

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

Л.А. Суяргулова

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО МАТЕМАТИКЕ (ЧАСТЬ 2)

Методические указания

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 06.03.01 Биология

Оренбург
2018

УДК 378.147:519.8(076.5)

ББК 22.19я7+74.48я7

С79

Рецензент – доктор технических наук, профессор А.И. Сердюк

Суяргулова Л.А.

С79 Рабочая тетрадь по математике (Часть 2): методические указания / Л.А. Суяргулова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2018. – 56 с.

Рабочая тетрадь (часть 2) включает методический материал для организации практических занятий и самостоятельной подготовки студентов.

Методические указания предназначены для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 06.03.01 Биология.

УДК 378.147:519.8(076.5)

ББК 22.19я7+74.48я7

©Суяргулова Л.А., 2018

© ОГУ, 2018

Содержание

Введение	4
1 Введение в математический анализ.....	6
1.3 Предел функции.	18
1.4 Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.	26
1.5. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смыслы ...	30
1.6 Производные сложной, обратной и неявной функций.....	33
1.7 Понятие дифференциала функции	37
1.8 Полное исследование функции и построение ее графика	39
2 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	45
2.1 Понятие функции нескольких переменных.....	45
2.2 Предел и непрерывность функции.....	
2.3 Частные производные и дифференцируемость, дифференциал функции.....	
2.4 Экстремумы функции нескольких переменных.....	
Список литературы.....	49
Приложение А.....	50

Введение

Преподавание математических дисциплин для студентов биологических специальностей включает следующие задачи: ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических биологических задач; привить умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры.

Рабочая тетрадь по математике представляет собой методический материал для организации самостоятельной работы студентов дома.

Преподаватель, своевременно проверяя рабочую тетрадь, имеет возможность выявить пробелы в знаниях студентов и организовать индивидуальную работу со студентами, у которых возникли затруднения при выполнении заданий по темам раздела «Элементы математического анализа» дисциплины «Математика».

Каждая тема включает:

– контрольные вопросы, в виде тематического диктанта; студенты, чтобы ответить на них, могут работать с конспектами лекций, учебниками и учебными пособиями по математике;

– определения основных понятий темы;

– выполнение ключевых заданий темы по предложенному алгоритму;

– задания для самостоятельной работы различной степени сложности;

– творческие задания; студенты могут предложить примеры биологических задач, при решении которых можно использовать данную тему или историю развития темы.

Данная рабочая тетрадь рекомендована для организации самостоятельной работы бакалавров факультета химии-биологического факультета очной формы обучения в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет» по направлению подготовки 06.03.01 Биология, с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических биологических задач;

прививает умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развивает логическое мышление и повышает общий уровень математической культуры.

Методические указания написаны в соответствии с:

- Федеральным законом от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

- приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.12.2013 г. № 1367 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»;

- приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 944 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 06.03.01 Биология»;

- уставом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет».

1 Введение в математический анализ

1.1 Функции одной переменной

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Что называется функцией?

2. Какие способы задания функции вы знаете?

3. Какие функции называются элементарными?

4. Что называется областью определения функции?

5. Что называется областью значения функции?

6. Как построить график функции с помощью преобразований?

Продолжите предложения:

- График функции $y=f(x)+a$ получается из графика функции $y=f(x)$

- График функции $y=f(x-b)$ получается из графика функции $y=f(x)$

- График функции $y=kf(x)$ получается из графика функции $y=f(x)$ растяжением (сжатием) по оси _____

- График функции $y=f(mx)$ получается из графика функции $y=f(x)$ сжатием (растяжением) по оси _____

- График функции $y=-f(x)$ получается из графика функции $y=f(x)$ симметричным отображением относительно оси _____

- График функции $y=f(-x)$ получается из графика функции $y=f(x)$ симметричным отображением относительно оси _____

2. Дайте определения следующим понятиям:

№	Основные понятия	Определения
1	Функция	
2	Чётная функция	
3	Нечётная функция	
4	Функция монотонно возрастающая (убывающая) на интервале (а, в)	

5	Основные элементарные функции	1. Степенная
		2. Показательная
		3. Логарифмическая
		4. Тригонометрические: _____
		5. Обратные тригонометрические: _____

3. Практические задания по теме:

1. Даны функции, заполните таблицу:

$$y = 3x^2 + \sin x; \quad y + \ln(xy) = \cos \frac{x}{y}; \quad y = \operatorname{tg}(x^2 + 7x); \quad y = \cos(2x + 3);$$

$$y = (5x^3 + 2x) \ln x; \quad \frac{y}{x} + 5^{x+y} = \ln y; \quad y = \cos(x^3 + 2y) - \sin 3x;$$

$$y = \arccos\left(\frac{3x^2 - 2x}{5x + 3}\right); \quad y - 3x^2 + \cos 3x = 5.$$

Функция задана в явном виде	Функция задана в неявном виде	Функция является сложной	Функция не является сложной

(для выполнения задания вспомните необходимые определения)

2. Найти область определения функции: $y = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2 - 2}} + \ln(2x - 1)$

Чтобы найти область определения функции, можно воспользоваться алгоритмом:

№	Алгоритмы	Ситуация предложенному алгоритму
1	Выписать элементарные функции из которых состоит данная функция	
2	Записать области определения выделенных функций	
3	Найти решение полученной системы	
4	Выписать области определения исходной функций	

4. Задания для самостоятельной работы

Найти область определения функций:

1. $g(x) = \frac{2x}{3 + 2x - x^2}$

2. $\varphi(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-3}} - \ln(2x-3)$

3. $f(x) = \lg(x^2 - 5x + 6)$

4. $f(x) = 2^{\frac{1}{x}} + \arcsin \frac{x+2}{3}$

5. $f(x) = \arccos(x-2) - \ln(x-2)$

7. $f(x) = \frac{\lg(3-x)}{\sqrt{4-x^2}}$

8. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2x+1}} - \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+5}}$

9. $f(x) = 5^{\frac{1}{x^2-1}}$

10. $f(x) = \frac{\lg(x-5)}{x^2-x}$

Построить график функции с помощью преобразований:

$$y = 7 + 6x - x^2; \quad y = \frac{3x - 2}{x + 1}; \quad y = 3 \cdot 2^{x+1}; \quad y = 2 \log_2(x + 4); \quad y = 2 \cos(x - 1); \quad y = \frac{1}{2} \sin 3x$$

1.2 Числовая последовательность.

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Что называется числовой последовательностью?

2. Как найти члены последовательности, зная формулу общего члена?

3. Дайте определение предела последовательности:

4. Как при нахождении предела последовательности раскрывать неопределённости вида $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\infty - \infty)$?

2. Практические задания по теме:

1. Написать первые пять членов последовательности, и изобразить их на числовой прямой:

$$x_n = 2^{n+1}; \quad x_n = (-1)^n + 1; \quad x_n = n^2 + 2n - 1; \quad x_n = \frac{3n-1}{n+2}; \quad x_n = \frac{n^2-1}{2n+1}; \quad x_n = \frac{3n-5}{n^3}$$

2. Зная первые члены последовательности, написать формулу её общего члена:

1, 1/3, 1/5, 1/7, ... _____

1, 1/4, 1/9, 1/16, 1/25, ... _____

2 $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{4}$... _____

-1, 2, -3, 4, 5, ... _____

3. Доказать, что число является пределом последовательности, пользуясь определением:

При выполнении задания 3 можно пользоваться следующим алгоритмом:

Берём любое $\varepsilon > 0$, составляем неравенство $|x_n - A| < \varepsilon$, решаем это неравенство относительно n , в результате решения находим число, зависящее от ε , обозначим его за N , получим неравенство $n > N$.

Рассмотрим пример: Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{2n-1} = \frac{1}{2}$

Берём любое $\varepsilon > 0$, составляем неравенство $\left| \frac{n+3}{2n-1} - \frac{1}{2} \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{2n+6-2n+1}{4n-2} \right| < \varepsilon$

$\Rightarrow \left| \frac{7}{4n-2} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{7}{4n-2} < \varepsilon \Rightarrow \varepsilon \cdot (4n-2) > 7 \Rightarrow n > \frac{7}{4\varepsilon} + \frac{1}{2}$. Если $\varepsilon = 0,1$, то $n > 18$

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{4n-1} = \frac{1}{2}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n+1} = \frac{3}{2}$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n^2} = 1$$

4. Найти предел последовательности:

При нахождении предела последовательности могут встретиться следующие неопределённости $[\frac{\infty}{\infty}]$, $[\infty - \infty]$. Чтобы устранить неопределённость 1-ого вида разделите числитель и знаменатель дроби на степень с наивысшим показателем, найти полученный предел.

№	Алгоритмы	Выполнение соответствующего алгоритма
1	Подставить предельное значение n в выражение	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 5n + 7}{2 - 6n^3} = \frac{3(\infty)^3 - 5(\infty) + 7}{2 - 6(\infty)^3}$
2	Определить вид неопределённости	$[\frac{\infty}{\infty}]$
3	Находим степень с наивысшим показателем	n^3
4	Делим числитель и знаменатель дроби на n^3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{5}{n^2} + \frac{7}{n^3}}{\frac{2}{n^3} - 6} = \frac{3 - 0 + 0}{0 - 6} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$

Чтобы устранить неопределённость 2-ого вида надо умножить и разделить разность на сопряжённое выражение, выполнить преобразования и найти предел.

№	Алгоритмы	Выполнение соответствующего алгоритма
1	Подставить предельное	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 1} - n) = \sqrt{(\infty)^2 - 1} - (\infty)$

	значение n в выражение	
2	Определить вид неопределённос ти	$[\infty - \infty]$
3	Умножаем и делим на сопряжённое выражение	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 - 1} - n)(\sqrt{n^2 - 1} + n)}{\sqrt{n^2 - 1} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1 - n^2}{\sqrt{n^2 - 1} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{n^2 - 1} + n}$
4	Найти предел полученного выражения	$\frac{-1}{\infty} = 0$

3. Задания для самостоятельной работы

Найти пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 5n^3 + 8n}{2 - 3n^4}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2}{5n^3 + 4n^2 - 2n + 1}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n^3 + 10n}{5 + 4n^4}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 7n}}{6n^2 + 8}$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 7}{\sqrt{9n^2 - 6}}$

1.3 Предел функции.

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Что называется пределом функции в точке?

2. Что называется пределом функции на бесконечности?

3. Сформулируйте основные теоремы о пределах:

4. Какая величина называется бесконечно малой? Приведите пример:

5. Какая величина называется бесконечно большой? Приведите пример:

6. Запишите первый и второй замечательные пределы.

2. Практические задания по теме:

Задание 1. Доказать, что число А является пределом функции: $\lim_{(x \rightarrow 3)} (2x - 1) = 5$

Пример: Возьмём любое $\varepsilon > 0$, составим неравенство $|2x - 1 - 5| < \varepsilon$, решим полученное неравенство $|2x - 6| < \varepsilon \leftrightarrow -\varepsilon < 2x - 6 < \varepsilon \leftrightarrow 6 - \varepsilon < 2x < 6 + \varepsilon \leftrightarrow$

$$3 - \varepsilon/2 < x < 3 + \varepsilon/2 \leftrightarrow |x - 3| < \varepsilon/2 \leftrightarrow \delta = \varepsilon/2$$

Итак, для любого $\varepsilon > 0$, нашли $\delta = \varepsilon/2$, что для всех x , удовлетворяющих неравенству $|x - 3| < \delta$, выполняется неравенство $|2x - 1 - 5| < \varepsilon \Rightarrow \lim_{(x \rightarrow 3)} (2x - 1) = 5$.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3) = 1$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3) = 1$

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1}{x} = 2$

Задание 2. Найти предел функции:

При выполнении данного задания могут встретиться следующие неопределённости

$\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, (1^∞) . Чтобы устранить неопределённость 1-ого вида разделите числитель и знаменатель дроби на степень с наивысшим показателем, найти полученный предел см. (предел последовательности).

Чтобы устранить неопределённость 2-ого вида, можно разложить на множители и числитель, и знаменатель дроби или домножить и числитель, и знаменатель на одно и то же выражение, приводящее к формулам сокращенного умножения.

Рассмотрим ряд примеров:

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 7x + 12}$

№	Алгоритмы	Выполнение соответствующего алгоритма
1	Подставить предельное значение x в выражение	
2	Определить вид неопределённости	
3	Разложить и числитель, и знаменатель дроби на множители	
4	Сократить дробь	
5	Подставить предельное значение x в сокращенную дробь	

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

№	Алгоритмы	Выполнение соответствующего алгоритма
1	Подставить предельное значение x в выражение	
2	Определить вид неопределённости	
3	Умножим и числитель, и знаменатель дроби на сопряженные выражения	
4	Выполнить преобразования	

5	Подставить предельное значение x в сокращенную дробь	
---	--	--

Замечательные пределы:

1-ый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

Решение: 1) Сделаем замену $y=ax$; тогда $y \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$ и $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} =$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{\left(\frac{y}{a}\right)} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{a \sin y}{y} = a \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = a$$

2) Поделим числитель и знаменатель дроби под знаком предела на x и воспользуемся предыдущим пределом:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 5x}{x}}{\frac{\sin 3x}{x}} = \frac{5}{3};$$

3) Воспользуемся тригонометрическим тождеством: $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$, тогда получим

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{2 \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

4) Сделаем замену $y = \arcsin x$, тогда получим $x = \sin y$. Из того, что $x \rightarrow 0$, следует $y \rightarrow 0$,

поэтому $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\sin y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\sin y}{y}} = 1$.

2-ой замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ или $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^x$

Решение:

1) В данном случае имеем неопределённость вида 1^∞ . Для её раскрытия воспользуемся 2-м замечательным пределом, сделав замену переменной

$$\frac{k}{x} = \frac{1}{y} \Rightarrow x = ky$$

Тогда $y \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow \infty$, выполним подстановку $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x =$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{ky} = \left(\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y\right)^k = e^k$$

2) Для нахождения данного предела можно воспользоваться алгоритмом:

№	Алгоритмы	Выполнение соответствующего алгоритма
1	Подставить предельное значение x в выражение	
2	Определить вид неопределённости	
3	Преобразовать выражение к виду, позволяющему использовать 2-ой замечательный предел	

3. Задания для самостоятельной работы

Найти пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 + 4x + 1}$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 2x - 8}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{x^2 + 2x - 5}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x^2 - 4}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$$

=

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x-1}\right)^{4x+1}$$

=

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x - 2}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{\sqrt{3-2x} - 3}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x+4}\right)^{2x-1}$$

=

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 3x^2 - 8}{3x^2 - 8x + 4} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x - 1}{3x^3 + x^2 - 4}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x}\right)$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\operatorname{ctg} 6x}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{3x-4}$$

=

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 4}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - 3x - 4}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^5 + 6x - 3}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x^2 - 4}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+5} \right)^{4-x}$$

= _____

5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x + 5} =$ _____

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7x - x^2 - 12}{2x^2 - 11x + 15}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 2x^3 + 6}{2 + 8x - x^5}$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 6x \cdot \operatorname{ctg} 2x$$

= _____

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x-1} \right)^{x-2}$$

= _____

3. **Творческая работа** (это интересно знать)

1.4 Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Какая функция называется непрерывной в точке?

2. Какая функция называется непрерывной на промежутке?

3. Функция в точке x_0 терпит разрыв, если: (укажите характер точек разрыва)

а) _____

б) _____

в) _____

4. Сформулируйте свойства функции непрерывной в точке:

5. Сформулируйте свойства функции непрерывной на промежутке:

6. Сформулируйте алгоритм исследования функции на непрерывность и выявления точек разрыва (указать их характер)

2. Практические задания по теме:

Задание 1. Для функции $y=f(x)$ указаны в точке x_0 односторонние пределы и значение функции в ней. Исследовать функцию на непрерывность в точке x_0 и устанавливать характер точки разрыва, если он есть:

а) $f(x_0) = 2$ $\lim_{x \rightarrow x_0+} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow x_0-} f(x) = \infty$;

б) $f(1) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 2$;

в) $f(1) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 3$;

г) $f(2) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = -3$ $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = -3$

Задание 2. Выяснить, какие из функций непрерывны в точке $x=2$ (ответ обосновать);

$$y = \sqrt{x-2} \quad y = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 2 \\ x + 1 & x > 2 \end{cases} \quad y = \frac{x+2}{x^2-4} \quad y = \begin{cases} 3x-1 & x \leq 2 \\ x^3 & x > 2 \end{cases}$$

Задание 3. Исследовать функцию на непрерывность и найти точки разрыва функции (указать их характер):

$$y = \frac{x-2}{x^2-4} \quad y = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{если } x \leq 0 \\ 2x + 3 & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad y = \frac{x-2}{x^2-4}$$

1. Находим область определения:

2. Рассмотрим поведение функции в точках _____

а) $x = \underline{\hspace{2cm}}$, найдём предел функции в ней $\underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$, значит $x = \underline{\hspace{2cm}}$ точка разрыва $\underline{\hspace{2cm}}$ рода;

б) $x = \underline{\hspace{2cm}}$, найдём предел функции в ней $\underline{\hspace{2cm}}$
значит $x = \underline{\hspace{2cm}}$ точка $\underline{\hspace{2cm}}$ разрыва.

$$y = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{если } x \leq 0 \\ 2x + 3 & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

1. Находим область определения: $\underline{\hspace{2cm}}$

2. Рассмотрим поведение функции в точках $x = \underline{\hspace{2cm}}$, т. к. в ней функция изменяет своё поведение.

3. Найдём односторонние пределы.

$\underline{\hspace{2cm}}$, значит $x = \underline{\hspace{2cm}}$ точка разрыва $\underline{\hspace{2cm}}$ рода.

4. Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на непрерывность и найти точки разрыва функции (указать их характер):

1. $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

2. $y = 3^{\frac{2}{x+3}}$

3. $y = \frac{x - 1}{x^2 - x}$

4. $y = \begin{cases} x - 5, & \text{если } x \leq 2 \\ x^2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$

5. $y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x+1}}}$

$$6. y = \begin{cases} x-1, & \text{npux} \geq 0 \\ -x+1, & \text{npux} < 0 \end{cases}$$

$$7. y = \frac{1}{4 + e^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$8. y = \frac{x+5}{x^2 - 25}$$

1.5. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смыслы

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Дайте определение производной функции

2. В чем заключается геометрический смысл производной?

3. Какое утверждение правильное?

а) если функция непрерывна в некоторой точке, то она дифференцируема в этой точке;

б) если функция дифференцируема в некоторой точке, то она непрерывна в этой точке.

4. Каков механический смысл первой и второй производной

Как составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y=f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$?

2. Практические задания по теме

Задание 1. Найти производную функции, пользуясь определением:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

б) $y = \ln(1-x)$, $x_0 = 0$

3.2. Составить уравнение касательной к кривой $y = 5x - x^2$, параллельной прямой, проходящей через точки $(1; 7)$ и $(-2; 2)$.

3.3. Составить уравнения касательных к кривой $y = x^3 + 2x + 1$, перпендикулярных прямой $5y + x - 4 = 0$.

3.4. Составить уравнение касательной к кривой $y = e^{-x}$:

а) проходящей параллельно биссектрисе второго и четвертого координатных углов;

б) отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный -1 .

3.5. Составить уравнение касательной к кривой $y = 2x + 3/x + 4$, проходящей через точку $M(6; 2)$.

Задание 4. Найти угол между кривыми:

а) $y = x^2 + 5x - 1$ и $y = x^2 + 4$

б) $y = x^3$ и $y = 1/x^2$

в) $x^2 + 4y^2 = 9$ и $y^2 = 2x$.

3. Творческая работа (это интересно знать)

1.6 Производные сложной, обратной и неявной функций

. Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте основные правила дифференцирования:

2. Запишите таблицу производных основных элементарных функций:

3. Как найти производную показательно-степенной функции?

4. Как найти производную функции, заданной в неявном виде?

2. Практические задания по теме:

Задание 1. Найти производные следующих функций:

1. а) $y = \left(3x - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5$

б) $y = \arccos 2x - \sqrt{1 - 4x^2}$

$$B) y = 2^{\lg x} + x \sin 2x$$

$$\Gamma) y = 1 - \frac{\cos 3x}{2 \sin x}$$

$$\underline{D) x \ln y + y \ln x = 0}$$

$$2. a) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}$$

$$\bar{b}) y = e^{3x} - 2x \cdot \operatorname{tg} 3x$$

$$B) x^2 + y^2 = \ln \frac{y}{x} + 7$$

$$3. a) y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} 3x - 2^{x^2}$$

$$\bar{b}) y = \sqrt{\frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{2x}}}$$

$$B) y = \ln \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

$$\underline{\Gamma) e^x + e^y - e^{xy} = 1}$$

$$4. \text{ a) } y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}$$

$$\text{б) } y = x^{\sin x}$$

$$\text{в) } y = e^{\operatorname{tg} x} - \sqrt{x} \cos 2x$$

$$\text{г) } y = x^{\ln x}$$

$$\text{д) } x \sin y + y \sin x = 0$$

$$5. \text{ a) } y = \left(3x^2 - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} - 3 \right)^5$$

$$\text{б) } y = (x^3 + 3x^2) \ln x - \cos^2 x$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$$

$$\Gamma) y = \frac{e^{3x}}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\Delta) e^{2x} - e^{-3y} = \operatorname{arctg}(x + y)$$

$$6. a) y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 4} \right)$$

$$\bar{6}) y = \ln \frac{5 + \sqrt{25 + x^2}}{x}$$

$$B) y = e^{\cos^2 2x}$$

$$\Gamma) y = (\operatorname{tg} 3x)^{\sin 2x}$$

$$\Delta) x^2 + xy^2 + e^{3x} = 3 + y$$

1.7 Понятие дифференциала функции

Тематический диктант:

1. Контрольные вопросы:

1. Дайте определение дифференциала функции

2. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции:

3. Запишите формулу для приближенных вычислений

2. Практические задания по теме

Задание 1. Найти дифференциал функции:

1.1. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$

1.2. $y = x^2 \ln x$

1.3. $y = (x^3 - x) \operatorname{tg} x$

1.4. $y = \frac{x-2}{x^2+1}$

Задание 2. Найти приращение и дифференциал функции:

2.1. $y=x^3+2x$, $x_0=1$, $\Delta x=0,01$

2.2. $y=x^2+x-5$, $x_0=0$, $\Delta x=0,5$

Задание 3. Вычислить приближенно:

3.1 $\ln 1,02 \approx$

3.2. $\sqrt{24} \approx$

3.3. $\sqrt[3]{26} \approx$

3.4. $(1,02)^5 \approx$

3.5 $\operatorname{tg} 44^\circ \approx$

1.8 Полное исследование функции и построение ее графика

1. Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте признаки возрастания и убывания функции

2. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования экстремума функции:

3. Как определить интервалы вогнутости и выпуклости и точки перегиба кривой $y = f(x)$?

4. Дайте определение асимптоты кривой $y = f(x)$:

5. Сформулируйте правило Лопиталя для вычисления предела функций:

Запишите схему исследования функции и построение её графика:

2. Практические задания по теме

Выполните задание по предложенному алгоритму:

Рассмотрим пример: Провести полное исследование функции $y = \frac{x^3}{4-x^2}$ и построить её график.

1) Находим область определения функции

2) Исследуем функцию на четность, нечетность:

_____ \Rightarrow функция _____, график её симметричен относительно _____.

3) Исследуем функцию на непрерывность, рассмотрим поведение функции в

т. _____ Найдем предел функции в них: \Rightarrow

_____ точки разрыва _____ рода.

4) Найдем асимптоты графика функции:

-прямые _____ вертикальные асимптоты;

-выясним наличие наклонных и горизонтальных асимптот

5) Исследуем функцию на монотонность и экстремумы:

5.1. Найдем производную функции

5.2. Найдем критические точки функции

5.3. Отметим критические точки на числовой прямой с учетом области определения и найдём знак производной на каждом из полученных промежутков

5.4. Найдем промежутки возрастания и убывания, определим точки экстремума

б) Определим интервалы выпуклости и точки перегиба:

6.1. Найдем вторую производную функции

6.2. Найдем точки в которых вторая производная функции равна 0 и найдём знак 2-ой производной на каждом из полученных промежутков

6.3. $x \in$ _____ график функции выпуклый вниз

$x \in$ _____ график функции выпуклый вверх

_____ - точка перегиба

7) Построим график функции

3. Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} + x}{\ln(2+x)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x - 3^x}{x^2} =$$

Задание 2. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции:

2.1. $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x$

2.2. $y = (x \ln x - x)^2$

$$2.3. y = \frac{x^3}{1+x}$$

$$2.4. y = \frac{e^{2x}}{1+x}$$

$$2.5. y = x \ln x - 3x$$

Задание 3. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функции:

$$3.1. y = x^5 - 10x^2 + 7x - 9$$

$$3.2. y = e^{-x^2}$$

$$3.3. y = x^3 \ln x + 1$$

Задание 4. Найти асимптоты графика функции:

4.1. $y = \frac{3x}{x+2}$

4.2. $y = e^{-\frac{1}{x}}$

4.3. $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

4.4. $y = \frac{1}{x^2 + 5x - 6}$

Задание 5. Провести полное исследование и построить графики функций:

5.1. $y = e^{\frac{1}{x+2}}$

5.2. $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$

5.3. $y = x^3 - 4x^2 + 3x$

2 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

2.1 Понятие функции нескольких переменных

1. Контрольные вопросы:

1. Запишите определение функции двух, трех переменных

2. Перечислите способы задания функции двух, трех переменных

3. Что называется линией уровня функции двух переменных?

4. Дайте определение предела функции двух переменных

5. Дайте определение функции непрерывной в точке

6. Запишите определение частных производных функции двух, трех переменных

7. Дайте определение полного дифференциала функции двух, трех переменных _____

2. Практические задания по теме:

Задание 1. Найти область определения функции:

1. $z = \ln(x^2 - y^2 - R^2), R > 0$

2. $z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - y^2}$

3. $z = \sqrt{y^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$

4. $z = \log(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

5. $z = \sqrt{1 + y - x^2} - \sqrt{1 - y - x^2}$

Задание 2. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} (xy\sqrt{1+xy})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1, y \rightarrow -1} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$$

Задание 3. Найти частные производные функций:

$$z = xy\sqrt{x^2 + y^2} \quad z = xe^{-xy} \quad z = \ln(x^2 + y^2)$$

$$z = \left(\frac{y}{x}\right)^2 \quad z = \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

Задание 4. Найти полные дифференциалы функций:

$$z = e^{xy}(x+y), \quad z = \ln(1+e^x + y^2), \quad z = x^y + y^x$$

Список литературы

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч.: пособие / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова.- 7-е изд. – М. : Оникс : Мир и Образование, 2006/2012 – ISBN 978-5-94666-566-7.
2. Шипачев, В.С. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 479 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469720>.
3. Зубова, И.К. Основы математического анализа (модуль «Функции нескольких переменных») [Электронный ресурс] : самоучитель / И. К. Зубова и [др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования «Оренбург. гос. ун-т».- Электрон. текстовые дан. (1 файл: Kb). – М. : ГОУ ОГУ, 2011. – Adobe Acrobat Reader 5.0
http://artlib.osu.ru/web/book/metod_all/2838_20110928.pdf

Приложение А
(обязательное)

Расчетно-графические задания по математике 1 курс I семестр Био(ба)

1. Найти предел функции:

$$1\text{В. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 7x + 12}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 2}{3^x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x});$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{3x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+1}\right)^x$$

$$2\text{В. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3x^2 - 4x - 15}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3x^2}{5x^3 + 9}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 5} - x);$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 3x}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{2n-1}$$

$$3\text{В. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 2}{8 - 2^{x+1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\operatorname{tg} 4x}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5}\right)^{3n-2}$$

$$4\text{В. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x + x^4}{x^3 + x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3}\right)^{2x-1}$$

$$5\text{В. } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}; \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 + 5x + 6}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 6n^2}{3 - 6n^4}; \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{9-x}}{x-5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{2x-1}$$

$$6\text{В. } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{6x^2 + 13x + 7}{3x^2 + 2x + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 5x - 3}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 6x^6 + 2x^2}{3 - 6x^3 + x^6}; \quad \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{9-x}}{x-6};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{4x}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+1}{4n-1}\right)^{5n-1}$$

7B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^2 - 2x + 1}{x^2 + x - 3}$; $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3}{2^{x+1} - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2}$;

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-x}{2-x}\right)^{3x+2}$$

$$8\text{B. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\cos 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 2x^7 - 5}{3x^7 - 2x + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{3x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 6x \cdot \operatorname{ctg} 2x; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+6}\right)^{2x+3}$$

$$9\text{B. } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{x^2 + 15x + 50}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^3 + 4x^2}{3x^3 - x^5}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 2x} - \sqrt{9x^2 - x})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x-1}\right)^{x-1}$$

$$10\text{B. } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 5}{3x^2 5x - 8}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3x^5 + 1}{x^4 - 2x^6 + x}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{x+5} - \sqrt{3-x}};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 3x; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{2x+5}\right)^{7x}$$

2. Найти производную функции с помощью определения производной:

$$1 \text{ B. } f(x) = 3x^2 + 2x; \quad 2 \text{ B. } f(x) = \sin 4x; \quad 3 \text{ B. } f(x) = 5x - x^2;$$

$$4 \text{ B. } f(x) = \cos 3x; \quad 5 \text{ B. } f(x) = 5 \sin x; \quad 6 \text{ B. } f(x) = 3x^2 - 2;$$

$$7 \text{ B. } f(x) = 3 \cos x; \quad 8 \text{ B. } f(x) = 5 - 2x^2; \quad 9 \text{ B. } f(x) = \sin 2x;$$

$$10 \text{ B. } f(x) = x - 5x^2.$$

3. Найти производные заданных функций:

$$1 \text{ B. a) } y = \left(2x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1\right)^5; \quad \text{б) } y = 3^{\operatorname{tg} x} + x \sin 3x; \quad \text{в) } y =$$

$$3 \operatorname{arctg}^2(2x+1);$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{tg} 3x)^x; \quad \text{д) } x^2 y^2 + 2 \ln xy = 4.$$

$$2 \text{ B. a) } y = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 4}\right); \quad \text{б) } y = e^{3x} - 2x \operatorname{tg}^2 3x; \quad \text{в) } y = \frac{\ln \frac{5 + \sqrt{25 + x^2}}{x}}{x};$$

$$\text{г) } y = (\sin 2x)^{3x}; \quad \text{д) } x^3 - 4x^2 y + 2xy^2 - y^3 = 10.$$

3 B. a) $y = e^{\cos^2 2x}$;

б) $y = 2^{\cos x} - x \sin 3x$;

B) $y = x^2 - \arcsin \frac{3x+2}{3}$;

г) $y = (\operatorname{tg} 3x)^{\sin 2x}$; д) $x^2 + xy^2 + e^{3x} = 3 + y$.
 4 в. а) $y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{3x-5}}$; б) $y = \operatorname{arctg}^2 \sqrt{2x-1}$; в) $y = (1 + \operatorname{ctg} 2x) \cdot e^{-3x}$;
 г) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{ctg} x}$; д) $\ln 2x + \arcsin \frac{y}{x} = 0$.
 5 в. а) $y = \frac{\sqrt{1+5x^2}}{2+5x^2}$; б) $y = \ln^4(x^2 + \sqrt{x^4+1})$; в) $y = 3^{\sqrt{x}} - x^2 \operatorname{tg} 3x$;
 г) $y = (\operatorname{ctg} 5x)^{3x}$; д) $y = 1 + x \cdot e^y$.
 6 в. а) $y = \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \sin 5x}$; б) $y = x \cdot \arcsin 2x + \operatorname{arctg} 3x$; в) $y = 5^{\sin 2x} - \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} 2x$;
 г) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} x}$; д) $xy = e^{2x} - e^{-3y}$.
 7 в. а) $y = \left(2x^3 + \frac{4}{x \cdot \sqrt[4]{x}} - 3\right)^5$; б) $y = \frac{\ln \frac{7x^2-4}{x^2-1}}{x^2-1}$; в) $y = e^{2 \cos^2 2x}$;
 г) $y = (\sin 5x)^{\cos x}$; д) $x^3 = xy + \operatorname{arctg}(y-x)$.
 8 в. а) $y = \left(\frac{x^5-3}{5x+2}\right)^3$; б) $y = \arcsin 2x - \sqrt{1-4x^2}$; в) $y = e^{\operatorname{ctg}^2 x} - \sqrt{x \cdot \sin 2x}$;
 г) $y = (\operatorname{tg} 4x)^{3x}$; д) $x + y = e^{x-y}$.
 9 в. а) $y = \sqrt[3]{x^2 + x^3 \sqrt{x}}$; б) $y = x \cdot \operatorname{tg} 5x + \operatorname{arctg}^3 5x$; в) $y = 5^{x \sin^3 x}$;
 г) $y = (\cos 2x)^{\sin 2x}$; д) $e^{-x} \sin y - e^y \cos x = 0$.
 10 в. а) $y = \frac{\ln \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1}}$; б) $y = 2^{x^2+1} - x \sin 4x$; в) $y = x^3 \cdot \operatorname{tg}^3 2x$;
 г) $y = (\cos 3x)^{2-x}$; д) $x + 2y = \operatorname{arctg} y$.

4. Вычислить приближенное значение:

1 в. $(2,01)^4$; 2 в. $\operatorname{tg} 44^\circ$; 3 в. $\operatorname{Sin} 29^\circ$; 4 в. $\operatorname{Cos} 61^\circ$;
 5 в. $\sqrt[3]{27,01}$; 6 в. $(3,02)^3$; 7 в. $\operatorname{Sin} 31^\circ$; 8 в. $\operatorname{Cos} 59^\circ$;

9 в. $(2,05)^5$;

10 в. $\sqrt[5]{1,04}$.

5. Исследовать функцию и построить ее график:

1 в. $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$;

2 в. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$;

3 в. $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$;

4 в. $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2}$;

5 в. $f(x) = \frac{e^x}{x}$;

6 в. $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$;

7 в. $f(x) = x \cdot e^{\frac{-x}{2}}$;

8 в. $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$;

9 в. $f(x) = \frac{x^4}{x^3-1}$;

10 в. $f(x) = \frac{x^3}{x^2+2x-3}$.

6. Найти полный дифференциал функции $z = f(x, y)$:

1 в. $z = \ln(x^2 + \sqrt{x^2 + y^2})$;

2 в. $z = 3^{\sin(2x+3y)}$;

3 в. $z = \sqrt[4]{(3x-2y)^3}$;

4 в. $z = (2x-y)\cos(3x+2y)$;

5 в. $z = 3\arcsin(2+xy)$;

6 в. $z = 3\ln(2x + \sqrt[3]{3x+2y})$;

7 в. $z = xy^2 \arcsin \frac{y}{x}$;

8 в. $z = x^3 y \cos(x^2 y^3)$;

9 в. $z = x \ln(3x^2 + 2\sqrt{xy})$;

10 в. $z = 3\arcsin\left(\frac{x^2}{y^2}\right)$.

Приложение Б

Интернет-ресурсы (обязательное)

1. <http://elibrary.ru/> – научная электронная библиотека
2. <http://www-stat.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn/> Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The elements of statistical learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd Edition. Springer, 2009.
3. <http://www.intuit.ru> – Интернет-университет информационных технологий
4. <http://moodle.osu.ru/> – электронная система обучения ОГУ
5. <http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал
6. <http://www.sosmath.com/> – Математика: от алгебры к дифференциальным уравнениям
7. <http://www.siam.org/> – Общество прикладной математики
8. <http://highermath.ru> – Сайт посвящен высшей математике для ВУЗов, а также содержит библиотеку по математике для студентов, абитуриентов и школьников
9. <http://www.mathtree.ru/> – Каталог математических интернет-ресурсов
10. <http://www.keldysh.ru/e-biblio/> – Электронная библиотека Института прикладной математики им. М.В.Келдыша
11. <http://www.mathforum.ru/> – Форум Мехмата МГУ по высшей математике