Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

Л.А. Суяргулова

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО МАТЕМАТИКЕ (ЧАСТЬ 1)

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 06.03.01 Биология

Оренбург
2018

УДК 378.147:519.8(076.5)
ББК 22.19я7+74.48я7
С79

Рецензент – доктор технических наук, профессор А.И. Сердюк

Суяргулова Л.А.
С79 Рабочая тетрадь по математике (Часть 1): методические указания / Л.А. Суяргулова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2018. – 44 с.

Рабочая тетрадь (часть 1) включает методический материал для организации практических занятий и самостоятельной подготовки студентов.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 06.03.01 Биология.

УДК 378.147:519.8(076.5)
ББК 22.19я7+74.48я7

Содержание

Введение

Настоящие методическое указание знакомит бакалавров факультета химики-биологического факультета очной формы обучения в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет» по направлению подготовки 06.03.01 Биология, с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических биологических задач; прививает умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развивает логическое мышление и повышает общий уровень математической культуры.

Рабочая тетрадь по математике представляет собой методический материал для организации самостоятельной работы студентов дома.

Преподаватель своевременно проверяет рабочую тетрадь и имеет возможность выявить пробелы в знаниях студентов. Преподаватель также имеет возможность проведения индивидуальной работы со студентами, у которых возникли затруднения при выполнении заданий по темам раздела.

Каждая тема состоит из соответствующих занятий.

Материалы занятия содержат:

-контрольные вопросы; студенты, чтобы ответить на них, могут работать с конспектами лекций, учебниками и учебными пособиями по математике;

-заданий для работы в аудитории и для самостоятельной работы различной степени сложности;

-творческих заданий по теме; студенты могут предложить примеры биологических задач, при решении которых можно использовать данную тему или историю развития темы.

В рабочей тетради имеется один типовой вариант расчетно-графического задания.

Расчетно - графическое задание выполняется студентами в отдельной тетради во время самостоятельной работы после изучения соответствующей темы.

Вариант расчетно – графического задания соответствует порядковому номеру обучаемого в журнале группы.

Студенты получают свои варианты расчетно – графического задания у преподавателя, ведущего практические занятия в начале семестра.

Выполненные расчетно – графические задания сдаются не позднее чем за 10 учебных дней до окончания семестра.

Методические указания написаны в соответствии с:

- Федеральным законом от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.12.2013 г. № 1367 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»;
- приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 944 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 06.03.01 Биология»;
- уставом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет».

Математика является обязательной дисциплиной основной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 06.03.01 Биология. Она представляет собой вид учебных занятий, непосредственно ориентированных на профессионально-практическую подготовку обучающихся.

Программа преддипломной практики бакалавров распространяется на все структурные подразделения университета, осуществляющие подготовку бакалавров

1 Матрицы и определители

1.1 Основные сведения о матрицах, определители квадратных матриц

Тематический диктант:

1.Что называется матрицей?

2.Охарактерезовать элементы матрицы А.

3.Какая матрица называется прямоугольной?

4.Какая матрица называется квадратной?

5.Какая матрица называется матрицей – строкой?

6.Какая матрица называется матрицей – столбцом?

7.Какая матрица называется треугольной?

8.Какая матрица называется диагональной?

9.Какая матрица называется единичной?

10.Какая матрица называется нулевой?

11. Когда две матрицы А и В равны?

12.Когда существует и как вычисляется сумма двух матриц А и В?

13.Как осуществляется умножение матрицы на число?

14.Когда существует и как вычисляется произведение двух матриц А и В?

15.Как осуществляется транспонирование матрицы?

<u>Основные свойства операций над матрицами</u>. (<u>Завершите равенство</u>.)

1) A+B = __________; 2) A+(B+C) =__________;3) (α +β)A =__________;

4) α(A+B) =________; 5) (A+B)·C=___________;6) C(A+B)=___________;

7) (αA)B=__________; 8) (AB)·C=____________;9) $(AB)^{т}$=_____________;

<u>Практические задания</u>:

Даны матрицы:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad A_2 := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A_3 := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_1 := \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B_2 := \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad B_3 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы:

1. $C_1 := A_1 \cdot B_1$

Найти матрицы:

2. $C_2 := B_1 \cdot A_1$

3. $C_3 := \left(2 \cdot A_1 - B_1^{T}\right) \cdot B_1 + 2E$

4. $C_4 := \left(A_2\right)^3 - B_2$

5. $C_5 := \left(B_3 - A_3^{T}\right) \cdot A_3 - E$

6. Предприятие производит мебель трех видов и продает ее в четырех регионах. Матрица B=(b_{ij})=$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ задает цену реализации единицы мебели i-го типа в j-м регионе. Определить выручку предприятия в каждом регионе, если реализация мебели за месяц (по видам)задана матрицей A=$\begin{pmatrix} 200 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix}$

.

1.2 Определители квадратных матриц.

Тематический диктант:

1. Дать определение определителя квадратной матрицы n-го порядка или просто

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

определителя n-го порядка.

___

___

___

2. Как вычисляется определитель (детерминант) матрицы второго порядка? $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

3. Как вычисляется определитель (детерминант) матрицы третьего порядка?

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

4. Что называется минором M_{ij} элемента a_{ij} матрицы А?

___

5. Как вычисляется минор M_{21} матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$?

___

6. Что называется алгебраическим дополнением A_{ij} элемента a_{ij} матрицы А?___

7. Как вычисляется алгебраическое дополнение A_{23} матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$?

____

8. Свойства определителей.

Продолжите предложения:

*1.*Если какая либо строка (столбец) матрицы состоит из одних нулей, то ее определитель равен ______.

2. Если все элементы какой – либо строки(столбца) умножить на число λ, то ее определитель ___________________________________.

3. При транспонировании матрицы ее определитель ___________________________.

4. Если поменять местами две строки определителя (два столбца), то ____.

5. Если квадратная матрица имеет две одинаковые строки (столбца), то ее определитель _______________________.

6. Если элементы двух строк (столбцов) матрицы пропорциональны, то ее определитель ______________________.

7. Сумма произведений элементов некоторой строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения другой строки равна ____________________________.

8. Если к элементам какой либо строки (столбца) матрицы прибавить элементы другой строки (столбца), предварительно умноженные на одно и тоже число то ее определитель _________________________________.

9. Сумма произведений чисел $b_1, b_2, ...b_n$ на алгебраическое дополнение элементов любой строки (столбца) равна ____

10. Определитель произведения двух квадратных матриц равен ____.

11. Сформулировать теорему Лапласа. _______________________________________

12. Как вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ разложением по элементам третей строки?

____.

13. Чему равен определитель треугольной матрицы?

____

<u>Практические задания</u>**:**

1. Вычислить определители второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$ ……. в) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} =$

б) $\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} =$ г) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} =$

2. Вычислить определители третьего порядка:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} =$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$

в) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} =$

Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

3. Вычислить определители четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -10 & -2 & -5 \end{vmatrix} =$$

1.3 Обратная матрица.

Тематический диктант**:**

1. Записать определение обратной матрицы.

____

____

2. Записать алгоритм вычисления обратной матрицы.

1. ____

____

2. ____

3.

____

4. ____

5.

____

3. Сформулировать теорему о существовании и единственности обратной матрицы.

____

____

4. Заданы матричные уравнения а) $AX = B$ и б) $XA = B$. Если определитель матрицы А не равен нулю, то существует единственная матрица A^{-1}, обратная к матрице А. Умножим обе части уравнения в случаи а) с____ и в случаи б) с____ на A^{-1}. Получим : а) X=____________________ , б) X=____________________________.

5. Задано матричное уравнение AXB=C. Если определитель матриц A и B не равны нулю, то соответственно существуют единственные матрицы A^{-1} и B^{-1}, обратные к матрицам A и B. Умножим оби части уравнения на A^{-1} с_____ и на B^{-1} с_____ . Получим X=_______.

<u>Практические задания:</u>

1. Найти обратную матрицу для следующих матриц:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

2. Найти обратную матрицу для следующих матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу для следующих матриц:

а) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

4.Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

б) $X \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

5. Решить матричные уравнения:

а) $$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -15 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -10 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

б) $$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

в) $$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.4 Ранг матрицы.

Тематический диктант:

1. Что называется рангом матрицы?

____
____
____

2. Следствия из определения ранга матрицы (свойства ранга матрицы). Продолжите предложения:

а) ранг матрицы не превосходит ____________ее размера, т.е. r(A)__________;

б) r(A)=0 тогда и только тогда, ______________________________________, т. е. ____;

в) для квадратной матрицы n – го порядка r(A)=n тогда и только тогда, ____.

3. Перечислить элементарные преобразования над строками или столбцами матрицы:

*1.*____
*2.*____
*3.*____
*4.*____
*5.*____

4. Пояснить порядок определения ранга матрицы методом элементарных преобразований (методом Гаусса).

____
____
____
____
____
____
____
____
____

5. Пояснить порядок определения ранга матрицы методом окаймления отличного от нуля минора.

____
____
____
____

6. Пояснить порядок определения ранга матрицы методом вычленения отличного от нуля минора высшего порядка.

Практические задания**:**

1. Найти ранг матриц методом окаймления:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 7 & 5 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & -6 & 18 \\ -2 & 2 & 4 & -12 \\ 1 & -1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

2. Найти ранг матриц методом вычленения

а) $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & -8 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 10 & 24 & 20 & -44 & -10 \\ 2 & 3 & 6 & 12 & 17 \\ 5 & 10 & -10 & 10 & 25 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Найти ранг матриц с помощью элементарных преобразований

а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 11 & 3 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 30 & 17 & 12 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 5 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1 & -6 & 1 \\ 7 & -2 & 15 \end{pmatrix}$

5. Найти максимальное число линейно независимых столбцов матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -5 & -2 \\ 5 & 3 & -7 & -2 \end{pmatrix}$

3. Творческая работа (это интересно знать)

2. Системы линейных алгебраических уравнений

2.1. Метод обратной матрицы (матричный способ)

Тематический диктант:

1.Матрицей называется:

____

____

2.Для матрицы А обратной является A^{-1},если

____

3.Невырожденной матрицей называется_______________________________________

4.Необходимое и достаточное условия существования обратной матрицы

____

____

5. Сформулировать алгоритм нахождения обратной матрицы к матрице $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

1.

2.

3.

4.

5.

2. Решение матричных уравнений :

если $AX = B$,	*если* $XA = B$,	*если* $A\,X\,B = C$,
то $X=$	*то* $X=$	*то* $X=$

3. Дайте определения следующим понятиям:

№	Основные понятия	Определения
1	Неоднородная система линейных уравнений (НСЛУ)	
2	Решение системы линейных уравнений (СЛУ)	
3	Совместная система линейных уравнений (СЛУ)	
4	Несовместная СЛУ	
5	Определенная СЛУ	
6	Неопределенная СЛУ	
7	Эквивалентная СЛУ	
8	Элементарные преобразования	А) Б) В) Г)

4. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} X_1 - X_2 + X_3 = 3 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 = 11 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 = 8 \end{cases}$$

2.2 Формулы Крамера.

Тематический диктант:

1. Записать формулы Крамера в общем виде:
2. Всегда ли для решения НСЛУ применимы формулы Крамера?
3. Как найти Δ_j ?
4. Для каких систем линейных уравнений метод Крамера не уместен?
5. Что такое детерминант?

2. Решение системы по формулам Крамера. $\begin{cases} X_1 - X_2 + X_3 = 3 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 = 11 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 = 8 \end{cases}$

№	Алгоритм	Выполнение соответствующих действий
1	Запишем матрицу коэффициентов A; вектор-столбец свободных членов B	
2	Найдем определитель матрицы A (детерминант Δ)	
3	Найдем определители Δ_1, Δ_2, Δ_3; (в главном определителе заменяем столбец j,столбцом свободных членов)	
4	Найдем решение по формуле: $x_j = \dfrac{\Delta_j}{\Delta}$	

. Практические задания:

1. Решить систему методом обратной матрицы.

а) $$\begin{cases} \quad\quad 3X_2 + 4X_3 = -6 \\ 2X_1 + X_2 - X_3 = 0 \\ X_1 + X_3 = 1 \end{cases}$$

б) $$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + 2X_3 - 7 = 0 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 + 2 = 0 \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 - 9 = 0 \end{cases}$$

в) $\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 = 6 \\ 2X_1 - X_3 + 4 = 0 \\ 3X_1 + X_2 - X_3 = -2 \end{cases}$

2. Решить систему по формулам Крамера. а) $\begin{cases} X_1 - 2X_2 - 3X_3 = -1 \\ 2X_1 - X_2 + X_3 = -3 \\ 3X_1 + X_2 + X_3 = 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 2X_3 - 8 = 0 \\ X_1 - X_2 + X_3 = 3 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 - 11 = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = 7 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 = 12 \\ X_1 - X_2 + X_3 = 3 \end{cases}$

2.3 Метод Гаусса

•

. <u>Тематический диктант:</u>

1**.**В чем заключается универсальность метода Гаусса?

2.В чем суть (содержание) метода Гаусса?

3.Выделим 2 этапа:

Прямой ход	
Обратный ход	

4.Вывод по решению системы из 3-х уравнений с 3-мя переменными:

№	Ситуация	Вывод / ответ
1	$a_{33}^* \neq 0$	
2	$a_{33}^* = 0$ $в_3^* = 0$	
3	$a_{33}^* = 0$ $в_3^* \neq 0$	

5.Заполнить схему исследования матрицы ступенчатого вида для системы из m-уравнений с n- неизвестными

	Ситуация	Ответ
1		Система несовместна
2		Система имеет бесконечное множество решений
3.		Система имеет единственное решение

6.Определение расширенной матрицы

____

____

ЗАМЕЧАНИЕ: преобразования Гаусса удобнее проводить не с самими уравнениями, а с матрицей их коэффициентов.

Практические задания:

1. Решить неопределенную систему линейных уравнений (НСЛУ) методом Гаусса.

а) $$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 6 \\ 3X_1 + 3X_2 - X_3 = 4 \\ 3X_1 + X_2 - 4X_3 = 0 \end{cases}$$

2. Решить неопределенную систему линейных уравнений (НСЛУ) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 5 \\ 3X_1 - X_2 + 2X_3 + X_4 = 1 \\ X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 = 6 \\ 6X_1 + 4X_2 + 4X_3 + 6X_4 = 1 \end{cases}$$

3. Решить неопределенную систему линейных уравнений (НСЛУ) методом Гаусса

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 2 \\ 2X_1 + 2X_2 - X_3 + 2X_4 = -2 \\ X_1 - X_2 - X_4 = 2 \end{cases}$$

2.4 Решение системы m-уравнений с n-переменными. (теорема Кронекера – Капели).

Тематический диктант:

1. Записать определение ранга матрицы:

___

___

2. Перечислить способы нахождения ранга матрицы:

___

___

___

___

3. Чему равен ранг матрицы ступенчатого вида?

___

___

4. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли

___

___

5. На какой вопрос отвечает теорема Кронекера - Капелли?

___

___

6. Для совместных систем справедливы следующие теоремы

	Условия	Вывод
1	$r = n$	
2	$r<n$	

7. Может ли выполняться условие $r>n$? Ответ обосновать

8. Какие переменные называются базисными? Сколько их?

9. Какие переменные называются свободными? Сколько их?

10. Как найти общее решение СЛУ?

11. Как найти частное решение СЛУ?

12. Записать алгоритм решения СЛУ, применяя теорему Кронекера – Капелли и решить систему уравнений $\begin{cases} 2X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 5 \\ X_1 + 2X_2 - 2X_3 + 3X_4 = -6 \\ 3X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = -1 \end{cases}$, найти одно из базисных решений.

	Алгоритм	Выполнения соответственных действий
1		

2		
3		
4		
5		
6		
7		

Практические задания:

1. Найти все базисные решения для системы из п.12).

Алгоритм				
Базисные переменные	X_1X_3	X_1X_4	X_2X_4	X_3X_4
Свободные переменные	$X_2 = X_4 = 0$	$X_2 = X_3 = 0$	$X_1 = X_3 = 0$	$X_1 = X_2 = 0$
Соответствующие системы				
Базисное решение				

2. Найти все виды решений для системы по предложенному алгоритму

$$\begin{cases} X_1 - 2X_2 + X_3 + X_4 = 1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 - X_4 = -1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 + 5X_4 = 5 \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы и одно из базисных решений.

$$\begin{cases} X_1 - 2X_2 + X_3 + X_4 = 1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 - X_4 = -1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 + 5X_4 = 5 \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных уравнений

а) $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - X_3 = 0 \\ 2X_1 - 3X_2 + 2X_3 = 0 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 2X_4 = 0 \\ 11X_1 + 17X_2 - 8X_3 + 4X_4 = 0 \\ 2X_1 + 4X_2 - 6X_3 + 3X_4 = 0 \end{cases}$

Список литературы

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] :в 2 ч.: пособие / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова.- 7-е изд. – М. : Оникс :Мир и Образование, 2006/2012 – ISBN 978-5-94666-566-7.

2. Шипачев, В.С. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 479 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=469720.

3. Зубова, И.К. Основы математического анализа (модуль «Функции нескольких переменных») [Электронный ресурс] : самоучитель / И. К. Зубова и [др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования «Оренбург. гос. ун-т».- Электрон. текстовые дан. (1 файл: Kb). – М. : ГОУ ОГУ, 2011. – Adobe Acrobat Reader 5.0 http://artlib.osu.ru/web/book/metod_all/2838_20110928.pdf

Приложение А

(обязательное)

Расчетно-графические задания по математике 1 курс I семестр Био(ба)

Вариант1

1. Решить систему уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

2. Решить систему методом Гаусса и укажите одно из базисных решений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$$

4. Выполните операции над матрицами D=(A×B)^T + 2C.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 3 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -1 \\ -1 & 7 & 3 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Вычислите определитель матрицы.

$$\text{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 4 & 7 & 8 \\ 2 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$

1. При каких значениях α и β векторы

   а) коллинеарны

   б) ортогональны

2. При α= 3 и β=-1 найти

   а) площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

б) длину диагоналей параллелограмма

в) угол между диагоналями параллелограмма

7. В треугольнике ABC найти

а) длину стороны AB

б) уравнение стороны AB

в) уравнение высоты CD и ее длину

г) уравнение медианы AM

д) уравнение средней линии $A_1B_1 \parallel AB$

е) площадь треугольника

ж) сделать чертеж, если координаты вершин треугольника

A (-2;1) B(10;10) C (8;-4)

8. Доказать, что векторы $\bar{a}$ (5; 4; 1), $\bar{b}$ (-3; 5; 2), $\bar{c}$ (2; -1; 3) образуют базис и найти координаты $\bar{d}$ (7; 5; 4) в этом базисе

Приложение Б

Интернет-ресурсы *(обязательное)*

1. http://elibrary.ru/ – научная электронная библиотека

2. http://www-stat.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn/ Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The elements of statistical learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd Edition. Springer, 2009.

3.http://www.intuit.ru – Интернет-университет информационных технологий

4. http://moodle.osu.ru/ – электронная система обучения ОГУ

5. http://www.mathnet.ru/ – общероссийский математический портал

6.http://www.sosmath.com/ – Математика: от алгебры к дифференциальным уравнениям

7. http://www.siam.org/ – Общество прикладной математики

8. http://highermath.ru – Сайт посвящен высшей математике для ВУЗов, а также содержит библиотеку по математике для студентов, абитуриентов и школьников

9. http://www.mathtree.ru/ – Каталог математических интернет-ресурсов

10. http://www.keldysh.ru/e-biblio/ – Электронная библиотека Института прикладной математики им. М.В.Келдыша

11. http://www.mathforum.ru/ – Форум Мехмата МГУ по высшей математике

Приложение В
Справочный материал *(необязательное)*

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Можно ли складывать матрицы разного размера?
2. Как осуществляется операция умножения матрицы на число?
3. По какому правилу производится умножение матриц?
4. Что называется минором элемента квадратной матрицы?
5. Что называется алгебраическим дополнением элемента квадратной матрицы?
6. По какой формуле вычисляется определитель квадратной матрицы второго порядка?
7. По какой формуле вычисляется определитель квадратной матрицы третьего порядка?
8. Что называется обратной матрицей?
9. Для каких матриц существуют обратные?
10. Что называется теоремой Кронекера-Капелли?
11. Что такое формулы Крамера для решения систем линейных уравнений?
12. Для каких систем решение можно найти, используя формулы Крамера?
13. Какова схема решения систем линейных уравнений методом Гаусса?
14. Что называется базисной переменной?
15. Что называется свободной переменной?
16. Что называется собственным вектором матрицы?
17. Что называется собственным значением матрицы?
18. Что называется рангом матрицы?