Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

С. В. Каменев

# ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИЙ В САЕ-СИСТЕМЕ «ANSYS MECHANICAL APDL»

# Учебное пособие

Рекомендовано ученым советом федерального государственного высшего бюджетного образовательного учреждения образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся ПО образовательным программам высшего образования по направлениям 15.03.05 Конструкторско-технологическое подготовки обеспечение машиностроительных производств, 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Рецензент – профессор, доктор технических наук А. П. Фот

# Каменев, С. В.

K18

Инженерный анализ конструкций в САЕ-системе «ANSYS Mechanical APDL»: учебное пособие / С. В. Каменев; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021. – 160 с. ISBN 978-5-7410-2658-8

В учебном пособии рассмотрены особенности проведения различных видов конструкционного анализа программными средствами CAE-системы «ANSYS Mechanical APDL». На примерах решения типовых задач, имеющих место в инженерной практике, излагаются методические рекомендации по подготовке математических моделей, необходимых для разностороннего анализа конструкций методом конечных элементов. Их изложение включает описание теоретических основ метода конечных элементов и основных видов конструкционного анализа, применяемых на практике.

Учебное пособие предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств и 15.03.06 Мехатроника и робототехника, изучающих дисциплины «Инженерный анализ в мехатронных системах» и «Компьютерное моделирование процессов в машиностроении».

Учебное пособие подготовлено в рамках проектов по совершенствованию содержания и технологий целевого обучения студентов в интересах организаций оборонно-промышленного комплекса («Новые кадры ОПК - 2017»).

> УДК 62-11+004.94 (075.8) ББК 30.4-02я73

> > © Каменев С. В., 2021 © ОГУ, 2021

ISBN 978-5-7410-2658-8

# Содержание

2.5 Расчет и просмотр результатов	
2.6 Контрольные вопросы	
3 Моделирование конструкций с использованием стержневых	конечных
элементов	56
3.1 Построение геометрической модели	
3.2 Определение модели материала	
3.3 Формирование конечно-элементной модели	
3.4 Наложение граничных условий	
3.5 Приложение нагрузок	
3.6 Расчет и просмотр его результатов	
3.7 Контрольные вопросы	
4 Моделирование конструкций с использованием балочных конечных элем	иентов 73
4.1 Построение геометрической модели	
4.2 Определение модели материала	
4.3 Формирование конечно-элементной модели	75
4.4 Наложение граничных условий	
4.5 Приложение нагрузок	
4.6 Расчет и просмотр результатов	
4.6.1 Статический анализ конструкции	
4.6.2 Модальный анализ конструкции	
4.6.3 Гармонический анализ конструкции	
4.7 Контрольные вопросы	
5 Моделирование с использованием пластинчатых конечных элементов	
5.1 Построение геометрической модели	
5.2 Определение модели материала	
5.3 Формирование конечно-элементной модели	
5.4 Наложение граничных условий	
5.5 Приложение нагрузки	
5.6 Расчет и просмотр его результатов	
5.7 Контрольные вопросы	

6 Моделирование с использованием оболочечных элементов
6.1 Построение геометрической модели115
6.2 Определение модели материала 117
6.3 Формирование конечно-элементной модели 117
6.4 Наложение граничных условий 119
6.5 Приложение нагрузки
6.6 Расчет и просмотр его результатов 121
6.7 Контрольные вопросы 124
7 Моделирование с использованием объемных конечных элементов 125
7.1 Построение геометрической модели 126
7.2 Определение моделей материала 128
7.3 Формированию конечно-элементной модели 130
7.4 Приложение тепловых нагрузок
7.5 Задание начальных условий теплового анализа 136
7.6 Тепловой анализ радиатора136
7.7 Конструкционный анализ радиатора 138
7.8 Контрольные вопросы 142
Список использованных источников143
Приложение А: Исходные данные для моделирования системы пружин 144
Приложение Б: Исходные данные для моделирования плоской рамной конструкции 146
Приложение В: Исходные данные для моделирования пространственной фермы 149
Приложение Г: Исходные данные для моделирования гаечного ключа
Приложение Д: Исходные данные для моделирования осесимметричной оболочки 155
Приложение Е: Исходные данные для моделирования радиатора

# Введение

Растущая сложность проектных задач, возникающих в различных отраслях современного высокотехнологичного производства, предопределяет широкое распространение в них компьютерных технологий проектирования и анализа изделий. Их использование позволяет предприятиям значительно сократить производственные затраты за счет устранения необходимости в разработке физических моделей и проведении натурных экспериментов. Основой этих технологий выступают высокопроизводительные компьютеры и соответствующее программное обеспечение, которые на протяжении двух последних десятков лет произвели настоящую цифровую революцию в производстве.

Данная революция динамически изменяет профиль инженерных специальностей и требует от современного инженера умения работать с инструментами компьютерного анализа в интегрированной среде проектирования и имитационного моделирования. При этом среди всего существующего многообразия этих инструментов наибольшую сложность в освоении представляют компьютерные программы для проведения инженерных расчетов и имитационного моделирования (САЕ-системы).

В подавляющем большинстве математической основой таких программ являются различные численные методы, позволяющие приближенно решать дифференциальные уравнения, описывающие различные физические процессы, аналитическое решение которых не представляется возможным. Наибольшее распространение среди них в настоящее время получил метод конечных элементов, основанный на идее представления объекта сложной геометрической формы в виде набора управляемых блоков (элементов) простой геометрической формы.

Популярность данного этого метода объясняется его универсальностью, позволяющей на единой основе решать задачи различной физической природы, а также простотой его компьютерной реализации, нашедшей свое выражение во многих программных продуктах. К числу таких программных продуктов относится CAEсистема «ANSYS Mechanical APDL», рассмотрению особенностей использования которой посвящено настоящее учебное пособие.

## 1 Метод конечных элементов в вычислительной механике

#### 1.1 Применение численных методов в механике

Неотъемлемой составляющей профессиональной подготовки инженерамеханика является умение анализировать и прогнозировать поведение механических систем с учетом различных условий их нагружения. Лишь небольшая часть подобных задач, встречающихся на практике, может быть решена аналитически, в связи с чем возникает потребность в использовании численных методов, которые способны достаточно точно моделировать реальные физические процессы и явления. Вопросы применения этих методов рассматриваются в специальной отрасли знаний, называемой вычислительной механикой.

В основу вычислительной механики положено использование численных методов, которые подразделяют непрерывную область рассматриваемой задачи на некоторое количество контролируемых блоков конечного размера. Для каждого из блоков отдельно вычисляются те или иные результаты, которые затем при помощи специальной вычислительной процедуры сводятся воедино и дают целостную картину механики системы.

В большинстве случаев численные методы необходимы для упрощения решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) и являются средством получения дискретных уравнений, которые пригодны для решения на компьютере. Этим объясняется существенный рост популярности численных методов в последние два десятилетия, обусловленный широким распространением компьютерной техники, которая стала доступной практически для любого инженера. Современная вычислительная механика включает в себя использование нескольких численных методов, указанных на рисунке 1 [7].

Первым и наиболее ранним из них является метод конечных разностей (МКР), ставший популярным в 50-х годах 20 века. Данный метод дискретизации основан на вычислении разностей между точным значением функции и приближенным решением. Он связан с использованием разложения ряда Тейлора для представления ДУЧП. Его применение требует дискретизации рассматриваемой области путем наложения на нее топографической квадратной сетки обычно с одинаковым размером ячейки (рисунок 2a).



Рисунок 1 – Численные методы, применяемые в вычислительной механике

Метод конечных элементов (МКЭ) появился в 60-х годах 20 века и начал набирать популярность после того, как стали очевидны недостатки метода конечных разностей. Он также связан с аппроксимацией рассматриваемой области, и его точность зависит от гладкости данных этой области. Однако МКЭ может быть использован и для негладких данных, хотя в этом случае сходимость желаемого решения может быть затруднена. Это позволяет адаптировать метод конечных элементов для решения большинства практических задач. В основу метода положена геометрическая дискретизация рассматриваемой области произвольной сеткой, ячейки (блоки) которой называются конечными элементами (рисунок 2б).

Метод конечных объемов (МКО) представляет собой метод дискретизации для приближенного решения ДУЧП, выражающих физические величины, которые не изменяются с течением времени. Эти уравнения, часто называемые законами сохранения (массы, энергии и т.д.) преобразуются в дискретные алгебраические уравнения, для чего рассматриваемая область разбивается на блоки, называемые конечными или контрольными объемами (рисунок 2в). Преобразование осуществляется путем интегрирования по объему каждого отдельного блока. Полученная система ал-

гебраических уравнений затем разрешается относительно зависимой переменной для каждого блока. Ключевой особенностью метода является дискретизация диффузионных потоков на границах контрольных объемов, которые должны быть консервативными, т.е. поток, входящий в каждый объем, должен быть равен по величине потоку, выходящему из объема, и противоположен ему по направлению. МКО преимущественно используется для решении задач гидрогазодинамики, а также для решения задач тепло- и массопереноса.



Рисунок 2 – Дискретизация произвольной области с использованием: a) метода конечных разностей; б) метода конечных элементов; в) метода конечных объемов

Спектральные методы (СМ) являются группой численных методов, разработанных в 70-х годах 20 века путем дальнейшего развития МКЭ и МКР. В настоящее время МКЭ, МКР и СМ рассматриваются как три основных метода дискретизации для решения дифференциальных уравнений в частных производных. При этом спектральные методы обеспечивает среди них наивысшую степень точности. Их точность может достигать десяти знаков после запятой, в то время как МКЭ и МКР могут обеспечить только два или три знака.

Спектральные методы обеспечивают решение ДУЧП в виде суммы так называемых базисных функций, определенных на всей рассматриваемой области. Такие базисные функции обычно выражаются рядами Фурье, в связи с чем для решения ДУЧП используется быстрое преобразование Фурье. Несмотря на похожесть СМ и МКЭ, первый из них использует глобальный подход, а второй локальный подход к решению ДУЧП. Кроме того, дискретизация спектральными методами требует, чтобы данные, определяющие область, были гладкими, в противном случае они использоваться не могут.

Метод граничных элементов (МГЭ) представляет собой численный метод решения линейных ДУЧП через использование только интегральных уравнений на границах области. Основной идеей метода является возможность определения поведения области внутри ее границ, если известен характер ее поведения на границах. Метод дает наилучшие результаты для областей с линейными однородными характеристиками, поэтому он имеет ограниченную применимость и не может быть использован в чистом виде для решения нелинейных проблем.

Бессеточные методы, как следует из их названия, не требуют сетки для дискретизации области. Вместо этого моделируемая область дискретизируется путем ее представления в виде набора облаков точек или узлов. Каждому узлу ставится в соответствие предопределенный набор уравнений, который задает взаимодействие узла с его соседями. Определяющие свойства материала области, дискретизируемой таким способом, могут быть установлены с использованием уравнений связности для набора узлов. Параметры модели, такие как масса, кинетическая энергия и т.п. прикладываются непосредственно к узловым точкам в отличие от МКЭ, где масса и энергия прикладываются к элементам. Использование бессеточных методов позволяет значительно сократить вычислительные затраты.

Наибольшее распространение среди названных численных методов в настоящее время получил метод конечных элементов, что объясняется его универсальностью и удобством программной реализации. По этой причине большинство существующих коммерческих компьютерных программ, предназначенных для решения задач вычислительной механики (САЕ-систем), используют в качестве своей математической основы МКЭ.

#### 1.2 Базовые принципы метода конечных элементов

Базовые принципы метода конечных элементов просты и понятны. Первым шагом процедуры конечно-элементного решения является разбиение рассматриваемой физической области на элементы, и этот процесс называется дискретизацией. Распределение элементов внутри области называется сеткой. Элементы в сетке соединяются друг с другом в точках называемых узлами. Узел задает пространственные координаты точки, в которой физическая система обладает той или иной степенью свободы. Общие узлы обеспечивают непрерывность степеней свободы (узловых переменных) при переходе от одного элемента к другому. Степени свободы в узле определяются физической природой решаемой задачи и типом конечного элемента. Степени свободы для различных физических задач и соответствующие им нагрузки, используемые в конечно-элементном анализе, приведены в таблице 1 [4].

Таблица 1 – Степени свободы и нагрузки конечных элементов для различных инженерных дисциплин

Дисциплина	Степень свободы	Вектор нагрузки
Механика твердого тела	Перемещение	Механическая сила
Теплообмен	Температура	Тепловой поток
Акустика	Потенциал смещения	Скорость частицы
Гидрогазодинамика	Скорость	Потоки
Электростатика	Электрический потенциал	Плотность заряда
Магнитостатика	Магнитный потенциал	Напряженность магнитного поля

Сетка в зависимости от геометрии дискретизируемой области, специфики решаемой задачи и используемого типа конечного элемента может иметь различную структуру. На рисунке 3 показан пример разбиения зуба зубчатого колеса на треугольные конечные элементы с узлами в вершинах треугольников [1].



Рисунок 3 – Конечно-элементная сетка на зубе зубчатого колеса

### 1.2.1 Конечные элементы

В зависимости от геометрии и физической природы задачи рассматриваемая область может быть дискретизирована с использованием линейных, плоских или объемных элементов. Некоторые из типовых конечных элементов приведены на рисунке 4. На практике при решении двумерных и трехмерных задач предпочтительно использовать соответственно элементы четырехугольной и шестигранной формы, т.к. они обеспечивают более точные результаты. Однако для областей со сложной геометрией сетку проще сгенерировать с использованием треугольных (в 2D задачах) или тетраэдрических (в 3D задачах) элементов. Генерация сетки треугольных или тетраэдрических элементов требует незначительных вычислительных затрат и может быть автоматизирована (особенно в тех случаях, когда алгоритмы перестроения сетки включаются в алгоритм решения). Поэтому в конечно-элементном анализе чаще применяются именно эти типы элементов.



Рисунок 4 – Некоторые типы конечных элементов: а) линейный элемент; б) плоские элементы; в) объемные элементы

Каждый элемент, идентифицируемый по своему номеру, задается характерной последовательностью глобальных номеров узлов. Эта характерная последовательность основана на нумерации узлов элемента определенным образом (обычно путем их обхода против часовой стрелки). Последовательность нумерации узлов для элементов, показанных на рисунке 5, представлена в таблице 2 [4].



Рисунок 5 – Нумерация элементов и узлов

Таблица	2 - 1	Нумераци	ія узлов	на ур	овне	элемента
		2 1	2	~ .		

Номер	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4
элемента				
1	1	2	6	7
2	3	4	6	2
3	4	5	6	

1.2.2 Вывод конечно-элементных уравнений

После дискретизации области для каждого конечного элемента выводится уравнение, устанавливающее связь между степенями свободы в его узлах и приложенными к нему нагрузками. Для вывода уравнения могут использоваться три метода, а именно прямой метод, метод взвешенных невязок и вариационный метод.

Прямой метод используется для относительно простых задач и обычно служит для объяснения концепции конечно-элементного анализа и его основных этапов.

Метод взвешенных невязок является универсальным методом, позволяющим применять конечно-элементный анализ для решения задач, построение функционала которых не представляется возможным. Данный метод непосредственно использует определяющие дифференциальные уравнения, подобные тем, что описывают теплои массоперенос.

Вариационный метод основан на вычислении множества весовых функций или вариаций, которые минимизируют или максимизируют функционал. В механике твердого тела этот функционал соответствует потенциальной энергии деформации.

Уравнения для отдельных элементов собираются в систему уравнений для конечно-элементной сетки, описывающих поведение области в целом. Это система может быть представлена в виде матричного уравнения, обобщенная форма записи которого имеет вид [1]:

$$[\mathbf{K}] \cdot \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{B}\},\tag{1}$$

где [К] – матрица жесткости;

**{A}** – вектор степеней свободы, например, перемещений в конструкционном анализе или температур в тепловом анализе;

**{B}** – вектор внешних нагрузок, например, сил в конструкционном анализе или тепловых потоков в тепловом анализе.

1.2.3 Прямой метод вывода конечно-элементных уравнений

Особенности вывода конечно-элементных уравнений прямым методом могут быть проиллюстрированы на примере линейной пружины, схематично показанной на рисунке б. Как показано на этом рисунке пружина определяется двумя узлами и имеет жесткость k. Оба узла подвержены действию осевых сил  $f_1$  и  $f_2$ , вызывающих узловые перемещения  $u_1$  и  $u_2$  в заданном положительном направлении [4].



Рисунок 6 – Расчетная схема линейного пружинного элемента

Узловые перемещения позволяют выразить результирующую деформацию пружины как:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \tag{2}$$

Деформация связана с силой, действующей на пружину, зависимостью вида:

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \tag{3}$$

Равновесие пружины требует выполнения условия:

$$\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}_1 \tag{4}$$

Отсюда следует, что:

$$\mathbf{f}_2 = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \tag{5}$$

Запись системы уравнений (3) и (5) в матричной форме дает матричное уравнение следующего вида:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} & -\mathbf{k} \\ -\mathbf{k} & \mathbf{k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{Bmatrix} \text{ или } \mathbf{k}^{(e)} \mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{f}^{(e)}, \tag{6}$$

где **k**<sup>(е)</sup> – матрица жесткости элемента;

**u**<sup>(e)</sup> – вектор неизвестных узловых перемещений конечного элемента;

 $f^{(e)}$  – вектор сил, действующих на элемент.

Если записать матрицу жесткости в индексной форме как  $\mathbf{k}_{ij}^{(e)}$ , то индексы і и ј (i, j = 1, 2) будут соответственно определять число строк и столбцов матрицы. Коэффициенты матрицы можно интерпретировать как величины силы, которую необходимо приложить к узлу i, чтобы вызвать единичное перемещение узла j в условиях фиксации всех остальных узлов.

#### 1.2.4 Сборка глобальной системы уравнений

Моделирование инженерных задач методом конечных элементов требует сборки матриц жесткости и векторов нагрузок отдельных элементов в глобальную систему уравнений, описывающей согласованное поведение всего множества элементов. Эта система уравнения в матричной форме имеет вид [4-6]:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F},\tag{7}$$

где **К** – глобальная матрица жесткости, составленная их матриц жесткости отдельных элементов;

**F** – глобальный вектор нагрузок, составленный из векторов нагрузок отдельных элементов;

**и** – вектор неизвестных узловых перемещений всех элементов.

Глобальная матрица жесткости **К** может быть получена из расширенных матриц отдельных элементов  $\mathbf{k}^{(e)}$  путем их суммирования следующим образом:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{E} \mathbf{k}^{(e)} , \qquad (8)$$

где параметр Е обозначает общее число элементов

Расширенная матрица отдельного элемента имеет такой же размер, что и глобальная матрица жесткости, но содержит строки и столбцы, заполненные нулями, которые соответствуют узлам, не связанным с этим элементом. Размер глобальной матрицы определяется общим числом узлов конечных элементов.

Аналогичным способом может быть получен глобальный вектор нагрузок  $\mathbf{F}$  путем суммирования расширенных элементных векторов нагрузок  $\mathbf{f}^{(e)}$ , то есть:

$$\mathbf{F} = \sum_{e=1}^{E} \mathbf{f}^{(e)} \tag{9}$$

Расширенный элементный вектор нагрузок имеет тот же размер, что и глобальный вектор, но имеет строки с нулевыми коэффициентами, соответствующими узлам, не связанным с рассматриваемым элементом. Размер глобального вектора также определяется общим числом узлов элементов.

Этапы построения глобальной матрицы жесткости и глобального вектора нагрузок могут быть рассмотрены на примере системы линейных пружин, изображенной на рисунке 7а.



Рисунок 7 – Система линейных пружин (а) и соответствующая ей конечноэлементная модель (б)

Матричное уравнение равновесия для любого из элементов данной системы записывается в виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{(e)} & \mathbf{k}_{12}^{(e)} \\ \mathbf{k}_{21}^{(e)} & \mathbf{k}_{22}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{u}_{1}^{(e)} \\ \mathbf{u}_{2}^{(e)} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(e)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(e)} \end{cases},$$
(10)

где  $\mathbf{k}_{11}^{(e)} = \mathbf{k}_{22}^{(e)} = \mathbf{k}^{(e)}$  и  $\mathbf{k}_{12}^{(e)} = \mathbf{k}_{21}^{(e)} = -\mathbf{k}^{(e)}$ .

Нижние индексы, используемые в уравнении, соответствуют узлам с номерами 1 и 2, которые являются локальными номерами каждого из элементов. Глобальные номера узлов, указывающие на связность элементов в рассматриваемой системе, показаны на рисунке 7б, информация о связности элементов представлена в таблице 3.

Таблица 3 – Связность элементов в системе пружи	IH
---	----

Номер элемента	Локальная нумерация узлов	Глобальная нумерация узлов
1	1	1
1	2	2
2	1	2
	2	3
3	1	2
	2	3
4	1	3
	2	4

Глобальная матрица жесткости системы будет иметь размерность 4Ч4, и вклад каждого элемента в формирование этой матрицы может быть выражен следующим образом:

Элемент 2: 
$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{(2)} & \mathbf{k}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{k}_{21}^{(2)} & \mathbf{k}_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{11}^{(2)} & \mathbf{k}_{12}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{21}^{(2)} & \mathbf{k}_{22}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{bmatrix} = \mathbf{k}^{(2)}$$
(12)

Элемент 3: 
$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(3)} & k_{12}^{(3)} \\ k_{21}^{(3)} & k_{22}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^{(3)} & k_{12}^{(3)} & 0 \\ 0 & k_{21}^{(3)} & k_{22}^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = k^{(3)}$$
(13)

Элемент 4: 
$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{(4)} & \mathbf{k}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{k}_{21}^{(4)} & \mathbf{k}_{22}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{11}^{(4)} & \mathbf{k}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{11}^{(4)} & \mathbf{k}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{21}^{(4)} & \mathbf{k}_{22}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{bmatrix} = \mathbf{k}^{(4)}$$
(14)

Сборка элементных матриц приводит к глобальной матрице, имеющей вид:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{4} \mathbf{k}^{(e)} = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{k}^{(3)} + \mathbf{k}^{(4)}$$
(15)

ИЛИ

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{(1)} & \mathbf{k}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{21}^{(1)} & \mathbf{k}_{22}^{(1)} + \mathbf{k}_{11}^{(2)} + \mathbf{k}_{11}^{(3)} & \mathbf{k}_{12}^{(2)} + \mathbf{k}_{12}^{(3)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{21}^{(2)} + \mathbf{k}_{21}^{(3)} & \mathbf{k}_{22}^{(2)} + \mathbf{k}_{22}^{(3)} + \mathbf{k}_{11}^{(4)} & \mathbf{k}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{21}^{(4)} & \mathbf{k}_{22}^{(4)} \end{bmatrix}$$
(16)

Аналогичным способом выражается глобальный вектор нагрузок размером 4Ч1, при этом вклад каждого элемента в этот вектор может быть представлен как:

Элемент 1: 
$$\begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(1)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(1)} \end{cases} \boxed{1} \\ \boxed{2} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(1)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(1)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{cases} \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{cases} = \mathbf{f}^{(1)}$$
(17)

Элемент 2: 
$$\begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(2)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(2)} \end{cases} \stackrel{[2]}{[3]} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{1}^{(2)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(2)} \\ \mathbf{0} \end{cases} \stackrel{[2]}{[2]}{[2]} = \mathbf{f}^{(2)} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{cases}$$
(18)

Элемент 3: 
$$\begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(3)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(3)} \end{cases} \stackrel{[2]}{3} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{1}^{(3)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(3)} \\ \mathbf{0} \end{cases} \stackrel{[2]}{3} \equiv \mathbf{f}^{(3)} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{cases}$$
 (19)

Элемент 4: 
$$\begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(4)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(4)} \end{cases} \stackrel{[3]}{\underline{4}} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{1}^{(4)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(4)} \end{cases} \stackrel{[1]}{\underline{2}} \\ \boxed{\mathbf{3}} \\ \boxed{\mathbf{4}} \end{cases} = \mathbf{f}^{(4)}$$
 (20)

Сборка элементных векторов дает глобальный вектор нагрузок в виде:

$$\mathbf{F} = \sum_{e=1}^{4} \mathbf{f}^{(e)} = \mathbf{f}^{(1)} + \mathbf{f}^{(2)} + \mathbf{f}^{(3)} + \mathbf{f}^{(4)}$$
(21)

ИЛИ

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mathbf{f}_{1} \\ \mathbf{f}_{2} \\ \mathbf{f}_{3} \\ \mathbf{f}_{4} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{f}_{1}^{(1)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(1)} + \mathbf{f}_{1}^{(2)} + \mathbf{f}_{1}^{(3)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(2)} + \mathbf{f}_{2}^{(3)} + \mathbf{f}_{1}^{(4)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(2)} + \mathbf{f}_{2}^{(3)} + \mathbf{f}_{1}^{(4)} \\ \mathbf{f}_{2}^{(4)} \end{cases}$$
(22)

Вектор неизвестных узловых перемещений **u**, соответствующий глобальной матрице жесткости и вектору нагрузок, принимает следующий вид:

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \mathbf{u}_{1} \\ \mathbf{u}_{2} \\ \mathbf{u}_{3} \\ \mathbf{u}_{4} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{u}_{1}^{(1)} \\ \mathbf{u}_{2}^{(1)} = \mathbf{u}_{1}^{(2)} = \mathbf{u}_{1}^{(3)} \\ \mathbf{u}_{2}^{(2)} = \mathbf{u}_{2}^{(3)} = \mathbf{u}_{1}^{(4)} \\ \mathbf{u}_{2}^{(4)} \end{cases}$$
(23)

#### 1.2.5 Решение конечно-элементных уравнений

Для того чтобы глобальная система уравнений имела единственное решение определитель глобальной матрицы жесткости должен быть равен нулю. Однако анализ матрицы жесткости, полученной для рассматриваемой системы пружин, показывает, что одно из ее собственных значений равно нулю, а, следовательно, она является сингулярной и имеет нулевой определитель. Поэтому система уравнений, описывающих поведение системы пружин, не имеет единственного решения. Собственный вектор, соответствующий нулевому собственному значению, представляет жесткую форму движения пружин (когда пружины перемещаются как единое целое, не изменяя своих размеров), а остальные ненулевые собственные значения представляют все возможные варианты деформации пружин [4].

Если принять жесткости всех пружин равными единице, тогда глобальная матрица жесткости примет следующий вид:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{3} & -\mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{2} & \mathbf{3} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(24)

Собственные значения этой матрицы будут равны:  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = 3 - \sqrt{5}$ ,  $\lambda_4 = 3 + \sqrt{5}$ .

Им соответствуют собственные векторы, выражаемые как:

Каждый из этих собственных векторов характеризует одно из возможных решений, т.е. один из возможных вариантов деформации системы пружин. Иллюстрацией этих вариантов деформации служит рисунок 8.



Рисунок 8 – Возможные варианты деформации системы линейных пружин

#### 1.2.6 Граничные условия

Единственность решения полученной системы уравнений обеспечивается путем устранения нулевого собственного значения матрицы жесткости за счет введения граничного условия, подавляющего жесткую форму движения системы пружин. В рассматриваемой системе пружин (рисунок 7) это ограничение реализуется фиксацией узла 1 через назначение этому узлу нулевого перемещения  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$ . В любом из узлов может быть задано либо значение перемещения, либо значение силы, при этом физически невозможно одновременно задать оба значения как известные величины или, наоборот, как неизвестные величины. Отсюда следует, что если в узле 1 известно значение перемещения, то значение силы  $\mathbf{f}_1$  в этом узле будет величиной неизвестной. Поскольку перемещения в остальных узлах  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{u}_3$  и  $\mathbf{u}_4$  являются неизвестными, постольку соответствующие им силы будут равны  $\mathbf{f}_2 = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{f}_3 = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{f}_4 = \mathbf{F}$ .

Подстановка указанных значений в систему конечно-элементных уравнений позволяет записать глобальное матричное уравнение в виде:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \\ F \end{bmatrix}$$
(26)

Формально первое уравнение в представленной системе преобразуется к виду:

$$-\mathbf{u}_2 = \mathbf{f}_1 \tag{27}$$

Остальные уравнения принимают вид:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix}$$
(28)

Решение этих уравнений относительно неизвестных величин дает их следующее выражение:

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{F}, \ \mathbf{u}_3 = \frac{3\mathbf{F}}{2}, \ \mathbf{u}_4 = \frac{5\mathbf{F}}{2}, \ \mathbf{f}_1 = -\mathbf{F}$$
 (29)

Графическое изображение полученного решения изображено на рисунке.



Рисунок 9 – Физически допустимое решение для системы линейных пружин

# 1.3 Типы конструкционного анализа методом конечных элементов

Анализ конструкций является, вероятно, наиболее распространенной областью применения МКЭ. При этом под конструкцией здесь понимается какой-либо объект, спроектированный для того чтобы выдерживать заданные нагрузки. Поэтому понятие конструкции в данном случае включает в себя не только строительные конструкции, такие как мосты и здания, но и морские, авиационные и механические конструкции, а также механические компоненты, такие как детали машин и инструменты для их обработки.

Конечно-элементный анализ конструкций позволяет проектировщикам оценить теоретические напряжения в материале и выявить проблемные места для того чтобы спрогнозировать их разрушение. Его использование представляется намного более эффективным методом проектирования и тестирования изделий, чем фактическое изготовление и тестирование их опытных образцов. Данный анализ основан на использовании компьютерной модели конструкции, подверженной нагружению и анализируемой на предмет получения конкретных результатов. Он может применяться как для проектирования новых изделий, так и для улучшения существующих изделий. В случае проектирования нового изделия, благодаря этому анализу разработчик способен проверить сможет ли предложенная конструкция удовлетворить предъявляемые к ней требования до ее изготовления. В случае модификации существующего изделия или конструкции он используется для их адаптации под новые условия эксплуатации.

Конечно-элементный анализ может осуществляться в двумерном (2D) и трехмерном (3D) пространстве соответственно с использованием 2D и 3D моделей. 2D моделирование характеризуется простотой и позволяет выполнять анализ на компьютерах с относительно малой производительностью, однако обеспечивает менее точные результаты. 3D моделирование обеспечивает более точные результаты, но требует для своей эффективной реализации более мощных компьютеров. В рамках каждой из этих схем моделирования могут использоваться различные алгоритмы и функции, определяющие линейный или нелинейный отклик системы. Линейные системы менее сложны для анализа и обычно не учитывают пластические деформации. Нелинейные системы учитывают пластические деформации и во многих случаях моделируют отклик материала вплоть до его разрушения.

В зависимости от целей конструкционного анализа методом конечных элементов и формулировки решаемой задачи он может быть нескольких видов, к которым относятся [2]:

- статический анализ;
- нестационарный динамический анализ;
- модальный анализ;
- гармонический анализ;
- спектральный анализ;
- анализ устойчивости;
- нелинейный анализ;
- анализ контактного взаимодействия;
- анализ механики разрушения;
- анализ усталостной прочности.

#### 1.3.1 Статический анализ

Статический анализ (линейный и нелинейный) предназначен для оценки результатов статического нагружения конструкции без учета действия сил инерции, сил неупругого сопротивления и прочих нагрузок, являющихся функцией времени. Однако при его проведении могут учитываться стационарные инерционные нагрузки, такие как сила тяжести, а также зависимые от времени нагрузки, которые могут аппроксимироваться эквивалентными статическими нагрузками, такими как статические эквиваленты ветровой и сейсмической нагрузки.

Статический анализ используется для определения перемещений, напряжений, деформаций и силовых факторов в конструкциях, на которые воздействуют нагрузки, не вызывающие значительных инерционных и демпфирующих эффектов. При этом предполагается, что конструкция находится в условиях устойчивого нагружения и имеет устойчивый отклик на это нагружение, т.е. предполагается, что изменением нагрузок и отклика конструкции во времени можно пренебречь. Типы нагрузок, которые могут задаваться в статическом анализе, включают:

- внешние приложенные силы и давления;
- стационарные инерционные силы, такие как сила тяжести;
- заданные (ненулевые) перемещения;
- температуры (для вычисления температурных деформаций).

#### 1.3.2 Нестационарный динамический анализ

Нестационарный динамический анализ (линейный и нелинейный) используется для определения динамического отклика конструкции под воздействием любых произвольных нагрузок, зависящих от времени. Данный тип анализа может использоваться для определения изменяющихся во времени перемещений, деформаций, напряжений и сил в конструкции как результатов воздействия на нее любой комбинации статических и динамических нагрузок. При этом временной масштаб нагружения таков, что инерционными и демпфирующими эффектами нельзя пренебречь. Если инерционные и демпфирующие эффекты не имеют значения, то вместо нестационарного динамического анализа можно использовать статический анализ.

1.3.3 Модальный анализ

Модальный анализ служит для определения вибрационных характеристик (собственных частот и форм колебаний) конструкции или компонента машины на этапе их проектирования. Также он может использоваться как отправная точка для более углубленного динамического анализа, такого как нестационарный динамический анализ, анализ гармонического отклика или спектральный анализ.

### 1.3.4 Гармонический анализ

Любая устойчивая циклическая нагрузка будет вызывать устойчивый циклический отклик (гармонический отклик) в конструкционной системе. Анализ гармонического отклика дает возможность предсказать установившееся динамическое поведение конструкции и, тем самым, проверить будет ли она успешно противостоять резонансам, усталостному разрушению и прочим опасным эффектам вынужденных колебаний.

1.3.5 Спектральный анализ

Спектральный анализ представляет собой тип анализа, в котором используются результаты модального анализа для вычисления напряжений и напряжений в конструкции как результата воздействия на нее заданного спектра возмущающих воздействий. Преимущественно он используется вместо нестационарного динамического анализа для определения отклика конструкций на случайные или изменяющиеся во времени условия нагружения, такие как землетрясения, ветровые и волновые нагрузки, реактивная тяга, вибрации ракетных двигателей и т.п.

#### 1.3.6 Анализ устойчивости

Анализ устойчивости используется для определения критических нагрузок, при которых конструкция становится неустойчивой, а также форм потери устойчивости, т.е. форм деформации конструкции, характеризующих ее отклик на потерю устойчивости.

#### 1.3.7 Нелинейный анализ

Если конструкция претерпевает большие деформации, то ее изменяющаяся геометрическая конфигурация может вызвать нелинейный отклик. Наиболее распространенной причиной нелинейного поведения конструкции является нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями в ее материале. Свойства зависимости напряжение-деформация могут зависеть от множества факторов, включая историю нагружения (как в случае упругопластического отклика), условия окружающей среды (например, температуру), продолжительность действия нагрузки (как в случае отклика по ползучести). Нелинейный анализ призван учитывать все эти нелинейные эффекты при оценке поведения исследуемой конструкции.

#### 1.3.8 Анализ контактного взаимодействия

Данный вид анализа предназначен для моделирования взаимодействия двух или более тел, находящихся в непосредственном контакте друг с другом, с учетом различных контактных явлений на сопряженных поверхностях тел. Подобные контактные задачи характеризуются высокой нелинейностью и требуют значительных вычислительных ресурсов для своего решения. Поэтому при их решении важно понимать физику взаимодействия, что позволяет предварительно отладить модель для повышения ее эффективности.

Контактные задачи связаны с двумя существенными затруднениями. Вопервых, до начала запуска решения, в общем случае, неизвестно какие именно участки тел будут вступать в контакт. В зависимости от нагрузок, материала, граничных условий и других факторов поверхности тел могут входить в контакт друг с другом и выходить из него совершенно непредсказуемым и неожиданным образом. Во-вторых, большинство контактных задач требуют учета трения. Учет трения осуществляется путем выбора из нескольких существующих моделей трения, причем все эти модели являются нелинейными. Характеристика взаимодействия по связи с трением может быть хаотичной, что сильно затрудняет сходимость решения.

Кроме того, многие контактные задачи могут быть осложнены необходимостью учета эффектов из других физических областей, таких тепло- и электропроводность в областях контакта.

#### 1.3.9 Анализ механики разрушения

Трещины, возникающие в материале нагруженных конструкций и компонентов, иногда могут приводить к катастрофическим результатам. Областью применения анализа механики разрушения является прогнозирование развития таких трещин. Он связан с исследованием того, как трещина распространяется в конструкции под воздействием приложенных нагрузок. Данный анализ включает сопоставление аналитических оценок распространения трещины и разрушения с результатами экспериментов. Аналитическая оценка выполняется путем вычисления параметров, характеризующих разрушение, таких как коэффициент интенсивности напряжений при вершине трещины, позволяющих оценить скорость роста трещины. Обычно длина трещины растет при каждом цикле нагружения конструкции, например цикла герметизации/разгерметизации кабины самолета. Кроме того, на интенсивность разрушения данного материала могут влиять условия окружающей среды, такие как температура и радиоактивное излучение.

#### 1.3.10 Анализ усталостной прочности

Усталостное разрушение представляет собой явление, при котором конструкция, нагруженная периодически повторяющейся нагрузкой, разрушается при уровне напряжений меньше, чем предел прочности материала. Например, стальной стержень может успешно выдерживать растяжение статической силой величиной 300 кH, но разрушиться после миллиона повторений цикла нагружение-разгружение силой 200 кH.

К основным факторам, влияющим на усталостную прочность, относятся:

- число циклов нагружения;
- диапазон напряжений в каждом цикле нагружения;
- среднее напряжение в каждом цикле нагружения;
- наличие местной концентрации напряжений.

Целью анализа усталостной прочности является определение степени износа компонента в течение его ожидаемого срока службы с учетом всех указанных факторов.

#### 1.4 Программное обеспечение метода конечных элементов

Решение ДУЧП относительно неизвестных перемещений, температур, напряжений и т.д., связанных с определенной физической задачей, часто осложнено необходимостью большого размера сетки в дискретизируемой области. Большая размерность задачи сильно затрудняет контроль решения этих уравнений при использовании простых инструментов анализа для реализации вычислительных алгоритмов. Поэтому на практике для их решения используются специальные программные средства, называемые конечно-элементными решателями. Конечно-элементный решатель представляет собой пакет программ, предназначенный для решений ДУЧП методом конечных элементов. В настоящее время на рынке программного обеспечения представлено достаточно большое число подобных решателей, и это число продолжает увеличиваться.

Наиболее известными их них являются [7]:

1) NASTRAN: самая первая конечно-элементная программа общего назначения, первоначально разработанная под эгидой NASA в 1965 г. исследовательской группой, возглавляемой Диком МакНилом (Dick MacNeal). Позднее она была выпущена на общий рынок программного обеспечения как коммерческий конечноэлементный решатель, в котором было исправлено множество недостатков исходной версии. Начиная с 1990 г. NASTRAN используется во многих отраслях промышленности как основное средство конечно-элементного анализа. В настоящее время данный программный продукт называется MSc Nastran – по названию компании MacNeal-Schwendler Corporation, которая занимается его продвижением на рынке;

2) ANSYS: данное программное обеспечение является следующим конечноэлементным решателем, разработанным после NASTRAN. Оно было разработано Джоном Свонсоном (John Swanson) для компании «Westinghouse Electric Corporation» как средство анализа ядерных реакторов. Программа позволяла решать линейные и нелинейные задачи различной физической природы, и стало получать широкое распространение, начиная 1996 г. В настоящее время (по данным 2017 г.) доля рынка, занимаемая компанией «ANSYS Inc.», составляет 10,7 млрд. долларов;

3) LS-DYNA: является еще одним программным пакетом для нелинейного конечно-элементного анализа, первоначально разработанным Джоном Холквистом (John Hallquist) в Ливерморской национальной лаборатории им. Э. Лоуренса (Lawrence Livermore National Laboratory). После ухода из нее Холквиста в 1989 г. он основал компанию «Livermore Software and Technology Corporation» (LSTC), которая начала продвигать программу на рынке. Отличительной особенностью данного программного обеспечения, делающей его привлекательным для промышленности, были его возможности выполнения нелинейного динамического анализа, специализированные для проведения анализа ударопрочности, моделирования процессов листовой штамповки и симуляции поведения прототипов, например, испытаний на падение. Однако в настоящее время его функционал расширен и также включает в себя обычный статический анализ;

4) ABAQUS: данное программное обеспечение является одним из конкурентов на современном рынке коммерческих/проприетарных конечно-элементных решателей. Оно было разработано в 1978 г. компанией «Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.» (HKS), названной в честь ее основателей. Первоначально программа была ориентирована на решение нелинейных задач, но постепенно в нее были добавлены и возможности линейного анализа. ABAQUS являлась первой программой конечноэлементного анализа, где была предусмотрена возможность добавления пользовательских моделей материала и элементов. В настоящее время продвижением программы на рынке занимается компанией «Dassault Systemes Simulia Corporation», купившая компанию HKS в 2005 г. за 413 млн. долларов;

5) COMSOL Multiphysics: данный программный продукт, первоначально назывался FEMLAB и был разработан в 2005 г. Он представляет собой другой тип конечно-элементного решателя, отличный от ранее рассмотренных. Его специализацией является решение многодисциплинарных задач и поэтому он содержит программные модули, разработанные для анализа конкретных физических явлений механики твердого тела, механики жидкостей, термодинамики, электромагнетизма, акустики, полупроводимости и т.д. Каждый из этих модулей может быть добавлен в текущее решение для получения реалистичной симуляции рассматриваемой задачи. В настоящее время COMSOL имеет прямой интерфейс с MATLAB.

6) Mimic Innovation Suite: представляет собой специализированный набор программных инструментов для биомедицинской промышленности, который позволяет выполнять широкий диапазон операций с биологическими системами. Он был разработан группой исследователей в Лёвенском католическом университете (Katholieke Universiteit Leuven), но теперь права на него принадлежат компании «Materialise NV», специализирующейся на решении прикладных задач в медицине, стоматологии и аддитивном производстве. Возможности данного программного обеспечения варьируют от распознавания образов с использованием методов трехмерной томографии до производства прототипов. Его функционал включает:

- a) Mimic (сегментация медицинских изображений и 3D-рендеринг);
- б) 3-matic построение CAD-моделей, включая генерацию сеточных моделей;
- в) МКЭ моделирование;

31

г) анатомические модели;

7) ANSA: программный пакет для препроцессирования с расширенными возможностями генерации сеток. Аббревиатура ANSA означает Automatic Net generation for Structural Analysis, т.е. автоматическая генерация сетки для конструкционного анализа. Это один из немногих программных пакетов конечно-элементного анализа, в котором сохраняется связь между геометрией и сеткой, поэтому при изменении геометрии сетка перестраивается только на измененном участке, а исходная сетка сохраняется. Пакет широко используется в автомобильной промышленности, т.е. в той области, где он собственно и появился. ANSA разработан греческой компанией «BETA CAE Systems S. A.», но продается на рынке компанией «BETA CAE Systems» (США);

8) Digimat: представляет собой программную платформу для нелинейного многоуровневого моделирования композиционных материалов и конструкций на их основе. Она была разработана компанией «E-Xstream Engineering» (Люксембург) и представляет собой будущее численного моделирования с интеграцией различных модулей для комплексного решения нескольких механических задач. Ее отличительной особенностью является многоуровневость, т.е. она обеспечивает решение задач как на микроуровне, так и на макроуровне в различных масштабах времени.

Как было отмечено выше, одним из наиболее распространенных средств конечно-элементного анализа является линейка программных продуктов ANSYS. В настоящее время продукты ANSYS используются во всех основных отраслях промышленности, включая аэрокосмическую, автомобильную и химическую промышленность, строительство, производство товаров народного потребления, электроэнергетическую и электронную промышленность, здравоохранение, морскую и нефтегазовую промышленность, производство конструкционных материалов [3, 5, 8].

Сегодня компания «ANSYS Inc.» предлагает широкий диапазон инструментов компьютерного инженерного анализа. Некоторые из них являются средствами анализа общего назначения, в то время как другие являются специальными средствами, предназначенными для использования в определенных практических областях, таких как электроника, турбомашинная техника и проектирование морских сооруже-

ний. Одни из них могут использоваться для выполнения всех этапов конечноэлементного анализа, а другие – для выполнения конкретных этапов анализа, например, построения геометрической модели или генерации сетки. Однако, несмотря на все многообразие средств инженерного анализа, предлагаемых компанией «ANSYS Inc.», основным из них является CAE-система «ANSYS Mechanical APDL», рассмотрению которой посвящено настоящее пособие. При этом основное внимание в нем уделяется вопросам проведения различных видов конструкционного анализа, так как данный тип анализа наиболее востребован в практической деятельности инженера-механика.

#### 1.5 Контрольные вопросы

1 Какие численные методы положены в основу современной вычислительной механики?

2 В чем заключаются основные особенности метода конечных разностей?

3 Что положено в основу метода конечных элементов?

4 Что собой представляет метод конечных объемов?

5 На чем основаны спектральные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных?

6 Что является основной идеей метода граничных элементов?

7 Чем характеризуются бессеточные методы?

8 Что является начальным этапом процедуры конечно-элементного решения?

9 Каким образом обеспечивается непрерывность степеней свободы в конечноэлементной модели?

10 Какие методы могут использоваться для вывода конечно-элементных уравнений?

11 Каким образом выводится конечно-элементное уравнение равновесия линейной пружины прямым методом?

12 Как производится сборка матриц жесткости и векторов нагрузок при выводе уравнений для системы из множества конечных элементов?

13 Для чего нужны граничные условия в конечно-элементной модели?

33

14 Какова общая характеристика конструкционного конечно-элементного анализа?

15 Чем характеризуется статический конструкционный анализ?

16 Для чего используется нестационарный динамический анализ конструкций?

17 Для чего служит модальный анализ конструкций?

18 Какие задачи призван решать гармонический анализ конструкций?

19 Что собой представляет спектральный анализ конструкций?

20 Для чего предназначен анализ устойчивости конструкций?

21 Чем характеризуется нелинейный конструкционный анализ?

22 Что является отличительными особенностями анализа контактного взаимодействия?

23 С чем связан анализ механики разрушения?

24 На что направлен анализ усталостной прочности конструкций?

25 Что является основной предпосылкой появления программных пакетов конечно-элементного анализа?

26 Какие коммерческие конечно-элементные решатели получили в настоящее время наибольшее распространение?

27 Для каких целей используются программные продукты фирмы «ANSYS Inc.»?

# 2 Моделирование с использованием пружинных конечных элементов

Пружинный элемент представляет собой один из наиболее простых типов элементов, используемых в конечно-элементном анализе. В CAE-системе «ANSYS Mechanical APDL» он доступен в нескольких модификациях, простейшей из которых является линейная пружина (элемент «COMBIN14»). Особенности использования этого элемента целесообразно рассмотреть на примере расчета эквивалентной жесткости системы взаимосвязанных пружин. Соответствующая расчетная схема рассматриваемой системы приведена на рисунке 10.



Рисунок 10 – Система пружин

# 2.1 Построение геометрической модели

Для формирования необходимой конечно-элементной модели предварительно требуется построить геометрическую модель системы пружин. Требуемая модель в данном случае будет иметь простейший вид набора прямолинейных вертикальных и горизонтальных линий, связанных между собой в общих конечных точках. При этом часть линий (горизонтальных) будет соответствовать осям пружин и часть линий (вертикальных и горизонтальных) жестким связям между пружинами.

Данная формулировка задачи предполагает, что жесткость пружин не зависит от их размеров, и поэтому длины линий в геометрической модели могут быть выбраны произвольно. Однако для лучшей наглядности модели (и получаемых в перспективе результатов) желательно придерживаться пропорций, заданных на схеме. В соответствии с этим для рассматриваемого примера приняты следующие размеры:

- длина линий, соответствующих коротким пружинами, равняется 85 мм;

- расстояние между осями двух соседних пружин равняется 50 мм;

- длина линии, соответствующей длинной пружине, равняется сумме длин коротких пружин;

- длина линий, соответствующих горизонтальным жестким участкам, которые непосредственно не связаны с пружинами, равняется 15 мм.

Построение необходимых линий в «Mechanical APDL» осуществляется в два этапа. На первом из них строятся ключевые точки, а на втором этапе эти точки соединяются линиями. Для построения точек нужно после запуска программы задействовать в ее главном меню («Main Menu») последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Keypoints» и запустить команду «In Active CS». Это приведет к появлению диалогового окна «Create Keypoints in Active Coordinate Systems, изображенного на рисунке 11. В данном окне верхнее поле «NPT Keypoint number» служит для определения номера создаваемой точки, а поля «X,Y,Z Location in active CS» – для определения ее положения в глобальной системе координат.

Create Keypoints in Active Coordinate System	×
[K] Create Keypoints in Active Coordinate System	
NPT Keypoint number	1
X,Y,Z Location in active CS	0 0 0
ОК Арріу	Cancel Help

Рисунок 11 – Диалоговое окно «Create Keypoints in Active Coordinate System»

Если принять, что крайняя левая точка на рисунке 10 совпадает с началом координат, то для построения первой точки модели нужно ввести в текущем окне цифру 1 в поле «NPT Keypoint number» и нули в поля «X,Y,Z Location in active CS» с подтверждением ввода кнопкой «Apply». Далее, если принять, что оси пружин выравнены вдоль оси X, то для построения второй точки нужно ввести цифру 2 в поле
«NPT Keypoint number» и значение равное 0.015 м в поле X, сохранив нули в полях Y и Z. После этого для построения третьей точки нужно назначить ей номер равный 3 и задать координаты X и Y, соответственно равные 0.015 и 0.0375 м при нулевой координате Z. Все остальные точки модели строятся аналогичным способом путем ввода их номеров и координат в рассматриваемом окне. При этом нужно заметить, что координата Z для всех последующих точек также должна равняться нулю, а порядок их построения не имеет принципиального значения и может быть произвольным. Построение последней точки модели следует завершить нажатием кнопки «OK» для закрытия диалогового окна.

3			.19	
12 6	9	.12	.18 .15	20
45	.10	.11	.16,17	
7	8	.13	.14	

Рисунок 12 – Результат построения ключевых точек системы пружин

Полученные точки далее нужно попарно соединить между собой отрезками прямых линий, для чего следует воспользоваться соответствующей командой, которая доступна в главном меню «ANSYS» путем последовательного выбора пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Straight Line». Запуск указанной команды приводит к появлению диалогового окна «Create Straight Line», управляющего параметрами интерактивного создания линий в графической зоне «Mechanical APDL».

Для создания прямолинейного отрезка в этом окне требуется последовательно ввести пару номеров точек (с подтверждением ввода каждого номера клавишей «Enter») либо просто выбрать щелчком левой кнопки мыши нужные точки в графической зоне программы. Так для построения первого отрезка нужно выбрать точки 1 и 2, для создания третьего – точки 2 и 3 и т.д. до получения окончательного результата, соответствующего рисунку 10. В рассматриваемом примере этот результат будет включать в себя 22 отрезка, и выглядеть так, как показано на рисунке 13.



Рисунок 13 – Результат построения прямолинейных отрезков

## 2.2 Формирование конечно-элементной модели

Чтобы преобразовать полученную геометрическую модель в конечноэлементную модель сначала необходимо выбрать нужные типы элементов из библиотеки конечных элементов «Mechanical APDL». Доступ к ней осуществляется через последовательный выбор пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete» в главном меню программы. Последний пункт в приведенном ряду вызывает на экран диалоговое окно «Element Types», где нужно нажать кнопку «Add» и вызвать на экран собственно окно библиотеки «Library Of Element Types», изображенное на рисунке 14.

A Library of Element Types			
Only structural element types are shown			
Library of Element Types	Contact Gasket Cohesive Combination ANSYS Fluid Pore-pressure User Matrix Superelement	Spring-damper 14 Nonlin spring 39 Combination 40 Control elem 37 2D Bearing 214 Pretension 179 Spring-damper 14	
Element type reference number OK Apply	1 Cancel	Help	

Рисунок 14 – Окно библиотеки конечных элементов

В этом окне требуется выполнить следующие действия:

- выделить в списке категорий элементов (слева) пункт «Combination», а затем выбрать в списке элементов, входящих в выделенную категорию (справа), пункт «Spring-damper 14», после чего нажать кнопку «Apply»;

- выделить пункт «Constraints» в списке категорий и пункт «Nonlinear MPC 184» в списке элементов, после чего нажать кнопку «OK».

В результате в поле «Defined Element Types:» окна «Element Types» появятся две строки «Type 1...» и «Type 2...», определяющие первый и второй выбранный тип элемента. При этом элемент первого типа («Combin14») будет использоваться собственно для моделирования пружин, а элемент второго типа («MPC184») – для моделирования жестких связей между пружинами. Оба типа элементов имеют ряд настроек, доступ к которым осуществляется кнопкой «Options» в текущем окне. В данном случае эти настройки необходимо изменить следующим образом:

- для элемента первого типа выбрать пункт «2D longitudinal» в комбинированном списке «DOF selection for 2D + 3D» (рисунок 15) не изменяя остальных параметров;

- для элемента второго типа выбрать пункт «Rigid Beam» в списке «Element behavior» первого окна настроек (рисунок 16) и пункт «Direct Elimination» в списке «Reduction Method» второго окна.

После изменения настроек элементов окно «Element Types» требуется закрыть кнопкой «Close».

COMBIN14 element type options			
Options for COMBIN14, Element Type Ref. No. 1			
Solution type K1	Linear Solution 💌		
DOF select for 1D behavior K2	Use 2/3D DOF opt		
DOF selection for 2D + 3D K3	2-D longitudinal		
OK Cancel	Help		

Рисунок 15 – Окно настроек пружинного элемента «Combin14»

A MPC184 element type options	X		
Options for MPC184, Element Type Ref. No. 2			
Element behavior K1	Rigid Link Rigid Beam Slider Revolute Universal Slot Point Translational Cylindrical Planar Weld Rigid Beam		
OK Cancel	Help		

Рисунок 16 - Окно настроек связующего элемента «МРС184»

Далее для пружинного элемента необходимо создать наборы вещественных констант, задающие жесткости пружин в соответствии с расчетной схемой на рисунке 10. Создание этих наборов производится при помощи соответствующего диалогового окна «Real Constants», которое вызывается путем выбора пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Real Constants  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete» в главном меню программы. Для создания первого набора констант в этом окне нужно:

- нажать кнопку «Add» и вызвать следующее окно «Element Type for Real Constants», где выделить строку «Type 1 Combin14» и нажать кнопку «OK»;

- в появившемся окне «Real Constants Set Number 1, For Combin14» (рисунок 17) ввести в поле «Spring constant» жесткость первой пружины (k<sub>1</sub>), которая для рассматриваемого примера равна 25000 Н/м (жесткости этой и всех последующих пружин задаются в Н/м);

- не заполняя все остальные поля текущего окна нажать кнопку «ОК» для создания первого набора констант, о чем должна свидетельствовать строка «Set 1», появившееся в окне «Real Constants»;

- повторить процедуру в количестве раз равном числу оставшихся жесткостей, указанных на расчетной схеме, с вводом соответствующей величины жесткости при каждом повторе.

Таким образом, для рассматриваемого примера необходимо создать семь наборов вещественных констант, которые будут отображаться в окне «Real Constants». Следует заметить, что в случае ошибочного задания жесткости в наборе констант, он может быть изменен при помощи кнопки «Edit».

Real Constant Set Number 1, for COMBIN14	X
Element Type Reference No. 1	
Real Constant Set No.	1
Spring constant K	25000
Damping coefficient CV1	
Nonlinear damping coeff CV2	
Initial Length ILEN	
Initial Force IFOR	
OK Apply Cancel	Help

Рисунок 17 – Окно задания вещественных констант элемента «Combin14»

После определения всех необходимых наборов констант окно «Real Constants» следует закрыть кнопкой «Close».

Связь заданных типов конечных элементов с геометрической моделью осуществляется через назначение атрибутов конечно-элементной модели ранее созданным отрезкам. Чтобы выполнить эту операцию необходимо задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh Attributes  $\rightarrow$  Picked Lines», в результате чего появится окно «Line Attributes», управляющее выбором линий.

После его появления нужно щелчком левой кнопки мыши выбрать прямолинейный отрезок, соответствующий пружине k<sub>1</sub> на рисунке 10, и нажать кнопку «OK» в окне «Line Attributes». В результате этого откроется еще одно одноименное окно (рисунок 18), где для первой пружины требуется: - выбрать пункт «1» в комбинированном списке «REAL Real Constant Set Number», что задает использование набора констант, отвечающего за жесткость первой пружины;

- выбрать пункт «1 COMBIN14» в списке «TYPE Element Type Number», что задает использование пружинного типа элемента;

- нажать кнопку «Apply» для применения заданных атрибутов к выбранной линии.

∧ Line Attributes	×
[LATT] Assign Attributes to Picked Lines	
MAT Material number	None defined
REAL Real constant set number	1
TYPE Element type number	1 COMBIN14 -
SECT Element section	None defined
Pick Orientation Keypoint(s)	□ No
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 18 – Окно определения атрибутов линий

Точно таким же способом необходимо назначить атрибуты всем другим линиям модели, соответствующим пружинам, с выбором для каждой линии соответствующего номера набора констант в окне «Line Attributes» (рисунок 18).

Оставшиеся линии модели (все вертикальные линии, а также горизонтальные линии 1-2, 4-5 и 16-17 на рисунке 13) необходимо связать с элементом второго типа (жесткая связь). Для этого нужно снова задействовать последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh Attributes  $\rightarrow$  Picked Lines» и выбрать все указанные линии. Следует заметить, что при неправильном выборе линии его отмена может быть сделана путем нажатия правой кнопки мыши (для переключения в режим отмены выбора) и последующего повторного щелчка левой кнопкой по ошибочно выбранной линии.

Далее в окне «Line Attributes» (рисунок 18), появившемся после выбора линий, требуется выбрать пункт «2 MPC184» в списке «TYPE Element type number» и нажать кнопку «OK». При этом текущий результат выбора в списке «REAL Real Constant Set Number» значения не имеет.

На следующем этапе построения модели необходимо задать размеры конечных элементов таким образом, чтобы каждой линии соответствовал один элемент. Для этого нужно активировать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  All Lines». В результате этого появится диалоговое окно «Element Sizes on All Selected Lines» (рисунок 19), где требуется задать единицу в поле «NDIV No. of element divisions» и нажать кнопку «OK». Данное действие определяет количество элементов, на которое будет разделена каждая активная линия.

A Element Sizes on All Selected Lines	X
[LESIZE] Element sizes on all selected lines	
SIZE Element edge length	
NDIV No. of element divisions	1
(NDIV is used only if SIZE is blank or zero)	
KYNDIV SIZE,NDIV can be changed	🔽 Yes
SPACE Spacing ratio	
Show more options	∏ No
OK Cancel	Help

Рисунок 19 – Окно определения размеров элементов на всех линиях модели

После задания размеров элементов необходимо их создать, для чего требуется задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Lines». Затем в появившемся окне «Mesh Lines» нужно нажать кнопку «Pick All» для автоматического выбора всех линий геометрической модели и построения всех необходимых элементов. Для контроля правильности построения этих элементов необходимо включить режим отображения формы конечных элементов (в данном случае пружинных элементов). Включение этого режима осуществляется путем входа в пункт «PlotCtrls» меню утилит и последовательного выбора в нем пунктов «Style» и «Size and Shape», приводящего к вызову соответствующего диалогового окна. В вызванном окне, фрагмент которого показан на рисунке 20, нужно установить флажок «/ESHAPE Display of element...» в положение «On» и нажать кнопку «OK». В результате изображение конечно-элементной модели для рассматриваемого примера должно принять вид, показанный на рисунке 21.

Size and Shape	X
[/SHRINK] Shrink entities by	0 percent
[/ESHAPE] Display of element	l▼ On
shapes based on real	
constant descriptions	
	1
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 20 – Фрагмент диалогового окна «Size and Shape»



Рисунок 21 – Конечно-элементная модель системы пружин

## 2.3 Наложение граничных условий

Для завершения модели необходимо задать ее граничные условия и нагрузку в соответствии с рисунком 10. Чтобы задать граничные условия, которыми в данном

случае будут являться нулевые степени подвижности в узлах элементов, нужно задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacement  $\rightarrow$  On Nodes». Активация последнего пункта приведет к появлению диалогового окна «Apply U, ROT on Nodes», управляющего выбором узлов модели для последующего ограничения их подвижности.

Поскольку ограничение подвижности узлов следует произвести в два этапа, постольку после появления указанного окна сначала нужно щелчком левой кнопки мыши выбрать узел модели, соответствующий крайней левой точке на расчетной схеме, где показана жесткая заделка (рисунок 10) и подтвердить выбор кнопкой «OK». Это приведет к видоизменению окна «Apply U, ROT on Nodes», которое примет вид, показанный на рисунке 22. Теперь здесь требуется выделить пункт «UX» в списке «Lab2 DOFs to be constrained», ввести значение равное нулю в поле «VALUE Displacement value» (либо просто оставить его пустым) и нажать кнопку «Apply». Описанная процедура обеспечит наложение на узел связи, запрещающей его перемещение по оси X.

Apply U,ROT on Nodes	×
[D] Apply Displacements (U,ROT) on Nodes	
Lab2 DOFs to be constrained	All DOF
Apply as	Constant value 🗨
If Constant value then:	
VALUE Displacement value	0
OK Apply Ca	ncel Help

Рисунок 22 – Окно задания параметров условий закрепления на узлах модели

После этого снова появится окно выбора, где в данном случае нужно нажать

кнопку «Pick All» для автоматического выбора всех узлов модели. Далее в повторно появившемся окне «Apply U, ROT on Nodes» (рисунок 22) необходимо снять выделение с пункта «UX» в списке «Lab2 DOFs to be constrained» и выделить в нем пункты «UY» и «ROTZ», после чего нажать кнопку «OK». Данное действие обеспечит модели единственную степень свободы в виде линейного перемещения по оси X.

# 2.4 Приложение нагрузок

Чтобы задать силу, вызывающую деформацию системы пружин, требуется последовательно активировать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Force/Moment  $\rightarrow$  On Nodes», что приведет к открытию окна «Apply F/M on Nodes», управляющего выбором узлов модели. С его помощью нужно выбрать узел модели, соответствующий крайней правой точке на расчетной схеме (рисунок 10) и подтвердить выбор кнопкой «OK» в текущем окне.

В результате на экране появится еще одно окно «Apply F/M on Nodes» (рисунок 23), предназначенное на этот раз для ввода параметров силовой нагрузки, действующей на выбранный узел. Здесь для рассматриваемого случая необходимо:

- выбрать в комбинированном списке «Lab Direction of force/mom» пункт для назначения координаты, по которой будет действовать сила;

- ввести в поле «VALUE Force/moment value» значение равное минус 500 (знак минус означает, что сила действует в отрицательном направлении оси X);

- нажать кнопку «ОК» для фактического приложения силы к выбранному узлу.

Apply F/M on Nodes	x
[F] Apply Force/Moment on Nodes	
Lab Direction of force/mom	FX 💌
Apply as	Constant value
If Constant value then:	
VALUE Force/moment value	-500
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 23 – Окно задания параметров нагрузки на узлах модели

После приложения нагрузки модель будет готова для проведения расчета, перед чем ее желательно сохранить. Сохранение осуществляется при помощи команды «Save as» из пункта «File» меню утилит программы. Необходимо заметить, что при сохранении следует избегать использования кириллицы в имени файла и пути к нему, в противном случае корректное сохранение модели не гарантируется.

#### 2.5 Расчет и просмотр результатов

Для запуска процедуры расчета, который в данном случае соответствует статическому анализу, необходимо задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS». Активация последнего указанного пункта приводит к появлению двух программных окон: информационного окна «/STATUS Command» и управляющего окна «Solve Current Load Step». Первое окно можно сразу закрыть (т.к. оно служит исключительно для просмотра текущих настроек анализа), а во втором нужно нажать кнопку «ОК» для запуска собственно решения.

После успешного завершения решения (о чем будет свидетельствовать появление информационного окна с сообщением «Solution is done!») можно приступать к просмотру полученных результатов. Для этого, прежде всего, требуется отключить видимость формы пружинных элементов, обусловленную соответствующими наборами констант. Данное требование объясняется тем, что постпроцессор «ANSYS» не поддерживает отображение формы элементов при визуализации результатов. Ее отключение осуществляется путем последовательного выбора в меню утилит пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Size and Shape» и снятия флажка «Display of element» в вызванном диалоговом окне (рисунок 20) с его подтверждением кнопкой «OK».

Наиболее наглядной формой представления результатов расчета в данном случае являются эпюры. Однако для их построения необходимо выполнить ряд дополнительных действий, направленных на извлечение результатов, которые недоступны в явном виде по завершении решения. Эти действия предполагают создание так называемых таблиц элементов и выполнение математических операций над ними. Чтобы создать необходимые таблицы сначала нужно деактивировать все элементы модели, определяющие жесткие связи между пружинами.

Данная деактивация выполняется при помощи фильтров выбора объектов, доступных в диалоговом окне «Select Entities» (рисунок 24), которое вызывается командой «Entities» из пункта «Select» меню утилит. В этом окне требуется:

- выбрать в верхнем комбинированном списке (список типов объектов) пункт «Elements»;

- выбрать в соседнем комбинированном списке (список способов выбора объектов) пункт «Ву Attributes»;

- включить переключатель «Elem type num» в появившейся ниже группе переключателей (отвечающих за определение атрибута, по которому будет производиться выбор);

- ввести в текстовое поле «Min,Max,Inc» цифру два, что соответствует элементу второго типа («MPC184»);

- включить переключатель «Unselect» в нижней группе переключателей для определения совершаемого действия (в данном случае исключение из набора активных объектов);

- нажать кнопку «ОК» для фактической деактивации элементов второго типа;

A Select Entities		
Elements -		
By Num/Pick 💌		
• From Full		
C Reselect		
C Also Select		
O Unselect		
Sele All Invert		
Sele None Sele Belo		
OK Apply		
Plot Replot		
Cancel Help		

Рисунок 24 – Окно управления фильтрами выбора объектов

Для проверки правильности полученного результата следует войти в пункт «Plot» меню утилит и запустить из него команду «Elements», после чего на экране должны отобразиться только элементы, соответствующие пружинам (горизонтально ориентированные элементы).

Дальнейшее создание таблиц элементов осуществляется при помощи диалогового окна «Element Table Data», которое вызывается на экран путем активации в главном меню последовательности пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Element Table  $\rightarrow$ Define Table». Чтобы создать первую необходимую таблицу в этом окне требуется нажать кнопку «Add, что приведет к появлению окна «Define Additional Element Table Items» (рисунок 25), где необходимо:

- ввести в текстовое поле «Lab user label for item» произвольное имя создаваемой таблицы, например, AVG;

- выбрать в списке категорий результатов (слева) пункт «DOF Solution»;
- выбрать в списке компонентов категории пункт «Translation UX»;

- нажать кнопку «ОК» для создания таблицы, содержащей средние арифметические значения узловых перемещений для каждого пружинного элемента.

A Define Additional Element Table Items		X	
[AVPRIN] Eff NU for EQV strain			
[ETABLE] Define Additional Element Table Items			
Lab User label for item	AVG		
Item,Comp Results data item	DOF solution X	<b>A</b>	
	Stress UY Strain-total UZ Strain-mech+thrm Nodal force data Energy Error estimation Translation UX	4 1	
(For "By sequence num", enter sequence			
no. in Selection box. See Table 4.xx-3			
in Elements Manual for seq. numbers.)			
OK Apply	Cancel Hel	lp	

## Рисунок 25 – Окно создания таблиц элементов

Чтобы создать вторую таблицу нужно опять вызвать окно «Define Additional Element Table Items» (рисунок 25), в котором теперь:

- ввести в поле «Lab User Label for item» произвольное имя таблицы, например, STR;

- выбрать в списке категорий результатов (слева) самый нижний пункт «Ву sequence num»;

- выбрать в списке результатов пункт «NMISC,», тем самым добавляя его в текстовое поле, расположенное ниже рассматриваемого списка;

- отредактировать запись в указанном поле путем добавления к ней единицы после запятой, т.е. в конечном итоге запись должна приобрести вид NMISC,1;

- нажать кнопку «OK» для создания таблицы, содержащей значения абсолютной деформации для каждого пружинного элемента.

Далее на основе созданных таблиц необходимо создать две производные таблицы, для чего сначала требуется закрыть окно «Element Table Data», а затем задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Element table  $\rightarrow$  Add Items». Это приведет к появлению диалогового окна «Add Element Table Items», приведенного на рисунке 26.

Add Element Table Items			
[SADD] LabR = (FACT1 * Lab1) + (FACT2 * Lab2) + CO	NST		
LabR User label for result	DISP2		
FACT1 1st Factor	1		
Lab1 1st Element table item	AVG -		
FACT2 2nd Factor	0.5		
Lab2 2nd Element table item	STR		
CONST Constant	0		
OK	Cancel Help		

Рисунок 26 – Окно управления сложением таблиц элементов Для создания первой производной таблицы здесь требуется:

- ввести в текстовое поле «LabR User label for result» произвольное имя создаваемой таблицы, например, DISP2;

- выбрать в комбинированном списке «Lab1 1st Element table item» имя таблицы с усредненными значениями перемещений (в данном случае AVG) и задать в соответствующем текстовом поле «FACT1 1st Factor» значение множителя таблицы равное единице;

- выбрать в комбинированном списке «Lab2 2nd Element table item» имя таблицы со значениями абсолютных деформаций (в данном случае STR) и задать в соответствующем текстовом поле «FACT2 2nd Factor» значение множителя таблицы равное 0.5;

- ввести в поле «CONST Constant» величину постоянной равную нулю;

- нажать кнопку «Apply» для создания таблицы, содержащей значения перемещений правого узла каждой пружины (для рассматриваемой ориентации пружин).

Чтобы создать вторую производную таблицу необходимо:

- ввести в поле «LabR User label for result» имя таблицы, например, DISP1;

- выбрать в комбинированном списке «Lab1 1st Element table item» таблицу AVG и задать для нее в поле «FACT1 1st Factor» множитель равный 2;

- выбрать в комбинированном списке «Lab2 2nd Element table item» таблицу DISP2 и задать для нее в поле «FACT2 2nd Factor» множитель равный минус 1;

- ввести нуль в поле «CONST Constant» и нажать кнопку «OK» для создания таблицы со значениями перемещений левых узлов каждой пружины.

Полученные в итоге таблицы DISP1 и DISP2 могут быть отображены на эпюре при помощи специальной команды, запуск которой осуществляется путем выбора в главном меню последовательности пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Line Elem Res». Это приводит к вызову диалогового окна «Plot Line-Element Results» (рисунок 27), где в данном случае нужно выполнить следующие действия:

- выбрать в комбинированном списке «LabI Elem table at node I» пункт

«DISP1»;

- выбрать в комбинированном списке «LabJ Elem table at node J» пункт «DISP2»;

- задать в поле «Fact Optional scale factor» масштабный коэффициент равный двум;

- включить переключатель «Undeformed shape» и нажать кнопку «OK».

A Plot Line-Element Results	X
[PLLS] Plot Line-Element Result	
LabI Elem table item at node I	DISP1 -
LabJ Elem table item at node J	DISP2 -
Fact Optional scale factor	2
KUND Items to be plotted on	
	Undeformed shape
	O Deformed shape
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 27 – Окно задания параметров отображаемой эпюры

После этого на экране будет отображена необходимая эпюра, для лучшей наглядности которой также следует включить отображение ранее деактивированных жестких связей. Данное включение осуществляется командой «Everything» из пункта «Select» меню утилит с последующим запуском команды «Replot» из пункта «Plot» меню утилит (для обновления изображения).

Кроме того, для большей информативности полученного графика его следует аннотировать путем добавления точных числовых значений узловых перемещений пружин. Данная процедура осуществляется через последовательный выбор в главном меню пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Query Results  $\rightarrow$  Subgrid Solu», что приводит к вызову диалогового окна «Query Subgrid Solution Data». Это окно содержит два списка: список категорий результатов (слева) и список видов результатов, входящих в каждую категорию. В соответствии со спецификой решаемой задачи в списке категорий нужно выбрать пункт «DOF solution», а в списке видов – пункт «Transla-

tion UX», после чего нажать кнопку «ОК».

Далее на экране появится панель выбора объектов «Query Subgrid Results» (рисунок 28), при помощи которой необходимо:

- щелчком левой кнопки мыши последовательно выбрать все узлы модели, принадлежащие пружинам;

- установить флажок «Generate 3D Anno» и нажать кнопку «ОК».

В результате на текущее изображение графика будут добавлены текстовые метки со стрелками, информирующие о величинах перемещений в выбранных узлах.

Query Subgrid Results		
Pick C Unpick		
NODE No. = 20		
Global X = 0.385		
Y = 0		
Z = 0		
UX = -0.0234637		
🔽 generate 3D Anno		
OK Apply		
Reset Cancel		
Min Max		
Help		

Рисунок 28 – Панель выбора объектов «Query Subgrid Results»

При необходимости автоматически заданное положение этих меток может быть изменено с помощью программных инструментов для работы с аннотациями. Доступ к ним производится путем последовательного выбора в меню утилит пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Annotation  $\rightarrow$  Create 3D Annotation». Интерфейс для работы с этими инструментами обеспечивает диалоговое окно «Annotation 3D», изображенное на рисунке 29. Для изменения положения аннотирующей метки здесь требуется:

- выбрать в верхнем комбинированном списке текущего окна пункт

«Options»;

- включить переключатель «Move»;

- щелчком левой кнопки мыши последовательно указать две точки диагонали прямоугольника, выделяющего метку, которая подлежит перемещению;

- щелчком левой кнопки мыши указать новое положение метки.

Annotation3D		
Options 💌		
On Node 💌		
Copy		
Move     Besize		
C Delete		
Box Delete		

Рисунок 29 – Фрагмент окна «Annotation 3D»

В конечном итоге эпюра, изображающая перемещения концов пружин, для рассматриваемой расчетной схемы должна выглядеть так, как показано на рисунке 30. Здесь видно, что максимальное перемещение системы пружин составляет 0,023464 м. Отсюда несложно найти суммарную жесткость рассматриваемой системы пружин как отношение приложенной нагрузки (в данном случае 500 H) к указанному максимальному перемещению. Эта жесткость с учетом округления и перевода единиц измерения составит 21,3 H/мм.



Рисунок 30 – Эпюра абсолютной деформации системы пружин

# 2.6 Контрольные вопросы

1 Каким образом осуществляется построение ключевых точек в «ANSYS Mechanical APDL» в глобальной системе координат?

2 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» производится построение прямолинейных отрезков на основе существующих ключевых точек?

3 Какие действия необходимо выполнить в «ANSYS Mechanical APDL» для доступа к библиотеке конечных элементов?

4 Как в «ANSYS Mechanical APDL» задаются параметры жесткости пружинных конечных элементов типа «COMBIN14»?

5 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется построение сетки линейных конечных элементов?

6 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» задаются граничные условия, необходимые для проведения конструкционного анализа?

7 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» задаются сосредоточенные силы в узлах конечно-элементной модели?

8 Какие действия необходимо выполнить в «ANSYS Mechanical APDL», чтобы запустить процедуру решения для текущего шага нагружения?

9 Какие действия необходимо выполнить в «ANSYS Mechanical APDL» для получения доступа к фильтрам выбора объектов?

10 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется построение эпюр величин, вычисленных на основе линейных конечных элементов?

11 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» выполняется аннотирование графиков, отображающих различные результаты расчета?

# 3 Моделирование конструкций с использованием стержневых конечных элементов

Ранее рассмотренный пружинный конечный элемент в силу специфики своей формулировки для моделирования различных конструкций применяется весьма ограниченно. Большее практическое значение, как правило, имеют другие типы конечных элементов, к числу которых относится стержневой или ферменный конечный элемент. Его формулировка похожа на пружинный элемент, но позволяет учитывать физические свойства материала моделируемой конструкции. Поэтому на практике стержневой элемент используется в основном для моделирования различных ферменных конструкций, компоненты которых преимущественно работают на растяжение-сжатие. Примером такой конструкции является плоская ферма, расчетная схема которой приведена на рисунке 31. Последовательность ее моделирования в САЕ-системе «ANSYS Mechanical APDL» может быть представлена в виде следующих этапов.



Площадь поперечного сечения стержней: 898 мм<sup>2</sup> Материал стержней: конструкционная сталь

Рисунок 31 – Схема нагружения плоской фермы

## 3.1 Построение геометрической модели

Также как и в предыдущем случае, процесс моделирования следует начать с определения геометрии модели, которая должна выражаться набором связанных между собой прямолинейных отрезков. Создание необходимых отрезков предполагает предварительное создание ключевых точек при помощи окна «Create Keypoints in Active Coordinate System» (рисунок 11), вызов которого производится последовательной активацией в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Keypoints  $\rightarrow$  In Active CS». Если принять, что начало системы координат модели совпадает с точкой A на расчетной схеме (рисунок 31), а сама конструкция располагается в плоскости XY, то для создания первой ключевой точки модели в этом окне нужно:

- цифру 1 в поле «NPT Keypoint number»;

- задать нули во все три поля «X,Y,Z Location in active CS» и нажать кнопку «Apply».

Далее требуется аналогичным способом создать ключевую точку 2, соответствующую точке В на расчетной схеме, которая в данном случае будет иметь координаты (3,3,0), и все остальные точки согласно размерам, указанным на схеме. При этом следует помнить, что все координаты являются абсолютными, т.е. задаются относительно начала координат (ключевая точка 1). Очевидно, что для рассматриваемой задачи всего потребуется создать шесть ключевых точек.

Чтобы на основе полученных точек построить линейные отрезки надлежит воспользоваться командой «Straight Line», которая доступна в главном меню в соответствии с путем «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Straight Line». Построение отрезков с использованием данной команды будет выглядеть как интерактивный выбор пары соседних точек, причем последовательность построения отрезков значения не имеет. Конечный результат построения отрезков приведен на рисунке 32.



Рисунок 32 – Геометрическая модель плоской фермы

# 3.2 Определение модели материала

Формулировка стержневого конечного элемента требует ввода информации о физических свойствах материала, изменение которых описывается некоторой предопределенной моделью, называемой моделью материала. Наиболее простой моделью материала, используемой для механических приложений, является упругая модель, которая вполне подходит для решения рассматриваемой задачи.

Для определения этой модели необходимо задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Material Models», в результате чего на экране откроется окно «Define Material Model Behavior» (рисунок 33).



Рисунок 33 – Окно определения моделей материала

Данное окно разделено на две части «Material Models Defined» и «Material Models Available». Первая служит для отображения списка созданных моделей материала, а вторая содержит список доступных моделей, с которыми могут быть сопоставлены созданные модели. По умолчанию программой автоматически создается «пустая» модель «Material Model Number 1». Эту модель необходимо определить путем сопоставления с одной из доступных моделей, для чего требуется:

- щелчком левой кнопки мыши задействовать в иерархическом списке «Material Models Available» последовательность пунктов «Structural  $\rightarrow$  Linear  $\rightarrow$  Elastic  $\rightarrow$  Isotropic»;

- в открывшемся диалоговом окне «Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1» (рисунок 34) задать в поле «ЕХ» модуль упругости стали (заданной условиями задачи) в паскалях в виде 20e10;

- задать в поле «PRXY» коэффициент Пуассона равный 0.26, а затем применить заданные значения кнопкой «OK».

Linear Isotropic Properties for Material Number 1			
Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1			
	T1		
Temperatures	0		
EX	20e10		
PRXY	0.26		
Add Temperatur	e Delete Temperature	Graph	
	OK Cancel	Help	

Рисунок 34 – Окно определения параметров упругой модели изотропного материала

После этого окно «Define Material Model Behavior» следует закрыть соответствующей кнопкой в заголовке окна.

## 3.3 Формирование конечно-элементной модели

Этапу формирования конечно-элементной модели должна предшествовать настройка программной среды на проведение конкретного типа анализа. Данная настройка осуществляется путем запуска команды «Preferences» из главного меню программы. Запуск указанной команды приводит к появлению диалогового окна «Preferences for GUI filtering», с набором флажков, каждый из которых отвечает за соответствующую его названию настройку программной среды. В данном случае здесь нужно установить флажок «Structural» и нажать кнопку «OK».

Собственно формирование конечно-элементной модели включает в себя выбор необходимого типа конечного элемента и конечно-элементную дискретизацию подготовленной геометрии. Для выбора типа элемента нужно задействовать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete» и вызвать на экран окно «Element Types». В этом окне нужно нажать кнопку «Add» и вызвать следующее окно «Library of Element Types» (рисунок 14). На этот раз здесь в списке категорий элементов (слева) требуется выбрать пункт «Link», а в списке видов элементов (справа) – пункт «3D finit stn 180», после чего нажать кнопку «OK».

Далее в снова ставшем активном окне «Element Types» (где в списке «Defined Element Types:» должна появиться строка «Type 1 LINK180») нажать кнопку «Options» и вызвать окно настроек выбранного типа элемента (рисунок 35).

A LINK180 element type options			X
Options for LINK180, Element Type	Ref. No. 1		
Cross section scaling is K2		Rigid (classic)	•
ОК	Cancel	Help	

Рисунок 35 – Геометрическая модель плоской фермы

В этом окне требуется войти в список «Cross section scaling is K2» и выбрать в нем пункт «Rigid (classic)», а затем закрыть окно кнопкой «OK». Данная настройка определяет неизменность размеров сечения элемента при любых изменениях его длины под нагрузкой. После этого окно «Element Types» следует закрыть кнопкой «Close» и перейти к определению вещественных констант стержневого элемента. В данном случае такой константой является заданная площадь сечения равная 898 мм<sup>2</sup>.

Чтобы задать эту константу необходимо задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Real Constants  $\rightarrow$  Add/ Edit/Delete», после чего в появившемся окне «Real Constants» нажать кнопку «Add». В следующем окне «Element Type for Real Constants» сразу нажать кнопку «OK» для вызова диалогового окна «Real Constant Set Number 1, for LINK180» (рисунок 36).

Real Constant Set Number 1, for LINK180	x
Element Type Reference No. 1	
Real Constant Set No.	1
Cross-sectional area AREA	898e-06
Added Mass (Mass/Length) ADDMAS	
Tension and compression TENSKEY	Both 💌
OK Apply Cancel	Help

Рисунок 36 – Геометрическая модель плоской фермы

Для ввода значения площади поперечного сечения в этом окне предназначено поле «Cross-sectional area AREA». Необходимо заметить, что по умолчанию площадь задается в квадратных метрах, т.е. в рассматриваемом примере в это поле нужно ввести значение равное 898е-06. Поле «Added Mass (Mass/Length) ADDMAS» (погонная масса) заполнять не нужно. В комбинированном списке «Tension and Compression TENSKEY» требуется выбрать пункт «Both», что определяет работу элемента, как на сжатие, так и на растяжение. После ввода указанных параметров окно «Real Constant Set Number 1, for LINK180» нужно закрыть кнопкой «OK», а затем закрыть предыдущее окно «Real Constants» кнопкой «Close».

Наличие в базе данных модели выбранного типа конечного элемента и набора его вещественных констант позволяет перейти непосредственно к созданию этих элементов. Однако перед этим сначала требуется назначить эти элементам фиксированные размеры таким образом, чтобы на один отрезок геометрической модели приходился один конечный элемент. Эта операция выполняется так же, как и в предыдущем случае с использованием диалогового окна «Element Sizes on All Selected Lines» (рисунок 19), которое вызывается последовательностью пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  All Lines» в главном меню программы. Здесь нужно задать единицу в поле «NDIV No. of element divisions» и нажать кнопку «OK».

Дальнейшее создание элементов производится активацией в главном меню последовательности пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Lines» и нажатием кнопки «Pick All» в окне «Mesh Lines». При этом к созданным элементам будет автоматически применена ранее определенная модель материала под номером 1. Для проверки правильности созданных элементов следует включить режим отображения их формы в окне «Size and Shape» (рисунок 83), доступ к которому осуществляется из меню утилит путем выбора пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Size and Shape». Помимо установки флажка «Display of element» здесь для большей наглядности можно задать отличный от единицы масштабный коэффициент (например, 4) в поле «SCALE Real constant multiplier». После этого изображение модели на экране должно выглядеть как набор объемных стержней квадратного сечения.

#### 3.4 Наложение граничных условий

Для наложения граничных условий, соответствующих заданной расчетной схеме, необходимо задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacement  $\rightarrow$  On Nodes», что приведет к появлению окна «Apply U, ROT on Nodes». После его появления нужно щелчком левой кнопки мыши выбрать узел модели, соответствующий точке D на расчетной схеме (рисунок 31) и подтвердить выбор кнопкой «OK». В следующем одноименном окне (рисунок 22) требуется выделить в списке «Lab2 DOFs to be constrained» пункты «UX» и «UX», ввести нуль в поле «VALUE Displacement value» и нажать кнопку «OK». Это обеспечит наложение на выбранный узел двух связей, жестко фиксирующих его положение. Далее аналогичным способом необходимо выбрать узел модели, соответствующий точке E, и создать для него жесткую связь только по степени свободы «UY».

## 3.5 Приложение нагрузок

В соответствии с расчетной схемой, изображенной на рисунке 31, на конструкцию действуют три сосредоточенные силы, приложенные в точках A, B и F. Для задания в модели первой из них необходимо задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Force/Moments  $\rightarrow$  On Nodes», а затем выбрать узел модели, соответствующий точке A. Далее в окне «Apply F/M on Nodes» (рисунок 23), появившемся после подтвержденного выбора, нужно выбрать в комбинированном списке «Lab Direction of force/mom» пункт «FY», ввести в поле «VALUE Force/moment value» значение равное минус 5000 H и нажать кнопку «OK».

Для задания второй силы нужно точно таким же способом выбрать узел модели, соответствующий точке В, задать направление силы также в виде «FY» ввести величину силы равную минус 4000 Н. Для задания третьей силы нужно выбрать узел, соответствующий точке F, задать направление силы «FX» и ввести значение силы равное 3000 Н.

В результате выполненных действий изображение модели на экране должно принять вид, показанный на рисунке 37.



Рисунок 37 – Конечно-элементная модель с заданными нагрузками и связями

Полученную модель перед дальнейшим проведением расчета желательно сохранить с использованием команды «Save as» из пункта «File» меню утилит.

#### 3.6 Расчет и просмотр его результатов

Запуск процедуры расчета производится путем последовательного выбора пунктов «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS» в главном меню программы. После успешного завершения расчета и появления информационного окна «Solution is done!» можно приступать к просмотру полученных результатов.

В данном случае доступен больший набор результатов, для просмотра которых следует использовать различные формы их представления. Так для просмотра суммарных перемещений конструкции, вызванных заданными нагрузками, целесообразно использовать контурный график. Его построение осуществляется в следующем порядке:

- в окне «Size and Shape» («PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Size and Shape») отключается отображение формы элементов, что необходимо для последующего аннотирования графика;

- в главном меню последовательно активируются пункты «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu» с вызовом на экран диалогового окна «Contour Nodal Solution Data» (рисунок 38);

- в иерархическом списке доступных в вызванном окне результатов «Item to be contoured» последовательно разворачиваются пункты «Nodal Solution» и «DOF Solution», где выделяется пункт «Displacement vector sum»;

- в комбинированном списке «Undisplaced shape key» выбирается пункт «Deformed shape with undeformed model» и нажимается кнопка «OK»;

- полученный график аннотируется метками, показывающими величины перемещений в каждом узле модели, для чего:

а) в главном меню программы активируется последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Query Results  $\rightarrow$  Subgrid Solu» с вызовом окна «Query Subgrid Solution Data»;

б) в вызванном окне в списке категорий (слева) выделяется пункт «DOF Solution», а в списке видов результатов (справа) – пункт «USUM»;

в) при помощи панели выбора объектов «Query Subgrid Results»

64

(рисунок 28) выбираются все узлы модели и создаются аннотации для них;

г) положение добавленных аннотирующих меток редактируется ранее рассмотренным способом при помощи инструментов окна «Annotation 3D» (рисунок 29), которое вызывается из меню утилит выбором пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Annotation  $\rightarrow$  Create 3D Annotation»;

- снова вызывается окно «Size and Shape», где включается отображение формы элементов и задается отличный от единицы масштабный коэффициент отображения (рекомендуется равный четырем);

- из пункта «Plot» меню утилит запускается команда «Replot» для обновления изображения графика.

Contour Nodal Solution Data					<b>X</b>
ltem to be contoured					
<ul> <li>Favorites</li> <li>Nodal Solution</li> <li>DOF Solution</li> <li>X-Componen</li> <li>Y-Componen</li> <li>Z-Componen</li> <li>Displacement</li> </ul>	nt of disp It of disp It of disp It vector	laceme laceme laceme <mark>sum</mark>	ent ent ent		
4					Þ
Undisplaced shape key -					
Undisplaced shape key Scale Factor	Deform Auto C	ned sha alculate	ipe wi ed 🚽	ith undeform 192.419504	ed mo <u>▼</u> 499
Additional Options					۲
	ОК	App	oly	Cancel	Help

Рисунок 38 – Окно выбора узловых результатов для отображения на контурном графике

Полученный в итоге контурный график должен выглядеть примерно так, как показано на рисунке 39.



Рисунок 39 – Контурный график суммарных перемещений фермы

Для просмотра всех остальных результатов следует опять использовать эпюры, построение которых необходимо начать с подготовки соответствующих таблиц элементов. Эту подготовку нужно начать с открытия окна «Element Table Data» путем активации в главном меню последовательности пунктов «General Postrpoc  $\rightarrow$ Element Table  $\rightarrow$  Define Table». Чтобы создать первую необходимую таблицу в данном окне требуется нажать кнопку «Add» и открыть окно «Define Additional Element Table Items» (рисунок 25), в котором:

- ввести в поле «Lab User label for item» произвольное имя создаваемой таблицы, например, AS;

- выделить в списке категорий результатов (слева) пункт «Ву sequence num», в списке компонентов (справа) – пункт «LS,»;

- отредактировать автоматически добавленную в нижерасположенное текстовое поле запись «LS,» путем добавления единицы после запятой, т.е. содержимое этого поля должно выглядеть как «LS,1»;

- нажать кнопку «Apply» для создания таблицы со значениями аксиальных напряжений в стержнях фермы.

Для создания второй таблицы элементов в обновившемся окне «Define Additional Element Table Items» требуется: - ввести в поле «Lab User label for item» имя таблицы, например, в виде EPS;

- выделить в списке категорий результатов пункт «Ву sequence num», в списке компонентов – пункт «LEPEL,»;

- отредактировать содержимое текстового поля, добавлением единицы после запятой, т.е. оно должно принять вид «LEPEL,1»;

- нажать кнопку «Apply» для создания таблицы со значениями относительной деформации стержней (относительного укорочения/удлинения).

Для создания третьей таблицы в окне «Define Additional Element Table Items» нужно:

- назначить таблице имя V;

- выделить в списке категорий результатов пункт «Geometry», в списке компонентов – пункт «Elem volume VOLU»;

- нажать кнопку «Apply», чтобы создать таблицу, содержащую величины объемов стержней.

Чтобы создать четвертую таблицу в окне «Define Additional Element Table Items» необходимо:

- назначить таблице имя F;

- выделить в списке категорий результатов пункт «Ву sequence num», в списке компонентов – пункт «SMISC,»;

- отредактировать содержимое текстового поля, добавлением единицы после запятой, т.е. оно должно принять вид «SMISC,1»;

- нажать кнопку «ОК» для создания таблицы с величинами осевых сил, действующих на стержни.

Последняя таблица элементов должна быть получена на основе второй и третьей таблицы, поэтому окно «Element Table Data» нужно закрыть кнопкой «Close» и вызвать другое окно, а именно «Multiply Element Table Items» (рисунок 40). Данное окно вызывается из главного меню последовательностью пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Element Table  $\rightarrow$  Multiply».

В этом окне требуется выполнить следующие действия:

- ввести с поле «LabR User Label for result» имя создаваемой таблицы в виде STR;

- выбрать в комбинированном списке «Lab1 Element table item» пункт «EPS» (таблица со значениями относительной деформации стержней);

- задать в текстовом поле «FACT1 1st Factor» множитель таблицы равный единице;

- выбрать в комбинированном списке «Lab2 Element table item» пункт «V» (таблица с величинами объемов стержней);

- задать в текстовом поле «FACT2 2st Factor» множитель таблицы в виде 1/898е-06, где 898е-06 – заданная площадь поперечного сечения стержней в квадратных метрах;

- нажать кнопку «ОК» для создания таблицы со значениями абсолютных деформаций стержней (абсолютного удлинения/укорочения).

Multiply Element Table Items	X
[SMULT] LabR = (FACT1 * Lab1) * (FACT2 * Lab2)	
LabR User label for result	STR
FACT1 1st Factor	1
Lab1 1st Element table item	EPS
FACT2 2nd Factor	1/898e-06
Lab2 2nd Element table item	V
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 40 – Окно управления умножением таблиц элементов

Первой эпюрой, которая строится на основе подготовленных таблиц, является эпюра осевых напряжений. Для ее построения требуется задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Line Elem Res» и вызвать диалоговое окно «Plot Line-Element Results» (рисунок 27), где:

- выбрать в комбинированных списках «LabI…» и «LabJ…» пункт «AS» (таблица со значениями осевых напряжений); - задать в поле «Fact Optional scale factor» масштабный коэффициент равный единице;

- включить переключатель «Undeformed shape» и нажать кнопку «OK» для отображения необходимой эпюры.

Для удаления из нее ранее добавленных аннотирующих меток следует задействовать в меню утилит пункты «PlotCtrls  $\rightarrow$  Annotation  $\rightarrow$  Delete Annotation». После этого эпюра осевых напряжений, действующих в стержнях, должна принять вид, показанный на рисунке 41.



Рисунок 41 – Эпюра осевых напряжений в стержнях

Аналогичным способом выполняется построение еще двух эпюр, а именно эпюры осевых сил и эпюры абсолютных деформаций. То есть для их построения нужно опять вызвать окно Plot Line-Element Results» (рисунок 27), где:

- выбрать в комбинированных списках «LabI…» и «LabJ…» пункт «F» в случае эпюры осевых сил;

- выбрать в комбинированных списках «LabI...» и «LabJ...» пункт «STR» в случае эпюры абсолютных деформаций.

Результаты построения названных эпюр приведены на рисунках 42 и 43.



Рисунок 42 – Эпюра осевых сил, действующих в стержнях



Рисунок 43 – Эпюра абсолютных деформаций стержней

В завершение необходимо определить реактивные силы в опорах, величины которых могут быть выведены на экран, как в числовой, так и в графической форме. Более простым вариантом является текстовый вывод. Для его реализации требуется последовательно щелкнуть в главном меню программы по пунктам «General Postproc  $\rightarrow$  List Results  $\rightarrow$  Reaction Solu». Это приведет к появлению диалогового окна «List Reaction Solution» (рисунок 44), где в списке «Lab Item to be listed» требуется выделить пункт «All struc forc F» и нажать кнопку «OK».

🔥 List I	Reaction Solution			×	J
[PRRSO	L] List Reaction So	lution			
Lab Ite	m to be listed			All items Struct force FX FY FZ All struc forc F Struct moment MX MY MZ All struc mome M All struc forc F	
	OK	Apply	Cancel	Help	

Рисунок 44 – Окно выбора видов реакций связей для вывода на экран

После этого откроется окно (рисунок 45), содержащее многострочное текстовое поле, в котором будут представлены компоненты реактивных сил, вычисленные в двух узлах модели.

A PRRSC	DL Com	mand	×
File			
PRINT REA	CTION SOLU	JTIONS PER NO	IODE
***** PO	ST1 TOTAL	REACTION SOL	LUTION LISTING *****
Load Ste Time=	P= 0 1.0000	substep= Load cas	1 ISE= 0
THE FOLL	OHING X,Y,	Z SOLUTIONS	ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM
NODE 4 5	FX -3000.0	FY -17000. 26000.	FZ
total val Value -	UES 3000.0	9000.0	0.0000

Рисунок 45 – Результаты расчета реактивных сил

# 3.7 Контрольные вопросы

1 Какие программные инструменты предусмотрены в «ANSYS Mechanical APDL» для создания пользовательских моделей материалов?

2 Какие параметры необходимо задать в «ANSYS Mechanical APDL» для определения линейной упругой модели изотропного материала?

3 Какой параметр является необходимой вещественной константой стержневого конечного элемента «LINK180», доступного в библиотеке элементов «ANSYS Mechanical APDL»?

4 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» включается отображение формы конечных элементов, определяемой их вещественными константами?

5 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется построение контурных графиков суммарных перемещений конструкции по результатам ее статического анализа?

6 Какие программные инструменты предусмотрены в «ANSYS Mechanical APDL» для работы с таблицами элементов?

7 Какие действия необходимо выполнить в «ANSYS Mechanical APDL» для просмотра значений реактивных сил, вычисленных в ходе статического анализа конструкции?
# 4 Моделирование конструкций с использованием балочных конечных элементов

Стержневые конечные элементы способны воспринимать только осевые нагрузки, что ограничивает их область применения. Более универсальными в этом плане конечными элементами выступают балочные элементы, которые помимо осевых нагрузок способны воспринимать поперечные нагрузки, а также изгибающие и крутящие моменты. Особенности моделирования с использованием этих элементов в «ANSYS Mechanical APDL» можно проиллюстрировать примером расчета пространственной фермы, расчетная схема которой приведена на рисунке 46.



Рисунок 46 – Расчетная схема пространственной фермы

# 4.1 Построение геометрической модели

Геометрия модели в данном случае также представляется набором прямолинейных отрезков, за тем исключением, что эти отрезки расположены не в плоскости, а в пространстве. Иначе говоря, процедура построения необходимой модели в данном случае в целом ничем не отличается от двух предыдущих случаев. То есть сначала создаются ключевые точки, а затем полученные точки попарно соединяются отрезками. При этом создание точек осуществляется через активацию в главном меню последовательности пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Keypoints», а создание отрезков – через активацию последовательности «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Create  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Straight Line. Дальнейшее описание предполагает, что точка A (рисунок 46) помещена в начало координат, т.е. имеет координаты (0,0,0), отрезок AB ориентирован вдоль оси X и отрезок AE ориентирован вдоль оси Y.

Завершенная геометрическая модель рассматриваемой фермы представлена на рисунке 47.



Рисунок 47 – Геометрическая модель пространственной фермы

#### 4.2 Определение модели материала

Формулировка балочного конечного элемента также требует задания для него некоторых параметров модели упругого изотропного материала. Однако определение этой модели будет несколько отличаться от предыдущего случая, поскольку помимо ввода упругих констант материала здесь требуется ввод величины его плотности.

Для определения модели материала необходимо задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Material Models» и вызвать диалоговое окно «Define Material Model Behavior» (pucyнок 33). Далее в списке «Material Models Available» нужно последовательно щелкнуть по пунктам «Structural  $\rightarrow$  Linear  $\rightarrow$  Elastic  $\rightarrow$  Isotropic» и открыть окно Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1» (рисунок 34). В этом окне требуется задать такие же параметры материала, как и в предыдущем случае, т.е. параметр «EX» (модуль упругости) назначить равным 20e10 Па, а параметр «PRXY» (коэффициент Пуассона) назначить равным 0.26.

После применения введенных параметров кнопкой «OK» и возврата к окну «Define Material Model Behavior» нужно задействовать в его списке «Material Models Available» пункты «Structural  $\rightarrow$  Density», что приведет к появлению соответствующего окна «Density for Material Number 1» (рисунок). В текстовое поле «DENS» это-го окна необходимо ввести значение плотности материала равное 7850 кг/м<sup>3</sup> (без указания единиц измерения) и закрыть окно кнопкой «OK».

Ввод величины плотности завершает определение модели материала, поэтому окно «Define Material Model Behavior» следует закрыть и перейти к следующему этапу моделирования.

#### 4.3 Формирование конечно-элементной модели

Перед формированием конечно-элементной модели необходимо paнee pacсмотренным способом настроить программную среду «ANSYS Mechanical APDL», т.е. запустить из ее главного меню команду «Preferences» и установить флажок «Structural» в появившемся окне «Preferences for GUI Filtering» с подтверждением флажка кнопкой «OK».

Далее необходимо выбрать правильный тип конечного элемента, для чего сначала нужно открыть окно «Element Types» («Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete»), а затем вызвать из него кнопкой «Add» окно библиотеки конечных элементов (рисунок 14). Чтобы выбрать балочный элемент в нем требуется:

- выделить в списке категорий элементов (слева) пункт «Beam»;
- выделить в списке видов элементов (справа) пункт «2 node 188»;
- подтвердить сделанный выбор кнопкой «ОК».

Выбранный тип элемента имеет большое количество опций, одну из которых необходимо изменить. Для этого в окне «Element Types» требуется нажать кнопку «Options» и вызвать окно «BEAM188 element type options», фрагмент которого при-

веден на рисунке 48. В вызванном окне нужно найти комбинированный список «Element behavior K3» и выбрать в нем пункт «Quadradic Form.». После этого окна «BEAM188 element type options» и «Element Types» нужно закрыть соответственно кнопками «OK» и «Close».

A BEAM188 element type options	×
Options for BEAM188, Element Type Ref. No. 1	
Warping degree of freedom K1	Unrestrained 💌
Cross section scaling is K2	Func of stretch
Element behavior K3	Quadradic Form. 💌
Shear stress output K4	Torsional only
OK Cancel	Help

# Рисунок 48 – Некоторые опции балочного элемента Beam188

На следующем шаге формирования конечно-элементной модели необходимо задать размеры и форму поперечного сечения элементов, которым в соответствии с исходными данными (рисунок 46) является кольцо. В данном случае эта процедуры выполняется непосредственно через определение сечения балочного элемента в специальном диалоговом окне «Beam Tool» (рисунок 49). Доступ к данному окну производится путем активации в главном меню программы последовательности пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Sections  $\rightarrow$  Beam  $\rightarrow$  Common Sections». После его появления на экране в нем требуется выполнить следующие действия:

- ввести в поле «Name» произвольное имя сечения, например, S1 либо просто оставить это поле пустым;

- в комбинированном списке «Sub-type» выбрать пункт, изображающий кольцевое сечение;

- ввести в текстовое поле «Ri» внутренний радиус сечения, который в данном случае будет равен 0.02475 м;

- ввести в текстовое поле «Ro» наружный радиус сечения, который в данном случае будет равен 0.03175 м;

- ввести в текстовое поле «N» число равное 12 (данный параметр определяет гладкость сечения при визуализации формы элементов на экране);

- нажать кнопку «Preview» для отображения на экране заданного сечения;
- нажать кнопку «ОК» для сохранения сечения в базу данных модели.

🔳 Beam Tool	X
ID	1
Name	S1
Sub-Type	0 -
Offset To	Centroid 💌
Offset-Y	0
Offset-Z	0
RI	0.02475
Ro	0.03175
N	12
ОК	Apply
Close	Preview
11-1-	

Рисунок 49 – Окно определения сечения балочного элемента

Завершающим шагом в формировании конечно-элементной модели является собственно конечно-элементная дискретизация ранее подготовленной геометрии, степень которой будет влиять на точность вычислений. В данном случае достаточно, чтобы на каждый отрезок модели приходилось восемь элементов. Для обеспечения этого условия нужно задействовать в главном меню последовательность пунктов

«Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  All Lines» и открыть окно «Element Sizes on All Selected Lines» (рисунок 19). Далее в этом окне требуется задать в поле «NDIV No. of element divisions» число делений равное восьми и нажать кнопку «OK».

После задания степени дискретизации для формирования элементов необходимо:

- последовательно активировать в главном меню его пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Lines»;

- нажать кнопку «Pick All» в появившемся окне «Mesh Lines» для автоматического выбора всех линий модели и формирования элементов.

Для визуальной оценки правильности полученной конечно-элементной модели следует включить отображение формы элементов в окне «Size and Shape» («PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Size and Shape»). Правильная модель должна в данном случае выглядеть как набор сегментированных стержней трубчатого сечения.

#### 4.4 Наложение граничных условий

Как и в двух предыдущих случаях, граничными условиями рассматриваемой модели являются нулевые степени подвижности заданные в некоторых узлах конечных элементов. Согласно расчетной схеме (рисунок 46) такими узлами должны служить узлы, соответствующие точкам С, D и E. В каждом из них нужно ограничить по две степени подвижности модели, т.е. создать по две связи тем же способом, что был рассмотрен ранее.

Например, чтобы создать связи в узле, соответствующем точке С, требуется:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacements  $\rightarrow$  On Nodes»;

- интерактивно выбрать названный узел;

- выделить в списке «Lab2 DOFs to be constrained» окна «Apply U, ROT on Nodes» пункты «UY» и «UZ»;

- ввести в поле «VALUE Displacement value» значение равное нулю и нажать

78

кнопку «ОК».

Точно так же задаются связи в двух остальных узлах, с назначением степеней подвижности «UX» и «UZ» для узла, соответствующего точке D и степеней «UX» и «UY» подвижности для узла, соответствующего точке E.

### 4.5 Приложение нагрузок

Как следует из расчетной схемы на рисунке 46, рассматриваемая конструкция нагружена тремя сосредоточенными силами, приложенными в точках H и F. Задание этих сил осуществляется ранее рассмотренным способом при помощи диалогового окна «Apply F/M on Nodes» (рисунок 23), которое вызывается из главного меню после активации последовательности пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Force/Moment  $\rightarrow$  On Nodes» и интерактивного выбора нужного узла.

Для узла, соответствующего точке F, здесь необходимо выбрать компонент «FZ» в списке «Lab Direction of force/mom» и задать его величину равную 50000 H. Для узла, соответствующего точке H, процедуру задания силы необходимо выполнить дважды. В первом случае в ходе ее выполнения нужно выбрать компонент «FX» и задать его равным 70000 H, а во втором случае нужно выбрать компонент «FY» и задать его равным минус 100000 H.

В результате выполненных действий, связанных с наложением граничных условий и нагрузок, модель пространственной фермы должна приобрести вид, показанный на рисунке 50.

Приложение нагрузок является завершающим этапом построения конечноэлементной модели рассматриваемой конструкции, после которого можно приступать непосредственно к расчетам. Однако перед запуском первого расчета желательно сохранить полученную модель путем запуска команды «Save as» из пункта «File» меню утилит программы.

79



Рисунок 50 – Конечно-элементная модель пространственной фермы с наложенными нагрузками и связями

#### 4.6 Расчет и просмотр результатов

4.6.1 Статический анализ конструкции

В данном случае расчеты конструкции связаны с проведением трех видов анализа, первым из которых является статический анализ. Данный вид анализа активен по умолчанию, поэтому после завершения модели можно сразу переходить к его реализации. Для этого следует задействовать в главном меню пункты «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS» и дождаться появления информационного окна «Solution is done», свидетельствующего об успешном окончании решения.

Просмотр полученных результатов в данном случае включает вывод на экран контурного графика суммарных перемещений конструкции и эпюр различных силовых факторов, действующих на ее компоненты.

Чтобы вывести на экран график суммарных перемещений необходимо:

- отключить отображение формы элементов в окне «Size and Shape» («PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Size and Shape»);

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu»; - выделить в списке «Item to be contoured» появившегося окна «Contour Nodal Solution Data» (рисунок 38) пункт «Displacement vector sum» и закрыть окно кнопкой «OK»;

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Query Results  $\rightarrow$  Subgrid Solu», после чего выбрать в окне «Query Subgrid Solution Data» пункт «USUM» и интерактивно указать все узлы модели, соответствующие точкам A-E (рисунок 46), с установкой флажка «generate 3D Anno» в окне «Query Subgrid Results»;

- снова включить отображение формы элементов в окне «Size and Shape» и отредактировать положение аннотирующих меток при помощи инструментов окна «Annotation 3D» (рисунок 29) для приведения графика к виду, показанному на рисунке 51.



Рисунок 51 – Суммарная деформация пространственной фермы

Для отображения эпюр так же, как и в двух предыдущих случаях, сначала требуется подготовить таблицы элементов в количестве 12 штук (по паре таблиц на эпюру силового фактора). Подготовка этих таблиц производится при помощи окон «Element Table Data» и «Define Additional Element Table Items» (рисунок 25), в последнем из которых необходимо: - создать таблицу «FX1» с определителем «SMISC,1» и таблицу «FX2» с определителем «SMISC,14» для последующего построения эпюры осевых сил, действующих на балки;

- создать таблицу «FY1» с определителем «SMISC,6» и таблицу «FY2» » с определителем «SMISC,19» для последующего построения эпюры поперечных сил, действующих на балки в направлении оси Y;

- создать таблицу «FZ1» с определителем «SMISC,5» и таблицу «FZ2» » с определителем «SMISC,18» для последующего построения эпюры поперечных сил, действующих на балки в направлении оси Y;

 создать таблицу «TQ1» с определителем «SMISC,4» и таблицу «TQ2» » с определителем «SMISC,17» для последующего построения эпюры вращающих моментов, действующих на балки;

 создать таблицу «МҮ1» с определителем «SMISC,2» и таблицу «МҮ2» » с определителем «SMISC,15» для последующего построения эпюры изгибающих моментов, действующих на балки относительно оси Y;

 создать таблицу «MZ1» с определителем «SMISC,3» и таблицу «MZ2» » с определителем «SMISC,16» для последующего построения эпюры изгибающих моментов, действующих на балки относительно оси Z.

Дальнейшее построение необходимых эпюр выглядит как выбор соответствующей пары таблиц в комбинированных списках «LabI…» и «LabJ…» окна «Plot Line-Element Results» (рисунок 27), которое вызывается выбором пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Line Elem Res» из главного меню программы.

Так для построения эпюры осевых сил в указанных списках нужно выбрать таблицы «FX1» и «FX2» и подтвердить их выбор кнопкой «OK», что даст результат, изображенный на рисунке 52. Следует заметить, что на приведенном рисунке изменено заданное по умолчанию положение легенды, которое при необходимости может быть горизонтальным (нижним или верхним) или вертикальным (левым или правым). Желаемое положение легенды задается при помощи контекстного меню, которое вызывается путем щелчка правой кнопкой мыши по изображению легенды,

82

где доступны соответствующие пункты «Contour Bottom», «Contour Right», «Contour Left» и «Contour Top».



Рисунок 52 – Эпюра осевых сил, действующих на балки

Выбор в окне «Plot Line-Element Results» пары таблиц «FY1» и «FY2» приводит к построению эпюры поперечных сил (рисунок 53), действующих на балки в направлении оси Y.



Рисунок 53 – Эпюра поперечных сил, действующих на балки в направлении оси У

Эпюра поперечных сил, действующих в направлении оси Z, построенная на основе таблиц «FZ1» и «FZ2» приведена на рисунке 54.



Рисунок 54 – Эпюра поперечных сил, действующих на балки в направлении оси Z

Аналогичным способом строятся эпюры моментов, при построении первой из которых, а именно эпюры вращающих моментов (рисунок 55) используются таблицы «TQ1» и «TQ2».



Рисунок 55 – Эпюра вращающих моментов, действующих на балки

Эпюра изгибающих моментов относительно оси Y, построенная на основе таблиц «МY1» и «МY2», приведена на рисунке 56.



Рисунок 56 – Эпюра изгибающих моментов относительно оси Ү

Эпюра изгибающих моментов относительно оси Z, построенная на основе таблиц «MZ1» и «MZ2», приведена на рисунке 57.



Рисунок 57 – Эпюра изгибающих моментов относительно оси Z

Для оценки прочности конструкции также необходимо построить контурный график эквивалентных напряжений в балках фермы. Данный график строится путем вызова диалогового окна «Contour Nodal Solution Data» («General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu») и последовательного выбора в списке доступных результатов этого окна пунктов «Nodal Solution  $\rightarrow$  Stress  $\rightarrow$  von Mises Stress». Построенный таким способом график эквивалентных напряжений представлен на рисунке 58.



Рисунок 58 – График эквивалентных напряжений в элементах конструкции

#### 4.6.2 Модальный анализ конструкции

При оценке напряженно-деформированного состояния механических конструкций модальный анализ представляет собой специальный тип анализа, направленный на определение собственных частот и форм колебаний этих конструкций. Ранее полученная модель пространственной фермы может быть подвергнута данному типу анализа без внесения каких-либо изменений в модель.

Для его активации необходимо последовательно задействовать в главном меню программы пункты «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  New Analysis», после чего включить в окне «New Analysis» (рисунок 59) переключатель «Modal» и нажать кнопку «OK».

New Analysis	×
[ANTYPE] Type of analysis	
	C Static
	Modal
	C Harmonic
	C Transient
	C Spectrum
	C Eigen Buckling
	C Substructuring/CMS
OK Cancel	Help

Рисунок 59 – Окно выбора типа анализа

Далее нужно задать настройки выбранного типа анализа, для чего требуется задействовать в главном меню последовательность пунктов «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  Analysis Options». В результате на экране откроется диалоговое окно «Modal Analysis», фрагмент которого приведен на рисунке 60, где решения рассматриваемой задачи необходимо:

🔥 Modal Analysis	×
[MODOPT] Mode extraction method	
	Block Lanczos
	C PCG Lanczos
	C Unsymmetric
	C Damped
	C QR Damped
	C Supernode
No. of modes to extract	20
OK Cancel	Help

Рисунок 60 – Настройки модального анализа

- включить переключатель «Block Lanczos» в группе переключателей «[MODOPT] Mode extraction method»;

- ввести в поле «No. of modes to extract» число извлекаемых собственных частот равное 20 и нажать кнопку «OK».

После задания настроек анализа процедура решения может быть запущена путем последовательного выбора пунктов «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS» в главном меню программы. По ее завершении становятся доступны результаты в виде значений собственных частот и соответствующих им форм колебаний конструкции.

Для просмотра значений собственных частот следует активировать в главном меню пункты «General Postproc» и «Results Summary», что приведет к появлению окна со столбцом вычисленных собственных частот, которые сведены в таблицу 4.

Таблица 4 – Собственные частоты колебаний пространственной фермы

Форма колебаний	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота, Гц	17,54	18,46	18,85	18,88	19,76	20,24	23,09	24,99	26,45	27,30
Форма колебаний	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Частота, Гц	27,63	28,34	28,46	29,54	29,94	30,76	31,84	32,40	32,67	34,05

Просмотр форм собственных колебаний проще всего организовать следующим образом:

- отключить отображение формы элементов в окне «Size and Shape» (рисунок 20), поскольку отображение формы элементов не поддерживается при визуализации результатов модального анализа.

- последовательно активировать в главном меню пункты «General Postproc» и «Results Viewer» и вывести на экран одноименное программное окно (рисунок 61) с набором инструментов, упрощающих доступ к результатам расчета и средствам их визуализации;

- в комбинированном списке «Result Item for Viewing» последовательно выбрать пункты «Nodal Solution  $\rightarrow$  DOF Solution  $\rightarrow$  Displacement vector sum»;

- в соседнем комбинированном списке «View Result Item As» выбрать пункт

«Contour»;

- нажать кнопку = – «Plot Results» для отображения контурного графика суммарных перемещений конструкции на первой форме колебаний;

- переместить ползунок, присутствующий в текущем окне, на одно деление вправо для просмотра второй формы колебаний, – на два деления вправо для просмотра третьей формы колебаний и т.д.

💦 Re	sults \	Viewer -	file.r	st												X
File	Edit	View	Help													
	Disp	olacer	nent	vecto	r sum	<u> </u>	Conto	ur	•	-	<b>9</b>			Ø	<b>@</b> 19	
1	I	I	I	I	I	I	I	ı	I	I	I	17.5	, 43286		1	' 1

Рисунок 61 – Окно управления визуализацией результатов

Первые пять форм колебаний рассматриваемой конструкции, визуализированные таким способом, приведены на рисунке 62.



Рисунок 62 – Первые пять форм собственных колебаний конструкции

Необходимо заметить, что приведенные графики не дают представления о фактических перемещениях конструкции на той или иной собственной частоте, а лишь качественно характеризуют формы колебаний. Числовые значения на этих графиках выбираются программой произвольно и служат только для того, чтобы показать степень деформации одних элементов по отношению к другим.

Завершив просмотр результатов модального анализа, окно «Results Viewer» следует закрыть соответствующей кнопкой в заголовке окна.

4.6.3 Гармонический анализ конструкции

Гармонический анализ, реализованный в «ANSYS Mechanical APDL», представляет собой частный вид нестационарного динамического анализа, целью которого является определение отклика механической конструкции на приложенную нагрузку, изменяющуюся по закону гармонических колебаний с частотой, которая варьирует в некотором заданном диапазоне.

Для инициации этого типа анализа необходимо задействовать в главном меню последовательность пунктов «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  New Analysis», а затем включить в одноименном окне (рисунок 59) переключатель «Harmonic» и нажать кнопку «OK». Данный тип анализа характеризуется рядом настроек, которые с учетом специфики решаемой задачи нужно скорректировать в следующем порядке:

- последовательно задействовать в главном меню пункты «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  Analysis Options» для вывода на экран окна с настройками гармонического анализа (рисунок 63);

- выбрать в списке «[HROPT] Solution method» вызванного окна пункт «Full»;

- выбрать в списке «[HROUT] DOF printout format» пункт «Amplitud + phase» и закрыть окно кнопкой «OK», после сразу нажать кнопку «OK» в появившемся окне «Full Harmonic Analysis»;

- последовательно задействовать в главном меню пункты «Solution  $\rightarrow$  Load Step Opts  $\rightarrow$  Time/Frequenc  $\rightarrow$  Freq and Substeps», чтобы вызвать на экран диалоговое окно (рисунок 64), в котором задается диапазон изменения частоты возмущающих нагрузок;

- задать в левом поле строки «[HARFRQ] Harmonic freq range» начальное значение диапазона частот равное нулю;

- задать в правом поле строки «[HARFRQ] Harmonic freq range» конечное значение диапазона частот равное последней собственной частоте, вычисленной в модальном анализе с учетом ее округления в большую сторону до числа кратного пяти, т.е. 35 Гц;

- ввести в поле «[NSUBST] Number of substeps» значение равное 100 для задания числа шагов, на которое разделяется указанный диапазон, иначе говоря, для задания числа частот равномерно распределенных в заданном диапазоне;

- включить в группе переключателей «[KBC] Stepped or ramped b.c.» переключатель «Stepped» и закрыть окно кнопкой «OK»;

A Harmonic Analysis			X
[HROPT] Solution method		Full	•
[HROUT] DOF printout format		Amplitud + phase	•
[LUMPM] Use lumped mass approx?		∏ No	
ОК	Cancel	Help	

Рисунок 63 – Окно настроек гармонического анализа

A Harmonic Frequency and Substep Options	×
Harmonic Frequency and Substep Options	
[HARFRQ] Harmonic freq range	0 35
[NSUBST] Number of substeps	100
[KBC] Stepped or ramped b.c.	
	C Ramped
	Stepped
OK Cancel	Help

Рисунок 64 – Окно задания диапазона частот возмущающих нагрузок

- последовательно задействовать в главном меню пункты «Solution  $\rightarrow$  Load Step Opts  $\rightarrow$  Time/Frequenc  $\rightarrow$  Damping» для открытия окна «Damping Specifications» (рисунок 65), в котором задаются параметры демпфирования конструкции;

- задать в поле «[DMPSTR] Structural damping coef» открытого окна значение коэффициента относительного демпфирования равное 0.05 и нажать кнопку «OK».

A Damping Specifications	×		
Damping Specifications			
[ALPHAD] Mass matrix multiplier	0		
[BETAD] Stif. matrix multiplier	0		
[DMPSTR] Structural damping coef	0.05		
OK Cancel	Help		

Рисунок 65 – Окно задания параметров демпфирования

После того, как будут заданы необходимые настройки анализа, требуется запустить процедуру решения путем выбора в главном меню пунктов «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS». В данном случае решение займет несколько больше времени, так как связано с вычислением всей совокупности результатов на каждом из заданных шагов изменения частоты. Просмотр этих результатов также возможен на основе контурных графиков и эпюр, построенных для конкретных возмущающих частот, но больший интерес здесь представляют графики зависимостей амплитуд перемещений (деформаций) конструкции от частоты возмущающей нагрузки, т.е. амплитудно-частотные характеристики (AЧX).

Построение AЧХ по результатам гармонического анализа в «ANSYS Mechanical APDL» выполняется при помощи специального диалогового окна «Time History Variables» (рисунок 66), которое открывается путем активации в главном меню пунктов «TimeHist Postpro» и «Variable Viewer». Данное окно содержит в себе инструменты для создания и модификации так называемых переменных, представляющих собой одномерные массивы тех или иных результатов, множество значений которых вычисляется как функция какой-либо переменной входной величины анализа (в данном случае частоты).

Time Histo	ory Variables\file	e.rst			X
File Help					
±×⊠	I 🖻 🖻 日	None	<b>–</b>	Amplitude	•
Variable	List				۲
Name	Element	Node	Result Item		<u>^</u>
FREQ			Frequency		
UX_2		34	X-Component of d	isplacement	
UY_3 34 Y-Component of displacement					
UZ_4		34	Z-Component of di	splacement	
• Calculato	r				• •
	US	= sart(	(ILX 2)^2+(ILY 3)^2+(I	17 43^2)	
(	)		(UA_2) 2+(UI_3) 2+(I	UX_2	•

Рисунок 66 – Окно управления переменными «Time History Variables»

По умолчанию в этом окне будет автоматически создана независимая переменная «FREQ», доступная в списке «Variable List», значения которой собственно и являются входными величинами анализа. Чтобы построить искомую АЧХ здесь необходимо предварительно создать несколько зависимых переменных посредством:

- нажатия кнопки  $\cancel{H}$  – «Add Data» на панели инструментов текущего окна, последовательного выбора пунктов «Nodal Solution  $\rightarrow$  DOF Solution  $\rightarrow$  X-Component of displacement» в появившемся окне «Add Time-History Variable» и подтверждения этого выбора кнопкой «OK»;

- интерактивного выбора узла модели, в котором наблюдаются максимальное суммарное перемещение при статическом нагружении конструкции (рисунок 51), таким узлом в данном случае является узел, соответствующий точке F на расчетной

схеме (рисунок 46);

- повторения описанных действий, но с выбором конечного пункта «Х-Component of displacement» в окне «Add Time-History Variable»;

- повторения описанных действий, но с выбором конечного пункта «Z-Component of displacement» в окне «Add Time-History Variable».

В итоге в список переменных «Variable List» текущего окна будут добавлены три переменные, содержащие величины перемещений по трем координатным осям, которые по умолчанию получат имена «UX\_2», «UY\_3» и «UZ\_4» (в порядке их создания).

На основе этих трех добавленных переменных далее необходимо создать еще одну переменную, представляющую собой их векторную сумму. Для этого следует воспользоваться возможностями калькулятора, которым оснащено окно «Time History Variables». Данный калькулятор в верхней своей части содержит два однострочных текстовых поля, разделенных знаком «=». Соответственно левое поле служит для индикации имени активной переменной, а правое поле – для индикации определяющей ее функции или математической операции, которая может быть задана при помощи кнопок калькулятора.

Чтобы создать новую переменную здесь в левом поле нужно задать ее произвольное имя, например, «US», а в правом – определяющее ее выражение в виде «sqrt( $\{UX_2\}^2+\{UY_3\}^2+\{UZ_4\}^2$ )». Для ввода выражения удобно использовать соответствующие кнопки калькулятора и комбинированный список «Time-History Variables». При этом ввод имени переменной и определяющего ее выражения осуществляется без кавычек. Введенные данные необходимо подтвердить нажатием клавиши «Enter» на клавиатуре либо одноименной кнопки калькулятора.

Полученная переменная может быть отображена в виде графика зависимости амплитуды перемещения от частоты, т.е. АЧХ, собственными средствами программы: путем выделения переменной в списке «Variable List» и нажатия кнопки «Graph Data» на панели инструментов активного окна. Однако лучше для построения данного графика использовать какую-либо стороннюю специальную программу для работы с диаграммами, например, «Origin» (<u>www.originlab.com</u>), «SigmaPlot» (<u>www.sigmaplot.co.uk</u>) либо их бесплатный аналог «SciDAVis» (<u>http://scidavis.</u> <u>sourceforge.net</u>).

Использование этих программ требует предварительного сохранения значений переменных «FREQ» и «US» в структурированный текстовый файл. Средствами окна «Time History Variables» этот файл можно создать двумя способами, из которых более удобный в данном случае реализуется путем последовательного выполнения следующих действий:

- выделения переменной «US» в списке «Variable List» щелчком левой кнопки мыши;

- нажатия кнопки 📓 – «Data Properties» на панели инструментов активного окна для вывода на экран окна «Time-History Properties», управляющего свойствами переменной;

- активации вкладки «Lists» открытого окна (рисунок 67) и ввода в текстовое поле «Number of lines per page» числа на единицу большего, чем размер переменной (для данного случая это число будет равно 101) с его подтверждением кнопкой «OK»;

Time-History Properties
Variable X-Axis Lists
Range of Values
<ul> <li>Full range</li> </ul>
<ul> <li>Specified</li> </ul>
Min Max
The Nth points to show in the range 1
Number of lines per page 101
□ List extremes
OK Cancel Help

Рисунок 67 – Вкладка «Lists» окна свойств переменной

- нажатия кнопки 📃 – «List Data» на панели инструментов активного окна

для отображения окна просмотра числовых значений переменных «FREQ» и «US», где они будут представлены в виде трех столбцов данных, первый из которых содержит значения переменной «FREQ», а второй и третий – значения амплитуд и фаз переменной «US»;

- запуска команды «Save as» из пункта «File» текущего окна и сохранения текстового файла с расширением \*.lis при помощи стандартного окна сохранения файлов.

Амплитудно-частотная характеристика, построенная на основе сохраненных данных, приведена на рисунке 68.



Рисунок 68 – Амплитудно-частотная характеристика пространственной фермы

# 4.7 Контрольные вопросы

1 Какие виды нагрузок способны воспринимать балочные конечные элементы, реализованные в «ANSYS Mechanical APDL»?

2 Что необходимо сделать для задания величины плотности в модели материала, редактируемой в «ANSYS Mechanical APDL»?

3 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» задаются сечения для балочных конечных элементов?

4 Какие степени свободы поддерживает в конструкционном анализе элемент типа «Beam188», доступный в библиотеке конечных элементов «ANSYS Mechanical APDL»?

5 Как в «ANSYS Mechanical APDL» производится построение эпюр внутренних силовых факторов для балочной модели, полученной на основе элементов типа «Beam188»?

6 В чём заключаются особенности проведения модального анализа конструкций, выполняемого в «ANSYS Mechanical APDL»?

7 Что является результатами модального анализа в «ANSYS Mechanical APDL»?

8 В чём заключаются особенности проведения гармонического анализа конструкций, выполняемого в «ANSYS Mechanical APDL»?

9 Что собой представляют программные инструменты, предусмотренные в «ANSYS Mechanical APDL» для просмотра результатов различных видов нестационарного анализа, включая гармонический анализ?

# 5 Моделирование с использованием пластинчатых конечных элементов

Все ранее рассмотренные типы конечных элементов являются, по существу, одномерными элементами, имеющими один характерный размер. Данное обстоятельство не позволяет использовать эти элементы для моделирования сплошных сред в двух- и трехмерном пространстве, для моделирования которых предназначены другие типы конечных элементов. При решении двумерных задач таким типовым элементом является пластинчатый конечный элемент. Особенности его использования в «ANSYS Mechanical APDL» для моделирования конструкций можно рассмотреть на примере расчета плоского напряженно-деформированного состояния нагруженного гаечного ключа. Соответствующая расчетная схема приведена на рисунке 69.



Рисунок 69 – Расчетная схема гаечного ключа

# 5.1 Построение геометрической модели

Построение необходимой геометрической модели средствами постпроцессора «ANSYS Mechanical APDL» в данном случае сопряжено с существенными затруднениями. Поэтому более простым вариантом получения такой модели является использование любой сторонней CAD-системы, поддерживающей поверхностное геометрическое моделирование.

Геометрическая модель, полученная в такой CAD-системе, должна собой представлять собой набор компланарных поверхностей, связанных между собой общими кромками. При этом исходными данными для построения модели выступа-

ет чертеж, приведенный на рисунке 70. Поверхностная геометрическая модель, построенная по данному чертежу, изображена на рисунке 71. Как можно видеть на этом рисунке модель включает в себя четыре поверхности, четвертая из которых введена исключительно для того, чтобы обозначить границу области действия нагрузки на рукоятку ключа, протяженность которой определяется параметром l на рисунке 69 (в рассматриваемом примере этот параметр равен 70 мм).



Рисунок 70 – Чертеж гаечного ключа



Рисунок 71 – Поверхностная геометрическая модель ключа

Чтобы транслировать геометрическую модель из используемой CAD-системы в программную среду «ANSYS Mechanical APDL» ее необходимо сохранить в файл нейтрального формата, поддерживаемого обеими программами. Например, таким файлом может быть файл формата «Parasolid» (расширение \*.x\_t или x\_b). Для загрузки этого файла в «ANSYS Mechanical APDL» необходимо выполнить следующие действия:

- задействовать в меню утилит программы последовательность пунктов «File  $\rightarrow$  Import  $\rightarrow$  PARA» и тем самым вызвать диалоговое окно «ANSYS Connection for Parasolid» (рисунок 72);

- указать при помощи вызванного окна путь к ранее подготовленному файлу модели с расширением \*.x\_t;

- выбрать в комбинированном списке «Geometry Type» пункт «All Entities» и нажать кнопку «OK».

ANSYS Connection for Parase	olid		
File Name Wrench x t	Directories: k:\rbs\fea\plates		ОК
Wrench.x_t	k:\	*	Cancel
	rbs		Help
	Plates		
Ψ		Ŧ	
List Files of Type:	Drives:		
Part File (*.x*_*t)	🖃 k: KINGSTON	-	Network
Allow Defeaturing	Geometry Type: All Entities	•	
Allow Scaling			

Рисунок 72 – Окно управления параметрами импорта файлов

В случае успешного завершения импорта геометрическая модель гаечного ключа должна отобразиться в графической зоне программы в режиме каркасного изображения. Чтобы переключить изображение модели на режим тонирования необходимо последовательно выбрать в меню утилит пункты «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Solid Model Facets», после чего выбрать в списке «Style of area and volume plots» появившегося окна «Solid Model Facets» пункт «Normal Faceting» и нажать кнопку «OK». Для обновления изображения далее нужно запустить команду «Replot» из

пункта «Plot» меню утилит.

После этого изображение геометрической модели ключа должно принять вид, показанный на рисунке 73.



Рисунок 73 – Геометрическая модель ключа, импортированная в «ANSYS Mechanical APDL»

# 5.2 Определение модели материала

Моделирование плоского напряженного состояния какого-либо объекта методом конечных элементов предполагает обязательное задание упругих свойств его материала, в связи с чем необходимо определить модель этого материала. В данном случае эта модель будет определяться двумя параметрами, а именно модулем упругости и коэффициентом Пуассона. Для задания этих параметров нужно путем активации в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Material Models» открыть диалоговое окно «Define Material Model Behavior» (рисунок 33), а затем:

- последовательно выбрать в его правой части «Material Models Available» пункты «Structural  $\rightarrow$  Linear  $\rightarrow$  Elastic  $\rightarrow$  Isotropic» для вызова окна «Linear Isotropic Properties for Material Number 1» (рисунок 34);

- ввести в поле «EX» величину модуля упругости равную 209E9 Па, а в поле «PRXY» величину коэффициента Пуассона равную 0.29, что соответствует хромованадиевой стали;

- применить заданные параметры кнопкой «OK» и закрыть окно «Define Material Model Behavior».

# 5.3 Формирование конечно-элементной модели

Перед началом работы с конечно-элементной моделью гаечного ключа необходимо предварительно настроить программную среду, для чего нужно запустить команду «Preferences» из главного меню программы и установить флажок «Structural» в окне «Preferences for GUI Filtering».

Очевидно, что далее требуется выбрать соответствующий тип элемента из библиотеки конечных элементов. Доступ к этой библиотеке осуществляется путем активации в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete» и нажатия кнопки «Add» в окне «Element Types». В данном случае в окне библиотеки (рисунок 14) нужно выбрать в списке категорий элементов пункт «Solid», а в списке видов элементов – пункт «Quad 4 node 182» и подтвердить сделанный выбор кнопкой «OK».

После этого в окне «Element Types» необходимо нажать кнопку «Options» для доступа к окну настроек выбранного типа элемента. В данном окне (рисунок 137) нужно выбрать в комбинированном списке «Element behavior K3» пункт «Plane strs w/thk» и нажать кнопку «OK».

PLANE182 element type options	X			
Options for PLANE182, Element Type Ref. No. 1				
Element technology K1	Full Integration			
Element behavior K3	Plane strs w/thk			
Element formulation K6	Pure displacemnt			
(NOTE: Mixed formulation is not valid with plane stress)				
OK Cancel	Help			

Рисунок 74 – Настройки пластинчатого конечного элемента «Plane 182»

Поскольку используемая геометрическая модель является двумерной, т.е. не обладает толщиной, постольку информация о толщинах различных участков модели

должна быть задана посредством определения трех наборов вещественных констант элементов. Для этого нужно задействовать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Real Constants  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete», а затем нажать кнопки «Add» и «OK» в окнах «Real Constants» и «Element Type for Real Constants» соответственно. Это приведет к появлению диалогового окна «Real Constant Set Number 1, for PLANE182», где нужно ввести в поле «Thickness» толщину первого участка модели равную 0.0055 м и нажать кнопку «OK» для создания первого набора констант. Для создания второго и третьего набора эту процедуру требуется повторить с вводом толщин соответственно равных 0.0032 и 0.00195 м.

🔥 Real Constant	Set Number 1, for	PLANE182		×
Element Type Refe	rence No. 1			
Real Constant Set	No.		1	
Real Constant for	Plane Stress with T	hickness (KEYOPT(3)=3)		
Thickness	ТНК		0.0055	
0	K	Apply	Cancel	Help

Рисунок 75 – Настройки пластинчатого конечного элемента «Plane 182»

Чтобы связать созданные наборы констант с участками (поверхностями) геометрической модели требуется выполнить следующие действия:

- последовательно задействовать в главном меню программы пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh Attributes  $\rightarrow$  Picked Areas» и интерактивно выбрать поверхность под номером 1 на рисунке 71;

- в появившемся окне «Area Attributes» войти в комбинированный список «REAL Real constant set number» и выбрать в нем первый набор констант (толщина 0.0055 м) с его подтверждением кнопкой «OK»;

- тем же способом выбрать поверхности 3 и 4 и назначить им второй набор констант (толщина 0.0032 м);

- выбрать поверхность 2 и назначить ей третий набор констант (толщина 0.00195 м).

На следующем этапе построения модели необходимо задать размер элементов конечно-элементной сетки, который в данном случае можно принять равным 1/8 от ширины зева ключа. Для задания этого размера нужно:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Areas  $\rightarrow$  All Areas»;

- ввести в текстовое поле «SIZE Element edge length» открывшегося окна «Element Sizes On All Selected Areas» размер ребра элемента в виде 0.013/8 (рисунок 70) и закрыть окно кнопкой «OK».

После задания размера элементов конечно-элементная сетка на геометрической модели генерируется следующим образом:

- в главном меню программы последовательно активируются пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesher Opts» для вызова на экран диалогового окна «Mesher Options», позволяющего выбрать метод генерации сетки;

- в комбинированном списке «AMESH Triangle Mesher» вызванного окна выбирается пункт «Main» (рисунок 76) и подтверждается нажатием кнопки «OK», что приводит к появлению еще одного окна «Set Element Shape»;

A Mesher Options	×
[MOPT] Mesher options	
AMESH Triangle Mesher	Main
QMESH Quad Mesher	Program chooses 💌
VMESH Tet Mesher	Program chooses 💌
TIMP Tet Improvement in VMESH	1 (Def)
PYRA Hex to Tet Interface	Pyramids 💌
AORD Mesh Areas By Size	No No
SPLIT Split poor quality quads	On Error
OK Cancel	Help

Рисунок 76 – Фрагмент окна, управляющего выбором метода создания сетки

- в комбинированном списке «2D Shape key» появившегося окна выбирается пункт «Tri» и подтверждается кнопкой «OK», что определяет последующую генера-

цию сетки пластинчатых элементов треугольной формы (отображаемое программой сообщение о предпочтительности использования квадратичных элементов игнорируется кнопкой «Close»);

- в главном меню программы последовательно выбираются пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Areas  $\rightarrow$  Free», после чего в появившемся окне «Mesh Areas» нажимается кнопка «Pick All» (в случае появления сообщения о проблемной форме некоторых созданных элементов оно также игнорируется).

В результате последнего действия на экране будет отображена конечноэлементная сетка, для визуальной оценки правильности которой следует изменить параметры ее отображения. Изменение этих параметров включает в себя:

- вход в пункт «PlotCtrls» меню утилит и запуск из него команды «Numbering» для открытия диалогового окна «Plot Numbering Controls» (рисунок 77);

Plot Numbering Controls	×
[/PNUM] Plot Numbering Controls	
KP Keypoint numbers	∫ Off
LINE Line numbers	∫ Off
AREA Area numbers	∫ Off
VOLU Volume numbers	☐ Off
NODE Node numbers	C Off
Elem / Attrib numbering	Real const num 🗨
TABN Table Names	∫ Off
SVAL Numeric contour values	☐ Off
[/NUM] Numbering shown with	Colors only
[/REPLOT] Replot upon OK/Apply?	Replot 💌
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 77 – Окно управления нумерацией объектов

- в открывшемся окне войти в комбинированный список «Elem / Attrib numbering» и выбрать в нем пункт «Real const num»;

- войти в комбинированный список «[/NUM] Numbering shown with» и выбрать в нем пункт «Colors only», после чего закрыть текущее окно кнопкой «OK».

После этого изображение конечно-элементной модели на экране должно принять вид, показанный на рисунке 78.



Рисунок 78 - Сеточная модель гаечного ключа

Помимо включения цветовой индикации элементов также следует включить отображение их формы, что осуществляется при помощи неоднократно упоминавшегося окна «Size and Shape» (рисунок 20).

Полученную конечно-элементную сетку далее необходимо модифицировать путем ее детализации в областях геометрической модели, которые будут являться концентраторами напряжений. Очевидно, что при данной схеме нагружения (рисунок 69) такими областями будут являться переходы от головки ключа к его рукоятке и переходы рожков ключа внутри его зева.

Чтобы выполнить такую локальную детализацию сетки необходимо:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Modify Mesh  $\rightarrow$  Refine At  $\rightarrow$  Nodes» и вызвать окно «Refine mesh at nodes», управляющее выбором узлом модели;

- щелчком левой кнопки мыши последовательно выбрать узлы модели на ее кромках в указанных областях примерно так, как показано на рисунке 79, и нажать кнопку «ОК» в текущем окне;

- в появившемся окне «Refine Mesh at Node» войти в комбинированный спи-

сок «LEVEL Level of refinement» и выбрать в нем пункт «2», после чего нажать кнопку «OK».

В результате сетка в областях, прилегающих к выбранным узлам, будет перестроена и приобретет вид, показанный на рисунке 80.



Рисунок 79 – Выбор узлов для детализации сетки



Рисунок 80 – Детализированная модель гаечного ключа

# 5.4 Наложение граничных условий

Для данной расчетной схемы (рисунок 69) наложение граничных условий включает в себя задание нулевых степеней подвижности на прямолинейных кромках модели внутри зева ключа, что осуществляется следующим образом:

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacement  $\rightarrow$  On Lines», чем вызывается окно «Apply U,ROT on Lines»;

- при помощи вызванного окна выбираются линейные кромки модели, обозначенные на рисунке 81 с подтверждением их выбора кнопкой «ОК» в текущем окне; - в списке «Lab2 DOFs to be constrained» появившегося диалогового окна выделяется пункт «All DOF» и нажимается кнопка «OK».



Рисунок 81 – Выбор кромок для задания граничных условий

# 5.5 Приложение нагрузки

В данном случае нагрузка, действующая на рукоятку ключа и равная 250 H, является распределенной, в связи с чем ее удобно задать в форме давления, приходящегося на выделенную кромку модели. Чтобы задать это давление необходимо:

- задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Pressure  $\rightarrow$  On Lines»;

- щелчком левой кнопки мыши выбрать линейную кромку модели, на которую должна действовать нагрузка (рисунок 69), и подтвердить ее выбор кнопкой «OK» в соответствующем окне;

- ввести в текстовое поле «VALUE Load PRES value» появившегося диалогового окна «Apply PRES on lines» (рисунок 82) величину давления в виде выражения 250/(0.0032\*0.07), где 250 – заданная величина сила, а 0.0032 и 0.07 – соответственно толщина и длина участка рукоятки ключа (рисунок 70), на который действует нагрузка;

- нажать кнопку «ОК» для приложения давления к выбранной кромке.

Заданное на указанной кромке давление, а также ранее заданные на кромках связи желательно сразу транслировать на узлы конечных элементов, которые связаны с этими кромками. Для этого нужно последовательно активировать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Operate  $\rightarrow$  Transfer to FE  $\rightarrow$  All Solid Lds», а затем нажать кнопку «OK» в открывшемся окне.
Apply PRES on lines	×
[SFL] Apply PRES on lines as a	Constant value
If Constant value then:	
VALUE Load PRES value	250/(0.0032*0.0
If Constant value then:	
Optional PRES values at end J of line	
(leave blank for uniform PRES )	
Value	
OK Apply Cancel	Help

Рисунок 82 – Окно задания параметров давления на линиях модели

В результате задания граничных условий и нагрузки модель при ее отображении в режиме показа элементов («Utility Menu  $\rightarrow$  Plot  $\rightarrow$  Elements») должна принять вид, показанный на рисунке 83. Следует заметить, что на приведенном рисунке изменена заданная по умолчанию форма отображения давления. Это изменение выполняется путем запуска из пункта «PlotCtrls» меню утилит команды «Symbols» для вызова одноименного диалогового окна, где в списке «Show pres and convects as» нужно выбрать пункт «Arrows» и подтвердить выбор кнопкой «OK».

Полученную конечно-элементную модель для проведения последующего расчета необходимо сохранить в файл тем же способом, что был описан ранее.



Рисунок 83 – Сеточная модель ключа с заданными связями и нагрузкой

### 5.6 Расчет и просмотр его результатов

Расчет параметров напряженно-деформированного состояния ключа осуществляется путем запуска процедуры статического анализа (заданного по умолчанию), для чего в главном меню нужно последовательно активировать пункты «Solution  $\rightarrow$ Solve  $\rightarrow$  Current LS».

После завершения расчета необходимо вывести на экран его результаты, первым из которых является поле суммарных статических перемещений. Наиболее наглядной формой его представления в данном случае выступает контурный график, для построения которого требуется:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu»;

- выделить в списке доступных результатов окна «Nodal Solution Data» (рисунок 38) конечный пункт «Displacement vector sum» и нажать кнопку «OK».

В результате на экране будет отображен контурный график, приведенный на рисунке 84. Его рассмотрение показывает, что максимальное перемещение рукоятки ключа при заданной нагрузке с учетом округления составляет 1,9 мм.



Рисунок 84 – Поле суммарных статических перемещений ключа

Далее аналогичным способом нужно вывести на экран контурный график, изображающий поле эквивалентных напряжений в теле ключа. Единственным отличием от предыдущего графика является то, что в окне «Nodal Solution Data» (рисунок 38) нужно выбрать пункты «Nodal Solution  $\rightarrow$  Stress  $\rightarrow$  von Mises stress». Полученный график эквивалентных напряжений должен выглядеть так, как показано на рисунке 85. Из этого графика следует, что расчетные максимальные напряжения наблюдаются в местах сопряжения головки с рукояткой ключа и составляют 470 МПа.



Рисунок 85 – Поле эквивалентных напряжений в теле ключа

Приведенные расчетные напряжения позволяют оценить запасы прочности ключа путем их соотнесения с известными величинами допускаемых напряжений. Однако в «ANSYS Mechanical APDL» предусмотрен более удобный способ такой оценки, заключающийся в выводе на экран графиков коэффициентов запаса. Для его реализации необходимо предварительно создать таблицу элементов со значениями эквивалентных напряжений. Эта таблица создается в окне «Define Additional Element Table Items» (рисунок 25), вызываемого из окна «Element Table Data», доступ к которому осуществляется путем активации в главном меню пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Element Table  $\rightarrow$  Define Table». В названном окне нужно задать в поле «Lab User label for item» произвольное имя таблицы, например, «SEQ» (без кавычек), выбрать в списке категорий результатов пункт «Stress», а списке видов результатов – пункт «von Mises SEQV», после чего нажать кнопку «OK» в текущем окне и кнопку «Close» в окне «Element Table Data».

Для того чтобы на основе созданной таблицы рассчитать коэффициенты запаса также необходимо ввести в программу величину допускаемого напряжения. Ввод этой величины осуществляется в окне «Constant Allowable Stress», которое открывается путем последовательной активации в главном меню программы пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Safety Factor  $\rightarrow$  Allowable Strs  $\rightarrow$  Constant». В единственное текстовое поле этого окна нужно ввести значение временного сопротивления разрушению, которое для рассматриваемой хромованадиевой стали равно 940е6 Па (без единиц измерения) и подтвердить ввод кнопкой «ОК».

Дальнейшее вычисление коэффициентов запаса выполняется в окне «Safety Factors for Element Table Items» (рисунок 86), для вызова которого нужно последовательно задействовать в главном меню пункты «General Postproc  $\rightarrow$  Safety Factor  $\rightarrow$  SF for Elem Table». В этом окне требуется:

- включить переключатель «Safety factor SF» в группе «TYPE Item to be calculated»;

- ввести в поле «LabR Label for calculated item» произвольное имя таблицы элементов (например, SF), которая будет автоматически создана для записи в нее вычисленных коэффициентов запаса;

- выбрать в комбинированном списке «LabS Elem table item for stress» имя ранее созданной таблицы с величинами напряжений (в данном примере «SEQ») и нажать кнопку «OK».

A Safety Factors for Element Table Items	X
[SFCALC] Safety Factors for Element Table Items	
TYPE Item to be calculated	C C C C C C C C
	<ul> <li>Safety factor SF</li> </ul>
	C Margin of safety
	C 1/SF
LabR Label for calculated item	SF
LabS Elem table item for stress	SEQ 💌
For temperature-dependent allowable stresses	
LabT Elem table item for temp	Constant 🗨
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 86 – Окно, управляющее вычислением коэффициентов запаса

Чтобы визуализировать результаты расчета коэффициентов запаса необходимо:

- последовательно выбрать в главном меню пункты «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Elem Table» и вызвать на экран диалоговое окно «Contour Plot of Element Table Data» (рисунок 87);

- выбрать в комбинированном списке «Itlab Item to be plotted» имя таблицы со

значениями коэффициентов запаса (в данном примере «SF»);

- выбрать в комбинированном списке «Avglab Average at common nodes?» пункт «Yes - average» и нажать кнопку «OK».

A Contour Plot of Element Table Data	X
[PLETAB] Contour Element Table Data	
Itlab Item to be plotted	SF 💌
Avglab Average at common nodes?	Yes - average
OK Apply	Cancel Help

Рисунок 87 – Окно, управляющее вычислением коэффициентов запаса

В результате на экране будет отображен соответствующий контурный график, внешний вид которого необходимо изменить следующим образом:

- войти в пункт «PlotCtrls» меню утилит и последовательно задействовать в нем пункты «Style», «Contours» и «Uniform Contours» для вызова на экран соответствующего диалогового окна;

- включить в группе переключателей «Contour intervals» вызванного окна переключатель «User specified»;

- ввести в текстовое поле «VMIN Min contour value» минимальное значение диапазона отображаемой величины равное двум;

- ввести в текстовое поле «VMAX Max contour value» максимальное значение диапазона отображаемой величины равное десяти;

- нажать кнопку «ОК» в текущем окне для обновления отображаемого графика;

- ввести в командную строку «Command Prompt» программный код APDL

следующего вида: \*DO, I,1,9,1 /COLOR,CNTR,13-I,I \*ENDDO для инверсии цветов легенды (приведенный код следует вводить одним блоком в виде трех строк, разделенных символов конца строки);

- запустить команду «Replot» из пункта «Plot» меню утилит для обновления графика, после чего он должен принять вид, показанный на рисунке 88 (серый цвет на данном графике соответствует участкам ключа, где коэффициент запаса превышает заданное ограничение равное 10).



Рисунок 88 – Распределение коэффициентов запаса прочности ключа

## 5.7 Контрольные вопросы

1 Что должна собой представлять геометрическая модель, предназначенная для генерации сетки пластинчатых конечных элементов в «ANSYS Mechanical APDL»?

2 Каким образом производится импорт геометрических моделей в программную среду «ANSYS Mechanical APDL»?

3 Как в «ANSYS Mechanical APDL» производится учет необходимой толщины пластинчатых конечных элементов?

4 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» задаются атрибуты конечноэлементной сетки для различных участков поверхностной геометрической модели?

5 В чём заключаются основные особенности генерации сетки пластинчатых конечных элементов в «ANSYS Mechanical APDL»?

6 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» выполняется локальная детализация сетки относительно выбранных узлов модели?

7 В чём заключаются особенности задания распределенной нагрузки при проведении конструкционного анализа в «ANSYS Mechanical APDL»?

8 Как в «ANSYS Mechanical APDL» производится построение и редактирование графиков коэффициентов запаса прочности конструкции по результатам ее статического анализа?

## 6 Моделирование с использованием оболочечных элементов

Одним из ограничений пластинчатых конечных элементов является отсутствие у них степеней свободы вне плоскости элемента, что делает их использование неприемлемым во многих практических случаях. По этой причине для моделирования тонкостенных пространственных конструкций часто применяются оболочковые конечные элементы, степени свободы которых не ограничиваются плоскостью элемента. Особенности моделирования с использованием таких элементов в «ANSYS Mechanical APDL» могут быть рассмотрены на примере расчета устойчивости осесимметричной оболочки, расчетная схема которой показана на рисунке 89.



Рисунок 89 – Расчетная схема оболочки

## 6.1 Построение геометрической модели

Геометрия модели в данном случае должна быть представлена осесимметричной поверхностью вращения, построение которой средствами препроцессора «AN-SYS Mechanical APDL» является затруднительным. Поэтому для подготовки геометрической модели опять следует использовать стороннюю CAD-систему, поддерживающую поверхностное моделирование. Необходимая поверхность в любой из таких CAD-систем может быть получена путем вращения плоской незамкнутой кривой (эскиза) вокруг заданной оси. Например, соответствующая поверхность, полученная с использованием «Компас-3D», приведена на рисунке 90.



Рисунок 90 – Поверхностная геометрическая модель оболочки

Чтобы передать подготовленную геометрическую модель из CAD-системы в «ANSYS Mechanical APDL» ее необходимо сохранить в формате «Parasolid» (файл с расширением \*.x\_t), а затем открыть этот файл. Для открытия файла необходимо задействовать пункты «Import  $\rightarrow$  PARA» в пункте «File» меню утилит и вызвать диалоговое окно «ANSYS Connection for Parasolid» (рисунок 72). Далее в этом окне нужно указать к сохраненному файлу модели и открыть этот файл с включением для него опции «All Entities» в текущем окне.

По умолчанию импортированная модель будет отображаться как каркасная модель. Для включения режима ее тонирования нужно активировать в меню утилит пункты «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Solid Model Facets», после чего активировать опцию «Normal Faceting» в окне «Solid Model Facets» с подтверждением этого действия кнопкой «OK». После обновления изображения командой «Replot» модель будет отображена на экране в режиме тонирования.

#### 6.2 Определение модели материала

Определение модели материала при решении рассматриваемой задачи осуществляется точно так же, как и в предыдущих случаях. То есть путем активации в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Material Models» на экран вызывается окно «Define Material Model Behavior» (рисунок 33). В списке «Material Models Available» этого окна последовательно выбираются пункты «Structural  $\rightarrow$  Linear  $\rightarrow$  Elastic  $\rightarrow$  Isotropic», что приводит к появлению окна Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1» (рисунок 34). В поле «EX» вводится величина модуля упругости равная 72е9 Па, а в поле «PRXY» – величина коэффициента Пуассона равная 0.33. Введенные величины, соответствующие алюминиевому сплаву Д16, подтверждаются кнопкой «OK», после чего окно «Define Material Model Behavior» закрывается кнопкой в его заголовке.

#### 6.3 Формирование конечно-элементной модели

Для работы с конечно-элементной моделью требуется сначала настроить препроцессор программы путем запуска из главного меню команды «Preferences» и установки флажка «Structural» в окне «Preferences for GUI Filtering».

Далее необходимо выбрать подходящий для решения рассматриваемой задачи тип конечного элемента. Данный выбор производится путем:

- активации в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete» и нажатия кнопки «Add» в окне «Element Types»;

- выбора в окне библиотеки элементов (рисунок 14) пункта «Shell» в списке категорий элементов и пункта «3D 4node 181» в списке типов элементов;

- последовательного закрытия вызванных окон кнопками «OK» и «Close» соответственно.

Выбранный тип элемента требует задания для него сечения, которое в данном случае должно определять толщину стенки оболочки. Чтобы задать сечение элемента необходимо задействовать в главном меню последовательность пунктов «Prepro-

cessor  $\rightarrow$  Sections  $\rightarrow$  Shell  $\rightarrow$  Lay-up  $\rightarrow$  Add/Edit» для открытия диалогового окна «Create and Modify Shell Sections». В этом окне нужно на активной по умолчанию вкладке «Layup» ввести в ячейку «Thickness» значение толщины стенки (для рассматриваемого примера равное 0.003 м) и подтвердить его кнопкой «OK».

После определения сечения необходимо задать размер четырехугольных элементов будущей конечно-элементной сетки. Для рассматриваемой оболочки средний размер стороны элемента можно принять равным 1/40 от ее высоты, что будет составлять 0.025 м. Чтобы задать этот размер требуется последовательно выбрать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$ Global  $\rightarrow$  Size» и взывать диалоговое окно «Global Element Sizes». После этого нужно ввести указанный размер в поле «SIZE Element edge length» вызванного окна и закрыть его кнопкой «OK».

Для генерации сетки нужно задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Areas  $\rightarrow$  Mapped  $\rightarrow$  3 or 4 sided», после чего нажать кнопку «Pick All» в окне «Mesh Areas», что приведет к результату, показанному на рисунке 91а.



Рисунок 91 – Сеточная модель оболочки: а) до выравнивания нормалей; б) после выравнивания нормалей

Как видно на приведенном рисунке внешняя сторона оболочки окрашена в два разных цвета. Это свидетельствует о том, что составляющие ее поверхности геометрической модели имеют разнонаправленные нормали, а, следовательно, и принадлежащие им конечные элементы также имеют разнонаправленные нормали, что недопустимо, т.к. будет искажать поле деформаций конструкции при просмотре результатов расчета. Поэтому перед проведением расчета необходимо выровнять ориентацию нормалей всех поверхностей. Наиболее простым способом такого выравнивания является:

- активация в главном меню пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Modeling  $\rightarrow$  Move/Modify  $\rightarrow$  Areas  $\rightarrow$  Area Normals» для вызова диалогового окна «Reorient Area Normals» управляющего интерактивным выбором поверхностей;

- щелчком левой кнопки мыши выбрать любую поверхность модели, внешняя сторона которой имеет голубой цвет, и нажать кнопку «ОК» в текущем окне;

- нажать кнопку «OK» в появившемся окне «Make area normal consistent» для согласования направления нормалей всех поверхностей модели с направлением нормали выбранной поверхности.

В результате после обновления изображения командой «Replot» сеточная модель должна принять вид, показанный на рисунке 91б.

## 6.4 Наложение граничных условий

В данном случае граничные условия модели должны собой представлять нулевые степени подвижности узлов, находящихся в опорной плоскости оболочки (рисунок 89). Задание этих степеней удобно выполнить через принадлежность узлов линиям модели, для чего необходимо:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacement  $\rightarrow$  On Lines»;

- щелчком левой кнопки мыши последовательно выбрать соответствующие линии модели;

- выделить пункт «All DOF» в списке «Lab2 DOFs to be constrained» появив-

119

шегося окна «Apply U,ROT on Lines»;

- ввести в поле «VALUE Displacement value» значение равное нулю и нажать кнопку «OK»;

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Operate  $\rightarrow$  Transfer to FE  $\rightarrow$  Constraints», после чего нажать кнопку «OK» в появившемся окне.

## 6.5 Приложение нагрузки

В условиях решения поставленной задачи нагрузка, действующая на модель, должна быть представлена единичной силой, равномерно распределенной по верхней кромке оболочки и направленной внутрь оболочки вдоль ее оси. Для задания этой нагрузки требуется последовательно задействовать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Force/Moment  $\rightarrow$  On Nodes», после чего:

- включить переключатель «Box» в появившемся окне «Apply F/M on Nodes», управляющем выбором узлов модели;

- выделить прямоугольной рамкой все узлы модели, принадлежащие верхней границе оболочки так, как показано на рисунке 92, при этом следует запомнить количество выбранных узлов, которое будет отображено после выбора в строке «Count» текущего окна (в данном примере оно равно 120);



Рисунок 92 – Выделение узлов для приложения единичной силы

- нажать кнопку «OK» в текущем окне и перейти к следующему одноименному окну, где в списке «Lab Direction of force/mom» выбрать подходящее координатное направление силы (FX, FY или FZ) и ввести в поле «VALUE Force/moment value» величину силы (положительную или отрицательную) в виде 1/N, где N – число выбранных узлов, т.е. 120 для рассматриваемого примера;

- подтвердить заданные параметры нагрузки кнопкой «ОК».

После этого изображение модели на экране (в режиме показа элементов) должно принять вид, показанный на рисунке 93. Полученную модель необходимо ранее рассмотренным способом сохранить в рабочую директорию.



Рисунок 93 – Сеточная модель оболочки с заданными связями и нагрузками

## 6.6 Расчет и просмотр его результатов

В данном случае расчет осуществляется в два этапа, на первом из которых выполняется статический анализ конструкции, а на втором собственно расчет критических сил и соответствующих форм потери устойчивости.

Для проведения активного по умолчанию статического анализа необходимо предварительно изменить его настройки, доступ к которым производится в диалоговом окне «Solution Controls» путем активации в главном меню последовательности пунктов «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  Sol'n Controls». В этом окне нужно перейти на вкладку «Basic» и установить флажок «Calculate prestress effects» в группе «Analysis Options» (рисунок 94), после чего закрыть окно кнопкой «OK».

▲ Solution Controls	
Basic Transient Sol'n Options	Nonlinear
Analysis Options	
Small Displacement Static	•
Calculate prestress effects	
Time Control	
Time at end of loadstep 0	
Automatic time stepping Prog Chosen	-
<ul> <li>Number of substeps</li> </ul>	
<ul> <li>Time increment</li> </ul>	
Number of substeps 0	
Max no. of substeps 0	
Min no. of substeps 0	
OK Cancel	Help

Рисунок 94 – Фрагмент диалогового окна «Solution Controls»

После изменения настроек следует запустить процедуру решения («Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS») и получить результаты необходимые для следующего этапа расчета. Для его реализации, прежде всего, требуется изменить текущий тип анализа, что осуществляется путем:

- запуска команды «Finish» из главного меню программы;

- последовательного выбора в главном меню пунктов «Solution → Analysis Туре → New Analysis» для вызова окна выбора типа анализа (рисунок 59);

- включения переключателя «Eigen Buckling» в вызванном окне с его подтверждением кнопкой «OK».

Далее необходимо задать настройки выбранного типа анализа в окне «Eigenvalue buckling options» (рисунок 95), которое вызывается на экран активацией в главном меню последовательности пунктов «Solution  $\rightarrow$  Analysis Type  $\rightarrow$  Analysis Options». В данном окне нужно ввести в текстовое поле «NMODE No. of modes to extract» число извлекаемых форм колебаний равное 6 и нажать кнопку «OK».

A Eigenvalue Buckling Options	×
[BUCOPT] Buckling Analysis Options	
Method Mode extraction method	Block Lanczos 🔹
NMODE No. of modes to extrac	6
SHIFT Shift pt for eigenvalu	0
LDMULTE Load multiplier bounda	0
RangeKey Eigenvalue extraction	Modes centered 💌
OK Cancel	Help

Рисунок 95 – Окно настроек анализа устойчивости конструкций

Задав указанные настройки анализа, необходимо еще раз запустить команду «Current LS» для вычисления соответствующих результатов. Просмотр этих результатов по завершении расчета осуществляется в том же порядке, что и в случае ранее рассмотренного модального анализа. То есть для просмотра вычисленных значений критических сил нужно развернуть в главном меню пункт «General Postproc» и запустить из него команду «Results Summary», что приведет к появлению окна с искомыми значениями. Эти значения, полученные для рассматриваемого примера, представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Критические силы

Форма потери устойчивости	1	2	3	4	5	6
Критическая сила, Н	64150	64158	84344	84347	87560	87564

Формы потери устойчивости, соответствующие представленным в таблице критическим силам, показаны в виде контурных графиков на рисунке 96. Построение этих графиков удобно выполнить при помощи диалогового окна «Results Viewer» (рисунок 61), где для визуализации формы колебаний следует выбрать пункт «Displacement vector sum» в списке «Result Item for Viewing» и отобразить выбранные результаты кнопкой «Plot Results».



Рисунок 96 – Формы потери устойчивости осесимметричной оболочки

## 6.7 Контрольные вопросы

1 Для моделирования каких конструкций могут использоваться оболочечные конечные элементы?

2 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется задание сечений для оболочечных конечных элементов?

3 Какие действия необходимо выполнить в «ANSYS Mechanical APDL» для генерации структурированной сетки оболочечных конечных элементов?

4 Как в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется изменение ориентации нормалей поверхностей модели?

5 В чём заключаются особенности проведения в «ANSYS Mechanical APDL» анализа устойчивости конструкций?

6 Что является основными результатами анализа устойчивости конструкции при его реализации в «ANSYS Mechanical APDL»?

# 7 Моделирование с использованием объемных конечных элементов

Объемный конечный элемент является наиболее универсальным типом конечного элемента, который может использоваться для моделирования практически любых конструкций. Примером использования этого элемента в «ANSYS Mechanical APDL» может служить моделирование термодеформационного состояния биметаллического радиатора, изображенного на рисунке 97. Рассматриваемый радиатор представляет собой набор алюминиевых пластин, через которые проходит медная трубка с жестко зафиксированными концами. По трубке движется теплоноситель с температурой 90 °C под давлением равным 0,1 МПа. Теплообмен между компонентами радиатора и окружающей средой осуществляется путем конвекции. При этом коэффициент теплоотдачи для внешних поверхностей пластин и трубки составляет 10 Вт/( $m^2$ ·K), а для внутренней поверхности трубки – 1600 Вт/( $m^2$ ·K).



Рисунок 97 – Расчетная схема радиатора

## 7.1 Построение геометрической модели

Для построения геометрической модели радиатора целесообразно использовать какую-либо стороннюю CAD-систему, поддерживающую твердотельное моделирование. При этом данная модель должна быть многотельной, т.е. каждый ее компонент должен представлять собой отдельное тело, что может быть получено, например, путем построения сборки. Исходными данными для формирования геометрии модели в данном случае служит чертеж, приведенный на рисунке 98.



Рисунок 98 – Чертеж радиатора

Наличие у радиатора плоскости симметрии (для геометрии и нагрузок) позволяет ограничиться воспроизведением только половины геометрии модели. При этом привязку геометрической модели к ее системе координат необходимо выполнить так, чтобы плоскостью симметрии являлась одна из координатных плоскостей. В рассматриваемом примере в качестве плоскости симметрии выбрана плоскость ХҮ. Использование половинчатой геометрии упрощает дальнейшую подготовку конечно-элементной модели и при прочих равных условиях вдвое сокращает размерность решаемой задачи. Поэтому далее используется геометрическая модель радиатора, приведенная на рисунке 99.



Рисунок 99 – Геометрическая модель радиатора

Передача полученной модели в программную среду «ANSYS» осуществляется так же, как и в двух предыдущих работах, т.е. CAD-модель сохраняется в файл формата «Parasolid», который открывается в «ANSYS» (пункты «File  $\rightarrow$  Import  $\rightarrow$  PARA» в меню утилит).

После импорта модели в среду «ANSYS» необходимо, во-первых, включить режим тонирования геометрии, а, во-вторых, выполнить булево «склеивание» отдельных тел модели. Режим тонирования «Normal Faceting» включается в окне «Solid Model Facets», доступ к которому осуществляется путем выбора в меню утилит пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Solid Model Facets». Булево «склеивание» реализуется путем активации в главном меню последовательности пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$ Modeling  $\rightarrow$  Operate  $\rightarrow$  Booleans  $\rightarrow$  Glue  $\rightarrow$  Volumes». Это приводит к появлению окна «Glue Volumes», где нужно просто нажать кнопку «Pick All» для автоматического выбора всех тел модели и их «склеивания» по всем возможным сопряженным поверхностям. Под склеиванием в данном случае понимается формирование общих поверхностей на границах контакта двух тел. Данная операция необходима для обеспечения связности будущих конечно-элементных сеток на отдельных телах составной геометрической модели.

#### 7.2 Определение моделей материала

Поскольку по условиям задачи компоненты моделируемого радиатора изготовлены из двух различных материалов, постольку для ее решения требуется определить две соответствующие модели материала. Так же, как и во всех предыдущих случаях, предварительно необходимо выполнить первичную настойку препроцессора в окне «Preferences for GIU Filtering». Решение рассматриваемой задачи связано с выполнением двух типов анализа, а именно теплового и прочностного анализа, поэтому, в отличие от предыдущих случаев, в этом окне нужно установить флажки «Structural» и «Thermal».

Также предварительно необходимо изменить единицы измерения температуры, которыми по умолчанию являются градусы Кельвина. Для этого требуется активировать последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Temperature Units» и вызвать диалоговое окно «Specify Temperature Units», где выбрать в комбинированном списке «Temperature Units» пункт «Celsius» и нажать кнопку «OK».

Для определения первой модели материала, соответствующей меди, нужно, задействовав в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Material Props  $\rightarrow$  Material Models», вызвать окно «Define Material Model Behavior» (рисунок 33), после чего:

- активировать в списке «Material Models Available» последовательность пунктов «Structural  $\rightarrow$  Linear  $\rightarrow$  Elastic  $\rightarrow$  Isotropic» и задать в появившемся окне величины модуля упругости ЕХ и коэффициента Пуассона PRXY соответственно равные 115 ГПа и 0.31;

- активировать в том же списке пункт «Density» и задать в появившемся окне величину плотности DENS равную 8890 кг/м<sup>3</sup>;

- активировать последовательность пунктов «Structural  $\rightarrow$  Thermal Expansion  $\rightarrow$  Secant Coefficient  $\rightarrow$  Isotropic» и задать в появившемся окне величину ссылочной температуры «Reference Temperature» равную 22 °C и величину коэффициента линейного расширения ALPX равную 17е-06 1/°C;

- активировать последовательность пунктов «Thermal  $\rightarrow$  Conductivity  $\rightarrow$  Iso-

128

tropic» и задать в появившемся окне величину коэффициента теплопроводности КХХ равную 388 Вт/(м·°С);

- активировать последовательность пунктов «Thermal → Specific Heat» и задать в появившемся окне величину удельной теплоемкости С равную 385 Дж/(кг.°С).

Для определения второй модели материала, соответствующей алюминию, нужно войти в пункт «Material» меню текущего окна «Define Material Model Behavior» и запустить из него команду «New Model», а затем подтвердить числовой идентификатор (2 по умолчанию) новой модели материала кнопкой «OK» в окне «Define Material ID». Выделить добавленный пункт «Material Model Number 2» в списке «Material Models Defined», после чего выполнить те же действия, что и для определения первой модели материала с вводом:

- величины модуля упругости ЕХ и коэффициента Пуассона PRXY соответственно равных 68.9 ГПа и 0.33;

- величины плотности DENS равной 2700 кг/м<sup>3</sup>;

- величины ссылочной температуры «Reference Temperature» равной 22 °С и величины коэффициента линейного расширения ALPX равной 23.4e-06 1/°С;

- величины коэффициента теплопроводности КХХ равной 200 Вт/(м·°С);

- величины удельной теплоемкости C равной 900 Дж/(кг.°C).

После ввода всех указанных параметров второй модели материала окно «Define Material Model Behavior» следует закрыть и связать подготовленные модели материалов с отдельными телами геометрической модели. Для этого необходимо:

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh Attributes  $\rightarrow$  All Volumes» и вызвать диалоговое окно «Volume Attributes», приведенное на рисунке 100;

- выбрать в комбинированном списке «MAT Material Number» пункт «2», соответствующий второй модели материала и нажать кнопку «OK» для того, чтобы применить вторую модель материала (алюминий) ко всем телам геометрической модели;

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$ 

129

Meshing  $\rightarrow$  Mesh Attributes  $\rightarrow$  Picked Volumes» и щелчком левой кнопки мыши выбрать тело, соответствующее медной трубке;

- выбрать пункт «1» в комбинированном списке «MAT Material Number» появившегося окна «Volume Attributes» для применения первой модели материала (медь) к выбранному телу.

N Volume Attributes	X
[VATT] Assign Attributes to All Selected Volumes	
MAT Material number	2 💌
REAL Real constant set number	None defined 💌
TYPE Element type number	None defined 🗨
ESYS Element coordinate sys	0 🔽
OK Cancel	Help

Рисунок 100 – Окно управления атрибутами выбранных тел модели

## 7.3 Формированию конечно-элементной модели

Решение задачи термоупругости в данном случае предполагает последовательное проведение двух типов анализа, первым из которых должен являться стационарный тепловой анализ. Его реализацию обеспечивает соответствующий тип конечного элемента, для выбора которого нужно задействовать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Add/Edit/Delete», нажать кнопку «Add» в окне «Element Types» и открыть окно библиотеки конечных элементов «Library of Element Types» (рисунок 14), после чего:

- выбрать в списке категорий элементов (слева) пункт «Thermal Solid», а в списке видов элементов (справа) – пункт «8node 70»;

- закрыть окно библиотеки кнопкой «OK» и окно «Element Types» кнопкой «Close».

Дальнейшая генерация сетки конечных элементов выбранного типа выполняется в следующем порядке:

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Lines  $\rightarrow$  Picked Lines», после чего интерактивно выбирается внешняя круговая кромка на одном из торцов модели трубки (рисунок 101);



Рисунок 101 – Выбор кромки для определения размера конечных элементов

- в открывшемся окне «Element Sizes on Picked Lines», идентичном окну на рисунке 19, в поле «SIZE Element edge length» задается средний размер ребра элемента равный 1/10 наружного диаметра трубки (для рассматриваемого примера 0.0015 м) и подтверждается кнопкой «OK»;

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Global  $\rightarrow$  Size», чем вызывается диалоговое окно «Global Element Sizes»;

- в поле «SIZE Element edge length» этого окна задается размер ребра элемента равный 1/5 наружного диаметра трубки (для рассматриваемого примера 0.003 м) и подтверждается кнопкой «OK»;

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Volume Sweep  $\rightarrow$  Sweep», после чего щелчком левой кнопки мыши выбирается модель трубки, что приводит к формированию на трубке конечно-элементной сетки, изображенной на рисунке 102;

131



Рисунок 102 – Результат построения конечно-элементной сетки на трубке

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Size Cntrls  $\rightarrow$  Manual Size  $\rightarrow$  Global  $\rightarrow$  Size» и снова вызывается диалоговое окно «Global Element Sizes», где в поле «SIZE Element edge length» задается размер элемента равный 1/3 наружного диаметра трубки (для рассматриваемого примера 0.005 м);

- в главном меню программы активируется последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Meshing  $\rightarrow$  Mesh  $\rightarrow$  Volumes  $\rightarrow$  Free» и вызывается окно «Mesh Volumes», при помощи которого интерактивно выбираются все модели пластин с подтверждением выбора кнопкой «OK».

Последнее действие приводит к формированию на всех моделях пластин неструктурированной сетки тетраэдрических конечных элементов и совокупная конечно-элементная модель радиатора приобретает вид, показанный на рисунке 103.

Для проверки правильности назначения материалов компонентам модели следует включить цветовую дифференциацию конечных элементов по номеру модели материала. Данная операция производится при помощи инструментов диалогового окна «Plot Numbering Controls» (рисунок 104), которое открывается путем последовательного выбора в меню утилит пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Numbering». После открытия этого окна в нем требуется:

- выбрать в комбинированном списке «Elem / Attrib Numbering» пункт «Material numbers»; - выбрать в комбинированном списке «[/NUM] Numbering shown with» пункт «Colors only» и закрыть окно кнопкой «OK».



Рисунок 103 – Конечно-элементная модель радиатора

Plot Numbering Controls	×
[/PNUM] Plot Numbering Controls	
KP Keypoint numbers	∫ Off
LINE Line numbers	∫ Off
AREA Area numbers	∫ Off
VOLU Volume numbers	∫ Off
NODE Node numbers	C Off
Elem / Attrib numbering	Material numbers
TABN Table Names	☐ Off
SVAL Numeric contour values	☐ Off
[/NUM] Numbering shown with	Colors only
[/REPLOT] Replot upon OK/Apply?	Replot
ОК Арріу	Cancel Help

Рисунок 104 – Окно «Plot Numbering Controls», управляющее нумерацией объектов

#### 7.4 Приложение тепловых нагрузок

По условиям рассматриваемой задачи радиатор находится в условиях конвективного теплообмена с теплоносителем внутри трубки и окружающей средой, для моделирования которых необходимо задать соответствующие тепловые нагрузки. Такими нагрузками в данном случае будут являться коэффициенты теплоотдачи, заданные на свободных поверхностях модели. Причем эти коэффициенты должны быть заданы таким образом, чтобы внутренние поверхности трубки обеспечивали подвод тепла (нагрев), а все остальные поверхности его отвод (охлаждение).

Для задания коэффициента теплоотдачи на охлаждаемых поверхностях модели необходимо:

- задействовать в меню утилит программы последовательность пунктов «Select → Entities» для вызова окна управления фильтрами выбора объектов (рисунок 24);

- войти в доступный в данном окне список типов объектов и выбрать в нем пункт «Areas»;

- войти в список методов выбора объектов и выбрать в нем пункт «Exterior»;

- включить переключатель «From Full» и нажать кнопку «Apply», в результате чего будут деактивированы все поверхности модели в местах стыков трубки с пластинами:

- изменить ориентацию модели таким образом, чтобы ее плоскость симметрии была перпендикулярна плоскости экрана;

- выбрать в списке методов выбора окна «Select Entities» пункт «Ву Num/Pick»;

- включить переключатель «Unselect» и нажать кнопку «OK»;

- включить в появившемся окне «Unselect areas» переключатель «Вох» и выделить прямоугольной рамкой поверхности модели в плоскости ее симметрии так, как показано на рисунке 105, а затем нажать кнопку «ОК» для деактивации этих поверхностей;

- задействовать в главном меню последовательность пунктов «Preprocessor →

134

Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Thermal  $\rightarrow$  Convection  $\rightarrow$  On Areas» и нажать в появившемся окне кнопку «Pick All» для автоматического выбора всех активных поверхностей;

- в следующем окне «Apply CONV on Areas» (рисунок 106) ввести в поле «VALI Film coefficient» значение коэффициента теплоотдачи равное 10 Bt/( $M^2 \cdot °C$ ), а в поле «VAL2I Bulk temperature» значение температуры окружающей среды равное 22 °C, после чего нажать кнопку «OK».



Рисунок 105 – Выбор поверхностей в плоскости симметрии модели

Apply CONV on areas	X
[SFA] Apply Film Coef on areas	Existing table
If Constant value then:	
VALI Film coefficient	10
[SFA] Apply Bulk Temp on areas	Constant value
If Constant value then:	
VAL2I Bulk temperature	22
LKEY Load key, usually face no.	1
(required only for shell elements)	
OK Cancel	Help

Рисунок 106 – Окно, управляющее заданием коэффициентов теплоотдачи на поверхностях модели

Для задания коэффициента теплоотдачи на нагреваемых поверхностях радиатора необходимо:

- еще раз задействовать в главном меню последовательность пунктов «Pre-

processor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Thermal  $\rightarrow$  Convection  $\rightarrow$  On Areas» и в интерактивном режиме выбрать все внутренние поверхности трубки с подтверждением их выбора кнопкой «OK» в активном окне;

- ввести в поле «VALI Film coefficient» окна «Apply CONV on Areas» значение коэффициента теплоотдачи равное 75 Вт/( $M^2 \cdot C$ ), а в поле VAL2I Bulk temperature» значение температуры теплоносителя равное 90 °C с их подтверждением кнопкой «OK»;

- войти в пункт «Select» меню утилит и запустить оттуда команду «Everything» для активации ранее деактивированных поверхностей модели.

## 7.5 Задание начальных условий теплового анализа

Начальными условиями теплового анализа будет являться исходная температура радиатора, для задания которой нужно:

- последовательно активировать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Settings  $\rightarrow$  Uniform Temp» и вызвать диалоговое окно «Uniform Temperature»;

- ввести в вызванном окне исходную температуру всех узлов модели равную 22 °C и закрыть окно кнопкой «OK».

Полученную модель необходимо сохранить в рабочий каталог, после чего приступить к реализации расчетов.

#### 7.6 Тепловой анализ радиатора

Целью теплового анализа радиатора является определение температур в узлах модели, обусловленных перераспределением подводимой теплоты, т.е. построение температурного поля радиатора. Поскольку интерес в данном случае представляет только температурное поле радиатора в состоянии его теплового равновесия, постольку при проведении расчетов достаточно ограничиться стационарным тепловым анализом. Данный тип анализа для подготовленной модели будет активен по умолчанию, в связи с чем сразу может быть запущена процедура решения («Solution → Solve → Current LS»). После завершения решения требуется отобразить полученное температурное поле путем выполнения следующих действий:

- активации в главном меню программы последовательности пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu» для вызова диалогового окна «Contour Nodal Solution Data»;

- выбора в списке «Item to be contoured» вызванного окна последовательности пунктов «Nodal Solution  $\rightarrow$  DOF Solution  $\rightarrow$  Nodal Temperature» для построения контурного графика распределения температур на половине радиатора;

- выбора в меню утилит программы последовательности пунктов «PlotCtrls  $\rightarrow$  Style  $\rightarrow$  Symmetry Expansion  $\rightarrow$  Periodic/Cyclic Symmetry» для открытия соответствующего диалогового окна, управляющем визуализацией модели с учетом различных возможных форм ее симметрии;

- включить в этом окне переключатель, определяющий используемую плоскость симметрии (в данном случае «Reflect about XY»), и нажать кнопку «OK» для получения результата, приведенного на рисунке 107.



Рисунок 107 – Температурное поле радиатора

## 7.7 Конструкционный анализ радиатора

Вычисленные в узлах модели температуры далее необходимо использовать в качестве объемной нагрузки для определения температурных деформаций и напряжений радиатора в процессе его конструкционного анализа. Для этого, прежде всего, требуется преобразовать используемый тип конечного элемента, что может быть сделано при помощи диалогового окна «Switch Elem Type» (рисунок 108). После вызова данного окна из главного меню последовательностью пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Element Type  $\rightarrow$  Switch Elem Type» нужно выбрать в его списке «Change element type» пункт «Thermal to Struc» и нажать кнопку «OK». Появившееся вслед за этим окно предупреждения в данном случае можно просто проигнорировать, нажав в нем кнопку «Close». В результате текущий тип конечного элемента «Solid70» будет заменен элементом «Solid185», пригодным для проведения конструкционного анализа.

∧ Switch Elem Type	X
[ETCHG] Switch Element Types Depending on An	ilysis
Change element type	Thermal to Struc 💌
ОК С	ncel Help

Рисунок 108 – Окно, управляющее преобразованием типов элементов

После преобразования типа элемента необходимо удалить ранее заданные нагрузки и начальные условия теплового анализа. Это удаление осуществляется путем активации в главном меню последовательности пунктов ««Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$ Define Loads  $\rightarrow$  Delete  $\rightarrow$  All Load Data  $\rightarrow$  All Loads and Opts» и нажатия кнопки «OK» в появившемся окне.

Далее требуется задать граничные условия и нагрузки, соответствующие прочностному анализу. При этом граничные условия должны быть представлены нулевыми перемещениями на торцах трубки и гранях, соответствующих плоскости симметрии радиатора, а нагрузка – температурой, распределенной по всему объему радиатора и давлением на внутренних поверхностях трубки.

Для задания граничных условий сначала нужно:

- сориентировать модель в графической зоне таким образом, чтобы ее плоскость симметрии совпадала с плоскостью экрана;

- задействовать в главном меню программы последовательность пунктов «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Displacement  $\rightarrow$  On Nodes»;

- включить в появившемся окне «Apply U,ROT on Nodes» переключатель «Вох», и выделить прямоугольной рамкой сначала узлы на одном торце трубки, а затем узлы на ее втором торце с подтверждением их выделения кнопкой «OK»;

- в следующем одноименном окне выделить пункты «UX», «UY» и «UZ» в списке «Lab2 DOFs to be constrained», после чего ввести в поле «VALUE Displacement value» значение равное нулю и нажать кнопку «Apply»;

- сориентировать модель в графической зоне таким образом, чтобы ее плоскость симметрии перпендикулярна плоскости экрана;

- включить в появившемся окне «Apply U,ROT on Nodes» переключатель «Вох», выделить прямоугольной рамкой все узлы модели, находящиеся в ее плос-кости симметрии и подтвердить их выделение кнопкой «OK»;

- в окне выбора ограничиваемых степеней свободы выделить в списке «Lab2 DOFs to be constrained» пункт, определяющий линейное перемещение по нормали к плоскости симметрии (в данном случае «UZ») и нажать кнопку «OK».

Для задания объемной нагрузки (температуры) необходимо:

- последовательно выбрать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Temperatures  $\rightarrow$  From Therm Analy» и тем самым открыть диалоговое окно «Apply TEMP from Thermal Analysis» (рисунок 109);

- в строке «Fname Name of results file» открытого окна нажать кнопку «Browse» и указать путь к файлу результатов теплового анализа (файл с расширением \*.rth, находящийся по умолчанию в текущем рабочем каталоге программы);

- ввести единицы в оба поля строки «Load step and substep no.» текущего окна и нажать кнопку «OK».

Apply TEMP from Thermal Analysis	×	
[LDREAD], TEMP Apply Temperature from Thermal Analysis		
Identify the data set to be read from the results file		
LSTEP, SBSTEP, TIME		
Load step and substep no.	1 1	
or		
Time-point		
Fname Name of results file	file.rth Browse	
ОК Арріу	Cancel Help	

Рисунок 109 – Окно, управляющее приложением температур из результатов теплового анализа

Для задания поверхностной нагрузки (давления) необходимо:

- последовательно задействовать в главном меню пункты «Preprocessor  $\rightarrow$  Loads  $\rightarrow$  Define Loads  $\rightarrow$  Apply  $\rightarrow$  Structural  $\rightarrow$  Pressure  $\rightarrow$  On Areas»;

- щелчком левой кнопки мыши поочередно выбрать все внутренние цилиндрические поверхности трубки и нажать кнопку «OK» в окне «Apply PRES on Areas», управляющем выбором поверхностей;

- в следующем одноименном окне, аналогичном окну на рисунке 82, ввести в поле «VALUE Load PRES value» заданную величину давления равную 100000 Па и нажать кнопку «OK».

Заданные нагрузки позволяют рассчитать напряженно-деформированное состояние радиатора путем активации в главном меню последовательности пунктов «Solution  $\rightarrow$  Solve  $\rightarrow$  Current LS». Результаты его расчета следует представить в виде контурных графиков суммарных перемещений и эквивалентных напряжений. Построение обоих графиков осуществляется при помощи окна «Contour Nodal Solution Data», вызываемого активацией в главном меню последовательности пунктов «General Postproc  $\rightarrow$  Plot Results  $\rightarrow$  Contour Plot  $\rightarrow$  Nodal Solu».

В случае графика суммарных перемещений (рисунок 110) в списке «Item to be contoured» этого окна нужно выбрать пункты «Nodal Solution  $\rightarrow$  DOF Solution  $\rightarrow$  Displacement vector sum» и нажать кнопку «OK». В случае графика эквивалентных

напряжений (рисунок 111) здесь нужно подтвердить кнопкой «OK» выбор пунктов «Nodal Solution  $\rightarrow$  Stress  $\rightarrow$  von Mises stress».



Рисунок 110 – Суммарные перемещения радиатора, обусловленные силовой и тепловой нагрузкой



Рисунок 111 – Эквивалентные напряжения в радиаторе, обусловленные силовой и тепловой нагрузкой

## 7.8 Контрольные вопросы

1 Что понимается под «булевым» склеиванием тел, и каким образом оно выполняется в «ANSYS Mechanical APDL»?

2 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» производится выбор единиц измерения температуры при проведении анализа?

3 Какие параметры модели материала, определенной в «ANSYS Mechanical APDL», позволяют ее использовать для проведения как конструкционного, так и теплового анализа?

4 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» задаются атрибуты конечноэлементной сетки для различных тел твердотельной геометрической модели?

5 Как в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется построение структурированной сетки объемных конечных элементов с использованием операции заметания (Sweeping)?

6 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» производится задание коэффициентов теплоотдачи на поверхностях модели при проведении теплового анализа?

7 Что собой представляют начальные условия, необходимые для проведения теплового анализа в «ANSYS Mechanical APDL»?

8 Что является целью проведения стационарного теплового анализа в «AN-SYS Mechanical APDL»?

9 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» осуществляется симметричное расширение модели при ее просмотре на экране?

10 Как в «ANSYS Mechanical APDL» производится преобразование типов конечных элементов при переходе от одной физической области анализа к другой физической области?

11 В чём заключаются особенности проведения конструкционного анализа в «ANSYS Mechanical APDL» с учетом симметрии модели?

12 Каким образом в «ANSYS Mechanical APDL» результаты теплового анализа могут быть использованы для проведения конструкционного анализа?

142

### Список использованных источников

1 Alawadhi, E. M. Finite Element Simulations Using ANSYS / E. M. Alawadhi. – Boca Raton: CRC Press, 2010. – 416 p. – ISBN 978-1-4398-0160-4.

2 Altabey, W. A. Using Ansys for Finite Element Analysis, Volume I: A Tutorial for Engineers / W. A. Altabey, M. Noori, L. Wang. – New York: Momentum Press, LLC, 2018. – 208 p. – ISBN 978-1-947083-20-2.

3 Dill, E. H. The Finite Element Method for Mechanics of Solids with ANSYS Applications / E. H. Dill. – Boca Raton: CRC Press, 2011. – 508 p. – ISBN 978-1-4398-4583-7.

4 Madenci, E. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS / E. Madenci, I. Guven. – New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2006. – 686 p. – ISBN 978-0387-28289-3.

5 Moaveni, S. Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS / S. Moaveni. – 4th ed. – Harlow: Pearson Education Limited, 2015. – 936 p. – ISBN 978-0-13-384080-3.

6 Цchsner, A. Computational Statics and Dynamics: An Introduction Based on the Finite Element Method / A. Цchsner. – Singapore: Springer Science+Business Media Singapore, 2016. – 485 p. – ISBN 978-981-10-0732-3.

7 Okereke, M. Finite Element Applications: A Practical Guide to the FEM Process / M. Okereke, S. Keates. – Cham: Springer International Publishing AG, 2018. – 472 p. – ISBN 978-3-319-67124-6.

8 Thompson, M. K. ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis / M. K. Thompson, J. M. Thompson. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2017. – 466 p. – ISBN 978-0-12-812981-4.

## Приложение А

(обязательное)

## Исходные данные для моделирования системы пружин

Таблица А.1 – Расчетные схемы для построения моделей


Продолжение таблицы А.1



Таблица А.2 – Жесткости пружин

Обозначение	$\mathbf{k}_1$	$\mathbf{k}_2$	k <sub>3</sub>	$k_4$	<b>k</b> <sub>5</sub>	k <sub>6</sub>	<b>k</b> <sub>7</sub>	k <sub>8</sub>
Величина, Н/мм	40	30	60	55	25	35	20	50

### Приложение Б

(обязательное)

#### Исходные данные для моделирования плоской рамной конструкции



Таблица Б.1 – Расчетные схемы для построения моделей

#### Продолжение таблицы Б.1



Продолжение таблицы Б.1



## Приложение В

(обязательное)

#### Исходные данные для моделирования пространственной фермы



Таблица В.1 – Расчетные схемы для построения моделей

Продолжение таблицы В.1



Продолжение таблицы В.1



Продолжение таблицы В.1



# Приложение Г

#### (обязательное)

# Исходные данные для моделирования гаечного ключа



Рисунок Г.1 – Размерные соотношения гаечного ключа

Таблина	Γ.1	— F	Базовые	размет	эы	гаечного	ключа
гаозпіца		-		pasme		140 11101 0	10110 10

Dopuout	Размер, мм									
Бариант	А	В	L	L1	S					
1	6,0	30	158	15	14					
2	6,0	32	158	16	15					
3	6,0	33	158	17	16					
4	7,0	36	171	18	17					
5	7,0	38	171	19	18					
6	8,0	40	195	20	19					
7	8,5	45	185	21	21					
8	9,0	46	221	22	22					
9	9,8	50	246	24	24					
10	10,8	50	269	24	24					
11	10,8	56	275	27	27					
12	11,8	62	278	29	30					
13	12,8	66	310	31	32					

### Продолжение таблицы Г.1

Dopuque	Размер, мм								
Бариант	А	В	L	L1	S				
14	13,3	70	320	33	34				
15	13,8	74	347	35	36				
16	14,8	84	383	39	41				
17	15,8	94	420	44	46				
18	11,8	56	275	28	27				
19	12,8	62	306	30	30				
20	9,0	40	207	20	19				
Примана									

П р и м е ч а н и е : материалом гаечного ключа во всех вариантах является хромованадиевая сталь AISI 6150

### Таблица Г.2 – Параметры нагрузки на ключ

Вариант	Протяженность зоны нагружения, мм	Нагружающая сила, Н
1	70	350
2	70	420
3	70	500
4	80	550
5	80	650
6	90	650
7	90	950
8	90	850
9	90	950
10	90	850
11	90	1150
12	140	1700
13	140	1800
14	140	2000
15	160	2200
16	160	2500
17	180	3000
18	90	1150
19	140	1500
20	90	600

## Приложение Д

(обязательное)

### Исходные данные для моделирования осесимметричной оболочки



Таблица Д.1 – Расчетные схемы для построения моделей

#### Продолжение таблицы Д.1



### Продолжение таблицы Д.1



### Продолжение таблицы Д.1



## Приложение Е

#### (обязательное)



#### Исходные данные для моделирования радиатора

Рисунок Е.1 – Размерные соотношения радиатора

Domuoum	Размер, мм												
Бариант	$H_1$	$H_2$	H <sub>3</sub>	$H_4$	H <sub>5</sub>	$H_6$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$D_1$	<b>D</b> <sub>2</sub>	R	С
1	125	60	40	25	12,20	3,0	170	50	35	18	15	20	12
2	133	70	30	25	10,00	3,0	160	50	30	16	12	25	15
3	128	65	40	20	14,00	2,0	130	40	25	18	14	18	10
4	147	75	40	20	16,00	3,0	170	50	35	20	15	22	13
5	135	80	50	22	13,20	3,0	280	75	65	15	17	30	15
6	146	80	40	33	10,25	2,5	210	50	55	22	16	25	15
7	146	70	55	33	12,00	2,0	176	40	48	20	16	23	11
8	110	60	50	42	12,00	2,0	160	35	45	18	14	20	12
9	120	65	40	30	11,70	3,0	170	45	40	17	13	15	15
10	152	75	45	30	11,50	2,5	200	40	60	20	15	30	10
11	112	65	30	25	10,00	2,0	130	30	35	19	14	16	10
12	162	70	30	20	14,50	2,5	150	40	35	20	16	15	15

Таблица Е.1 – Базовые размеры радиатора

# Продолжение таблицы Е.1

Dopuque		Размер, мм											
Бариант	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	H <sub>5</sub>	$H_6$	$V_1$	$V_2$	<b>V</b> <sub>3</sub>	<b>D</b> <sub>1</sub>	$D_2$	R	С
13	122	80	30	25	12,0	2,0	160	40	40	18	15	18	12
14	158	70	40	25	12,0	2,0	200	65	35	22	18	25	15
15	142	60	30	20	15,5	2,5	150	50	25	18	14	20	10
16	168	70	35	20	15,0	3,0	140	40	30	19	15	15	13
17	135	60	30	15	9,5	2,0	120	35	25	16	13	12	12
18	130	65	30	25	12,7	3,0	160	45	35	17	13	20	15
19	169	80	40	22	13,9	2,2	160	40	40	20	15	18	14
20	153	70	40	25	11,6	2,2	170	50	35	20	16	24	13
Примечание: материал трубки – медь, материал пластин – алюминий													

Таблица Е.2 – Параметры работы радиатора

	Коэффициент	теплоотдачи,	Температура	Давление в
	Вт/(1	м <sup>2</sup> ·К)	теплоносителя,	трубке,
Вариант	внутренняя	свободные на-	°C	МПа
	поверхность	ружные		
	трубки	поверхности		
1	1560	9	115	0,17
2	1640	11	140	0,13
3	1545	13	125	0,17
4	1290	10	140	0,17
5	1455	12	90	0,11
6	1510	7	105	0,18
7	1650	8	100	0,15
8	1300	10	90	0,14
9	1495	6	135	0,19
10	1620	9	125	0,16
11	1290	14	100	0,15
12	1285	13	80	0,19
13	1615	7	135	0,15
14	1455	9	95	0,20
15	1780	11	120	0,17
16	1290	15	85	0,12
17	1690	11	130	0,18
18	1315	14	120	0,15
19	1690	12	110	0,10
20	1300	11	130	0,16