

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

*В.Н. Макаров, Ю.Д. Лантух*

# **ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ**

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательные области «Математические и естественные науки» и «Инженерное дело, технологии и технические науки»

Оренбург

2018

УДК 534.1(076.5)

ББК 22.213я7

М15

Рецензент: Манаков Н.А, профессор кафедры общей физики, доктор физико-математических наук, профессор

**Макаров, В.Н.**

М15 Изучение колебаний струны: методические указания/ В.Н. Макаров, Ю.Д. Лантух; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2018.

Методические указания к лабораторной работе включает в себя описание основных положений теории колебаний и волн. Теоретически рассмотрен частный случай теории колебаний и волн – колебания металлической струны.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательные области «Математические и естественные науки» и «Инженерное дело, технологии и технические науки».

УДК 534.1(076.5)

ББК 22.213я7

© Макаров В.Н., Лантух Ю.Д., 2018

© ОГУ, 2018

## Содержание

1 Колебания и волны. Теоретическая часть .....	4
1.1 Гармонические колебания.....	4
1.2 Волновые процессы .....	7
2 Введение в теорию колебаний струны.....	8
3 Практическая часть .....	11
Контрольные вопросы .....	16
Список рекомендуемой литературы.....	17

# Лабораторная работа. Изучение колебаний струны

## Цель:

1. Познакомится с элементами теории поперечных колебаний натянутой струны.
2. Получить устойчивую картину стоячих волн в натянутой струне.
3. Проверить влияние силы натяжения на собственные частоты колебаний струны.
4. Экспериментально определить величину линейной плотности материала струны.

**Оборудование:** тонкая струна, низкочастотный генератор, линейка.

## 1 Колебания и волны. Теоретическая часть

### 1.1 Гармонические колебания

**Колебаниями** называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Например, при колебательном движении маятника изменяется координата его центра масс, в случае переменного тока колеблются значения напряжения и тока в цепи. Физическая природа колебаний в разных физических процессах – разная. Различают колебания механические, электромагнитные, электромеханические и другие, однако все различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями. В данной лабораторной работе рассматриваются механические колебания металлической струны.

Колебания бывают разных типов. Колебания называются **свободными (или собственными)**, если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему, т.е. систему, совершающую колебания.

Простейшим типом колебаний являются **гармонические колебания** – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса). Гармонические колебания важны по следующим причинам:

1) колебания, которые встречаются в природе и технике, часто близки к гармоническим;

2) различные периодические процессы (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) представляют как наложение нескольких гармонических колебаний.

Рассмотрим механические колебания. Гармонические колебания величины  $s$  описываются уравнением типа:

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (1.1)$$

где  $A$  - максимальное значение колеблющейся величины, называемое амплитудой колебания;

$\omega_0$  - круговая (циклическая) частота.

На рисунке 1.1 представлен график гармонического колебания.

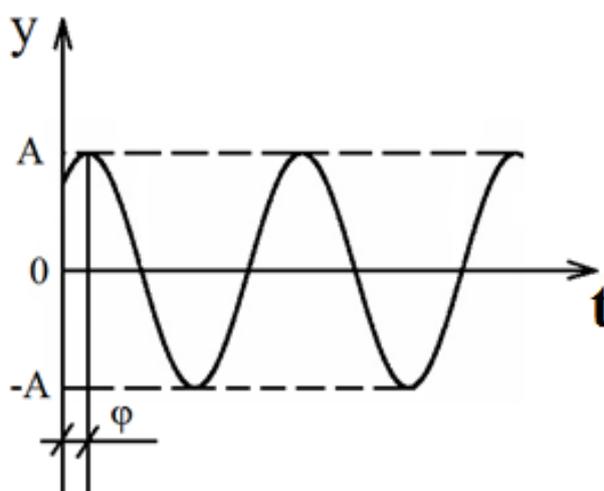


Рисунок 1.1 – График гармонического колебания

Аргумент периодической функции косинуса называется **фазой колебания**, которая определяет смещения колеблющейся величины от положения равновесия в данный момент времени  $t$ . Величина  $\varphi$  в уравнении гармонических колебаний называется **начальной фазой**. Она определяет смещение колеблющейся величины от положения равновесия в начальный момент времени ( $t=0$ ). Значение начальной фазы определяется выбором начала отсчета времени. Так как косинус изменяется в пределах от  $-1$  до  $+1$ , то  $s$  может принимать значения от  $-A$  до  $+A$ . Определенные состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через промежуток времени  $T$ , называемый **периодом колебания**, за который фаза колебания получает приращение  $2\pi$ :

$$\omega_0(t+T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi,$$

следовательно

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (1.2)$$

Величина, обратная периоду колебаний,

$$\nu = \frac{1}{T},$$

то есть число полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется **частотой колебаний**. Из полученных уравнений:

$$\omega_0 = 2\pi\nu. \quad (1.3)$$

Единица частоты - **герц (Гц)**. 1 Гц — частота периодического процесса, при которой за *одну* секунду совершается *один* цикл процесса.

Пусть материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат  $x$  около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты  $x$  от времени  $t$  задается уравнением, аналогичным уравнению (1.1), где  $s = x$ :

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Найдем скорость и ускорение, колеблющейся точки:

$$v = x' = (A \cos(\omega_0 t + \varphi))' = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = v' = (A \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right))' = -A \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi). (*)$$

Случаями таких колебаний являются колебания пружинного и математического маятника. Если в формулу  $F=ma$  подставить формулу (\*), то сила, действующая на колеблющуюся материальную точку пружинного или математического маятника массой  $m$  равна:

$$F = -m\omega_0^2 x. \quad (1.4)$$

Сила (1.4) представляет собой силу, которая направлена в противоположную сторону к положению равновесия (знак минус), а также пропорциональна смещению  $x$  материальной точки.

## 1.2 Волновые процессы

Процесс распространения колебаний в сплошной среде (а также в вакууме) называется **волновым процессом (или волной)**. При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является *перенос энергии без переноса вещества*.

**Упругими (или механическими)** волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают **продольные и поперечные**. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных - в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т. е. в твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, т.е. в твердых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах - как продольные, так и поперечные.

Несмотря на обилие физических процессов, вызывающих волны, их образование происходит по общему принципу.

Возмущение, происходившее в точке А среды в некоторый момент времени, проявляется спустя определенное время на некотором расстоянии  $x$  от точки А, то есть передается с определенной скоростью. **Упругая волна** называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

На рисунке 1.2 представлен график волнового процесса.

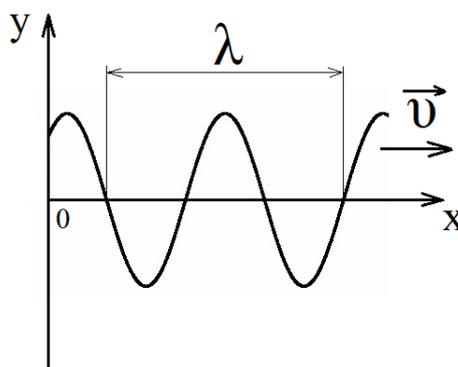


Рисунок 1.2 – График волнового процесса

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется *длиной волны*. Длина волны равна такому расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, т.е.

$$\lambda = \nu T$$

или, учитывая, что  $\nu = \frac{1}{T}$ , где  $\nu$  - частота колебаний,

$$\nu = \lambda \nu.$$

Приведенный график (рисунок 1.2) напоминает график гармонических колебаний (рисунок 1.1), однако, они имеют принципиальные отличия. График волны дает зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени  $y(x)$ , а график колебаний - зависимость смещения данной частицы от времени  $y(t)$ .

## 2 Введение в теорию колебаний струны

Если вывести струну из состояния покоя, то она начнет совершать сложные движения, называемые *колебаниями струны*. Чем быстрее будет рассеиваться энергия, запасенная в струне, тем резче происходит затухание колебаний. Для получения незатухающих колебаний к струне необходимо периодически подводить энергию, то есть приложить вынуждающую силу, поддерживающую колебания струны. Возникающие при этом колебания называются *вынужденными*. Механизм возникновения этих колебаний таков: от места приложения вынуждающей силы, направленной перпендикулярно к струне, в противоположные стороны вдоль струны побегут упругие поперечные волны. На закрепленных концах струны происходит отражение этих волн. Двигаясь в обратном направлении и дойдя до противоположных концов, они вновь отражаются и т.д.

Таким образом, частички струны приходят в сложное состояние поперечного движения, являющегося результатом наложения (суперпозиции) первичной волны, генерируемой вынуждающей силой (с помощью отраженных волн). Если в среде распространяются одновременно несколько волн, то они накладываются друг на друга, не возмущая друг друга. Волна, возникающая при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой, называется *стоячей*. Например, падающая на преграду волна и бегущая ей на встречу отраженная волна, накладываясь друг на друга, дают

стоячую волну. В частности, в натянутой медной струне при возбуждении поперечных колебаний также устанавливаются стоячие волны.

Когда частота вынуждающей силы  $\nu_B$  окажется равной одной из собственных частот  $\nu_n$  колебаний струны, *возникает резонанс*. При этом происходит не только усиление амплитуды вынужденных колебаний, но и существенно упрощается форма колебания струны (рисунок 2.1). В струне устанавливается устойчивая картина стоячих волн: все точки совершают гармоническое колебание с одинаковой частотой  $\nu_B$ .

Численное значение собственных частот  $\nu_n$  определяются силой натяжения струны  $F$ , линейной плотностью материала  $\rho$ , диаметром  $d$  и длиной струны  $l$ :

$$\nu_n = \frac{n}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho}}. \quad (2.1)$$

Из (2.1) следует, что при одной и той же силе натяжения струны имеется целый спектр собственных частот:  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$  и т.д., соответствующих  $n=1, 2, 3, 4$  и т.д. Причем частоты кратные  $\nu_n$  будут кратны  $\nu_1$ .

Самая низкая частота называется *основным тоном*, более высокие *обертонами* или *высшими гармониками*:

$\nu_1$ - основной тон или первая гармоника;

$\nu_2 = 2\nu_1$  - первый тон или вторая гармоника;

$\nu_3 = 3\nu_1$  - второй тон или третья гармоника и т.д.

Запишем уравнение стоячей волны. Для этого выберем ось  $x$  вдоль струны и поместим начало отсчета на ее левом конце. Обозначим через  $y_n$  поперечное смещение от положения равновесия точки струны с координатой  $x$ , совершающей колебания с частотой  $\nu_n$ .

Тогда можем записать, что

$$y_n = a_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) \sin(\omega_n t), \quad (2.2)$$

где  $\omega_n = 2\pi\nu_n$  - круговая частота колебаний струны;

$\lambda_n$  - длина волны с частотой  $\nu_n$ .

$a_n$  - максимальная амплитуда колебания.

Модуль выражения  $a_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right)$  равен амплитуде колебания точки с координатой  $x$ . Он может принимать значения от нуля до  $a_n$ . Точки струны, для которых амплитуда равна нулю (то есть  $a_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) = 0$ ) называются **узлами стоячей волны**; точки, амплитуда колебаний которых наибольшая (то есть  $a_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) = \pm 1$ ), называются **пучностями стоячей волны**. Заметим, что расстояние между соседними пучностями или узлами равно  $\frac{\lambda_n}{2}$ .

Характерной особенностью стоячей волны является также то, что на длине струны  $l$  укладывается целое число полуволн:

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \text{ или } \lambda_n = \frac{2l}{n}. \quad (2.3)$$

Другими словами, резонанс будет возникать при условии, что на длине струны укладывается целое число полуволн (рисунок 2.1).

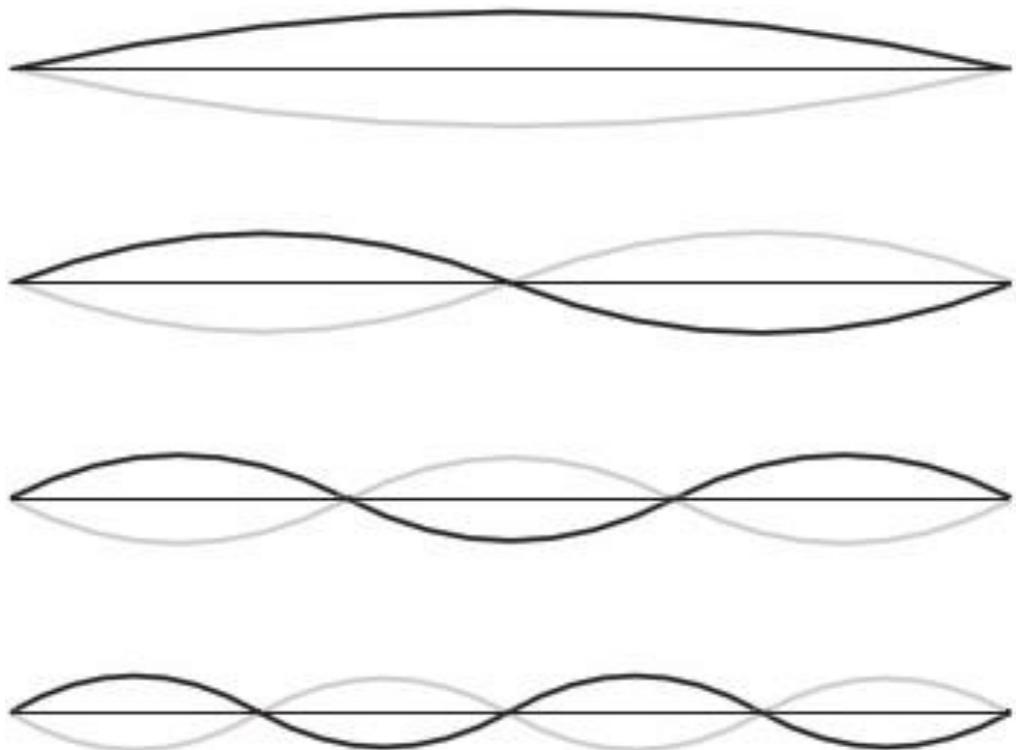


Рисунок 2.1 - Основной тон и обертоны

### 3 Практическая часть

Принцип действия установки основан на возникновении сил, действующих на струну (проводник) с током в постоянном магнитном поле.

Картина колебаний натянутой струны осуществляется путем наложения друг на друга, бегущих в разные стороны, многократно отраженных волн. При некоторых частотах и силе натяжения струны картина стабилизируется – в струне образуется стоячая волна. Частота, при которой образуется стоячая волна, будет равна:

$$v_n = \frac{n}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (3.1)$$

где  $l$  – длина струны;

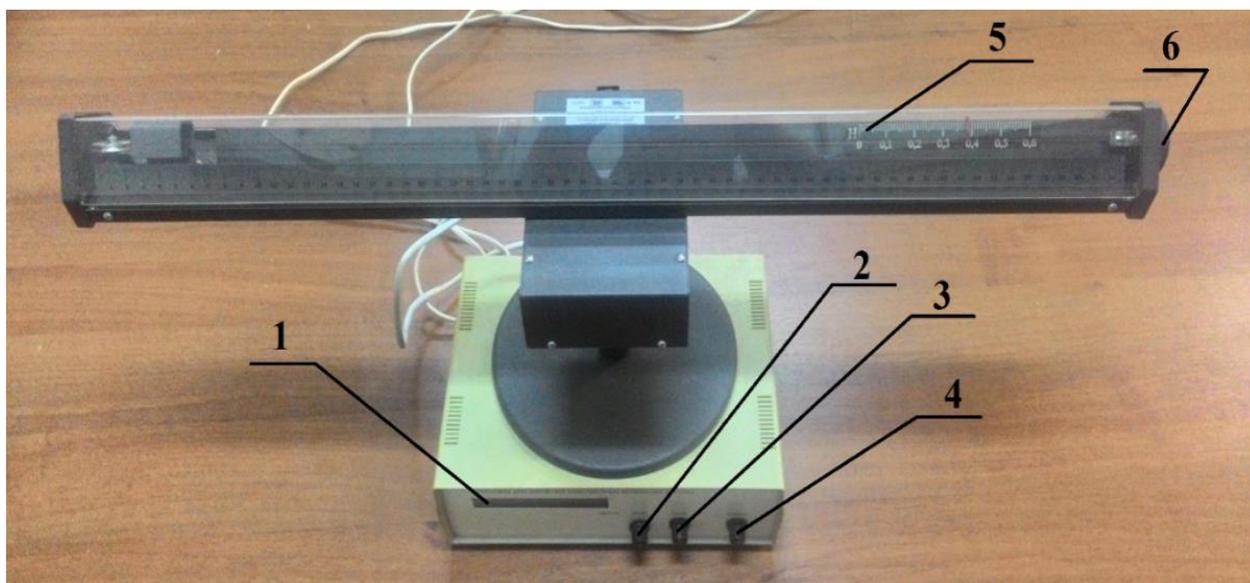
$F$  – сила натяжения струны;

$n$  – количество полуволн;

$\rho$  – линейная плотность струны (масса единицы длины).

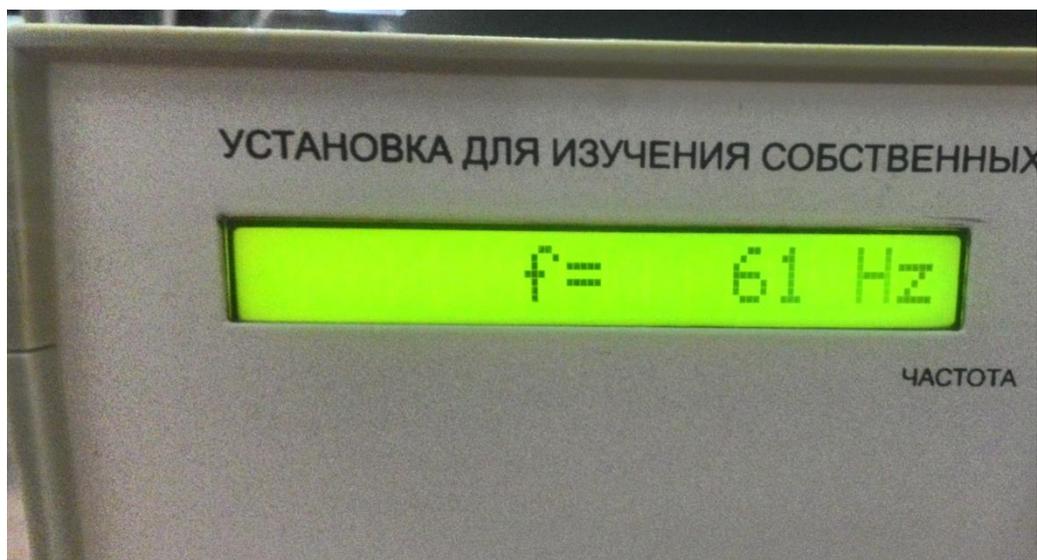
Формула (3.1) соответствует формуле (2.1).

Установка выполнена в настольном исполнении и состоит из объекта исследования и измерительного устройства (рисунок 3.1).



На рисунке:

1 - жидкокристаллический дисплей;



- 2 - ручка «ЧАСТОТА ГРУБО»;
- 3 - ручка «ЧАСТОТА ТОЧНО»;
- 4 - ручка «УРОВЕНЬ»;



- 5 – шкала силы натяжения струны;
- 6 – регулятор силы натяжения струны;



Рисунок 3.1 - Установка для изучения собственных колебаний струны ФПВ-03

Объект исследования состоит из жесткого основания, на котором закреплены постоянные магниты, между полюсами которых натянута струна. Один конец пружины механически связан с винтовым механизмом, при помощи которого осуществляется натяжение струны. Сила натяжения струны измеряется при помощи указателя, перемещающегося по шкале при изменении натяжения струны. Измерение длины стоячих волн, образующихся на струне, производится по миллиметровой шкале, нанесенной на прозрачный кожух, закрывающий переднюю стенку объекта исследования. Для улучшения видимости струны, за ней размещена лампа подсветки. Устройство питания лампы выполнено в виде отдельного блока. Он размещается под основанием объекта исследования. На задней панели устройства питания лампы находятся кабель для соединения с измерительным устройством, шнур для подключения к сети, сетевой выключатель, предохранители и клемма заземления. Стойки устанавливаются на штатив.

В состав устройства измерительного входят генератор синусоидальных колебаний с усилителем мощности для возбуждения колебаний струны и частотомер для измерения частоты генератора.

На задней стенке находятся разъем для подключения объекта исследования, клемма заземления, сетевой шнур с вилкой, сетевые предохранители и сетевой выключатель. На передней панели размещены следующие органы управления:

- ручки «Частота грубо» и «Частота точно» - для установки частоты генератора;
- ручка «Уровень» - для установки необходимой амплитуды выходного напряжения генератора (амплитуда колебаний струны);
- жидкокристаллический дисплей.

### Определение линейной плотности струны.

1. Подключите установку к сети 220 В. Нажмите кнопку СЕТЬ устройства питания лампы. После этого должна загореться лампа подсветки струны. Нажмите кнопку СЕТЬ измерительного устройства. После этого должна засветиться подсветка жидкокристаллического дисплея измерительного устройства, и на дисплее будет отображено значение текущей выставленной частоты.
2. Дайте установке прогреться в течении 3 - 5 мин.
3. Установите натяжение струны **0,3 Н**. Ручку «Уровень» установите в среднее положение.
4. Изменяя при помощи ручек «Частота грубо» и «Частота точно» частоту, получите одну хорошо различимую полуволну на всей длине струны.
5. Увеличивая частоту, кратно полученной, получите различные полуволны на других частотах ( $n$ ).
6. По формуле (3.1) рассчитайте линейную плотность струны.
7. Заполните отдельную таблицу для силы натяжения струны **0,3 Н**.

Натяжение струны, $F$	0,3 Н				
Длина струны, $l$					
Количество полуволн, $n$	1	2	3	4	5
Частота, $\nu$					
Линейная плотность струны, $\rho$					

8. Установите натяжение струны **0,4 Н**. Ручку «Уровень» установите в среднее положение.
9. Увеличивая частоту, кратно полученной, получите различные полуволны на других частотах.
10. По формуле (3.1) рассчитайте линейную плотность струны.
11. Заполните отдельную таблицу для силы натяжения струны **0,4 Н**.

Натяжение струны, $F$	0,4 Н				
Длина струны, $l$					
Количество полуволн, $n$	1	2	3	4	5
Частота, $\nu$					
Линейная плотность струны, $\rho$					

12. Установите натяжение струны **0,5 Н**. Ручку «Уровень» установите в среднее положение.

13. Увеличивая частоту,кратно полученной, получите различные полуволны на других частотах.

14. По формуле (3.1) рассчитайте линейную плотность струны.

15. Заполните отдельную таблицу для силы натяжения струны **0,5 Н**.

Натяжение струны, $F$	0,5 Н				
Длина струны, $l$					
Количество полуволн, $n$	1	2	3	4	5
Частота, $\nu$					
Линейная плотность струны, $\rho$					

**В результате экспериментов должны быть заполнено 3 таблицы.**

16. Постройте зависимость количества полуволн от частоты при различных значениях натяжения струны (на одном графике).

17. Обоснуйте полученный результат и напишите вывод.

## Контрольные вопросы

1. Что такое колебания?
2. Изобразите график гармонического колебания.
3. Что такое волна (волновой процесс)?
4. Изобразите график волны.
5. Чем отличается график колебания от графика волнового процесса?
6. Какие вы знаете типы волн? Какие волны распространяются в твердых, жидких, газообразных телах?
7. Что называют колебанием струны?
8. Что такое основной тон и обертоны?
9. При каком условии возникает резонанс механических колебаний струны?
10. Запишите формулу частоты, при которой образуется стоячая волна. Поясните физические величины, входящие в эту формулу.

## Список рекомендуемой литературы

1. Трофимова, И.Т. Курс физики: учеб. пособие для вузов/ Таисия Ивановна Трофимова. - 11-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2006. - 560 с.
2. Иродов, И.Е. Волновые процессы. Основные законы/ И.Е. Иродов. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999. - 256 с.
3. Бондарев, Б.В. Курс общей физики: учебное пособие. В 3 кн. Кн. 1 Механик / Б.В. Бондарев, Н.П.Калашников, Г.Г. Спирин.. - М.: Высшая школа, 2003. - 352 с.
4. Савельев, И.В. Курс общей физики. Механика, колебания и волны, молекулярная физика/ И.В. Савельев. - Издательство «Наука». - М., 1970. - 504 с.
5. Пухов, А.А. Колебания и Волны в задачах и упражнениях: учебное пособие/ А.А. Пахов. - М., 2017. - 98 с.
6. Валишев, М.Г. Физика: учебное пособие/ М.Г. Валишев, А.А. Повзнер: Колебания и волны. - Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. - 90 с.