

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра технологии пищевых производств

Г.А. Сидоренко, В.П. Попов, Г.Б. Зинюхин

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки 19.04.02 Продукты питания из растительного сырья и 19.04.04 Технология продукции и организация общественного питания.

Оренбург
2017

УДК 001.8:664(076.5)

ББК 72.4я7+36я7

С 34

Рецензент – кандидат технических наук, доцент Н.П. Владимиров

Сидоренко, Г.А.

- С34 Методы обработки результатов экспериментальных исследований:
методические указания / Г.А. Сидоренко, В.П. Попов, Г.Б. Зинюхин;
Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2017. - 32 с.

Методические указания предназначены для выполнения расчетов по программе практики «Научно-исследовательская работа» для магистрантов, обучающихся в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлениям подготовки 19.04.02 Продукты питания из растительного сырья и 19.04.04 Технология продукции и организация общественного питания.

Методические указания включают 6 практических занятий. Практические занятия включают теоретический материал и задания.

УДК 001.8:664(076.5)

ББК 72.4я7+36я7

© Сидоренко Г.А., Попов В.П.,
Зинюхин Г.Б., 2017

© ОГУ, 2017

Содержание

Введение.....	4
1 Практическое занятие № 1. Определение доверительного интервала оценки среднеквадратичного отклонения	5
2 Практическое занятие № 2. Определение грубых ошибок («промахов»).....	9
3 Практическое занятие № 3. Определение доверительного интервала оценки измеряемой величины.....	11
4 Практическое занятие № 4. Анализ однородности средних.....	12
5 Практическое занятие № 5. Определение необходимого числа повторностей опыта.....	17
6 Практическое занятие № 6. Ранжирование факторов по степени их влияния на исследуемый процесс.....	21
Список использованных источников.....	27
Приложение А Значения коэффициентов Z_1^2 и Z_2^2	28
Приложение Б Значения критерия α_T для определения грубых ошибок.....	29
Приложение В Значения критерия Стьюдента $t(P;f)$ при разных уровнях значимости.....	30
Приложение Г Значения критерия Фишера F_T для уровня значимости $q=0,05$	31
Приложение Д Значения параметра $t(P)$ при разных значения функции ошибок $\Phi(t)$	32

Введение

При проведении научно-исследовательской работы накапливается большое количество экспериментальных данных, которые необходимо обрабатывать с целью определения однородности, их достоверности и точности с позиций принятого уровня значимости, его достаточности для принятия того или иного решения.

Методами статистической обработки результатов эксперимента называются математические приемы, формулы, способы количественных расчетов, с помощью которых показатели, получаемые в ходе эксперимента, можно обобщать, приводить в систему, выявляя скрытые в них закономерности. Речь идет о таких закономерностях статистического характера, которые существуют между изучаемыми в эксперименте переменными величинами.

В данных методических указаниях приведены методики определения доверительного интервала оценки среднеквадратичного отклонения, определения грубых ошибок, анализа однородности средних, определения числа необходимых повторностей опыта и ранжирования факторов по степени их влияния на исследуемый процесс.

Методические указания предназначены для выполнения расчетов по программе практики «Научно-исследовательская работа» для магистрантов, обучающихся в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлениям подготовки 19.04.02 Продукты питания из растительного сырья и 19.04.04 Технология продукции и организация общественного питания.

Методические указания включают 6 практических занятий. Практические занятия включают теоретический материал и задания.

1 Практическое занятие № 1

Определение доверительного интервала оценки среднеквадратичного отклонения

При проведении исследований выполняют не менее двух параллельных повторностей опыта. Увеличение их количества снижает погрешность результатов, увеличивая их точность. Результаты анализов вычисляют как среднеарифметическое значение отдельных определений \bar{y} по формуле

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_k, \quad (1.1)$$

где y_1, y_2, \dots, y_m – отдельные определения.

Рассеяние результатов измерения относительно среднего значения характеризуется дисперсией. Дисперсия – количественная характеристика разброса результатов измерения вокруг истинного значения. Дисперсия единичного результатов измерения $S^2(y_k)$ определяется по формуле

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{k=1}^m (y_k - \bar{y})^2}{m - 1}, \quad (1.2)$$

Стандартное отклонение или среднеквадратичная ошибка отдельного определения $S(y_k)$ определяется по формуле

$$S(y_k) = \sqrt{S^2(y_k)} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m (y_k - \bar{y})^2}{m - 1}}, \quad (1.3)$$

Относительная квадратичная ошибка, выраженная в процентах от среднего квадратичного отклонения, называется коэффициентом вариации,

характеризует воспроизводимость результатов. Коэффициент вариации ω определяется по формуле

$$\omega = \frac{S(y_k) \cdot 100}{y} \quad (1.4)$$

Доверительный интервал оценки среднеквадратичного отклонения зависит от числа степеней свободы (f) и табличных коэффициентов (Z) и выражается следующим условием:

$$S^2(y_k)Z_1^2 < \sigma^2 < S^2(y_k)Z_2^2, \quad (1.5)$$

где σ - истинное значение среднего квадратичного отклонения; Z_1^2 и Z_2^2 - табличные коэффициенты (приложение А) в зависимости от вида уровня значимости (q) и числа степеней свободы (f).

Число степеней свободы (f) – разность между числом независимых результатов в m повторностях и числом уравнений, в которых эти результаты используются для расчета неизвестных оценок. Число степеней свободы показывает, на сколько повторностей сделано больше от минимального необходимого для расчета, таким образом, число степеней свободы равно

$$f = m - 1 \quad (1.6)$$

Степень надежности или доверительную вероятность (P) для большинства расчетов принимают равной 0,95 или более точную равную 0,99 - это означает, что с вероятностью 0,95 или 0,99 (соответственно 95 % и 99 %) истинное значение результата лежит в пределах погрешности результатов анализа.

Уровень значимости (q) определяется следующей зависимостью

$$q=1-P \quad (1.7)$$

Для рассматриваемых случаев $q= 0,05$ или $q= 0,01$, то есть 5% или 1 % значений соответственно не попадает в доверительный интервал.

Задание 1.1

Найти доверительный интервал оценки среднеквадратичного отклонения с доверительной вероятностью равной 0,95 для данных в таблицах 1.1-1.3 значений влажности, пористости и кислотности хлеба.

Задание 1.2

Для найденного в задании 1.1 среднеквадратичного отклонения найти доверительный интервал, приняв, что количество повторностей при его определении было в 2 раза больше. Сделать выводы о влиянии количества повторностей на величину доверительного интервала оценки среднеквадратичного отклонения.

Таблица 1.1 - Значения влажности хлеба, %

№ варианта	Повторности		
	1	2	3
1	2	3	4
1	41,2	40,8	42,3
2	44,1	44,5	44,7
3	43,8	43,2	42,9
4	40,8	41,4	41,1
5	42,5	42,7	43,0
6	45,1	44,8	45,7
7	42,3	42,7	42,0
8	42,5	42,9	43,1

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3	4
9	43,2	43,8	42,9
10	41,9	41,6	41,1
11	42,3	42,7	43,0
12	46,5	46,9	46,0
13	41,7	40,5	42,3
14	39,8	38,7	41,6
15	40,4	41,7	43,5

Таблица 1.2 – Значения пористости хлеба, %

№ варианта	Повторности			
	1	2	3	4
1	76,2	75,8	76,0	76,4
2	68,9	68,2	68,5	67,8
3	70,1	72,3	69,8	70,5
4	72,3	72,9	69,7	71,8
5	64,5	65,1	65,3	67,3
6	62,1	62,7	62,5	62,1
7	61,7	61,9	61,3	60,9
8	69,1	69,7	69,3	68,9
9	72,1	72,3	71,9	71,5
10	59,1	58,7	59,3	58,5
11	63,1	63,7	63,5	62,8
12	66,1	65,9	66,2	65,3
13	58,3	57,6	59,2	58,7
14	60,7	63,5	61,1	60,2
15	65,8	64,7	63,2	65,3

Таблица 1.3 – Значения кислотности хлеба, град

№ варианта	Повторности				
	1	2	3	4	5
1	3,1	3,5	3,0	3,2	3,6
2	4,1	4,7	4,2	4,6	4,0
3	3,7	3,3	3,8	3,1	3,5
4	3,2	3,5	3,9	3,3	3,6
5	4,2	4,7	4,5	4,0	4,3
6	4,6	4,8	4,3	4,4	4,7
7	3,9	3,7	3,1	3,8	3,6
8	3,2	3,5	3,9	3,6	3,8
9	4,3	4,8	4,7	4,5	4,1
10	4,8	4,6	4,4	4,5	4,9
11	3,7	3,3	3,0	3,1	3,2
12	5,1	5,5	5,7	5,0	5,3
13	4,7	4,1	3,8	4,6	4,4
14	3,5	3,9	3,3	4,2	3,7
15	5,7	4,9	4,3	4,6	4,2

2 Практическое занятие № 2

Определение грубых ошибок («промахов»)

Среди повторностей опыта могут быть результаты, значительно отличающиеся от других результатов этой же серии. Это может быть связано с грубой ошибкой при проведении данной повторности опыта (измерения), либо с неизбежным влиянием случайных величин, что и определяет результат измерения как величину случайную.

Наиболее быстрым методом определения грубой ошибки («промаха») является метод, основанный на оценке максимальных различий полученных результатов. Анализ по этому методу проводится в следующей последовательности:

1) расположить результаты Y_k в упорядоченный ряд в котором минимальному результату присваивается номер первый (y_1), а максимальному – наибольший (y_m);

2) если «подозреваемый» результат будет Y_m , то рассчитывается отношение

$$\alpha = \frac{y_m - y_{(m-1)}}{y_m - y_1}, \quad (2.1)$$

если «подозреваемый» результат будет Y_1 , тогда рассчитывается отношение

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{y_m - y_1} \quad (2.2)$$

3) при заданном уровне значимости (q) и известном числе повторностей (m) по приложению Б находят табличное значение α_T ;

4) если $\alpha > \alpha_T$, то «подозреваемый» результат является промахом и его следует исключить.

Задание 2.1

Определить, есть ли «промахи» среди значений влажности, пористости и кислотности, представленных в задании 1.1. Исключить из результатов найденные «промахи» и рассчитать средние значения величин влажности, пористости и кислотности.

3 Практическое занятие № 3

Определение доверительного интервала оценки измеряемой величины

После того как остались достоверные результаты можно рассчитать доверительную ошибку ε и доверительный интервал для единичной y_k или средней \bar{y} оценки изменения величины. Истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью должно лежать в пределах доверительного интервала:

$$y_k - \varepsilon(y_k) < y < y_k + \varepsilon(y_k); \quad (3.1)$$

$$\bar{y} - \varepsilon(\bar{y}) < y < \bar{y} + \varepsilon(\bar{y}). \quad (3.2)$$

Для определения доверительного интервала единичного y_k и среднего \bar{y} результатов используется критерий Стьюдента $t(P;f)$:

$$\varepsilon(y_k) = t(P;f) \cdot S(y_k); \quad (3.3)$$

$$\varepsilon(\bar{y}) = t(P;f) \cdot S(\bar{y}). \quad (3.4)$$

При этом дисперсия среднего результата $S(\bar{y})$ в m раз меньше дисперсии единичного результата $S(y_k)$ и определяется по формуле

$$S^2(\bar{y}) = \frac{S^2(y_k)}{m} \quad (3.5)$$

Критерий Стьюдента $t(P;f)$ зависит от принятого уровня значимости и числа степеней свободы и берется из приложения В.

Задание 3.1

Для рассчитанных в задании 2.1 средних значений влажности, пористости, кислотности рассчитать доверительный интервал для единичной и средней оценки измеренной величины.

4 Практическое занятие №4

Анализ однородности средних

В исследовательской практике может возникнуть необходимость сравнения эффективности технологических процессов, различающихся какими-то условиями (температура, кислотность среды и т.д.), либо аппаратным оформлением процесса.

Для обеспечения возможности такого сравнения проводят две серии опытов при оптимальных для каждого из испытываемых технологических процессов условиях и по полученным результатам рассчитывают средние выходы \bar{y}_I и \bar{y}_{II} по формулам:

$$\bar{y}_I = \frac{1}{m_I} \sum_{k=1}^{m_I} y_{kI} ; \quad (4.1)$$

$$\bar{y}_{II} = \frac{1}{m_{II}} \sum_{k=1}^{m_{II}} y_{kII} , \quad (4.2)$$

где m_I и m_{II} – число повторностей в каждой из двух серий опытов.

Эти средние выходы отличаются друг от друга на величину $\Delta\bar{y}$:

$$\Delta\bar{y} = |\bar{y}_I - \bar{y}_{II}| \quad (4.3)$$

Если эта разность будет больше доверительной ошибки разности средних,

$$|\Delta\bar{y}| > \varepsilon \quad |\bar{y}_I - \bar{y}_{II}| = t(P;f) \cdot S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}),$$

то с вероятностью P можно говорить о большей эффективности одного из процессов.

$$S(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = \sqrt{S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II})} \quad , \quad (4.4)$$

$$S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = S^2(\bar{y}_I) + S^2(\bar{y}_{II}) = \frac{S^2(y_{kI})}{m_I} + \frac{S^2(y_{kII})}{m_{II}} \quad (4.5)$$

Дисперсии $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ должны быть однородны, только при этих условиях можно, сравнивая лишь средние \bar{y}_I и \bar{y}_{II} , говорить о большей эффективности того или иного процесса. Определение «однородные» в данном случае означает «являющиеся оценкой одного и того же параметра».

Однородность дисперсий можно проверить по критерию Фишера F_T . Для этого из имеющихся оценок дисперсии выбирают две: максимальную $[S^2(y_{uk})_{\max}]$ и минимальную $[S^2(y_{uk})_{\min}]$ и вычисляют их отношение F . Если вычисленное значение F меньше F_T

$$F = \frac{[S^2(y_{uk})_{\max}]}{[S^2(y_{uk})_{\min}]} < F_T(P; f_1; f_2), \quad (4.6)$$

то все оценки дисперсий будут однородны.

Значения критерия Фишера F_T дано в приложении Г в зависимости от принятого уровня значимости q и числа степеней свободы f_1 и f_2 соответственно при расчете дисперсий $[S^2(y_{uk})_{\max}]$ и $[S^2(y_{uk})_{\min}]$.

По однородным оценкам дисперсий $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ рассчитывают средневзвешенную оценку дисперсии $S^2(y_k)$

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{ku}) \cdot f_u}{\sum_{u=1}^N f_u} = \frac{S^2(y_{kI}) \cdot (m_I - 1) + S^2(y_{kII}) \cdot (m_{II} - 1)}{(m_I - 1) + (m_{II} - 1)}. \quad (4.7)$$

Эта оценка $S^2(y_k)$ является более точной, чем оценки $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$, так как число степеней свободы f для этой оценки равно

$$f = f_1 + f_2 = m_1 + m_2 - 2.$$

Перепишав соотношение (4.5), заменив $S^2(y_{kI})$ и $S^2(y_{kII})$ на оценку $S^2(y_k)$ получим

$$S^2(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = S^2(y_k) \cdot \left(\frac{1}{m_I} + \frac{1}{m_{II}} \right) = S^2(y_k) \frac{m_I + m_{II}}{m_I \cdot m_{II}}, \quad (4.8)$$

тогда

$$\varepsilon(\bar{y}_I - \bar{y}_{II}) = t(P; f) \cdot S(y_k) \sqrt{\frac{m_I + m_{II}}{m_I \cdot m_{II}}}. \quad (4.9)$$

Если $|\bar{y}_I - \bar{y}_{II}| > \varepsilon |\bar{y}_I - \bar{y}_{II}|$, то средние неоднородны.

Процедура анализа однородности средних может сводиться к определению опытного значения критерия Стьюдента $t_{\text{оп}}$ по формуле

$$t_{\text{оп}} = \frac{|\bar{y}_I - \bar{y}_{II}|}{S(y_k)} \sqrt{\frac{m_I \cdot m_{II}}{m_I + m_{II}}} \quad (4.10)$$

и сравнению его с табличным значением (по приложению В).

Если $t_{оп} > t(P;f)$, то средние неоднородны.

Задание 4.1

Приготовление теста осуществляется двумя различными способами:

- 1) традиционным безопасным способом при определенной продолжительности брожения (I);
- 2) ускоренным способом с усиленной механической обработкой теста при замесе и сокращенном времени брожения (II).

Надо сравнить эффективность этих двух способов приготовления теста по пористости получаемых хлебобулочных изделий с доверительной вероятностью ($P=0,95$). При первом и втором вариантах приготовления теста получены значения пористости готовых хлебобулочных изделий, представленные в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Значения пористости хлебобулочных изделий, полученные при I и II способах приготовления теста, %

Варианты	Способы приготовления теста	Повторности						
		1	2	3	4	5	6	7
1	I	70	71	70	73	73	72	71
	II	69	73	70	72	74	70	72
2	I	64	64	65	63	62	64	63
	II	65	66	64	62	65	64	63
3	I	68	67	62	66	64	65	64
	II	67	68	69	65	67	64	67

Продолжение таблицы 4.1

Варианты	Способы приготовления теста	Повторности						
		1	2	3	4	5	6	7
4	I	64	61	64	60	62	61	63
	II	65	66	63	64	66	62	65
5	I	63	64	65	64	67	66	65
	II	65	62	68	67	64	65	64
6	I	68	70	72	71	71	73	72
	II	75	70	69	74	73	76	76
7	I	71	67	72	68	69	74	65
	II	78	73	72	74	75	73	76
8	I	58	53	56	56	52	56	57
	II	61	58	62	55	57	53	56
9	I	71	76	72	74	75	73	72
	II	68	67	73	74	69	75	71
10	I	73	76	74	72	75	71	74
	II	69	72	68	71	70	73	72
11	I	58	56	57	53	54	58	53
	II	60	53	64	59	57	60	62
12	I	61	59	63	61	56	58	60
	II	71	72	78	77	73	76	74
13	I	65	63	60	62	67	62	61
	II	70	68	67	65	69	70	64
14	I	71	74	77	75	76	73	72
	II	58	60	62	61	60	59	61
15	I	48	47	48	45	49	44	47
	II	50	53	52	53	51	52	54

5 Практическое занятие №5

Определение необходимого числа повторностей опыта

Для получения оценки истинного значения, измеряемого параметра с заданным доверительным интервалом

$$\bar{y} - \varepsilon(\bar{y}) < y < \bar{y} + \varepsilon(\bar{y}) \quad (5.1)$$

необходимо проводить опыт с определенным числом повторностей.

Обычно бывает достаточным принять $\varepsilon(\bar{y})=(0,05\dots0,1)\bar{y}$ и доверительную вероятность $P=0,95$, реже $P=0,99$.

Для решения данной задачи можно воспользоваться различными методами в зависимости от того, имеет ли исследователь в своем распоряжении истинное значение среднеквадратичного отклонения σ , его экспериментальную оценку $S^2(y_k)$ или эту оценку еще предстоит получить, проведя соответствующие эксперименты.

Вариант решения I

Если в распоряжении исследователя имеется истинное значение среднеквадратичного отклонения σ , то

$$\varepsilon(\bar{y})=t(P)\frac{\sigma}{\sqrt{m}}, \quad (5.2)$$

где $t(P)$ – параметр, определяемый из таблицы (приложение Д) в зависимости от принятой доверительной вероятности P и функции ошибок $\Phi(t)$.

Функция ошибок связана с доверительной вероятностью следующим образом

$$P=2\Phi(t)-1 \quad (5.3)$$

Тогда число повторностей определяется по формуле:

$$m = \frac{t^2(P) \cdot \sigma^2}{\varepsilon^2(\bar{y})} \quad (5.4)$$

Задание 5.1

Известно, что $\sigma=2,5$ %. Определить число повторностей (m), необходимых для получения средней оценки \bar{y} истинного значения пористости с доверительным интервалом $\bar{y}(1-0,05)\% < \bar{y} < \bar{y}(1+0,05)\%$ при вероятности $P=0,95$. Ожидается получение пористости \bar{y} порядка $60+B$ % (B - порядковый номер варианта равный от 1 до 15).

Примечание - Определение числа необходимых повторностей по варианту I можно осуществлять в следующей последовательности:

- 1) определяется величина доверительной ошибки ($\varepsilon(\bar{y})=0,05\bar{y}$);
- 2) рассчитывается $\Phi(t)$ по формуле (5.3);
- 3) по приложению 4 находится $t(P)$;
- 4) по формуле (5.4) определяется число необходимых повторностей.

Вариант решения II

Если исследователь может изменять число повторностей, то при определении необходимого числа повторностей для получения заданной доверительной вероятности (P) ошибки среднего результата $\varepsilon(\bar{y})$, расчеты ведут следующим образом:

1) для выбранного числа повторностей m_1 рассчитывают экспериментально оценку среднеквадратичного отклонения $S^2(\bar{y}_1)$ по формулам (1.2) и (3.5);

2) рассчитывают критерий Стьюдента $t(P_1; f_1)$ для заданной доверительной ошибки $\varepsilon(\bar{y}_1)$ по формуле

$$t(P_1; f_1) = \frac{\varepsilon(\bar{y})}{S(\bar{y})} \quad (5.5)$$

3) зная $f_1 = m_1 - 1$ и критерий Стьюдента $t(P_1; f_1)$ по графику (рисунок 5.1) определяют доверительную вероятность P_1 ;

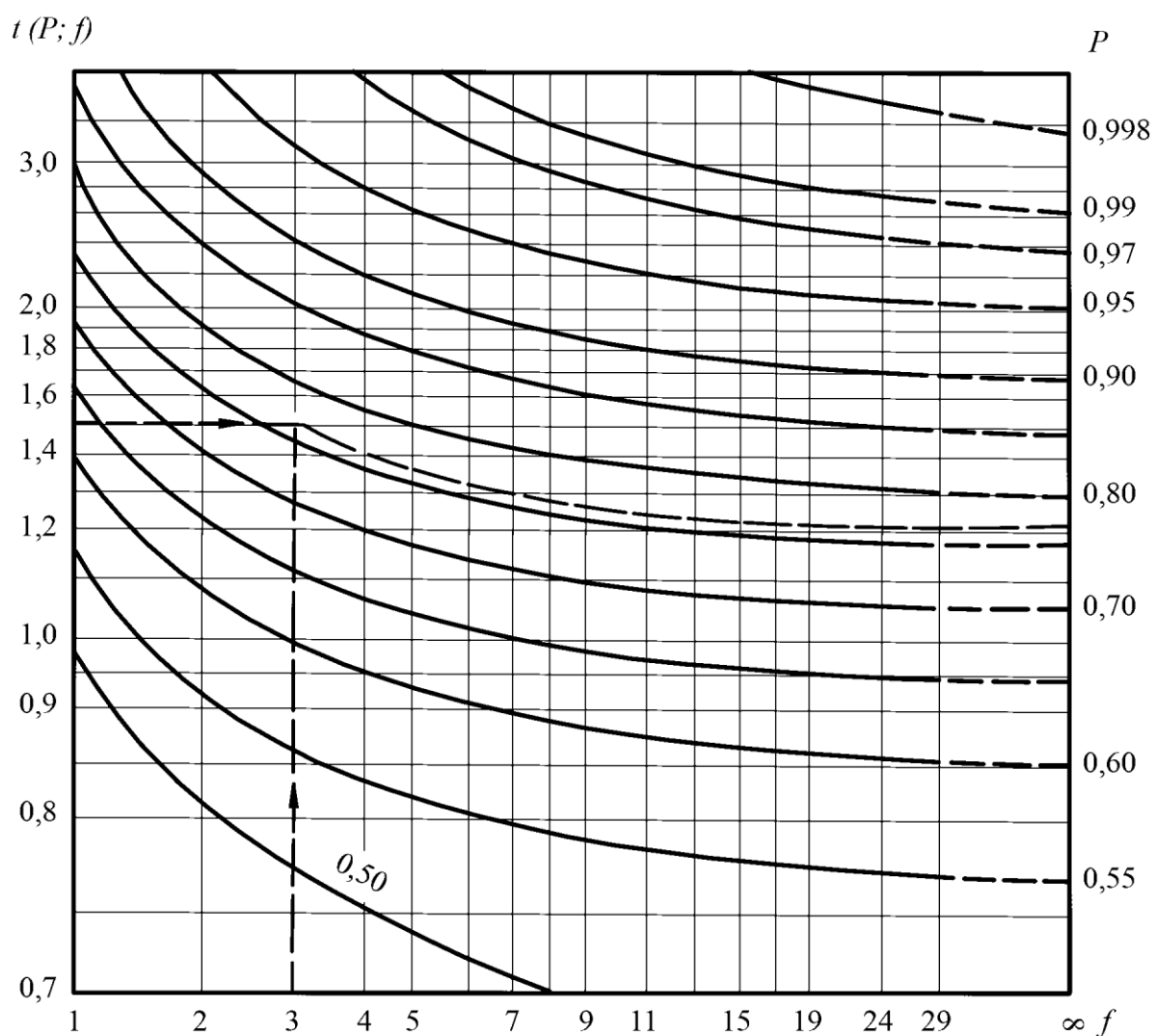


Рисунок 5.1 – Зависимость критерия Стьюдента $t(P; f)$ от доверительной вероятности P и числа степеней свободы f

4) если P_1 меньше той, которая требуется, то число повторностей увеличивают и снова производят соответствующие подсчеты. Увеличение числа повторностей прекращают, как только будет достигнута заданная величина P .

Задание 5.2

Определить необходимое число повторностей для получения оценки истинного значения заданного параметра, лежащего с вероятностью $P=0,95$ в интервале $\bar{y}(1\pm 0,05)\%$. Для расчетов использовать значение пористости хлеба, приготовленного по варианту II задания 4.1, приняв для первоначальных расчетов первые три повторности.

Примечание - Для удобства расчеты можно представить в виде таблицы 5.1

Таблица 5.1 – Результаты расчетов

Этап расчета u	k	\bar{y}_u	$S^2(y_k)$	$S^2(\bar{y}_u)$	$S(\bar{y}_u)$	$\varepsilon(\bar{y}_u)$	$t(P_u; f_u)$	P_u
1	1		-	-	-	-	-	-
	2		-	-	-	-	-	-
	3							
2	4							
3	...							
...	...							

Вариант решения III

Если в распоряжении исследователя имеется ограниченное число повторностей, то необходимое число повторностей для получения заданной доверительной ошибки среднего результата $\varepsilon(\bar{y})$ при P_0 приближенно можно определить следующим образом:

1) по полученным результатам, число которых m_0 рассчитывают $S^2(y_k)$ по формуле (1.2);

- 2) по графику (рисунок 5.1) находят критерий Стьюдента $t(P_0; f_0)$;
- 3) для заданной доверительной ошибки определяют примерное число повторностей (завышенное) по формуле

$$m = \frac{t^2(P_0; f_0) S^2(y_{k0})}{\varepsilon^2(\bar{y})} \quad (5.6)$$

- 4) для уточнения числа повторностей рассчитывают $f=m-1$, по графику (рисунок 5.1) находят $t(P_0; f)$ и рассчитывают уточненное число повторностей m_1 по формуле

$$m = \frac{t^2(P_0; f) S^2(y_{k0})}{\varepsilon^2(\bar{y})} . \quad (5.7)$$

Задание 5.3

Используя данные пористости хлеба, приготовленного по варианту I задания 4.1 по результатам первых пяти опытов ($m_0=5$) рассчитать необходимое число повторностей m для получения доверительного интервала $\varepsilon(\bar{y})=0,05\bar{y}$.

6 Практическое занятие №6

Ранжирование факторов по степени их влияния на исследуемый процесс

Любой технологический процесс зависит от большого числа факторов. Естественно желание исследователя сосредоточить свое внимание на самых активных факторах, которые в основном и определяют эффективность исследуемого процесса. Эту задачу можно решить, обрабатывая полученные результаты методом дисперсионного анализа.

Если в распоряжении исследователя находятся результаты эксперимента, состоящего из опытов, в которых одновременно менялись значения нескольких факторов, то схема дисперсионного анализа с целью выявления степени активности каждого фактора будет состоять из нескольких этапов:

1) для каждого u -того опыта рассчитывают среднее значение выхода \bar{y}_u

$$\bar{y}_u = \frac{\sum_{k=1}^{m_u} y_{uk}}{m_u}, \quad (6.1)$$

2) рассчитывают средневзвешенное значение выхода в опытах с неизменным j -м значением (уровнем) какого-либо i -го фактора \bar{y}_{ij}

$$\bar{y}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{ij}} \bar{y}_{u(ij)} \cdot m_u}{\sum_{u=1}^{N_{ij}} m_u}, \quad (6.2)$$

где $j=1 \dots l$ (l - число уровней фактора);

N_{ij} - число опытов, в которых i -й фактор находился на j -м уровне;

$\bar{y}_{u(ij)}$ – средние результаты этих опытов.

3) рассчитывают средневзвешенное значение выхода процесса во всех опытах эксперимента

$$\bar{y} = \frac{\sum_{u=1}^N \bar{y}_u \cdot m_u}{\sum_{u=1}^N m_u}, \quad (6.3)$$

4) рассчитывают средневзвешенное значение дисперсии единичного результата

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{uk}) \cdot f_u}{\sum_{u=1}^N f_u}, \quad (6.4)$$

$$\text{где } S^2(y_{uk}) = \frac{\sum_{k=1}^{m_u} (y_{uk} - \bar{y}_u)^2}{m_u - 1}; \quad (6.5)$$

$$f_u = m_u - 1, \quad (6.6)$$

5) рассчитывают оценку дисперсии, обусловленной влиянием i -го фактора на единичны результат процесса

$$S^2(y_{ik}) = \frac{\sum_{j=1}^l (\bar{y}_{ij} - \bar{y})^2 \cdot N_{ij}}{\sum_{j=1}^l N_{ij} - 1}, \quad (6.7)$$

где $\sum_{j=1}^l N_{ij} = N$ - общее число опытов эксперимента.

Число степеней свободы этой оценки

$$f = \sum_{j=1}^l N_{ij} - 1 = N - 1, \quad (6.8)$$

б) рассчитывают F-отношение для i -го фактора

$$F = \frac{S^2(y_{ik})}{S^2(y_k)}. \quad (6.9)$$

7) находят $F_{Ti}(P;f_{1i};f_{2i})$ по приложению Г. Так как число повторностей в общем случае не будет постоянным для всех опытов эксперимента, то значение критерия Фишера для каждого фактора будет различным.

Если $F_i > F_{Ti}$, то данный фактор значимого влияния на процесс не оказывает. То же самое можно сказать, если $F_i < 1$;

8) учитывая степень различия F_i и F_{Ti} , располагают данные факторы в ранжированный ряд по их способности влиять на исследуемый процесс.

Задание 6.1

Проведен двухфакторный эксперимент по исследованию влияния дозировок дрожжей и соли на пористость хлеба. Определить методом дисперсионного анализа, какой из двух указанных факторов оказывает большее влияние на пористость хлеба. Значения пористости по вариантам представлено в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Значения пористости хлеба, %

Вариант	Повторно сти	x ₁ -дозировка дрожжей=2 %			x ₁ -дозировка дрожжей=3 %			x ₁ -дозировка дрожжей=4 %		
		x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %		
		1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4
1	1	70,1	70,3	70,4	72,3	72,8	72,5	74,5	74,2	74,1
	2	70,2	70,5	70,3	72,6	72,4	72,2	74,4	74,7	74,5
	3	70,4	70,6	70,1	72,4	72,7	72,3	74,8	74,3	74,6
2	1	58,1	58,7	58,3	61,1	61,2	61,7	63,1	63,4	63,2
	2	58,5	58,2	58,5	61,6	61,3	61,4	63,8	63,1	63,6
	3	58,4	58,6	58,4	61,3	61,5	61,7	63,5	63,7	63,3
3	1	61,2	61,5	61,1	63,8	63,3	63,2	65,2	65,1	65,3
	2	61,4	61,3	61,6	63,4	63,7	63,5	65,7	65,5	65,4
	3	61,7	61,7	61,4	63,6	63,5	63,1	65,6	65,3	65,6

Продолжение таблицы 6.1

Вариант	Повторности	x ₁ -дозировка дрожжей=2 %			x ₁ -дозировка дрожжей=3 %			x ₁ -дозировка дрожжей=4 %		
		x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %		
		1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4
4	1	63,1	63,3	63,6	65,1	65,6	65,8	67,1	67,6	67,7
	2	63,4	63,2	63,3	65,7	65,2	65,5	67,4	67,2	67,3
	3	63,7	63,5	63,4	65,3	65,4	65,3	67,3	67,8	67,5
5	1	69,1	69,7	69,4	71,3	71,5	71,8	73,7	73,1	73,8
	2	69,4	69,2	69,8	71,5	71,2	71,3	73,5	73,5	73,2
	3	69,3	69,5	69,6	71,4	71,7	71,6	73,2	73,6	73,3
6	1	65,5	65,4	65,2	67,7	67,5	67,5	69,3	69,5	69,1
	2	65,8	65,4	65,6	67,3	67,6	67,1	69,6	69,2	69,4
	3	65,3	65,7	65,1	67,2	67,3	67,4	69,7	69,3	69,5
7	1	62,7	62,4	62,4	64,4	64,1	64,6	66,7	66,8	66,3
	2	62,4	62,5	62,7	64,8	64,5	64,2	66,7	66,5	66,4
	3	62,3	62,2	62,1	64,2	64,7	64,3	66,2	66,1	66,7
8	1	64,6	64,2	64,3	66,8	66,4	66,5	68,5	68,8	68,4
	2	64,4	64,5	64,8	66,1	66,7	66,2	68,3	68,2	68,5
	3	64,1	64,3	64,7	66,6	66,2	66,3	68,1	68,3	68,7
9	1	67,3	67,1	67,4	69,7	69,5	69,2	71,8	71,4	71,3
	2	67,4	67,2	67,6	69,3	69,8	69,7	71,1	71,7	71,5
	3	67,7	67,5	67,8	69,5	69,6	69,4	71,5	71,2	71,4
10	1	59,9	59,5	59,4	61,2	61,4	61,5	63,1	63,6	63,6
	2	59,7	59,8	59,7	61,8	61,3	61,1	63,7	63,5	63,3
	3	59,6	59,6	59,6	62,1,6	61,8	61,7	63,4	63,4	63,2
11	1	68,8	68,8	68,9	71,3	71,5	71,6	73,2	73,5	73,4
	2	68,4	68,7	68,5	71,7	71,4	71,3	73,6	73,1	73,7
	3	68,5	68,6	68,8	71,5	71,2	71,7	73,3	73,2	73,5

Продолжение таблицы 6.1

Вариант	Повторно сти	x ₁ -дозировка дрожжей=2 %			x ₁ -дозировка дрожжей=3 %			x ₁ -дозировка дрожжей=4 %		
		x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %			x ₂ -дозировка соли, %		
		1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4
12	1	71,8	71,7	71,2	73,8	73,6	73,2	75,5	75,1	75,2
	2	71,5	71,6	71,4	73,5	73,7	73,5	75,6	75,4	75,1
	3	71,3	71,4	71,7	73,4	73,8	73,3	75,3	75,7	75,5
13	1	57,5	58,0	57,3	58,4	59,0	58,2	59,3	60,0	58,5
	2	57,7	58,5	57,5	59,0	59,7	58,1	59,7	59,6	57,7
	3	57,4	59,1	57,2	58,7	59,5	57,8	58,8	62,1	57,2
14	1	65,3	67,3	64,3	67,5	69,4	65,3	68,1	71,5	67,3
	2	65,6	68,0	64,5	67,1	69,7	65,0	68,3	71,8	67,1
	3	65,1	67,8	64,8	67,0	69,1	64,9	67,7	71,7	66,9
15	1	57,1	57,5	57,9	69,2	69,6	69,8	71,3	71,6	71,7
	2	57,4	57,4	57,6	69,8	69,2	69,5	71,6	71,2	71,3
	3	57,7	57,6	57,5	69,4	69,4	69,3	71,5	71,8	71,6

Список использованных источников

1. Грачев, Ю.П. Математические методы планирования экспериментов / Ю.П. Грачев. – М.: Пищевая промышленность, 1979. – 200 с.
2. Гаибова, Т. В. Статистические методы системного анализа: метод. указания к лаб. практикуму / Т. В. Гаибова, Н. А. Шумилина; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. систем. анализа и упр. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 18 с. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/609_20110708.pdf
4. Симчера, В. М. Методы многомерного анализа статистических данных / Симчера В. М. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 398 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=59559
5. Костин, В. Н. Статистические методы и модели: учеб. пособие для вузов / В. Н. Костин, Н. А. Тишина; М-во образования Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2004. - 138 с. - Библиогр.: с. 125. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/516_20110701.pdf

Приложение А

(обязательное)

Значения коэффициентов Z_1^2 и Z_2^2

Таблица А.1 - Значения коэффициентов Z_1^2 и Z_2^2

Число степеней свободы (f)	Уровень значимости q			
	0,05		0,01	
	Z_1^2	Z_2^2	Z_1^2	Z_2^2
1	2	3	4	5
1	0,199	1018	0,127	25464
2	0,271	39,5	0,189	199
3	0,321	13,9	0,234	41,8
4	0,359	8,26	0,269	19,3
5	0,390	6,02	0,299	12,1
6	0,415	4,85	0,324	8,88
7	0,437	4,14	0,345	7,08
8	0,456	3,67	0,364	5,95
9	0,473	3,33	0,382	5,19
10	0,488	3,08	0,397	4,64
11	0,502	2,88	0,411	4,23
12	0,514	2,72	0,424	3,90
13	0,526	2,60	0,436	3,65
14	0,536	2,49	0,447	3,44
15	0,546	2,40	0,457	3,26
16	0,555	2,32	0,467	3,11
17	0,563	2,25	0,476	2,98
18	0,571	2,19	0,484	2,87
19	0,578	2,13	0,492	2,78
20	0,585	2,08	0,500	2,69
25	0,615	1,91	0,533	2,38
30	0,639	1,79	0,559	2,18
35	0,658	1,70	0,581	2,04
40	0,664	1,64	0,599	1,93
45	0,688	1,59	0,615	1,85
50	0,700	1,55	0,629	1,79
55	0,711	1,51	0,641	1,73
60	0,720	1,48	0,653	1,69
65	0,729	1,46	0,663	1,65
70	0,737	1,44	0,672	1,62
75	0,744	1,42	0,680	1,59
80	0,750	1,40	0,688	1,56
85	0,756	1,38	0,695	1,54
90	0,762	1,37	0,701	1,52

Приложение Б

(обязательное)

Значения критерия α_T для определения грубых ошибок

Таблица Б.1 - Значения критерия α_T

Число повторностей (n)	Уровень значимости q	
	0,05	0,01
3	0,941	0,988
4	0,765	0,889
5	0,642	0,780
6	0,560	0,698
7	0,507	0,637
8	0,468	0,590
9	0,437	0,555
10	0,412	0,527
11	0,392	0,502
12	0,376	0,482
15	0,338	0,438
20	0,300	0,391
24	0,281	0,367
30	0,260	0,341

Приложение В

(обязательное)

Значения критерия Стьюдента $t(P;f)$ при разных уровнях значимости

Таблица В.1 - Значения критерия Стьюдента $t(P;f)$

Число степеней свободы (f)	Уровень значимости q	
	0,05	0,01
1	12,17	63,66
2	4,30	9,93
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,37	3,5
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
11	2,20	3,11
12	2,18	3,06
13	2,16	3,01
14	2,15	2,98
30	2,04	2,75
40	2,02	2,70
60	2,00	2,66
120	1,98	2,62
∞	1,96	2,58

Приложение Г

(обязательное)

Значения критерия Фишера F_T для уровня значимости $q=0,05$

Таблица Г.1 - Значения критерия Фишера F_T для уровня значимости $q=0,05$

Число степеней свободы знаменателя f_2	Число степеней свободы числителя f_1								
	1	2	3	4	5	6	12	14	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	243,9	249,0	254,3
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3

Приложение Д

(обязательное)

Значения параметра $t(P)$ при разных значения функции ошибок $\Phi(t)$

Таблица Д.1 - Значения параметра $t(P)$ при разных значения функции ошибок $\Phi(t)$

t_1	$\Phi(t_1)$	t_1	$\Phi(t_1)$	t_1	$\Phi(t_1)$	t_1	$\Phi(t_1)$	t_1	$\Phi(t_1)$
0,05	0,5199	0,75	0,7734	1,45	0,9265	2,15	0,9842	2,85	0,9978
0,10	0,5398	0,80	0,7881	1,50	0,9332	2,20	0,9861	2,90	0,9981
0,15	0,5596	0,85	0,8023	1,55	0,9394	2,25	0,9878	2,95	0,9984
0,20	0,5793	0,90	0,8159	1,60	0,9452	2,30	0,9893	3,00	0,9987
0,25	0,5987	0,95	0,8289	1,65	0,9505	2,35	0,9906	3,05	0,9989
0,30	0,6179	1,00	0,8413	1,70	0,9554	2,40	0,9918	3,10	0,9990
0,35	0,6368	1,05	0,8531	1,75	0,9599	2,45	0,9929	3,15	0,9992
0,40	0,6554	1,10	0,8643	1,80	0,9641	2,50	0,9938	3,20	0,9993
0,45	0,6736	1,15	0,8749	1,85	0,9678	2,55	0,9946	3,25	0,9994
0,50	0,6915	1,20	0,8849	1,90	0,9713	2,60	0,9953	3,30	0,9995
0,55	0,7088	1,25	0,8944	1,95	0,9744	2,65	0,9960	3,35	0,9996
0,60	0,7257	1,30	0,9032	2,00	0,9772	2,70	0,9965	3,40	0,9997
0,65	0,7422	1,35	0,9115	2,05	0,9798	2,75	0,9970	3,45	0,9997
0,70	0,7580	1,40	0,9192	2,10	0,9821	2,80	0,9974	3,50	0,9998