

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»
Кафедра физики и методики преподавания физики

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Методические указания

Составители Е.В. Цветкова, П.П. Неясов, В.Н. Макаров

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательные области «Математические и естественные науки» и «Инженерное дело, технологии и технические науки»

Оренбург
2021

УДК 531.1(076.5)
ББК 22.213я7
И 88

Рецензент – доцент, кандидат физико-математических наук Ю.Д. Лантух

И 88 **Исследование движения маятника Максвелла:** методические указания/ составители Е.В. Цветкова; П.П. Неясов; В.Н. Макаров
Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021. – 14 с.

Методические указания содержат требования и необходимый вспомогательный материал для выполнения лабораторной работы по курсу «Механика».

Методические указания для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки, входящим в образовательные области "Математические и естественные науки" и "Инженерное дело, технологии и технические науки".

УДК 531.1(076.5)
ББК 22.213я7

© Цветкова Е.В.,
Неясов П.П.,
Макаров В.Н.,
составление, 2021
© ОГУ, 2021

Содержание

Цель работы.....	4
1 Основные понятия и определения	4
2 Классификация сил.....	6
3 Замечание	9
4 Порядок выполнения работы.....	10
Контрольные вопросы	14

Цель работы

1. Изучение особенностей движения маятника Максвелла.
2. Рассмотрение превращения механической энергии маятника из одной формы в другую и диссипацию этой энергии.

1 Основные понятия и определения

Маятник Максвелла представляет собой механический диск 2, жестко насаженный на середину тонкого вала 4, изготовленного из металлической трубки или стержня (рисунок 1). Диск расположен внутри кольца 1 для увеличения момента инерции маятника. К валу симметрично относительно центра маятника прикреплены две нити 3. Другим концом каждая нить закреплена на неподвижном кронштейне. Вращение вала осуществляется с помощью нити, которая тщательно, виток к витку, наматываются на вал до тех пор, пока маятник не поднимется до верхнего положения. Там он удерживается с помощью электромагнита. При отключении электромагнита маятник начинает опускаться вниз, одновременно раскручиваясь вокруг оси вала. Такое сложное движение удобно представить в виде двух простых движений: поступательного и вращательного, вокруг неподвижной оси.

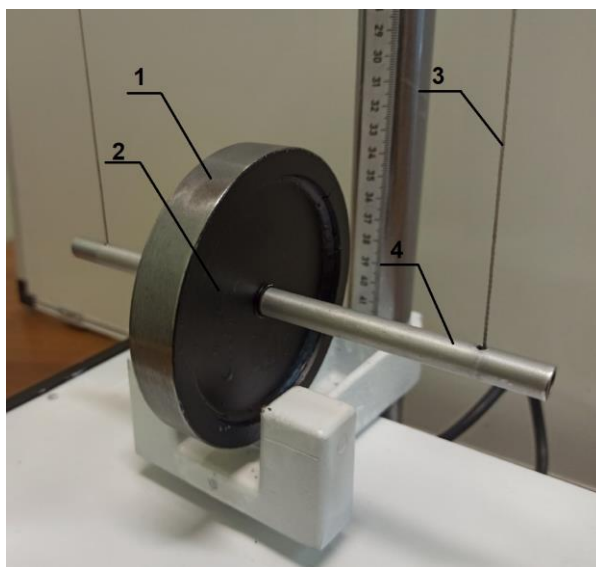


Рисунок 1 – Маятник Максвелла

1 – металлическое кольцо; 2 – диск; 3 – нить; 4 – тонкий вал

Поступательное движение маятника полностью характеризуется движением одной точки, например, центра масс. Учитывая относительную малость сил сопротивления по сравнению с силой тяжести маятника и силами натяжения нитей, нужно в первом приближении ими пренебречь. В этом случае поступательное движение маятника сверху вниз будет происходить с постоянным ускорением a . Оно направленно вниз и численно определяется, как:

$$a = \frac{2H}{t^2},$$

где H – расстояние между крайним верхним и нижним положениями маятника;

t – время, за которое маятник проходит это расстояние, двигаясь без начальной скорости с ускорением a .

Угловое ускорение вращения маятника ε связано с ускорением поступательного движения простым соотношением:

$$a = r\varepsilon \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2H}{rt^2},$$

где r – сумма радиусов вала r_1 и нити r_2 , если нить представляет собой цилиндрическую жилку, например, из капрона.

Из связи между линейной скоростью v и ускорением a , угловой скоростью ω и ускорением ε , когда $v_0 = 0$ и $\omega_0 = 0$, получаем, что

$$\left. \begin{aligned} v &= at = \frac{2H}{t_1^2} t; \\ \omega &= \varepsilon t = \frac{2H}{t_1^2} t. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Особо отметим, что входящее в эти уравнения t_1 – есть время, за которое маятник опускается из верхнего в нижнее положение. Тогда как t соответствует одному из моментов времени движения маятника между этими положениями ($0 < t < t_1$). Если в (1) вместо t поставить t_1 , то получим значение линейной

скорости поступательного движения v_1 и угловой скорости вращательного движения ω_1 маятника в нижней точке:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{2H}{t_1}; \\ \omega_1 &= \frac{2H}{r \cdot t_1}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Колебания маятника Максвелла являются хорошей иллюстрацией перехода механической энергии из одной формы в другую и рассеяния (диссипации) механической энергии.

Напомним, что *механической энергией тела (или системы тел) называют сумму кинетической и потенциальной энергии тела (или системы тел)*. Переход энергии из одной формы в другую определяется действующими на тело силами (или силами взаимодействия между телами).

2 Классификация сил

Помимо разделения всех сил на внешние и внутренние (в зависимости от выбора системы частиц), силы принято подразделять на консервативные и неконсервативные (диссипативные и гироскопические).

Диссипативными называются силы, которые приводят к рассеянию (диссипации) механической энергии. Любая диссипативная сила может быть представлена в виде

$$F = -\kappa(v)v,$$

где v – скорость данного тела относительно другого тела (или среды), с которым оно взаимодействует;

$\kappa(v)$ – положительный коэффициент, зависящий в общем случае от скорости v .

При этом сила F всегда направлена противоположно вектору v . В зависимости от выбора системы отсчета работа этой силы может быть как

положительной, так и отрицательной. Однако, **суммарная работа всех внутренних диссипативных сил в системе – величина всегда отрицательная независимо от системы отсчета.** К диссипативным силам относятся силы трения и сопротивления.

Различают несколько разновидностей сил трения: силы сухого трения, вязкого трения, внутреннего трения в твердых телах, и др. Силы сухого трения возникают при движении одного твердого предмета по поверхности другого. Например, при перемещении твердого бруска по поверхности стола возникает сила сухого трения между бруском и столом. Если же на брусок нанести слой смазки, то теперь перемещение бруска по поверхности стола сопровождается смещением одних слоев смазки относительно других. Возникающая при этом сила трения называется силой вязкого трения. Сила всякого трения появляется при движении одного слоя газа или жидкости относительно другого; при движении твердых предметов в газовой или жидкой средах.

Если взять металлический стержень и подвергнуть его деформации изгиба, кручения, растяжения или сжатия так, чтобы после снятия нагрузки он не вернулся к исходной форме (сохранилась бы остаточная деформация), то вновь мы столкнемся с силой трения. Но в этом случае сила трения называется силой внутреннего трения в твердых телах. Она возникает в областях деформируемого стержня, где происходит неупругое смещение одних атомных слоев металла относительно других, где возникают или перераспределяются дефекты, где имеет место неупругое смещение друг относительно друга микрокристалликов вещества стержня и т.п.

Силы взаимодействия между телами называются **консервативными**, если они создают потенциальное силовое поле. Иначе, силы поля являются консервативными, если в стационарном случае их работа на любом замкнутом пути равна нулю. К консервативным силам относятся, в частности, силы кулоновского взаимодействия между электрическими зарядами (или между заряженными телами). Они обуславливают потенциальную энергию электростатического взаимодействия. **Гравитационные силы (силы тяготения)**

также являются консервативными. Они обуславливают потенциальную энергию тел.

Важной особенностью консервативных сил является то, что совершаемая ими работа равна разности между начальным и конечным значением потенциальной энергии взаимодействующих тел. Если между телами действуют только консервативные силы, то вся убыль потенциальной энергии замкнутой системы идет на увеличение кинетической энергии тел этой системы. Следовательно, в любых замкнутых системах, когда между телами действуют только консервативные силы, сумма кинетической и потенциальной энергий системы остается постоянной. ***Сумма кинетической и потенциальной энергий тел системы называется механической энергией этой системы.*** С использованием понятия механической энергии, которое было приведено выше, сказанное утверждение можно сформулировать так: ***в любой замкнутой системе, между телами которой действуют только консервативные силы, механическая энергия остается неизменной.*** Это утверждение называется законом сохранения механической энергии замкнутой системы.

Когда между движущимися телами замкнутой системы одновременно действуют диссипативные и консервативные силы, то механическая энергия системы уменьшается со временем. Строго доказывается, что убыль механической энергии замкнутой системы (без учета знака) равна работе, совершаемой диссипативными силами системы.

Итак, если обозначить кинетическую энергию системы через T , потенциальную буквой Π , а механическую энергию через E , то можно написать

$$E = \Pi + T;$$

$$A_{\text{дис}} = -(E_1 - E_2) = E_2 - E_1.$$

где E_1 и E_2 – механическая энергия системы до и после совершения диссипативными силами работы $A_{\text{дис}}$ соответственно.

Рассмотрим понятие гироскопических сил. ***Гироскопическими*** называются такие силы, которые действуют на тело в направлении, перпендикулярном к

траектории его движения. Они не совершают работу, а только изменяют направление скорости тел. К гироскопическим силам относится, например, сила $\vec{F}_L$, действующая на электрический заряд q , движущийся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$. Еще в 1834 году Лоренцем было установлено, что сила $\vec{F}_L$ перпендикулярна $\vec{v}$ и $\vec{B}$, и вычисляется по формуле:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}].$$

3 Замечание

Выше отмечалось, что в замкнутой системе, при наличии диссипативной силы, происходит непрерывное уменьшение механической энергии. Куда же она теряется, ведь система замкнутая? Согласно закону сохранения полной энергии, можно сказать, что убыль механической энергии сопровождается ее переходом в другие виды энергии, в частности, во внутреннюю энергию тел системы - в энергию теплового движения.

Применим сказанное к движению маятника Максвелла, но теперь будем учитывать силы сопротивления, приводящие к диссипации механической энергии маятника. В верхнем положении маятник обладает потенциальной энергией взаимодействия с Землей. Это взаимодействие осуществляется силами тяготения, которые относятся к консервативным силам. Пусть потенциальная энергия маятника в нижнем положении равна нулю. Тогда в верхнем положении она составит:

$$П = mgH,$$

здесь H – расстояние между верхним и нижним положениями маятника.

По мере опускания маятника его потенциальная энергия постепенно переходит в основном в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения. В нижней точке направление поступательного движения маятника изменяется на противоположное. В этот момент кинетическая энергия

поступательного движения переходит в потенциальную энергию упругой деформации нитей. Энергия упругой деформации нитей затем вновь переходит в энергию поступательного движения маятника из его нижнего положения в верхнее. Однако, маятник не поднимается до начальной высоты H , а остановится на некоторой высоте $h < H$. При этом его потенциальная энергия станет равной mgh . Разница значений потенциальной энергии mgH и mgh будет равна, согласно выше сказанному, работе, затраченной на преодоление сил сопротивления, то есть работе диссипативных сил, взятой с обратным знаком:

$$A_{\text{дис}} = -mg(H - h) \quad (3)$$

Знак минус показывает, что диссипативные силы в рассматриваемом случае, совершают отрицательную работу.

Работу, совершаемую маятником против сил трения при опускании из верхнего положения в нижнее можно вычислить, как:

$$A_1 = mgH - \left(\frac{mv_1^2}{2} + \frac{J\omega_1^2}{2} \right), \quad (4)$$

то есть как разность между полной механической энергией маятника в верхнем положении, равной mgH и нижнем положении, равной сумме кинетических энергий поступательного $\frac{mv_1^2}{2}$ и вращательного $\frac{J\omega_1^2}{2}$ движений.

4 Порядок выполнения работы

1. Подключите установку к сети ≈ 220 В, переключите тумблер «СЕТЬ» на задней панели в нижнее положение (должен на короткий промежуток времени последовать текст на дисплее 4 «*Laboratornaya rabota 109 Mayatnik Maksvella*»). Рабочая панель для снятия результатов эксперимента представлена на рисунке 2.

2. Происходит мигание светодиода 3, свидетельствующее о калибровке верхнего датчика, при этом на дисплее 4 появляется надпись «*Idet kalibrovka datchikov*». Дождитесь завершения мигание светодиода 3 (завершения калибровки

датчика). **Во время процесса калибровки не машите руками и не ходите рядом с установкой!**

3. На экране дисплея 4 должна появиться надпись «*Ustanovite mayatnik na startovuyu pozitsiyu*». Установите маятник на стартовую позицию (держась за края вала обеими руками, намотайте нити в натянутом состоянии виток к витку на вал маятника до тех пор, пока обод кольца не коснется электромагнита и притянется к нему). Высоту поднятия маятника H можно отсчитывать по шкале напротив пластинчатого указателя, закрепленного на нижнем кронштейне непосредственно перед шкалой.

4. Нажмите на кнопку «ВВОД» 5. Происходит мигание светодиода 3, свидетельствующее о калибровке нижнего датчика, при этом на дисплее 4 появляется надпись «*Idet kalibrovka datchikov*». Дождитесь завершения мигания светодиода 4 (калибровку датчика). **Во время процесса калибровки не машите руками и не ходите рядом с установкой!**

5. На дисплее 4 появляется надпись: «*Zadayte kolichestvo eksperimentov: n=...*». Выберите количество экспериментов n , **указанное инженером или преподавателем**, (обычно, указывается $n=10$ экспериментов). Для этого на экране дисплея установите количество экспериментов n от 1 до 50, используя кнопки ▼, ▲ (кнопки 2 и 1, соответственно). **Подготовьтесь вести запись результатов измерений времени t_1 и высот h .**

6. Нажмите кнопку «ВВОД» 5 для старта циклов эксперимента. На экране дисплея появляется надпись «*Eksperiment: 1*». Маятник опускается вниз, разматывая витки нити, до пересечения нижнего датчика. На экране дисплея 4 появляется надпись с результатом полученного в результате эксперимента времени t_{1i} в секундах «*Eksperiment: 1. Vremya: ...s*». Маятник поднимается вверх на высоту h_i , отсчитывать эту высоту нужно по шкале напротив пластинчатого указателя. Данные занести в таблицу 1.

7. На экране дисплея 4 появляется надпись «*Ustanovite mayatnik na startovuyu pozitsiyu*». **Повторите пункт 3, нажмите «ВВОД» и повторите пункт**

6. Повторять данный алгоритм нужно столько раз, сколько вами было задано количество экспериментов.

8. После выполнения последнего эксперимента на экране дисплея 4 выводится среднее значение времени $\bar{t}_1$ с соответствующей надписью: «Eksperiment okonchen Sredneye vremya: $t=\dots$ s».

9. Переключите тумблер СЕТЬ на задней панели в нижнее положение и отключите установку от сети.

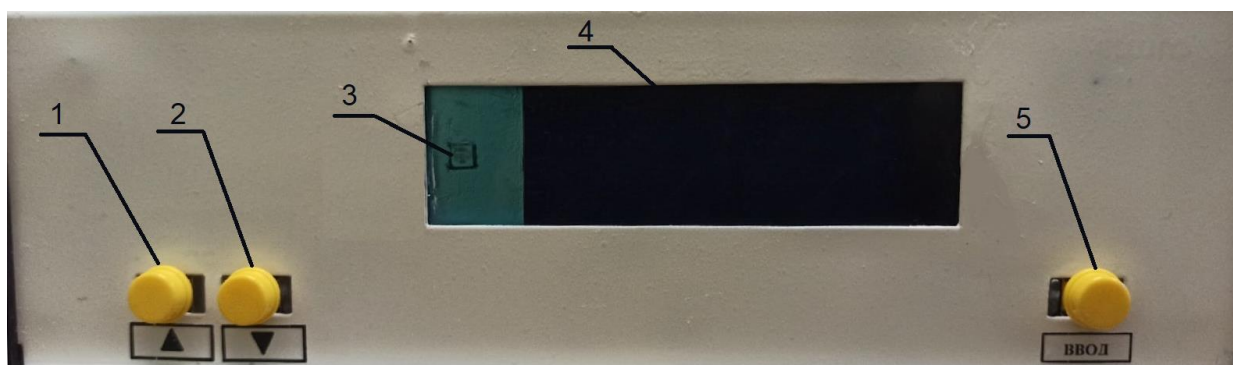


Рисунок 2 – Рабочая панель для снятия результатов эксперимента

1 – кнопка «ВВЕРХ» или ▲; 2 – кнопка «ВНИЗ» или ▼; 3 – светодиод, указывающий на процесс калибровки датчиков; 4 – дисплей; 5 – кнопка «ВВОД»

Таблица 1 – Результаты экспериментального исследования движения маятника Максвелла

№ опыта, n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_i, \text{с}$										
$h_i, \text{м}$										
$t = \bar{t} \pm \Delta t = (\dots \pm \dots) \text{с}, \quad h = \bar{h} \pm \Delta h = (\dots \pm \dots) \text{м},$ $\bar{m} = \dots \text{кг}, \quad \bar{J} = \dots \text{кг} \cdot \text{м}^2, \quad \bar{g} = 9.81 \text{ м/с}^2$ $\bar{r} = \dots \text{м}, \quad H = \bar{H} \pm \Delta H = (\dots \pm \dots)$										

$$\Delta t = \sigma = \sqrt{t_{np} + \frac{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2 + \dots + (t_{10} - \bar{t})^2}{n(n-1)}}$$

10. Вычислим средние значения $\bar{v}_1$ и $\bar{\omega}_1$:

$$\bar{v}_1 = \frac{2\bar{H}}{\bar{t}_1};$$

$$\bar{\omega}_1 = \frac{2\bar{H}}{r \cdot \bar{t}_1}.$$

Вычислим среднее значение работы $\bar{A}_1$, совершаемой маятником против силы трения при опускании из верхнего в нижнее положение:

$$\bar{A}_1 = \bar{m} \cdot \bar{g} \cdot \bar{H} - \left(\frac{\bar{m} \cdot \bar{v}_1^2}{2} + \frac{\bar{J} \cdot \bar{\omega}_1^2}{2} \right).$$

11. Вычислим среднее значение работы $\bar{A}_{\text{дис}}$, совершаемой силами сопротивления (трения) за один цикл опускания и подъема маятника:

$$\bar{A}_{\text{дис}} = -\bar{m} \cdot \bar{g} (\bar{H} - \bar{h}).$$

Затем находят ошибку измерения как:

$$\Delta A_{\text{дис}} = \bar{m} \cdot \bar{g} \sqrt{(\Delta h)^2 + (\Delta H)^2}.$$

Причем,

$$\Delta h = \sqrt{h_{np} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (h_i - \bar{h})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{h_{np} + \frac{(h_1 - \bar{h})^2 + (h_2 - \bar{h})^2 + \dots + (h_{10} - \bar{h})^2}{n(n-1)}};$$

$$\Delta H = \sqrt{H_{np} + \frac{\sum_{i=1}^{10} (H_i - \bar{H})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{H_{np} + \frac{(H_1 - \bar{H})^2 + (H_2 - \bar{H})^2 + \dots + (H_{10} - \bar{H})^2}{n(n-1)}}.$$

12. Работа завершается анализом полученных результатов и выводом по ним.

По специальному заданию преподавателя студенту может быть предложен усложненный вариант данной работы. Он предполагает дополнительные задания:

1. Доказать, что опускание маятника происходит с постоянным ускорением;
2. Исследовать теоретически, как изменяется вес маятника при спускании и при подъеме;
3. Вычислить численное изменение веса маятника на основе данных таблицы №1.

Контрольные вопросы

1. Цель и порядок выполнения работы.
2. Вывод формул для a , ε , v и ω .
3. Классификация сил в механике.
4. Метод определения работы диссипативных сил в данной лабораторной работе.
5. Как вычисляется полная механическая энергия маятника в различные моменты времени.
6. Поясните физический смысл величин, используемых в данной работе. В каких единицах они измеряются?

Список использованных источников

1. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.- М., том №1. М., 1990.
2. Иродов И.Е. Механика Основные законы / И.В. Иродов - М., 2002.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. - М.: Высш. шк., 2001. - 542 с.