

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики

**СБОРНИК ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ ПО  
ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ, МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ЛОГИКЕ И ТЕОРИИ ГРАФОВ**

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Оренбург 2018

УДК 378.016:519.1(076.5)

ББК 74.48я7 +22.176я7

С 23

Рецензент – кандидат физико-математических наук, доцент С.А. Герасименко  
Авторы: О.А. Пихтилькова, Т.М. Отрыванкина, Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова.

С 23      Сборник тем курсовых работ по дискретной математике, математической логике и теории графов: методические указания / О.А. Пихтилькова, Т.М. Отрыванкина, Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова, – Оренбург: ОГУ, 2018. – 40 с.

Сборник содержит темы курсовых работ по дискретной математике, математической логике и теории графов. Каждая работа сопровождается кратким содержанием вопроса, постановкой задачи и планом ее выполнения с ссылками на литературные источники. Рекомендуемый подробный план работы поможет бакалавру в организации самостоятельной работы над выбранной темой.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательной программе высшего образования направления подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», а также будут полезны обучающимся по направлениям, смежным с компьютерными науками.

УДК 378.016:519.1(076.5)

ББК 74.48я7+22.176я7

© Пихтилькова О.А.,  
Отрыванкина Т.М.,  
Усова Л.Б.,  
Шакирова Д.У., 2018  
© ОГУ, 2018

## Содержание

Введение .....	5
1 Дискретная математика. Математическая логика. Теория графов .....	6
1.1 Тема 1. Алгебра бинарных отношений и отображений .....	6
1.2 Тема 2. Отображения и фактор-множества .....	7
1.3 Тема 3. Отношения эквивалентности.....	8
1.4 Тема 4. Отношения порядка.....	9
1.5 Тема 5. Треугольник Паскаля: его свойства и приложения .....	10
1.6 Тема 6. Числа Фибоначчи и их приложения .....	11
1.7 Тема 7. Рекуррентные последовательности и числа Фибоначчи .....	12
1.8 Тема 8. Логическая игра .....	13
1.9 Тема 9. Ориентированные графы .....	14
1.10 Тема 10. Циклы в графах .....	15
1.11 Тема 11. Связность графа .....	16
1.12 Тема 12. Эйлеровы графы .....	17
1.13 Тема 13. Свойства эйлеровых графов .....	18
1.14 Тема 14. Гамильтоновы графы .....	19
1.15 Тема 15. Свойства гамильтоновых графов .....	20
1.16 Тема 16. Плоские графы .....	21
1.17 Тема 17. Деревья .....	22
1.18 Тема 18. Раскраски графов .....	23
1.19 Тема 19. Паросочетания .....	24
1.20 Тема 20. Потoki в сетях.....	25
1.21 Тема 21. Булевы алгебры.....	26
1.22 Тема 22. Минимальные формы булевых многочленов .....	27
1.23 Тема 23. Приложения булевых алгебр к переключательным схемам .....	28
1.24 Тема 24. Применение булевых функций к переключательным схемам, в том числе к проектированию цифровых устройств в ЭВМ (шифраторы, дешифраторы, преобразователи кодов) .....	29
1.25 Тема 25. Применение булевых функций к переключательным схемам, в том числе к проектированию цифровых устройств в ЭВМ (сумматоры) .....	30
1.26 Тема 26. Приложение логики высказываний к логико-математической практике.....	30
1.27 Тема 27. Формализованное исчисление предикатов .....	31
1.28 Тема 28. Рекуррентные последовательности при обобщениях теоремы Пифагора .....	32

1.29 Тема 29. Рекуррентные последовательности при обобщениях задачи Наполеона .....	33
1.30 Тема 30. Линейные рекуррентные уравнения.....	33
1.31 Тема 31. Алгоритмы поиска.....	35
1.32 Тема 32. Представление функций k-значных логик формулами .....	35
1.33 Тема 33. Замкнутые классы и полнота в k-значных логиках .....	36
Интернет ресурсы.....	37
Список использованных источников .....	38
Приложение А.....	39
Приложение Б .....	40

## Введение

Выполнение курсовой работы – важная составляющая процесса формирования квалифицированного бакалавра, который приобретает навыки самостоятельной исследовательской работы, умения творчески работать с литературой. При выполнении работы актуализируются задачи систематизации, закрепления и расширения профессиональных знаний, применения этих знаний и навыков при разработке исследуемых вопросов и проблем.

Настоящий сборник тем курсовых работ по дискретной математике, математической логике и теории графов предназначен для бакалавров факультета математики и информационных технологий ОГУ. Его цель – помочь обучающимся определиться в выборе темы курсовой работы, в составлении ее плана и в выполнении курсовой работы. Для этого каждая из предлагаемых тем курсовых работ сопровождается кратким содержанием вопроса, постановкой задачи и подробным планом ее выполнения, который охватывает необходимый теоретический материал и различные типы рассматриваемых в работе задач и примеров. При этом в плане приводятся ссылки (с указанием страниц или параграфов) на основные литературные источники, а дополнительные источники в списке литературы рассчитаны на более глубокое знакомство с материалом.

Предполагается, что в каждом случае студент должен основательно изучить определенный теоретический материал, подробно и грамотно изложить его, а затем самостоятельно разобрать несколько примеров и решить ряд задач по данной теме. В приложениях сборника излагаются основные требования, предъявляемые к курсовым работам, и приводятся образцы оформления титульного листа работы, списка цитируемой литературы.

Данные методические указания составлены на основе сборника тем курсовых работ по математике авторов В.А. Молчанова, В.Е. Новикова, Т.М. Отрыванкиной, П.Н. Пронина, В.Е. Фирстова [1].

# **1 Дискретная математика. Математическая логика. Теория графов**

## **1.1 Тема 1. Алгебра бинарных отношений и отображений**

Понятие бинарного отношения играет фундаментальную роль в различных разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить основные операции над бинарными отношениями, доказать их свойства, проанализировать классификацию бинарных отношений на основе свойств этих операций и доказать основные теоремы. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия декартова произведения множеств и бинарного отношения, показать их взаимосвязь с матрицами и графами ([1], § 1.2).

2 Разобрать основные операции над бинарными отношениями, доказать их свойства и проанализировать классификацию бинарных отношений на основе свойств этих операций ([1], § 1.2).

3 Доказать теоремы об известных алгебрах отношений ([1], § 1.2).

*Решить задачи 1.5.7, 1.5.8, 1.5.9, 1.5.14, 1.5.16, 1.5.17, 1.5.21, 1.5.26, 1.5.27 из [2].*

### **1.1.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.

2 Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993.

3 Шевелев, Ю.П. Дискретная математика: учеб. пособие / Ю.П. Шевелев. – СПб.: Лань, 2008. – 592 с.

4 Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) / Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев. – СПб.: Лань, 2013. – 523 с.

5 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

6 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для

вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

7 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

## **1.2 Тема 2. Отображения и фактор-множества**

Понятие отображения играет фундаментальную роль в разных разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства отображений, проанализировать их классификацию и доказать основные теоремы о разложении отображений и фактор-множествах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятие отображения как однозначного бинарного отношения, изучить классификацию отображений и основные операции над отображениями, доказать основные свойства этих операций ([1], глава 1, п.п. 2,3).

2 Разобрать геометрический метод изображения свойств отображений коммутативными диаграммами и понятие фактор-множества ([1], глава 1, п. 3).

3 Доказать основную теорему о разложении отображений и теорему о фактор-множествах ([1], теоремы 3.1, 3.3).

*Решить задачи 1.6.1, 1.6.3, 1.6.6, 1.6.18, 1.6.20, 1.6.21, 1.6.23-1.6.27 из[2].*

### **1.2.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Кон, П. Универсальная алгебра / П. Кон. – М.: Мир, 1968.

2 Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993.

3 Шевелев, Ю.П. Дискретная математика: учеб. пособие / Ю.П. Шевелев. – СПб.: Лань, 2008. – 592 с.

4 Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) / Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев. – СПб.: Лань, 2013. – 523 с.

5 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

6 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

7 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.3 Тема 3. Отношения эквивалентности**

Понятие отношения эквивалентности играет важную роль в различных разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства отношения эквивалентности, проанализировать их взаимосвязь с разбиениями множества и доказать основные теоремы об операциях над отношениями эквивалентности.

Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства отношения эквивалентности и установить взаимосвязь таких отношений с разбиениями множества и фактор-множествами ([1], § 1.3).

2 Рассмотреть основные операции над отношениями эквивалентности и доказать их свойства ([1], § 1.3, [2], глава 2, § 4).

3 Разобрать примеры отношений эквивалентности из алгебры, геометрии и дискретной математики ([1], § 1.3, [2], глава 2, § 4).

*Решить задачи 1.7.1, 1.7.3, 1.7.4, 1.7.8, 1.7.10, 1.7.14, 1.7.16 из [3].*

#### **1.3.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.

2 Шрейдер, Ю.А. Равенство, сходство, порядок / Ю.А. Шрейдер. – М.: Наука, 1971.

3 Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993.

4 Шевелев, Ю.П. Дискретная математика: учеб. пособие / Ю.П. Шевелев. – СПб.: Лань, 2008. – 592 с.



5 Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) / Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев. – СПб.: Лань, 2013. – 523 с.

6 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

7 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

8 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

#### **1.4 Тема 4. Отношения порядка**

Понятие отношения порядка играет важную роль в алгебре, геометрии и дискретной математике. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства отношения порядка, проанализировать их классификацию и доказать основные теоремы о вполне упорядоченных множествах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства отношения порядка и проанализировать их классификацию ([1], глава 1, р. 4, [2], § 1.4, [3], глава 4, § 1).

2 Рассмотреть основные операции над отношениями порядка и доказать их свойства ([1], глава 1, р. 4, [2], § 1.4, [3], глава 4, § 2).

3 Доказать основные теоремы о свойствах вполне упорядоченных множеств ([1], глава 1, р. 4).

*Решить задачи 1.8.1, 1.8.4, 1.8.5, 1.8.8, 1.8.9, 1.8.12, 1.8.22, 1.8.23 из [4].*

##### **1.4.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Кон, П. Универсальная алгебра / П. Кон. – М.: Мир, 1968.

2 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.

3 Шрейдер, Ю.А. Равенство, сходство, порядок / Ю.А. Шрейдер. – М.: Наука, 1971.

- 4 Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993.
- 5 Шевелев, Ю.П. Дискретная математика: учеб. пособие / Ю.П. Шевелев. – СПб.: Лань, 2008. – 592 с.
- 6 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 7 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 8 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.5 Тема 5. Треугольник Паскаля: его свойства и приложения**

Треугольник Паскаля – это числовая таблица, составленная в виде равнобедренного треугольника. По сторонам этого треугольника стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа. В результате при составлении треугольника Паскаля по горизонталям получаются числа, участвующие в разложении бинома Ньютона  $(a+b)^n$ . Этот треугольник, вообще говоря, известен с древнейших времен и обладает рядом интересных свойств. Цель курсовой работы – изучение свойств треугольника Паскаля и их приложений. Работу рекомендуется выполнять по следующему плану:

- 1 Некоторые исторические сведения о треугольнике Паскаля ([1], §4; [2]).
- 2 Некоторые олимпиадные задачи ([1], §1).
- 3 Построение треугольника Паскаля ([1], §3).
- 4 Операция Паскаля ([1], §5).
- 5 Комбинаторные приложения треугольника Паскаля:
  - a) биномиальные коэффициенты;
  - b) сочетания и количество подмножеств данного множества;
  - c) фигурные числа пифагорейцев;
  - d) связь с числами Фибоначчи;

е) связь с факториалами ([1], §§4 – 8; [3], с. 117-123);

б) НОД внутренних членов строки Паскаля ([1], §9).

### **1.5.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Успенский, В.А. Треугольник Паскаля / В.А. Успенский. – М.: Наука, 1979.

2 История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. – Т. 2. – М., 1970.

3 Волошинов, А.В. Пифагор.: союз истины, добра и красоты / А.В. Волошинов. – Изд. 3-е. – Москва: URSS: ЛИБРОКОМ, 2009. – 223 с. – ISBN 978-5-397-01170-9.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.6 Тема 6. Числа Фибоначчи и их приложения**

Многие числовые последовательности допускают описание с помощью рекуррентных (возвратных) соотношений, когда значение очередного члена последовательности определяется по значениям одного или нескольких предшествующих ему членов данной последовательности. Исторически одним из первых примеров таких последовательностей явилась последовательность Фибоначчи, имеющая самые разнообразные приложения. Цель курсовой работы – изучить основные свойства этой последовательности и некоторые ее приложения. Рекомендуется следующий план работы.

1 Фибоначчи: "Книга об абаке" (1202) и задача о кроликах ([1], введение).

2 Определение последовательности Фибоначчи и формула общего члена (формула Бинэ) ([1], §1; [2]).

3 Основные теоретико-числовые свойства последовательности Фибоначчи ([1], §2).

4 Числа Фибоначчи и цепные дроби ([1], §3).

5 Геометрические приложения чисел Фибоначчи ([1], §4).

6 Последовательность Фибоначчи и архитектурные формы ([3], гл.3; [4], гл. 4).

### **1.6.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Воробьев, Н.Н. Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1984.

2 Маркушевич, А.И. Возвратные последовательности / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1983.

3 Волошинов, А.В. Математика и искусство: Книга для тех, кто не только любит математику или искусство, но и желает задуматься о природе прекрасного и красоте науки. 2-е издание, доработанное и дополненное / А.В. Волошинов. Учебное издание. – М.: Просвещение, 2000.

4 Пидоу, Д. Геометрия и искусство / Д. Пидоу. – М.: Мир, 1979.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

## **1.7 Тема 7. Рекуррентные последовательности и числа Фибоначчи**

Числовые последовательности, задающиеся с помощью рекуррентных (возвратных) соотношений играют важную роль не только в алгебре и теории чисел, но и в геометрии, теории оптимизации, радарной технике, системах связи и многих других приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства рекуррентных последовательностей, разобрать методы решения линейных рекуррентных уравнений и на конкретных примерах рассмотреть их приложения к геометрическим задачам и проблемам оптимизации. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить свойства рекуррентных последовательностей и метод решения линейных рекуррентных уравнений ([1], р. 1).

2 Рассмотреть приложения этого метода к последовательности Фибоначчи, вывести теоретико-числовые свойства чисел Фибоначчи ([2], § 1,2).

3 Показать возможные приложения рекуррентных последовательностей к геометрии и теории оптимизации ([2], § 4,5).

*Разобрать главные примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1.4.1, 1.4.2 из [3].*

### **1.7.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Маркушевич, А.И. Возвратные последовательности / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1983.

2 Воробьев, Н.Н. Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1984.

3 Сборник задач по алгебре. Под редакцией Кострикина А.И. – МЦНМО Москва, 2009. – 403 с.

4 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

5 Корнилов, П.А. Дискретная математика. Учебное пособие / П.А. Корнилов, Н.И. Заводчикова, Н.А. Прусова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д.Ушинского, 2010, 92 с.

### **1.8 Тема 8. Логическая игра**

В курсовой работе предлагается осветить символический и графический методы решения логических задач. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть основные понятия алгебры высказываний и логики предикатов ([1], с.10-35, 122-134).

2 Изучить приложение алгебры высказываний и логики предикатов к логико-математической практике ([1], с. 52-62, 168-182).

3 Изучить кванторные операции над предикатами ([1], с. 134-159).

4 Рассмотреть решение "логических" задач на языке символов ([3], с. 60-65).

5 Разобрать графический способ решения задач подобного рода ([2], с. 9-56).

*Разобрать решения всех задач из цитированных выше разделов указанных литературных источников и решить задачи 3.58-3.61 из книги [3].*

*Выполнить 30 заданий из упражнений 1-91 на с. 57-60 книги [2].*

### **1.8.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2010. – 448 с.
- 2 Кэрролл, Л. Логическая игра: Пер. с англ. Ю.А. Данилова. – М.: Наука, 1991. (Б-ка “Квант”; Вып. 73).
- 3 Игошин, В.И. Задачник-практикум по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с.
- 4 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.9 Тема 9. Ориентированные графы**

Понятие ориентированного графа (орграфа) играет важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства орграфов и проанализировать известную классификацию таких графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как ориентированный граф, ориентированный маршрут, орцепь, орцикл и сильная связность, доказать теорему Роббинса об ориентируемом связном графе ([1], с. 127-130).

2 Рассмотреть понятие эйлерава орграфа и доказать основную теорему о таких графах ([1], с. 131-133).

3 Рассмотреть понятия гамильтонова орграфа и проанализировать взаимосвязь полугамильтоновых орграфов с турнирами ([1], с. 133-136).

4 Разобрать приложение орграфов к теории цепей Маркова ([1], с. 138-142).

*Решить задачи 22a, 22b, 22c, 22d, 22e, 22g, 23a, 22c, 24c, 24d, 24e из [1].*

### **1.9.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

- 2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
- 3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 6 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.10 Тема 10. Циклы в графах**

Во многих прикладных задачах важную роль играют свойства графов, связанные с существованием в графе замкнутых маршрутов, называемых циклами. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства циклов в графах и проанализировать известную взаимосвязь пространства циклов графа с группами его цепей. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл ([1], с. 9-43; [2], с. 5-22).

2 Рассмотреть понятие цикломатического числа графа и доказать его основные свойства ([1], с. 59-61; [2], с. 43-46).

3 Разобрать определение групп одномерных и нульмерных цепей графа и показать их взаимосвязь с пространством циклов графа ([2], с. 46-55).

*Разобрать алгоритм построения базы независимых циклов на стр. 58 в [2] и решить задачи 9b, 9c из [1].*

#### **1.10.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

6 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.11 Тема 11. Связность графа**

Понятие связности играет принципиально важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства связных графов и проанализировать известную классификацию таких графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут, цикл и связность, проиллюстрировать их на примерах и прикладных задачах ([1], с. 9-43; [2], с. 5-22).

2 Рассмотреть деревья, эйлеровы и гамильтоновы графы, доказать теоремы об их основных свойствах ([1], с. 43-62; [2], с. 22-24).

*Разобрать главные примеры из указанного выше литературного источника и решить задачи 5а, 5с, 5е, 6а, 6с, 6d, 7а, 7d, 7е из [1].*

#### **1.11.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.



3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

6 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

## **1.12 Тема 12. Эйлеровы графы**

Впервые графы были рассмотрены Л. Эйлером в связи с известной задачей о кенигсбергских мостах, которая оказалась связанной с возможностью прохождения вершин графа только по одному разу с возвращением в исходную вершину, т.е. одним росчерком пера. Впоследствии такие графы стали называться эйлеровыми. Цель курсовой работы – изучить некоторые свойства эйлеровых графов. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Определить понятие графа в виде представления некоторого бинарного отношения и связанные с графом основные понятия, а также привести простейшие примеры ([1], с. 9-24; [2], с. 6-16).

2 Дать определение эйлерова и полуэйлерова графа, привести примеры. Установить необходимые и достаточные условия для эйлеровых и полуэйлеровых графов. Описать алгоритм построения эйлеровой цепи в эйлеровом графе ([1], с. 43-48; [2], с. 37-42).

3 Рассмотреть примеры эйлеровых и неэйлеровых графов. Решить несколько упражнений из [1], [2].

4 Исторические сведения о графах: решение Эйлера задачи о семи кенигсбергских мостах ([3], §43).

### **1.12.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
- 2 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л. Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 3 Емеличев, В.А. «Лекции по теории графов» / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Либроком, 2014. – 392 с.
- 4 Емеличев, В.А. Теория графов в задачах и упражнениях. Более 200 задач с подробными решениями / В.А. Емеличев, И.Э. Зверович, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Либроком, 2014. – 418 с.
- 5 Зарипова, Э.Р. Лекции по дискретной математике: Теория графов. Учебное пособие / Э.Р. Зарипова, М.Г. Кокотчикова. – М.: РУДН, 2013. – 162 с.
- 6 Оре, О. Теория графов / О. Оре – М.: Наука, 1980. – 336 с.
- 7 Саркисян, А.А. Познакомьтесь с топологией / А.А. Саркисян, Ю.М. Колягин. – М.: 1976.
- 8 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 9 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 10 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.13 Тема 13. Свойства эйлеровых графов**

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Решение этой задачи естественно привело к определению важного класса графов, называемых эйлеровыми. Цель курсовой работы – изучить основные свойства эйлеровых графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл ([1], с. 9-43; [2], с. 14-18).

2 Рассмотреть задачу Эйлера о кенигсбергских мостах, ввести определение эйлерова графа и доказать критерий эйлеровости графа ([1], с. 43- 45; [2], с. 5-22).

3 Разобрать алгоритм Флери построения эйлеровой цепи в графе ([1], с. 45-46).

*Разобрать алгоритм построения эйлерова цикла на стр. 22-23 в [2] и решить задачи ба, бс, bd, bf, bg из [1].*

### **1.13.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

6 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.14 Тема 14. Гамильтоновы графы**

Гамильтоновы графы можно рассматривать как многоугольники, некоторые вершины которых соединены диагоналями, так, что из любой вершины графа, пройдя по каждому ребру этого графа ровно один раз, можно вернуться в исходную точку. Цель курсовой работы – изучить свойства таких графов. Предлагается следующий план изложения материала:

1 Определить основные понятия теории графов (граф, связность, маршруты, цикл, обхват и т.п.), проиллюстрировать их на примерах и привести образцы задач, сводящихся к выяснению тех или иных свойств графов ([1], с. 9-24; [2], с. 6-16).

2 Дать определение гамильтонова и полугамильтонова графов, привести примеры ([1], с. 48-50; [2], с.44-48). Решить ряд упражнений из литературы [1], [2].

3 Доказать теорему Дирака о достаточных условиях для гамильтоновости графа ([1], с. 48-51).

#### **1.14.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

3 Оре, О. Теория графов / О. Оре. – М.: Наука, 1980. – 336 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

#### **1.15 Тема 15. Свойства гамильтоновых графов**

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная «задача о коммивояжере». Решение этой задачи естественно привело к определению важного класса графов, называемых гамильтоновыми.

Цель курсовой работы – изучить основные свойства гамильтоновых графов и рассмотреть практические задачи, сводящиеся к задаче о коммивояжере.

Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цепь, контур и цикл ([1], с. 9-43; [2], с. 14-18).

2 Рассмотреть понятие гамильтонова цикла, ввести определение гамильтонова графа и доказать теорему Дирака о таких графах ([1], с. 48-51; [2], с. 168-173).

3 Разобрать задачу о коммивояжере и примеры конкретных практических задач, приводящих к этой задаче ([2], с. 179-182).

4 Изучить метод ветвей и границ, разобрать точный алгоритм решения задачи о коммивояжере на стр. 182-197 в [2].

*Решить задачи 7a, 7b, 7d, 7e, 7i из [1].*

### **1.15.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.16 Тема 16. Плоские графы**

Понятие планарности играет принципиально важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства планарных графов и доказать критерий Куратовского планарных графов и теорему Эйлера о плоских графах.

Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф и его грани, планарный граф и плоский граф, гомеоморфизм и стягивание графа ([1], с. 9-24, 74-81).

2 Доказать теорему Куратовского, которая дает простой критерий планарности графа ([1], с. 77-80).

3 Доказать теорему Эйлера о плоских графах ([1], § 13; [2], с. 59-75).

*Разобрать главные примеры из указанного выше литературного источника и решить задачи 12a, 12b, 12c, 12k, 13a, 13d из [1].*

### **1.16.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
- 2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
- 3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.17 Тема 17. Деревья**

Деревьями называются связные графы без циклов. Такие графы играют принципиально важную роль как в самой теории графов, так и в ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства деревьев, рассмотреть задачу перечисления деревьев и проанализировать взаимосвязь деревьев с пространствами циклов графов.

Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл ([1], с. 9-43; [2], с. 5-22).

2 Рассмотреть определение дерева и доказать теорему о его характеристических свойствах ([1], с. 56-59; [2], с.45-46).

3 Ввести понятие остовного леса графа и проанализировать его взаимосвязь с фундаментальной системой циклов исходного графа ([1], с. 59-61).

4 Разобрать задачу о перечислении деревьев и доказать известную теорему Кэли о числе помеченных деревьев ([1], с. 62-66).

*Разобрать алгоритм построения остовного дерева графа на стр. 55-56 в [2] и решить задачи 9а, 9с, 9е, 9і из [1].*

### **1.17.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
- 2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
- 3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 6 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.18 Тема 18. Раскраски графов**

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная «гипотеза четырех красках». Исследование этой проблемы послужило толчком к многочисленным и чрезвычайно разнообразным исследованиям, в результате которых возник важный раздел теории графов.

Цель курсовой работы – изучить основные понятия теории раскрашивания плоских графов и проанализировать известные результаты о гипотезе четырех красок. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и контур, раскраска и плоский граф ([1], с. 9-43; [2], с. 14-18).

2 Рассмотреть понятия хроматического числа и хроматического многочлена графа, графа, доказать теоремы о свойствах этих понятий ([1], с. 101-103, 120-124; [2], с. 168-173).

3 Проанализировать известные результаты о гипотезе четырех красок ([1], с. 110-119; [2], с. 95-99; [3], с. 32-40).

*Решить задачи 17a, 17b, 17d, 21a, 21b, 21c из [1].*

### **1.18.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
- 2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
- 3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 4 Проблемы современной математики. – М.: Знание, 1975.
- 5 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 6 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 7 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.19 Тема 19. Паросочетания**

Многие комбинаторные приложения теории графов естественно приводят к понятиям паросочетания и трансверсали. Цель курсовой работы – изучить постановки важных комбинаторных задач и основные методы их решения с помощью теории графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, двудольный граф и паросочетание ([1], с. 9-43, 144-146; [3], с. 154-159).

2 Рассмотреть известную задачу о свадьбах и доказать теорему Холла ([1], с. 144-147; [2], с. 168-173).

3 Изучить теорию трансверсали и ее приложение к задачам о паросочетаниях ([1], с. 148-150).

4 Разобрать приложения теоремы Холла к латинским квадратам, реберным раскраскам графов и  $(0,1)$ -матрицам ([1], с. 151-156).



*Разобрать алгоритм построения наибольшего паросочетания на стр. 159- 163 в [3] и решить задачи 25a, 25e, 25f, 26a, 26b, 26d, 27a, 27b, 27d, 27e из [1].*

### **1.19.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
- 2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
- 3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
- 4 Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. – М.: Книга по Требованию, 2012. – 200 с.
- 5 Меняев, М.Ф. Информатика и основы программирования / М.Ф. Меняев. – М.: Омега-Л, 2009. – 458 с.
- 6 Истомин, Е.П. Информатика и программирование / Е.П. Истомин, А.М. Власовец. – М.: Андреевский Издательский дом, 2010. – 294 с.
- 7 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.
- 8 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
- 9 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.
- 10 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.20 Тема 20. Потoki в сетях**

Многие прикладные задачи, связанные с перевозкой грузов, организацией коммуникаций, распределением товаров и т.п., естественно приводят к определению важного класса ориентированных графов, называемых сетями. Цель курсовой работы – изучить основные свойства сетей и рассмотреть практические задачи,

решение которых сводится к основной задаче транспортных сетей о максимальном потоке. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории сетей, как ориентированный граф, сеть, поток в сети и разрез сети ([1], с. 126-131, 163-166; [2], с. 114-117; [3], с. 136-138).

2 Разобрать доказательство теоремы Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе ([1], с. 165-171; [2], с. 114-118; [3], с. 138-141).

3 Рассмотреть прикладные задачи, решение которых сводится к построению максимального потока в сети ([2], с. 119-122).

*Разобрать алгоритм построения максимального потока в сети ([1], с. 119; [2], с. 115-118; [3], с. 141-154) и решить задачи 29a, 29b, 29c, 25f из [1].*

#### **1.20.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.

2 Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.

4 Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. – М.: Книга по Требованию, 2012. – 200 с.

5 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

#### **1.21 Тема 21. Булевы алгебры**

Понятие булевой алгебры играет важную роль в алгебре, математической логике и дискретной математике. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства булевых алгебр, проанализировать взаимосвязь основных свойств таких алгебр, доказать теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства булевых алгебр и проанализировать их взаимосвязь с булевыми кольцами ([1], глава 1, § 2, [2], глава 1, § 1.1).

2 Рассмотреть основные свойства булевых алгебр и теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств ([1], глава 1, § 2, [2], глава 1, § 1.1).

*Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 2, 3, 4, 5 на стр. 42 в [1].*

### **1.21.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г.Пильц. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

2 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.\

3 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

4 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

5 Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера /О.П. Кузнецов. – 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

### **1.22 Тема 22. Минимальные формы булевых многочленов**

Проблема минимизации булевых многочленов играет важную роль в булевой алгебре и ее приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства булевых многочленов методы их минимизации. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия булевой алгебры и булева кольца, доказать их основные свойства ([1], с. 31-43).

2 Рассмотреть понятия булева многочлена и булевой полиномиальной функции, доказать их основные свойства ([1], с. 43-47, 53-56).

3 Изучить алгоритмы построения дизъюнктивной нормальной формы и конъюнктивной нормальной формы булева многочлена ([1], с. 47-53).

4 Рассмотреть проблему минимизации булевых многочленов и изучить метод минимизации многочленов, разработанный Куайном-Мак-Класки ([1], с. 60-70).

*Разобрать решения всех примеров из указанного выше литературного источника и решить задачи 5-8, 15 из упражнения на стр. 59-60 и задачи 1-5 из упражнения на стр. 70 в[1].*

### **1.22.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г.Пильц. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

2 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.

3 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

4 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.23 Тема 23. Приложения булевых алгебр к переключательным схемам**

Одним из наиболее важных практических приложений алгебры является использование булевых многочленов для моделирования и упрощения переключательных схем. В курсовой работе необходимо изучить основные задачи алгебры переключательных схем и разобрать методы их решения с помощью булевых многочленов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия булевой алгебры и булева многочлена, доказать их основные свойства ([1], с. 31-53).

2 Изучить основные понятия алгебры переключательных схем и разобрать способ представления переключательных функций с помощью диаграмм Карно ([1], с. 74-86, 111-122).

3 Разобрать типичные примеры приложений переключательных схем ([1], с. 89-104).

4 Разобрать приложение переключательных схем к сложению двоичных чисел с помощью полусумматоров и сумматоров ([1], с. 105-111).

*Разобрать решения всех примеров из указанного выше литературного источника [1] и решить задачи 1-4, 9-11, 15, 19, 21 из упражнения на стр. 124- 130 в [1].*

#### **1.23.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г.Пильц. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

2 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

#### **1.24 Тема 24. Применение булевых функций к переключательным схемам, в том числе к проектированию цифровых устройств в ЭВМ (шифраторы, дешифраторы, преобразователи кодов)**

Изучить принцип работы переключательной схемы.

Рассмотреть математическую модель представления переключательной схемы с помощью булевых функций.

Изучить цифровые устройств в ЭВМ, работающие по принципу переключательной схемы, (шифраторы, дешифраторы, преобразователи кодов).

*Решить задачи 7.3, 7.7, 7.8 (через СДН форму), 7.11 из [3].*

#### **1.24.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений/ В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2008. – 448 с.

2 Калабеков, Б.А. Цифровые устройства и микропроцессорные схемы: Учебник для техникумов связи/ Б.А. Калабеков. – Горячая линия – Телеком, 2003. – 336 с.

3 Игошин, В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

### **1.25 Тема 25. Применение булевых функций к переключательным схемам, в том числе к проектированию цифровых устройств в ЭВМ (сумматоры)**

Изучить принцип работы переключательной схемы.

Рассмотреть математическую модель представления переключательной схемы с помощью булевых функций.

Изучить цифровые устройств в ЭВМ, работающие по принципу переключательной схемы, (сумматоры).

*Решить задачи 7.4, 7.6, 7.8 (через СКН форму), 7.21 из [3].*

#### **1.25.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2010. – 448 с.

2 Калабеков, Б.А. Цифровые устройства и микропроцессорные схемы: Учебник для техникумов связи / Б.А. Калабеков. – Горячая линия-Телеком, 2003. – 336 с.

3 Игошин, В.И. Задачник-практикум по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с.

4 Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов, 2013. – 132 с.

### **1.26 Тема 26. Приложение логики высказываний к логико-математической практике**

Изучить применение логики высказываний в формулировках и доказательствах математических теорем.

Рассмотреть дедуктивные и индуктивные умозаключения.

Изучить применение логики высказываний в логических задачах.

*Решить задачи 3.10, 3.12, 3.13, 3.20, 3.23, 3.42, 3.45, 3.55 из [2].*

### **1.26.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2010. – 448 с.

2 Игошин, В.И. Задачник-практикум по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с.

3 Молчанов, В.А. Математическая логика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов: Изд-во СГСЭУ, 2011.

4 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.27 Тема 27. Формализованное исчисление предикатов**

Изучить первоначальные понятия формального исчисления предикатов (ИП), системы аксиом, правила вывода.

Разобрать теоремы о связи выводимости в ИП и истинности формул (задачи 1-3, §5)[3].

*Решить задачи 11.1-11.11 из [2].*

### **1.27.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2010. – 448 с.

2 Игошин, В.И. Задачник-практикум по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с.

3 Лавров, И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. – М.: Физматлит – 2004.

4 Молчанов, В.А. Математическая логика: учебное пособие / В.А. Молчанов. – Саратов: Изд-во СГСЭУ, 2011.

5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

## **1.28 Тема 28. Рекуррентные последовательности при обобщениях теоремы Пифагора**

Одно из малоизвестных обобщений теоремы Пифагора получается путем построения неограниченной сети квадратов, инициированной известными построениями Евклида при доказательстве теоремы Пифагора. Полученная таким образом сеть квадратов – так называемые обобщенные пифагоровы построения (ОПП), обладает рядом интересных свойств и, в частности, соответствующие стороны сети ОПП связаны определенным рекуррентным соотношением. Цель работы – работы изучить свойства ОПП. Рекомендуется следующий план работы.

1 Определение ОПП (п.1, [1]).

2 Описание ОПП с помощью оператора поворота (п.2, [1]).

3 Доказательство рекуррентных соотношений при ОПП (п.3, [1]; [2]).

4 Исследование свойств ОПП с помощью рекуррентных соотношений (п.3, [1]; [2]).

5 ОПП, геометрические прогрессии и цепные дроби (п.4, [1]).

6 Доказательство теоремы о семействе гипербол при ОПП (п.5, [1]).

### **1.28.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Фирстов, В.Е. Рекуррентные последовательности при обобщенных пифагоровых построениях и их общая связь с коническими сечениями / В.Е. Фирстов, Деп. ВИНТИ, 10.05.00, N1351 – В00, – 29 с.

2 Маркушевич, А.И. Возвратные последовательности / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1975.



3 Корнилов, П.А. Дискретная математика. Учебное пособие / П.А. Корнилов, Н.И. Заводчикова, Н.А. Прусова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д.Ушинского, 2010, 92 с.

### **1.29 Тема 29. Рекуррентные последовательности при обобщениях задачи Наполеона**

В задаче Наполеона на сторонах произвольного треугольника строятся правильные треугольники, после чего доказывается, что центры построенных треугольников также образуют правильный треугольник. Если подобные построения продолжить, то в результате получится сеть треугольников, обладающая рядом интересных свойств. Указанные построения называют обобщенными наполеоновыми построениями (ОНП) и, в частности, между сторонами соответствующих треугольников сети ОНП обнаруживаются рекуррентные соотношения. Цель курсовой работы – изучение свойств ОНП. Рекомендуется следующий план работы.

- 1 Точка Торричелли – Ферма треугольника.
- 2 Решение задачи Наполеона с помощью оператора поворота.
- 3 Определение ОНП [1].
- 4 Описание ОНП с помощью оператора поворота и доказательство рекуррентных соотношений.
- 5 Изучение свойств ОНП с помощью рекуррентных соотношений [1], [2].
- 6 Асимптотическое поведение треугольников сети ОНП.

#### **1.29.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

- 1 Фирстов, В.Е. Рекуррентные последовательности при обобщенных наполеоновых построениях. Деп. ВИНТИ, 18.01.01, N128 – В2001.
- 2 Маркушевич, А.И. Возвратные последовательности / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1975.

### **1.30 Тема 30. Линейные рекуррентные уравнения**

Достаточно широкий класс числовых последовательностей описывается с помощью линейных рекуррентных (конечно-разностных) уравнений, когда значение очередного члена рассматриваемой последовательности определяется по значениям предшествующих ему членов. Цель курсовой работы – изучить основные методы построения общих решений таких уравнений, свойства пространства решений и рассмотреть некоторые наиболее важные приложения линейных рекуррентных уравнений. Рекомендуется следующий план работы.

1 Общее определение линейного рекуррентного уравнения. Примеры (арифметические и геометрические прогрессии, последовательность Фибоначчи, сумма степеней натуральных чисел и т.п.) ([1], п. 1-4).

2 Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами и методы их решения ([1], п. 5-10; [2], гл. 5, § 4).

3 Пространство решений линейного рекуррентного уравнения ([1], п. 5-9, гл. 5, § 2; 3).

4 Теория Пуанкаре ([2], гл. 5, §5).

5 Линейные рекуррентные уравнения над полями Галуа и их приложения в системах связи и теории кодирования ([3], гл. 13; [4], [5]).

### **1.30.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Маркушевич, А.И. Возвратные последовательности / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1975.

2 Гельфонд, А.О. Исчисление конечных разностей / А.О. Гельфонд. – М.: Наука, 1967.

3 Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г.Биркгоф, Т Барти. – М.: Мир, 1976.

4 Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г. Пильц. – Екатеринбург, 1996.

5 Блейхут, Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут. – М.: Мир, 1986.

6 Корнилов, П.А. Дискретная математика. Учебное пособие / П.А. Корнилов, Н.И. Заводчикова, Н.А. Прусова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д.Ушинского, 2010, 92 с.

### **1.31 Тема 31. Алгоритмы поиска**

В курсовой работе предлагается рассмотреть основные алгоритмы на графах, которые находят применение при сжатии информации, распознавании образов и синтезе баз данных. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Необходимые понятия теории графов ([2], с. 9-43; [1], с. 57-64).

2 Бинарный поиск ([1], с. 64-65).

3 Быстрая сортировка ([1], с. 65-69).

4 Алгоритм Дейкстры ([1], с. 69-72).

#### **1.31.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Гоппа, В.Д. Введение в алгебраическую теорию информации / В.Д. Гоппа. – М.: Наука. Физматлит, 1995.

2 Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон. – М.: Мир, 1977.

3 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

### **1.32 Тема 32. Представление функций $k$ -значных логик формулами**

В курсовой работе предлагается рассмотреть  $k$ -значные логики, которые являются обобщением двузначной логики. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Элементарные функции  $k$ -значных логик и соотношение между ними ([1], гл. 2, §1), ([2], гл. 3, §1).

2 Разложение функций  $k$ -значных логик в первую и вторую формы ([2], гл. 3, §1).

*Решить задачи 1.1.(1-10), 1.2.(1-5), 1.11.(1-10) из [2].*

#### **1.32.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику: учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Садовниченко. – 4-е изд., стер.– М.: Высш. шк.;2003. – 384 с.

2 Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие/ Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. – 3-е изд.,перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.

### **1.33 Тема 33. Замкнутые классы и полнота в $k$ -значных логиках**

В курсовой работе предлагается рассмотреть  $k$ -значные логики, которые являются обобщением двузначной логики. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Некоторые замкнутые классы  $k$ -значных логик. Представление функций из  $P_k$  полиномами по модулю  $k$  ([1], гл. 2, §3,4), ([2], гл. 3, §2).

2 Исследование систем функций  $k$ -значных логик на полноту([1], гл. 2, §2), ([2], гл. 3, §2).

*Решить задачи 2.1.(a-e), 2.2.(1-5), 2.7.(1-7),2.12.(1-3),2.13.(1-4),2.16.(1-4),2.19.(1-5),2.25(1-3) из [2].*

#### **1.33.1 Литература, рекомендуемая для изучения темы**

1 Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику: учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Садовниченко. – 4-е изд., стер. – М.:Высш. шк.;2003. – 384 с.

2 Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие/ Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. – 3-е изд.,перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.

## Интернет ресурсы

1) (<https://www.twirpx.com/file/1702678/grant/>)

(Один из крупнейших образовательных сайтов содержащий тематические разделы по основным направлениям гуманитарных дисциплин, информационных технологий, промышленности, приборостроения, электроэнергетики, экономики и медицины. На данном сайте представлены учебная и профессиональная литература, образовательные ресурсы.);

2) ([http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart\\_101-2015\\_.pdf](http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015_.pdf))

(Общие требования и правила оформления студенческих курсовых работ (СТО 02069024.101–2015));

3) [http://www.mathnet.ru/index.phtml/?option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/index.phtml/?option_lang=rus)

(Общероссийский математический портал, современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России).

### Список использованных источников

1 Сборник тем курсовых работ по математике (алгебра, математическая логика, дискретная математика) методические указания / В.А. Молчанов [ и др.] – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 68 с.

2 Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти. – М., Лань, 2005. – 400 с.

3 Лидл, Р. Конечные поля: в 2-х т. / Р. Лидл, Г. Нидеррайтер. – М.: Мир, 1988. – 800 с.

4 Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г. Пильц. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996. – 744 с.

## **Приложение А**

*(обязательное)*

### **Общие требования, предъявляемые к курсовым работам**

Курсовая работа является самостоятельным научным исследованием. Ее пояснительная записка должна содержать следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- задание;
- аннотацию;
- содержание;
- введение;
- основную часть;
- список использованных источников;
- приложения (при необходимости).

Задание должно включать исходные данные задачи, объем и срок выполнения курсовой работы с подписями руководителя и исполнителя.

Во введении рекомендуется оценить современное состояние решаемой научной проблемы, изложить основные положения и исходные данные для разрабатываемой темы, обосновать ее актуальность и необходимость проведения соответствующих исследований. При необходимости следует дать исторический обзор известных результатов по выбранной теме с указанием списка литературы.

## **Приложение Б**

**(рекомендуемое)**

### **Образец оформления списка использованных источников**

Перечисление источников осуществляется в порядке их появления в тексте курсовой работы.

Пример оформления списка использованных источников для темы курсовой работы «Треугольник Паскаля: его свойства и приложения»

- 1 Абачиев, С.К. Радужная фрактальность треугольника Паскаля / С.К. Абачиев. – Минск, 1999 г. – 168 с.
- 2 Журнал «Мир ПК» №4 1996 г.
- 3 Журнал «Наука и жизнь» №6 1987 г.
- 4 Мартин Гарднер. Глава 17. Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля / Математические новеллы. – Минск: Мир, 1979 г. – 456 с.
- 5 Успенский, В.А. Треугольник Паскаля / В.А. Успенский. – М.: Наука, 1979 г.
- 6 История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. – Т. 2. – М., 1970 г.
- 7 Фукс, Д. Арифметика биномиальных коэффициентов / Д. Фукс, М. Фукс. – Журнал «Квант», 1970 г. – №6. – С. 17 – 25.