

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра технологии машиностроения,  
металлообрабатывающих станков и комплексов

# **ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРУГИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ КОНТУРНОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ ДЕТАЛЕЙ НА СТАНКАХ С ЧПУ**

Методические указания

Составители:  
Н. Ю. Глинская, В. В. Елагин

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

Оренбург  
2021

УДК 621.914(о76.5)  
ББК 34.630.2я7  
ИЗ9

Рецензент – доцент, кандидат технических наук Каменев С.В.

ИЗ9 **Изучение математической модели упругих перемещений технологической системы при контурном фрезеровании деталей на станках с ЧПУ: методические указания/ составители Н.Ю. Глинская, В.В. Елагин; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021. – 17 с.**

В методических указаниях к практической работе рассмотрены процессы, возникающие в ходе обработки сложных контуров и модель компенсации возникающих погрешностей.

Методические указания предназначены для обучающихся по направлению подготовки 15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств по профилю «Технология автоматизированного машиностроения» при изучении дисциплины «Технология автоматизированного производства».

УДК 621.914(о76.5)  
ББК 34.630.2я7

© Глинская Н.Ю.,  
Елагин В.В.,  
составление, 2021  
© ОГУ, 2021

## Содержание

1 Цель работы .....	4
2 Основные сведения из теории.....	4
3 Порядок выполнения работы .....	12
4 Содержание отчета .....	12
5 Контрольные вопросы.....	13
Список использованных источников .....	14
Приложение А Задания.....	15
Приложение Б Данные для расчета сил резания.....	16

## 1 Цель работы

Изучение методики расчета предсказания управляющих программ для станков с ЧПУ с целью увеличения точности обработки. Знакомство с использованием ЭВМ для автоматизации расчета предсказания.

## 2 Основные сведения из теории

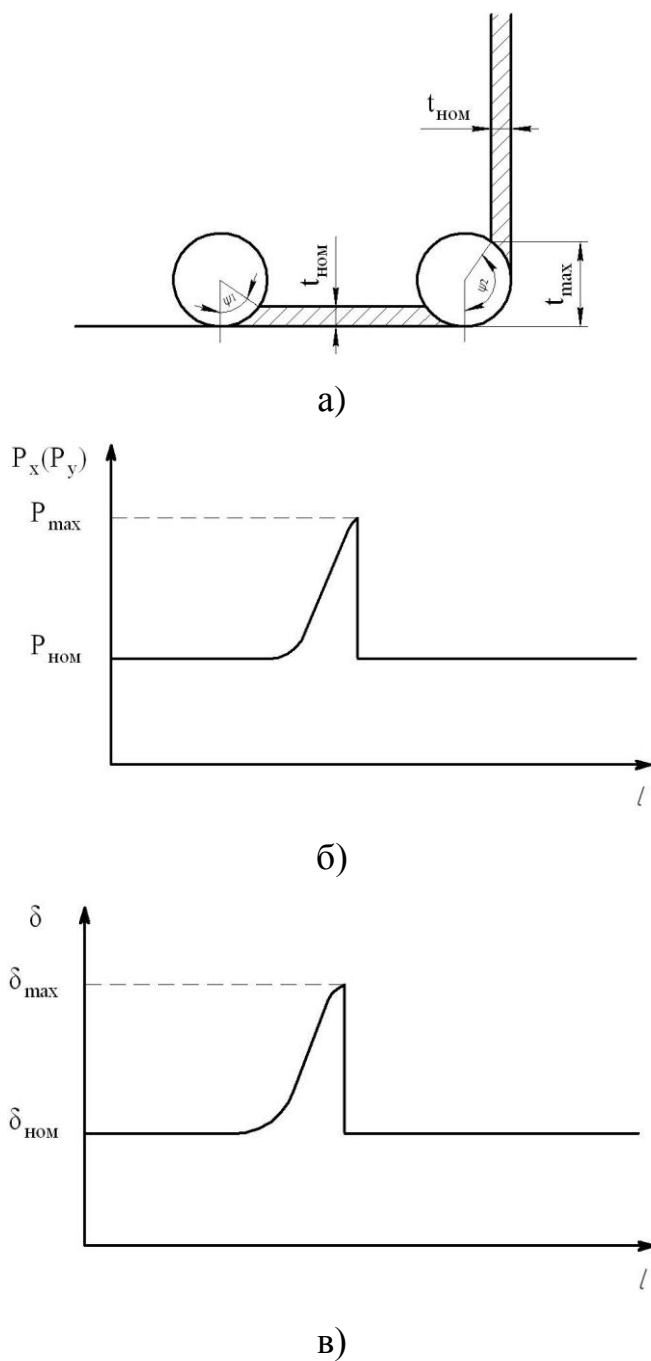
В балансе погрешностей динамической настройки при обработке деталей на станках с ЧПУ значительный вес имеют погрешности, обусловленные упругими деформациями технологической системы. К числу этих погрешностей следует отнести систематические постоянные, систематические переменные и случайные деформации. В операциях, выполненных на многоцелевых, фрезерных, токарных и других станках с ЧПУ, значительная часть переходов связана с контурной обработкой, в том числе с обработкой сложных криволинейных и фасонных поверхностей.

При выполнении таких переходов значительную, а чаще доминирующую, долю в общем балансе погрешностей имеют систематические переменные упругие деформации технологической системы.

Наличие таких погрешностей обусловлено резкими изменениями составляющих силы резания на тех участках траектории, на которых происходят изменения направлений перемещения инструмента. Так, например, в процессе контурного фрезерования при изменении перемещения с горизонтального на вертикальное наблюдаются возмущения (рисунок 1, *а*).

Происходит резкое увеличение фактического значения припуска с  $t_{ном}$  до  $t_{max}$ . Это вызывает включение в одновременную работу большего количества зубьев фрезы, резкое увеличение (с  $P_{ном}$  до  $P_{max}$ ) и изменение направления силы резания. В момент изменения перемещения на вертикальное происходит фактически мгновенное падение сил резания до значения  $P_{ном}$  (рисунок 1, *б*). Такие резкие колебания сил резания вызывают систематические изменения упругих перемещений технологиче-

ской системы. Качественная зависимость изменения перемещений в технологической системе представлена на рисунке 1, в.



а) изменение фактического значения припуска от  $t_{\text{НОМ}}$  до  $t_{\text{max}}$  ( $\psi_1$  и  $\psi_2$  – секторы зубьев фрезы, одновременно участвующих в работе);

б) изменение составляющих силы резания;

в) изменение ошибки в направлении нормали к обрабатываемой поверхности.

Рисунок 1 – Систематические изменения упругих отжатиий технологической системы при контурном фрезеровании

Описанные возмущения могут достигать значительных величин. На рисунке 2 [1, 2] представлены качественные зависимости изменения угла охвата пальцевой фрезы и глубины резания при фрезеровании пальцевой фрезой плоского кулачка. Видно, что минимальное фактическое значение припуска –  $t_3$ , а максимальное –  $t_5$ . Аналогичные процессы происходят при токарной контурной обработке фасонных поверхностей и в других случаях.

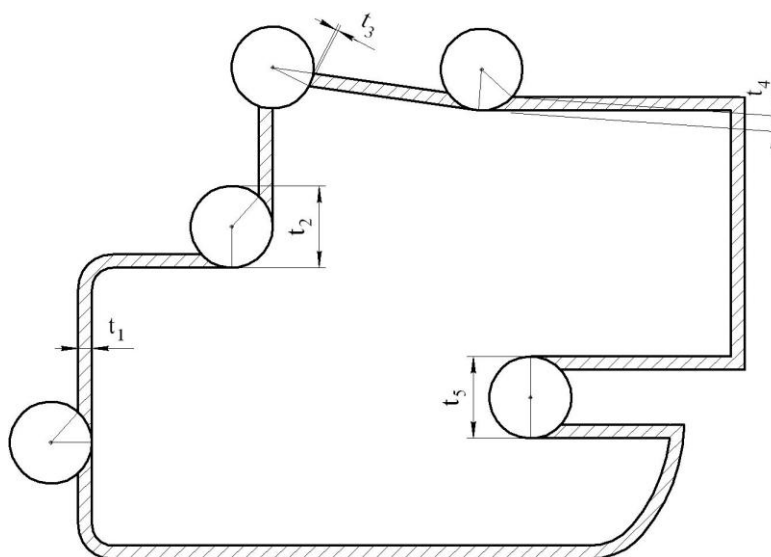
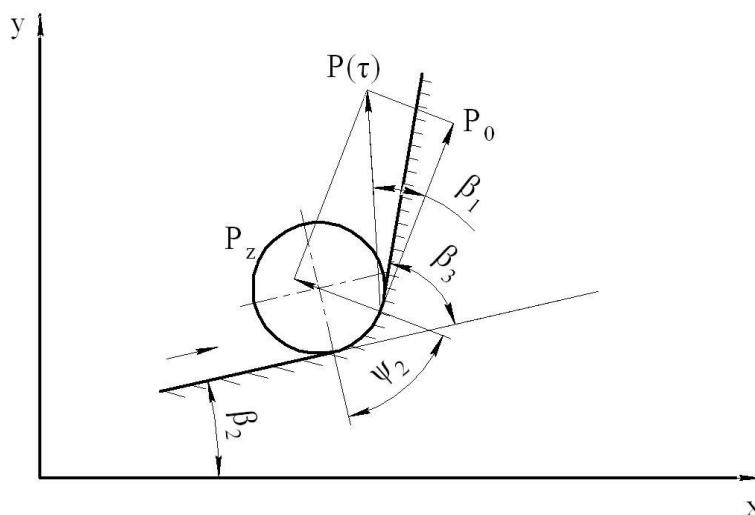


Рисунок 2 – Изменение угла охвата пальцевой фрезы и глубины резания при обработке с постоянным припуском плоского кулачка

Одним из действенных средств сокращения указанной погрешности является использование предсказания управляющей программы. Сущность метода заключается в следующем. На этапе технологической подготовки производства упругие перемещения технологической системы математически моделируются на ЭВМ. В дальнейшем, при составлении управляющей программы предполагаемые упругие перемещения компенсируются известными методами. В числе таких методов может быть внесение поправки в траекторию перемещения инструмента, то есть изменение размера статической настройки технологической системы. Для осуществления программного регулирования подачи станок должен иметь бесступенчатые приводы.

Ниже, в качестве примера, приводится описание математической модели упругих перемещений технологической системы для случая контурного фрезерования детали концевой цилиндрической фрезой на многоцелевом станке.

Рассматривается наиболее общий случай – изменение направления перемещения фрезы с угла  $\beta_2$  до угла  $(\beta_2+\beta_3)$  (рисунок 3).



$\beta_1$  – угол между результирующей и тангенциальной силой резания;  
 $\beta_2$  и  $\beta_3$  – углы, определяющие изменение траектории движения.

Рисунок 3 – Силы резания при попутном фрезеровании

Перемещения в системе «Станок Приспособление Инструмент Деталь» в направлении осей X и Y равны:

$$\delta_x = \frac{P_x(\tau)}{C_x};$$

$$\delta_y = \frac{P_y(\tau)}{C_y} \quad (1)$$

где  $P_x(\tau)$  и  $P_y(\tau)$  – составляющие силы резания по осям координат, Н;

$C_x$  и  $C_y$  – значения жесткости технологической системы по осям координат, Н/мм.

В свою очередь:

$$P_x(\tau) = \pm P(\tau) \cdot \cos [0,5\psi(\tau) + \beta_2 \pm \beta_1];$$

$$P_y(\tau) = \pm P(\tau) \cdot \sin [0,5\psi(\tau) + \beta_2 \pm \beta_1];$$
(2)

где  $\psi(\tau)$  – угол охвата фрезы, град;

$\beta_1$  – угол между результирующей и тангенциальной составляющей силы резания, град.;

Знаки «+», «-» в формуле (2) соответствуют попутному и встречному фрезерованию.

Из теории резания известны зависимости [4]:

$$P(\tau) = \frac{C_p \cdot t^x(\tau) \cdot S^y \cdot B^u \cdot z}{D^q \cdot n^w} \cdot K_{\mu p};$$
(3)

$$\psi(t) = 2 \arcsin \left[ \frac{t(\tau)}{2 \cdot R} \right]^{\frac{1}{2}},$$
(4)

где  $C_p, x, y, u, q, w, K_{\mu p}$  – эмпирические коэффициенты;

$t(\tau)$  – припуск, мм;

$S$  – подача, мм;

$B$  – ширина фрезерования, мм;

$z$  – число зубьев фрезы;

$D$  – диаметр фрезы, мм;

$n$  – число оборотов шпинделя, мин<sup>-1</sup>;

$R$  – радиус фрезы, мм.

Очевидно, что:

$$t = R(1 - \cos\psi).$$
(5)

В результате преобразований зависимости (2) принимают вид:



$$P_{x(\tau)} = \pm E_k \cdot R^x \cdot (1 - \cos l)^x \cdot \cos \left[ \arcsin \left( \frac{1 - \cos l}{2} \right)^{0,5} + \beta_2 \pm \beta_1 \right]; \quad (6)$$

$$P_{y(\tau)} = \pm E_k \cdot R^x \cdot (1 - \cos l)^x \cdot \sin \left[ \arcsin \left( \frac{1 - \cos l}{2} \right)^{0,5} + \beta_2 \pm \beta_1 \right],$$

где  $E_k$  – инвариантная часть зависимости (3);

$$E_k = \frac{C_p \cdot S^y \cdot B^u \cdot z}{D^q \cdot n^w} \cdot K_{\mu p}, \quad (7)$$

где  $l$  – текущее значение угла  $\psi$ , изменяющееся от  $\tau$ , град.

Из рисунка 4 видно, что участок траектории движения фрезы, на котором происходят изменения припуска можно рассматривать как две зоны:

– зону  $O_1-O_2$  – где контур заготовки очерчен дугой окружности;

– зону  $O_2-O_3$  – где контур заготовки образуется прямой линией, расположенной под углом  $\beta_3$ .

Нетрудно заметить, что:

$$O_2O_3 = a = \sqrt{2 \cdot R \cdot t_{\text{НОМ}} - t_{\text{НОМ}}^2}; \quad (8)$$

$$O_1O_2 = b = a(R - t_{\text{НОМ}}) \cdot \sin \beta_3 - \sqrt{R^2 - (R - t_{\text{НОМ}})^2 \cdot \cos^2 \beta_3}. \quad (9)$$

С учетом зависимостей (8) и (9):

$$l = \arcsin \frac{(a - S\tau)^2 + a^2}{2(a - S\tau) \cdot R} \text{ при } 0 \leq \tau \leq \frac{b}{S}; \quad (10)$$

$$a^2 = R^2 - (R - t_{\text{НОМ}})^2 \Rightarrow a = \sqrt{2R \cdot t_{\text{НОМ}} - t_{\text{НОМ}}^2};$$

$$a + O_3K = b + O_2K \Rightarrow b = a + (R - t_{\text{НОМ}}) \cdot \sin \beta_3 - \sqrt{R^2 - (R - t_{\text{НОМ}})^2 \cdot \cos^2 \beta_3}.$$

На участке  $O_1O_2$   $0 \leq \tau \leq \frac{b}{S}$

$$l = \arcsin \frac{(a - S\tau)^2 + a^2}{2(a - S\tau) \cdot R};$$

на участке  $O_2O_3$   $\frac{b}{S} \leq \tau \leq \frac{a}{S}$

$$l = \arccos \frac{(a - S\tau) \cdot \sin \beta_3 + R - t_{\text{НОМ}}}{R} \text{ при } \frac{b}{S} \leq \tau \leq \frac{a}{S}. \quad (11)$$

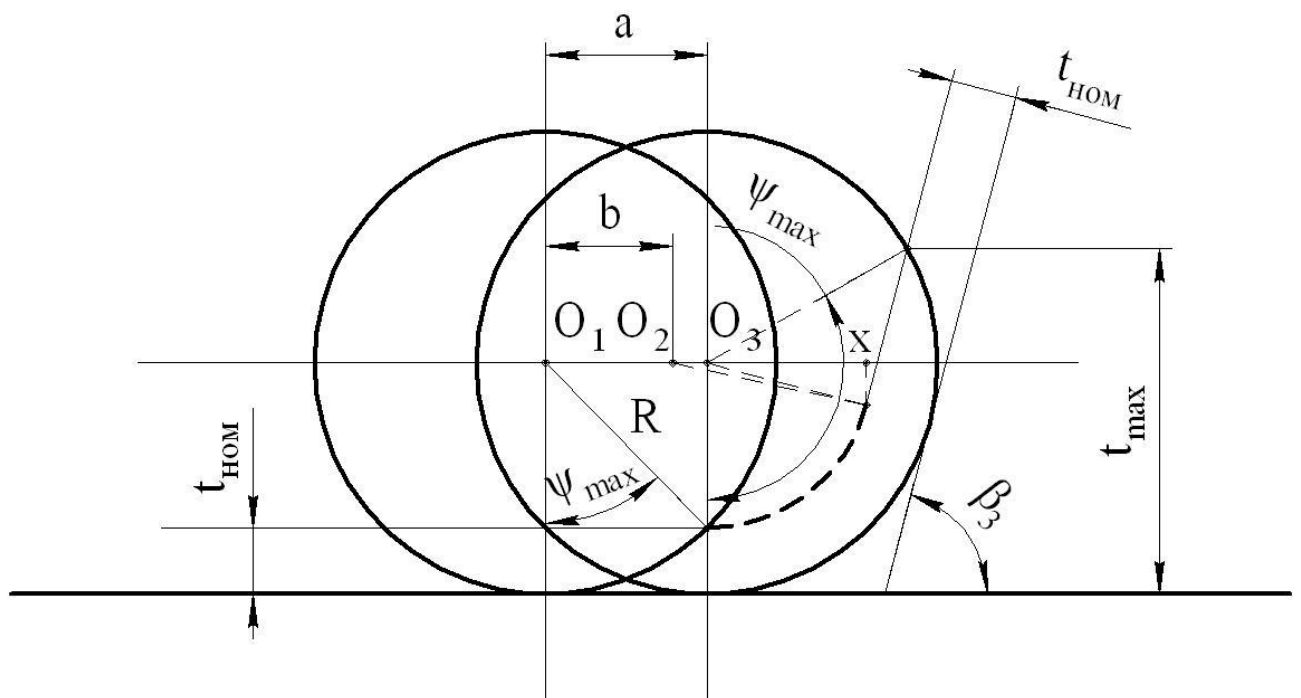


Рисунок 4 – Схема формирования текущего значения угла охвата фрезы

Таким образом, подставив зависимость (6) в зависимость (1), можно получить текущее значение ошибки воспроизведения контура в направлении осей X и Y.

Текущее значение ошибки в направлении нормали к обрабатываемому контуру определяется выражением:

$$\delta = -\frac{P_x}{C_x} \cdot \sin(\beta_2 + \beta) + \frac{P_y}{C_y} \cdot \cos(\beta_2 + \beta), \quad (12)$$

где  $\beta = 0$  до изменения траектории;

$\beta = \beta_3$  после изменения траектории.

Значения  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  следует учитывать при составлении программы, искажая либо непосредственно траекторию, либо программно регулируя подачу. Ввиду большого объема рутинных вычислений данную методику целесообразно использовать только с применением средств вычислительной техники.

Рассмотренная математическая модель упругих перемещений технологической системы реализована в виде программы «ПРЕДЫСКАЖЕНИЕ».

Для работы с программой необходимо подготовить следующие исходные данные:

- а) величина подачи на зуб (мм). Выбирается по [3], таблицы 35-36, с. 284;
- б) диаметр фрезы (мм). Указывается в задании;
- в) частота вращения фрезы (об/мин). Назначается по результатам выбора скорости резания и с учетом диаметра фрезы;
- г) число зубьев фрезы (шт);
- д) глубина фрезерования (мм). Указывается в задании;
- е) ширина фрезерования (мм). Указывается в задании;
- ж) характер фрезерования (встречное, попутное). Указывается в задании;
- з) угол, определяющий направление перемещения фрезы в системе координат станка до момента изменения траектории (град). Определяется из файла с моделью обрабатываемого контура;
- и) угол, определяющий направление перемещения фрезы в системе координат станка после момента изменения траектории (град). Определяется из файла с моделью обрабатываемого контура;

к) значения коэффициентов и показателей степени для расчета силы резания:  
–  $C(P), X(P), Y(P), U(P), Q(P), W(P)$  выбираются по [3, таблица 41, с. 291] (Приложение В);

–  $K(P)$  выбираются по [3, таблицы 9-10, с. 264] (Приложение В);

л) жесткость технологической системы в направлениях координатных перемещений рабочих органов станка (кг/мм). Указывается в задании.

### **3 Порядок выполнения работы**

- 1 Ознакомьтесь со всеми разделами методических указаний.
- 2 Получите задание у преподавателя (Приложение А).
- 3 Подготовьте исходные данные по вышеприведенному списку для работы с программой «ПРЕДЫСКАЖЕНИЕ».
- 4 Осуществите запуск файла «предыскажение.exe».
- 5 Внесите исходные данные и получите величины  $\delta_x, \delta_y$ .
- 6 Зафиксируйте полученные значения.
- 7 Определите влияние подачи, диаметра фрезы, частоты вращения и ширины фрезерования производя дополнительные расчеты, изменяя перечисленные параметры на 5 % в сторону уменьшения и увеличения. Проведите по пять расчетов для каждого параметра.
- 8 Оформите отчет по выполненной работе.
- 9 Ответьте на контрольные вопросы.

### **4 Содержание отчета**

Отчет выполняется в соответствии с требованиями СТО 02069024.101-2015 «РАБОТЫ СТУДЕНЧЕСКИЕ. Общие требования и правила оформления». Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1 Наименование работы.
- 2 Задание, полученное от преподавателя.

- 3 Исходные данные для работы с программой «ПРЕДЫСКАЖЕНИЕ».
- 4 Результаты расчета.
- 5 Графики влияния параметров на величину предсказания.

## **5 Контрольные вопросы**

- 1 С какой целью и на каком этапе разработки технологического процесса проводится предсказание управляющих систем?
- 2 Какие погрешности позволяют сохранить предсказание программы?
- 3 Какие основные этапы включает в себя расчет величин предсказания?
- 4 Перечислите достоинства и недостатки метода коррекции управляющих программ.
- 5 Что собой представляет предсказание управляющих программ?
- 6 В каких случаях предсказание управляющих программ наиболее эффективно?
- 7 С какой целью проводится моделирование отжатий в технологических системах перед разработкой управляющих программ?
- 8 Что представляют собой самонастраивающиеся системы и каков их принцип действия?
- 9 Какие элементы входят в состав самонастраивающихся систем управления и каково взаимодействие между ними?
- 10 Существует ли возможность использования системы адаптивного управления для сокращения погрешностей динамической настройки?

## **Список использованных источников**

- 1 Программное управление станками: учеб. для втузов / под ред. В. Л. Сонкина . – М. : Машиностроение, 1981. – 399 с.
- 2 Адаптивное управление технологическими процессами (на металлорежущих станках) [Текст] / Ю. М. Соломенцев [и др.]. - М. : Машиностроение, 1980. - 536 с. : ил. - (Библиотека технолога). - Авт. указаны на обороте тит. л.. - Библиогр.: с. 527-531. - Предм. указ.: с. 532-533.
- 3 Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. / под ред. А. М. Дальского [и др.] . – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 2001. – Т. 2 : 2001. – 912 с. – ISBN 5-217-03084-4.

## Приложение А (обязательное)

### Задания

Таблица А.1 – Параметры фрезерования

Вариант	Вид фрезерования	Глубина фрезерования, мм	Ширина фрезерования, мм	Диаметр фрезы, мм
1	попутное	0.3	10	15
2	встречное	0.5	15	20
3	попутное	2	12	12
4	встречное	1.5	8	8
5	встречное	1.75	7	10
6	попутное	2	10	15
7	попутное	2.5	8	12
8	встречное	1.5	8	10
9	попутное	0.4	15	30
10	встречное	2.5	15	25
11	попутное	1.25	25	50
12	встречное	0.15	25	40

## Приложение Б

(справочное)

### Данные для расчета сил резания

Таблица Б.1 – Значения коэффициента  $C_p$  и показателей степени в формуле окружной силы  $P_z$  при фрезеровании

Фрезы	Материал режущей части инструмента	Коэффициент и показатели степени					
		$C_p$	у	и	q	w	
<i>Обработка конструкционной углеродистой стали, <math>\sigma_b = 750</math> МПа</i>							
Торцовые	Твердый сплав	82,5	1,0	0,75	1,1	1,3	0,2 0
	Быстрорежущая сталь	82,5	0,95	0,8	1,1	1,1	
Цилиндрические	Твердый сплав	101	0,88	0,75	1,0	0,87	0
	Быстрорежущая сталь	68,2	0,86	0,72	1,0	0,86	0
Дисковые, прорезные и отрезные	Твердый сплав	261	0,9	0,8	1,1	1,1	0,1
	Быстрорежущая сталь	68,2	0,86	0,72	1,0	0,86	0
Концевые	Твердый сплав	12,5	0,85	0,75	1,0	0,73	0,13
	Быстрорежущая сталь	68,2	0,86	0,72	1,0	0,86	
Фасонные и угловые	Быстрорежущая сталь	47	0,86	0,72	0,1	0,86	0
<i>Обработка жаропрочной стали 12X18H9T в состоянии поставки, HB 141</i>							
Торцовые	Твердый сплав	218	0,92	0,78	1,0	1,15	0
Концевые	Быстрорежущая сталь	82	0,75	0,6	1,0	0,86	0
<i>Обработка серого чугуна, HB 190</i>							
Торцовые	Твердый сплав	54,5	0,9	0,74	1,0	1,0	0
	Быстрорежущая сталь	50	0,9	0,72	1,14	1,14	0
Цилиндрические	Твердый сплав	58	0,9	0,8	1,0	0,9	0 0
	Быстрорежущая сталь	30	0,83	0,65	1,0	0,83	
Дисковые, концевые, прорезные и отрезные	Быстрорежущая сталь	30	0,83	0,65	1,0	0,83	0
<i>Обработка ковкого чугуна, HB 150</i>							
Торцовые	Твердый сплав	491	1,0	0,75	1,1	1,3	0,2 0
	Быстрорежущая сталь	50	0,95	0,8	1,1	1,1	
Цилиндрические, дисковые, концевые, прорезные и отрезные	Быстрорежущая сталь	30	0,86	0,72	1,0	0,86	0
<i>Обработка гетерогенных медных сплавов средней твердости, HB 100–140</i>							
Цилиндрические, дисковые, концевые, прорезные и отрезные	Быстрорежущая сталь	22,6	0,86	0,72	1,0	0,86	0
<p>Примечания:</p> <p>1. Окружную силу <math>P_r</math> при фрезеровании алюминиевых сплавов рассчитывать, как для стали, с введением коэффициента 0,25.</p> <p>2. Окружная сила <math>P_r</math>, рассчитанная по табличным данным, соответствует работе фрезой без затупления. При затуплении фрезы до допустимой величины износа сила возрастает: при обработке мягкой стали (<math>\sigma_b &lt; 600</math> МПа) в 1,75–1,9 раза; во всех остальных случаях - в 1,2–1,4 раза.</p>							



Таблица Б. 2 – Подача при фрезеровании твердосплавными концевыми фрезами плоскостей и уступов стальных заготовок (Черновое фрезерование)

Вид твердосплавных	Диаметр фрезы, мм	Подача на один зуб фрезы $s_z$ , мм, при глубине фрезерования, мм						
		1-3	5	8	12	20	30	40
Коронка	10-12	0,01-0,03	0,02-0,04	0,02-0,04	0,05-0,08	0,04-0,07	0,05-0,08	0,05-0,06
Винтовые пластинки	14-16	0,02-0,06	0,03-0,05	0,03-0,05	0,05-0,09	0,05-0,09	0,06-0,10	0,06-0,08
	18-22	0,04-0,07	0,05-0,08	0,05-0,10	0,05-0,10	0,06-0,10		
	20	0,06-0,10	0,06-0,10	0,06-0,10,	0,06-0,10			
	25	0,08-0,12	0,08-0,12	0,06-0,11	0,08-0,12			
	30	0,10-0,15	0,08-0,13	0,08-0,12				

Таблица Б.3 – Подача при фрезеровании твердосплавными концевыми фрезами плоскостей и уступов стальных заготовок (Чистовое фрезерование)

Диаметр фрезы D, мм	10-16	20-22	25-35	40-60
Подача фрезы S, мм/об	0,02-0,06	0,06-0,12	0,12-0,24	0,3-0,6
<p>Примечания:</p> <p>1. При черновом фрезеровании чугуна подачи, приведенные для чернового фрезерования стали, могут быть увеличены на 30 – 40 %; при чистовом фрезеровании чугуна сохраняется величина подачи, рекомендованная для чистового фрезерования стали</p> <p>2. Верхние пределы подач при черновом фрезеровании применять при малой ширине фрезерования на станках высокой жесткости, нижние пределы – при большой ширине фрезерования на станках недостаточной жесткости.</p> <p>3. При работе с подачами для чистового фрезерования достигается параметр шероховатости Ra от 0,8 до 1,6 мкм.</p>				