)$$

или

$$L = \Delta S - S = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l} - \frac{ql^3}{8fEA \cos \beta} - \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0). \quad (1.40)$$

При одинаковом уровне подвеса длина неподвешенной нити находится из выражений:

$$L = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} - \frac{Hl}{EA \cos \beta} - \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0) \quad (1.41)$$

или

$$L = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} - \frac{ql^3}{8fEA \cos \beta} - \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t - t_0). \quad (1.42)$$

Уравнение состояния нити при изменении температуры и нагрузки имеет вид:

$$\sigma_n^3 - \left[ \sigma_m - \frac{\gamma_m^2 l^2 E}{24\sigma_m^2} - \alpha(t_n - t_m) \right] \cdot \sigma_n^2 - \frac{\gamma_n^2 l^2 E}{24} = 0, \quad (1.43)$$

где  $\gamma_m = \frac{q_m}{A \cos \beta}$  — удельная нагрузка в первоначальном состоянии в момент

подвеса нити;

$\gamma_n = \frac{q_n}{A \cos \beta}$  — удельная нагрузка в новом состоянии;

$\sigma_m = \frac{H_m}{A}$  — напряжение в первоначальном состоянии в момент подвеса нити;

$\sigma_n = \frac{H_n}{A}$  — напряжение в новом состоянии.

Данное уравнение выражает зависимость между напряжениями одной и той же нити, находящееся в двух различных состояниях.

Учитывая, что

$$\sigma_m = \frac{\gamma_m l^2}{8f_m}; \quad (1.44)$$

$$\sigma_n = \frac{\gamma_n l^2}{8f_n}, \quad (1.45)$$

выражение (1.43) примет вид:

$$f_n^3 - \left[ f_m^2 + \frac{3}{8} \alpha l^2 \frac{t_n - t_m}{\cos \beta} - \frac{3}{64} \cdot \frac{\gamma_m l^4}{E f_m \cos \beta} \right] \cdot f_n - \frac{3}{64} \cdot \frac{\gamma_n l^4}{E \cos \beta} = 0. \quad (1.46)$$

Данное уравнение выражает зависимость между стрелами провисания одной и той же нити, находящееся в двух различных состояниях.

Из уравнений состояния нити следует, что при малых пролетах ( $l \rightarrow 0$ ) изменение напряжений главным образом зависит от изменений температуры; при больших пролетах ( $l \rightarrow \infty$ ) – от нагрузки.

Критическая длина нити  $l_{кр}$  – длина, при которой напряжение в нити одинаково в обоих опасных состояниях (как при наибольшей нагрузке, так и при наиминимальной температуре).

Критическая длина нити определяется по формуле:

$$l_{кр} = [\sigma] \sqrt{\frac{24\alpha(t_{об} - t_{min})}{\gamma_{max}^2 - \gamma_1^2}}, \quad (1.47)$$

где  $t_{об}$  – температура обледенения ( $t_{об}=268$  К);

$t_{min}$  – низшая температура, при которой на нить действует только собственный вес;

$\gamma_1$  – собственный удельный вес нити;

$\gamma_{max}$  – наибольший удельный вес нити (при обледенении).

При  $l < l_{кр}$  наибольшие напряжения будут при наиболее низкой температуре; при  $l > l_{кр}$  – наибольшие напряжения будут при наибольших нагрузках.

В тех случаях, когда стрела провисания не является малой по сравнению с пролетом, выведенные выше формулы, строго говоря, неприменимы, так как действительная кривая провисания нити, цепная линия, будет уже значительно отличаться от параболы, полученной благодаря предположению о равномерном распределении нагрузки по *пролету* нити, а не по ее *длине*, как то имеет место в действительности.

Точные подсчеты показывают, что значение погрешности в величине натяжения  $H$ , вызванной этим предположением, таково:

– при отношении  $\frac{f}{l} < \frac{1}{20}$  погрешность не превосходит 0,3 %:

– при  $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}$  ошибка составляет 1,3 %;

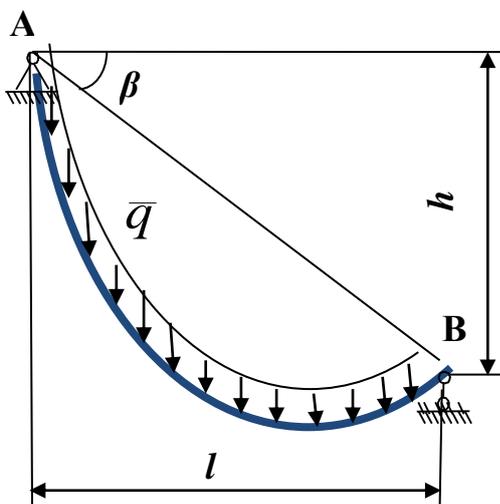
– при  $\frac{f}{l} = \frac{1}{5}$  погрешность превосходит 5 %.

## 2 Пример выполнения расчета

Между опорами, расположенными на разном уровне, подвешена гибкая нить (рисунок 2.1).

Исходные данные:

- длина пролета  $l = 300$  м;
- площадь поперечного сечения нити  $A = 120$  мм<sup>2</sup>;
- разница уровней подвеса  $h = 35$  м;
- удельный вес  $\gamma = 3,43 \cdot 10^{-2}$  Н/(м·мм<sup>2</sup>) (принять для основного расчетного режима  $\gamma = \gamma_1$ );
- допускаемое напряжение  $[\sigma] = 120$  МПа (принять для основного расчетного режима  $[\sigma]_1 = [\sigma]$ );
- модуль упругости  $E = 8,27 \cdot 10^4$  МПа;
- коэффициент линейного расширения материала нити  $\alpha = 15,5 \cdot 10^{-6}$  м·град<sup>-1</sup>.



$l$  – длина пролета;  $h$  – разность уровней подвеса провода;  $q$  – интенсивность распределенной нагрузки;  $\beta$  – угол между линией, соединяющей точки подвеса провода, и ее горизонтальной проекцией.

Рисунок 2.1 – Схема подвеса нити

Расчетные режимы:

– I расчетный режим (режим среднегодовой температуры при  $t_1 = -5$  °С) от веса гибкой нити с гололедом (толщину корки льда принять  $c = 10$  мм) и ветровой нагрузки. Данный режим принять за основной, как режим с наибольшей нагрузкой;

– II расчетный режим (режим минимальной температуры при  $t_2 = -40$  °С) от собственного веса гибкой нити.

Температуру в момент подвешивания гибкой нити принять  $t_0 = 0$  °С.

Для расчетных режимов требуется:

1 Определить единичную распределенную, статически эквивалентную и удельную нагрузки, действующие на гибкую нить.

2 Определить натяжение гибкой нити в точках подвеса.

3 Определить усилия в точках подвеса гибкой нити.

4 Определить положение низшей точки кривой провисания гибкой нити.

5 Определить стрелу провисания гибкой нити.

6 Определить длину подвешенной гибкой нити.

7 Определить напряжение в сечениях гибкой нити.

8 Определить изменение длины гибкой нити от действия нагрузки и температуры.

9 Определить начальную длину неподвешенной гибкой нити.

10 Построить кривые провисания нитей.

Начало координат поместить в точку  $A$  подвеса гибкой нити.

1 Определим диаметр гибкой нити:

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 120}{3,14}} = 12,36 \text{ мм.}$$

2 Определим единичную распределенную нагрузку, действующую на гибкую нить, от собственного веса:

$$\bar{q}_H = \gamma \cdot A = 3,43 \cdot 10^{-2} \cdot 120 = 4,116 \text{ Н/м.}$$

3 Определим единичную распределенную нагрузку, действующую на гибкую нить, от собственного веса с гололедом и ветровой нагрузки:

$$\bar{q} = \sqrt{(\bar{q}_{II} + \bar{q}_l)^2 + \bar{q}_e^2} = \sqrt{(4,116 + 6,3)^2 + 4,9^2} = 11,51 \text{ Н/м},$$

где  $\bar{q}_l = 0,9 \cdot \pi \cdot c \cdot (d + c) \cdot 10^{-2} = 0,9 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot (12,36 + 10) \cdot 10^{-2} = 6,3 \text{ Н/м}$  – единичная нагрузка от веса гололеда;

$\bar{q}_e = 15 \cdot (d + 2c) \cdot 10^{-2} = 15 \cdot (12,36 + 2 \cdot 10) \cdot 10^{-2} = 4,9 \text{ Н/м}$  – единичная нагрузка от ветра с гололедом.

4 Определим статически эквивалентную нагрузку:

– I расчетный режим

$$q_1 = \frac{\bar{q}}{\cos \beta} = \frac{11,51}{0,99} = 11,63 \text{ Н/м};$$

– II расчетный режим

$$q_2 = \frac{\bar{q}_{II}}{\cos \beta} = \frac{4,116}{0,99} = 4,16 \text{ Н/м}.$$

Косинус угла между линией, соединяющей точки подвеса гибкой нити, и горизонтальной проекцией этой линии составляет:

$$\cos \beta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} = \frac{300}{\sqrt{300^2 + 35^2}} = 0,99.$$

5 Определим удельную нагрузку:

– I расчетный режим

$$\gamma_1 = \frac{\bar{q}}{A} = \frac{11,51}{120} = 9,59 \cdot 10^{-2} \text{ Н/(м} \cdot \text{мм}^2\text{)};$$

– II расчетный режим

$$\gamma_2 = \gamma = 3,43 \cdot 10^{-2} \text{ Н/(м} \cdot \text{мм}^2\text{)}.$$

6 Определим горизонтальную и вертикальные составляющие растягивающих усилий в точках подвеса  $A$  и  $B$  гибкой нити в расчетном режиме I:

– горизонтальную составляющую натяжения нити определим из формулы при растяжении нити

$$H_1 = [\sigma]_1 \cdot A = 120 \cdot 10^6 \cdot 120 \cdot 10^{-6} = 14400 \text{ H};$$

– вертикальные составляющие растягивающих усилий в точках подвеса нити определим из уравнений статики

$$\begin{cases} \sum Z = -H_A + H_B = 0, \\ \sum Y = R_A + R_B - q_1 l = 0, \\ \sum M_B = H_A \cdot h - R_A \cdot l + \frac{q_1 l^2}{2} = 0. \end{cases}$$

$$H_A = H_B = H_1 = 14400 \text{ H};$$

$$R_A = \frac{q_1 l}{2} + H_1 \frac{h}{l} = \frac{11,63 \cdot 300}{2} + 14400 \cdot \frac{35}{300} = 3424,5 \text{ H};$$

$$R_B = \frac{q_1 l}{2} - H_1 \frac{h}{l} = \frac{11,63 \cdot 300}{2} - 14400 \cdot \frac{35}{300} = 64,5 \text{ H}.$$

7 Определим усилия, действующие в точках подвеса  $A$  и  $B$  гибкой нити в расчетном режиме I:

– точка подвеса  $A$

$$T_A = \sqrt{H_A^2 + R_A^2} = \sqrt{14400^2 + 3424,5^2} = 14801,6 \text{ H};$$

– точка подвеса  $B$

$$T_B = \sqrt{H_B^2 + R_B^2} = \sqrt{14400^2 + 64,5^2} = 14400,15 \text{ H}.$$

8 Составим уравнение кривой провисания гибкой нити в расчетном режиме I:

$$y = \left( \frac{q_1 l}{2H_1} + \frac{h}{l} \right) z - \frac{q_1 z^2}{2H_1} = \left( \frac{11,63 \cdot 300}{2 \cdot 14400} + \frac{35}{300} \right) z - \frac{11,63}{2 \cdot 14400} \cdot z^2 = 0,238z - 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot z^2.$$

9 Определим положение низшей точки кривой провисания гибкой нити в расчетном режиме I:

– сравнить значения

$$H_1 = 14400 \text{ Н} \text{ и } \frac{q_1 l^2}{2h} = \frac{11,63 \cdot 300^2}{2 \cdot 35} = 14952,86 \text{ Н},$$

$$H_1 < \frac{q_1 l^2}{2h}, \quad 14400 < 14952,86.$$

Следовательно, низшая точка кривой провисания нити находится в пределах пролета;

– абсциссу низшей точки кривой провисания гибкой нити определим по формуле

$$z = a = \frac{l}{2} + \frac{H_1 h}{q_1 l} = \frac{300}{2} + \frac{14400 \cdot 35}{11,63 \cdot 300} = 294,46 \text{ м};$$

– ординату низшей точки кривой провисания гибкой нити определим из уравнения кривой провисания при  $z=a$

$$y_{\max} = 0,238 \cdot 294,46 - 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 294,46^2 = 35,38 \text{ м}.$$

10 Определим стрелу провисания гибкой нити:

– расчетный режим I

$$f_1 = \frac{q_1 l^2}{8H_1} = \frac{11,63 \cdot 300^2}{8 \cdot 14400} = 9,1 \text{ м};$$

– расчетный режим II

$$f_2^3 - \left[ f_1^2 + \frac{3}{8} \cdot \frac{\alpha \cdot l^2 (t_2 - t_1)}{\cos \beta} - \frac{3}{64} \cdot \frac{q_1 l^4}{f_1 EA \cdot \cos \beta} \right] f_2 - \frac{3}{64} \cdot \frac{q_2 l^4}{EA \cdot \cos \beta} = 0,$$

$$f_2^3 - \left[ 9,1^2 + \frac{3}{8} \cdot \frac{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 300^2 \cdot (-40 + 5)}{0,99} - \frac{3}{64} \cdot \frac{11,63 \cdot 300^4}{9,1 \cdot 8,27 \cdot 10^{10} \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 0,99} \right] f_2 - \frac{3}{64} \cdot \frac{4,16 \cdot 300^4}{8,27 \cdot 10^{10} \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 0,99} = 0,$$

$$f_2^3 - 14,9 f_2 - 160,8 = 0,$$

$$f_2 = 6,34 \text{ м.}$$

11 Определим допускаемое напряжение в расчетном режиме II:

$$[\sigma]_2 = \frac{q_2 \cdot l^2}{8f_2 \cdot A} = \frac{4,16 \cdot 300^2}{8 \cdot 6,34 \cdot 120 \cdot 10^{-6}} = 61,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 61,5 \text{ МПа.}$$

12 Определим силу натяжения в расчетном режиме II:

$$H_2 = [\sigma]_2 \cdot A = 61,5 \cdot 120 = 7380 \text{ Н.}$$

13 Вертикальные составляющие растягивающих усилий в точках подвеса нити определим из уравнений статики:

$$\begin{cases} \sum Z = -H_A + H_B = 0, \\ \sum Y = R_A + R_B - q_2 l = 0, \\ \sum M_B = H_A \cdot h - R_A \cdot l + \frac{q_2 l^2}{2} = 0. \end{cases}$$

$$H_A = H_B = H_2 = 7380 \text{ Н;}$$

$$R_A = \frac{q_2 l}{2} + H_2 \frac{h}{l} = \frac{4,16 \cdot 300}{2} + 7380 \cdot \frac{35}{300} = 1485 \text{ Н;}$$

$$R_B = \frac{q_2 l}{2} - H_2 \frac{h}{l} = \frac{4,16 \cdot 300}{2} - 7380 \cdot \frac{35}{300} = -237 \text{ Н.}$$

14 Определим усилия, действующие в точках подвеса  $A$  и  $B$  нити в расчетном режиме II:

– точка подвеса  $A$

$$T_A = \sqrt{H_A^2 + R_A^2} = \sqrt{7380^2 + 1485^2} = 7527,9 \text{ Н;}$$

– точка подвеса  $B$

$$T_B = \sqrt{H_B^2 + R_B^2} = \sqrt{7380^2 + 237^2} = 7383,8 \text{ Н.}$$

15 Составим уравнение кривой провисания гибкой нити в расчетном режиме II:

$$y = \left( \frac{q_2 l}{2H_2} + \frac{h}{l} \right) z - \frac{q_2 z^2}{2H_2} = \left( \frac{4,16 \cdot 300}{2 \cdot 7380} + \frac{35}{300} \right) z - \frac{4,16}{2 \cdot 7380} \cdot z^2 = 0,2z - 0,03 \cdot 10^{-2} \cdot z^2.$$

16 Определим положение низшей точки кривой провисания гибкой нити в расчетном режиме II:

– сравним значения

$$H_2 = 7380 \text{ Н} \text{ и } \frac{q_2 l^2}{2h} = \frac{4,16 \cdot 300^2}{2 \cdot 35} = 5348,57 \text{ Н},$$

$$H_2 > \frac{q_2 l^2}{2h}, \quad 7380 > 5348,57.$$

Следовательно, низшая точка кривой провисания нити находится вне пролета.

17 Определим длину подвешенной гибкой нити:

– расчетный режим I

$$S_1 = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f_1^2}{l} + \frac{h^2}{2l} = 300 + \frac{8}{3} \cdot \frac{9,1^2}{300} + \frac{35^2}{2 \cdot 300} = 302,77 \text{ м};$$

– расчетный режим II

$$S_2 = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f_2^2}{l} + \frac{h^2}{2l} = 300 + \frac{8}{3} \cdot \frac{6,34^2}{300} + \frac{35^2}{2 \cdot 300} = 302,4 \text{ м}.$$

18 Определим изменение длины гибкой нити от силовой нагрузки:

– расчетный режим I

$$\Delta S_{n1} = \frac{H_1 l}{EA \cos \beta} = \frac{14400 \cdot 300}{8,27 \cdot 10^{10} \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 0,99} = 0,44 \text{ м};$$

– расчетный режим II

$$\Delta S_{n2} = \frac{H_2 l}{EA \cos \beta} = \frac{7380 \cdot 300}{8,27 \cdot 10^{10} \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 0,99} = 0,23 \text{ м}.$$

19 Определим температурное изменение длины гибкой нити при температуре подвешивания нити  $t_0 = 0$  °С:

– расчетный режим I

$$\Delta S_{t_1} = \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t_1 - t_0) = \frac{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 300}{0,99} (-5 - 0) = -0,023 \text{ м};$$

– расчетный режим II

$$\Delta S_{t_2} = \frac{\alpha \cdot l}{\cos \beta} \cdot (t_2 - t_0) = \frac{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 300}{0,99} (-40 - 0) = -0,19 \text{ м}.$$

20 Определим начальную длину неподвешенной гибкой нити:

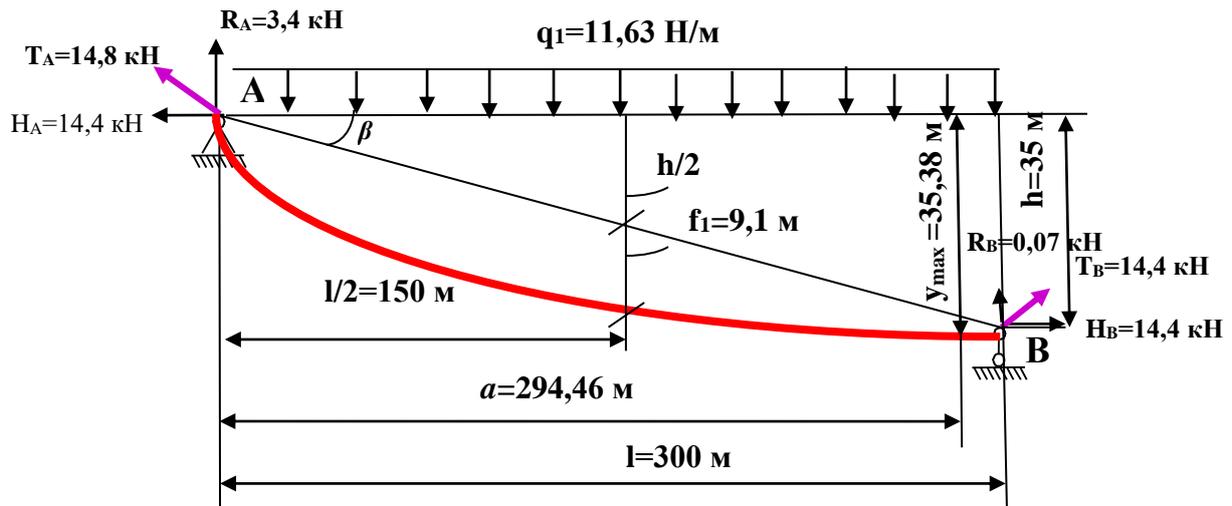
– по расчетному режиму I

$$L_1 = S_1 - (\Delta S_{n1} + \Delta S_{t1}) = 302,77 - (0,44 - 0,023) = 302,35 \text{ м};$$

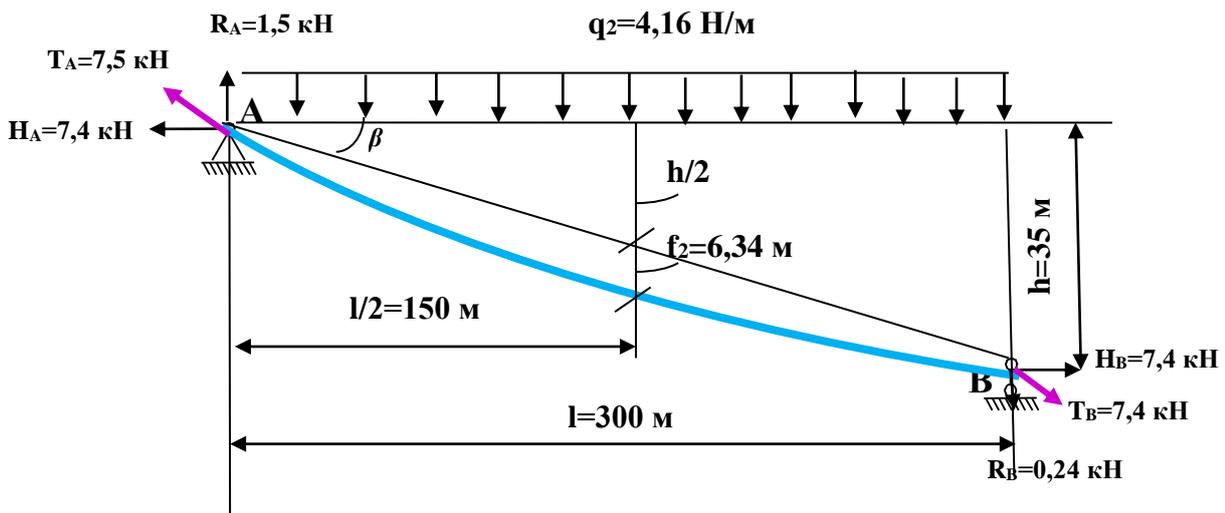
– по расчетному режиму II

$$L_2 = S_2 - (\Delta S_{n2} + \Delta S_{t2}) = 302,4 - (0,23 - 0,19) = 302,36 \text{ м}.$$

21 По вычисленным значениям построим кривые провисания гибкой нити (рисунок 2.2).



а) расчетный режим I



б) расчетный режим II

Рисунок 2.2 – Кривые провисания гибкой нити

### 3 Вопросы для самопроверки

- 1 Что представляет собой гибкая нить?
- 2 Какая нагрузка на гибкую нить является основной при расчете?
- 3 Чем заменяют распределенную нагрузку, действующую на нить?
- 4 Как располагаются растягивающие усилия в любом сечении нити?
- 5 Какой вид имеет уравнение провисание гибкой нити?
- 6 Как определяется положение нижней точки подвешенной нити?
- 7 Как определяется положение нижней точки подвешенной нити?
- 8 Какие существуют случаи расположения нижней точки кривой провисания нити?
- 9 Что такое стрела провисания нити?
- 10 Какая существует зависимость между натяжением нити и стрелой провисания?
- 11 Какой вид имеет условие прочности гибкой нити?
- 12 Что называется натяжением нити, или распором?
- 13 Как определить длину подвешенной нити?
- 14 Как определяется величина стрелы провеса нити, необходимая для выполнения условия прочности?
- 15 Как определяется температурное изменение длины подвешенной нити?
- 16 Как определить длину неподвешенной нити?
- 17 Какой вид имеет уравнение состояния нити при изменении температуры и нагрузки?
- 18 Какую зависимость выражает уравнение состояния нити при изменении температуры и нагрузки?
- 19 От чего зависит изменение напряжений при малых (больших) пролетах?
- 20 В случае, если стрела провисания не является малой по сравнению с пролетом, будут ли справедливы выведенные выше формулы? Почему?

## **Список использованных источников**

1 Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев : Вища школа, 1986. – 775 с.

2 Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов: учебник / В.И. Феодосьев. – 14-е изд., испр. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 592 с. – (Механика в техническом университете; т. 2). – Предм. указ.: с. 577 – 584. – ISBN 978-5-7038-3024-6.