Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Н.Г.Семенова, Н.Ю.Ушакова, Л.В.Быковская

РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

Учебное пособие

Рекомендовано ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Оренбург
2021

УДК 621.3.01(07)
ББК 31.21я7
С 93

Рецензент - кандидат технических наук, доцент Л.А. Влацкая

С 93 **Семенова, Н.Г.**
Расчет и моделирование электрических и магнитных цепей: учебное пособие / Н.Г. Семенова, Н.Ю. Ушакова, Л.В. Быковская; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021. – 186 с.

Учебное пособие содержит теоретические сведения по разделам «Магнитные цепи», «Трехфазные цепи», «Переходные процессы в линейных электрических цепях» и задания к курсовой работе по дисциплине «Теоретические основы электротехники». Рекомендовано для самостоятельного изучения и выполнения заданий курсовой работы.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, может быть использовано обучающимися по другим направлениям подготовки и специальностям.

УДК 621.3.01(07)
ББК 31.21я7

Содержание

Введение ... 5
1 Требования к оформлению курсовой работы ... 6
2 Исследование магнитной цепи постоянного магнитного потока ... 8
2.1 Задание № 1 ... 8
2.2 Основные теоретические положения ... 17
2.2.1 Технические характеристики ферромагнитных материалов ... 17
2.2.2 Основные величины и законы, характеризующие магнитное поле ... 22
2.2.3 Магнитная схема замещения при постоянном магнитном потоке ... 24
2.2.4 Расчет разветвленных магнитных цепей при постоянном магнитном потоке ... 26
2.3 Использование системы MathCad для расчета магнитных цепей ... 31
2.4 Пример расчета ... 41
3 Исследование трехфазной цепи со статической нагрузкой ... 46
3.1 Задание № 2 ... 46
3.2 Основные теоретические сведения о трехфазных цепях ... 52
3.3 Основные формулы и алгоритмы расчета для трехфазных цепей ... 56
3.4 Примеры расчета схем трехфазной цепи ... 60
3.4.1 Схема нагрузки – «Звезда с нулевым проводом» (несимметричный режим) ... 60
3.4.2 Схема нагрузки – «Звезда» (несимметричный режим) ... 63
3.4.3 Схема нагрузки – «Треугольник» ... 67
3.5 Расчет аварийных режимов ... 71
3.5.1 Обрыв линейного провода в схеме «Звезда с нулевым проводом» ... 71
3.5.2 Обрыв линейного провода в схеме «Звезда» ... 72
3.5.3 Короткое замыкание фазы нагрузки в схеме «Звезда» ... 73
3.5.4 Обрыв линейного провода в схеме «Треугольник» ... 75
3.5.5 Обрыв фазы нагрузки в схеме «Треугольник» ... 77
4 Исследование аварийного режима в трехфазной цепи методом симметричных составляющих ... 79
4.1 Задание № 3 ... 79
4.2 Основы метода симметричных составляющих ... 89
4.3 Виды несимметрии в трехфазных цепях ... 91
4.4 Общий алгоритм расчета методом симметричных составляющих цепи с несимметричным участком в линии ... 95
4.5 Пример расчета цепи с поперечной несимметрией ... 97
4.6 Пример расчета цепи с продольной несимметрией ... 104
4.7 Примеры расчета в Mathcad цепи ... 110
4.7.1 Пример расчета цепи при к.з. фазы А на землю ... 110

4.7.2 Фрагмент расчета двухфазного (междуфазного) к.з. фаз A и B 114
5 Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами 115
5.1 Задание № 4...115
5.2 Основные понятия о переходных процессах и определения 125
5.3 Законы коммутации 127
5.4 Основные режимы переходного процесса 128
5.5 Начальные условия... 130
5.6 Расчет переходных процессов классическим методом... 132
5.6.1 Характер свободной составляющей 132
5.6.2 Способы составления характеристического уравнения 133
5.6.3 Определение постоянных интегрирования... 134
5.6.4 Построение графиков переходного процесса 135
5.6.5 Алгоритмы расчета переходных процессов классическим методом 138
5.6.6 Примеры расчета 141
5.7 Операторный метод расчета переходных процессов 165
5.7.1 Основные понятия и определения 165
5.7.2 Переход из области оригиналов в область изображений 166
5.7.3 Определение искомых функций в области изображений.................................. 169
5.7.4 Переход из области изображений в область оригиналов 173
5.7.5 Алгоритм расчета переходных процессов операторным методом 175
5.7.6 Примеры расчета переходных процессов операторным методом 176
Список использованных источников 185
Приложение А... 186

Введение

Успешное изучение дисциплины «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ), являющейся теоретической базой для изучения комплекса специальных электротехнических дисциплин, возможно только при активной самостоятельной работе студентов. Курсовая работа является важнейшим элементом самостоятельной работы по ТОЭ. Основной целью курсовой работы является создание и развитие навыков исследовательской работы, умения работать с научной литературой, делать на основе ее изучения выводы и обобщения, умения эффективно использовать вычислительную технику и современные информационные технологии.

Курсовая работа направлена на формирование у студента следующих профессиональных компетенций:

- способность использовать методы анализа линейных электрических цепей;
- способность привлечь для решения профессиональных задач соответствующий физико-математический аппарат;
- способность и готовность использовать информационные технологии в своей предметной области;
- готовность понимать существо задач анализа объектов в технической среде.

Задание к курсовой работе включает задачи по наиболее важным для студентов направления «Электроэнергетика и электротехника» разделам ТОЭ.

1 Требования к оформлению курсовой работы

1.1 Курсовая работа выполняется на листах формата А4 (210x297 мм) в соответствии со стандартом ОГУ СТО 02069024.101–2015 РАБОТЫ СТУДЕНЧЕСКИЕ. Общие требования и правила оформления. [1]

Она должна содержать следующие структурные элементы:

– титульный лист;

– задание;

– содержание;

– расчетная и графическая части;

– список использованных источников.

1.2 Титульный лист является первым листом курсовой работы. На титульном листе указывают классификационный код [1].

Пример оформления титульного листа курсовой работы приведен в [1].

1.3 Бланк задания следует помещать после титульного листа. Задание должно содержать исходные данные и срок выполнения курсовой работы с подписями руководителя и исполнителя.

Пример оформления бланка задания приведен в приложении А.

1.4 Оформление расчетной и графической части

1.4.1 Курсовая работа может быть выполнена либо на компьютере с применением текстового редактора MS Word, либо в рукописном виде, при этом текстовая часть, формулы, графики, диаграммы выполняются чернилами черного цвета или тушью.

1.4.2 При выполнении расчетной и графической частей пояснительной записки необходимо выполнять следующие требования:

- полностью написать условия заданий;

- начертить электрическую схему в соответствии с ЕСКД;

- в ходе выполнения задания принятые направления токов, напряжений, обозначения узлов и элементов цепи изменять нельзя;

- выполнение задания следует кратко комментировать;

- при выполнении расчетов сначала приводится формула, затем в нее подставляются числовые значения без размерностей, затем приводится результат с указанием размерности;

- вычисления должны быть сделаны с точностью до трех значащих цифр после запятой;

- векторные, топографические диаграммы и графики необходимо строить в масштабе;

- расчеты в Mathcad приводить либо в приложениях, либо по тексту как рисунок.

1.4.3 Номера вариантов заданий курсовой работы задает ведущий преподаватель.

2 Исследование магнитной цепи постоянного магнитного потока

2.1 Задание № 1

Магнитные свойства стали, из которого изготовлены магнитопроводы, определяются кривой намагничивания, которая дана в таблице 2.1:

Таблица 2.1

Н, А/м	20	40	60	80	120	200	400	600	800	1200
В, Тл	0,22	0,75	0,93	1,02	1,14	1,28	1,47	1,53	1,57	1,6

Требуется выполнить следующее:

1) рассчитать магнитную цепь, представленную на рисунках 2.1 - 2.20 в соответствии с заданным номером варианта, методом двух узлов и определить величины, указанные в последнем столбце таблицы 2.2;

2) провести математическое моделирование заданной магнитной цепи в системе Mathcad, сравнить полученные результаты с полученными в пункте 1.

В таблице 2.2. приняты следующие обозначения:

l - длина средней магнитной линии одной ветви магнитной цепи;

l_δ - длина воздушного зазора ;

S – сечение участков магнитопровода;

W – число витков катушек;

I – величина постоянного тока в катушке;

Ф – величина магнитного потока.

Обозначения величин даются с индексами, которые указывают, к какой ветви магнитной цепи относится величина:

1 – левая ветвь магнитной цепи;

2 – средняя ветвь магнитной цепи;

3 – правая ветвь магнитной цепи.

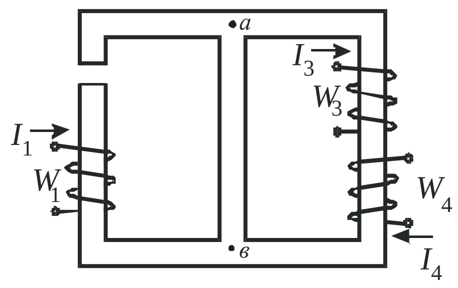


Рисунок 2.1

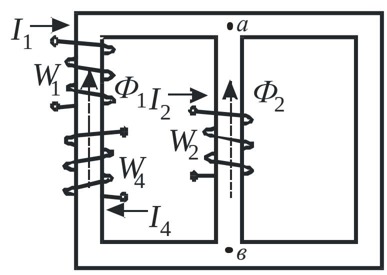


Рисунок 2.2

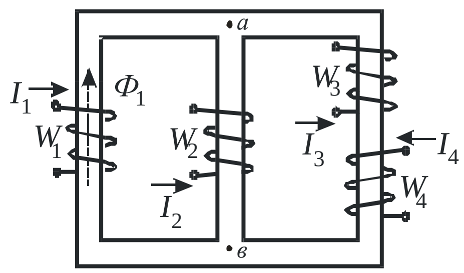


Рисунок 2.3

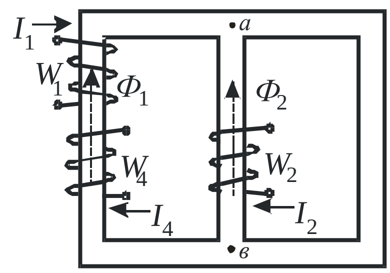


Рисунок 2.4

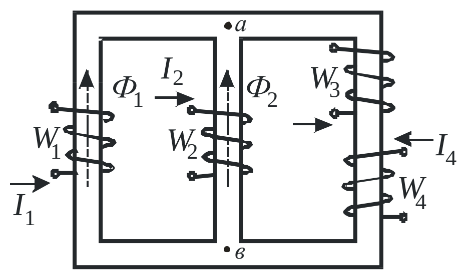


Рисунок 2.5

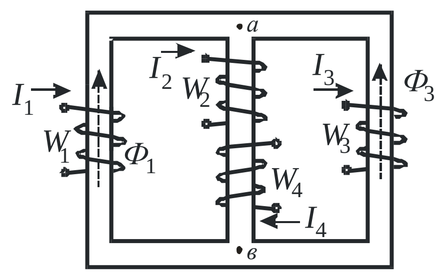


Рисунок 2.6

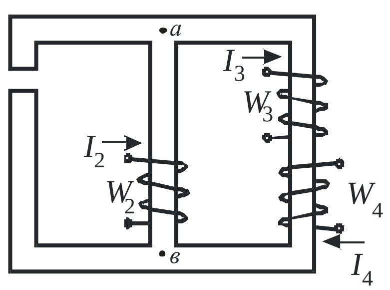


Рисунок 2.7

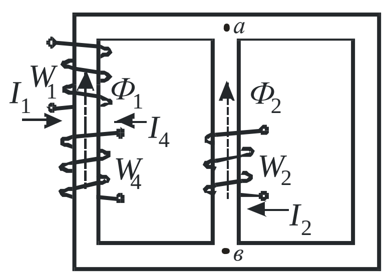


Рисунок 2.8

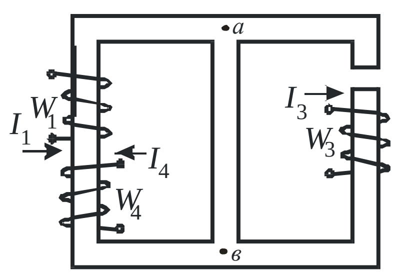


Рисунок 2.9

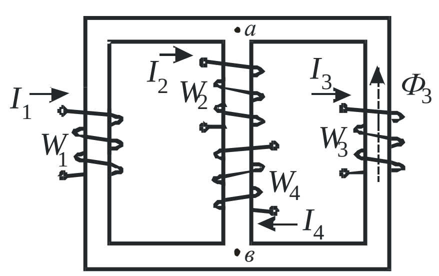


Рисунок 2.10

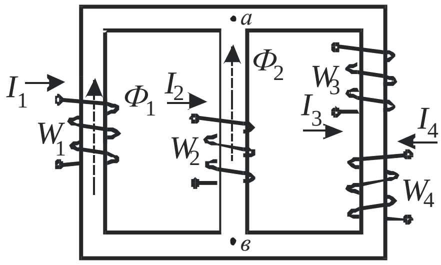


Рисунок 2.11

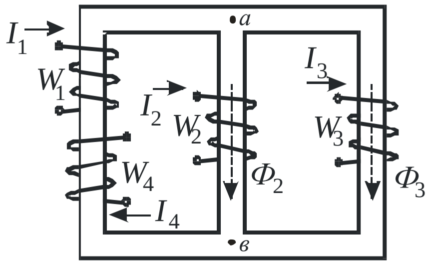


Рисунок 2.12

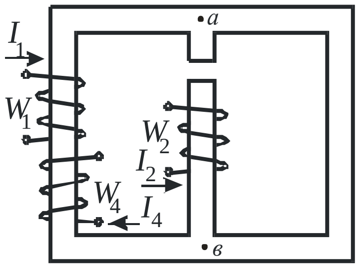


Рисунок 2.13

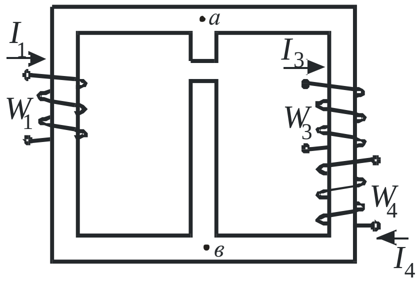


Рисунок 2.14

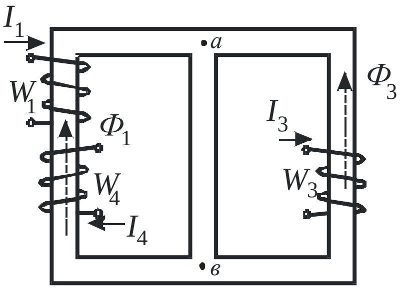


Рисунок 2.15

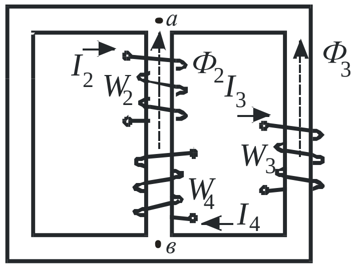


Рисунок 2.16

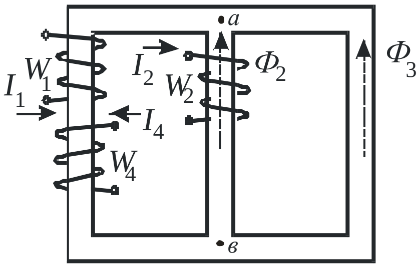


Рисунок 2.17

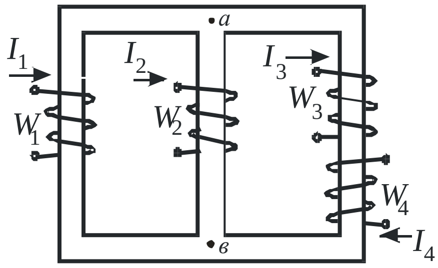


Рисунок 2.18

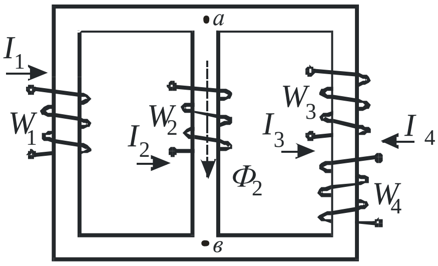


Рисунок 2.19

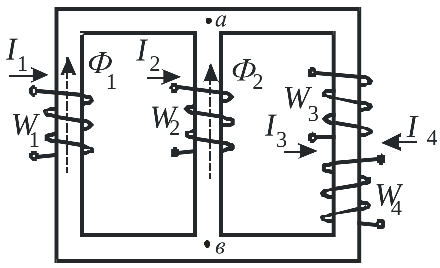


Рисунок 2.20

Таблица 2.2 – Исходные данные

Вариант	Рисунок	Дано															Дополни-тельные условия, $\Phi \cdot 10^{-5}, Вб$	Опре-делить
		l_1, см	S_1, см^2	W_1	I_1, А	l_2, см	S_2, см^2	W_2	I_2, А	l_3, см	S_3, см^2	W_3	I_3, А	W_4	I_4, А	l_δ, мм		
1	2.1	25	4	505	0,9	14	6,15	-	-	25	3,9	625	0,2	625	0,2	0,5	-	Φ_3, Φ_2
2	2.2	90	6	360	0,3	30	4	200	-	90	9,7	-	-	360	0,2	-	$\Phi_1 = \Phi_2$	Φ_3, I_2
3	2.5	25	4,15	150	0,2	8	4	300	-	35	5,95	70	0,525	30	0,525	-	$\Phi_2 = 0$	Φ_1, I_2
4	2.6	40	8	210	0,5	22,5	14	100	0,1	30	10	975	-	50	0,4	-	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	Φ_3, I_3
5	2.9	40	15	400	0,5	20	10,3	-	-	40	15	800	0,25	100	1	1	-	Φ_3, Φ_1
6	2.12	16	7,8	105	0,3	5,5	4,9	300	0,07	23	4,2	150	-	50	0,6	-	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	Φ_3, I_3
7	2.14	65	71	520	0,5	22	84	-	-	62	62	360	0,5	50	1	1,25	-	Φ_2, Φ_1
8	2.15	48	24,9	300	1	30	51,5	-	-	52	51,5	300	-	200	0,25	-	$\Phi_1 = \Phi_3$	Φ_2, I_3
9	2.3	13	2,05	60	-	3	0,94	1000	0,02	11	1,18	100	0,15	46	0,1	-	$\Phi_1 = 25$	Φ_3, I_1
10	2.4	45	3,1	100	0,3	14	5,3	390	-	35	7,8	-	-	200	0,15	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	Φ_2, I_2
11	2.7	19,5	7,7	-	-	10	2,1	200	0,5	24,5	1,8	500	0,2	125	0,4	0,1	-	Φ_2, Φ_1
12	2.10	26	7,9	145	1	11	13,6	52	0,5	39	7,2	2000	-	50	0,5	-	$\Phi_3 = 98$	Φ_2, I_3
13	2.11	35	4,1	19	1	6	6,3	275	-	25	9,6	200	0,2	200	0,2	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	Φ_3, I_2
14	2.13	100	104	125	2	28	182	125	2,8	95	200	-	-	100	0,5	0,48	-	Φ_3, Φ_1
15	2.16	40	11,8	-	-	13	11	60	2,2	50	9,3	520	-	80	1,1	-	$\Phi_2 = \Phi_3$	Φ_2, I_3
16	2.8	30	5,6	150	0,2	10	5	200	-	18	8,9	-	-	200	0,1	-	$\Phi_1 = \Phi_2$	Φ_3, I_2
17	2.5	15	3,8	60	0,5	13	2	300	-	20	4,8	100	0,3	300	0,075	-	$\Phi_2 = 0$	Φ_1, I_2

Продолжение таблицы 2.2

Вариант	Рисунок	Дано															Дополни-тельные условия, $\Phi \cdot 10^{-5}, Вб$	Опре-делить
		l_1, *см*	S_1, *см*^{2}	W_1	I_1, А	l_2, *см*	S_2, *см*^{2}	W_2	I_2, А	l_3, *см*	S_3, *см*^{2}	W_3	I_3, А	W_4	I_4, А	l_δ, *мм*		
18	2.6	37,5	7,8	200	0,525	13	12,8	100	0,2	37,5	10,5	975	-	40	0,25	-	Φ_3 - Φ_1=20	I_3, Φ_2
19	2.9	35	14,6	600	0,3	18	10,2	-	-	40	15	1000	0,2	240	0,5	1	-	Φ_3, Φ_1
20	2.12	20	8,2	515	0,1	7	5,2	105	0,2	17	3,6	150	-	200	0,05	-	Φ_2 - Φ_3=20	Φ_1, I_3
21	2.14	58	58	200	1,3	19	84	-	-	55	55	375	0,4	100	0,8	1,25	-	Φ_2, Φ_1
22	2.15	45	24,7	500	0,5	27	50,4	-	-	48	47,5	300	-	100	1	-	$\Phi_1 = \Phi_3$	Φ_1, I_3
23	2.3	10	1,92	100	-	4,5	1,015	200	0,1	14	1,26	68	0,2	60	0,1	-	Φ_1 =25	Φ_2, I_1
24	2.4	38	2,97	300	0,15	11	4,9	390	-	43	8,25	-	-	50	0,3	-	Φ_2 - Φ_1=20	Φ_3, I_2
25	2.7	29,8	8,2	-	-	13	2,2	1000	0,1	25	1,82	100	0,75	50	1,5	0,1	-	Φ_3, Φ_2
26	2.8	32	6	75	0,4	10	5	200	-	20	9	-	-	100	0,2	-	$\Phi_1 = \Phi_2$	Φ_2, I_2
27	2.10	32	8,1	725	0,2	12,5	14,1	100	0,3	33	6,9	2000	-	140	0,15	-	Φ_3=98	I_3, Φ_1
28	2.11	30	4	38	0,5	10	7	275	-	30	10	300	0,2	200	0,1	-	Φ_2 - Φ_1=20	Φ_2, I_2
29	2.13	110	105	400	0,5	27	177	175	2	100	240	-	-	100	1	0,46	-	Φ_1, Φ_2
30	2.16	48	12,1	-	-	16	12,9	120	1	43	8,8	520	-	200	0,5	-	$\Phi_2 = \Phi_3$	Φ_1, I_3
31	2.1	40	4,1	455	1	10	6	-	-	40	4,15	125	1	125	1	0,5	-	Φ_3, Φ_1
32	2.5	30	4,3	200	0,15	10	8	300	-	20	4,8	100	0,35	50	0,35	-	Φ_2 =0	Φ_1, I_2
33	2.6	40	8	420	0,25	15	13	125	0,2	30	10	975	-	50	0,1	-	Φ_3 - Φ_1=20	Φ_1, I_3
34	2.9	48	15,6	1000	0,2	20	10,3	-	-	40	15	800	0,25	250	0,04	1	-	Φ_3, Φ_2

Продолжение таблицы 2.2

Вариант	Рисунок	Дано															Дополни-тельные условия, $\Phi \cdot 10^{-5}, Вб$	Опре-делить
		l_1, см	S_1, см^2	W_1	I_1, A	l_2, см	S_2, см^2	W_2	I_2, A	l_3, см	S_3, см^2	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	l_δ, мм		
35	2.12	17	7,9	400	0,1	5	4,8	420	0,05	26	4,4	150	-	43	0,5	-	$\Phi_2 - \Phi_3=20$	I_3, Φ_2
36	2.14	60	60	400	0,65	20	84	-	-	60	60	300	0,575	50	1,15	1,25	-	Φ_2, Φ_1
37	2.15	50	25	400	0,7	28	51	-	-	50	50	300	-	200	0,35	-	$\Phi_1 = \Phi_3$	Φ_1, I_3
38	2.3	12	2	100	-	4	1	500	0,04	12	1,2	150	0,1	92	0,05	-	$\Phi_1 =25$	Φ_3, I_1
39	2.4	40	3	200	0,2	12	5	390	-	40	8	-	-	200	0,1	-	$\Phi_2 - \Phi_1=20$	Φ_2, I_2
40	2.7	20	8	-	-	7	2	500	0,2	20	1,78	400	0,3	50	0,6	0,1	-	Φ_2, Φ_3
41	2.10	30	8	1450	0,1	12	14	104	0,25	35	7	2000	-	50	0,5	-	$\Phi_3=98$	Φ_3, I_3
42	2.11	25	3,8	76	0,25	12	7,6	275	-	32	10,1	100	0,5	120	0,25	-	$\Phi_2 - \Phi_1=20$	I_2, Φ_1
43	2.13	85	100	2000	0,1	33	200	500	0,7	85	100	-	-	500	0,2	0,52	-	Φ_1, Φ_2
44	2.16	45	12	-	-	15	12	350	0,4	45	9	520	-	400	0,2	-	$\Phi_2=\Phi_3$	I_3, Φ_3
45	2.1	30	4	300	1,52	10	6	-	-	30	4	50	2,5	50	2,5	0,5	-	Φ_2, Φ_1
46	2.2	100	6,15	300	0,3	33	4,2	200	-	100	10	-	-	300	0,3	-	$\Phi_2 = \Phi_1$	I_2, Φ_3
47	2.5	30	4,3	300	0,1	12	6	300	-	20	4,8	100	0,42	50	0,21	-	$\Phi_2 =0$	Φ_3, I_2
48	2.6	30	7,3	105	1	11,5	12,3	50	0,3	22,5	10	975	-	100	0,15	-	$\Phi_3 - \Phi_1=20$	I_3, Φ_1
49	2.9	32	14,4	300	0,75	25	10,5	-	-	40	15	200	1	50	1,5	1	-	Φ_2, Φ_3
50	2.12	19	8,1	300	0,15	6,5	5,1	210	0,1	15	3,2	150	-	165	0,1	-	$\Phi_2 - \Phi_3=20$	Φ_1, I_3
51	2.14	55	55	260	1	18	84	-	-	57	57	200	1	60	0,5	1,25	-	Φ_3, Φ_2

Продолжение таблицы 2.2

Вариант	Рисунок	Дано															Дополнительные условия, $\Phi \cdot 10^{-5}, Вб$	Определить
		l_1, *см*	S_1, *см*^{2}	W_1	I_1, **А**	l_2, *см*	S_2, *см*^{2}	W_2	I_2, **А**	l_3, *см*	S_3, *см*^{2}	W_3	I_3, **А**	W_4	I_4, **А**	l_δ, *мм*		
52	2.15	55	25,3	500	0,5	25	50	-	-	47	45,5	300	-	100	1	-	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_3
53	2.12	18	8	205	0,2	6	5	210	0,1	20	4	150	-	410	0,05	-	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	Φ_2, I_3
54	2.14	63	66,5	650	0,4	21	84	-	-	65	65	100	1,15	50	2,3	1,25	-	Φ_2, Φ_3
55	2.15	52	25,2	600	0,35	29	51	-	-	55	55,3	300	-	200	0,7	-	$\Phi_1 = \Phi_3$	Φ_2, I_3
56	2.3	14	2,07	100	-	5	1,03	100	0,2	10	1,14	300	0,05	46	0,1	-	$\Phi_1 = 25$	Φ_2, I_1
57	2.4	42	3,07	400	0,1	13	5,14	390	-	37	7,9	-	-	100	0,2	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
58	2.7	42,5	9	-	-	20	2,4	50	2	40,5	2	100	1	250	0,2	0,1	-	Φ_1, Φ_3
59	2.10	34	8,3	290	0,5	13	14,2	155	0,2	31	6,8	2000	-	200	0,1	-	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_2
60	2.11	32	4,06	76	0,25	14	8,3	275	-	35	10,4	500	0,1	150	0,2	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
61	2.13	90	100	100	2	30	188	700	0,5	90	100	-	-	100	1	0,5	-	Φ_1, Φ_2
62	2.16	50	12,1	-	-	17	14	340	0,5	40	8,6	520	-	200	0,25	-	$\Phi_2 = \Phi_3$	Φ_2, I_3
63	2.1	20	4	413	1,1	12	6,06	-	-	38	4,05	200	1	50	1	0,5	-	Φ_2, Φ_1
64	2.2	80	5,7	200	0,5	25	3,9	200	-	80	9,5	-	-	40	2	-	$\Phi_2 = \Phi_1$	Φ_1, I_2
65	2.5	20	4	100	0,3	10	8	300	-	30	5,6	150	0,21	50	0,42	-	$\Phi_2 = 0$	I_2, Φ_3
66	2.6	33,5	7,6	500	0,21	12	12	400	0.05	45	11,3	975	-	20	0,5	-	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	Φ_1, I_3
67	2.9	45	15,4	200	1	22	10,4	-	-	40	15	400	0,5	200	0,5	1	-	Φ_1, Φ_2
68	2.3	11	1,95	100	-	3,5	0,965	400	0,05	13	1,25	55	0,3	20	0,155	-	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_2

Продолжение таблицы 2.2

Вариант	Рисунок	Дано															Дополнительные условия, $\Phi\cdot10^{-5}, Вб$	Определить
		l*₁, *см	***S*₁, *см*²**	***W*₁**	**I_1, А**	***l*₂, *см***	***S*₂, *см*²**	***W*₂**	**I_2, А**	***l*₃, *см***	***S*₃, *см*²**	***W*₃**	**I_3, А**	***W*₄**	**I_4, А**	***l_δ*, *мм***		
69	2.4	35	2,9	140	0,25	10	4,75	390	-	45	8,33	-	-	50	0,5	-	Φ_2 -Φ_1=20	I_2, Φ_1
70	2.7	13,5	7,5	-	-	4,32	1,9	100	1	19,8	1,75	200	0,5	200	0,25	0,1	-	Φ_1, Φ_3
71	2.10	28	7,95	290	0,5	11,5	13,8	26	1	37	7,1	2000	-	50	0,5	-	Φ_3 =98	Φ_2, I_3
72	2.11	28	3,9	38	0,5	8	6,8	275	-	28	9,9	220	0,25	200	0,125	-	Φ_2 - Φ_1=20	Φ_2, I_2
73	2.13	70	97	550	0,4	35	220	250	1,4	70	92	-	-	200	0,4	0,57	-	Φ_2, Φ_3
74	2.16	43	11,9	-	-	14	11,5	100	1,1	48	9,1	520	-	200	0,55	-	Φ_3 =Φ_2	I_3, Φ_1
75	2.17	35	40	100	1	10	13,7	-	0,3	30	14,2	-	-	25	2	-	Φ_2 = Φ_3	W_2, Φ_2
76	2.18	35	4,3	215	1	10	4,8	-	0,1	20	4,4	600	0,1	200	0,2	-	Φ_2=0	W_2, Φ_1
77	2.8	18	4,9	100	0,25	10	5	-	0,2	25	9,5	-	-	100	0,25	-	Φ_2 =Φ_1	W_2, Φ_1
78	2.19	20	7,7	107	0,59	9	4,9	-	0,1	15	2,6	10	0,7	20	0,35	-	Φ_2 = 70	W_2, Φ_3
79	2.20	34	9,5	175	0,1	12	8	-	0,2	28	15,6	40	2,5	14	1,25	-	Φ_2 - Φ_1=30	Φ_3, W_2
80	2.2	90	6	100	1,2	30	4	-	1,1	85	9,7	-	-	100	0,6	-	Φ_2 =Φ_1	W_2, Φ_2
81	2.17	30	38	500	0,25	17	14,7	-	0,3	45	15,4	-	-	50	0,5	-	Φ_2=Φ_3	Φ_3, W_2
82	2.18	25	4	1075	0,2	10	4,8	-	0,1	29	4,8	1000	0,05	250	0,2	-	Φ_2=0	W_2, Φ_3
83	2.19	30	8,4	89	0,73	12	5,2	-	0,1	26	3	20	0,4	30	0,2	-	Φ_2 = 70	Φ_1, W_2
84	2.20	26	8,6	125	0,14	13	8,1	-	0,2	22	14,7	20	4,7	25	0,94	-	Φ_2 - Φ_1=30	Φ_1, W_2
85	2.2	85	5,9	150	1	25	3,9	-	1,1	95	9,9	-	-	60	0,5	-	Φ_1 =Φ_2	W_2, Φ_3

Продолжение таблицы 2.2

Вариант	Рисунок	Дано															Дополни-тельные условия, $\Phi\cdot 10^{-5}, Вб$	Опре-делить
		l_1, *см*	S_1, *см*^{2}	W_1	**I_1, А**	l_2, *см*	S_2, *см*^{2}	W_2	**I_2, А**	l_3, *см*	S_3, *см*^{2}	W_3	**I_3, А**	W_4	**I_4, А**	l_δ, *мм*		
86	2.17	45	44	100	0,5	15	14,2	-	0,3	35	13,7	-	-	100	1	-	$\Phi_2 = \Phi_3$	W_2, Φ_1
87	2.18	20	3,9	215	1	10	4,8	-	0,1	26	4,6	400	0,2	200	0,1	-	$\Phi_2=0$	W_2, Φ_3
88	2.8	25	5,3	80	0,5	10	5	-	0,2	32	10,2	-	-	40	0,25	-	$\Phi_1 = \Phi_2$	Φ_1, W_2
89	2.19	15	7,2	135	0,47	8	4,8	-	0,1	20	2,9	40	0,2	60	0,1	-	$\Phi_2 = 70$	Φ_1, W_2
90	2.20	30	9	350	0,05	10	7,8	-	0,2	25	15	675	0,1	250	0,2	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	W_2, Φ_1
91	2.17	40	42	300	0,4	13	14	-	0,3	40	15	-	-	60	0,5	-	$\Phi_3 = \Phi_2$	W_2, Φ_3
92	2.18	30	4,2	430	0,5	10	4,8	-	0,1	32	4,9	100	0,5	50	1	-	$\Phi_2 = 0$	W_2, Φ_1
93	2.17	38	41	250	0,3	12	13,8	-	0,3	50	15,8	-	-	125	0,6	-	$\Phi_2=\Phi_3$	W_2, Φ_1
94	2.18	18	3,8	860	0,25	10	4,8	-	0,1	23	4,5	70	1	60	0,5	-	$\Phi_2 = 0$	W_2, Φ_2
95	2.8	20	5	200	0,125	10	5	-	0,2	30	10	-	-	100	0,25	-	$\Phi_2 = \Phi_1$	W_2, Φ_1
96	2.19	22	7,8	635	0,1	15	5,5	-	0,1	28	3,1	22	0,5	12	0,25	-	$\Phi_2 = 70$	Φ_2, W_2
97	2.20	25	8,5	250	0,07	14	8,2	-	0,2	23	14,9	68	1,2	90	0,4	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	W_2, Φ_2
98	2.19	25	8	635	0,1	10	5	-	0,1	25	3	50	0,2	40	0,1	-	$\Phi_2=70$	Φ_3, W_2
99	2.20	32	9,3	270	0,065	9	7,7	-	0,2	30	15,5	108	0,7	120	0,35	-	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	W_2, Φ_2
100	2.20	30	8,4	89	1	12	5,2	100	0,2	26	3	20	0,5	30	0,2	0,2	-	Φ_3, Φ_2

2.2 Основные теоретические положения

2.2.1 Технические характеристики ферромагнитных материалов

Ферромагнитные материалы благодаря их способности намагничиваться широко применяют при изготовлении электрических машин, аппаратов и других электротехнических установок. Основными характеристиками их являются: кривая намагничивания, ширина петли гистерезиса и потери мощности при перемагничивании.

Процесс намагничивания ферромагнитного материала можно изобразить в виде кривой намагничивания, которая представляет собой зависимость индукции B от напряженности H магнитного поля. Так как напряженность магнитного поля определяется силой тока, посредством которого намагничивается ферромагнитный материал, эту кривую можно рассматривать как зависимость индукции от намагничивающего тока I.

Кривую намагничивания, можно разбить на три участка: первый участок, на котором магнитная индукция возрастает почти пропорционально намагничивающему току (напряженности поля); второй участок, на котором рост магнитной индукции замедляется («колено» кривой намагничивания), и участок магнитного насыщения, где зависимость $\boldsymbol{B}$ от $\boldsymbol{H}$ становится опять прямолинейной, но характеризуется медленным нарастанием магнитной индукции при увеличении напряженности поля по сравнению с первым и вторым участками кривой.

Следовательно, при большом насыщении ферромагнитные вещества по способности пропускать магнитный поток приближаются к неферромагнитным материалам (магнитная проницаемость их резко уменьшается). Магнитная индукция, при которой происходит насыщение, зависит от рода ферромагнитного материала.

Свойства ферромагнитных материалов принято характеризовать зависимостью магнитной индукции $\boldsymbol{B}$ от напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$. Различают два основных типа этих зависимостей: *кривые намагничивания* и *гистерезисные петли*.

Кривые намагничивания подразделяют на *начальную, основную и безгистерезисную,* характеристики которых представлены в таблицах 2.3 – 2.5.

Таблица 2.3 – Кривые намагничивания ***B(H)***

Основная кривая намагничивания	Геометрическое место вершин симметричных петель гистерезиса.
Начальная кривая намагничивания	Кривая намагничивания предварительно размагниченного сердечника ($B = 0$, $H = 0$) при плавном изменении внешнего поля H. Основная и начальная кривые намагничивания практически совпадают.
Кривая размагничивания ("спинка" гистерезиса)	Часть предельной петли гистерезиса при $B_r < B < 0$ и $-H_c < H_c < 0$.
Частный гистерезисный цикл	Несимметричная петля гистерезиса, полученная при неравных значениях абсолютных величин $+H_{max}$ и $-H_{min}$
Предельная петля гистерезиса	Симметричная петля гистерезиса при максимально возможном насыщении.

Таблица 2.4 – Вид петли гистерезиса

Материал	**Вид петли гистерезиса**
Магнито-мягкий ($H_C < 4$ кА/м): железо, электротехнические стали, пермаллой (сплав Ni с Fe), оксиферы (химические соединения оксида железа Fe_2O_3 с оксидами других металлов). Применяют при изготовлении магнитопроводов электрических машин и аппаратов.	Петля гистерезиса узкая, основная кривая намагничивания крутая. Площадь петли гистерезиса небольшая.
Магнито-твердый ($H_C > 4$ кА/м): углеродистые стали, платино-кобальтовые и бариевые ферриты, вольфрамовые стали. Применяют для изготовления постоянных магнитов.	Петля гистерезиса широкая, основная кривая намагничивания пологая.
Магнитный с прямоугольной петлей гистерезиса: никель-цинковые ферриты, магний-цинковые ферриты. Применяют в устройствах вычислительной и импульсной техники	Петля гистерезиса имеет почти прямоугольную форму: B_r/B_{max} =0,95..0,99 – коэффициент прямоугольности петли.

Таблица 2.5 – Потери в реальном нелинейном индуктивном элементе

Вид потерь	Зависимость
Потери в меди - $P_М$: Потери в меди обуславливаются наличием в проводах обмоток трансформатора электрического сопротивления. Ток, протекающий в обмотке, создаёт на таком проводнике падение напряжения. На обмотке развивается некоторая электрическая мощность и часть энергии преобразуется в тепло, нагревающее обмотку.	$P_М = R_{об} \cdot I^2$
Потери на гистерезис в ферромагнитном сердечнике (статические потери) - $P_г$: Потери на гистерезис, пропорциональны площади петли гистерезиса. Материал сердечника можно представить как бы состоящим из большого числа элементарных магнитов (магнитных диполей), которые в обычном состоянии расположены хаотически. При внесении такого материала в магнитное поле магнитные диполи начинают поворачиваться в направлении действия магнитного поля. Если магнитное поле переменное, то диполи будут периодически поворачиваться сначала в одну, а потом в другую сторону с частотой изменения данного поля. При этом возникают силы трения и энергия магнитного поля также переходит в тепло, нагревающее сердечник. Чем более узкой будет петля гистерезиса, тем меньше будут потери на гистерезис.	$P_Г = \sigma_Г \cdot f \cdot B_{\max}^n$ где $\sigma_Г \cdot$ - коэффициент, характеризующий свойства материала сердечника; f – частота напряжения; $n = 1{,}6$ для $B \le 10^{-4} Тл$ $n = 2$ для $B > 10^{-4} Тл$

Продолжение таблицы 2.5

Вид потерь	Зависимость
Потери на вихревые токи (динамические потери) - $P_в$: Потери на вихревые токи, возникают внутри сердечника в результате наведения эдс переменным магнитным потоком. Возникновение вихревых токов (токов Фуко) в сердечнике можно объяснить следующим образом. Сердечник, изготовленный из стали, представляет собой металлический проводник, помещённый в переменное магнитное поле. В сердечнике так же, как и в витках любой обмотки, будет создаваться индуктированная ЭДС, и по сердечнику будет протекать ток. Так как сечение сердечника велико, то его электрическое сопротивление мало. Поэтому токи, протекающие в сердечнике, достигают больших величин. При этом происходит активный расход энергии и преобразование её в тепло, которое нагревает сердечник. Уменьшения величины вихревых токов можно добиться, выполняя магнитопровод из железных листов, изолированных друг от друга.	$P_B = \sigma_B \cdot f^2 \cdot B_{\max}^n$ где σ_B - коэффициент, характеризующий свойства материала сердечника; f – частота напряжения; $n = 1{,}6$ для $B \le 10^{-4} Тл$ $n = 2$ для $B > 10^{-4} Тл$
Суммарные потери в сердечнике (потери в стали) - $P_{СТ}$	$P_{ст} = P_г + P_в$

2.2.2 Основные величины и законы, характеризующие магнитное поле

Основные величины и законы, характеризующие магнитное поле представлены в таблицах 2.6 – 2.7.

Таблица 2.6 – Основные величины и характеристики магнитного поля

Величина	**Зависимость**
Магнитная индукция, $\vec{B}$ [Тл]- векторная величина, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся электрически заряженную частицу со стороны магнитного поля.	$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} = \mu_a \cdot \vec{H}$
Напряженность магнитного поля, $\vec{H}$ $\left[\frac{A}{м}\right]$ - векторная величина, равная геометрической разности магнитной индукции, деленной на магнитную постоянную, и намагниченности.	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$, в воздушном зазоре: $H = 0{,}8 \cdot 10^6 \cdot B$
Магнитная постоянная, μ_0 [Гн/м] - – это абсолютная магнитная проницаемость вакуума.	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$
Абсолютная магнитная проницаемость, μ_a [Гн/м]	$\mu_a = \mu_0 \cdot \mu_r$
Намагниченность, $\vec{J}$ $\left[\frac{A}{м}\right]$ - векторная величина, характеризующая магнитное состояние вещества, равная пределу отношения магнитного момента, связанного с элементом объема вещества, к объему этого элемента, когда объем и все размеры этого элемента стремятся к нулю.	$\vec{J} = \frac{\vec{P}_М}{V}$, для изотропных сред: $\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}$, где χ - магнитная восприимчивость среды, характеризует магнитные свойства вещества.
Магнитный поток, Φ [Вб] - скалярная величина, равная потоку магнитной индукции.	$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$

Таблица 2.7 – Формальное соответствие между магнитной цепью и электрической цепью

Магнитная цепь	Электрическая цепь
Магнитодвижущая сила, [А]: $$F = I \cdot W = \oint\limits_{l} \vec{H} d\vec{l}$$ где W – число витков в катушке.	**Электродвижущая сила, [В]:** $$e = \oint\limits_{l} \vec{E} d\vec{l}$$
Магнитный поток, [Вб]: $$\Phi = \int\limits_{S} \vec{B} d\vec{S}$$ Если *B=const*, то во всех точках сечения *S* $$\Phi = B \cdot S$$	**Электрический ток, [А]**: $$I = \int\limits_{S} \vec{J} d\vec{S}$$
Магнитное напряжение, [А]: $$U_{Mab} = \int\limits_{a}^{b} \vec{H} d\vec{l}$$ Если *H=const* на участке контура, то $$U_{Mab} = H \cdot l_{ab}$$	**Электрическое напряжение, [В]**: $$U_{ab} = \int\limits_{a}^{b} \vec{E} d\vec{l}$$
Магнитное сопротивление, $\left[\frac{1}{Гн}\right]$: $$R_M = \frac{l_{cp}}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S}.$$ Где l_{cp} - длина средней линии магнитной индукции; *S* – площадь поперечного сечения магнитопровода.	**Электрическое сопротивление проводника, [Ом]**: $$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

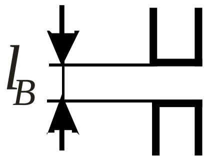
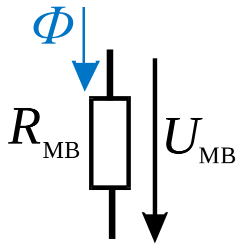
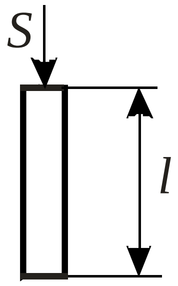
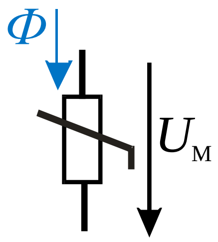
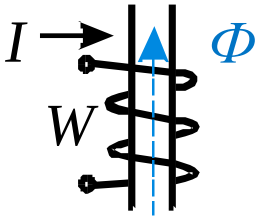
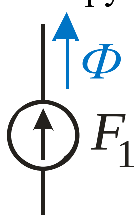
Продолжение таблицы 2.7

Магнитная цепь	Электрическая цепь
Закон Ома	
$$U_M = R_M \cdot \Phi = \frac{l_{cp}}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot S} \cdot \Phi$$	$$U = R \cdot I = \frac{\rho \cdot l}{S} \cdot I$$
Принцип непрерывности магнитных силовых линий: $$\sum_{\kappa} \Phi_{\kappa} = 0$$	**Первый закон Кирхгофа:** $$\sum I = 0$$
Закон полного тока: $$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I \cdot W$$ При постоянном значении H на k участке контура: $$\sum_k H_k \cdot l_k = \sum I \cdot W = \sum_k F_k$$	**Второй закон Кирхгофа:** $$\sum R \cdot I = \sum E$$

2.2.3 Магнитная схема замещения при постоянном магнитном потоке

Магнитные цепи – это совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов. Графическое изображение элементов магнитной цепи представлено в таблице 2.8.

Таблица 2.8 – Составление магнитной схемы замещения

Участок магнитной цепи	**Обозначение на схеме**	**Основные зависимости**
Воздушный зазор 	Линейное сопротивление 	$U_M = R_M \cdot \Phi = \dfrac{l_B}{\mu_0 \cdot S} \cdot \Phi =$ $= H_B \cdot l_B$
Участок магнитопровода с постоянной площадью сечения 	Нелинейное сопротивление 	$U_M(\Phi) = H(B) \cdot l$, где $B = \dfrac{\Phi}{S}$, l – длина участка по средней линии.
Индуктивный элемент с протекающим по нему током 	Магнитодвижущая сила (направление определяем по правилу правой руки) 	$F = I \cdot W$

2.2.4 Расчет разветвленных магнитных цепей при постоянном магнитном потоке

В задании к курсовой работе приведен рисунок магнитной цепи. Учитывая заданные величины и дополнительные условия, составляется магнитная схема замещения и составляются четыре уравнения по законам Кирхгофа: одно уравнение по первому закону Кирхгофа для магнитных потоков и три уравнения по второму закону Кирхгофа, которые должны определять магнитное напряжение между узлами цепи через параметры ветвей. При составлении этих уравнений направления магнитных потоков, указанных в столбце «Дополнительное условие» таблицы 2.2, необходимо принять такими, какими они указаны на схемах, а направления остальных магнитных потоков можно задавать произвольно.

Рассмотрим расчет магнитной цепи, представленной на рисунке 2.21.

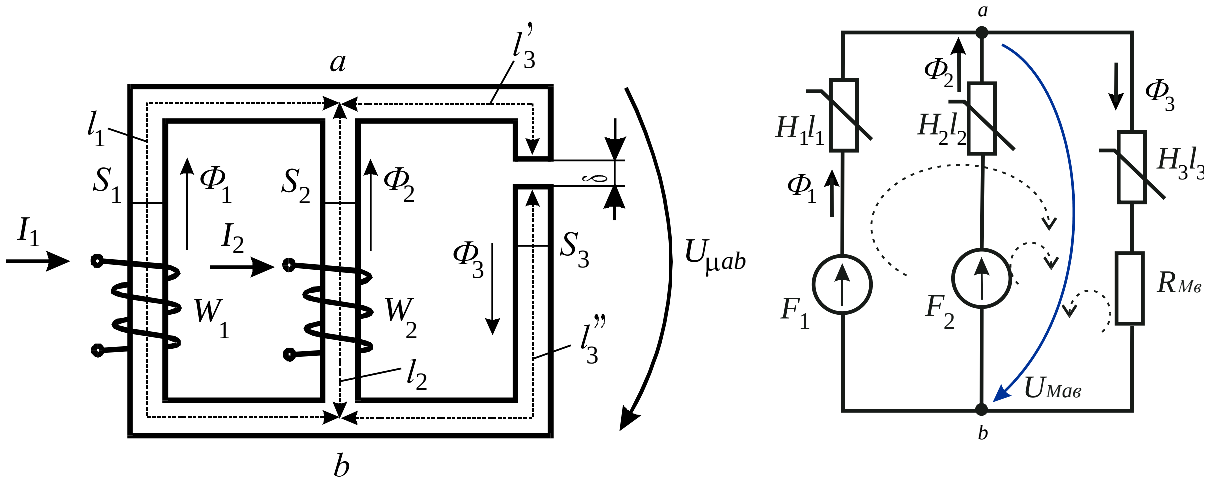


Рисунок 2.21 – Магнитная цепь и схема замещения

Для магнитной цепи, рисунок 2.21, уравнения, необходимые для решения задачи имеют следующий вид:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3, \quad (2.1)$$

$$U_{M_{ab}} = F_1 - H_1 l_1, \quad (2.2)$$

$$U_{M_{ab}} = F_2 - H_2 l_2, \quad (2.3)$$

$$U_{M_{ab}} = H_3(l_3^{'} + l_3^{''}) + H_B \cdot \delta. \quad (2.4)$$

Порядок решения этой системы нелинейных уравнений зависит от конкретных условий задачи. Алгоритм решения представлен в таблице 2.9.

Таблица 2.9 – Алгоритм решения

№	Заданные величины	Требуется определить	Последовательность решения
1	Намагничивающие силы $F_1 = W_1 I_1$ и $F_2 = W_2 I_2$,	Магнитные потоки Φ_1; Φ_2 и Φ_3.	1) По правым частям уравнений (2.2), (2.3), (2.4) на графике строятся веберамперные характеристики всех трех ветвей. 2) На основании уравнения (2.1) строится суммарная вебер-амперная характеристика 1 и 2 ветвей и находится точка пересечения этой суммарной характеристики с вебер-амперной характеристикой третьей ветви. 3) Найденная точка пересечения определит $U_{M_{ab}}$ и Φ_3. Магнитные потоки Φ_1 и Φ_2 определяются затем по магнитному напряжению U_{Mab} с помощью вебер-амперных характеристик первой и второй ветвей.
2	Один магнитный поток, например, Φ_1 и одна намагничивающая сила $F_2 = W_2 I_2$	Намагничивающую силу $F_1 = W_1 I_1$ и магнитные потоки Φ_2 и Φ_3.	1) По правым частям уравнений (2.3), (2.4) на графике строятся вебер-амперные характеристики 2 и 3 ветвей. 2) На основании уравнения (2.1) к вебер-амперной характеристике второй ветви прибавляется постоянный магнитный поток Φ_1. 3) Находится точка пересечения полученной кривой с вебер-амперной характеристикой третьей ветви.

Продолжение таблицы 2.9

№	Заданные величины	Требуется определить	Последовательность решения
			4) Точка пересечения определит U_{Mab} и Φ_3. 5) Магнитный поток Φ_2 определится затем по значению Φ_1 и вебер-амперной характеристике второй ветви. 6) Намагничивающая сила F_1 после этого определится из уравнения (2.2).
3	Один магнитный поток Φ_2 и намагничивающая сила в той же ветви $F_2 = W_2 I_2$	Намагничивающую силу F_1, магнитные потоки Φ_1, Φ_3.	1) Из уравнения (2.3) находится магнитное напряжение U_{Mab}. 2) По уравнению (2.4) строится вебер-амперная характеристика третьей ветви и по значению U_{Mab} находится магнитный поток Φ_3. 3) По уравнению (2.1) определяется Φ_1. 4) Из уравнения (2.2) вычисляется намагничивающая сила $F_1 = W_1 I_1$.
4	Один магнитный поток Φ_1=0 и намагничивающая сила $F_2 = W_2 I_2$	Намагничивающую силу F_1, магнитные потоки Φ_2, Φ_3.	1) Из уравнения (2.2) следует $F_1 = U_{Mab}$, а для определения магнитного напряжения U_{Mab} необходимо решить графически уравнения (2.3) и (2.4). 2) По правым частям уравнений (2.3) и (2.4) строятся вебер-амперные характеристики второй и третьей ветвей и находится их точка пересечения, которая определит U_{Mab}и $\Phi_2 = \Phi_3$.

Продолжение таблицы 2.9

№	Заданные величины	Требуется определить	Последовательность решения
5	Один магнитный поток Φ_1=0 и намагничивающая сила в той же ветви $F_1 = W_1 I_1$	Намагничивающую силу F_2, магнитные потоки Φ_2, Φ_3.	1) Из уравнения (2.1) находится магнитное напряжение U_{Mab}=F_1. 2) По правой части уравнения (2.4) строится вебер-амперная характеристика третьей ветви и по значению U_{Mab} находится магнитный поток Φ_3. 3) Из уравнения (2.1) следует, что $\Phi_2 = \Phi_3$ и из уравнения (2.3) вычисляется намагничивающая сила $F_2 = W_2 I_2$.
6	Разность магнитных потоков Φ_1-Φ_2=Φ_3 и и намагничивающая сила $F_2 = W_2 I_2$	Намагничивающую силу F_1; магнитные потоки Φ_1; Φ_2;Φ_3.	1) Учитывая, что намагничивающая сила F_1 неизвестна, из уравнения (2.1) с помощью заданного условия Φ_1-Φ_2=Φ_3 исключают магнитный поток Φ_1. Получается уравнение: $\Phi_1 + 2\Phi_2 = \Phi_3$, которое решается графически. 2) По правым частям уравнений (2.3) и (2.4) строятся вебер-амперные характеристики второй и третьей ветви. 3) Ординаты вебер-амперной характеристики второй ветви удваиваются и прибавляются постоянный магнитный поток Φ_1. 4) Находится точка пересечения полученной кривой с вебер-амперной характеристикой третьей ветви.

Продолжение таблицы 2.9

№	Заданные величины	Требуется определить	Последовательность решения
			5) Точка пересечение определит магнитное напряжение U_{Mab} и магнитный поток $\varPhi_3$. 6) По значению U_{Mab} с помощью вебер-амперной характеристики второй ветви находится магнитный поток $\varPhi_2$. 7) Из уравнения (2.1) затем находится магнитный поток $\varPhi_1$ и из уравнения (2.2) намагничивающая сила $F_1 = W_1 I_1$.

2.3 Использование системы MathCad для расчета магнитных цепей

Расчет нелинейных и магнитных цепей можно значительно упростить, если использовать возможности и средства системы MathCad. Расчет можно проводить как аналитическим, так и графическим способом. При этом, очень часто, изначально необходимо аппроксимировать заданную таблично нелинейную функцию. Рассмотрим выполнение операции аппроксимации в системе MathCad с помощью функции **interp.**

В расчете точки кривой намагничивания необходимо соединить не ломаной линией, а гладкой кривой. Для этих целей применяют интерполяцию кубическими сплайнами, т. е. отрезками кубических парабол.

- **interp(HB,H,B,x)** — функция, аппроксимирующая данные векторов **H** и **B** кубическими сплайнами;
- **HB** — вектор вторых производных, созданный функцией lspline;
- **H** — вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;
- **B** — вектор действительных данных значений того же размера;
- **x** — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

Пример 1: Построение нелинейной функции посредством функции интерполяции interp.

Используем следующий алгоритм:

1. Создайте векторы, содержащие заданные координаты точек нелинейной функции, рисунок 2.22. Элементы должны располагаться **строго** в порядке возрастания. На рисунке 2.22 эти вектора обозначены как **B** и **H**.
2. Вычислите вектор **lspline(*H, B*).** В примере 1 на рисунке 2.22 это вектор ***HB***. Аналогично вычисляем вектор ***BH***.
3. Определите интерполируемые значения в заданных точках, используя функцию **interp(*HB, H, B, x*)**.

4. Постройте аппроксимирующую функцию B*app(x)*.

$ORIGIN := 1$

$B := (0\ \ 0.73\ \ 0.99\ \ 1.16\ \ 1.29\ \ 1.44\ \ 1.59\ \ 1.69\ \ 1.76\ \ 1.81\ \ 1.86\ \ 1.9)^T$

$H := (0\ \ 100\ \ 200\ \ 400\ \ 700\ \ 1500\ \ 4000\ \ 9000\ \ 15000\ \ 21000\ \ 28000\ \ 35000)^T$

$HB := lspline(H, B)$

$BH := lspline(B, H)$

$B_{app}(x) := interp(HB, H, B, |x|)$

$k := ORIGIN .. last(B)$ $\qquad$ $j := 0, 100 .. max(H)$

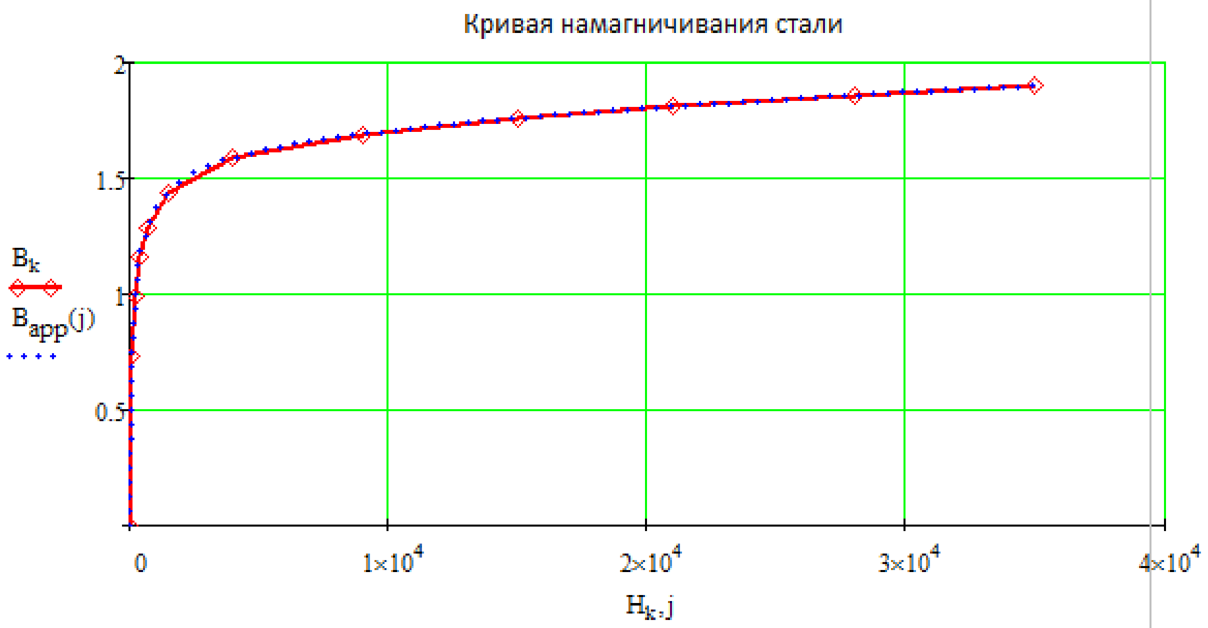


Рисунок 2.22 – Аппроксимация кривой намагничивания в системе MathCad

Пример 2: Аналитическое решение системы нелинейных уравнений в системе MathCad

Задана магнитная цепь постоянного тока, рисунок 2.23. Известны геометрические размеры магнитопровода и кривая намагничивания стали. Требуется при известных токах в обмотках определить магнитные потоки $\boldsymbol{\Phi_1}$, $\boldsymbol{\Phi_2}$, $\boldsymbol{\Phi_3}$.

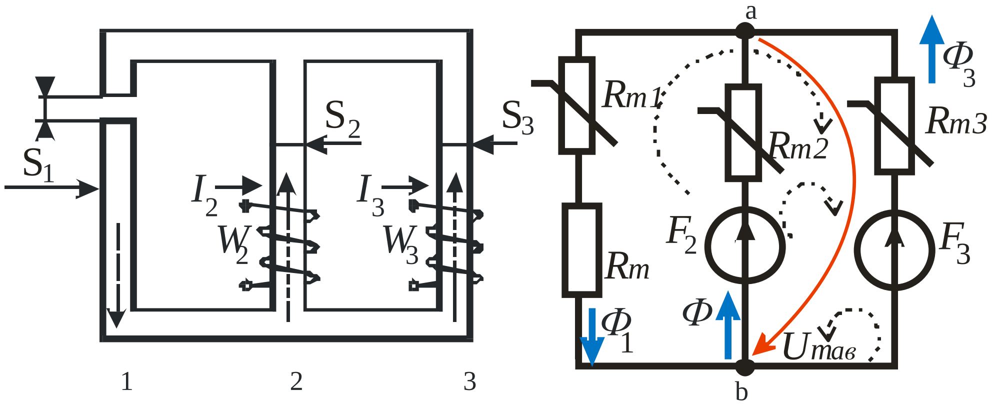


Рисунок 2.23 – Магнитная цепь и схема замещения

Решение:

1. Зададим с помощью оператора присваивания числовые значения параметров и геометрические размеры магнитопровода.
2. Проведем аппроксимацию кривой намагничивания **B(H),** аналогично примеру 1.
3. Составим систему нелинейных уравнений по законам Кирхгофа для магнитной схемы замещения.
4. Используя блок **Given Find** решаем составленную систему нелинейных уравнений итерационным методом, предварительно задав начальные значения $\boldsymbol{\Phi_1}$, $\boldsymbol{\Phi_2}$, $\boldsymbol{\Phi_3}$, $\boldsymbol{U_{mab}}$.

Численное решение системы нелинейных уравнений в системе Mathcad представлено на рисунке 2.24.

Вводим функцию, вычисляющую значение напряженности магнитного поля в зависимости от значения магнитного потока и площади сечения

$$H_m(\Phi, S) := \mathrm{if}\left(\Phi \ge 0, \mathrm{interp}\left(BH, B, H, \frac{|\Phi|}{S}\right), -\mathrm{interp}\left(BH, B, H, \frac{|\Phi|}{S}\right)\right)$$

Решаем систему уравнений

$\Phi_1 := 0.001$ $\quad \Phi_2 := -0.001$ $\quad U_{mab} := 0$ $\quad \Phi_3 := 0.001$

Given

$$-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

$$-H_m(\Phi_1, S_1) \cdot L_1 + U_{mab} - Rm\delta \cdot \Phi_1 = 0$$

$$H_m(\Phi_2, S_2) \cdot L_2 + U_{mab} = F_2$$

$$H_m(\Phi_3, S_3) \cdot L_3 + U_{mab} = F_3$$

$$rezult := \mathrm{Find}(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, U_{mab})$$

$$rezult = \begin{pmatrix} 2.735 \times 10^{-3} \\ -7.508 \times 10^{-4} \\ 3.485 \times 10^{-3} \\ 509.383 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.24 – Численное решение системы нелинейных уравнений в Mathcad

Следует отметить, что точность и продолжительность вычислений зависят от начальных (нулевых) приближений искомых величин $\boldsymbol{\Phi_1}$, $\boldsymbol{\Phi_2}$, $\boldsymbol{\Phi_3}$.

Пример 3: Графическое решение системы нелинейных уравнений в системе MathCad

Рассмотрим ту же самую магнитную цепь, что и в примере 2. Требуется определить, как и в примере 2, магнитные потоки $\boldsymbol{\Phi_1}$, $\boldsymbol{\Phi_2}$, $\boldsymbol{\Phi_3}$.

Решение:

1) Объединим заданные и промежуточные расчетные значения в виде векторов-строк с помощью функции **stack** в таблицу, рисунок 2.25. Необходимо

отметить, что вектор-строки размешаются в том порядке, в котором представлен список аргументов функции **stack,** то есть в первой строке указаны значения магнитной индукции $\boldsymbol{B}$, во второй – напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$, в третьей – магнитное напряжение $\boldsymbol{U_{m11}}$ и так далее по списку.

2) Постройте аппроксимирующие кривые $\boldsymbol{\Phi_1(U_{mab})}$, $\boldsymbol{\Phi_2(U_{mab})}$, $\boldsymbol{\Phi_3(U_{mab})}$ с помощью функции **linterp** $\boldsymbol{(U_m, \Phi, U_{mab})}$**.** Следует отметить, что при использовании функции **linterp** необходимо, чтобы элементы вектора аргумента функции $\boldsymbol{\Phi(U_{mab})}$ располагались в порядке возрастания. Если по результатам расчета они убывают, то применяют функцию **reverse**, которая выводит новый вектор с обратным расположением элементов.

Аргументы $\boldsymbol{U_m}$ функций **linterp** определяются правыми частями уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа**.**

3) Определение точки пересечения аппроксимированных кривых определяется, согласно уравнению, составленному по первому закону Кирхгофа:

$$\Phi_1(U_{mab}) = \Phi_2(U_{mab}) + \Phi_3(U_{mab})\,.$$

Графическое решение системы нелинейных уравнений в системе Mathcad представлено на рисунке 2.26.

$ORIGIN := 1$

$F_2 := 500 \quad F_3 := 900 \quad L_1 := 0.97 \quad L_2 := 0.34 \quad L_3 := 0.9695 \quad \delta := 0.5 \cdot 10^{-3}$

$S_1 := 0.003 \quad S_2 := 0.00325 \quad S_3 := 0.003 \quad n := 12 \quad k := 1..n \quad \mu0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$

$B := (0\ \ 0.73\ \ 0.99\ \ 1.16\ \ 1.29\ \ 1.44\ \ 1.59\ \ 1.69\ \ 1.76\ \ 1.81\ \ 1.86\ \ 1.9)$

$H := (0\ \ 100\ \ 200\ \ 400\ \ 700\ \ 1500\ \ 4000\ \ 9000\ \ 15000\ \ 21000\ \ 28000\ \ 35000)$

$Um\delta := \dfrac{B \cdot \delta}{\mu0}$

$\Phi_1 := B \cdot S_1 \quad \Phi_2 := B \cdot S_2 \quad \Phi_3 := B \cdot S_3 \quad Um_1 := H \cdot L_1 \quad Um_2 := H \cdot L_2 \quad Um_3 := H \cdot L_3$

$Um_{11} := Um_1 + Um\delta \quad Um_{22} := F_2 - Um_2 \quad Um_{33} := F_3 - Um_3$

$St := stack(B, H, Um_{11}, \Phi_1, Um_{22}, \Phi_2, Um_{33}, \Phi_3)$

St =

	1	2	3	4	5	6
1	0	0.73	0.99	1.16	1.29	1.44
2	0	100	200	400	700	$1.5 \cdot 10^3$
3	0	387.458	587.908	849.549	$1.192 \cdot 10^3$	$2.028 \cdot 10^3$
4	0	$2.19 \cdot 10^{-3}$	$2.97 \cdot 10^{-3}$	$3.48 \cdot 10^{-3}$	$3.87 \cdot 10^{-3}$	$4.32 \cdot 10^{-3}$
5	500	466	432	364	262	-10
6	0	$2.373 \cdot 10^{-3}$	$3.217 \cdot 10^{-3}$	$3.77 \cdot 10^{-3}$	$4.192 \cdot 10^{-3}$	$4.68 \cdot 10^{-3}$
7	900	803.05	706.1	512.2	221.35	-554.25
8	0	$2.19 \cdot 10^{-3}$	$2.97 \cdot 10^{-3}$	$3.48 \cdot 10^{-3}$	$3.87 \cdot 10^{-3}$	...

St =

	8	9	10	11	12
1	1.69	1.76	1.81	1.86	1.9
2	$9 \cdot 10^3$	$1.5 \cdot 10^4$	$2.1 \cdot 10^4$	$2.8 \cdot 10^4$	$3.5 \cdot 10^4$
3	$9.402 \cdot 10^3$	$1.525 \cdot 10^4$	$2.109 \cdot 10^4$	$2.79 \cdot 10^4$	$3.471 \cdot 10^4$
4	$5.07 \cdot 10^{-3}$	$5.28 \cdot 10^{-3}$	$5.43 \cdot 10^{-3}$	$5.58 \cdot 10^{-3}$	$5.7 \cdot 10^{-3}$
5	$-2.56 \cdot 10^3$	$-4.6 \cdot 10^3$	$-6.64 \cdot 10^3$	$-9.02 \cdot 10^3$	$-1.14 \cdot 10^4$
6	$5.492 \cdot 10^{-3}$	$5.72 \cdot 10^{-3}$	$5.882 \cdot 10^{-3}$	$6.045 \cdot 10^{-3}$	$6.175 \cdot 10^{-3}$
7	$-7.825 \cdot 10^3$	$-1.364 \cdot 10^4$	$-1.946 \cdot 10^4$	$-2.625 \cdot 10^4$	$-3.303 \cdot 10^4$
8	$5.07 \cdot 10^{-3}$	$5.28 \cdot 10^{-3}$	$5.43 \cdot 10^{-3}$	$5.58 \cdot 10^{-3}$	...

Рисунок 2.25 – Исходные данные и результаты расчетов

$Um_{11} := Um_{11}{}^{T}$ $\quad Um_{22} := \mathrm{reverse}\left(Um_{22}{}^{T}\right)$ $\quad Um_{33} := \mathrm{reverse}\left(Um_{33}{}^{T}\right)$

$\Phi_1 := \Phi_1{}^{T}$ $\quad \Phi_2 := \mathrm{reverse}\left(\Phi_2{}^{T}\right)$ $\quad \Phi_3 := \mathrm{reverse}\left(\Phi_3{}^{T}\right)$

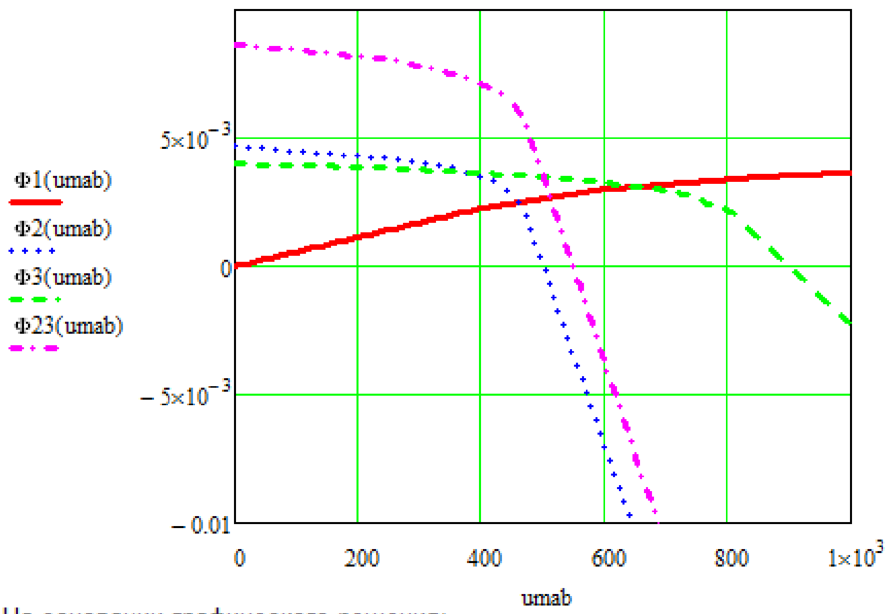
$\Phi 1(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{11}, \Phi_1, umab\right)$

$\Phi 2(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{22}, \Phi_2, umab\right)$

$\Phi 3(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{33}, \Phi_3, umab\right)$

$\Phi 23(umab) := \Phi 2(umab) + \Phi 3(umab)$

$umab := 0, 10 .. 1000$



На основании графического решения:

$umab := 512$ $\quad \Phi 1(umab) = 2.675 \times 10^{-3}$ $\quad \Phi 2(umab) = -8.374 \times 10^{-4}$ $\quad \Phi 3(umab) = 3.48 \times 10^{-3}$

$\Phi 2(umab) + \Phi 3(umab) = 2.643 \times 10^{-3}$

Рисунок 2.26 – Графическое решение системы нелинейных уравнений в системе Mathcad

Различие в результатах численного и графического решения системы нелинейных уравнений магнитной цепи получено на уровне допустимой погрешности.

Пример 4: Решение системы нелинейных уравнений в системе MathCad при других исходных данных

Расчет магнитной цепи, представленной в примере 2, с другими исходными данными в системе MathCad представлен на рисунках 2.27 – 2.29.

$$R_{m\delta} := \frac{\delta}{S_1 \cdot \mu_0} \qquad R_{m\delta} = 1.5915 \times 10^5$$

$$B_2 := \frac{\Phi_2}{S_2} \qquad B_2 = 0.64 \text{ Тл}$$

$$F_2 := I_2 \cdot w_2 \qquad F_2 = 594 \quad \text{А}$$

$$H_m(\Phi, S) := \text{if}\left(\Phi \ge 0, \text{interp}\left(BH, B, H, \frac{|\Phi|}{S}\right), -\text{interp}\left(BH, B, H, \frac{|\Phi|}{S}\right)\right)$$

$$\Phi_1 := 0 \qquad \Phi_3 := 0 \qquad U_{mab} := 0 \qquad I_1 := 2$$

Given

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0$$

$$H_m(\Phi_1, S_1) \cdot l_1 + U_{mab} + R_{m\delta} \cdot \Phi_1 = I_1 \cdot w_1$$

$$H_m(\Phi_2, S_2) \cdot l_2 + U_{mab} = I_2 \cdot w_2$$

$$-H_m(\Phi_3, S_3) \cdot l_3 + U_{mab} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_{1реш} \\ \Phi_{3реш} \\ U_{mabr} \\ I_{1реш} \end{pmatrix} := \text{Find}(\Phi_1, \Phi_3, U_{mab}, I_1)$$

$$\Phi_{1реш} = 1.2306 \times 10^{-3} \text{ Вб} \qquad \Phi_{3реш} = 2.0306 \times 10^{-3} \text{ Вб}$$

$$I_{1реш} = 2.8859 \text{ А} \qquad U_{mabr} = 571.1073 \text{ А}$$

$$B_1 := \frac{\Phi_{1реш}}{S_1} \qquad B_1 = 0.8204 \text{ Тл} \qquad B_3 := \frac{\Phi_{3реш}}{S_3} \qquad B_3 = 1.3537 \text{ Тл}$$

Рисунок 2.27 – Реализация решения примера 2

$ORIGIN := 1$

$n := 12 \qquad k := 1..n$

$B := (0 \;\; 0.73 \;\; 0.99 \;\; 1.16 \;\; 1.29 \;\; 1.44 \;\; 1.59 \;\; 1.69 \;\; 1.76 \;\; 1.81 \;\; 1.86 \;\; 1.9)$

$H := (0 \;\; 100 \;\; 200 \;\; 400 \;\; 700 \;\; 1500 \;\; 4000 \;\; 9000 \;\; 15000 \;\; 21000 \;\; 28000 \;\; 35000)$

$\Phi_1 := B \cdot S_1 \qquad \Phi_2 := B \cdot S_2 \qquad \Phi_3 := B \cdot S_3 \qquad Um\delta := \frac{B \cdot \delta}{\mu_0}$

$Um_1 := H \cdot l_1 \qquad Um_2 := H \cdot l_2 \qquad Um_3 := H \cdot l_3$

$F_1 := I_{1рем} \cdot w_1 \qquad F_1 = 836.9129 \quad A$

$F_2 := I_2 \cdot w_2 \qquad F_2 = 594 \quad A$

$Um_{11} := (-Um)_1 - Um\delta + F_1$

$Um_{22} := F_2 - Um_2$

$Um_{33} := Um_3$

$St := stack(B, H, Um_{11}, \Phi_1, Um_{22}, \Phi_2, Um_{33}, \Phi_3)$

St =

	1	2	3	4	5
1	0	0.73	0.99	1.16	1.29
2	0	100	200	400	700
3	836.9129	603.6683	482.6279	324.1033	116.1581
4	0	$1.095 \cdot 10^{-3}$	$1.485 \cdot 10^{-3}$	$1.74 \cdot 10^{-3}$	$1.935 \cdot 10^{-3}$
5	594	567	540	486	405
6	0	$9.125 \cdot 10^{-4}$	$1.2375 \cdot 10^{-3}$	$1.45 \cdot 10^{-3}$	$1.6125 \cdot 10^{-3}$
7	0	59	118	236	413
8	0	$1.095 \cdot 10^{-3}$	$1.485 \cdot 10^{-3}$	$1.74 \cdot 10^{-3}$	...

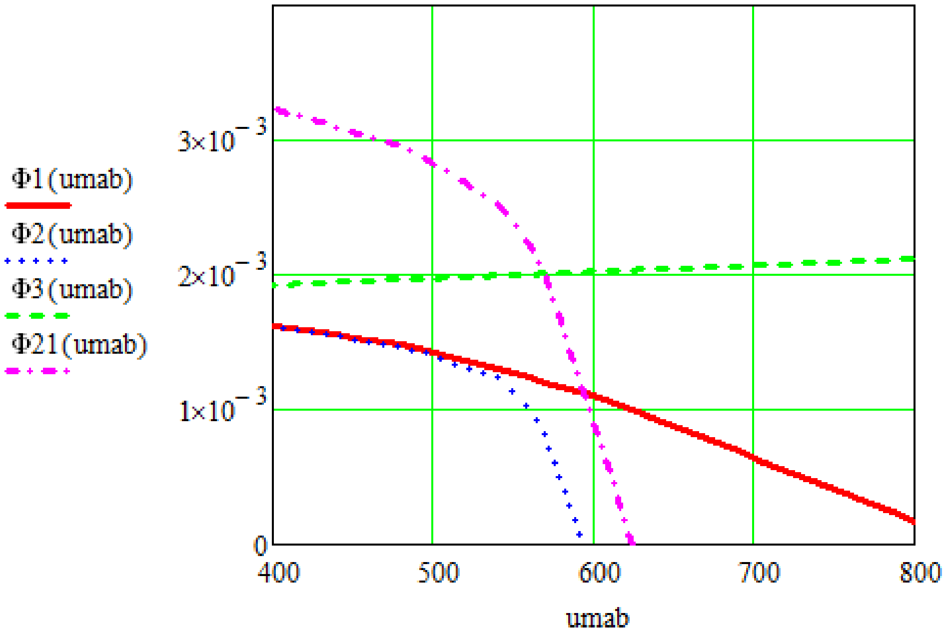
Рисунок 2.28 – Продолжение реализации решения примера 2

$Um_{11} := \mathrm{reverse}\left(Um_{11}{}^{T}\right)$ $\quad Um_{22} := \mathrm{reverse}\left(Um_{22}{}^{T}\right)$ $\quad Um_{33} := Um_{33}{}^{T}$

$\Phi_1 := \mathrm{reverse}\left(\Phi_1{}^{T}\right)$ $\quad \Phi_2 := \mathrm{reverse}\left(\Phi_2{}^{T}\right)$ $\quad \Phi_3 := \Phi_3{}^{T}$

$$\Phi1(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{11}, \Phi_1, umab\right)$$
$$\Phi2(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{22}, \Phi_2, umab\right)$$
$$\Phi3(umab) := \mathrm{linterp}\left(Um_{33}, \Phi_3, umab\right)$$
$$\Phi21(umab) := \Phi2(umab) + \Phi1(umab)$$

$$umab := 0, 10 .. 1000$$



На основании графического решения:

$$umab := 570$$

$\Phi1(umab) = 1.2035 \times 10^{-3}$ $\quad \Phi2(umab) = 8.1111 \times 10^{-4}$ $\quad \Phi3(umab) = 2.0098 \times 10^{-3}$

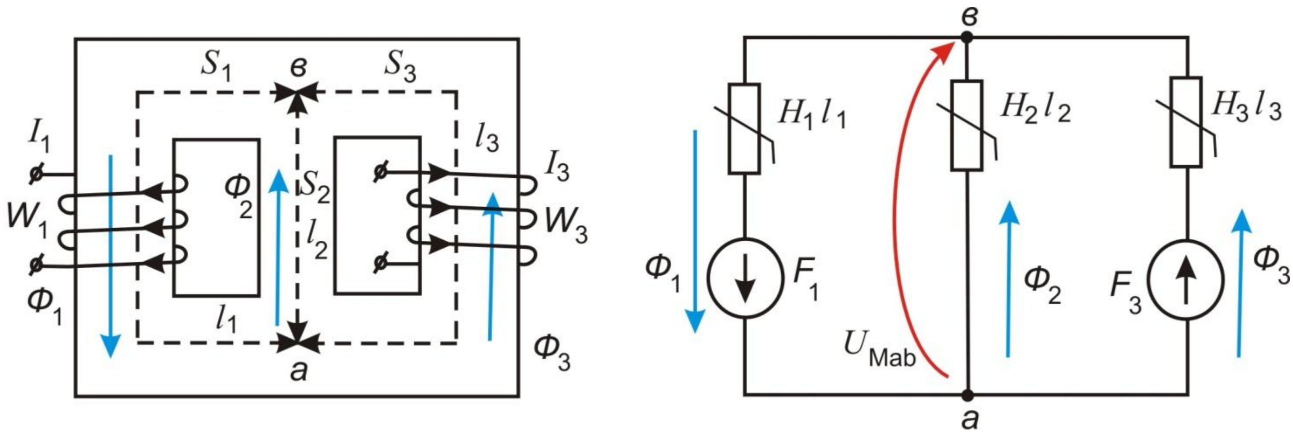
Графическое решение подтвердило результат аналитического.

Рисунок 2.29 – Окончание реализации решения примера 2

2.4 Пример расчета

В магнитной цепи (рисунок 2.30, а) определить магнитные потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3 и намагничивающую силу F_3, если $F_1=I_1W_1=50$ А, $l_1=l_3=20$ см; $l_2=10$ см; $S_1=40$ см^2; $S_2=20$ см^2; $S_3=30$ см^2.

Дополнительное условие: $\Phi_2=\Phi_3$.



а) б)

Рисунок 2.30

Характеристика магнитного материала B(H) задана в таблице 2.10.

Таблица 2.10

B	*Тл*	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
H	*А/м*	0	20	35	54	73	98	118	150	185	235	300	402	610

Решение:

1) Составим схему замещения, рисунок 2.30 б). На схеме замещения обозначим условные положительные направления магнитных потоков и магнитного напряжения между узлами магнитопровода.
2) Составим систему уравнений на основании первого и второго законов Кирхгофа для магнитной цепи:

$$\begin{cases} \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0 \\ U_{Mab} + H_1 l_1 = F_1 \\ U_{Mab} - H_2 l_2 = 0 \\ U_{Mab} - H_3 l_3 = -F_3 \end{cases}$$

Учитывая дополнительное условие Φ_2=Φ_3, первое уравнение системы можно переписать:

$$\begin{cases} \Phi_1 - 2 \cdot \Phi_2 = 0 \\ U_{Mab} = F_1 - H_1 l_1 \\ U_{Mab} = H_2 l_2 \\ U_{Mab} = -F_3 + H_3 l_3 \end{cases}$$

3) По известной кривой намагничивания *B(H*) найдем зависимости $\Phi_1(U_{Mab}); \Phi_2(U_{Mab})$. Учитывая, что *Ф=BS* составим таблицу 2.11.
4) Для графического решения составленной системы уравнений построим на основании второго и третьего уравнений системы графики зависимости, рисунок 2.31: $\Phi_2 = f_2(H_2 l_2)$; $\Phi_1 = f_1(F_1 - H_1 l_1)$.
5) Согласно первому уравнению системы решение будет определяться в точке пересечение кривых $\Phi_1(F_1 - H_1 l_1) = 2 \cdot \Phi_2(H_2 l_2)$. Следовательно, необходимо построить зависимость $2 \cdot \Phi_2(H_2 l_2)$ и найти точку пересечения.

Таблица 2.11

B	*Тл*	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
H	*А/м*	20	35	54	73	98	118	150	185	235	300	402	610
$\Phi_2=BS_2$	$Вб\cdot10^{-4}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$\Phi_3=BS_3$	$Вб\cdot10^{-4}$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
H_2l_2	*А*	2	3,5	5,4	7,3	9,8	11,8	15	18,5	23,5	30	40,2	61
H_1l_1	*А*	4	7	10,8	14,6	19,6	23,6	30	37	47	60	80,4	122
$\Phi_1=BS_1$	$Вб\cdot10^{-4}$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
$F_1-H_1l_1$	*А*	46	43	39,2	35,4	30,4	26,4	20	13	3	-10	-30,4	-72

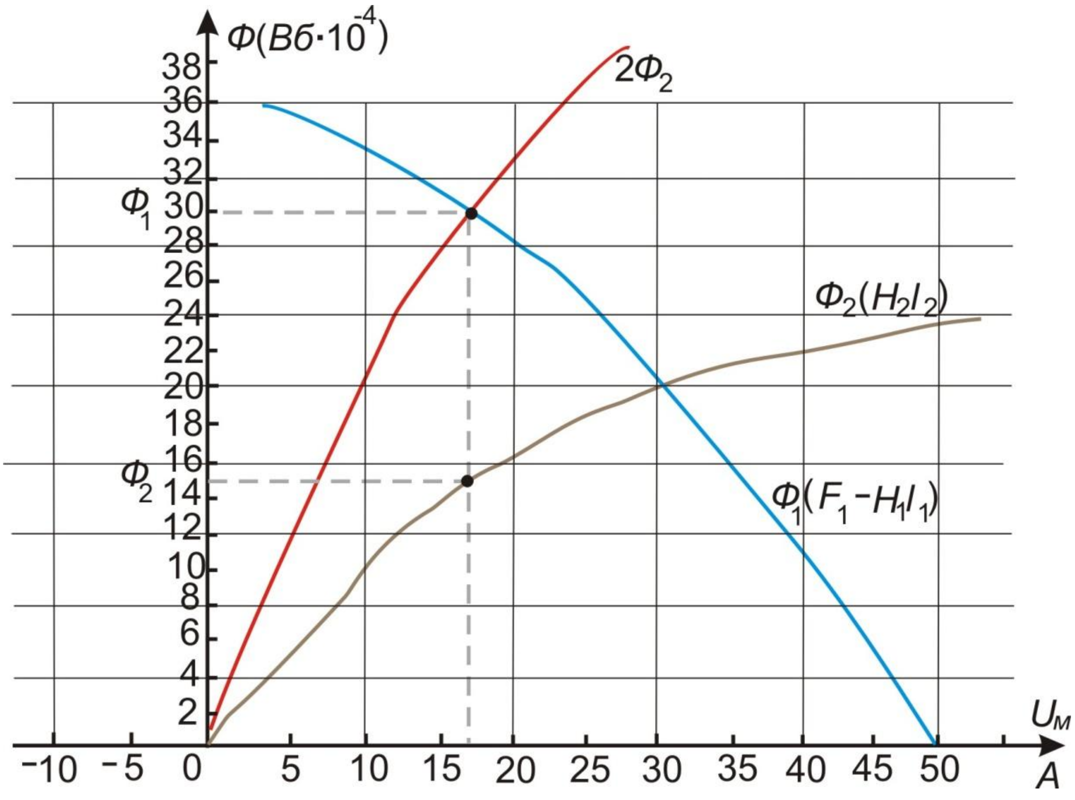


Рисунок 2.31 – Графическое решение системы уравнений

Из графика определяем:

$$Ф_1 = 30 \cdot 10^{-4}\ Вб; Ф_2 = Ф_3 = 15 \cdot 10^{-4}\ Вб;\ U_{Mab} = H_2 l_2 = 17\ A.$$

6) Для определения F_3 найдем:

$$B_3 = \frac{Ф_3}{S_3} = \frac{15 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 0{,}5 \cdot Тл\ .$$

По кривой намагничивания *B(H)* получим H_3=98 А/м=0,98 А/см.

$$H_3 l_3 = 98 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 19{,}6\ \text{А}.$$

$F_3 = I_3 W_3$ найдем из четвертого уравнения системы:

$$I_3 W_3 = H_3 l_3 - U_{Mab} = 19{,}6 - 17 = 2{,}6\, A\,.$$

Ответ: $Ф_1 = 30 \cdot 10^{-4}\ Вб;\ Ф_2 = Ф_3 = 15 \cdot 10^{-4}\ Вб;\ F_3 = I_3 W_3 = 2{,}6\ A\,.$

7) Выполним проверку, решив систему уравнений в MathCad, рисунок 2.32.

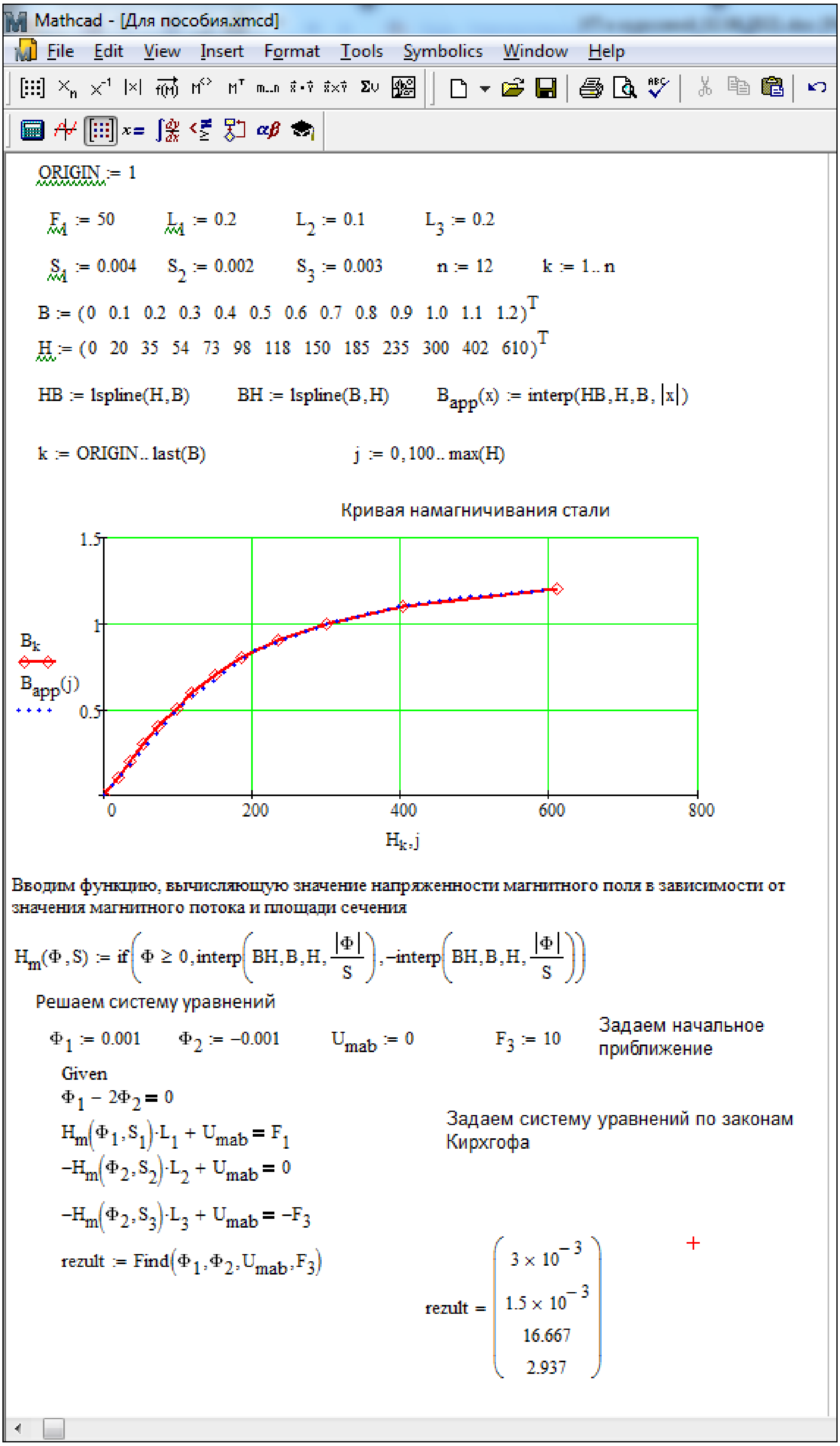


Рисунок 2.32 – Реализация решения в MathCad

3 Исследование трехфазной цепи со статической нагрузкой

3.1 Задание № 2

Для указанных в таблице 3.1 схем соединения и режимов работы трехфазной цепи (ТФЦ) с заданной симметричной системой напряжений на входе выполнить следующее:

1) рассчитать все токи;

2) проверить баланс активной, реактивной и полной комплексной мощностей;

3) построить векторную диаграмму токов и напряжений;

4) исследовать модель трехфазной цепи в симуляторе работы электрической цепи, указанном преподавателем. Измерить значения токов и сравнить их с действующими значениями токов, рассчитанными в пункте 1.

Обмотки генератора соединены звездой. Известны фазное напряжение генератора $U_{фг}$, сопротивления фаз нагрузки.

Параметры схемы выбираются из таблицы 3.2 по варианту, установленному преподавателем.

Таблица 3.1 - Схемы соединения и режимы работы трехфазной цепи

№	**Схема соединения нагрузки**	**Характеристика режима работы**
1	Звезда с нулевым проводом	Полнофазный режим, сопротивления фаз нагрузки $\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$, $\underline{Z}_C$ (рисунок 3.1 а)
2	Звезда с нулевым проводом	Аварийный режим, обрыв линейного провода в указанной фазе
3	Звезда	Полнофазный режим, сопротивления фаз нагрузки $\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$, $\underline{Z}_C$ (рисунок 3.1 б)
4	Звезда	Аварийный режим, обрыв линейного провода в указанной фазе
5	Звезда	Аварийный режим, короткое замыкание в указанной фазе сопротивления нагрузки

Продолжение таблицы 3.1

№	Схема соединения нагрузки	Характеристика режима работы
6	Треугольник	Полнофазный режим, сопротивления фаз нагрузки $\underline{Z}_{ab}$, $\underline{Z}_{bc}$, $\underline{Z}_{ca}$ (рисунок 3.1 в)
7	Треугольник	Аварийный режим, обрыв линейного провода в указанной фазе
8	Треугольник	Аварийный режим, обрыв указанной фазы нагрузки

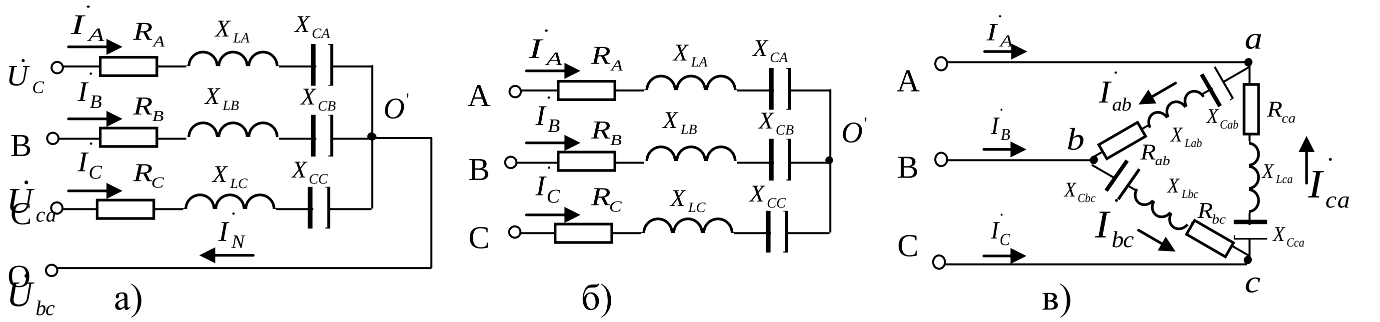


Рисунок 3.1 – Схемы соединения

$\dot{U}_{ab}$

Таблица 3.2 – Параметры схем

Вариант	Фазное напряжение генератора	Сопротивления фаз									Обрыв линейного провода (к.з. фазы)	Обрыв фазы нагрузки (для схемы треугольник)
		Фаза А (ав)			Фаза В (вс)			Фаза С (са)				
	$U_{фг}$	R_A	X_{LA}	X_{CA}	R_B	X_{LB}	X_{CB}	R_C	X_{LC}	X_{CC}		
	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом		
1	127	25	10	-	30	20	-	10	-	5	Aa	ab
2	220	30	-	20	45	-	-		10	-	Bb	bc
3	380	-	30	-	50	50	10	25	-	5	Cc	ca
4	127	55	40	-	60	-	-	25	5	20	Aa	ca
5	220	40	-	50	55	60	-	20	-	-	Bb	ab
6	380	30	40	20	-	30	-	20	10	-	Cc	bc
7	127	25	-	-	30	-	40	10	15	30	Aa	bc
8	220	-	-	60	70	80	-	40		50	Bb	ca
9	380	10	20	-	25	30		15	10	-	Cc	ab
10	127	25	5	20	30	-	20	-	-	25	Aa	ab
11	220	25	15	-	35	-	-	15	-	10	Bb	bc

$\dot{I}_{ca}$

$\dot{I}_C$

Продолжение таблицы 3.2

Вариант	Фазное напряжение генератора	Сопротивления фаз									Обрыв линейного провода (к.з. фазы)	Обрыв фазы нагрузки (для схемы треугольник)
		Фаза А (ав)			Фаза В (вс)			Фаза С (са)				
12	380	55	45	-	45	55	25	20	-	20	Cc	ca
13	127	20	-	10	30	20		10	30	10	Aa	ca
14	220	30	-	-	40	30	-	15	-	20	Bb	ab
15	380	40	50	20	50	-	40	-	35	-	Cc	bc
16	127	70	-	85	55	65	-	75	-	-	Aa	bc
17	220	45	-	-	30	30	-	20	-	10	Bb	ca
18	380	50	40	10	60	-	60	25	-	-	Cc	ab
19	127	60	-	-	-	50	-	25	10	-	Aa	ab
20	220	55	60	-	50	-	30	25	15	-	Bb	Bc
21	380	-	30	-	20	40	-	30	-	-	Cc	ca
22	127	30	30	-	45	-	-	30	-	20	Aa	ca
23	220	50	-	40	40	50	20	-	35	-	Bb	ab
24	380	70	50	-	30	-	45	35	-	-	Cc	bc
25	127	-	-	20	20	30	-	40	-	50	Aa	bc
26	220	35	-	-	50	-	40	40	30	10	Bb	ca
27	380	45	55	20	30	-	50	50	40	-	Cc	ab
28	127	80	85	20	60	-	-	-	75	-	Aa	ab
29	220	40	30	-	45	-	25	-	-	45	Bb	bc
30	380	50	-	40	45	50	-	75	-	-	Cc	ca
31	127	25	10	-	30	20	-	10	-	5	Aa	ca
32	220	30	-	20	45	-	-		10	-	Bb	ab
33	380	-	30	-	50	50	10	25	-	5	Cc	bc
34	127	55	40	-	60	-	-	25	5	20	Aa	bc
35	220	40	-	50	55	60	-	45	-	-	Bb	ca
36	380	30	40	20	-	30	-	45	10	-	Cc	ab
37	127	25	-	-	30	-	40	30	15	20	Aa	ab

Продолжение таблицы 3.2

Вариант	Фазное напряжение генератора	Сопротивления фаз									Обрыв линейного провода (к.з. фазы)	Обрыв фазы нагрузки (для схемы треугольник)
		Фаза А (ав)			Фаза В (вс)			Фаза С (са)				
38	220	-	-	60	70	80	-	45		20	Bb	bc
39	380	10	20	-	25	30		50	10	-	Cc	ca
40	127	25	5	50	30	-	20	60	-	40	Aa	ca
41	220	25	15	-	35	-	-	55		-	Bb	ab
42	380	55	45	60	45	55	25	20		20	Cc	bc
43	127	20	-	30	30	20		10	30	-	Aa	bc
44	220	30	-	-	40	30	-	15	-	-	Bb	ca
45	380	40	50	80	50	-	40	-	35	50	Cc	ab
46	127	25	25	20	30	-	20	-	-	25	Aa	ab
47	220	25	25	-	35	-	-	15		10	Bb	bc
48	380	55	30	-	45	55	25	20		20	Cc	ca
49	127	30	30	10	30	20	10	10	30	10	Aa	ca
50	220	35	-	-	40	30	20	15	-	20	Bb	ab
51	380	45	35	20	50	-	10	-	35	-	Cc	bc
52	127	30	40	85	55	65	20	75	-	-	Aa	bc
53	220	40	40	-	30	30	-	20	-	10	Bb	ca
54	380	50	25	10	60	-	-	25	-	-	Cc	ab
55	127	55	-	-	-	50	10	25	10	-	Aa	ab
56	220	60	50	-	35	-	30	25	15	-	Bb	bc
57	380	30	20	-	40	40	-	30	-	-	Cc	ca
58	127	30	45	-	40	-	-	30	-	40	Aa	ca
59	220	-	40	40	50	50	20	-	35	40	Bb	ab
60	380	50	30	-	35	-	45	35	-	50	Cc	bc
61	127	-	20	20	40	30	-	40	-	-	Aa	bc
62	220	-	50	-	50	-	40	40	30	-	Bb	ca
63	380	55	30	20	30	-	50	50	40	75	Cc	ab

Продолжение таблицы 3.2

Вариант	Фазное напряжение генератора	Сопротивления фаз									Обрыв линейного провода (к.з. фазы)	Обрыв фазы нагрузки (для схемы треугольник)
		Фаза А (ав)			Фаза В (вс)			Фаза С (са)				
64	127	85	60	20	60	-	-	-	75	25	Aa	ab
65	220	30	45	-	45	-	25	-	-	25	Bb	bc
66	380	-	-	40	45	50	-	75	-	-	Cc	ca
67	127	-	-	-	-	50	-	25	10	-	Aa	ca
68	220	65	60	-	55	-	35	25	15	-	Bb	ab
69	380	-	35	-	20	40	-	35	-	-	Cc	bc
70	127	-	30	-	50	50	10	25	-	5	Aa	bc
71	220	-	-	60	70	80	-	40		50	Bb	ca
72	380	10	20	-	25	30		15	10	-	Cc	ab
73	127	20	-	10	30	20		10	30	10	Aa	ab
74	220	25	15	-	35	-	-	15		10	Bb	bc
75	380	25	5	20	30	-	20	-	-	25	Cc	ca
76	127	25	-	-	30	-	40	10	15	30	Aa	ca
77	220	50	40	10	60	-	60	25	-	-	Bb	ab
78	380	55	40	-	60	-	-	25	5	20	Cc	bc
79	127	40	-	50	55	60	-	20	-	-	Aa	bc
80	220	70	-	85	55	65	-	75	-	-	Bb	ca
81	380	40	50	20	50	-	40	-	35	-	Cc	ab
82	127	30	-	20	45	-	-		10	-	Aa	ab
83	220	55	45	-	45	55	25	20		20	Bb	bc
84	380	30	-	-	40	30	-	15	-	20	Cc	ca
85	127	29	20	-	35	27	-	10	-	15	Aa	ca
86	220	45	-	-	30	30	-	20	-	10	Bb	ab
87	380	30	40	20	-	30	-	20	10	-	Cc	bc
88	127	60	-	-	-	50	-	25	10	-	Aa	bc
89	220	25	30	-	20	-	30	-	20	-	Bb	ca

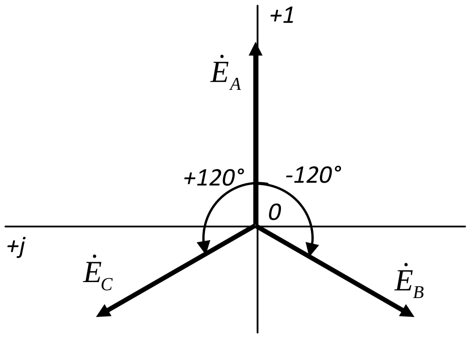
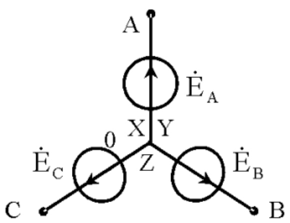
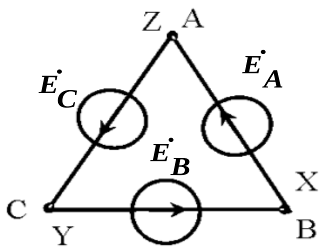
Продолжение таблицы 3.2

Вариант	Фазное напряжение генератора	Сопротивления фаз									Обрыв линейного провода (к.з. фазы)	Обрыв фазы нагрузки (для схемы треугольник)
		Фаза А (ав)			Фаза В (вс)			Фаза С (са)				
90	380	30	30	-	50	-	30	-	50	-	Cc	ab
91	127	30	-	20	20	-	-	20	20	-	Aa	ab
92	220	30	-	60	70	-	-	60	70	-	Bb	bc
93	380	10	20	-	25	10	20	-	25	10	Cc	ca
94	127	-	10	-	30	25	10	-	30	25	Aa	ca
95	220	25	5	50	30	25	5	50	30	25	Bb	ab
96	380	-	-	-	30	25	-	-	30	25	Cc	bc
97	127	30	40	20	-	30	40	20	-	30	Aa	bc
98	220	-	30	-	45	30	30	-	45	30	Bb	ca
99	380	30	-	20	45	30	-	20	45	30	Cc	ab
100	127	35	-	-	50	35	-	-	50	35	Aa	ab

3.2 Основные теоретические сведения о трехфазных цепях

Основные понятия и определения в ТФЦ представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Основные определения в трехфазных цепях

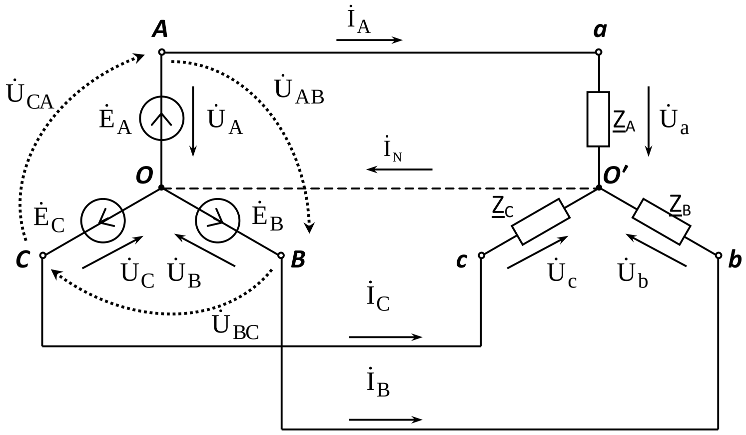
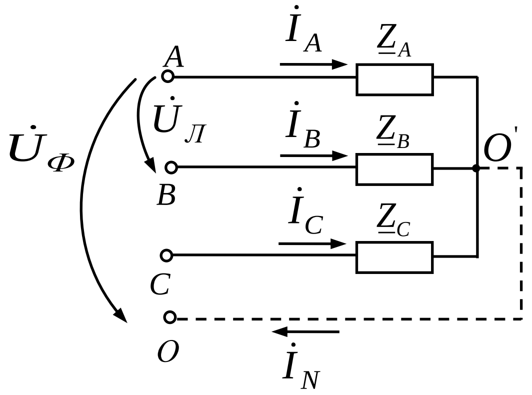
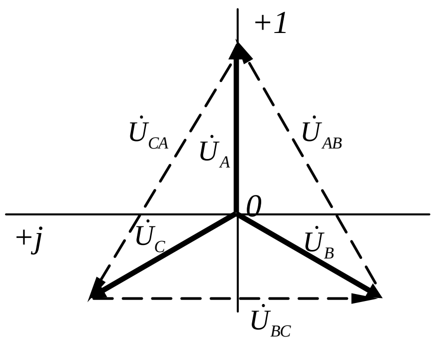
Основные понятия	**Определение**
Трехфазная цепь	Совокупность трех электрических цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые по фазе относительно друг друга на определенный угол.
Трёхфазная система ЭДС (напряжений, токов)	Совокупность ЭДС (напряжений, токов) в трехфазных цепях.
Трёхфазная симметричная система ЭДС (напряжений, токов)	Совокупность трёх синусоидальных ЭДС (напряжений, токов) одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по фазе на 120°.
Мгновенные значения симметричной системы трёхфазных ЭДС	$\begin{cases} e_A = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ e_B = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 120^\circ) \\ e_C = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 240^\circ) = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 120^\circ). \end{cases}$
Комплексные действующие значения симметричной системы трёхфазных ЭДС	$\dot{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 0^\circ}$ $\dot{E}_B = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}$ $\dot{E}_C = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 120^\circ}$ 
Главное свойство симметричной системы ЭДС (напряжений, токов)	$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$
Основные схемы соединения обмоток генераторов и нагрузки в трехфазных цепях	Звезда и треугольник  

Продолжение таблицы 3.3

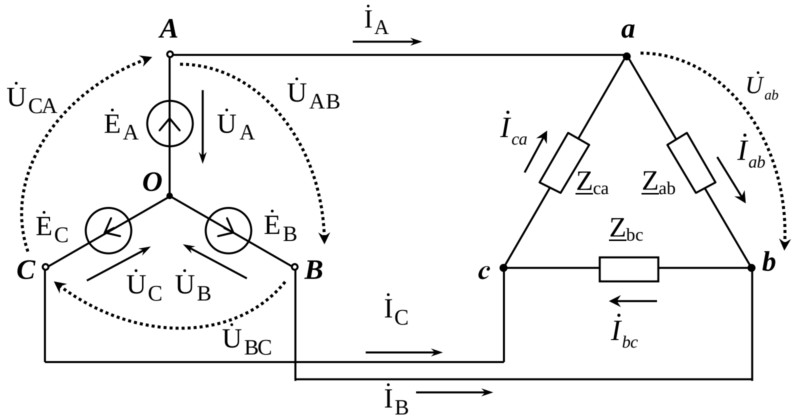
Основные понятия	Определение
Фаза	Участок цепи, по которому протекает один и тот же ток. Каждую обмотку генератора называют *фазой генератора*, напряжения на них – *фазными напряжениями генератора*, токи в них – *фазными токами генератора*. Каждую нагрузку называют *фазой нагрузки*, напряжения на них – *фазными напряжениями нагрузки*, токи в них – *фазными токами нагрузки.*
Линейные провода	Провода, соединяющие генератор и нагрузку. Токи, текущие по линейным проводам называются *линейными токами*.
Линейное напряжение	Это напряжение между линейными проводами.
Нулевой или нейтральный провод	Провод, соединяющий нулевые точки генератора и нагрузки. Ток в нем называется *током нулевого провода*.
Смещение нейтрали	Напряжение между нулевыми точками нагрузки и генератора.
Прямое чередование фаз	A B C
Обратное чередование фаз	A C B
Симметричная трехфазная нагрузка	Трехфазная нагрузка, у которой комплексные сопротивления всех фаз одинаковы.
Симметричный режим работы трехфазной цепи	Режим работы трехфазной цепи, при котором трехфазные системы напряжений и токов симметричны. Имеет место в цепях, у которых: 1. Система напряжений на входе симметрична; 2. Комплексные сопротивления всех фаз одинаковы $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$.

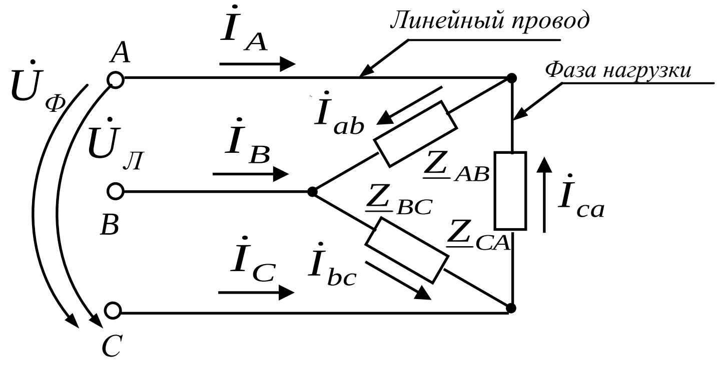
В таблице 3.4 показаны напряжения и токи в трехфазных цепях.

Таблица 3.4 – Напряжения и токи в трехфазных цепях при различных схемах соединения нагрузки

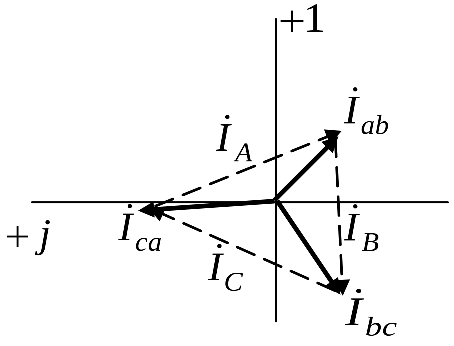
Схема	Напряжения и токи
Схемы соединения «звезда - звезда» и «звезда – звезда с нулевым проводом»	
 	*Напряжения:* - фазные напряжения генератора $\dot{U}_A,\ \dot{U}_B,\ \dot{U}_C;$ - фазные напряжения нагрузки $\dot{U}_a,\ \dot{U}_b,\ \dot{U}_c$; - линейные напряжения генератора $\dot{U}_{AB},\ \dot{U}_{BC},\ \dot{U}_{CA};$ - линейные напряжения нагрузки $\dot{U}_{ab},\ \dot{U}_{bc},\ \dot{U}_{ca};$ - смещение нейтрали $\dot{U}_{o'o}$; - падения напряжения в линии $\dot{U}_{Aa},\ \dot{U}_{Bb},\ \dot{U}_{Cc}.$ *Токи:* - фазные (линейные) токи $\dot{I}_A,\ \dot{I}_B,\ \dot{I}_C$; - ток нулевого провода $\dot{I}_N$.
Соотношения между фазными и линейными величинами (для звезды) 	$\dot{I}_Л = \dot{I}_Ф$ $\boxed{U_Л = \sqrt{3}U_Ф \text{ – для симметричной системы напряжений}}$ $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$ $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$ $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$

Продолжение таблицы 3.4

<table>
<tr><th>Схема</th><th>Напряжения и токи</th></tr>
<tr><td colspan="2">Схема ТФЦ при соединении нагрузки треугольником</td></tr>
<tr><td>




</td><td>
Напряжения:
- линейные напряжения генератора
$\dot U_{AB},\ \dot U_{BC},\ \dot U_{CA};$
- линейные (фазные) напряжения нагрузки
$\dot U_{ab},\ \dot U_{bc},\ \dot U_{ca}$;
- падения напряжения в линии
$\dot U_{Aa},\ \dot U_{Bb},\ \dot U_{Cc}.$

Токи:
- линейные токи
$\dot I_A,\ \dot I_B,\ \dot I_C$;
- фазные токи нагрузки
$\dot I_{ab},\ \dot I_{bc},\ \dot I_{ca}$.
</td></tr>
<tr><td>
Соотношения между фазными и линейными величинами (для треугольника)


</td><td>
$\dot U_Ф = \dot U_Л$

$\boxed{I_Л = \sqrt{3} I_Ф \text{ – для симметричной системы токов}}$

$\dot I_A = \dot I_{ab} - \dot I_{ca}$
$\dot I_B = \dot I_{bc} - \dot I_{ab}$
$\dot I_C = \dot I_{ca} - \dot I_{bc}$
</td></tr>
</table>

3.3 Основные формулы и алгоритмы расчета для трехфазных цепей

Основные формулы и алгоритмы расчета ТФЦ представлены в таблицах 3.5 – 3.8

Таблица 3.5 Расчетные соотношения для ТФЦ при соединении нагрузки звездой и звездой с нулевым проводом

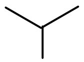
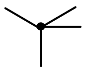
Схема соединения нагрузки	Характе-ристика схемы	Режим работы схемы	Смещение нейтрали	Фазный и линейный токи	Ток нулевого провода
Звезда 	-	симметричный	$\dot{U}_{O`O}=0$	$\dot{I}_{ф}=\dot{I}_{л}=\frac{\dot{U}_{фг}}{\underline{Z}_{ф}}$, $\underline{Z}_{ф}=\underline{Z}_{фг}+\underline{Z}_{л}+\underline{Z}_{фн}$	-
	-	несимметричный	$\dot{U}_{O`O}=\frac{\dot{U}_{A}\cdot\underline{Y}_{A}+\dot{U}_{B}\cdot\underline{Y}_{B}+\dot{U}_{C}\cdot\underline{Y}_{C}}{\underline{Y}_{A}+\underline{Y}_{B}+\underline{Y}_{C}}$	$\dot{I}_{ф}=\dot{I}_{л}=\frac{\dot{U}_{фг}-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_{ф}}$	-
Звезда с нулевым проводом 	$\underline{Z}_{N}=0$	симметричный	$\dot{U}_{O`O}=0$	$\dot{I}_{ф}=\dot{I}_{л}=\frac{\dot{U}_{фг}}{\underline{Z}_{ф}}$	$\dot{I}_{N}=0$
		несимметричный			$\dot{I}_{N}=\dot{I}_{A}+\dot{I}_{B}+\dot{I}_{C}$
	$\underline{Z}_{N}\neq 0$	симметричный	$\dot{U}_{O`O}=0$	$\dot{I}_{ф}=\dot{I}_{л}=\frac{\dot{U}_{фг}}{\underline{Z}_{ф}}$	$\dot{I}_{N}=0$
		несимметричный	$\dot{U}_{O`O}=\frac{\dot{U}_{A}\cdot\underline{Y}_{A}+\dot{U}_{B}\cdot\underline{Y}_{B}+\dot{U}_{C}\cdot\underline{Y}_{C}}{\underline{Y}_{A}+\underline{Y}_{B}+\underline{Y}_{C}+\underline{Y}_{N}}$	$\dot{I}_{ф}=\dot{I}_{л}=\frac{\dot{U}_{фг}-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_{ф}}$	$\dot{I}_{N}=\dot{I}_{A}+\dot{I}_{B}+\dot{I}_{C}$

Таблица 3.6 - Расчетные соотношения для трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником

Схема соединения нагрузки	**Характер. схемы**	**Фазный ток**	**Линейные токи**
Треуголь- ник △	$\underline{Z}_л = 0$	$\dot{I}_{фн} = \dfrac{\dot{U}_{лг}}{\underline{Z}_{фн}}$	$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$; $\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$; $\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$. При симметричном режиме работы $I_л = \sqrt{3} \cdot I_ф$
	$\underline{Z}_л \neq 0$	При наличии сопротивления в линии применяют следующий алгоритм расчёта: 1) Преобразуют треугольник сопротивлений нагрузки в эквивалентную звезду $\underline{Z}_a = \dfrac{\underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$, $\underline{Z}_b = \dfrac{\underline{Z}_{bc}\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$, $\underline{Z}_c = \dfrac{\underline{Z}_{ca}\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$. Для симметричной нагрузки $\underline{Z}_Y = \dfrac{\underline{Z}_\Delta}{3}$. 2) В преобразованной схеме с нагрузкой, соединённой звездой, рассчитывают фазные (линейные) токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$ (см. расчётные формулы в таблице 3.5); 3) Определяют комплексные потенциалы $\dot{\varphi}_a$, $\dot{\varphi}_b$, $\dot{\varphi}_c$ точек *a, b, c*, к которым присоединен треугольник сопротивлений нагрузки $\dot{\varphi}_a = \dot{U}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_Л$, $\dot{\varphi}_b = \dot{U}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_Л$, $\dot{\varphi}_c = \dot{U}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_Л$. Рассчитывают фазные токи в нагрузке $\dot{I}_{ab} = \dfrac{\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b}{\underline{Z}_{ab}}$; $\dot{I}_{bc} = \dfrac{\dot{\varphi}_b - \dot{\varphi}_c}{\underline{Z}_{bc}}$; $\dot{I}_{ca} = \dfrac{\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_a}{\underline{Z}_{ca}}$. Для симметричной нагрузки $I_{фн} = \dfrac{I_л}{\sqrt{3}}$.	

Таблица 3.7 – Векторные диаграммы для основных схем трехфазной цепи

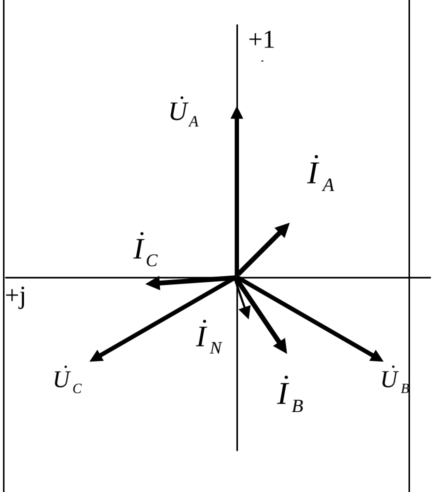
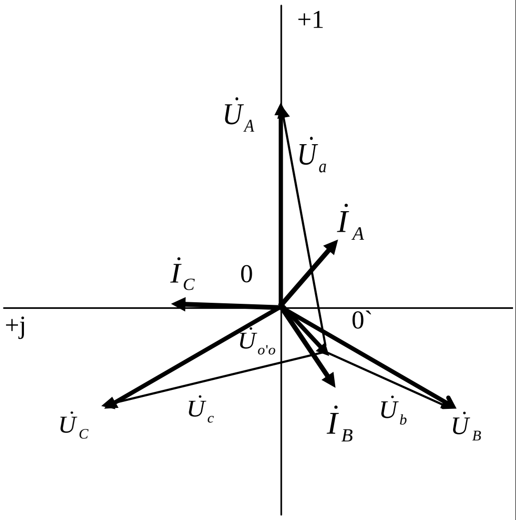
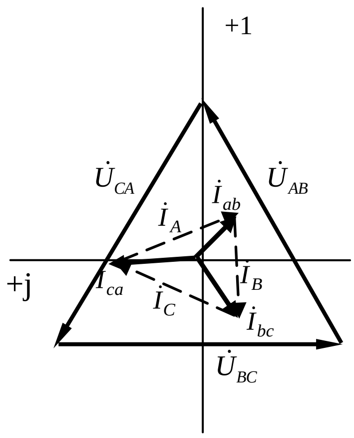
<table>
<tr><th colspan="3">Схема соединения нагрузки</th></tr>
<tr><th>Звезда с нулевым проводом (Z_N = 0)</th><th>Звезда</th><th>Треугольник ($Z_Л$ = 0)</th></tr>
<tr>
<td>Порядок построения векторной диаграммы :
1) фазные напряжения генератора
$\dot U_A, \dot U_B, \dot U_C$;
2) фазные токи
$\dot I_A,\ \dot I_B,\ \dot I_C$;
3) ток нулевого провода (строится как сумма фазных токов)
$\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C$.</td>
<td>Порядок построения векторной диаграммы (для несимметричного режима):
1) фазные напряжения генератора $\dot U_A, \dot U_B, \dot U_C$;
2) смещение нейтрали $\dot U_{O`O}$;
3) фазные напряжения нагрузки
$\dot U_a = \dot U_A - \dot U_{O'O}$, $\dot U_b = \dot U_B - \dot U_{O'O}$, $\dot U_c = \dot U_C - \dot U_{O'O}$;
4) фазные токи $\dot I_A,\ \dot I_B,\ \dot I_C$.</td>
<td>Порядок построения векторной диаграммы
1)линейные напряжения генератора
$\dot U_{AB}, \dot U_{BC}, \dot U_{CA}$;
2) фазные токи нагрузки $\dot I_{ab},\ \dot I_{bc},\ \dot I_{ca}$;
3) линейные токи (как разность соответствующих фазных токов)
$$\dot I_A = \dot I_{ab} - \dot I_{ca}$$ $$\dot I_B = \dot I_{bc} - \dot I_{ab}$$ $$\dot I_C = \dot I_{ca} - \dot I_{bc}$$.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Таблица 3.8 – Расчет мощностей трехфазной цепи

Симметричный режим работы
Активная мощность $P = 3\cdot P_ф = 3\cdot U_ф \cdot I_ф \cdot \cos\varphi_ф = \sqrt{3}\cdot U_л \cdot I_л \cdot \cos\varphi_ф$, [Вт] где $\varphi_ф = \varphi_{Uф} - \varphi_{Iф}$ Реактивная мощность $Q = 3\cdot Q_ф = 3\cdot U_ф \cdot I_ф \cdot \sin\varphi_ф = \sqrt{3}\cdot U_л \cdot I_л \cdot \sin\varphi_ф$, [Вар]. Полная мощность $S = 3\cdot U_ф \cdot I_ф = \sqrt{3}\cdot U_л \cdot I_л$, [ВА] $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.
Несимметричный режим работы
Активная мощность $P = P_A + P_B + P_C = U_A \cdot I_A \cdot \cos\varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos\varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos\varphi_C$, [Вт] или $P = \mathrm{Re}(\dot{U}_A \cdot \overset{*}{I}_A) + \mathrm{Re}(\dot{U}_B \cdot \overset{*}{I}_B) + \mathrm{Re}(\dot{U}_C \cdot \overset{*}{I}_C)$, [Вт]. Реактивная мощность $Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A \cdot I_A \cdot \sin\varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \sin\varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \sin\varphi_C$, [Вар] или $Q = \mathrm{Im}(\dot{U}_A \cdot \overset{*}{I}_A) + \mathrm{Im}(\dot{U}_B \cdot \overset{*}{I}_B) + \mathrm{Im}(\dot{U}_C \cdot \overset{*}{I}_C)$, [Вар]. Полная мощность $S = S_A + S_B + S_C = U_A \cdot I_A + U_B \cdot I_B + U_C \cdot I_C$, [ВА] $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Полная комплексная мощность $\tilde{S} = \dot{U}_A \cdot \overset{*}{I}_A + \dot{U}_B \cdot \overset{*}{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overset{*}{I}_C$, [ВА].
Баланс полной комплексной мощности
$\tilde{S}_{ист} = \tilde{S}_{потр}$ $\tilde{S}_{ист} = \dot{U}_A \cdot \overset{*}{I}_A + \dot{U}_B \cdot \overset{*}{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overset{*}{I}_C$ или $\tilde{S}_{ист} = \dot{U}_{AB} \cdot \overset{*}{I}_{AB} + \dot{U}_{BC} \cdot \overset{*}{I}_{BC} + \dot{U}_{CA} \cdot \overset{*}{I}_{CA}$ $\tilde{S}_{потр} = \lvert \dot{I}_A \rvert^2 \cdot \underline{z}_A + \lvert \dot{I}_B \rvert^2 \cdot \underline{z}_B + \lvert \dot{I}_C \rvert^2 \cdot \underline{z}_C$ или $\tilde{S}_{потр} = \lvert \dot{I}_{ab} \rvert^2 \cdot \underline{Z}_{ab} + \lvert \dot{I}_{bc} \rvert^2 \cdot \underline{Z}_{bc} + \lvert \dot{I}_{ca} \rvert^2 \cdot \underline{Z}_{ca}$

3.4 Примеры расчета схем трехфазной цепи

Исходные данные: $U_{фг}$ = 1000 В;

R_A = 100 Ом; X_{LA} = 100 Ом;

R_B = 100 Ом; X_{LB} = 100 Ом; X_{CB} = 50 Ом;

R_C = 100 Ом; X_{LC} = 100 Ом; X_{CC} = 50 Ом.

3.4.1 Схема нагрузки – «Звезда с нулевым проводом» (несимметричный режим)

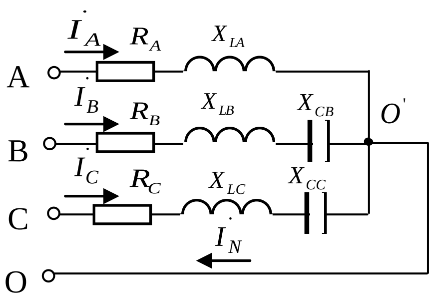


Рисунок 3.2

При соединении нагрузки звездой с нулевым проводом (рисунок 3.2) фазы нагрузки работают независимо друг от друга и включены на фазные напряжения генератора:

$$\dot U_A = 1000 \cdot e^{j\cdot 0^\circ} B;\ \dot U_B = 1000 \cdot e^{-j\cdot 120^\circ} B;\ \dot U_C = 1000 \cdot e^{j\cdot 120^\circ} B.$$

Сопротивления фаз:

$\underline{Z}_A = R_A + j\,X_{LA}$ =100 + 100j Ом;

$\underline{Z}_B = R_B + j\,X_{LB} - j\,X_{CB}$ =100 + 100j – 50j = 100 + 50j Ом;

$\underline{Z}_C = R_C + j\,X_{LC} - j\,X_{CC}$ =100 + 100j – 50j = 100 + 50j Ом.

Фазные токи равны линейным токам и определяются как

$$\dot I_Ф = \dot I_Л = \frac{\dot U_{ФГ}}{\underline{Z}_Ф}.$$

$$\dot I_A = \frac{\dot U_A}{\underline{Z}_A} = \frac{1000}{100+100j} = 7{,}0771 e^{-j45^o} A\ ;$$

$$\dot I_B = \frac{\dot U_B}{\underline{Z}_B} = \frac{1000 e^{-j120^o}}{100+50j} = 8{,}944 e^{-j146{,}565^o} A;$$

$$\dot I_C = \frac{\dot U_C}{\underline{Z}_C} = \frac{1000 e^{j120^o}}{100+50j} = 8{,}944 e^{j93{,}435^o} A\ .$$

Ток нулевого провода равен сумме токов всех фаз:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3{,}162 e^{-j161{,}565^o} A \ .$$

Баланс полной комлексной мощности:

– мощность источника

$$\overline{S}_{ucm} = \dot{U}_A \cdot \overline{I}_A + \dot{U}_B \cdot \overline{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overline{I}_C = 1000 \cdot 7{,}0771 e^{j45^o} +$$
$$+1000 e^{-j120^o} \cdot 8{,}944 e^{j146{,}565^o} + 1000 e^{j120^o} \cdot 8{,}944 e^{-j93{,}435^o} = 21000 + 13000 j \ BA \ ;$$

– мощность потребителей

$$\overline{S}_{nomp} = |\dot{I}_A|^2 \cdot \underline{z}_A + |\dot{I}_B|^2 \cdot \underline{z}_B + |\dot{I}_C|^2 \cdot \underline{z}_C = 7{,}0771^2 \cdot (100 + 100 j) +$$
$$+ 8{,}944^2 \cdot (100 + 50 j) + 8{,}944^2 \cdot (100 + 50 j) = 21000 + 13000 j \ BA \ .$$

$$\overline{S}_{ucm} = \overline{S}_{nomp} \ .$$

Вывод: баланс мощности сошелся, следовательно, токи рассчитаны верно.

Порядок построения векторной диаграммы (рисунок 3.3):

- фазные напряжения генератора $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$;

- фазные токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$;

- ток нулевого провода (строится как сумма фазных токов) $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$.

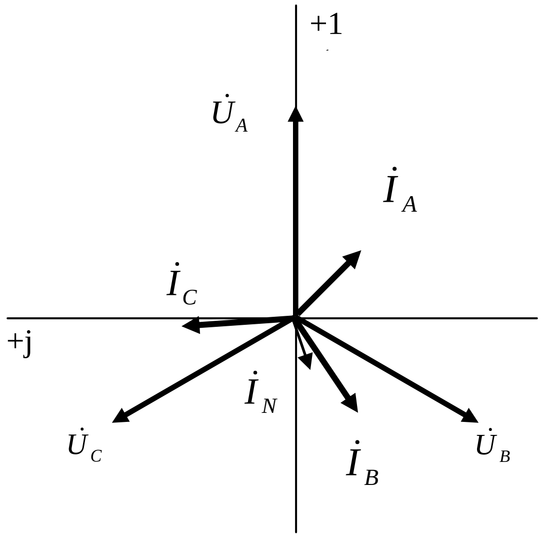


Рисунок 3.3

Расчет схемы в Mathcad показан на рисунках 3.4 и 3.5.

Исходные данные:

$j := \sqrt{-1}$ $\quad Uf := 1000$ В

$RA := 100$ Ом $\quad XLA := 100$ Ом

$RB := 100$ Ом $\quad XLB := 100$ Ом $\quad XCB := 50$ Ом

$RC := 100$ Ом $\quad XLC := 100$ Ом $\quad XCC := 50$ Ом

Решение.

Фазные напряжения генератора:

$UA := Uf \quad UB := Uf \cdot e^{-j \cdot 120deg} \quad UC := Uf \cdot e^{j \cdot 120deg}$

Сопротивления фаз:

$ZA := RA + j \cdot XLA = 100 + 100i$ Ом

$ZB := RB + j \cdot XLB - j \cdot XCB = 100 + 50i$ Ом

$ZC := RC + j \cdot XLC - j \cdot XCC = 100 + 50i$ Ом

Фазные (линейные) токи:

$IA := \frac{UA}{ZA} = 5 - 5i$ A $\quad |IA| = 7.071$ A $\quad \arg(IA) = -45 \cdot deg$

$IB := \frac{UB}{ZB} = -7.464 - 4.928i$ A $\quad |IB| = 8.944$ A $\quad \arg(IB) = -146.565 \cdot deg$

$IC := \frac{UC}{ZC} = -0.536 + 8.928i$ A $\quad |IC| = 8.944$ A $\quad \arg(IC) = 93.435 \cdot deg$

Ток нулевого провода:

$IN := IA + IB + IC = -3 - i$ A $\quad |IN| = 3.162$ A $\quad \arg(IN) = -161.565 \cdot deg$

Баланс мощности:

$Sist := UA \cdot \overline{IA} + UB \cdot \overline{IB} + UC \cdot \overline{IC} = 2.1 \times 10^4 + 1.3i \times 10^4$ ВА

$Spotr := (|IA|)^2 \cdot ZA + (|IB|)^2 \cdot ZB + (|IC|)^2 \cdot ZC = 2.1 \times 10^4 + 1.3i \times 10^4$ ВА

Рисунок 3.4 – Расчет ТФЦ при соединении нагрузки звездой с нулевым проводом

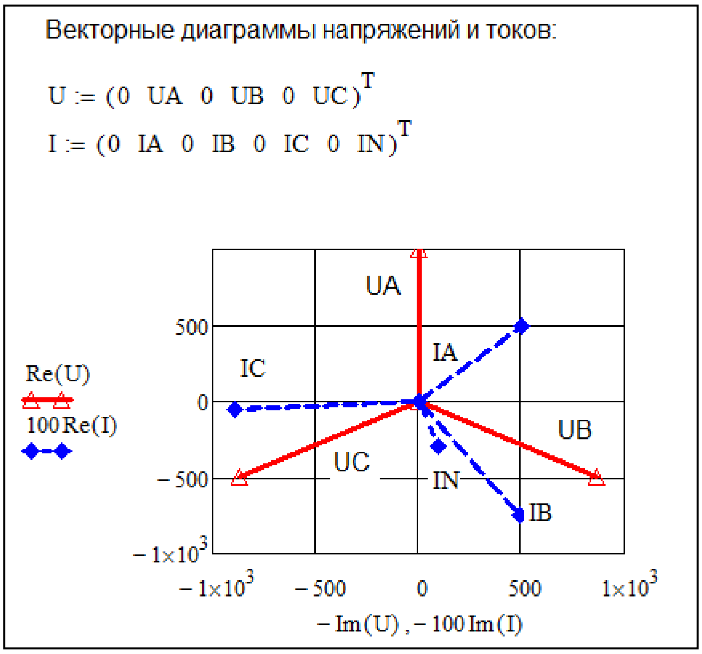


Рисунок 3.5 – Расчет ТФЦ при соединении нагрузки звездой с нулевым проводом (векторная диаграмма)

3.4.2 Схема нагрузки – «Звезда» (несимметричный режим)

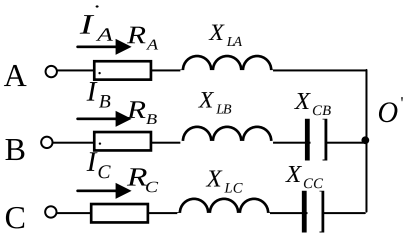


Рисунок 3.6

При соединении нагрузки звездой без нулевого провода (рисунок 3.6) в несимметричном режиме работы возникает смещение нейтрали $\dot{U}_{O'O}$.

Для расчета смещения нейтрали $\dot{U}_{O'O}$ найдем проводимости фаз

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = 0,007071 e^{-j45^0} См \ ;$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = 0,008944 e^{-j26,565^0} См \ ;$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = 0,008944 e^{-j26,565^0} См \ .$$

Смещение нейтрали

$$\dot{U}_{O`O}=\frac{\dot{U}_A\cdot\underline{Y}_A+\dot{U}_B\cdot\underline{Y}_B+\dot{U}_C\cdot\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A+\underline{Y}_B+\underline{Y}_C}=$$

$$=\frac{1000\cdot 0{,}0070e^{-j45^0}+1000e^{-j120^0}\cdot 0{,}0089e^{-j26{,}565^0}+}{0{,}0070e^{-j45^0}+0{,}0089e^{-j26{,}565^0}+0{,}0089e^{-j26{,}565^0}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{+1000e^{j120^0}\cdot 0{,}0089e^{-j26{,}565^0}}{0{,}0070e^{-j45^0}+0{,}0089e^{-j26{,}565^0}+0{,}0089e^{-j26{,}565^0}}=128{,}037e^{-j129{,}806^o}\quad B\ .$$

Фазные токи равны линейным токам и определяются как $\dot{I}_ф=\dot{I}_л=\dfrac{\dot{U}_{фг}-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_ф}$.

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_A}=\frac{1000-128{,}037e^{-j129{,}806^o}}{100+100j}=7{,}682e^{-j39{,}806^o}A;$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_B-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_B}=\frac{1000e^{-j120^o}-128{,}037e^{-j129{,}806^o}}{100+50j}=7{,}818e^{-j145{,}136^o}A\ ;$$

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_C-\dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_A}=\frac{1000e^{j120^o}-128{,}037e^{-j129{,}806^o}}{100+50j}=9{,}401e^{j86{,}87^o}A\ .$$

Проверка $\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C=0$.

Баланс мощности:

- мощность источника

$$\overline{S}_{ист}=\dot{U}_A\cdot\overline{I}_A+\dot{U}_B\cdot\overline{I}_B+\dot{U}_C\cdot\overline{I}_c=1000\cdot 7{,}682e^{j39{,}806^o}+$$
$$+1000e^{-j120^o}\cdot 7{,}818e^{j145{,}136^o}+1000e^{j120^o}\cdot 9{,}401e^{-j86{,}87^o}=20850+13380j\ BA;$$

- мощность потребителей

$$\overline{S}_{потр}=|\dot{I}_A|^2\cdot\underline{Z}_A+|\dot{I}_B|^2\cdot\underline{Z}_B+|\dot{I}_C|^2\cdot\underline{Z}_C=7{,}682^2\cdot(100+100j)+$$
$$+7{,}818^2\cdot(100+50j)+9{,}401^2\cdot(100+50j)=20850+13380j\ \ BA.$$

$$\overline{S}_{ист}=\overline{S}_{потр}\ .$$

Порядок построения векторной диаграммы (рисунок 3.7):

– фазные напряжения генератора $\dot{U}_A,\dot{U}_B,\dot{U}_C$;

– смещение нейтрали $\dot{U}_{O`O}$;

– фазные напряжения нагрузки $\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{O`O}$; $\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{O`O}$; $\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{O`O}$.

– фазные токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$;

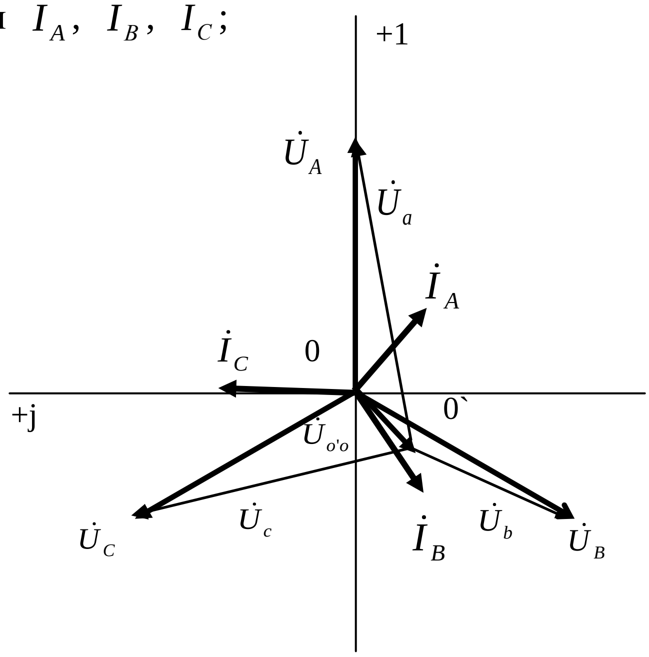


Рисунок 3.7

Расчет схемы в Mathcad приведен на рисунках 3.8 – 3.10

Исходные данные:

$j := \sqrt{-1}$ $\quad$ $Uf := 1000$ В

$RA := 100$ Ом $\quad$ $XLA := 100$ Ом

$RB := 100$ Ом $\quad$ $XLB := 100$ Ом $\quad$ $XCB := 50$ Ом

$RC := 100$ Ом $\quad$ $XLC := 100$ Ом $\quad$ $XCC := 50$ Ом

Решение.

Фазные напряжения генератора:

$UA := Uf$ $\quad$ $UB := Uf \cdot e^{-j \cdot 120deg}$ $\quad$ $UC := Uf \cdot e^{j \cdot 120deg}$

Сопротивления фаз:

$ZA := RA + j \cdot XLA = 100 + 100i$ Ом

$ZB := RB + j \cdot XLB - j \cdot XCB = 100 + 50i$ Ом

$ZC := RC + j \cdot XLC - j \cdot XCC = 100 + 50i$ Ом

Рисунок 3.8

Проводимости фаз:

$$YA := \frac{1}{ZA} = 5\times10^{-3} - 5i\times10^{-3} \quad \text{См}$$

$$YB := \frac{1}{ZB} = 8\times10^{-3} - 4i\times10^{-3} \quad \text{См}$$

$$YC := \frac{1}{ZC} = 8\times10^{-3} - 4i\times10^{-3} \quad \text{См}$$

Смещение нейтрали:

$$Uoo := \frac{UA\cdot YA + UB\cdot YB + UC\cdot YC}{YA + YB + YC} = -81.967 - 98.361i \quad \text{В}$$

$$|Uoo| = 128.037 \quad \text{В} \qquad \arg(Uoo) = -129.806\cdot deg$$

Напряжения на нагрузке:

$$Ua := UA - Uoo = 1.082\times10^{3} + 98.361i \quad \text{В}$$

$$|Ua| = 1.086\times10^{3} \quad \text{В} \qquad \arg(Ua) = 5.194\cdot deg$$

$$Ub := UB - Uoo = -418.033 - 767.665i \quad \text{В}$$

$$|Ub| = 874.106 \quad \text{В} \qquad \arg(Ub) = -118.571\cdot deg$$

$$Uc := UC - Uoo = -418.033 + 964.386i \quad \text{В}$$

$$|Uc| = 1.051\times10^{3} \quad \text{В} \qquad \arg(Uc) = 113.435\cdot deg$$

Фазные (линейные) токи:

$$IA := \frac{Ua}{ZA} = 5.902 - 4.918i \quad \text{А} \qquad |IA| = 7.682 \quad \text{А} \qquad \arg(IA) = -39.806\cdot deg$$

$$IB := \frac{Ub}{ZB} = -6.415 - 4.469i \quad \text{А} \qquad |IB| = 7.818 \quad \text{А} \qquad \arg(IB) = -145.136\cdot deg$$

$$IC := \frac{Uc}{ZC} = 0.513 + 9.387i \quad \text{А} \qquad |IC| = 9.401 \quad \text{А} \qquad \arg(IC) = 86.87\cdot deg$$

Баланс мощности:

$$Sist := UA\cdot\overline{IA} + UB\cdot\overline{IB} + UC\cdot\overline{IC} = 2.085\times10^{4} + 1.338i\times1\text{ВА}$$

$$Spotr := (|IA|)^2\cdot ZA + (|IB|)^2\cdot ZB + (|IC|)^2\cdot ZC = 2.085\times10^{4} + 1.338i\times10^{4} \quad \text{ВА}$$

Рисунок 3.9

Векторные диаграммы:

- фазные напряжения генератора

$Ug := (0\ \ UA\ \ 0\ \ UB\ \ 0\ \ UC)^{T}$

- смещение нейтрали и фазные напряжения нагрузки

$Un := (0\ \ Uoo\ \ Uoo\ \ UA\ \ Uoo\ \ UB\ \ Uoo\ \ UC)^{T}$

- токи

$I := (0\ \ IA\ \ 0\ \ IB\ \ 0\ \ IC)^{T}$

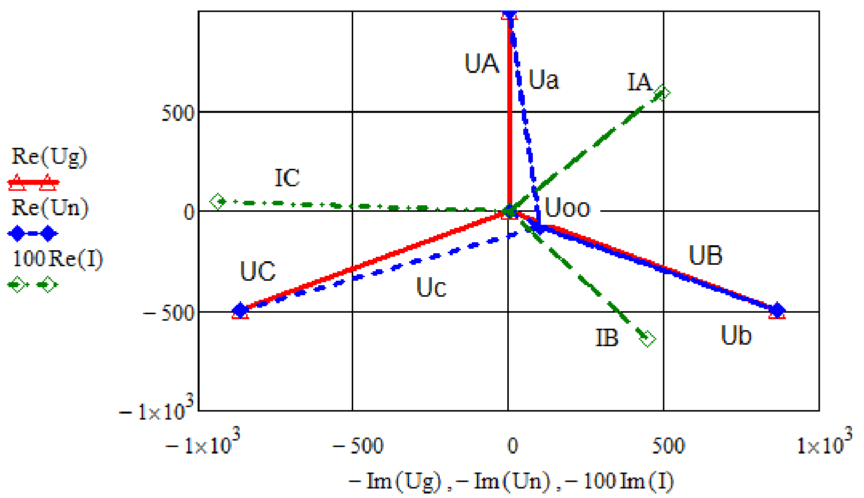


Рисунок 3.10

3.4.3 Схема нагрузки – «Треугольник»

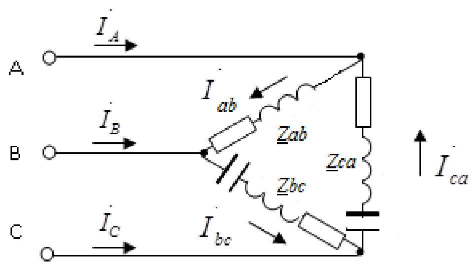


Рисунок 3.11

При соединении нагрузки треугольником (рисунок 3.11), если сопротивления линейных проводов равны нулю, фазы нагрузки включены на линейное напряжение:

$$U_{лг} = \sqrt{3} \cdot U_{фг} = \sqrt{3} \cdot 1000 = 1732 \quad B.$$

$$\dot U_{AB} = \dot U_A - \dot U_B = 1000 - 1000e^{-j120^\circ} = 1732e^{j30^\circ}\ B;$$

$$\dot U_{BC} = \dot U_B - \dot U_C = 1000e^{-j120^\circ} - 1000e^{j120^\circ} = 1732e^{-j90^\circ}\ B;$$

$$\dot U_{CA} = \dot U_C - \dot U_A = 1000e^{j120^\circ} - 1000 = 1732e^{j150^\circ}\ B.$$

Фазные токи нагрузки определяются как $\dot I_{фн} = \dfrac{\dot U_{лг}}{\underline{z}_{фн}}$

$$\dot I_{ab} = \frac{\dot U_{AB}}{\underline{z}_{ab}} = \frac{\dot U_{AB}}{R + jx_L} = \frac{1732e^{j30^o}}{100 + 100j} = 12{,}247e^{-j15^o}\ A\ ;\ ;$$

$$\dot I_{bc} = \frac{\dot U_{BC}}{\underline{z}_{bc}} = \frac{\dot U_{BC}}{R + jx_L - jx_c} = \frac{1732e^{-j90^o}}{100 + 50j} = 15{,}492e^{-j116{,}565^o}\ A\ ;$$

$$\dot I_{ca} = \frac{\dot U_{CA}}{\underline{z}_{ca}} = \frac{\dot U_{CA}}{R + jx_L - jx_c} = \frac{1732e^{j150^o}}{100 + 50j} = 15{,}492e^{j123{,}435^o}\ A\ ;$$

Линейные токи:

$$\dot I_A = \dot I_{ab} - \dot I_{ca} = 12{,}247e^{-j15^o} - 15{,}492e^{j123{,}435^o} = 25{,}96e^{-j38{,}324^o}\ A\ ;$$

$$\dot I_B = \dot I_{bc} - \dot I_{ab} = 15{,}492e^{-j116{,}565^o} - 12{,}247e^{-j15^o} = 21{,}589e^{-j150{,}33^o}\ A\ ;$$

$$\dot I_C = \dot I_{ca} - \dot I_{bc} = 15{,}492e^{j93{,}435^o} - 15{,}492e^{-j146.565^o} = 26{,}833e^{j93.435^o}\ A\ .$$

Проверка $\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 0$.

Баланс мощности:

- мощность источника

$$\overline{S}_{ист} = \dot U_{AB} \cdot \overline{I}_{ab} + \dot U_{BC} \cdot \overline{I}_{bc} + \dot U_{CA} \cdot \overline{I}_{ca} = 1732e^{j30^o} \cdot 12{,}247e^{j15^o} +$$
$$+ 1732e^{-j90^o} \cdot 15{,}492e^{j116{,}565^o} + 1732e^{j150^o} \cdot 15{,}492e^{-j123{,}435^o} = 63000 + 39000j\ BA;$$

- мощность потребителей

$$\overline{S}_{потр} = |\dot I_{ab}|^2 \cdot \underline{z}_{ab} + |\dot I_{bc}|^2 \cdot \underline{z}_{bc} + |\dot I_{ca}|^2 \cdot \underline{z}_{ca} = 12{,}247^2 \cdot (100 + 100j) +$$
$$+ 15{,}492^2 \cdot (100 + 50j) + 15{,}492^2 \cdot (100 + 50j) = 63000 + 39000j\ \ BA.$$

$$\overline{S}_{ист} = \overline{S}_{потр}\ .$$

Порядок построения векторной диаграммы (рисунок 3.12):

- фазные напряжения генератора $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (на диаграмме не изображены);
- линейные напряжения генератора $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$;
- фазные токи нагрузки $\dot{I}_{ab}$, $\dot{I}_{bc}$, $\dot{I}_{ca}$;
- линейные токи (как разность соответствующих фазных токов)

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \qquad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \qquad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

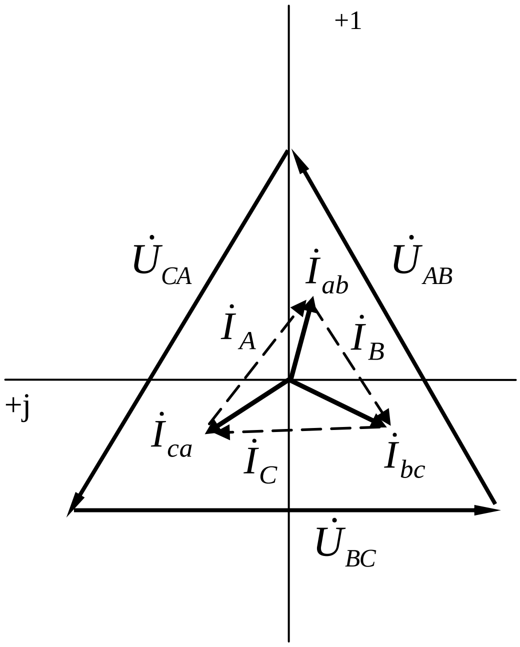


Рисунок 3.12

Расчет схемы в Mathcad приведен на рисунках 3.13 – 3.15

Исходные данные:

$j := \sqrt{-1}$ $\quad$ $Uf := 1000$ В

$RA := 100$ Ом $\quad$ $XLA := 100$ Ом

$RB := 100$ Ом $\quad$ $XLB := 100$ Ом $\quad$ $XCB := 50$ Ом

$RC := 100$ Ом $\quad$ $XLC := 100$ Ом $\quad$ $XCC := 50$ Ом

Решение.

Фазные напряжения генератора:

$UA := Uf$ $\quad$ $UB := Uf \cdot e^{-j \cdot 120deg}$ $\quad$ $UC := Uf \cdot e^{j \cdot 120deg}$

Сопротивления фаз:

Рисунок 3.13

Сопротивления фаз:

$$Zab := RA + j \cdot XLA = 100 + 100i \quad \text{Ом}$$

$$Zbc := RB + j \cdot XLB - j \cdot XCB = 100 + 50i \quad \text{Ом}$$

$$Zca := RC + j \cdot XLC - j \cdot XCC = 100 + 50i \quad \text{Ом}$$

Линейные напряжения генератора:

$$UAB := UA - UB = 1.5 \times 10^{3} + 866.025i \quad \text{В} \qquad |UAB| = 1.732 \times 10^{3} \quad \text{В} \qquad \arg(UAB) = 30\,\text{deg}$$

$$UBC := UB - UC = -1.732i \times 10^{3} \quad \text{В} \qquad |UBC| = 1.732 \times 10^{3} \quad \text{В} \qquad \arg(UBC) = -90\,\text{deg}$$

$$UCA := UC - UA = -1.5 \times 10^{3} + 866.025i \quad \text{В} \qquad |UCA| = 1.732 \times 10^{3} \quad \text{В} \qquad \arg(UCA) = 150\,\text{deg}$$

Фазные токи в нагрузке:

$$Iab := \frac{UAB}{Zab} = 11.83 - 3.17i \qquad |Iab| = 12.247 \quad \text{А} \qquad \arg(Iab) = -15 \cdot \text{deg}$$

$$Ibc := \frac{UBC}{Zbc} = -6.928 - 13.856i \quad \text{А} \qquad |Ibc| = 15.492 \quad \text{А} \qquad \arg(Ibc) = -116.565 \cdot \text{deg}$$

$$Ica := \frac{UCA}{Zca} = -8.536 + 12.928i \quad \text{А} \qquad |Ica| = 15.492 \quad \text{А} \qquad \arg(Ica) = 123.435 \cdot \text{deg}$$

Токи в линии:

$$IA := Iab - Ica = 20.366 - 16.098i \quad \text{А} \qquad |IA| = 25.96 \quad \text{А} \qquad \arg(IA) = -38.324 \cdot \text{deg}$$

$$IB := Ibc - Iab = -18.758 - 10.687i \quad \text{А} \qquad |IB| = 21.589 \quad \text{А} \qquad \arg(IB) = -150.33 \cdot \text{deg}$$

$$IC := Ica - Ibc = -1.608 + 26.785i \quad \text{А} \qquad |IC| = 26.833 \quad \text{А} \qquad \arg(IC) = 93.435 \cdot \text{deg}$$

Проверка $\qquad IA + IB + IC = 0$

Баланс мощности

$$Sist := UA \cdot \overline{IA} + UB \cdot \overline{IB} + UC \cdot \overline{IC} = 6.3 \times 10^{4} + 3.9i \times 10^{4} \quad \text{ВА}$$

$$Spotr := (|Iab|)^{2} \cdot Zab + (|Ibc|)^{2} \cdot Zbc + (|Ica|)^{2} \cdot Zca = 6.3 \times 10^{4} + 3.9i \times 10^{4} \quad \text{ВА}$$

Вывод: Баланс мощности сошелся, что подтверждает правильность расчета токов

Рисунок 3.14

Векторные диаграммы:

- фазных напряжений генератора

$$UF := (0 \;\; UA \;\; 0 \;\; UB \;\; 0 \;\; UC)^T$$

- линейных напряжений генератора

$$UL := (UB \;\; UA \;\; UA \;\; UC \;\; UC \;\; UB)^T$$

- фазных токов нагрузки

$$IF := (0 \;\; Iab \;\; 0 \;\; Ibc \;\; 0 \;\; Ica)^T$$

- линейных токов нагрузки

$$IL := (Iab \;\; Ica \;\; Ica \;\; Ibc \;\; Ibc \;\; Iab)^T$$

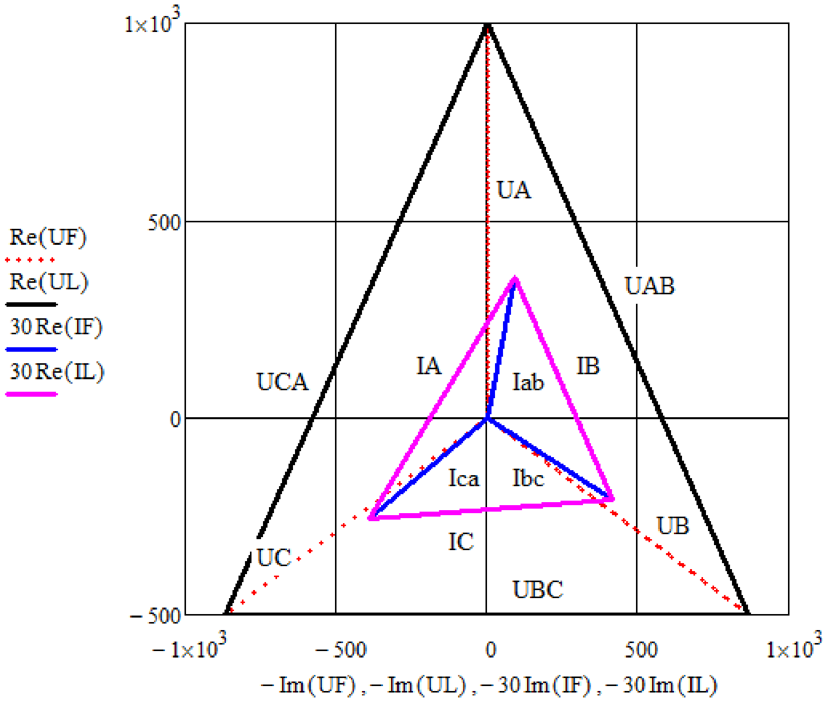


Рисунок 3.15

3.5 Расчет аварийных режимов

3.5.1 Обрыв линейного провода в схеме «Звезда с нулевым проводом»

Так как в схеме трехфазной цепи с нулевым проводом фазы работают независимо друг от друга, то обрыв одной из фаз не нарушит нормальную работу двух других фаз:

– ток в оборвавшейся фазе будет равен нулю;

– в других фазах токи не изменятся, и будут рассчитываться как

$$\dot{I}_ф = \dot{I}_л = \frac{\dot{U}_{фг}}{\underline{Z}_ф}.$$

– ток в нулевом проводе рассчитывается как сумма оставшихся фазных токов.

3.5.2 Обрыв линейного провода в схеме «Звезда»

При обрыве одной из фаз в трехпроводной схеме, например фазы A (рисунок 3.16), две другие фазы оказываются включенными последовательно на линейное напряжение U_{BC}. При одинаковом сопротивлении этих фаз на каждую из них вместо фазного напряжения придется половина линейного напряжения U_{BC}.

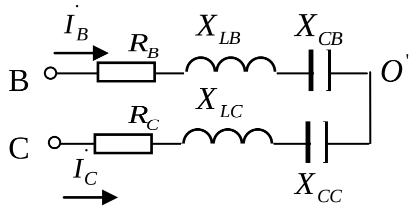


Рисунок 3.16

Расчет можно вести по традиционному алгоритму для схемы звезда, приняв в формуле смещения нейтрали равным нулю напряжение оборвавшейся фазы.

Смещение нейтрали

$$\dot{U}_{O`O} = \frac{\dot{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Фазные токи равны линейным токам:

$$\dot{I}_A = 0 \quad A; \qquad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_B}; \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_C}.$$

Проверка $\dot{I}_B = -\dot{I}_C$.

Баланс мощности:

- мощность источника $\overline{S}_{ист} = \dot{U}_B \cdot \overline{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overline{I}_C$;

- мощность потребителей $\overline{S}_{потр} = \dot{I}_B|^2 \cdot \underline{Z}_B + |\dot{I}_C|^2 \cdot \underline{Z}_C.$

Порядок построения векторной диаграммы, рисунок 3.17:

-фазные напряжения генератора $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$;

- смещение нейтрали $\dot{U}_{O`O}$;

- фазные напряжения нагрузки $\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{O`O}$; $\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{O`O}$.

- фазные токи $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$.

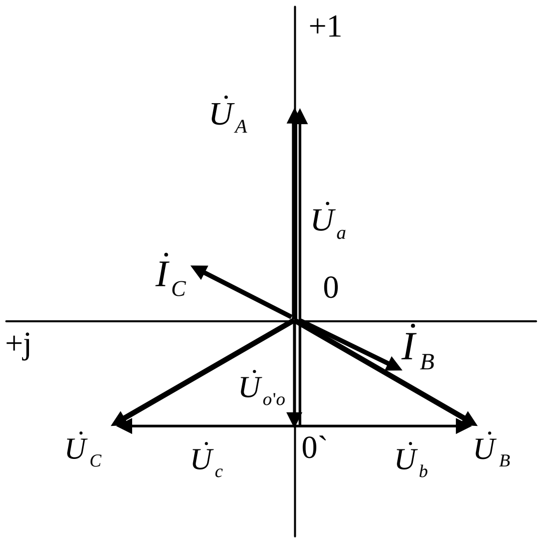
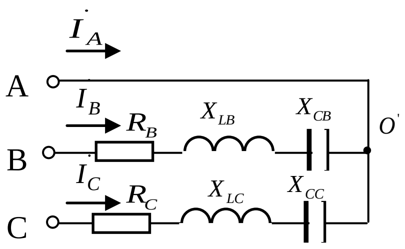


Рисунок 3.17

3.5.3 Короткое замыкание фазы нагрузки в схеме «Звезда»

При коротком замыкании фазы нагрузки (рисунок 3.18) смещение нейтрали будет равно фазному напряжению аварийной фазы.



Например, при к.з. фазы А

$$\dot{U}_{O'O} = \dot{U}_A.$$

Рисунок 3.18

Фазные на напряжения на двух других фазах увеличиваются в √3 раз до величины линейного напряжения. Расчет фазных напряжений нагрузки, токов ведется по традиционным формулам для схемы звезда.

Фазные токи равны линейным токам:

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_B}; \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{O`O}}{\underline{Z}_C}; \qquad \dot{I}_A = -(\dot{I}_B - \dot{I}_C).$$

Баланс мощности:

- мощность источника $\overline{S}_{ист} = \dot{U}_A \cdot \overline{I}_A + \dot{U}_B \cdot \overline{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overline{I}_C$;

- мощность потребителей $\overline{S}_{потр} = |\dot{I}_B|^2 \cdot \underline{Z}_B + |\dot{I}_C|^2 \cdot \underline{Z}_C$.

Порядок построения векторной диаграммы, рисунок 3.19:

-фазные напряжения генератора $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$;

- смещение нейтрали $\dot{U}_{O`O}$;

- фазные напряжения нагрузки $\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{O`O}$; $\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{O`O}$;

- фазные токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$.

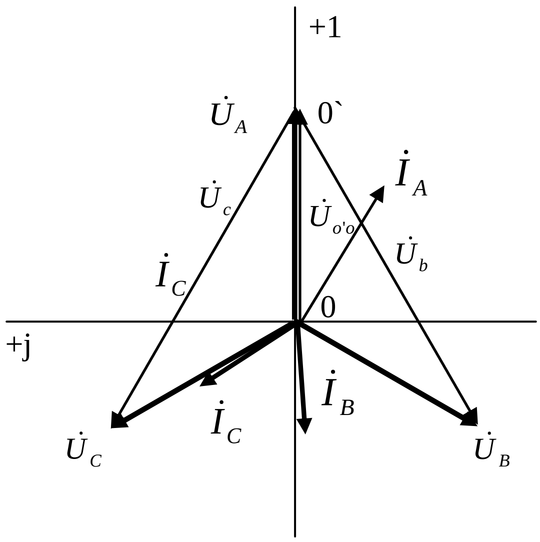
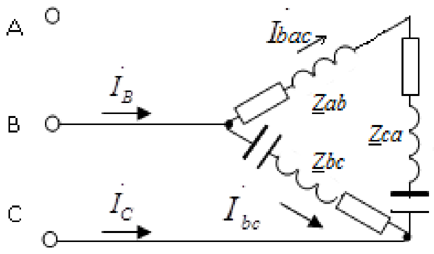


Рисунок 3.19

3.5.4 Обрыв линейного провода в схеме «Треугольник»

При обрыве одного из линейных проводов, например провода C (рисунок 3.20), режим работы одной фазы (в данном случае фазы ab) не изменится, а две другие окажутся включенными последовательно на линейное напряжение.



Трехфазная система превращается в однофазную с двумя параллельными ветвями, соответственно чему и строится векторная диаграмма. На рисунках 3.21, 3.22 показан расчет данного режима в Mathcad.

Рисунок 3.20

Исходные данные:

$j := \sqrt{-1}$ $\quad Uf := 1000$ В

$RA := 100$ Ом $\quad XLA := 100$ Ом

$RB := 100$ Ом $\quad XLB := 100$ Ом $\quad XCB := 50$ Ом

$RC := 100$ Ом $\quad XLC := 100$ Ом $\quad XCC := 50$ Ом

Решение.

Фазные напряжения генератора:

$UA := Uf \quad UB := Uf \cdot e^{-j \cdot 120deg} \quad UC := Uf \cdot e^{j \cdot 120deg}$

Сопротивления фаз:

$Zab := RA + j \cdot XLA = 100 + 100$ Ом

$Zbc := RB + j \cdot XLB - j \cdot XCB = 100 + 50i$ Ом

$Zca := RC + j \cdot XLC - j \cdot XCC = 100 + 50i$ Ом

После обрыва провода А фазы сопротивления Zab и Zca соединены последовательно и включены на линейное напряжение UBC

$UBC := UB - UC = -1.732i \times 10^3$ В $\quad |UBC| = 1.732 \times 10^3$ В $\quad arg(UBC) = -90 \cdot deg$

Рисунок 3.21

Фазные токи в нагрузке:

$Ibc := \dfrac{UBC}{Zbc} = -6.928 - 13.856i$ A $\quad |Ibc| = 15.492$ A $\quad arg(Ibc) = -116.565 \cdot deg$

$Ibac := \dfrac{UBC}{Zab + Zca} = -4.157 - 5.543i$ A $\quad |Ibac| = 6.928$ A $\quad arg(Ibac) = -126.87 \cdot deg$

Токи в линии:

$IA := 0$

$IB := Ibac + Ibc = -11.085 - 19.399i$ A $\quad |IB| = 22.343$ A $\quad arg(IB) = -119.745 \cdot deg$

$IC := IB = -11.085 - 19.399i$ A $\quad |IC| = 22.343$ A $\quad arg(IC) = -119.745 \cdot deg$

Баланс мощности

$Sist := UBC \cdot \overline{IB} = 3.36 \times 10^4 + 1.92i \times 10^4$ ВА

$Spotr := (|Ibc|)^2 \cdot Zbc + (|Ibac|)^2 \cdot (Zab + Zca) = 3.36 \times 10^4 + 1.92i \times 10^4$ ВА

Вывод: Баланс мощности сошелся, что подтверждает правильность расчета токов

Векторные диаграммы:

- линейного напряжения генератора

$UL := (0 \;\; UBC)^T$

- фазных токов нагрузки

$IF := (0 \;\; Ibc \;\; 0 \;\; Ibac)^T$

- линейных токов нагрузки

$IL := (0 \;\; Ibac + Ibc)^T$

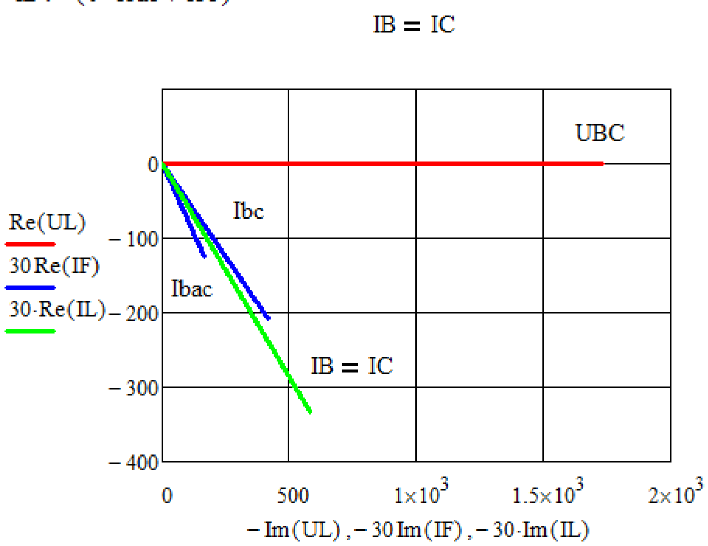


Рисунок 3.22

3.5.5 Обрыв фазы нагрузки в схеме «Треугольник»

Так при соединении нагрузки трехфазной цепи треугольником фазы нагрузки работают независимо друг от друга, то обрыв одной из фаз не нарушит нормальную работу двух других фаз:

– ток в оборвавшейся фазе нагрузки будет равен нулю;

– в других фазах токи не изменятся и будут рассчитываться как

$$\dot{I}_{фн} = \frac{\dot{U}_{ЛГ}}{\underline{Z}_{фн}}$$

– ток в линейных проводах рассчитывается с учетом отсутствия тока в одной из фаз нагрузки.

Например, при обрыве фазы нагрузки *ab* (рисунок 3.23),

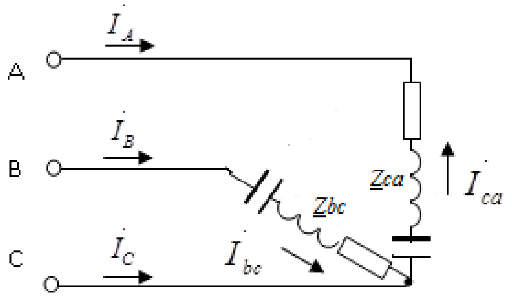


Рисунок 3.23

фазные токи нагрузки:

$$\dot{I}_{ab} = 0 \;\; ; \; \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} \; ; \; \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

Линейные токи: $\dot{I}_A = -\dot{I}_{ca}$; $\dot{I}_B = \dot{I}_{bc}$; $\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$.

Баланс мощности:

- мощность источника $\overline{S}_{ист} = \dot{U}_A \cdot \overline{I}_A + \dot{U}_B \cdot \overline{I}_B + \dot{U}_C \cdot \overline{I}_C$;

- мощность потребителей $\overline{S}_{потр} = |\dot{I}_{bc}|^2 \cdot \underline{Z}_{bc} + |\dot{I}_{ca}|^2 \cdot \underline{Z}_{ca}$.

Порядок построения векторной диаграммы, рисунок 3.24:

- линейные напряжения генератора $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$;

- фазные токи нагрузки $\dot{I}_{bc}$, $\dot{I}_{ca}$;

- линейные токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$.

Векторные диаграммы:

- фазных напряжений генератора

$UF := (0\ \ UA\ \ 0\ \ UB\ \ 0\ \ UC)^T$

- линейных напряжений генератора

$UL := (UB\ \ UA\ \ UA\ \ UC\ \ UC\ \ UB)^T$

- фазных токов нагрузки

$IF := (0\ \ Ibc\ \ 0\ \ Ica)^T$

- линейных токов

$IL := (0\ \ IA\ \ 0\ \ IB\ \ 0\ \ IC)^T$

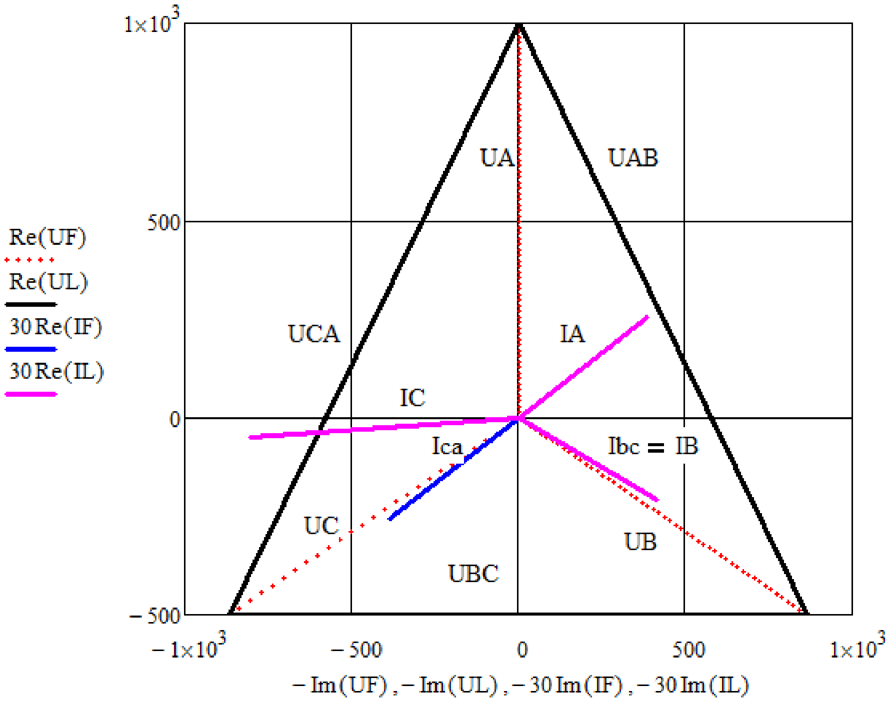


Рисунок 3.24

4 Исследование аварийного режима в трехфазной цепи методом симметричных составляющих

4.1 Задание № 3

Симметричная трехфазная цепь питается от трехфазного генератора с симметричной системой ЭДС, фазные обмотки которого соединены в звезду.

В результате одного из указанных в таблице 4.1 повреждений линии (*l*), соединяющей генератор *(g)* и нагрузку *(n)*, в цепи возникает поперечный или продольный несимметричный участок (рисунок 4.1).

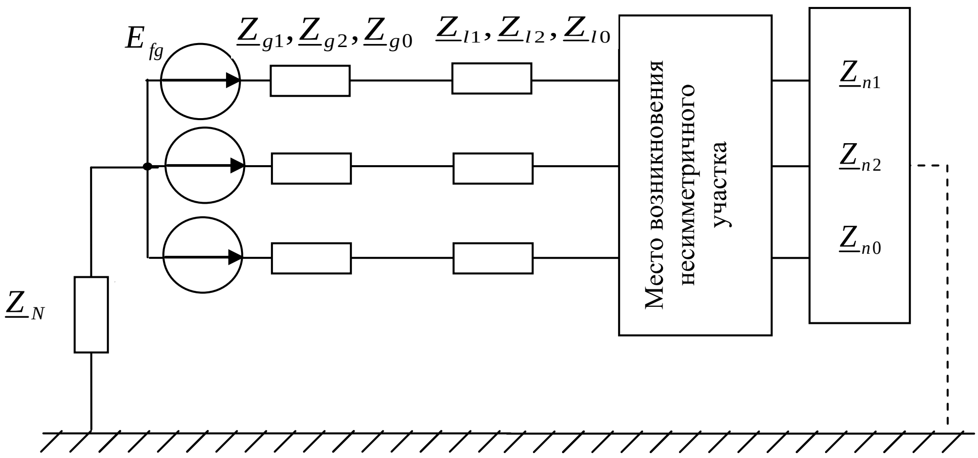


Рисунок 4.1

Методом симметричных составляющих:

1) определить фазные токи $\dot{I}_A,\ \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и фазные напряжения $\dot{U}_A,\ \dot{U}_B, \dot{U}_C$ несимметричного участка;

2) построить векторные диаграммы найденных фазных токов и напряжений и их симметричных составляющих.

Вид повреждения линии, схема соединения нагрузки, а также фазные сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей для генератора, линии и нагрузки выбираются из таблицы 4.1 по номеру варианта. Фазная ЭДС генератора E_{fg} и сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N$ выбираются из таблицы 4.2 по номеру группы, который устанавливает преподаватель.

Таблица 4.1 – Параметры схемы

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
1	к.з. фазы В на землю		*j20*	*j15*	*j5*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*25+j10*	*30+j20*	*10+j5*
2	к.з. фазы С на землю		*j22*	*j17*	*j7*	*7+j3*	*5+j2*	*2+j1*	*30+j20*	*45+j30*	*15+j10*
3	к.з. фаз А и В на землю		*j24*	*j19*	*j9*	*5+j5*	*3+j4*	*1+j3*	*40+j30*	*50+j40*	*25+j5*
4	к.з. фаз В и С на землю		*j26*	*j21*	*j11*	*7+j6*	*5+j4*	*3+j3*	*55+j40*	*60+j50*	*25+j20*
5	к.з. фаз А и С на землю		*j28*	*j23*	*j13*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*40+j50*	*55+j60*	*20+j25*
6	к.з. фаз А и В		*j30*	*j25*	*j15*	*7+j8*	*5+j6*	*3+j5*	*30+j20*	*40+j30*	*20+j10*
7	к.з. фаз В и С		*j32*	*j27*	*j17*	*3+j3*	*2+j2*	*1+j1*	*25+j30*	*30+j40*	*10+j15*
8	к.з. фаз А и С		*j34*	*j29*	*j19*	*4+j3*	*3+j2*	*2+j1*	*10+j20*	*25+j30*	*5+j10*
9	обрыв фазы А		*j36*	*j31*	*j21*	*3+j4*	*2+j3*	*1+j2*	*60+j60*	*70+j80*	*15+j10*
10	обрыв фазы С		*j38*	*j33*	*j23*	*6+j3*	*4+j2*	*3+j1*	*70+j75*	*90+j80*	*15+j15*
11	обрыв фаз А и В		*j40*	*j35*	*j25*	*7+j3*	*5+j2*	*4+j1*	*25+j15*	*35+j30*	*15+j10*
12	обрыв фаз В и С		*j42*	*j37*	*j27*	*6+j4*	*4+j3*	*3+j2*	*35+j25*	*45+j35*	*20+j20*

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
13	обрыв фаз А и С	Y	*j44*	*j41*	*j31*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*20+j10*	*30+j20*	*10+j5*
14	к.з. фазы А на землю	Y	*j46*	*j43*	*j33*	*7+j3*	*5+j2*	*2+j1*	*30+j20*	*40+j30*	*15+j10*
15	к.з. фазы В на землю	Y	*j48*	*j45*	*j35*	*5+j5*	*3+j4*	*1+j3*	*40+j30*	*50+j40*	*20+j5*
16	к.з. фазы С на землю	Y	*j50*	*j47*	*j37*	*7+j6*	*5+j4*	*3+j3*	*50+j40*	*60+j50*	*25+j20*
17	к.з. фаз А и В на землю	Y	*j52*	*j49*	*j39*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*40+j50*	*50+j60*	*20+j25*
18	к.з. фаз В и С на землю	Y	*j54*	*j51*	*j41*	*7+j8*	*5+j6*	*3+j5*	*30+j20*	*40+j30*	*15+j10*
19	к.з. фаз А и С на землю	Y	*j56*	*j53*	*j43*	*3+j3*	*2+j2*	*1+j1*	*20+j30*	*30+j40*	*10+j15*
20	к.з. фаз А и В	Y	*j58*	*j55*	*j45*	*4+j3*	*3+j2*	*2+j1*	*10+j20*	*20+j30*	*5+j10*
21	к.з. фаз В и С	Y	*j60*	*j57*	*j47*	*3+j4*	*2+j3*	*1+j2*	*60+j60*	*70+j80*	*10+j10*
22	к.з. фаз А и С	Y	*j62*	*j59*	*j49*	*6+j3*	*4+j2*	*3+j1*	*70+j70*	*90+j80*	*15+j15*
23	обрыв фазы А	Y	*j64*	*j61*	*j51*	*7+j3*	*5+j2*	*4+j1*	*25+j15*	*35+j25*	*15+j10*
24	обрыв фазы В	Y	*j66*	*j63*	*j53*	*6+j4*	*4+j3*	*3+j2*	*35+j25*	*45+j35*	*20+j15*
25	обрыв фазы С	Y	*j68*	*j65*	*j55*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*45+j35*	*55+j45*	*25+j10*

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
26	к.з. фазы А на землю	△	*j70*	*j67*	*j57*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*40+j20*	*50+j30*	*25+j10*
27	к.з. фазы В на землю	△	*j72*	*j69*	*j59*	*7+j3*	*5+j2*	*2+j1*	*20+j40*	*30+j50*	*10+j25*
28	к.з. фазы С на землю	△	*j74*	*j71*	*j61*	*5+j5*	*3+j4*	*1+j3*	*20+j20*	*30+j30*	*15+j10*
29	к.з. фаз А и В на землю	△	*j76*	*j73*	*j63*	*7+j6*	*5+j4*	*3+j3*	*60+j70*	*70+j90*	*10+j20*
30	к.з. фаз В и С на землю	△	*j78*	*j75*	*j65*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*80+j70*	*90+j80*	*25+j15*
31	к.з. фаз А и С на землю	△	*j15*	*j5*	*j20*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*40+j50*	*50+j60*	*20+j25*
32	к.з. фаз А и В	△	*j17*	*j7*	*j22*	*7+j8*	*5+j6*	*3+j5*	*30+j20*	*40+j30*	*15+j10*
33	к.з. фаз В и С	△	*j19*	*j9*	*j24*	*3+j3*	*2+j2*	*1+j1*	*20+j30*	*30+j40*	*10+j15*
34	к.з. фаз А и С	△	*j21*	*j11*	*j26*	*4+j3*	*3+j2*	*2+j1*	*10+j20*	*20+j30*	*5+j10*
35	обрыв фазы А	△	*j23*	*j13*	*j28*	*3+j4*	*2+j3*	*1+j2*	*60+j60*	*70+j80*	*10+j10*
36	обрыв фазы В	△	*j25*	*j15*	*j30*	*6+j3*	*4+j2*	*3+j1*	*70+j70*	*90+j80*	*15+j15*
37	обрыв фазы С	△	*j27*	*j17*	*j20*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*40+j50*	*50+j60*	*20+j25*

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
38	к.з. фазы B на землю		*j57*	*j67*	*j70*	*3+j2*	*5+j3*	*1+j1*	*40+j20*	*25+j10*	*50+j30*
39	к.з. фазы C на землю		*j59*	*j69*	*j72*	*5+j2*	*7+j3*	*2+j1*	*20+j40*	*10+j25*	*30+j50*
40	к.з. фаз A и B на землю		*j61*	*j71*	*j74*	*3+j4*	*5+j5*	*1+j3*	*20+j20*	*15+j10*	*30+j30*
41	к.з. фаз B и C на землю		*j63*	*j73*	*j76*	*5+j4*	*7+j6*	*3+j3*	*60+j70*	*10+j20*	*70+j90*
42	к.з. фаз A и C на землю		*j65*	*j75*	*j78*	*7+j4*	*9+j6*	*5+j3*	*80+j70*	*25+j15*	*90+j80*
43	к.з. фаз A и B		*j41*	*j31*	*j20*	*7+j8*	*5+j6*	*3+j5*	*40+j20*	*50+j30*	*25+j10*
44	к.з. фаз B и C		*j43*	*j33*	*j22*	*3+j3*	*2+j2*	*1+j1*	*20+j40*	*30+j50*	*10+j25*
45	к.з. фаз A и C		*j45*	*j35*	*j24*	*4+j3*	*3+j2*	*2+j1*	*20+j20*	*30+j30*	*15+j10*
46	обрыв фазы A		*j47*	*j37*	*j26*	*3+j4*	*2+j3*	*1+j2*	*60+j70*	*70+j90*	*10+j20*
47	обрыв фазы C		*j49*	*j39*	*j28*	*6+j3*	*4+j2*	*3+j1*	*80+j70*	*90+j80*	*25+j15*
48	к.з. фазы A на землю		*j51*	*j41*	*j30*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*40+j50*	*50+j60*	*20+j25*
49	к.з. фазы B на землю		*j53*	*j43*	*j20*	*7+j8*	*5+j6*	*3+j5*	*40+j20*	*50+j30*	*25+j10*

Продолжение таблицы 4.1

№ вари-анта	**Вид повреждения линии**	**Схема соеди-нения нагруз-ки**	**Генератор**			**Линия**			**Нагрузка**		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
50	к.з. фазы С на землю	Y	*j59*	*j69*	*j72*	*5+j2*	*7+j3*	*2+j1*	*40+j50*	*50+j30*	*25+j10*
51	к.з. фаз А и В на землю	Y	*j61*	*j71*	*j74*	*3+j4*	*5+j5*	*1+j3*	*30+j20*	*30+j50*	*10+j25*
52	к.з. фаз В и С на землю	Y	*j74*	*j71*	*j61*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j3*	*20+j30*	*30+j30*	*15+j10*
53	к.з. фаз А и С на землю	Y	*j76*	*j73*	*j63*	*7+j3*	*5+j2*	*3+j3*	*10+j20*	*70+j90*	*10+j20*
54	к.з. фаз А и В	Y	*j78*	*j75*	*j65*	*5+j5*	*3+j4*	*5+j3*	*60+j60*	*90+j80*	*25+j15*
55	к.з. фаз В и С	Y	*j70*	*j67*	*j57*	*7+j6*	*5+j4*	*1+j1*	*70+j70*	*20+j20*	*15+j10*
56	к.з. фаз А и С	Y	*j72*	*j69*	*j59*	*9+j6*	*7+j4*	*2+j1*	*40+j50*	*60+j70*	*10+j20*
57	обрыв фазы А	Y	*j15*	*j11*	*j5*	*7+j3*	*5+j2*	*2+j1*	*30+j30*	*80+j70*	*25+j15*
58	обрыв фазы В	Y	*j17*	*j13*	*j7*	*5+j5*	*3+j4*	*1+j3*	*70+j90*	*25+j10*	*20+j25*
59	обрыв фазы С	Y	*j19*	*j9*	*j9*	*3+j2*	*5+j3*	*1+j3*	*90+j80*	*10+j25*	*15+j10*
60	к.з. фазы А на землю	△	*j21*	*j5*	*j11*	*5+j2*	*7+j3*	*3+j3*	*20+j20*	*15+j10*	*10+j15*
61	к.з. фазы В на землю	△	*j23*	*j7*	*j13*	*3+j4*	*5+j5*	*5+j3*	*60+j70*	*10+j20*	*5+j10*

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	**Вид повреждения линии**	**Схема соединения нагрузки**	**Генератор**			**Линия**			**Нагрузка**		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
62	к.з. фазы С на землю	△	*j70*	*j67*	*j57*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*40+j20*	*50+j30*	25+j10
63	к.з. фаз А и В на землю	△	*j72*	*j69*	*j59*	*7+j3*	*5+j2*	*2+j1*	*20+j40*	*30+j50*	10+j25
64	к.з. фаз В и С на землю	△	*j74*	*j71*	*j61*	*5+j5*	*3+j4*	*1+j3*	*20+j20*	*30+j30*	15+j10
65	к.з. фаз А и С на землю	△	*j76*	*j73*	*j63*	*7+j6*	*5+j4*	*3+j3*	*60+j70*	*70+j90*	*10+j20*
66	к.з. фаз А и В	△	*j78*	*j75*	*j65*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*80+j70*	*90+j80*	*25+j15*
67	к.з. фаз В и С	△	*j15*	*j20*	*j5*	*5+j3*	*7+j3*	*1+j3*	*20+j20*	*15+j10*	*10+j15*
68	к.з. фаз А и С	△	*j17*	*j22*	*j7*	*7+j3*	*5+j5*	*3+j3*	*60+j70*	*10+j20*	*5+j10*
69	обрыв фазы А	△	*j19*	*j24*	*j9*	*5+j5*	*7+j6*	*5+j3*	*50+j30*	*40+j20*	*15+j10*
70	обрыв фазы В	△	*j21*	*j26*	*j11*	*7+j6*	*9+j6*	*1+j1*	*30+j50*	*20+j40*	*10+j20*
71	обрыв фазы С	△	*j23*	*j28*	*j13*	*9+j6*	*3+j2*	*2+j1*	*30+j30*	*20+j20*	*25+j15*
72	к.з. фазы В на землю	Y	*j25*	*j30*	*j15*	*7+j8*	*5+j2*	*1+j3*	*70+j90*	*60+j70*	25+j10
73	к.з. фазы С на землю	Y	*j17*	*j13*	*j7*	*5+j5*	*3+j4*	*3+j3*	*90+j80*	*80+j70*	10+j25

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
74	к.з. фаз А и В на землю		*j51*	*j41*	*j31*	*3+j2*	*5+j3*	*1+j3*	*50+j30*	*25+j10*	*10+j20*
75	к.з. фаз В и С на землю		*j53*	*j43*	*j33*	*5+j2*	*7+j3*	*3+j3*	*30+j50*	*10+j25*	*40+j20*
76	к.з. фаз А и С на землю		*j71*	*j45*	*j35*	*3+j4*	*5+j5*	*5+j3*	*30+j30*	*15+j10*	*20+j40*
77	к.з. фаз А и В		*j73*	*j47*	*j37*	*5+j4*	*7+j6*	*1+j1*	*70+j90*	*10+j20*	*20+j20*
78	к.з. фаз В и С		*j75*	*j49*	*j39*	*7+j4*	*9+j6*	*2+j1*	*90+j80*	*25+j15*	*60+j70*
79	к.з. фаз А и С		*j44*	*j54*	*j41*	*7+j6*	*5+j4*	*3+j3*	*40+j20*	*30+j50*	*80+j70*
80	обрыв фазы А		*j46*	*j56*	*j43*	*9+j6*	*7+j4*	*5+j3*	*20+j40*	*10+j20*	*25+j15*
81	обрыв фазы С		*j48*	*j74*	*j61*	*5+j3*	*7+j3*	*1+j3*	*20+j20*	*40+j20*	*10+j15*
82	к.з. фазы А на землю		*j50*	*j76*	*j63*	*7+j3*	*5+j5*	*3+j3*	*60+j70*	*20+j40*	*5+j10*
83	к.з. фазы В на землю		*j52*	*j78*	*j65*	*5+j5*	*7+j6*	*5+j3*	*80+j70*	*20+j20*	*15+j10*
84	к.з. фазы С на землю		*j23*	*j28*	*j13*	*7+j6*	*9+j6*	*1+j1*	*80+j70*	*60+j70*	*10+j20*
85	к.з. фаз А и В на землю		*j25*	*j30*	*j15*	*9+j6*	*3+j2*	*2+j1*	*20+j20*	*80+j70*	*25+j15*

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
86	к.з. фаз В и С на землю	Y	j78	j67	j57	5+j3	3+j2	1+j1	40+j20	50+j30	25+j10
87	к.з. фаз А и С на землю	Y	j57	j69	j59	7+j3	5+j2	2+j1	20+j40	30+j50	10+j25
88	к.з. фаз А и В	Y	j59	j74	j61	5+j5	3+j4	1+j3	20+j20	30+j30	15+j10
89	к.з. фаз В и С	Y	j61	j76	j63	7+j6	5+j4	3+j3	60+j70	70+j90	10+j20
90	к.з. фаз А и С	Y	j70	j78	j65	9+j6	7+j4	5+j3	80+j70	90+j80	25+j15
91	обрыв фазы А	Y	j72	j57	j61	7+j6	7+j4	5+j3	30+j50	20+j40	10+j20
92	обрыв фазы В	Y	j70	j59	j63	9+j6	7+j3	1+j3	30+j30	20+j20	25+j15
93	обрыв фазы С	Y	j72	j61	j65	5+j4	9+j6	3+j3	70+j90	60+j70	25+j10
94	к.з. фазы А на землю	△	j75	j63	j57	7+j4	3+j2	5+j3	90+j80	80+j70	10+j25
95	к.з. фазы В на землю	△	j71	j65	j59	7+j3	5+j2	2+j1	20+j40	10+j20	10+j25
96	к.з. фаз В и С на землю	Y⏚	j73	j57	j61	9+j6	3+j4	1+j3	20+j20	25+j15	15+j10
97	к.з. фаз А и С на землю	Y⏚	j75	j59	j63	5+j5	3+j4	1+j3	60+j70	25+j10	10+j20

Продолжение таблицы 4.1

№ варианта	Вид повреждения линии	Схема соединения нагрузки	Генератор			Линия			Нагрузка		
			$\underline{Z}_{g1}$, Ом	$\underline{Z}_{g2}$, Ом	$\underline{Z}_{g0}$, Ом	$\underline{Z}_{l1}$, Ом	$\underline{Z}_{l2}$, Ом	$\underline{Z}_{l0}$, Ом	$\underline{Z}_{n1}$, Ом	$\underline{Z}_{n2}$, Ом	$\underline{Z}_{n0}$, Ом
98	к.з. фаз В и С на землю	Y	*J69*	*j67*	*j57*	*5+j3*	*5+j3*	*2+j1*	*40+j20*	*50+j30*	*25+j15*
99	к.з. фаз А и С на землю	Y	*j72*	*j69*	*j59*	*7+j3*	*3+j4*	*1+j2*	*20+j40*	*35+j50*	*10+j25*
100	к.з. фаз А и В	Y	*j74*	*j70*	*j61*	*5+j5*	*5+j4*	*3+j3*	*20+j20*	*30+j30*	*15+j10*

Таблица 4.2 – Фазная ЭДС генератора и сопротивление нейтрального провода

Номер группы	**1 группа**	**2 группа**	**3 группа**	**4 группа**	**5 группа**	**6 группа**	**7 группа**	**8 группа**	**9 группа**	**10 группа**
E_{fg}, В	127	220	380	660	127	220	380	660	220	380
$\underline{Z}_N = R_N$, Ом	5	7	9	10	12	14	15	16	18	20
Номер группы	**11 группа**	**12 группа**	**13 группа**	**14 группа**	**15 группа**	**16 группа**	**17 группа**	**18 группа**	**19 группа**	**20 группа**
E_{fg}, В	380	660	220	380	127	220	380	660	220	380
$\underline{Z}_N = R_N$, Ом	5	7	9	10	7	9	10	12	7	9

4.2 Основы метода симметричных составляющих

В основе метода симметричных составляющих лежит представление несимметричной системы ЭДС, напряжений или токов суммой трех симметричных систем и замена по принципу наложения расчета несимметричного режима работы трехфазной цепи расчетом трех симметричных режимов.

В соответствии с методом симметричных составляющих любую несимметричную трехфазную систему напряжений, токов, или ЭДС можно представить суммой трех симметричных трехфазных систем: прямой, обратной и нулевой последовательности (рисунок 4.2). Эти системы называют *симметричными составляющими* данной несимметричной трехфазной системы (таблица 4.3).

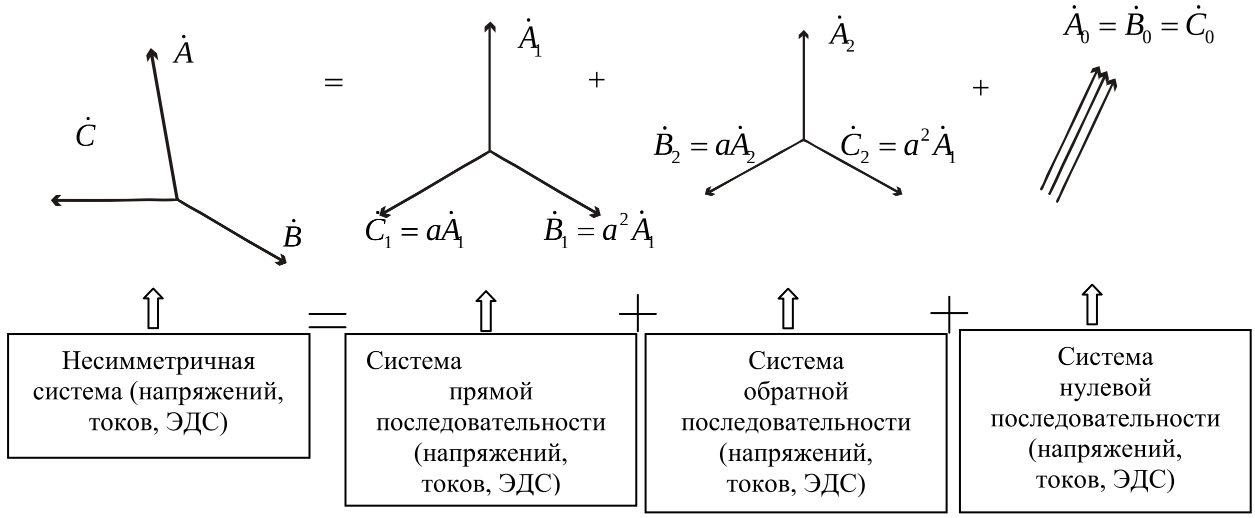


Рисунок 4.2 – Сущность метода симметричных составляющих

Таблица 4.3 – Симметричные составляющие

Система	Определение
Система (напряжений, токов, ЭДС) прямой последовательности	Трехфазная система, в которой напряжения (токи, ЭДС) равны по амплитуде и сдвинуты по фазе на 120 градусов, с прямым чередованием фаз А, В, С
Система (напряжений, токов, ЭДС) обратной последовательности	Трехфазная система, в которой напряжения (токи, ЭДС) равны по амплитуде и сдвинуты по фазе на 120 градусов, с обратным чередованием фаз А, С, В
Система (напряжений, токов, ЭДС) нулевой последовательности	Трехфазная система, в которой напряжения (токи, ЭДС) равны по амплитуде и совпадают по фазе

Для более компактной записи используем оператор фазы (или фазный множитель) $a = e^{j\cdot 120}$. Это вектор, скалярная величина которого равна 1, умножить вектор на a – значит повернуть его на 120° против часовой стрелки, не изменив величины (рисунок 4.3).

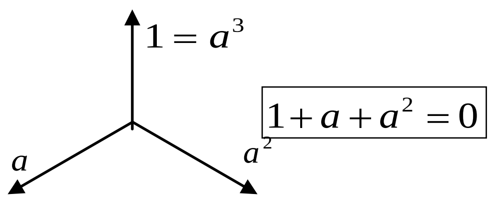


Рисунок 4.3

Приняв за основные вектор A_1 прямой системы, вектор A_2 обратной системы, вектор A_0 нулевой системы, выразим через них остальные вектора

$$\begin{aligned} \dot{B}_1 &= a^2\dot{A}_1; \quad \dot{B}_2 = a\dot{A}_2; \quad \dot{B}_0 = \dot{A}_0; \\ \dot{C}_1 &= a\dot{A}_1; \quad \dot{C}_2 = a^2\dot{A}_2; \quad \dot{C}_0 = \dot{A}_0. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Вектора исходной несимметричной системы будут равны сумме соответствующих симметричных составляющих

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0 \\ \dot{B} &= \dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0 = a^2\dot{A}_1 + a\dot{A}_2 + \dot{A}_0 \\ \dot{C} &= \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + \dot{C}_0 = a\dot{A}_1 + a^2\dot{A}_2 + \dot{A}_0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Для расчета напряжений ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$) и токов ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$), если известны их симметричные составляющие, формулы (4.2) перепишутся следующим образом (таблица 4.4).

Таблица 4.4 – Формулы для расчета несимметричных напряжений и токов, если известны их симметричные составляющие

Напряжения в месте несимметрии	**Токи в месте несимметрии**
$\dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0$ $\dot{U}_B = a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2 + \dot{U}_0$ $\dot{U}_C = a\dot{U}_1 + a^2\dot{U}_2 + \dot{U}_0$	$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0$ $\dot{I}_B = a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 + \dot{I}_0$ $\dot{I}_C = a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 + \dot{I}_0$

Если же наоборот напряжения или токи в месте несимметрии известны, то из решения системы (4.2) легко получить формулы для расчета симметричных составляющих (таблица 4.5).

Таблица 4.5 – Формулы для расчета симметричных составляющих напряжений и токов, если известны несимметричные напряжения и токи

Симметричные составляющие напряжения	**Симметричные составляющие токов**
$\dot{U}_0 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)$ $\dot{U}_1 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C)$ $\dot{U}_2 = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C)$	$\dot{I}_0 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C)$ $\dot{I}_1 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C)$ $\dot{I}_2 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C)$

4.3 Виды несимметрии в трехфазных цепях

Большинство электроустановок работает в симметричных режимах. Резкая несимметрия в таких цепях носит аварийный характер и возникает, как правило, в каком либо одном сечении. Различают два вида несимметрии: поперечную и продольную.

Поперечная несимметрия возникает в тех случаях, когда между фазами и нейтралью (землей), или между отдельными фазами включаются неравные сопротивления. Наиболее распространенные случаи поперечной несимметрии в электроустановках – это несимметрия, обусловленная коротким замыканием одной или двух фаз на землю или фаз между собой. Междуфазные к.з. (двухфазные и трехфазные) возникают в сетях, как с заземленной, так и с изолированной нейтралью. Однофазные к.з. могут происходить только в сетях с заземленной нейтралью.

Продольная несимметрия возникает в том случае, когда в рассечку фаз линии включаются неравные сопротивления. К продольной несимметрии относится обрыв одного или двух проводов.

Напряжения и токи в месте несимметрии связаны между собой определенными соотношениями. Эти соотношения можно назвать граничными условиями в месте несимметрии. Рассмотрим их для обоих видов несимметрии.

Уравнения при поперечной несимметрии записываются для напряжений $\dot{U}_A$, $\dot{U}_{B,}$ $\dot{U}_C$ и токов $\dot{I}_A$, $\dot{I}_{B,}$ $\dot{I}_C$ фаз в месте несимметрии относительно земли. Если между фазой и землей включено сопротивление, то напряжение и ток на нем связаны между собой по закону Ома ($\dot{U} = \underline{z} \cdot \dot{I}$). При коротком замыкании фазы на землю напряжение между фазой и землей равно нулю ($\dot{U} = 0$). Если фаза не имеет соединения с землей, то нулю будет равен ток между фазой и землей ($\dot{I} = 0$).

В таблице 4.6 приведены граничные условия в месте поперечной несимметрии для различных видов короткого замыкания.

Уравнения для продольной несимметрии записываются для напряжений $\dot{U}_A$, $\dot{U}_{B,}$ $\dot{U}_C$ и токов $\dot{I}_A$, $\dot{I}_{B,}$ $\dot{I}_C$ фаз в месте несимметрии. Если в рассечку фазы включено сопротивление, то напряжение и ток на нем связаны между собой по закону Ома ($\dot{U} = \underline{z} \cdot \dot{I}$). При обрыве фазы ток этой фазы будет равен нулю ($\dot{I} = 0$), при отсутствии обрыва равно нулю напряжение в месте несимметрии ($\dot{U} = 0$).

В таблице 4.7 приведены граничные условия в месте продольной несимметрии для различных видов обрывов фаз.

Таблица 4.6 – Дополнительные уравнения в месте несимметрии при поперечной несимметрии (коротких замыканиях)

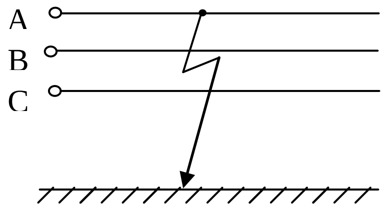
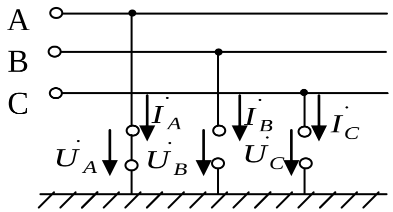
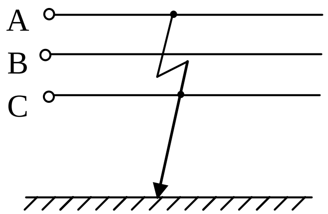
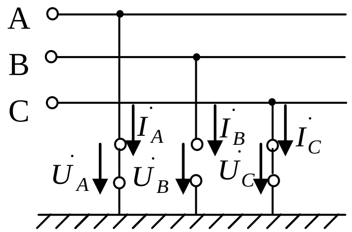
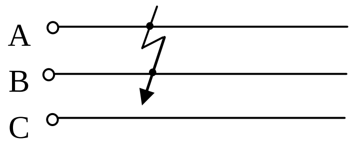
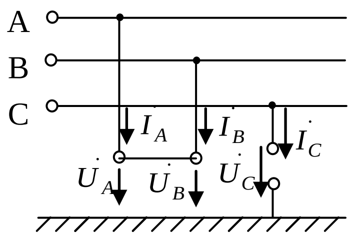
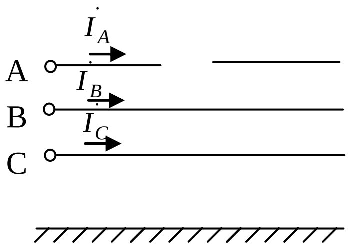
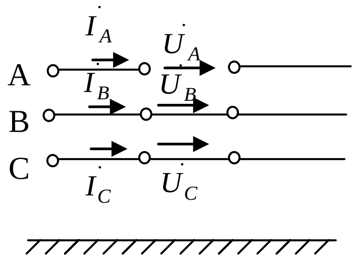
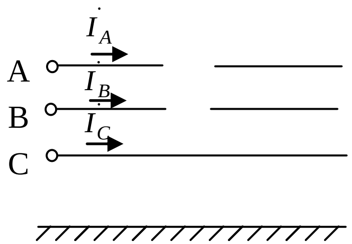
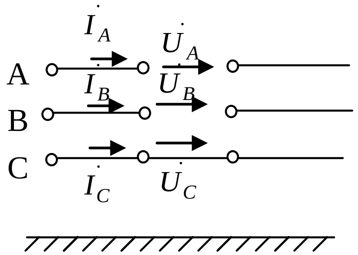
Вид несимметрии	**Расчетная схема в месте несимметрии**	**Дополнительные уравнения к уравнениям Кирхгофа**	**Запись дополнительных уравнений через симметричные составляющие**
Однофазное короткое замыкание на землю (к.з.фазы А)			
		$\dot U_A = 0$ $\dot I_B = 0$ $\dot I_C = 0$	$\dot U_A = \dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = 0$ $\dot I_B = a^2\dot I_1 + a\dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot I_C = a\dot I_1 + a^2\dot I_2 + \dot I_0 = 0$
Двухфазное короткое замыкание на землю (к.з.на землю фаз А и С)			
		$\dot U_A = 0$ $\dot I_B = 0$ $\dot U_C = 0$	$\dot U_A = \dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = 0$ $\dot I_B = a^2\dot I_1 + a\dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot U_C = a\dot U_1 + a^2\dot U_2 + \dot U_0 = 0$
Двухфазное короткое замыкание (междуфазное к.з. фаз А и В)			
		$\dot U_A = \dot U_B$ $\dot I_C = 0$ $\dot I_A = -\dot I_B$	$\dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = a^2\dot U_1 + a\dot U_2 + \dot U_0$ $a\dot I_1 + a^2\dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_0 = -a^2\dot I_1 - a\dot I_2 - \dot I_0$

Таблица 4.7 – Дополнительные уравнения в месте несимметрии при продольной несимметрии (обрывах фаз)

Вид несимметрии	**Расчетная схема в месте несимметрии**	**Дополнительные уравнения к уравнениям Кирхгофа**	**Запись дополнительных уравнений через симметричные составляющие**
Обрыв одной фазы (фазы А)			
		$\dot I_A = 0$ $\dot U_B = 0$ $\dot U_C = 0$	$\dot I_A = \dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot U_B = a^2\dot U_1 + a\dot U_2 + \dot U_0 = 0$ $\dot U_C = a\dot U_1 + a^2\dot U_2 + \dot U_0 = 0$
Обрыв двух фаз (А и В)			
		$\dot I_A = 0$ $\dot I_B = 0$ $\dot U_C = 0$	$\dot I_A = \dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot I_B = a^2\dot I_1 + a\dot I_2 + \dot I_0 = 0$ $\dot U_C = a\dot U_1 + a^2\dot U_2 + \dot U_0 = 0$

4.4 Общий алгоритм расчета методом симметричных составляющих цепи с несимметричным участком в линии

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором, симметричной нагрузкой, в линии которой возникла несимметрия (например, обрыв или короткое замыкание) (рисунок 4.4).

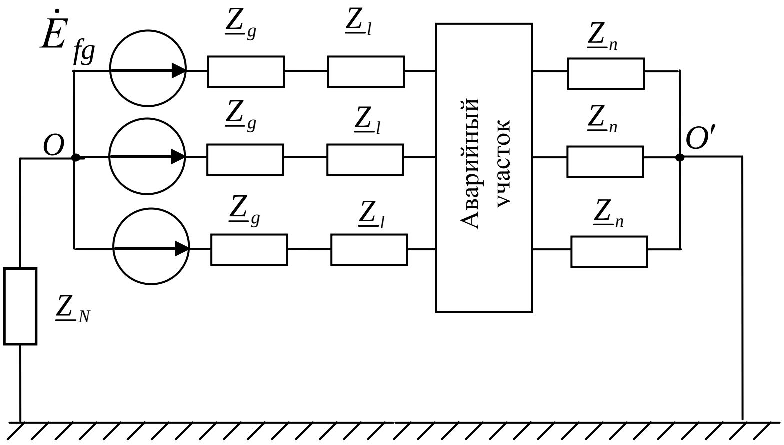


Рисунок 4.4

При расчете методом симметричных составляющих исходную несимметричную цепь заменяют тремя симметричными схемами, в каждой из которых стоят сопротивления и действуют ЭДС, напряжения и токи соответствующей последовательности. Так как эти схемы симметричные, расчет каждой из них проводится только для одной фазы (фазы А).

Алгоритм расчета фазных токов $\dot{I}_A,\ \dot{I}_{B,}, \dot{I}_C$ и фазных напряжений $\dot{U}_A,\ \dot{U}_{B,}, \dot{U}_C$ несимметричного участка при расчете методом симметричных составляющих будет одинаков для любого вида несимметрии. Сначала из расчета однофазных схем с учетом условий в месте несимметрии определяют симметричные составляющие искомых напряжений и токов $\dot{U}_1,\ \dot{U}_2,\ \dot{U}_0$ и $\dot{I}_1,\ \dot{I}_2,\ \dot{I}_0$, а затем, по формулам таблицы 4.4 рассчитывают напряжения и токи в месте несимметрии.

Последовательность расчета следующая:

1) Составляют три однофазные схемы замещения: прямой, обратной и нулевой последовательностию

2) Однофазные схемы замещения преобразуют к простейшему виду.

3) Записывают для преобразованных схем уравнения по второму закону Кирхгофа.

4) Дополнительно записывают граничные условия в месте несимметрии, расписав напряжения и токи в них через симметричные составляющие.

5) Решают составленную систему уравнений любым методом и находят симметричные составляющие токов и напряжений.

6) После расчета симметричных составляющих по формулам таблицы 4.4 определяют искомые токи и напряжения в месте несимметрии.

При построении схем замещения нужно учитывать следующие моменты:

- *если нагрузка соединена треугольником*, то ее предварительно нужно преобразовать в звезду и найти соответствующие сопротивления всех последовательностей для звезды;

- если система ЭДС генератора симметрична, то присутствовать фазное напряжение генератора будет только в схеме прямой последовательности. Несимметричная система входных ЭДС по формулам таблицы 4.5 раскладывается на симметричные составляющие и включается в схему замещения каждой последовательности;

- схемы прямой и обратной последовательности не будут содержать сопротивления нейтрального провода, так как токи этих последовательностей по нулевому проводу протекать не будут (для прямой и обратной последовательности $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$);

- схема нулевой последовательности составляется при несимметричных коротких замыканиях на землю (одно и двухфазных), а также при обрыве одной или двух фаз. Составление схемы замещения нулевой последовательности следует начинать от точки, где возникла несимметрия. Чтобы получилась замкнутая цепь для прохождения токов нулевой последовательности, в схеме должна быть хотя бы одна заземленная нейтраль;

- сопротивление нейтрального провода в схему нулевой последовательности вводится утроенной величиной. Это связано с тем, что по нулевому проводу текут токи $\dot{I}_0$ всех трех фаз, т.е $\dot{I}_N = 3 \cdot \dot{I}_0$, уравнение по второму закону Кирхгофа по контуру фазы А для нулевой последовательности запишется как $\dot{I}_0 \underline{z}_0 + 3\dot{I}_0 \underline{z}_N = \dot{U}_0$. Отсюда и получается формула для комплексного эквивалентного сопротивления нулевой последовательности $\underline{z}_{0Э} = \dfrac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = \underline{z}_0 + 3 \cdot \underline{z}_N$.

4.5 Пример расчета цепи с поперечной несимметрией

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором *(g)* и симметричной нагрузкой *(n)*, в которой в линии *(l)* произошло короткое замыкание фазы А на землю (рисунок 4.5). Нагрузка соединена звездой с нулевым проводом.

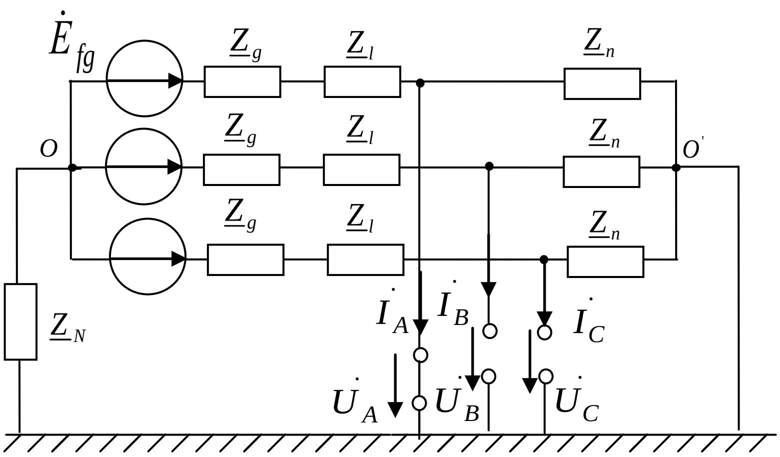


Рисунок 4.5

1) Составим три однофазные схемы замещения: прямой, обратной и нулевой последовательности (таблица 4.8):

– в схеме прямой последовательности включены фазная ЭДС генератора и сопротивления всех элементов цепи прямой последовательности. Здесь $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$ - симметричные составляющие напряжения и тока прямой последовательности в месте короткого замыкания;

– конфигурация схемы обратной последовательности такая же, но схема не будет содержать ЭДС (так как мы имеем симметричную систему ЭДС на входе). В ней включены сопротивления всех элементов цепи обратной последовательности, $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ - симметричные составляющие напряжения и тока обратной последовательности в месте короткого замыкания;

– конфигурация схемы нулевой последовательности в рассматриваемом примере отличается от схемы обратной последовательности только наличием утроенного сопротивления нейтрального провода. В ней включены сопротивления всех элементов цепи нулевой последовательности, $\dot{U}_0$ и $\dot{I}_0$ - симметричные составляющие напряжения и тока нулевой последовательности в месте короткого замыкания.

Следует отметить, что конфигурация схемы нулевой последовательности зависит как от схемы соединения нагрузки, так и от вида к.з. Поэтому в других случаях при ее составлении нужно учесть следующее:

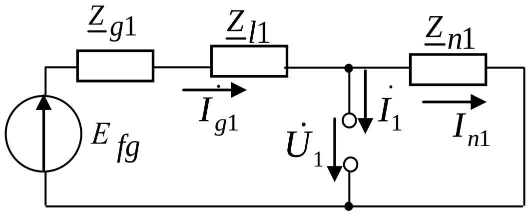
– если нагрузка не имеет нулевого провода (то есть соединена звездой без нулевого провода или треугольником), то ветви с сопротивлением нагрузки $\underline{Z}_{n0}$ в схеме не будет;

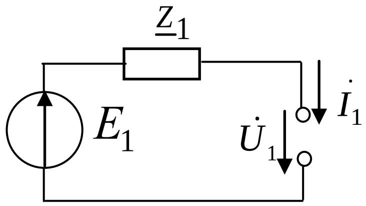
– если в схеме произошло междуфазное короткое замыкание, то схему нулевой последовательности вообще не составляют, так как ток и напряжение нулевой последовательности будут равны нулю. Поэтому для случая междуфазного к.з. составляют всего две схемы замещения: прямой и обратной последовательности.

Особенности составления схем замещения для некоторых отличных от примера случаев показаны в таблице 4.9.

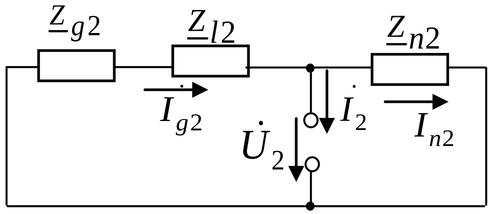
2) После составления схем замещения преобразуем их к простейшему виду (одному контуру), сложив параллельные ветви относительно места короткого замыкания. Эквивалентную ЭДС $\dot{E}_1$ и эквивалентные сопротивления $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_0$ найдем по известным формулам эквивалентных преобразований. Схемы после преобразования показаны в столбце 2 таблицы 4.8.

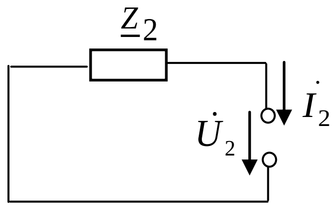
Таблица 4.8 – Схемы замещения при поперечной несимметрии

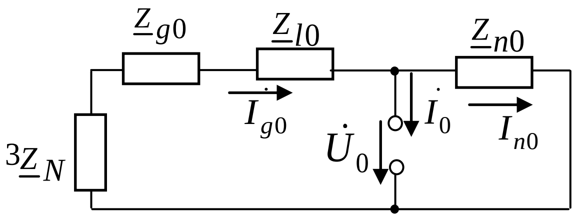
<table>
<tr><th>Однофазные схемы замещения</th><th>Однофазные схемы замещения
после преобразования до одного контура</th></tr>
<tr><td>Схема прямой последовательности</td><td>Схема прямой последовательности</td></tr>
<tr><td>


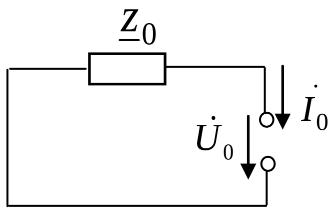
⇨
</td><td>


$$\dot{E}_1=\frac{\dot{E}_{fg}\cdot\dfrac{1}{\underline{Z}_{g1}+\underline{Z}_{l1}}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_{g1}}+\dfrac{1}{\underline{Z}_{l1}}+\dfrac{1}{\underline{Z}_{n1}}}$$

$$\underline{Z}_1=\frac{(\underline{Z}_{g1}+\underline{Z}_{l1})\cdot\underline{Z}_{n1}}{\underline{Z}_{g1}+\underline{Z}_{l1}+\underline{Z}_{n1}}$$
</td></tr>
<tr><td>Схема обратной последовательности</td><td>Схема обратной последовательности</td></tr>
<tr><td>


⇨
</td><td>


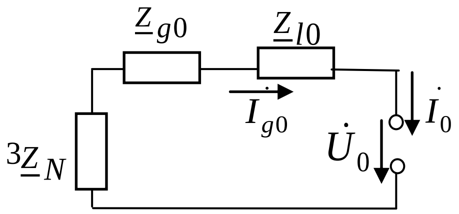
$$\underline{Z}_2=\frac{(\underline{Z}_{g2}+\underline{Z}_{l2})\cdot\underline{Z}_{n2}}{\underline{Z}_{g2}+\underline{Z}_{l2}+\underline{Z}_{n2}}$$
</td></tr>
<tr><td>Схема нулевой последовательности</td><td>Схема нулевой последовательности</td></tr>
<tr><td>


⇨
</td><td>


$$\underline{Z}_0=\frac{(\underline{Z}_{g0}+\underline{Z}_{l0}+3\underline{Z}_N)\cdot\underline{Z}_{n0}}{\underline{Z}_{g0}+\underline{Z}_{l0}+3\underline{Z}_N+\underline{Z}_{n0}}$$
</td></tr>
</table>

Таблица 4.9 – Особенности составления схем замещения при схемах соединения нагрузки без соединения с землей*

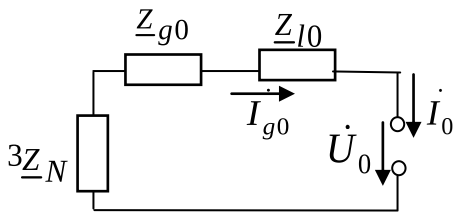
<table>
<tr><th>Схема нагрузки – звезда</th><th>Схема нагрузки – треугольник</th></tr>
<tr><td>
1) В схеме нулевой последовательности не будет ветви с сопротивлением нагрузки $\underline{Z}_{n0}$



2) При двухфазном к.з. (к.з. между фазами) схема нулевой последовательности не составляется
</td><td>
1) Перед составлением схем треугольник сопротивлений нагрузки нужно преобразовать в звезду:

$$\underline{Z}_{n1} = \frac{\underline{Z}_{n1\Delta}}{3};\ \underline{Z}_{n2} = \frac{\underline{Z}_{n2\Delta}}{3};\ \underline{Z}_{n0} = \frac{\underline{Z}_{n0\Delta}}{3}.$$

2) В схеме нулевой последовательности не будет ветви с сопротивлением нагрузки $\underline{Z}_{n0}$



3) При двухфазном к.з. (к.з. между фазами) схема нулевой последовательности не составляется
</td></tr>
</table>

* нейтраль генератора заземлена

3) Для нахождения шести неизвестных симметричных составляющих $\dot{U}_1,\ \dot{U}_2,\ \dot{U}_0$ и $\dot{I}_1,\ \dot{I}_2,\ \dot{I}_0$ составим систему из шести уравнений:

- первые три уравнения запишем для одноконтурных схем замещения (таблица 4.8) по второму закону Кирхгофа;

- остальные три уравнения запишем по условиям в месте несимметрии. Для рассматриваемого случая к.з. на землю фазы А граничные условия (таблица 4.6)

$\dot{U}_A = 0;\ \dot{I}_B = 0;\ \dot{I}_C = 0$, распишем их через симметричные составляющие по формулам таблицы 4.4).

$$\begin{cases} \underline{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_1 \\ \underline{Z}_2\dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0 \\ \underline{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{U}_A = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0 \\ \dot{I}_B = a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \\ \dot{I}_C = a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0 \end{cases}. \tag{4.3}$$

Полученную систему линейных алгебраических уравнений (4.3) можно решать как на ЭВМ, например, в системе MathCad, так и вручную.

Для решения в MathCad составляется матрица коэффициентов и матрица свободных членов.

$$A = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} \dot{E}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Далее решение системы идет по любому известному алгоритму, например, $IU = A^{-1} \cdot B$. В результате решения получим матрицу искомых симметричных составляющих

$$IU = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_0 \end{vmatrix},$$

Зная симметричные составляющие, найдем токи и напряжения в месте короткого замыкания. Их можно найти, используя формулы таблицы 4.4

$$\begin{aligned}
&\dot I_A = \dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_0 \\
&\dot I_B = a^2\dot I_1 + a\dot I_2 + \dot I_0 = 0\,(\textit{проверка}) \\
&\dot I_C = a\dot I_1 + a^2\dot I_2 + \dot I_0 = 0\,(\textit{проверка}) \\
&\dot U_A = \dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = 0\,(\textit{проверка}) \\
&\dot U_B = a^2\dot U_1 + a\dot U_2 + \dot U_0 \\
&\dot U_C = a\dot U_1 + a^2\dot U_2 + \dot U_0
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Систему (4.3) очень просто можно решить и вручную, приведя ее к одному уравнению с одним неизвестным. Для этого все неизвестные величины нужно выразить через одну величину, например, ток $\dot I_1$. Покажем, как это сделать наиболее просто.

Сначала, используя формулы таблицы 4.5 для расчета симметричных составляющих и граничные условия для токов $\dot I_B = 0; \dot I_C = 0$, установим зависимости между токами $\dot I_1,\ \dot I_2,\ \dot I_0$:

$$\begin{aligned}
&\dot I_0 = \frac{1}{3}(\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C) = \frac{1}{3}(\dot I_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot I_A \\
&\dot I_1 = \frac{1}{3}(\dot I_A + a\dot I_B + a^2\dot I_C) = \frac{1}{3}(\dot I_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot I_A \quad . \\
&\dot I_2 = \frac{1}{3}(\dot I_A + a^2\dot I_B + a\ \dot I_C) = \frac{1}{3}(\dot I_A + 0 + 0) = \frac{1}{3}\dot I_A
\end{aligned}$$

Отсюда сразу очевидно, что

$$\dot I_1 = \dot I_2 = \dot I_0 . \tag{4.5}$$

Далее сложим три первые уравнения системы (4.3), получим

$$\underline{Z}_1\dot I_1 + \underline{Z}_2\dot I_2 + \underline{Z}_0\dot I_2 + \dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = \dot E_1 .$$

С учетом (2.31) заменим токи $\dot I_2,\ \dot I_0$ на $\dot I_1$ и учтем, что $\dot U_A = \dot U_1 + \dot U_2 + \dot U_0 = 0$. Получим $\underline{Z}_1\dot I_1 + \underline{Z}_2\dot I_1 + \underline{Z}_0\dot I_1 = \dot E_1$, откуда ток прямой последовательности будет находиться по формуле $\dot I_1 = \dfrac{\dot E_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0}$.

Остальные симметричные составляющие токов и напряжений найдутся по формулам $\dot I_2 = \dot I_0 = \dot I_1$, $\dot U_1 = \dot E_1 - \underline{Z}_1\dot I_1$, $\dot U_2 = -\underline{Z}_2\dot I_2$, $\dot U_0 = -\underline{Z}_0\dot I_0$. Искомые токи и напряжения в месте короткого замыкания находятся по (4.4).

На рисунке 4.6 показаны примерные векторные диаграммы токов и напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей и векторные диаграммы результирующих токов и напряжений в месте короткого замыкания для рассмотренного случая однофазного короткого замыкания на землю.

Из векторных диаграмм видно, что ток фазы А в месте короткого замыкания $\dot{I}_A$ равен сумме равных симметричных составляющих токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$, токи других фаз $\dot{I}_B = 0$; $\dot{I}_C = 0$. Напряжение между фазой А и землей $\dot{U}_A = 0$, напряжения между фазами В и С и землей находятся как сумма соответствующих симметричных составляющих.

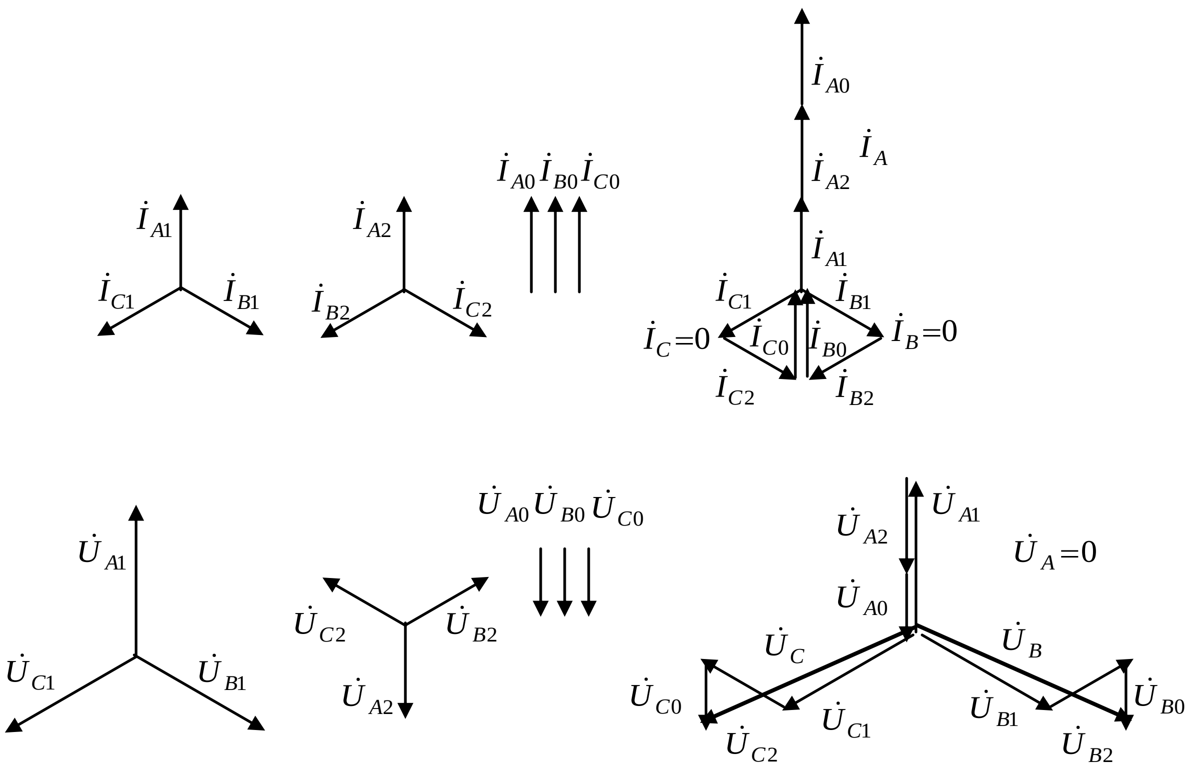


Рисунок 4.6

4.6 Пример расчета цепи с продольной несимметрией

Рассмотрим трехфазную цепь с симметричным генератором и симметричной нагрузкой, в которой произошел обрыв фазы В (рисунок 4.7). Известны фазная ЭДС генератора $\dot{E}_{fg}$, фазные сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательности для генератора $\underline{Z}_{g1}$, $\underline{Z}_{g2}$, $\underline{Z}_{g0}$ для линии $\underline{Z}_{l1}$, $\underline{Z}_{l2}$, $\underline{Z}_{l0}$ и нагрузки $\underline{Z}_{n1}$, $\underline{Z}_{n2}$, $\underline{Z}_{n0}$, сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_{N}$. Требуется методом симметричных составляющих рассчитать токи и напряжения в месте несимметрии.

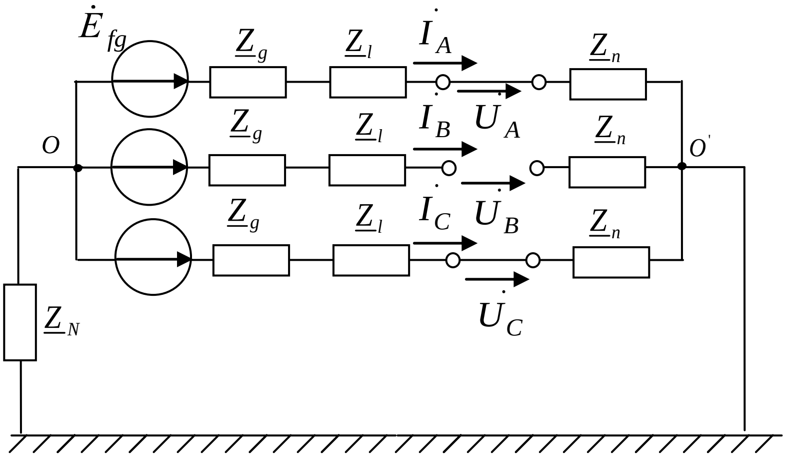
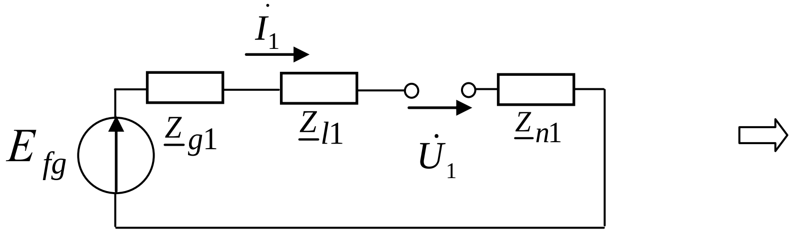
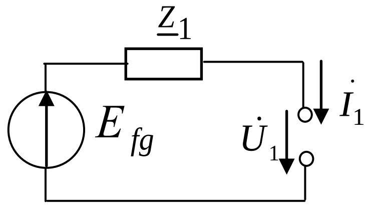
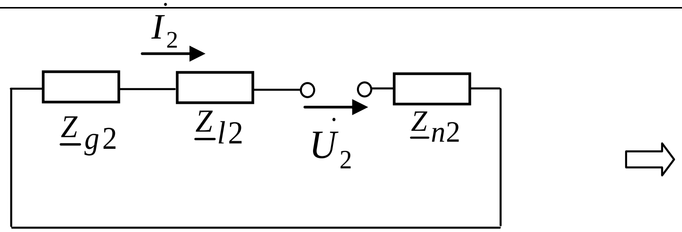
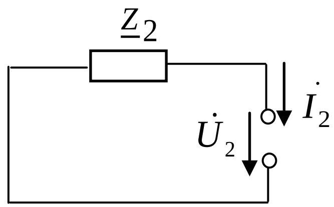
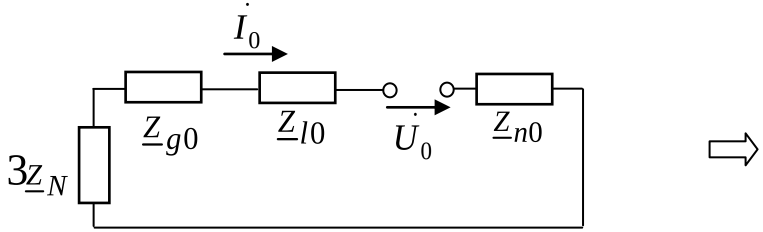
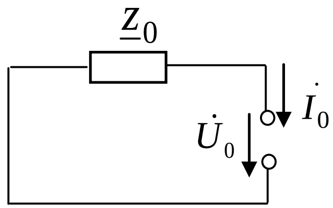


Рисунок 4.7

1) Составим три однофазные схемы замещения: прямой, обратной и нулевой последовательности (таблица 4.10). Место несимметрии (обрыва) в схемах находится в линии. Если нагрузка соединена треугольником, ее перед составлением схем нужно преобразовать в звезду:

– в схему прямой последовательности включены фазная ЭДС генератора и сопротивления всех элементов цепи прямой последовательности. Здесь $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$ - симметричные составляющие напряжения и тока прямой последовательности в месте обрыва;

Таблица 4.10 – Схемы замещения при продольной несимметрии

Однофазные схемы замещения	**Однофазные схемы замещения после преобразования**
Схема прямой последовательности	*Схема прямой последовательности*
	 $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{g1} + \underline{Z}_{l1} + \underline{Z}_{n1}$
Схема обратной последовательности	*Схема обратной последовательности*
	 $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{g2} + \underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{n2}$
Схема нулевой последовательности	*Схема нулевой последовательности*
	 $\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{g0} + \underline{Z}_{l0} + 3\underline{Z}_N + \underline{Z}_{n0}$

– конфигурация схемы обратной последовательности такая же, но схема не будет содержать ЭДС (так как мы имеем симметричную систему ЭДС на входе). В ней будут включены сопротивления всех элементов цепи обратной последовательности, $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ - симметричные составляющие напряжения и тока обратной последовательности в месте обрыва;

– конфигурация схемы нулевой последовательности в рассматриваемом примере отличается от схемы обратной последовательности только наличием утроенного сопротивления нейтрального провода. В ней включены сопротивления всех элементов цепи нулевой последовательности, $\dot{U}_0$ и $\dot{I}_0$ - симметричные составляющие напряжения и тока нулевой последовательности в месте обрыва.

Для случаев, когда нагрузка не имеет связи с землей, то есть соединена звездой без нулевого провода или треугольником, схему нулевой последовательности можно не составлять. Рекомендации для этих случаев приведены в конце подраздела.

2) После составления схем замещения преобразуем их к простейшему виду (сложим последовательно соединенные сопротивления). Схемы после преобразования показаны в столбце 2 таблицы 4.10.

3) Для нахождения шести неизвестных симметричных составляющих $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{U}_0$ и $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_0$ составим систему из шести уравнений:

- первые три уравнения запишем для одноконтурных схем замещения (таблица 4.9) по второму закону Кирхгофа;

- остальные три уравнения – это граничные условия в месте несимметрии (таблица 4.7). расписав их по формулам таблицы 4.4. В случае обрыва фазы В – это $\dot{U}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{U}_C = 0$.

$$
\begin{cases}
\underline{Z}_1\dot{I}_1+\dot{U}_1=\dot{E}_{fg}\\
\underline{Z}_2\dot{I}_2+\dot{U}_2=0\\
\underline{Z}_0\dot{I}_0+\dot{U}_0=0\\
\dot{U}_A=\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}_0=0\\
\dot{I}_B=a^2\dot{I}_1+a\dot{I}_2+\dot{I}_0=0\\
\dot{U}_C=a\dot{U}_1+a^2\dot{U}_2+\dot{U}_0=0
\end{cases}
\tag{4.6}
$$

Для решения в MathCad системы (4.6) составим матрицу коэффициентов и матрицу свободных членов.

$$
A=\begin{vmatrix}
\underline{Z}_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & \underline{Z}_2 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & \underline{Z}_0 & 0 & 0 & 1\\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1\\
a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & a & a^2 & 1
\end{vmatrix}
\qquad
B=\begin{vmatrix}
\dot{E}_{fg}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0
\end{vmatrix}
$$

В результате решения системы получим симметричные составляющие токов и напряжений

$$
IU=A^{-1}\cdot B \qquad IU=\begin{vmatrix}
\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_0\\ \dot{U}_1\\ \dot{U}_2\\ \dot{U}_0
\end{vmatrix},
$$

по которым, используя формулы таблицы 4.4, найдем искомые токи и напряжения

$$
\begin{aligned}
&\dot{I}_A=\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_0\\
&\dot{I}_B=a^2\dot{I}_1+a\dot{I}_2+\dot{I}_0=0\ \ (\textit{проверка})\\
&\dot{I}_C=a\dot{I}_1+a^2\dot{I}_2+\dot{I}_0\\
&\dot{U}_A=\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}_0=0\ \ (\textit{проверка})\\
&\dot{U}_B=a^2\dot{U}_1+a\dot{U}_2+\dot{U}_0\\
&\dot{U}_C=a\dot{U}_1+a^2\dot{U}_2+\dot{U}_0=0\ \ (\textit{проверка})
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

При ручном расчете нужно сначала найти зависимости между напряжениями $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$, учитывая, что в месте обрыва $\dot{U}_A=0;\ \dot{I}_B=0;\ \dot{U}_C=0$.

$$\dot U_0 = \frac{1}{3}(\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C) = \frac{1}{3}(0 + \dot U_B + 0) = \frac{1}{3}\dot U_B$$
$$\dot U_1 = \frac{1}{3}(\dot U_A + a\dot U_B + a^2\dot U_C) = \frac{1}{3}(0 + a\dot U_B + 0) = \frac{1}{3}a\dot U_B \qquad (4.8)$$
$$\dot U_2 = \frac{1}{3}(\dot U_A + a^2\dot U_B + a\ \dot U_C) = \frac{1}{3}(0 + a^2\dot U_B + 0) = \frac{1}{3}a^2\dot U_B$$

Отсюда сразу можно установить, что

$$\dot U_1 = a\dot U_0. \qquad (4.9)$$
$$\dot U_2 = a^2\dot U_0$$

Далее из первых трех уравнений системы (26) с учетом (29) выразим токи $\dot I_1,\ \dot I_2, \dot I_0$:

$$\dot I_1 = \frac{\dot E_{fg} - \dot U_1}{\underline{Z}_1} = \frac{\dot E_{fg} - a\dot U_0}{\underline{Z}_1};\quad \dot I_2 = \frac{-\dot U_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-a^2\dot U_0}{\underline{Z}_2};\quad \dot I_0 = \frac{-\dot U_0}{\underline{Z}_0}$$

и подставим эти выражения в пятое уравнение системы (26)

$$\dot I_B = a^2\dot I_1 + a\dot I_2 + \dot I_0 = a^2\frac{\dot E_{fg} - a\dot U_0}{\underline{Z}_1} - a\frac{a^2\dot U_0}{\underline{Z}_2} - \frac{\dot U_0}{\underline{Z}_0} = 0.$$

Отсюда $\quad a^2\dfrac{\dot E_{fg}}{\underline{Z}_1} = \dfrac{a^3\dot U_0}{\underline{Z}_1} + \dfrac{a^3\dot U_0}{\underline{Z}_2} + \dfrac{\dot U_0}{\underline{Z}_0}$.

Учитывая, что $a^3 = 1$, получим

$$\dot U_0 = \frac{a^2\dfrac{\dot E_{fg}}{\underline{Z}_1}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{1}{\underline{Z}_2} - \dfrac{1}{\underline{Z}_0}} \qquad (4.10)$$

Остальные симметричные составляющие токов и напряжений найдутся по вышеприведенным формулам, искомые токи и напряжения находятся по (4.7).

Примерные векторные диаграммы токов и напряжений для рассмотренного примера обрыва линейного провода В показаны на рисунке 4.8.

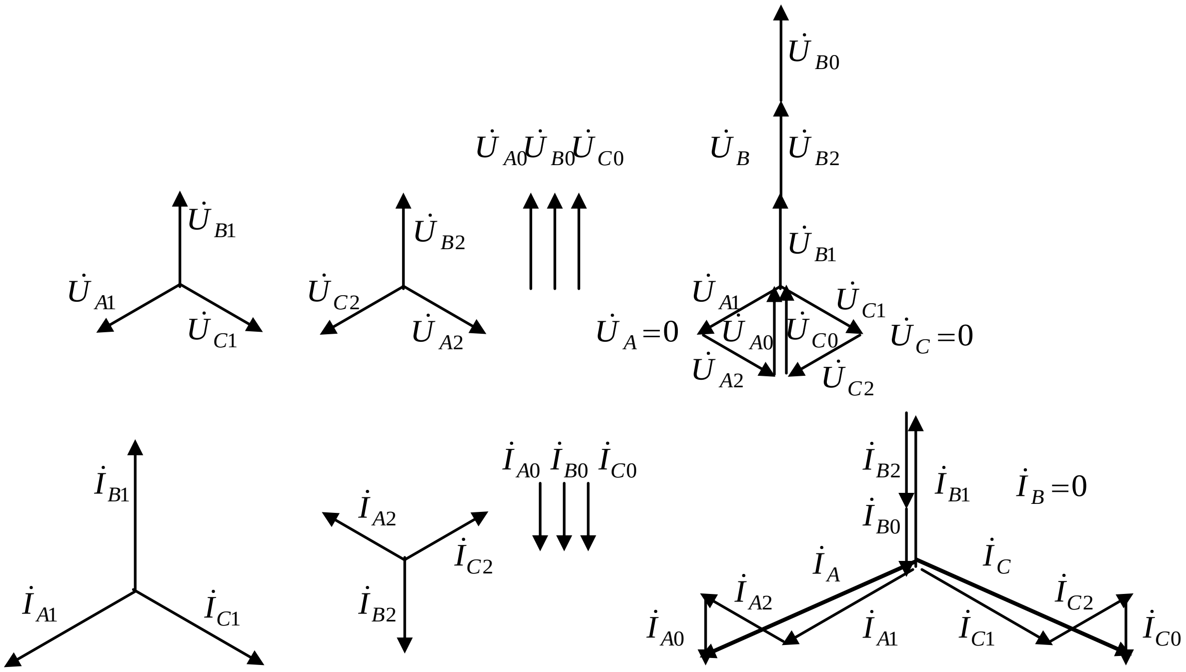


Рисунок 4.8

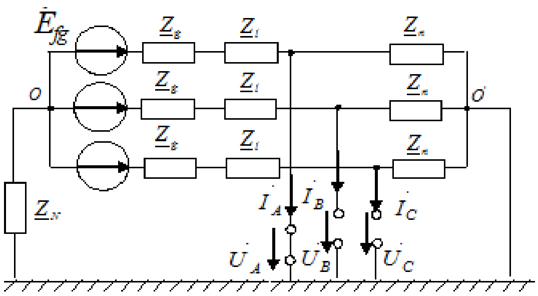
Из векторных диаграмм видно, что напряжение в месте обрыва $\dot U_B$ равно сумме равных симметричных составляющих напряжений $\dot U_1, \dot U_2, \dot U_0$, напряжения других фаз $\dot U_A = 0;\ \dot U_C = 0$. Ток в оборвавшейся фазе $\dot I_B = 0$, токи фаз А и С нулю не равны и находятся как сумма соответствующих симметричных составляющих.

В случае, когда нагрузка не имеет связи с землей, то есть соединена звездой без нулевого провода или треугольником, ток нулевой последовательности $\dot I_0$ будет равен нулю, так как замкнутого пути для его циркуляции нет, схема нулевой последовательности будет разомкнутой (то есть ее можно не составлять). *При ручном расчете* в этом случае составляют систему из пяти уравнений: два уравнения – по законам Кирхгофа для схем прямой и обратной последовательности, три уравнения – по граничным условиям в месте несимметрии. *При расчете этого случая в MathCad* целесообразно составлять три схемы и шесть уравнений, но сопротивление нулевого провода принять бесконечно большим.

4.7 Примеры расчета в Mathcad цепи

4.7.1 Пример расчета цепи при к.з. фазы А на землю

Пример представлен на рисунках 4.9 – 4.12.



В трехфазной цепи произошло к.з. на землю фазы А.
Требуется найти токи и напряжения в месте к.з.; построить векторные диаграммы токов и напряжений в месте к.з.

Исходные данные: $j := \sqrt{-1}$

$Efg := 120$ В $\quad a := e^{j \cdot 120 \cdot deg}$

Генератор:	$Zg1 := 5 - j \cdot 2$ Ом	$Zg2 := 3 - j \cdot 3$ Ом	$Zg0 := 3 + j \cdot 2$ Ом
Линия:	$Zl1 := 3 + j \cdot 1$ Ом	$Zl2 := 3 + j$ Ом	$Zl0 := 2 + j \cdot 1$ Ом
Нагрузка:	$Zn1 := 5 + j \cdot 7$ Ом	$Zn2 := 4 + j \cdot 2$ Ом	$Zn0 := 2 + j \cdot 2$ Ом
Нулевой провод:	$ZN := 5$ Ом		

Решение

Составим однофазные схемы замещения прямой, обратной, нулевой последовательностей и преобразуем их к простейшему виду.

Рассчитаем эквивалентные ЭДС и сопротивления

Эквивалентная ЭДС

$$E1 := \frac{Efg \cdot \frac{1}{Zg1 + Zl1}}{\frac{1}{Zg1 + Zl1} + \frac{1}{Zn1}}$$

$E1 = 62.634 + 35.707i$ В

Эквивалентные сопротивления ветвей

$$Z1 := \frac{(Zg1 + Zl1) \cdot Zn1}{Zg1 + Zl1 + Zn1} \qquad Z1 = 4.473 + 1.859i \quad \text{Ом}$$

$$Z2 := \frac{(Zg2 + Zl2) \cdot Zn2}{Zg2 + Zl2 + Zn2} \qquad Z2 = 2.8 + 0.4i \quad \text{Ом}$$

Рисунок 4.9

$$Z0 := \frac{(Zg0 + Zl0 + 3ZN)\cdot Zn0}{Zg0 + Zl0 + 3ZN + Zn0} \qquad Z0 = 1.921 + 1.654i \quad \text{Ом}$$

Составим систему шести уравнений: три - по законам Кирхгофа,
три - по условим в месте к.з. (UA=0, IB=0,IC=0)

$$Z1\cdot I1 + U1 = E1$$

$$Z2\cdot I2 + U2 = 0$$

$$Z0\cdot I0 + U0 = 0$$

$$U1 + U2 + U0 = 0$$

$$a^2\cdot I1 + a\cdot I2 + I0 = 0$$

$$a\cdot I1 + a^2\cdot I2 + I0 = 0$$

Решим систему

$ORIGIN := 1$

Матрица коэффициентов

Матрица свободных членов

$$A := \begin{pmatrix} Z1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$IU := A^{-1}\cdot B \qquad IU = \begin{pmatrix} 7.167 + 0.834i \\ 7.167 + 0.834i \\ 7.167 + 0.834i \\ 32.125 + 18.658i \\ -19.734 - 5.201i \\ -12.391 - 13.457i \end{pmatrix}$$

Симметричные составляющие токов и напряжений в месте короткого замыкания

$I1 := IU_1$	$I1 = 7.167 + 0.834i$	$\lvert I1\rvert = 7.215$	$\arg(I1) = 6.635\cdot deg$
$I2 := IU_2$	$I2 = 7.167 + 0.834i$	$\lvert I2\rvert = 7.215$	$\arg(I2) = 6.635\cdot deg$
$I0 := IU_3$	$I0 = 7.167 + 0.834i$	$\lvert I0\rvert = 7.215$	$\arg(I0) = 6.635\cdot deg$
$U1 := IU_4$	$U1 = 32.125 + 18.658i$	$\lvert U1\rvert = 37.15$	$\arg(U1) = 30.148\cdot deg$
$U2 := IU_5$	$U2 = -19.734 - 5.201i$	$\lvert U2\rvert = 20.408$	$\arg(U2) = -165.235\cdot deg$
$U0 := IU_6$	$U0 = -12.391 - 13.457i$	$\lvert U0\rvert = 18.293$	$\arg(U0) = -132.639\cdot deg$

Рисунок 4.10

Определим токи и напряжения в месте короткого замыкания

Токи:

$IA := I1 + I2 + I0 \qquad IA = 21.501 + 2.501i \quad A$

$|IA| = 21.645 \quad A \qquad arg(IA) = 6.635 \cdot deg$

$IB := a^2 \cdot I1 + a \cdot I2 + I0 \qquad IB = -4.441 \times 10^{-15} + 1.776i \times 10^{-15}$ - проверка условия IB=0

$IC := a \cdot I1 + a^2 \cdot I2 + I0 \qquad IC = 0$ - проверка условия IC=0

Напряжения:

$UA := U1 + U2 + U0 \qquad UA = 1.776 \times 10^{-15}$ - проверка условия UA=0

$UB := a^2 \cdot U1 + a \cdot U2 + U0 \qquad UB = 2.076 - 65.097i \quad B$

$|UB| = 65.13 \quad B \qquad arg(UB) = -88.174 \cdot deg$

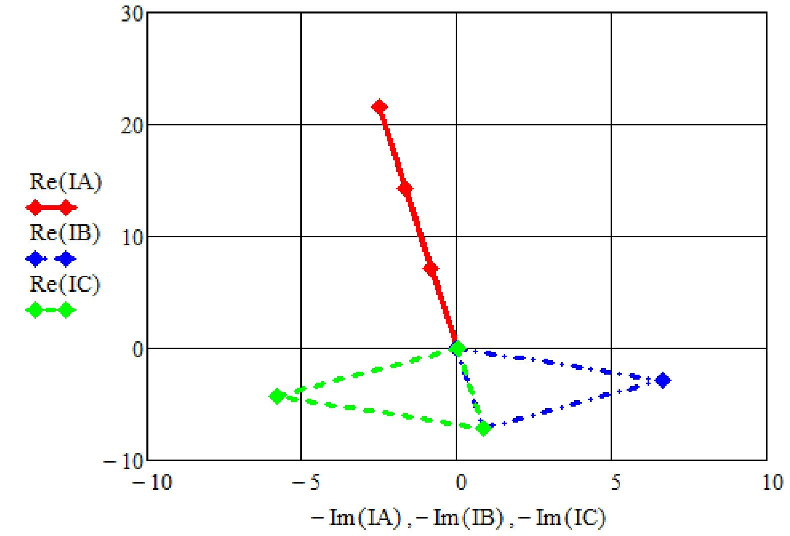
$UC := a \cdot U1 + a^2 \cdot U2 + U0 \qquad UC = -39.25 + 24.725i \quad B$

$|UC| = 46.388 \quad B \qquad arg(UC) = 147.792 \cdot deg$

Векторная диаграмма токов в месте к.з.

$$IA := \begin{pmatrix} 0 \\ I1 \\ I1 + I2 \\ I1 + I2 + I0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad IB := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot I1 \\ a^2 \cdot I1 + a \cdot I2 \\ a^2 \cdot I1 + a \cdot I2 + I0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad IC := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot I1 \\ a \cdot I1 + a^2 \cdot I2 \\ a \cdot I1 + a^2 \cdot I2 + I0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.11



Векторная диаграмма напряжений в месте к.з.

$$UA := \begin{pmatrix} 0 \\ U1 \\ U1 + U2 \\ U1 + U2 + U0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad UB := \begin{pmatrix} 0 \\ a^2 \cdot U1 \\ a^2 \cdot U1 + a \cdot U2 \\ a^2 \cdot U1 + a \cdot U2 + U0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad UC := \begin{pmatrix} 0 \\ a \cdot U1 \\ a \cdot U1 + a^2 \cdot U2 \\ a \cdot U1 + a^2 \cdot U2 + U0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

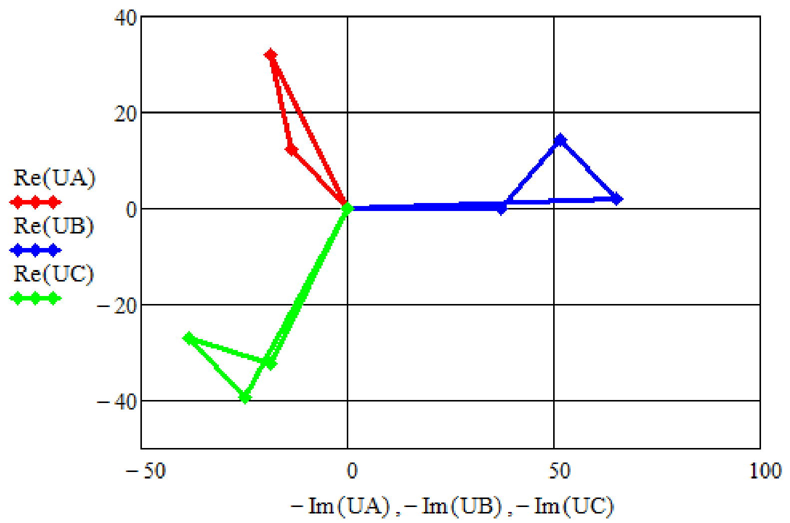


Рисунок 4.12

4.7.2 Фрагмент расчета двухфазного (междуфазного) к.з. фаз А и В

Фрагмент расчета двухфазного (междуфазного) к.з. фаз А и В (схема с нулевым проводом**)** представлен на рисунке 4.13.

Составим систему шести уравнений:
три - по законам Кирхгофа,
три - по условим в месте к.з. (UA=UB, IA= - IB, IC=0)

$$Z1 \cdot I1 + U1 = E1$$

$$Z2 \cdot I2 + U2 = 0$$

$$Z0 \cdot I0 + U0 = 0$$

$$U1 + U2 + U0 = a^2 \cdot U1 + a \cdot U2 + U0$$

$$I1 + I2 + I0 = -a^2 \cdot I1 - a \cdot I2 - I0$$

$$a \cdot I1 + a^2 \cdot I2 + I0 = 0$$

Система уравнений после приведения подобных членов

$$Z1 \cdot I1 + U1 = E1$$

$$Z2 \cdot I2 + U2 = 0$$

$$Z0 \cdot I0 + U0 = 0$$

$$\left(1 - a^2\right) \cdot U1 + (1 - a) \cdot U2 = 0$$

$$\left(1 + a^2\right) \cdot I1 + (1 + a) \cdot I2 + 2 \cdot I0 = 0$$

$$a \cdot I1 + a^2 \cdot I2 + I0 = 0$$

Решим систему

$$ORIGIN := 1$$

Матрица коэффициентов

$$A := \begin{pmatrix} Z1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Z2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Z0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - a^2 & 1 - a & 0 \\ 1 + a^2 & 1 + a & 2 & 0 & 0 & 0 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица свободных членов

$$B := \begin{pmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.13

5 Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами

5.1 Задание № 4

Для возникающего переходного процесса в электрических цепях, изображенных на рисунках 5.1 - 5.30 таблицы 5.1, с постоянным источником ЭДС $e_1(t) = E$ или источником тока $j(t) = J$ требуется выполнить следующее:

1. Рассчитать переходные токи во всех ветвях и переходные напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе:

а) классическим методом;

б) операторным методом.

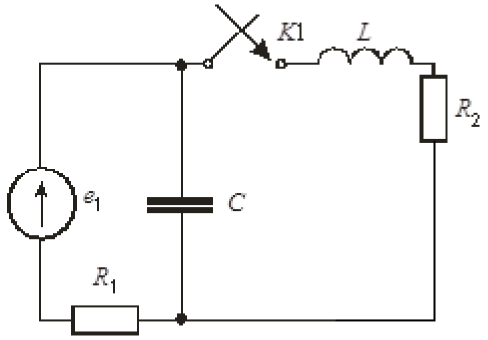
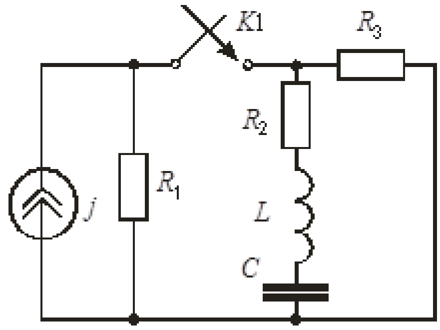
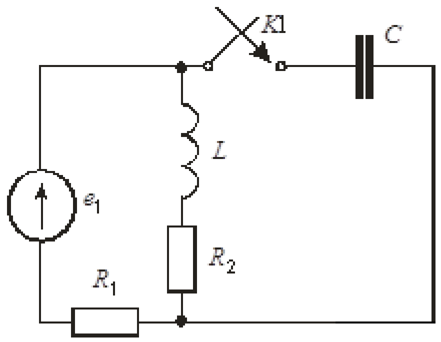
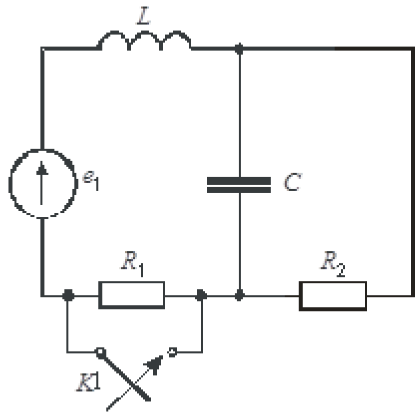
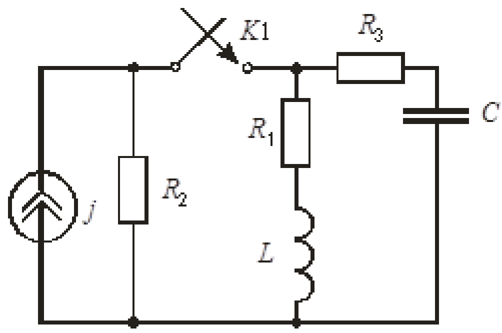
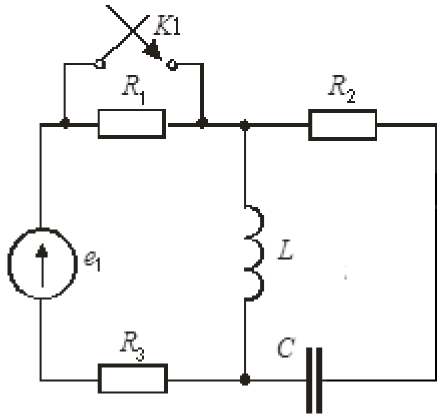
2. Сравнить рассчитанные значения токов и напряжений классическим и операторным методами.

3. Построить кривые переходных тока и напряжения на катушке индуктивности и на конденсаторе.

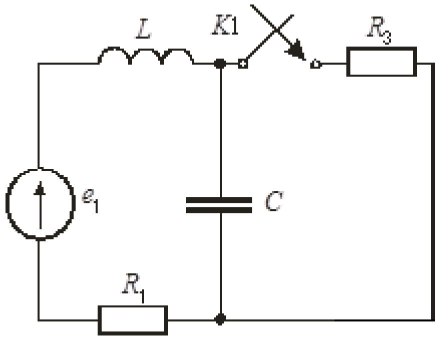
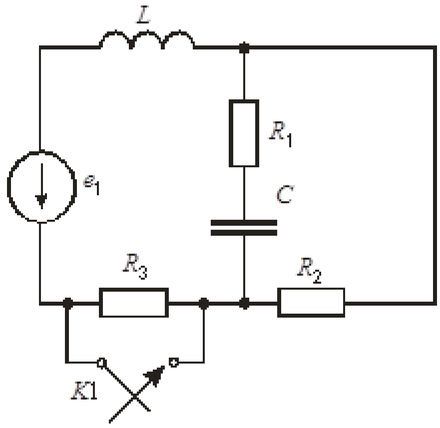
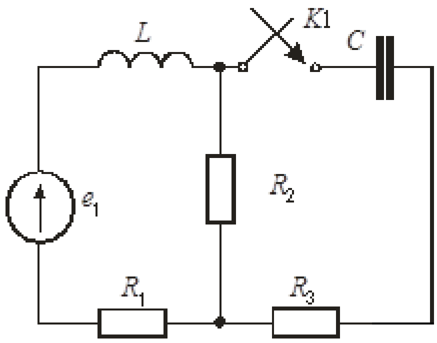
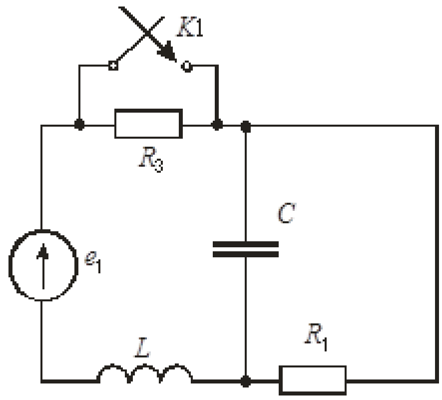
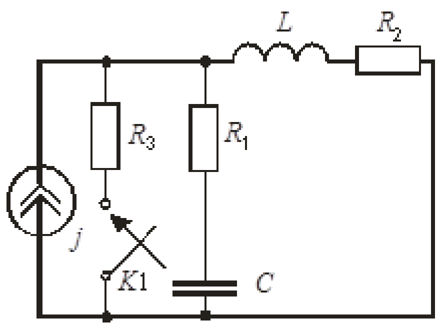
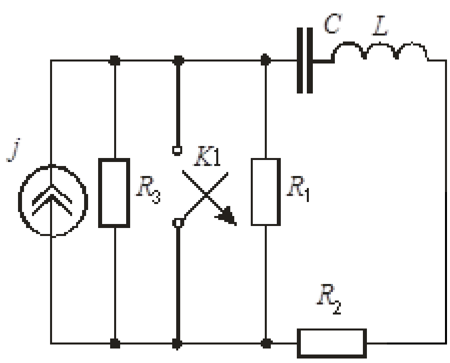
4. Исследовать переходной процесс в симуляторе работы электрической цепи, указанном преподавателем.

Параметры электрической цепи представлены в таблице 5.2.

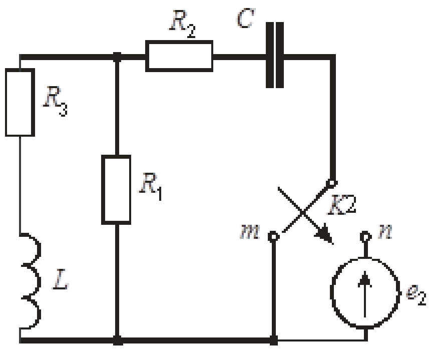
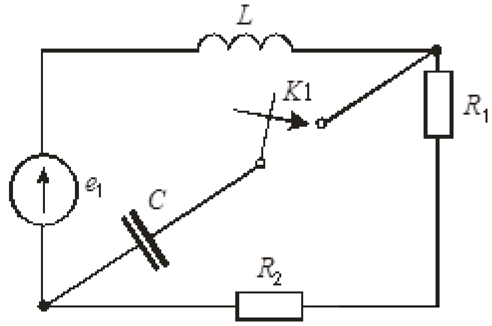
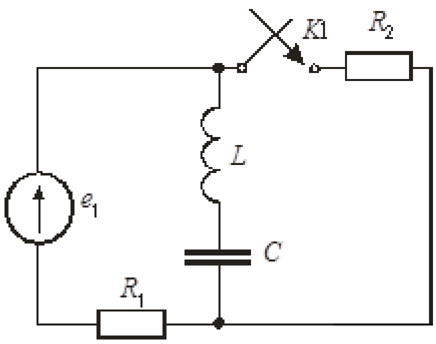
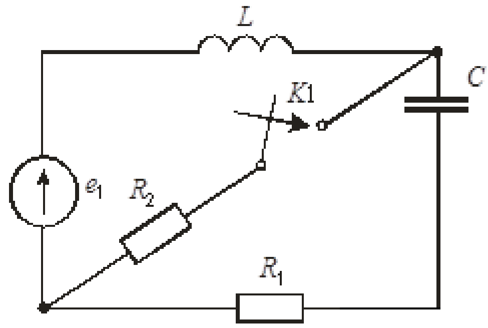
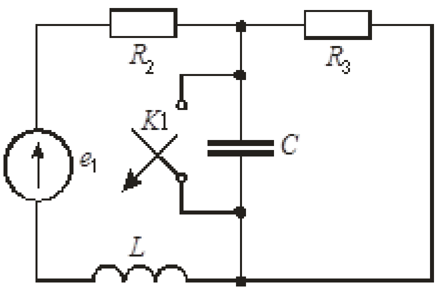
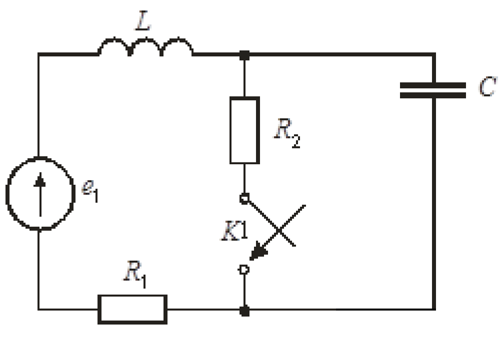
Таблица 5.1

 Рисунок 5.1	 Рисунок 5.4
 Рисунок 5.2	 Рисунок 5.5
 Рисунок 5.3	 Рисунок 5.6

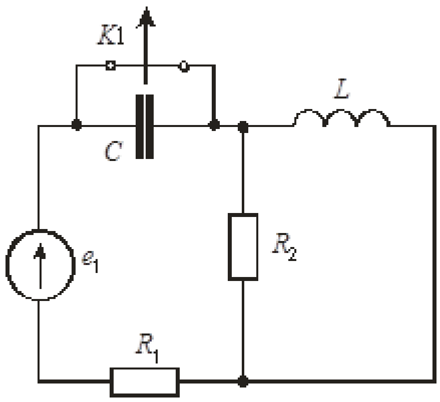
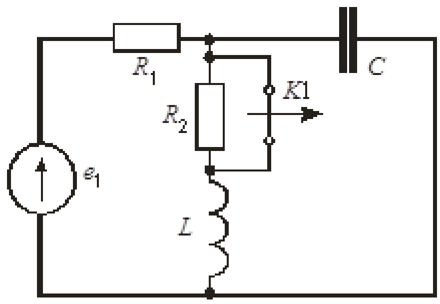
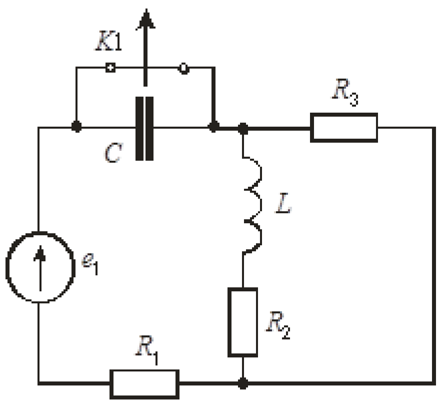
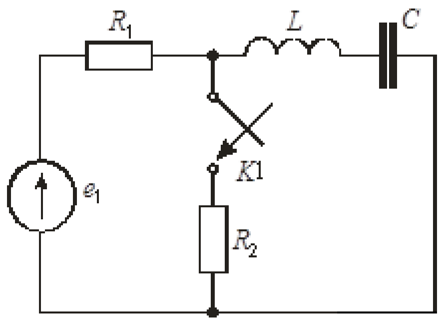
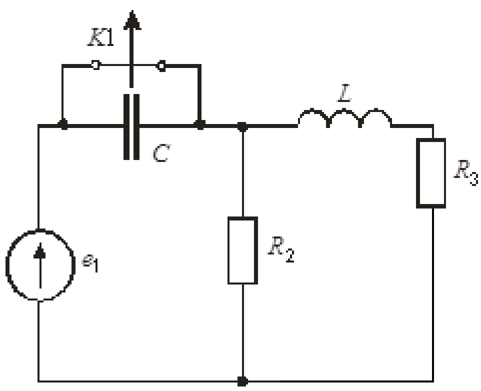
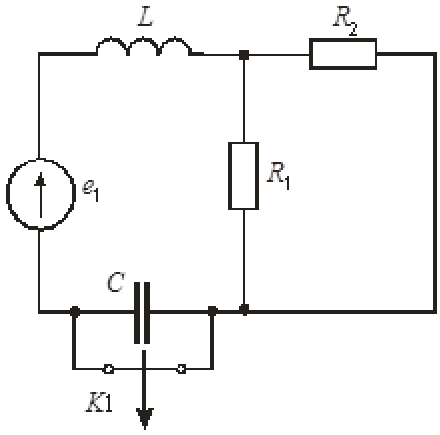
Продолжение таблицы 5.1

 Рисунок 5.7	 Рисунок 5.10
 Рисунок 5.8	 Рисунок 5.11
 Рисунок 5.9	 Рисунок5.12

Продолжение таблицы 5.1

 Рисунок 5.13	 Рисунок 5.16
 Рисунок 5.14	 Рисунок 5.17
 Рисунок 5.15	 Рисунок 5.18

Продолжение таблицы 5.1

 Рисунок 5.19	 Рисунок 5.22
 Рисунок 5.20	 Рисунок 5.23
 Рисунок 5.21	 Рисунок 5.24

Продолжение таблицы 5.1

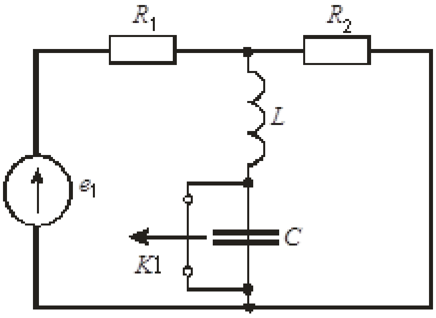


Рисунок 5.25

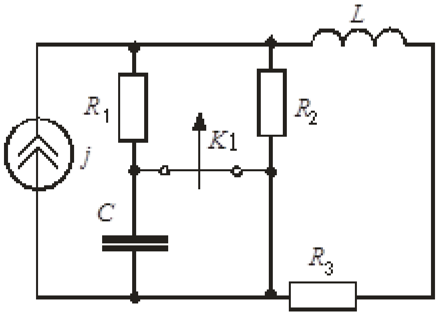


Рисунок 5.28

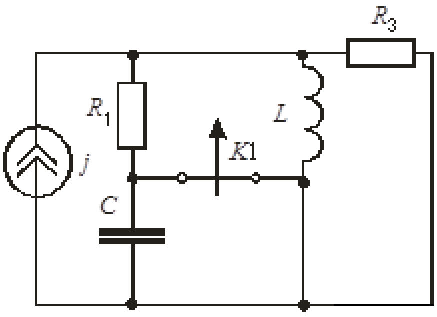


Рисунок 5.26

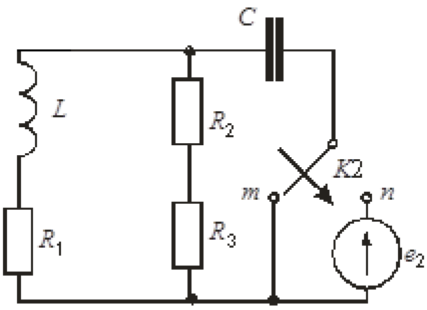


Рисунок 5.29

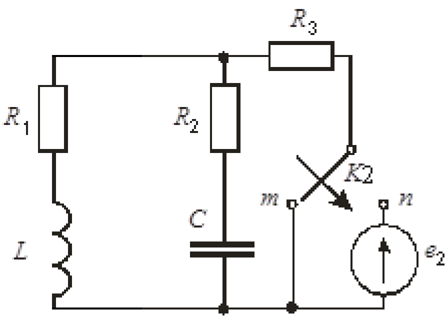


Рисунок 5.27

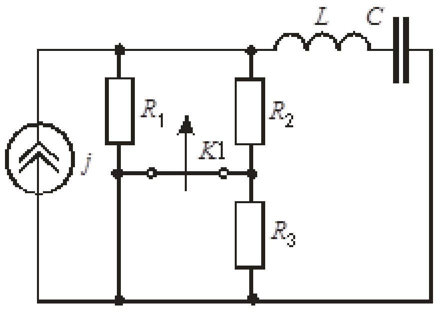


Рисунок 5.30

Таблица 5.2 - Параметры элементов цепи

Вариант	Номер схемы	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, Гн	C, мкФ	E, В	J, А
1	5.1	20	50	130	0,2	100	100	-
2	5.2	50	80	100	0,8	40	120	-
3	5.3	80	180	70	0,7	60	-	1,5
4	5.4	110	240	70	1,2	100	-	2,0
5	5.5	95	210	100	1,5	160	130	-
6	5.6	65	150	130	0,9	110	110	-
7	5.7	35	110	80	0,6	100	100	-
8	5.8	90	200	60	0,9	70	80	-
9	5.9	100	220	50	1,0	90	-	0,5
10	5.10	110	240	70	1,2	100	50	-
11	5.11	120	250	80	1,3	120	100	-
12	5.12	130	230	90	1,4	140	-	1,0
13	5.13	95	210	100	1,5	160	150	-
14	5.14	85	190	110	1,2	140	170	-
15	5.15	75	170	120	1,0	130	200	-
16	5.16	65	150	130	0,9	110	180	-
17	5.17	55	140	100	0,8	80	175	-
18	5.18	45	130	90	0,7	90	160	-
19	5.19	35	110	80	0,6	100	150	-
20	5.20	25	100	70	0,5	110	125	-
21	5.21	40	120	200	1,0	260	100	-
22	5.22	100	150	180	1,6	80	120	-
23	5.23	160	350	130	1,7	110	130	-
24	5.24	200	400	140	2,2	200	150	-
25	5.25	190	410	200	2,5	320	100	-

Продолжение таблицы 5.2

Вариант	Номер схемы	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, Гн	C, мкФ	E, В	J, А
26	5.26	130	300	260	1,9	220	-	0,5
27	5.27	70	220	160	1,2	200	125	-
28	5.28	180	380	120	1,8	140	-	1,5
29	5.29	200	420	100	2,0	180	170	-
30	5.30	220	400	140	2,2	200	-	1,0
31	5.1	30	75	180	0,3	150	200	-
32	5.2	75	120	150	1,2	60	250	-
33	5.3	120	260	100	1,0	90	-	0,5
34	5.4	160	300	90	1,8	140	-	1,5
35	5.5	135	310	140	2,2	240	210	-
36	5.6	95	220	190	1,4	160	200	-
37	5.7	50	160	120	0,9	150	110	-
38	5.8	140	280	100	1,5	100	100	-
39	5.9	150	310	75	1,5	135	-	1,0
40	5.10	200	360	100	1,8	145	75	-
41	5.11	240	500	160	2,5	240	100	-
42	5.12	250	450	180	2,4	260	-	1,5
43	5.13	190	410	200	3,0	320	150	-
44	5.14	170	380	220	2,4	280	170	-
45	5.15	150	340	240	2,0	250	200	-
46	5.16	130	300	250	1,8	200	180	-
47	5.17	110	250	200	1,8	160	175	-
48	5.18	90	260	180	1,4	180	160	-
49	5.19	70	220	160	1,2	200	150	-
50	5.20	50	200	140	1,0	220	125	-

Продолжение таблицы 5.2

Вариант	Номер схемы	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, Гн	C, мкФ	E, В	J, А
51	5.21	110	240	70	1,2	100	50	-
52	5.22	120	250	80	1,3	120	100	-
53	5.23	130	230	90	1,4	140	120	-
54	5.24	95	210	100	1,5	160	150	-
55	5.35	85	190	110	1,2	140	170	-
56	5.26	75	170	120	1,0	130	-	1,0
57	5.27	65	150	130	0,9	110	180	-
58	5.28	55	140	100	0,8	80	-	1,5
59	5.29	45	130	90	0,7	90	160	-
60	5.30	35	110	80	0,6	100	-	0,5
61	5.1	40	100	250	0,5	200	100	-
62	5.2	100	160	200	1,6	80	120	-
63	5.3	160	360	140	1,4	120	-	1,5
64	5.4	220	450	150	2,2	200	-	2,0
65	5.5	190	410	200	3,0	320	130	-
66	5.6	130	300	230	1,8	220	110	-
67	5.7	70	200	160	1,2	200	100	-
68	5.8	180	350	120	1,8	140	80	-
69	5.9	200	430	100	2,0	180	-	0,5
70	5.10	220	480	140	2,4	200	50	-
71	5.11	240	500	160	2,5	240	100	-
72	5.12	250	450	180	2,8	260	-	1,0
73	5.13	180	400	200	3,0	320	150	-
74	5.14	170	380	220	2,2	250	170	-
75	5.15	150	340	240	2,0	260	200	-

Продолжение таблицы 5.2

Вариант	Номер схемы	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, Гн	C, мкФ	E, В	J, А
76	5.16	135	350	260	1,7	200	180	-
77	5.17	110	240	200	1,6	160	175	-
78	5.18	90	260	180	1,4	180	160	-
79	5.19	70	220	160	1,2	200	150	-
80	5.20	50	200	140	1,0	220	125	-
81	5.21	240	500	160	2,5	240	100	-
82	5.22	250	450	180	2,4	260	100	-
83	5.23	190	410	200	3,0	320	150	-
84	5.24	170	380	220	2,4	280	170	-
85	5.25	150	340	240	2,0	250	200	-
86	5.26	130	300	250	1,8	200	-	1,5
87	5.27	110	250	200	1,8	160	175	-
88	5.28	90	260	180	1,4	180	-	1,0
89	5.29	70	220	160	1,2	200	150	-
90	5.30	50	200	140	1,0	220	-	0,5
91	5.1	50	120	350	0,5	250	100	-
92	5.2	120	200	250	2,0	100	120	-
93	5.3	200	450	170	1,7	150	-	1,5
94	5.4	260	520	180	3,0	250	-	2,0
95	5.5	240	500	250	3,5	400	130	-
96	5.6	160	370	320	2,3	280	110	-
97	5.7	85	270	200	1,6	250	100	-
98	5.8	220	450	150	2,5	170	80	-
99	5.9	250	500	125	2,2	220	-	0,5
100	5.10	300	540	170	2,5	250	50	-

5.2 Основные понятия о переходных процессах и определения

Переходным процессом в электрической цепи называют процесс, возникающий при переходе от одного установившегося режима электрической цепи к другому.

Установившимся (принужденным) режимом называют длительно существующий режим работы электрической цепи без изменений.

При переходных процессах могут возникать большие перенапряжения, сверхтоки, электромагнитные колебания, которые способны нарушить работу электрооборудования и создать аварийные режимы в электроэнергетических системах. Поэтому расчет значений токов и напряжений в переходных процессах имеет большое практическое значение, так как это позволит правильно подобрать автоматы защиты, выбрать верные значения сечений и класс изоляции проводов и т.д..

Причины возникновения переходных процессов в электрических цепях связаны с

- изменением конфигурации (топологии) схемы цепи, например, отключение или подключение ветви;

- изменением режима работы источника энергии, например, подключение или отключение источника электрической энергии;

- изменением параметров элементов схемы.

Все причины, вызывающие переходной процесс, называют коммутацией.

Под *коммутацией* будем понимать любое изменение в цепи, приводящее к нарушению установившегося режима. Коммутация (от лат. **Commutatio** – изменение, перемена) в электрической цепи осуществляется при помощи ключей (контакторов, реле и других устройств). Считают, что коммутация совершается мгновенно ($\Delta \mathbf{t} \to 0$).

На электрических схемах замыкание и размыкание ключей обозначают, как показано на рисунке 5.31.

Рисунок 5.31 – Обозначение в электрической схеме замыкания и размыкания ключей

На рисунке 5.32 графически представлен переходной процесс, причем на рисунке 5.32, а, длительность коммутации $\Delta \mathbf{t}$ отлична от нуля, а на рисунке 5.32,б - $\Delta \mathbf{t}$ стремится к нулю.

Выделяют:

- начальный момент коммутации, $t = 0$;
- начальный момент до коммутации, $t = 0_-$;
- начальный момент после коммутации, $t = 0_+$.

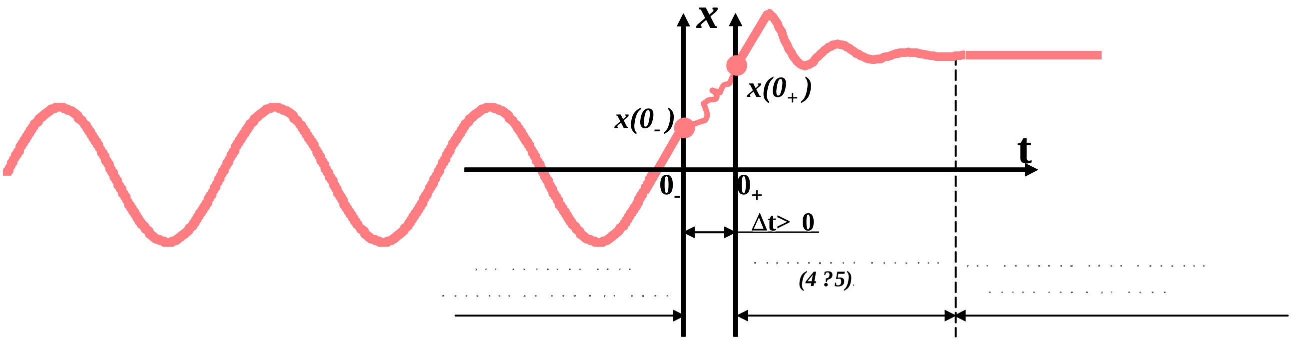


Рисунок 5.32, *а* – Кривая переходного процесса, $\Delta t > 0$

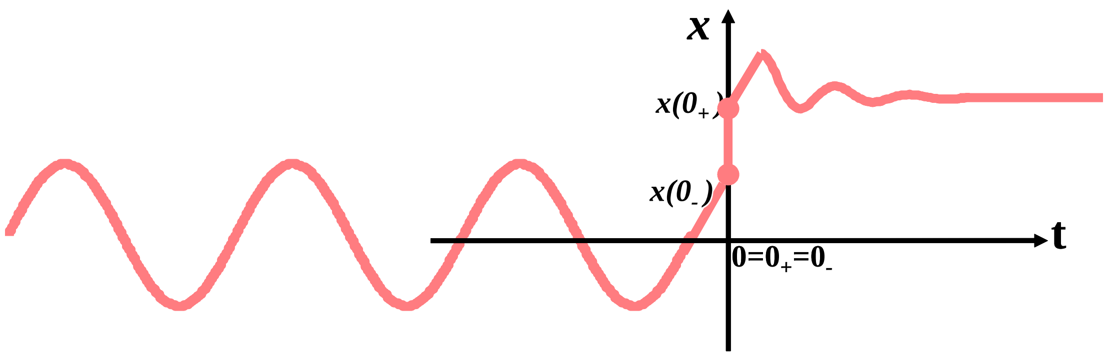


Рисунок 5.32, *б* - Кривая переходного процесса, $\Delta t = 0$

Основными методами анализа переходных процессов в линейных электрических цепях являются:

– классический метод;

– операторный метод;

– метод расчета с помощью интеграла Дюамеля, используемый при сложной (несинусоидальной) форме кривой возмущающего воздействия;

– частотный метод, основанный на преобразовании Фурье, применяемый в решении задач синтеза;

– метод переменных состояния, используется для сложных электрических цепей с большим количеством реактивных элементов, реализуемый на ЭВМ.

В рамках данного учебного пособия рассмотрены только два метода – классический и операторный.

5.3 Законы коммутации

Законы коммутации основываются на основном постулате теории электромагнитного поля, а именно невозможности мгновенного изменения магнитной : $W_м = \frac{\psi^2}{2L} = \frac{1}{2}Li_L^2$ и электрической энергии: $W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}Cu_c^2$.

***Первый закон*:**

Ток и потокосцепление индуктивного элемента в момент коммутации не могут изменяться скачком, т.е. в начальный момент после коммутации они равны тем значениям, которые имели в начальный момент до коммутации:

$$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-) . \qquad (5.1)$$

***Второй закон*:**

Напряжение и заряд на емкостном элементе в момент коммутации не могут изменяться скачком, т.е. в начальный момент после коммутации они равны тем значениям, которые имели в начальный момент до коммутации:

$$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-) . \qquad (5.2)$$

Все остальные значения: токи и напряжения на резисторах, токи через конденсаторы и напряжения на катушках изменяются в момент коммутации скачкообразно.

5.4 Основные режимы переходного процесса

Переходной процесс в электрической цепи с сосредоточенными параметрами описывается неоднородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Из высшей математики известно, что решение неоднородного дифференциального уравнения складывается из частного решения дифференциального неоднородного уравнения и общего решения дифференциального однородного. Используя этот подход, в теории анализа переходных процессов условно выделяют принужденный и свободный режимы, рисунок 5.33.

$$i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t),$$

$$u(t) = u_{пр}(t) + u_{св}(t)$$

Рисунок 5.33 - Трансформация решения неоднородного дифференциального уравнения к расчету переходных процессов в электрических цепях с сосредоточенными параметрами

Характеристика основных (условно выделенных) режимов переходного процесса представлена в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Характеристика основных режимов переходного процесса

Название режима ПП	**Обозначение переменной**	**Характеристика режима ПП**
Токи и напряжения в принужденном режиме	$i_{пр}(t)$ и $u_{пр}(t)$	Частное решение неоднородного дифференциального уравнения определяет принужденные составляющие токов и напряжений, которые определяются любым символическим методом расчета электрической цепи в установившемся режиме после коммутации.
Токи и напряжения в свободном режиме	$i_{св}(t)$ и $u_{св}(t)$	Общее решение однородного дифференциального уравнения определяет токи и напряжения свободного процесса. Свободный процесс возникает в самый момент коммутации. Так как правая часть однородного дифференциального уравнения равна нулю, следовательно, на основании второго закона Кирхгофа можно утверждать, что однородные дифференциальные уравнения описывают процесс в электрической цепи с исключенными внешними источниками электрической энергии. Таким образом, можно заключить, что свободный процесс возникает в электрической цепи за счет запаса электрической и магнитной энергии (внутренней энергии цепи), аккумулируемой на реактивных элементах цепи. Свободный процесс с течением времени затухает из-за наличия рассеивания энергии в активных сопротивлениях, поэтому напряжения $u_{св}(t)$ и токи $i_{св}(t)$ с течением времени уменьшаются до нуля. Когда завершится свободный процесс и станут равными нулю $u_{св}(t)$ и $i_{св}(t)$ закончится и переходной процесс, наступит новый принужденный режим.

Продолжение таблицы 5.3

Название режима ПП	Обозначение переменной	Характеристика режима ПП
Переходные токи и переходные напряжения	*i(t)* и *u(t)*	Общие (полные) токи и напряжения в переходном процессе определяются путем наложения свободных составляющих токов (напряжений) на принужденные. Общее решение ПП имеет вид: $$\begin{cases} u(t) = u_{пр}(t) + u_{св}(t) \\ i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t) \end{cases}. \qquad (5.3)$$ При t = 0 система (5.4) примет вид: $$\begin{cases} u(0) = u_{пр}(0) + u_{св}(0) \\ i(0) = i_{пр}(0) + i_{св}(0) \end{cases}. \qquad (5.4)$$

5.5 Начальные условия

Начальными условиями (НУ) называют значения токов, напряжений и их производных в начальный момент переходного процесса в электрической цепи при t = 0.

Начальные условия обозначают: $u(0), i(0), u_{пр}(0), i_{пр}(0), u_{св}(0), i_{св}(0)$.

Начальные условия делятся на *независимые* и *зависимые* начальные условия. В свою очередь независимые начальные условия подразделяются на *независимые начальные условия общие (полные)* и *независимые начальные условия для свободных составляющих,* а зависимые начальные условия - на *зависимые начальные условия общие (полные)* и *зависимые начальные условия для свободных составляющих*.

Определения вышеперечисленных НУ представлены в таблице 5.4.

Таблица 5.4 – Начальные условия

Типы НУ	Обозначения НУ	Определение НУ
Независимые начальные условия общие	$i_L(0_-)$ $u_C(0_-)$	Значения тока через индуктивность $i_L(0_-)$ и напряжение на емкости $u_C(0_-)$ определяются из законов коммутации, рассчитываемые для схемы в докоммутационном режиме при $t = 0_-$.
Независимые начальные условия для свободных составляющих	$i_{Lсв}(0)$ $u_{Cсв}(0)$	Определяются из системы (5.4): $i_{Lсв}(0) = i_L(0) - i_{Lпр}(0)$ $u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0)$. (5.5)
Зависимые начальные условия общие	$i_R(0)$; $u_R(0)$; $i_C(0)$; $u_L(0)$; $\frac{du_C}{dt}\Big\vert_{t=0}$; $\frac{di_C}{dt}\Big\vert_{t=0}$; $\frac{du_R}{dt}\Big\vert_{t=0}$; $\frac{di_R}{dt}\Big\vert_{t=0}$; $\frac{du_L}{dt}\Big\vert_{t=0}$; $\frac{di_L}{dt}\Big\vert_{t=0}$ и т.д.	Определяются из системы дифференциальных уравнений, составленной по законам Кирхгофа при $t = 0$ в послекоммутационном режиме электрической цепи с учетом независимых начальных условий $i_L(0)$ и $u_C(0)$.
Зависимые начальные условия для свободных составляющих	$i_{Rсв}(0)$; $u_{Rсв}(0)$ $i_{Cсв}(0)$; $u_{Lсв}(0)$ и т.д.	Определяются из системы дифференциальных уравнений, составленной по законам Кирхгофа при $t = 0$ в послекоммутационном режиме для схемы с исключенными источниками энергии и с учетом $i_{Lсв}(0)$ и $u_{Cсв}(0)$.

5.6 Расчет переходных процессов классическим методом

5.6.1 Характер свободной составляющей

Классический метод расчета переходных процессов состоит в составлении интегрально-дифференциальных уравнений для мгновенных значений токов и напряжений в послекоммутационной схеме, их решении и определении показателей затухания и постоянных интегрирования из начальных условий.

Показатели затухания определяются из характеристического уравнения переходного процесса, составленного для электрической цепи после коммутации.

Выражение свободной составляющей определяется видом корней характеристического уравнения и зависит от значений параметров элементов цепи (***r, L, C)*** и схемы их соединений. Зависимость вида свободной составляющей от вида корней характеристического уравнения второй степени приведена в таблице 5.5.

Таблица 5.5 - Характер свободной составляющей ПП

№	**Вид корней**	**Наименование режима**	**Выражение для свободных составляющих**
1	**2**	**3**	**4**
1	Корни вещественные разные $p_1 < 0, p_2 < 0$ $p_1 \neq p_2$	Апериодический	$A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$
2	Корни вещественные равные $p_1 < 0, p_2 < 0$ $p_1 = p_2 = p$	Критический режим	$(A_1 + A_2 t)e^{pt}$
3	Корни комплексно сопряженные $p_{1,2} = \delta \pm j\omega_0$ $\delta < 0$	Затухающий колебательный режим	$Ae^{\delta t}\sin(\omega_0 t + \gamma)$

Выражения для свободных составляющих (4-й столбец таблицы 5.5) включают в себя постоянные интегрирования: A_1, A_2, A, $\boldsymbol{\gamma}$**,** определение которых рассмотрено в параграфе 5.6.3.

5.6.2 Способы составления характеристического уравнения

Существуют три способа составления характеристического уравнения:

1) По алгебраизированному уравнению, полученному путем исключения неизвестных кроме одного из системы дифференциальных уравнений, составленных по законам Кирхгофа (приведение уравнения к нормальной форме – форма Коши);

2) По главному определителю алгебраизированной системы дифференциальных уравнений, составленных по законам Кирхгофа или методу контурных токов;

3) По оператору входного сопротивления.

Рассмотрим более подробно третий способ.

Составление характеристического уравнения по оператору входного сопротивления

Данный способ составления характеристического уравнения является самым простым. Алгоритм составления характеристического уравнения по оператору входного сопротивления представлен в таблице 5.6.

Если разветвленная цепь имеет лишь один источник ЭДС, то выражение для входного сопротивления удобнее составлять относительно ветви с источником ЭДС. Если в схеме имеется источник тока, характеристическое сопротивление **нельзя составлять** относительно ветви с источником тока. В этом случае выражение для входного сопротивления следует записать относительно любой другой ветви цепи, полагая при этом, что ветвь с источником тока разомкнута ($r_{внJ} = 0$).

Таблица 5.6 - Составление характеристического уравнения по оператору входного сопротивления

№ операционного действия	Содержание операционного действия	Пример
1	Записывают выражение входного сопротивления электрической схемы с исключенными источниками энергии (источники ЭДС замкнуты, ветви с источниками тока разомкнуты) на переменном токе относительно точек разрыва любой ветви в послекоммутационном режиме *($\underline{Z}(j\omega)$)* .	$Z_{вх}(jw) = \dfrac{R_2 \cdot \dfrac{1}{jwC}}{R_2 + \dfrac{1}{jwC}} + R_1 + jwL$
2	Полученное выражение $\underline{Z}(j\omega)$ алгебраизируют: заменяют $j\omega$ на p ($\underline{Z}(j\omega) \to Z(p)$).	$Z_{вх}(p) = \dfrac{R_2 \cdot \dfrac{1}{pC}}{R_2 + \dfrac{1}{pC}} + R_1 + pL =$ $= \dfrac{R_2 + R_1 R_2 pC + R_1 + R_2 p^2 LC + pL}{R_2 pC + 1}$
3	Выражение $Z(p)$ приравнивают к нулю $Z(p) = 0$.	$p^2 R_2 LC + p(R_1 R_2 C + L) + R_1 + R_2 = 0$

5.6.3 Определение постоянных интегрирования

Для определения постоянных интегрирования необходимо найти производные от составленных выражений для свободных токов или напряжений (столбец 4 таблицы 5.5) и составить систему из уравнений для свободных составляющих и их производных при $t = 0$ (столбец 4 таблицы 5.7). Решая полученную систему, определяют постоянные интегрирования, где $\left.\frac{dx_{св}}{dt}\right|_{t=0}$ - зависимые начальные условия.

Таблица 5.7 - Определение постоянных интегрирования

№	Вид корней	Выражение для свободных составляющих	Система для определения постоянного интегрирования
1	**2**	**3**	**4**
1	$p_1 < 0, p_2 < 0$ $p_1 \neq p_2$	$x_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$	$\begin{cases} x_{св}(0) = A_1 + A_2 \\ \left.\frac{dx_{св}}{dt}\right\|_{t=0} = p_1 A_1 + p_2 A_2 \end{cases}$
2	$p_1 = p_2 = p$	$x_{св}(t) = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$	$\begin{cases} x_{св}(0) = A_1 \\ \left.\frac{dx_{св}}{dt}\right\|_{t=0} = A_2 + A_1 p \end{cases}$
3	$p_{1,2} = \delta \pm j w_0$	$x_{св}(t) = A e^{\delta t} \sin(w_0 t + \gamma)$	$\begin{cases} x_{св}(0) = A \sin\gamma \\ \left.\frac{dx_{св}}{dt}\right\|_{t=0} = A(w_0 \cos\gamma + \\ + \delta \sin j) \end{cases}$

5.6.4 Построение графиков переходного процесса

Для построения графиков ПП необходимо сначала определить постоянную времени.

Постоянная времени – это величина обратная корню характеристического уравнения по модулю

$$\tau = \frac{1}{|p|}$$

Чем больше τ, тем больше время переходного процесса. Обычно период переходного процесса равен:

$$t_{п.п.} = (4 \div 5)\tau$$

В зависимости от типа корней характеристического уравнения различают два вида кривых свободных составляющих. Если корни вещественные, результирующая кривая является суммой или разностью двух экспонент. Упрощенно графики экспоненциальных кривых можно построить следующим образом:

1. По оси абсцисс задаются значениями кратными соответствующим значениям τ.
2. В этом случае по оси ординат будем получать следующие значения свободных составляющих :

$$i_{св}(t) = Ae^{-t/\tau} : Ae^{0}; Ae^{-1}; Ae^{-2}; Ae^{-3}; Ae^{-4} \dots$$

3. Если считать, что значение экспоненты приблизительно равно трем: $e \approx 3$, то получим значения свободных составляющих, третья строка таблицы 5.8.

Таблица 5.8 – Построение экспоненциальной кривой

t	0	τ	2τ	3τ
$x_{св}(t)$	Ae^{0}	Ae^{-1}	Ae^{-2}	Ae^{-3}
$x_{св}(t)$	A	$\frac{1}{3}A$	$\frac{1}{9}A$	$\frac{1}{27}A$

Графически это можно изобразить, как показано на рисунке 5.34:

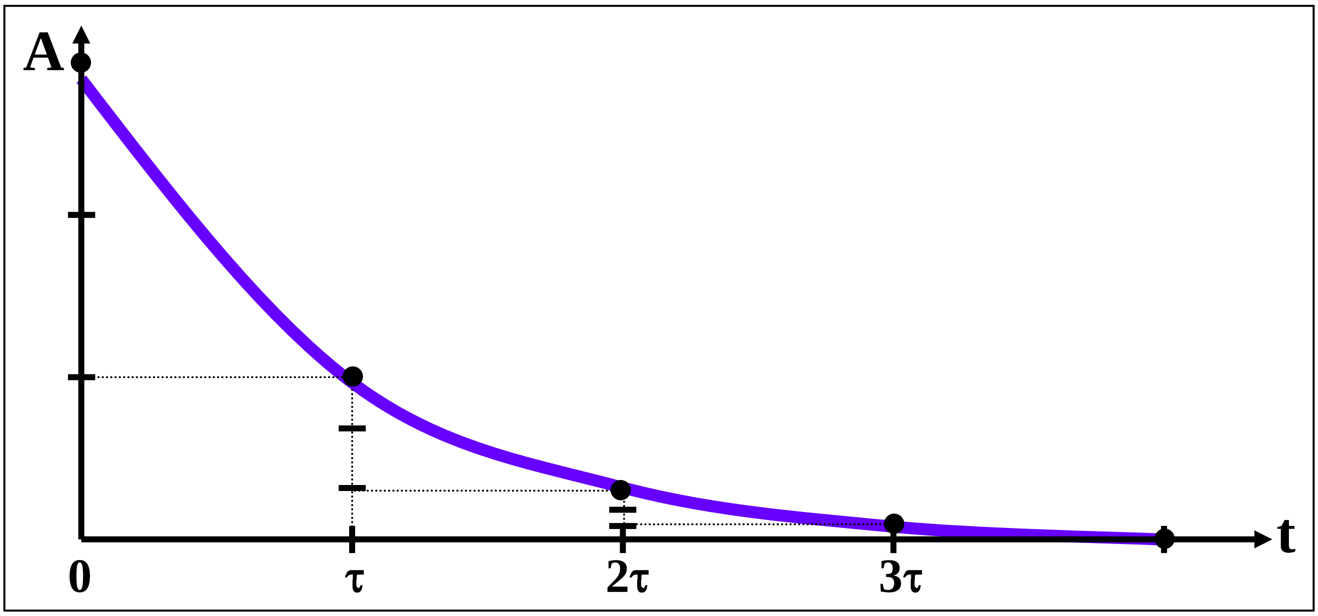


Рисунок 5.34 – Построение экспоненциальной кривой

Если корни комплексно-сопряженные, то свободная составляющая будет представлять затухающее синусоидальное колебание:

$$x_{св}(t) = Ae^{\delta t}\sin(\omega_0 t + \gamma),$$

которое строится следующим образом:

1. Строятся огибающие колебания, определяемые функциями $Ae^{\delta t}$ и $-Ae^{\delta t}$

2. Строится синусоида с угловой частотой ω_0 и начальной фазой γ, вписанная в экспоненциальные кривые, построенные в пункте 1, рисунок 5.35.

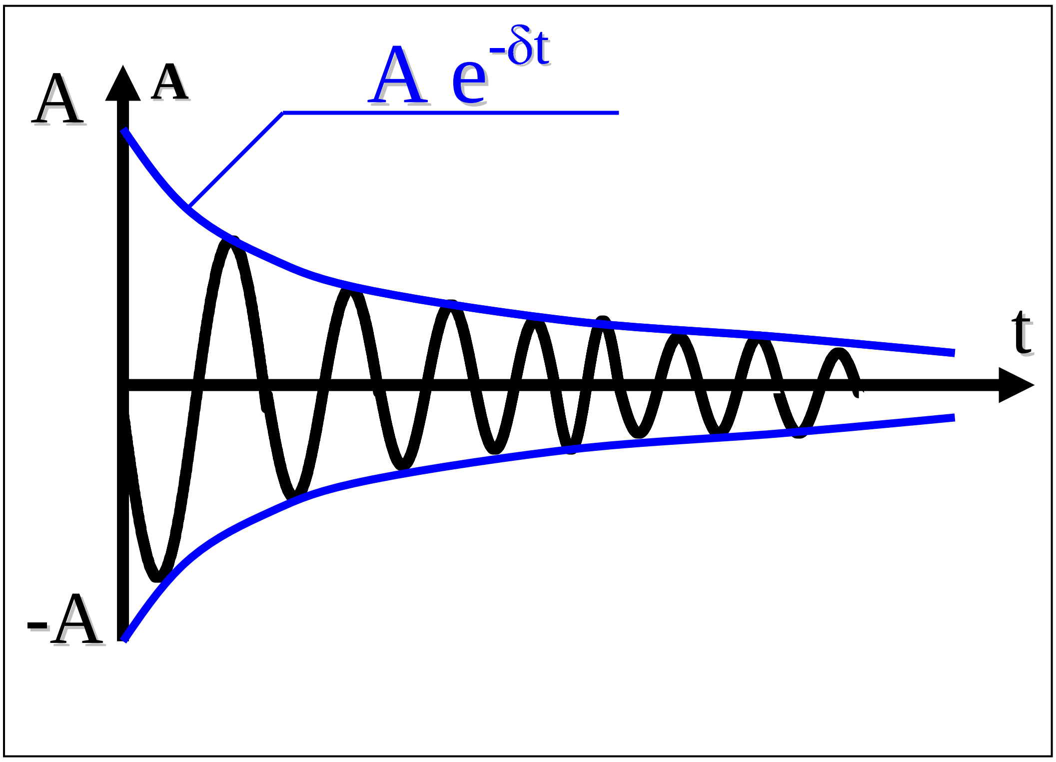


Рисунок 5.35 – Построение модулированного колебания

5.6.5 Алгоритмы расчета переходных процессов классическим методом

В параграфе представлены два алгоритма:

- Первый алгоритм упрощенный, используется для определения только переходного тока на индуктивности и переходного напряжения на емкости. Все остальные неизвестные переходные токи и напряжения достаточно легко определяются потом из уравнений связи между напряжениями и токами.

- Второй алгоритм позволяет определить одновременно все переходные токи и напряжения.

Алгоритм №1 «Расчет переходных процессов классическим методом токов и напряжений только на реактивных элементах»

1) Расчет принужденных составляющих: тока через катушку индуктивности и напряжения на конденсаторе (схема после коммутации):

1.1) Определение тока через катушку индуктивности и напряжения на конденсаторе как функций времени для схемы после коммутации $i_{Lпр}(t), u_{Cпр}(t)$;

1.2) Определение принужденных составляющих тока через катушку индуктивности и напряжения на конденсаторе при $t = 0$: $i_{Lпр}(0)$, $u_{Cпр}(0)$.

Если источник энергии постоянный, то $i_{Lпр}(t) = i_{Lпр}(0)$; $u_{Cпр}(t) = u_{Cпр}(0)$.

2) Определение независимых начальных условий:

2.1) Расчет независимых начальных условий общих $i_L(0)$ и $u_C(0)$ из законов коммутации (схема рассматривается до коммутации):

$$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

$$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-);$$

2.2) Расчет независимых начальных условий для свободных составляющих тока через катушку индуктивности и напряжения на конденсаторе :

$$i_{Lсв}(0) = i_L(0) - i_{Lпр}(0),$$

$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0).$$

3) Определение свободных составляющих:

3.1) Составление характеристического уравнения (схема после коммутации);

3.2) Определение корней характеристического уравнения;

3.3) Запись выражений для свободных составляющих в зависимости от вида корней (см. столбец 4 таблицы 5.5);

3.4) Определение постоянных интегрирования (см. столбец 4 таблицы 5.7);

3.4.1) Определение зависимых начальных условий для свободных составляющих $\left.\frac{du_{Ccc}}{dt}\right|_{t=0}$; $\left.\frac{di_{Lcc}}{dt}\right|_{t=0}$ из составленной системы уравнений по законам Кирхгофа в послекоммутационном режиме с исключенными внешними источниками.

3.4.2) Расчет постоянных интегрирования, в соответствии со столбцом 4 таблицы 5.7.

4) Составление искомого выражения для функций переходного процесса:

$$u_C(t) = u_{Cпр}(t) + u_{Cсв}(t)$$
$$i_L(t) = i_{Lпр}(t) + i_{Lсв}(t)$$
.

5) Построение графиков переходного процесса по их составляющим.

Алгоритм № 2 «Расчет переходных процессов классическим методом токов и напряжений на всех элементах цепи»

1) Составить для цепи после коммутации систему уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений.

2) Найти принужденные составляющие искомых величин путем расчета установившегося режима в послекоммутационной схеме.

3) Для нахождения свободных составляющих необходимо:

3.1) составить характеристическое уравнение;

3.2) найти его корни;

3.3) записать выражения для свободных составляющих в зависимости от вида корней (см. столбец 4 таблицы 5.5);

3.4) определить постоянные интегрирования. Для этого:

3.4.1) из схемы до коммутации найти независимые НУ по законам коммутации и независимые НУ для свободных составляющих:

$$i_{Lсв}(0) = i_L(0) - i_{Lпр}(0),$$
$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0);$$

3.4.2) систему уравнений, составленную по законам Кирхгофа (пункт 1), записать для времени $t = 0$ для свободных составляющих и продифференцировать ее;

3.4.3) найти из продифференцированной системы уравнений зависимые НУ;

3.4.4) рассчитать постоянные интегрирования, в соответствии со столбцом 4 таблицы 5.7.

4) Записать полное решение для искомых величин как сумму принужденной и свободной составляющих.

5) Построить графики переходного процесса искомых величин по их составляющим.

5.6.6 Примеры расчета

Пример 1

В схеме, рисунок 5.36, до коммутации был установившейся режим:
$J = 1{,}6$ А; $R_1 = 50$ Ом; $R_2 = 80$ Ом; $R_3 = 100$ Ом; $L = 0{,}8$ Гн; $C = 40 \cdot 10^{-6}$ Ф; $f = 50$ Гц.

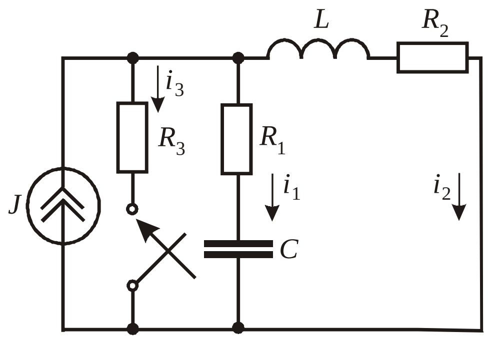


Рисунок 5.36

Требуется:

1. Определить классическим методом законы изменения $i_2(t)$, $u_L(t)$, $i_1(t)$, $u_C(t)$.
2. Построить кривые тока и напряжения на катушке индуктивности.

Решение:

Расчет проводим с использованием алгоритма № 1.

1 Определение принужденных составляющих:

Принужденные составляющие тока через индуктивность $i_{2пр}(t)$ и напряжения на конденсаторе $u_{Cпр}(t)$ определяются из схемы после коммутации, рисунок 5.37.

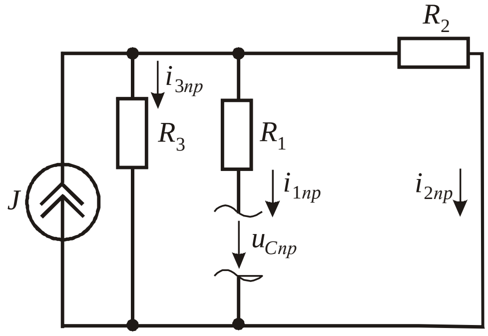


Рисунок 5.37

$$i_{2пр} = J \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_2} = 1{,}6 \cdot \frac{100}{100+80} = 0{,}889 \text{ А};$$

$$u_{C\,пр} = R_2 \cdot i_{2пр} = 80 \cdot 0{,}889 = 71{,}111 \text{ В}.$$

Так как в схеме действует постоянный источник тока, то:

$$i_{2пр}(t) = i_{2пр}(0) = 0{,}889 \text{ А};$$

$$u_{C\,пр}(t) = u_{Cпр}(0) = 71{,}111 \text{ В}.$$

2 Определение начальных условий:

Независимые начальные условия переходного процесса определяем по законам коммутации, схема до коммутации, рисунок 5.38.

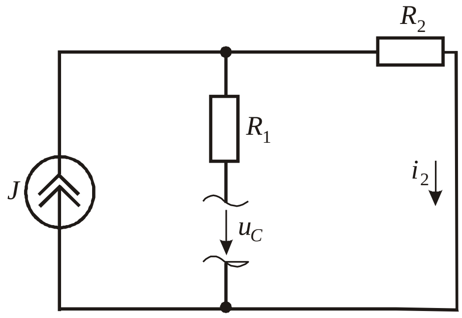


Рисунок 5.38

$$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-);$$

$$i_L(0) = i_2(0) = J = 1{,}6 \text{ А}.$$

$$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-);$$

$$u_C(0) = R_2 \cdot i_2(0) = 80 \cdot 1{,}6 = 128 \text{ В.}$$

Начальные условия для свободных составляющих определяем из уравнений переходного процесса.

$$i_{2св}(0) = i_2(0) - i_{2пр}(0) = 0{,}711 \text{ А;}$$

$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0) = 56{,}889 \text{ В.}$$

3 Определение свободных составляющих:

3.1 Составление характеристического уравнения:

Характеристическое уравнение составим по методу входного сопротивления, схема после коммутации, рисунок 5.39.

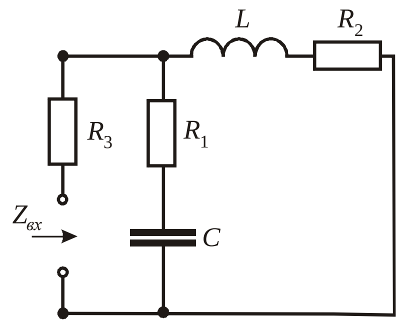


Рисунок 5.39

$$Z(p) = R_3 + \frac{\left(R_1 + \dfrac{1}{pC}\right) \cdot (R_2 + pL)}{R_1 + \dfrac{1}{pC} + R_2 + pL},$$

$$p^2 \cdot (R_3 \cdot L \cdot C + R_1 \cdot L \cdot C) + p \cdot (R_1 \cdot R_3 \cdot C + R_2 \cdot R_3 \cdot C + R_1 \cdot R_2 \cdot C + L) +$$

$$+ (R_2 + R_3) = 0.$$

3.2 Определение корней характеристического уравнения:

Решая полученное квадратное уравнение, определим его корни:

$$p_{1,2} = -154{,}167 \pm j117{,}186 \text{ с}^{-1}.$$

3.3 Выражения для свободных составляющих:

Полученные корни являются комплексно-сопряженными, следовательно, свободные составляющие $i_{2св}(t)$ и $u_{Cсв}(t)$ будут иметь вид:

$$i_{2св}(t) = A_1 e^{-154,17t} \sin(117,19t + \gamma_1), \tag{5.6}$$

$$u_{Cсв}(t) = A_2 e^{-154,17t} \sin(117,19t + \gamma_2). \tag{5.7}$$

3.4 Определение постоянных интегрирования:

В уравнениях (5.6) и (5.7) неизвестными являются постоянные интегрирования - A_1, A_2, γ_1, γ_2. Чтобы их определить, сначала необходимо найти зависимые начальные условия для свободных составляющих.

3.4.1 Определение зависимых начальных условий для свободных составляющих:

Зависимые начальные условия для свободных составляющих определяются из системы дифференциальных уравнений, составленных по законам Кирхгофа для схемы после коммутации с исключенными внешними источниками при $t = 0$, рисунок 5.40.

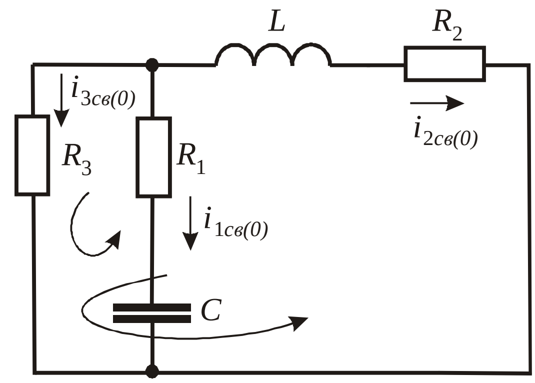


Рисунок 5.40

$$\begin{cases} i_{1св}(0) + i_{2св}(0) + i_{3св}(0) = 0 \\ R_3 \cdot i_{3св}(0) - L\dfrac{di_{2св}}{dt}\Big|_{t=0} - R_2 \cdot i_{2св}(0) = 0 \\ R_3 \cdot i_{3св}(0) - u_{Cсв}(0) - R_1 \cdot i_{1св}(0) = 0 \end{cases}$$

Решая полученную систему относительно $i_{1св}(0)$, $i_{3св}(0)$ и $\dfrac{di_{2св}}{dt}\Big|_{t=0}$, определим:

$$i_{1св}(0) = -0{,}853 \text{ А};$$

$$i_{3св}(0) = 0{,}142 \text{ А};$$

$$\frac{di_{2св}}{dt}\Big|_{t=0} = -53{,}33 \text{ А/с}.$$

Из выражения $i_{1св}(0) = C\dfrac{du_{Cсв}}{dt}\Big|_{t=0}$ определим $\dfrac{du_{Ccc}}{dt}\Big|_{t=0}$.

$$\frac{du_{Ccc}}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{i_{1св}(0)}{C} = \frac{-0{,}853}{40 \cdot 10^{-6}} = -2{,}133 \cdot 10^{4} \text{ В/с}.$$

3.4.2 Определение постоянных интегрирования.

Постоянные интегрирования A_1 и γ_1 определяются из 4-й строки 4-го столбца таблицы 5.7:

$$\begin{cases} i_{2св}(0) = A_1 \sin\gamma_1 \\ \dfrac{di_{2св}}{dt}\Big|_{t=0} = A_1(17{,}19\cos\gamma_1 - 154{,}17\sin\gamma_1). \end{cases} \tag{5.8}$$

Подставив в систему (5.8) найденные значения $i_{2св}(0)$ и $\dfrac{di_{2св}}{dt}\Big|_{t=0}$ получим систему (5.9):

$$\begin{cases} 0{,}711 = A_1 \sin\gamma_1 \\ -53{,}33 = A_1(17{,}19\cos\gamma_1 - 154{,}17\sin\gamma_1). \end{cases} \tag{5.9}$$

Решая систему (5.9), вычислим $A_1 = 0{,}858$ и $\gamma_1 = 55{,}96°$.

Постоянные интегрирования A_2 и γ_2 определяются из системы (5.10):

$$\begin{cases} u_{C св}(0) = A_2 \sin\gamma_2 \\ \dfrac{du_{C св}}{dt}\Big|_{t=0} = A_2\left(17{,}19\cos\gamma_2 - 154{,}17\sin\gamma_2\right) \end{cases}. \qquad (5.10)$$

Подставив в систему (5.10) найденные значения $u_{C св}(0)$ и $\dfrac{du_{C св}}{dt}\Big|_{t=0}$ получим систему (5.11):

$$\begin{cases} 56{,}889 = A_2 \sin\gamma_2 \\ -2{,}133\cdot 10^4 = A_2\left(17{,}19\cos\gamma_2 - 154{,}17\sin\gamma_2\right) \end{cases}, \qquad (5.11)$$

Решая которую, определим $A_2 = 121{,}193$ и $\gamma_2 = 152^\circ$.

3.5 Запись выражений для свободных составляющих:

Подставив рассчитанные значения A_1, γ_1 и A_2, γ_2 в уравнения (5.6), (5.7) получим выражения для свободных составляющих тока через катушку индуктивности и напряжения на конденсаторе, соответственно:

$$i_{2св}(t) = 0{,}858e^{-154{,}17t}\sin\left(17{,}19t + 55{,}96^\circ\right)\ \text{А},$$

$$u_{C св}(t) = 121{,}193e^{-154{,}17t}\sin\left(17{,}19t + 152^\circ\right)\ \text{В}.$$

Свободные составляющие напряжения на катушке индуктивности и тока через конденсатор определяются как:

$$u_{L св}(t) = L\frac{di_{2св}}{dt} = 0{,}8\cdot\Big\{\left[0{,}858e^{-154{,}17t}\right]'\cdot\sin\left(17{,}19t + 55{,}96^\circ\right) +$$

$$+ 0{,}858e^{-154{,}17t}\cdot\left[\sin\left(17{,}19t + 55{,}96^\circ\right)\right]'\Big\} =$$

$$= 0{,}8\cdot 0{,}858e^{-154{,}17t}\cdot\left[-154{,}17\sin\left(17{,}19t + 55{,}96^\circ\right) +\right.$$

$$+117{,}19\cos(17{,}19t+55{,}96^\circ)]+132{,}95e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t-161{,}28^\circ)\text{ В;}$$

$$i_{1св}(t)=C\frac{du_{Ccc}}{dt}=40\cdot10^{-6}\cdot121{,}193e^{-154{,}17t}\cdot[-154{,}17\sin(17{,}19t+152^\circ)+$$

$$+117{,}19\cos(17{,}19t+152^\circ)]=0{,}9387e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t-65{,}40^\circ)\text{ А.}$$

При расчете u_{Lcc} и $i_{1св}$ использовались:

- правило дифференцирования произведения:

$$(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v';$$

- тригонометрическая формула преобразования:

$$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+arctg\frac{b}{a}).$$

4 Запись искомых выражений изменения переходных величин:

$$i_2(t)=i_{2пр}(t)+i_{2св}(t)=0{,}889+0{,}858e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t+55{,}96^\circ)\text{ А,}$$

$$u_C(t)=u_{Cпр}(t)+u_{Cсв}(t)=71{,}111+63{,}85e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t+117{,}31^\circ)\text{ В,}$$

$$u_L(t)=u_{Lпр}(t)+u_{Lсв}(t)=132{,}95e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t-161{,}28^\circ)\text{ В,}$$

$$i_1(t)=i_{1пр}(t)+i_{1св}(t)=0{,}9387e^{-154{,}17t}\sin(17{,}19t-65{,}40^\circ)\text{ А.}$$

5 Построение графиков переходных тока $i_2(t)$ и напряжения $u_L(t)$:

5.1 Определение постоянной времени τ модулированных колебаний $i_{2св}(t)$ и $u_{Lсв}(t)$.

$$\tau=\frac{1}{|\delta|}=\frac{1}{154{,}17}=6{,}486\cdot10^{-3}\text{ с.}$$

5.2 Определение периода свободных составляющих T.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{6,28}{117,19} = 53,588 \cdot 10^{-3} \text{ с} \approx 8\tau .$$

5.3 Определение начальной фазы модулированного колебания через τ.

Определим какая часть от периода свободной составляющей (***T = 8τ***) составляет начальная фаза.

5.3.1 Для тока $i_{2св}(t)$ начальная фаза равна $55,96^0$. Выразим это значение через τ :

$$\begin{cases} 360^\circ & - & 8\tau \\ 55,96^\circ & - & x \end{cases} .$$

Из полученной системы определим ***x:***

$$x = \frac{55,96 \cdot 8\tau}{360} = 1,24\tau .$$

Так как начальная фаза свободной составляющей тока положительна, то она откладывается влево от нуля по оси времени.

5.3.2 Для напряжения $u_{Lсв}(t)$ начальная фаза равна $-161,28^0$, следовательно, система будет иметь вид:

$$\begin{cases} 360^\circ & - & 8\tau \\ 161,28^\circ & - & x \end{cases} .$$

Откуда:

$$x = \frac{161,28 \cdot 8\tau}{360} = 3,58\tau .$$

Так как начальная фаза свободной составляющей тока отрицательна, то она откладывается вправо от нуля по оси времени.

5.4 Построение огибающих модулированных колебаний .

Для свободной составляющей переходного тока $\boldsymbol{i_{2св}}$ огибающими являются две экспоненциальные зависимости $0,858e^{-154,17t}$ и $-0,858e^{-154,17t}$, рисунок 5.41. А для свободной составляющей переходного напряжения $\boldsymbol{u_{Lсв}}$ - $132{,}95e^{-154{,}17t}$ и $-132{,}95e^{-154{,}17t}$, рисунок 5.42.

5.5 Построение синусоиды.

В огибающие $0{,}858e^{-154{,}17t}$ и $-0{,}858e^{-154{,}17t}$ вписывается синусоида $\sin(17{,}19t+55{,}96^\circ)$. Синусоида вписывается следующим образом: от начальной фазы откладывается период свободной составляющей $\boldsymbol{T = 8\ \tau}$ и делится на четыре равных отрезка. Конец каждого отрезка представляет свою характерную точку синусоиды. Конец 1-го – максимум синусоиды; конец 2-го и 4-го – нули, синусоида пересекает ось времени; конец 3-го - минимум синусоиды. Максимумы и минимумы синусоиды ограничены огибающими. В результате получаем модулированное колебание свободной составляющей тока $i_{2св}(t)$ по амплитуде, рисунок 5.41**.**

Аналогично вписывается синусоида в огибающие для свободной составляющей переходного напряжения на катушке индуктивности $u_{Lсв}(t)$, рисунок 5.42.

5.6 Построение принужденной составляющей.

Принужденная составляющая для тока $\boldsymbol{i_{2пр}}$ является постоянной величиной, которая на графике, рисунок 5.40, представлена в виде прямой линии.

Принужденная составляющая для напряжения на катушке индуктивности отсутствует.

5.7 Построение результирующей кривой для переходной величины.

Графическим сложением кривых принужденной составляющей $i_{2пр}$ и свободной $i_{2св}$ получим результирующую кривую переходной величины $i_2(t)$ рисунок 5.41. Результирующая кривая для переходного напряжения на катушке индуктивности $u_L(t)$, в виду отсутствия принужденной составляющей $u_{Lпр}(t)$, будет равна свободной, рисунок 5.42.

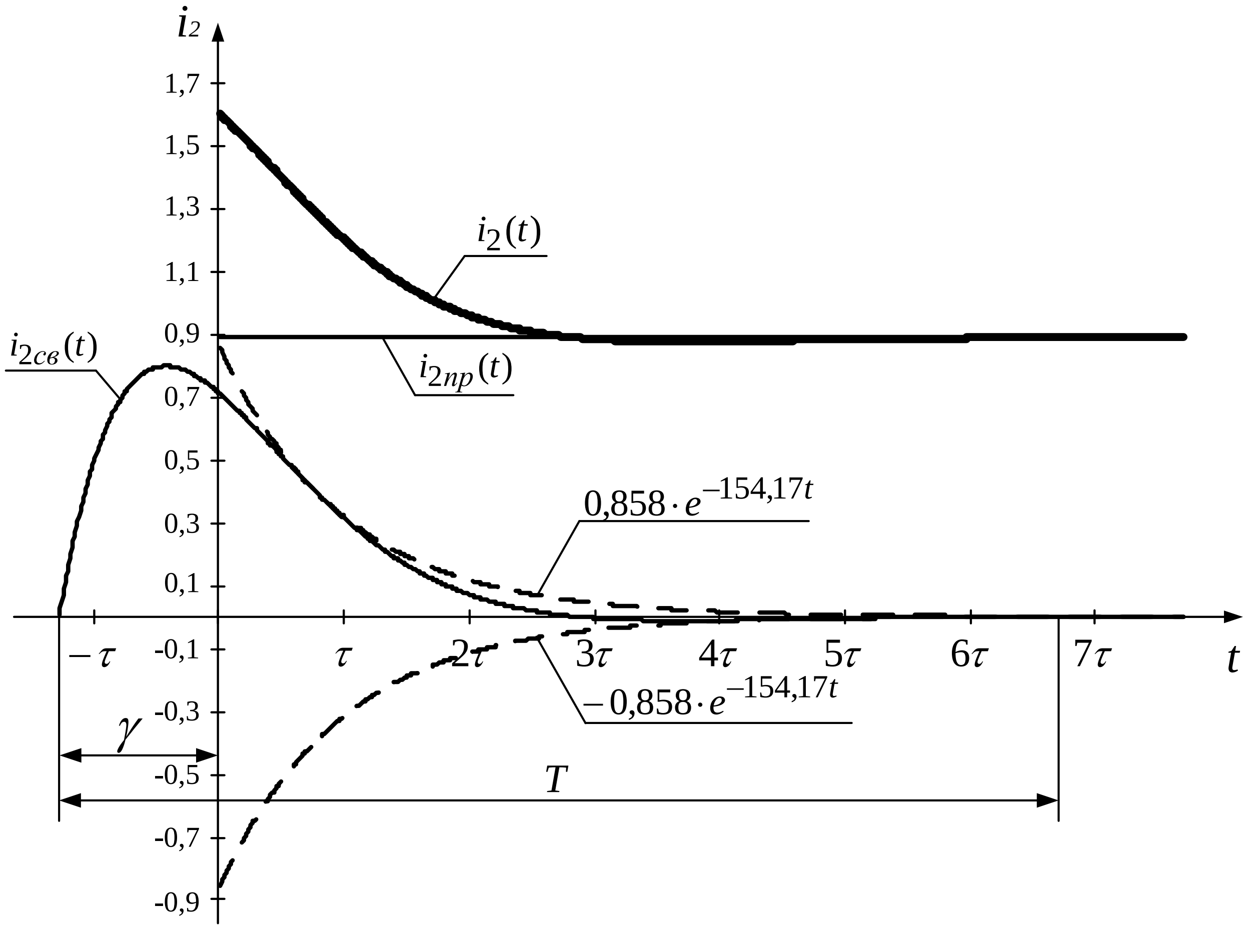


Рисунок 5.41 – Графики принужденной, свободной составляющих и результирующей переходного тока через катушку индуктивности $i_2(t)$.

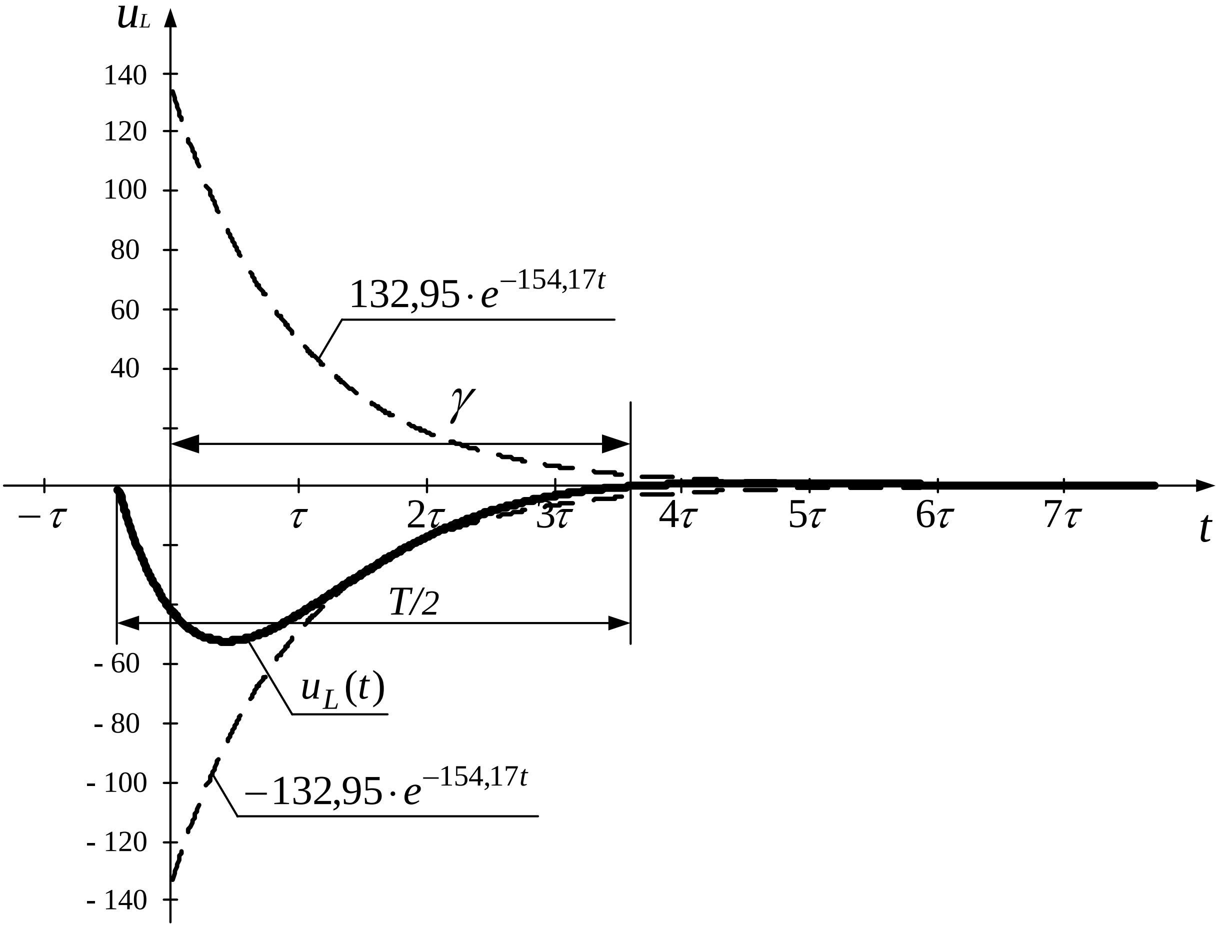


Рисунок 5.42 – График переходного напряжения на катушке индуктивности $u_L(t)$.

Пример 2

Решение примера №1 в MathCad представлено на рисунках 5.43-5.47.

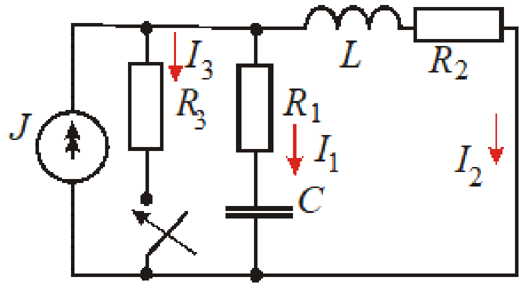
ORIGIN := 1

Исходные данные для расчета:

J := 1.6 A   f := 50 Гц

R1 := 50 Ом   R2 := 80 Ом   R3 := 100 Ом

L := 0.8 Гн $C := 40\cdot 10^{-6}$ Ф



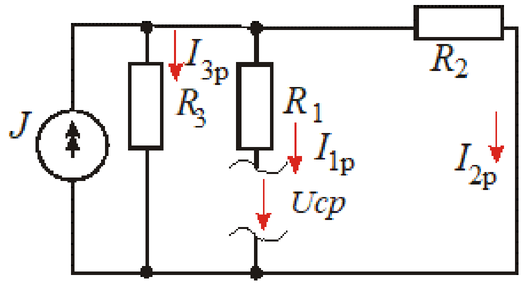
Алгоритм расчета

1. Определяем принужденные составляющие (схема после коммутации) токов и напряжений переходного процесса

Ток через индуктивность:

$I2p := J\cdot\frac{R3}{R3+R2}$

при t = 0   I2po := I2p   I2po = 0.889 A



Напряжение на емкости:

Ucp := R2·I2p

при t = 0   Ucpo := Ucp   Ucpo = 71.111 B

2. Определяем независимые начальные условия переходного процесса (схема до коммутации) по законам коммутации и из уравнения переходного процесса

$$i_L(0)=i_L(0_+)=i_L(0_-)$$
$$u_C(0)=u_C(0_+)=u_C(0_-)$$

I2o := J

I2svo := I2o − I2p   I2svo = 0.711 A

Uco := R2·I2o

Ucsvo := Uco − Ucpo   Ucsvo = 56.889 B

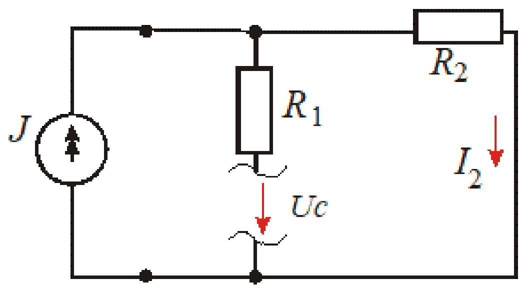
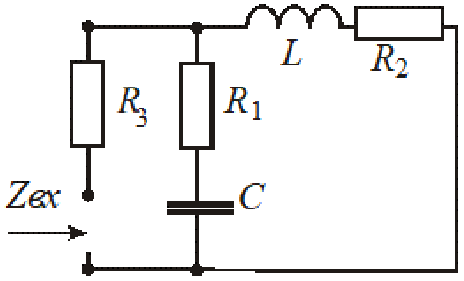


Рисунок 5.43- Пример расчета переходного процесса в MathCad

3. Для определения свободных составляющих переходного процесса составляем характеристическое уравнение для свободного процесса (схема после коммутации) методом входного сопротивления



3.1 Запишем выражение для входного сопротивления, отнсительно ветви с ключом

$$Z(p) := R3 + \frac{\left(R1 + \frac{1}{C\cdot p}\right)\cdot(R2 + p\cdot L)}{R1 + \frac{1}{C\cdot p} + R2 + p\cdot L}$$

Подставим численные значения и, используя функцию collect (сгруппировать относительно переменной), представим выражение в виде рациональной дроби

$$Z(p) \text{ collect } \rightarrow \frac{300.0\cdot p^2 + 92500.0\cdot p + 1.125e7}{2.0\cdot p^2 + 325.0\cdot p + 62500.0}$$

3.2 Приравняем числитель полученного выражения к нулю и найдем корни характеристического уравнения

$$p12 := 300.0\cdot p^2 + 92500.0\cdot p + 1.125e7 \ \Big|\begin{matrix}\text{solve}\\ \text{float}, 6\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}-154.167 - 117.186i\\ -154.167 + 117.186i\end{pmatrix}$$

$$p1 := p12_1 = -154.167 - 117.186i$$

$$p2 := p12_2 = -154.167 + 117.186i$$

3.3 Получили два комплексно-сопряженных корня, следовательно, свободные составляющие переходного процесса будут иметь вид:

$$i_{2cв}(t) = A_1 e^{-154{,}17t}\sin(117{,}19t + \gamma_1),$$
$$u_{Ccв}(t) = A_2 e^{-154{,}17t}\sin(117{,}19t + \gamma_2)$$

3.4 Для определения постоянных интегрирования определим зависимые и начальные условия

Зависимые начальные условия:

$$\begin{cases} i_{1cв}(0) + i_{2cв}(0) + i_{3cв}(0) = 0 \\ R_3\cdot i_{3cв}(0) - L\dfrac{di_{2cв}}{dt}\Big|_{t=0} - R_2\cdot i_{2cв}(0) = 0 \\ R_3\cdot i_{3cв}(0) - u_{Ccв}(0) - R_1\cdot i_{1cв}(0) = 0 \end{cases}$$

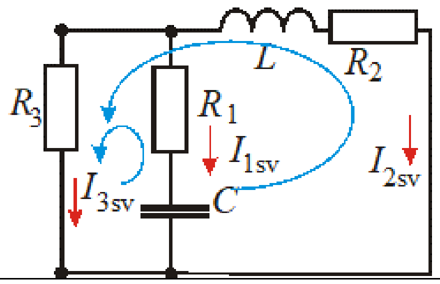


Рисунок 5.44 - Пример расчета переходного процесса в MathCad

Решаем систему методом Гаусса

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & R3 & -L \\ -R1 & R3 & 0 \end{pmatrix} \qquad F := \begin{pmatrix} -I2svo \\ I2svo \cdot R2 \\ Ucsvo \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot F \qquad X = \begin{pmatrix} -0.853 \\ 0.142 \\ -53.333 \end{pmatrix}$$

$$I1svo := X_1 = -0.853 \qquad I3svo := X_2 = 0.142 \qquad dI2sv_{t0} := X_3 = -53.333$$

Используем дополнительное уравнение $C \cdot \frac{du_{Ccc}}{dt}\Big|_{t=0} = i_{1cs}(0)$

Следовательно $\frac{du_{Ccc}}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{i_{1cs}(0)}{C} = X_4$

$$X_4 := \frac{X_1}{C} = -2.133 \times 10^4 \ \frac{В}{с}$$

Зависимыми начальными условиями являются значения X3 и X4, которые подставляем в системы (1) и (2), соответственно.

$$i_{2Cв}(0) = A_2 \cdot \sin \gamma_2$$

$$\frac{di_{2Cв}}{dt}\Big|_{t=0} = 117.19 \cdot A_2 \cdot \cos \gamma_2 - 154.17 \cdot A_2 \cdot \sin \gamma_2 \qquad (1)$$

$$A2 := 1 \qquad y2 := 1$$

Given

$$I2svo = A2 \cdot \sin(y2)$$

$$X_3 = A2 \cdot (117.19 \cdot \cos(y2) - 154.17 \cdot \sin(y2))$$

Решаем систему уравнений

$$\begin{pmatrix} A20 \\ y20 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A2, y2) \qquad \begin{pmatrix} A20 \\ y20 \cdot \frac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.858 \\ 55.958 \end{pmatrix}$$

Свободная составляющая тока второй ветви при переходном процессе будет иметь вид:

$$i_{2Cв}(t) = 0.858 \cdot e^{-154.17t} \cdot \sin(117{,}19t + 55.96^\circ)$$

Рисунок 5.45 - Пример расчета переходного процесса в MathCad-е

Определим постоянные интегрирования для свободной составляющей напряжения на индуктивности

$$u_L(0) = A_5 \cdot \sin \gamma_5$$

$$\left.\frac{du_L}{dt}\right|_{t=0} = 117{,}19 \cdot A_5 \cdot \cos \gamma_5 - 154{,}17 \cdot A_5 \cdot \sin \gamma_5 \qquad (2)$$

$A5 := 1 \qquad y5 := 0.3$

Given

$L \cdot X_3 = A5 \cdot \sin(y5)$

$X1_3 = A5 \cdot (117.19 \cdot \cos(y5) - 154.17 \cdot \sin(y5))$

Решаем систему уравнений

$$\begin{pmatrix} A50 \\ y50 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A5, y5) \qquad \begin{pmatrix} A50 \\ y50 \cdot \frac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 132.945 \\ 198.719 \end{pmatrix}$$

Свободная составляющая напряжения на индуктивности при переходном процессе будет иметь вид:

$$u_{LCs}(t) = 132.95 \cdot e^{-154{,}17t} \cdot \sin(117{,}19t + 198{,}72^\circ) =$$

$$= 132.95 \cdot e^{-154{,}17t} \cdot \sin(117{,}19t - 161{,}28^\circ)$$

График переходного тока на индуктивности

$$\tau := \frac{1}{|\mathrm{Re}(p1)|} \qquad \tau = 6.486 \times 10^{-3}$$

$i11(tt) := I2o \qquad i12(tt) := I2p \qquad tt := -\left(\frac{2 \cdot \pi}{93}\right), -\left(\frac{2 \cdot \pi}{93}\right) \cdot 0.999 .. 6 \cdot \tau$

$$i13(tt) := I2p + 0.858 \cdot e^{-154.17 \cdot tt} \cdot \sin\left(\left(117.19 \cdot tt + 55.96 \cdot \frac{\pi}{180}\right)\right)$$

$isym(tt) := \mathrm{if}(tt < 0, i11(tt), i13(tt))$

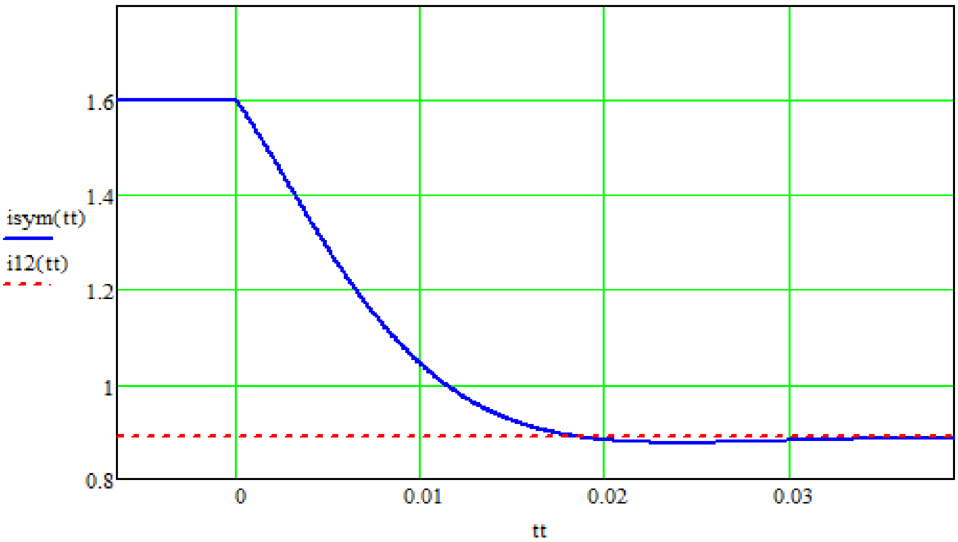


Рисунок 5.46 - Пример расчета переходного процесса в MathCad

График переходного напряжения на индуктивности

$uL1(tt) := 0$ $\quad$ $uL2(tt) := 0$ $\quad$ $uL3(tt) := 132.95e^{-154.17\cdot tt}\cdot\sin\left(117.19\cdot tt - 161.28\cdot\frac{\pi}{180}\right)$

$usym(tt) := if(tt < 0, uL1(tt), uL3(tt))$

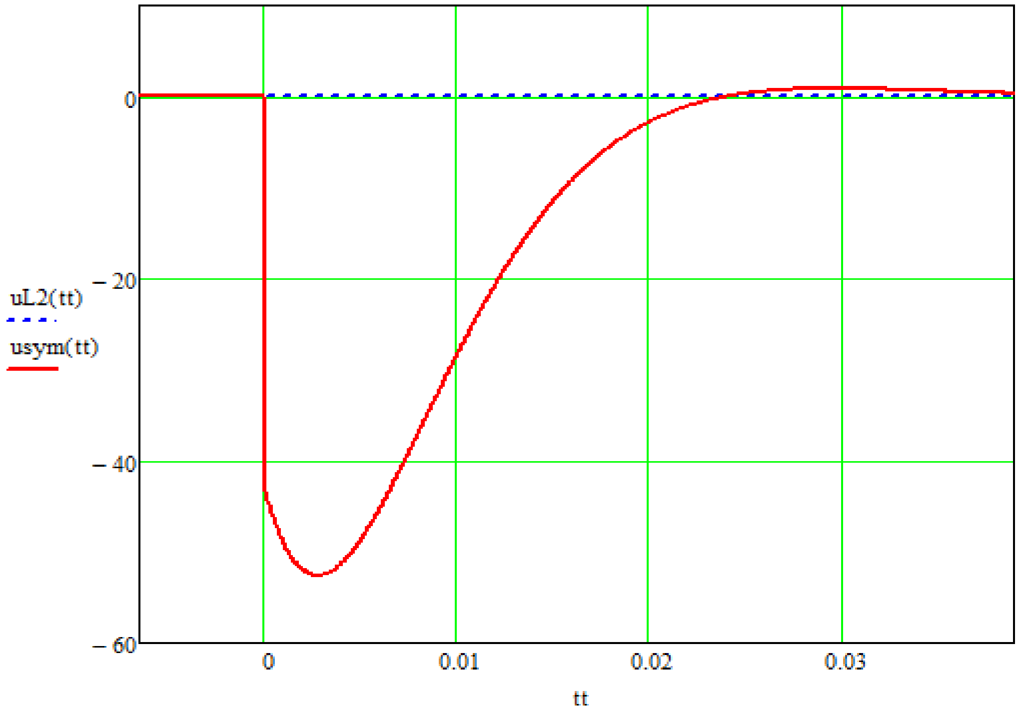


Рисунок 5.47 - Пример расчета переходного процесса в MathCad

Пример 3

Расчет переходного процесса классическим методом в MathCad по алгоритму № 2 представлен на рисунках 5.48 – 5.55.

Исходные данные для расчета:

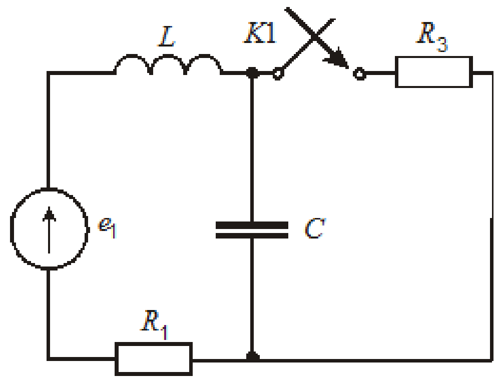
$E1 := 100$ В

$R1 := 80$ Ом

$L := 0.7$ Гн $\quad C := 60 \cdot 10^{-6}$ Ф

$R2 := 180$ Ом $\quad R3 := 70$ Ом

$f := 50$ Гц



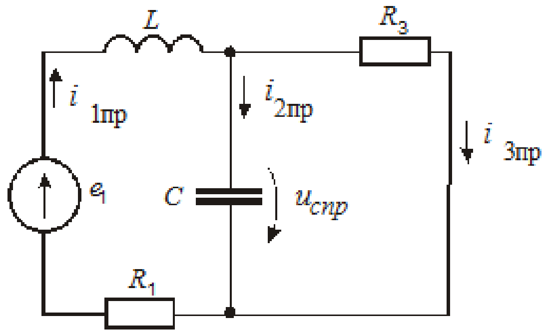
Алгоритм расчета

1. Определяем принужденные составляющие (схема после коммутации) токов и напряжений переходного процесса.

Ток через индуктивность:

$I1p := \dfrac{E1}{R3 + R1}$ при t=0 $\quad I1po := I1p$

$I1po = 0.667$ А



Напряжение на ёмкости

$I3p := \dfrac{E1}{R1 + R3}$ $\quad I3p = 0.667$ А

$Ucp := R3 \cdot I3p$ при t=0 $\quad Ucpo := Ucp$

$Ucpo = 46.667$ В

Ток во второй ветви (емкость образует разрыв в цепи постоянного тока)

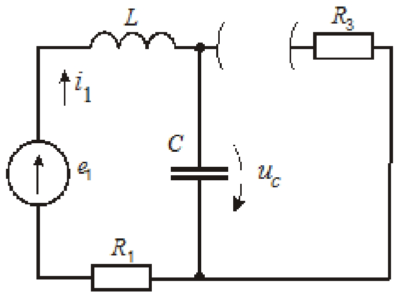
$I2p := 0$ $\quad I2p = 0$ А

Рисунок 5.48 – Определение принужденных составляющих

2. Определяем независимые начальные условия переходного процесса (схема до коммутации) по законам коммутации и из уравнения переходного процесса.

$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-)$

$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-)$



$I1o := 0 \qquad I1o = 0 \quad A$

Свободная составляющая при t=0

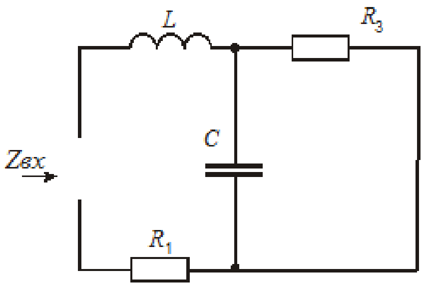
$I1svo := I1o - I1p \qquad I1svo = -0.66 \; A$

$Uco := E1$

Свободная составляющая при t=0

$Ucsvo := Uco - Ucpo \qquad Ucsvo = 53.333 \quad B$

3. Для определения свободных составляющих переходного процесса составляем характеристическое уравнение для свободного процесса (схема после коммутации) методом входного сопротивления.



Запишем выражение для входного сопротивления, относительно ветви с источником

$$Z(p) := R1 + p \cdot L + \frac{\left[\left(\frac{1}{C \cdot p}\right) \cdot R3\right]}{\frac{1}{C \cdot p} + R3} \rightarrow \frac{3500000}{3 \cdot p \cdot \left(\frac{50000}{3 \cdot p} + 70\right)} + 0.7 \cdot p + 80$$

Полученное выражение приравняем к нулю и найдем корни характеристического уравнения:

$p := -100 + 1 \cdot i \cdot 100$

Given

$$0 = \left[\frac{3500000}{3 \cdot p \cdot \left(\frac{50000}{3 \cdot p} + 70\right)} + 0.7 \cdot p + 80\right]$$

$p1 := Find(p) \qquad p1 = -176.19 + 141.341i$

Рисунок 5.49 – Определение независимых начальных условий и корней характеристического уравнения

Получили два комплексно-сопряженных корня, следовательно, свободные составляющие переходного процесса будут иметь вид:

$$i_{1св}(t) = A_1 e^{-176.19t} \cdot \sin(141{,}341t + \gamma_1)$$

$$i_{2св}(t) = A_2 e^{-176.19t} \cdot \sin(141{,}341t + \gamma_2)$$

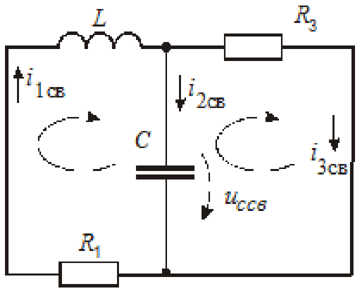
$$i_{3св}(t) = A_3 e^{-176.76t} \cdot \sin(1413\,41t + \gamma_3)$$

$$u_{Ccв}(t) = A_4 e^{-176.19t} \cdot \sin(141{,}41t + \gamma_4)$$

$$u_{Lcв}(t) = A_5 e^{-176.19t} \cdot \sin(141{,}341t + \gamma_5)$$

4. Зависимые начальные условия.

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа для свободных составляющих



$$\begin{cases} i_{2CB}(0) + i_{3CB}(0) = i_{1CB}(0) \\ R_1 \cdot i_{1CB}(0) + L \cdot \left.\dfrac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0} + u_{CCB}(0) = 0 \\ R_3 \cdot i_{3CB}(0) - u_{CCB}(0) = 0 \end{cases}$$

Решаем систему методом Гаусса.

ORIGIN := 1

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & L \\ 0 & R3 & 0 \end{pmatrix} \qquad F := \begin{pmatrix} I1svo \\ -Ucsvo - R1 \cdot I1svo \\ Ucsvo \end{pmatrix} \qquad X := A^{-1} \cdot F$$

$$X = \begin{pmatrix} -1.429 \\ 0.762 \\ -1.015 \times 10^{-14} \end{pmatrix}$$

$$i_{2CB}(0) = X_1 \qquad i_{3CB}(0) = X_2 \qquad \left.\frac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0} = X_3$$

Используем дополнительно уравнение $C \cdot \left.\dfrac{du_{CCB}}{dt}\right|_{t=0} = i_{2CB}(0)$

Следовательно $\left.\dfrac{du_{CCB}}{dt}\right|_{t=0} = \dfrac{i_{2CB}(0)}{C} = X_4$ $\qquad X_4 := \dfrac{X_1}{C} \qquad X_4 = -2.381 \times 10^4$

$u_{LCB}(0) = L \cdot \left.\dfrac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0}$ $\qquad ULsvo := L \cdot X_3 \qquad ULsvo = -7.105 \times 10^{-15}$ В

Рисунок 5.50 – Расчет зависимых начальных условий

Продифференцируем исходную систему, составленную по законам Кирхгофа, и получим:

$$\begin{cases} \left.\dfrac{di_{2CB}}{dt}\right|_{t=0} + \left.\dfrac{di_{3CB}}{dt}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0} \\ R_1 \cdot \left.\dfrac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0} + \left.\dfrac{du_{LCC}}{dt}\right|_{t=0} + \left.\dfrac{du_{CCB}}{dt}\right|_{t=0} = 0 \\ R_3 \cdot \left.\dfrac{di_{3CB}}{dt}\right|_{t=0} - \left.\dfrac{du_{CCB}}{dt}\right|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

Решаем систему методом Гаусса.

$$Q1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & R3 & 0 \end{pmatrix} \qquad F1 := \begin{bmatrix} X_3 \\ (-R1 \cdot X_3) - X_4 \\ (X_4) \end{bmatrix} \qquad Y := Q1^{-1} \cdot F1$$

$$Y = \begin{pmatrix} 340.136 \\ -340.136 \\ 2.381 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\left.\frac{di_{2CB}}{dt}\right|_{t=0} = Y_1 \qquad \left.\frac{di_{3CB}}{dt}\right|_{t=0} = Y_2 \qquad \left.\frac{du_{LCB}}{dt}\right|_{t=0} = Y_3$$

5. Определяем постоянные интегрирования и записываем выражения для свободных составляющих:

$$\begin{cases} i_{1CB}(0) = A_1 \cdot \sin\gamma_1 \\ \left.\dfrac{di_{1CB}}{dt}\right|_{t=0} = 141.341 \cdot A_1 \cdot \cos\gamma_1 - 176.19 \cdot A_1 \cdot \sin\gamma_1 \end{cases}$$

Решаем систему уравнений

$A1 := 1 \qquad \gamma 1 := 0$

Given

$I1svo = A1 \cdot \sin(\gamma 1)$

$X_3 = A1 \cdot (141.341 \cdot \cos(\gamma 1) - 176.19 \cdot \sin(\gamma 1))$

$$\begin{pmatrix} A10 \\ \gamma 10 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A1, \gamma 1) \qquad \begin{pmatrix} A10 \\ \gamma 10 \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.065 \\ 38.737 \end{pmatrix}$$

Свободная составляющая тока первой ветви при переходном процессе будет иметь вид:

$$i_{1CB}(t) = -1.065 \cdot e^{-176.19t} \cdot \sin(141.341t + 38.73^\circ)$$

Рисунок 5.51 – Определение постоянных интегрирования

$$\begin{cases} i_{2CB}(0) = A_2 \cdot \sin\gamma_2 \\ \left.\dfrac{di_{2CB}}{dt}\right|_{t=0} = 141.341 \cdot A_2 \cdot \cos\gamma_2 - 176.19 \cdot A_2 \cdot \sin\gamma_2 \end{cases}$$

Решаем систему уравнений

$A2 := 2 \qquad \gamma 2 := 0$

Given

$X_1 = A2 \cdot \sin(\gamma 2)$

$Y_1 = A2 \cdot (141.341 \cdot \cos(\gamma 2) - 176.19 \cdot \sin(\gamma 2))$

$$\begin{pmatrix} A20 \\ \gamma 20 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A2, \gamma 2) \qquad \begin{pmatrix} A20 \\ \gamma 20 \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.56 \\ -66.347 \end{pmatrix}$$

Свободная составляющая тока второй ветви при переходном процессе будет иметь вид:

$$i_{2CB}(t) = 1.56 \cdot e^{-176.19t} \cdot \sin(141.341t - 66.34^\circ)$$

$$\begin{cases} i_{3CB}(0) = A_3 \cdot \sin\gamma_3 \\ \left.\dfrac{di_{3CB}}{dt}\right|_{t=0} = 141.341 \cdot A_3 \cdot \cos\gamma_3 - 176.19 \cdot A_3 \cdot \sin\gamma_3 \end{cases}$$

Решаем систему уравнений

$A3 := 2 \qquad \gamma 3 := 1$

Given

$X_2 = A3 \cdot \sin(\gamma 3)$

$Y_2 = A3 \cdot (141.341 \cdot \cos(\gamma 3) - 176.19 \cdot \sin(\gamma 3))$

$$\begin{pmatrix} A30 \\ \gamma 30 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A3, \gamma 3) \qquad \begin{pmatrix} A30 \\ \gamma 30 \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.644 \\ 152.389 \end{pmatrix}$$

Свободная составляющая тока третьей ветви при переходном процессе будет иметь вид:

$$i_{3CB}(t) = 1.644 \cdot e^{-176.19t} \cdot \sin(141.341t + 152.389^\circ)$$

Рисунок 5.52 – Определение постоянных интегрирования

$$\begin{cases} u_{CCB}(0) = A_4 \cdot \sin\gamma_4 \\ \left.\dfrac{du_{CCB}}{dt}\right|_{t=0} = 141.341 \cdot A_4 \cdot \cos\gamma_4 - 176.19 \cdot A_4 \cdot \sin\gamma_4 \end{cases}$$

Решаем систему уравнений

$A4 := -100 \qquad \gamma 4 := 0$

Given

$Ucsvo = A4 \cdot \sin(\gamma 4)$

$X_4 = A4 \cdot (141.341 \cdot \cos(\gamma 4) - 176.19 \cdot \sin(\gamma 4))$

$\begin{pmatrix} A40 \\ \gamma 40 \end{pmatrix} := \text{Find}(A4, \gamma 4) \qquad \begin{pmatrix} A40 \\ \gamma 40 \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -115.076 \\ -27.611 \end{pmatrix}$

Свободная составляющая напряжения на ёмкости при переходном процессе будет иметь вид:

$$u_{CCB}(t) = -115.076 \cdot e^{-176.19t} \cdot \sin(141.341t - 27.611^\circ)$$

$$\begin{cases} u_{LCB}(0) = A_5 \cdot \sin\gamma_5 \\ \left.\dfrac{du_{LCB}}{dt}\right|_{t=0} = 141.341 \cdot A_5 \cdot \cos\gamma_5 - 176.19 \cdot A_5 \cdot \sin\gamma_5 \end{cases}$$

Решаем систему уравнений

$A5 := -1 \qquad \gamma 5 := 0$

Given

$ULsvo = A5 \cdot \sin(\gamma 5)$

$Y_3 = A5 \cdot (141.341 \cdot \cos(\gamma 5) - 176.19 \cdot \sin(\gamma 5))$

$\begin{pmatrix} A50 \\ \gamma 50 \end{pmatrix} := \text{Find}(A5, \gamma 5) \qquad \begin{pmatrix} A50 \\ \gamma 50 \cdot \dfrac{180}{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 168.454 \\ 360 \end{pmatrix}$

Свободная составляющая напряжения на индуктивности при переходном процессе будет иметь вид:

$$u_{LCB}(t) = 168.454 \cdot e^{-176.19t} \cdot \sin(141.341t + 360^\circ)$$

Рисунок 5.53 - Определение постоянных интегрирования

График переходного тока на ёмкости

$$tt1 := -\left(\frac{2\cdot\pi}{100}\right), -\left(\frac{2\cdot\pi}{100}\right)\cdot 0.999 .. 0$$

$$\tau := \frac{1}{|p1|} \qquad \tau = 4.427\times 10^{-3}$$

$$tt2 := 0, \left(\frac{2\cdot\pi}{93}\right)\cdot 0.0009 .. 7\cdot\tau$$

$$t := -\left(\frac{2\cdot\pi}{100}\right), -\left(\frac{2\cdot\pi}{100}\right)\cdot 0.999 .. 7\cdot\tau$$

$$i21(tt1) := 0$$

$$i22(tt2) := 1.56e^{(-176.19\cdot tt2)}\cdot \sin\left(141.341\cdot tt2 - 66.34\cdot\frac{\pi}{180}\right)$$

$$i2(t) := \mathrm{if}[t < 0, i21(t), (i22(t))]$$

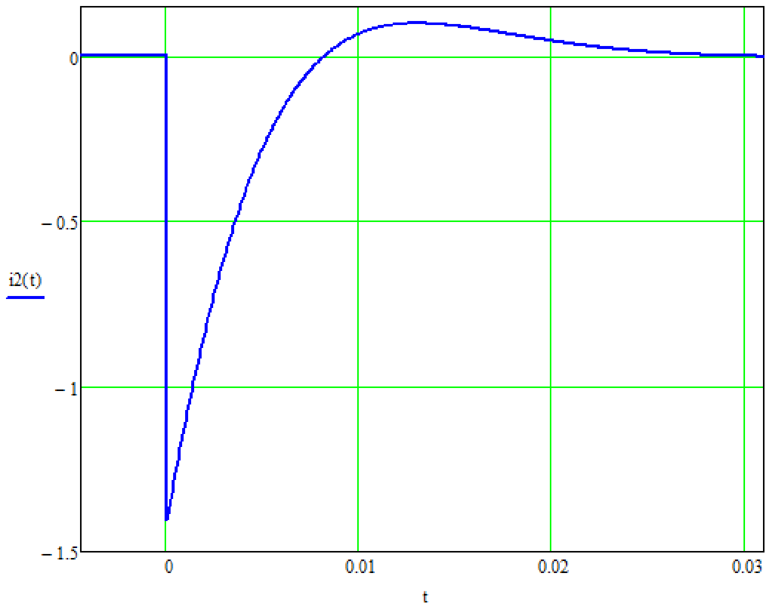


Рисунок 5.54 – Построение графика переходного тока на емкости

График напряжения на ёмкости

$$uC1(tt1) := E1$$

$$uc(tt2) := 46.67 - 115.076e^{(-176.19\cdot tt2)}\cdot \sin\left(141.341\cdot tt2 - \frac{27.611\cdot \pi}{180}\right)$$

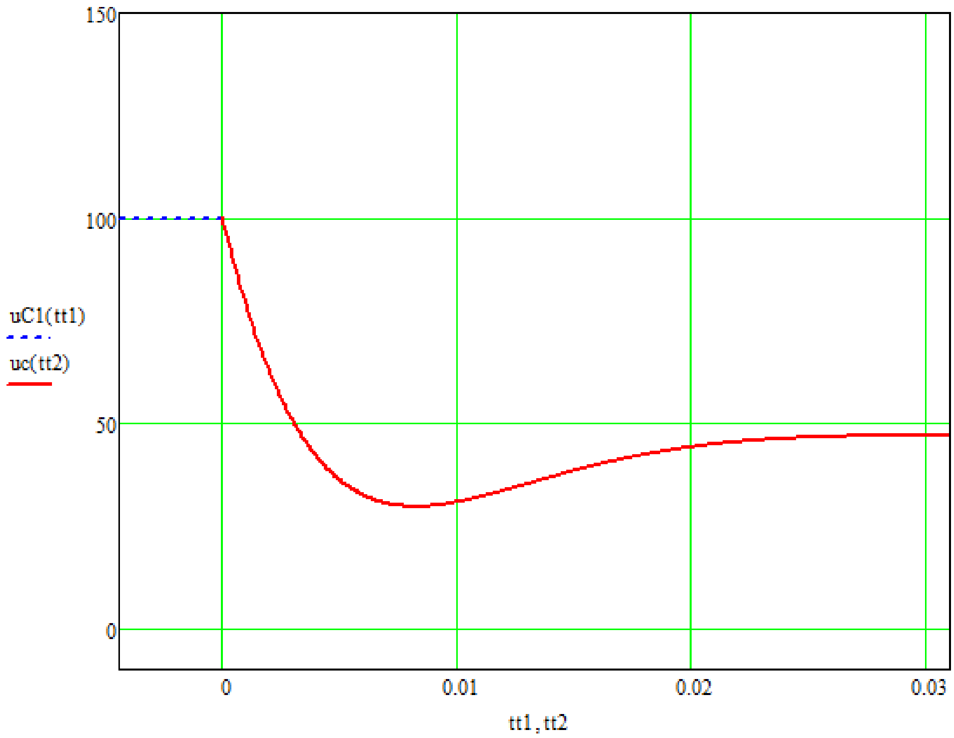


Рисунок 5.55 – Построение графика переходного напряжения на емкости

5.7 Операторный метод расчета переходных процессов

5.7.1 Основные понятия и определения

Для упрощения расчета переходных процессов в теории анализа ПП используют операторный метод расчета. Сущность операторного метода заключается в преобразовании дифференциальных уравнений, описывающих переходной процесс, в алгебраические уравнения. Основными понятиями операторного метода (метод преобразования Лапласа) являются: оригинал и изображения, таблица 5.9.

Таблица 5.9 - Основные понятия и определения операторного метода (метод преобразования Лапласа)

Наименование	Определение	Обозначение
Оригинал	Исходная функция вещественного переменного (функция времени переменных напряжений, токов, ЭДС)	***u(t)*** ***i(t)*** ***e(t)***
Изображение	Функции, получаемые преобразованиями оригиналов по определенным правилам	***U(p)*** ***I(p)*** ***E(p)***
Прямое преобразование Лапласа	Переход из области оригиналов в область изображений	$F(p)=\int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$
Обратное преобразование Лапласа	Переход из области изображений в область оригиналов	$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} F(p)e^{\rho t}d(p)$

В операторном методе расчета переходного процесса выделяют три основных этапа:

1-й этап: переход из области оригиналов в область изображений;

2- й этап: определение искомых функций в области изображений;

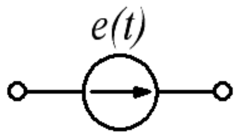
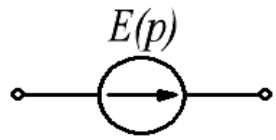
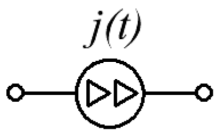
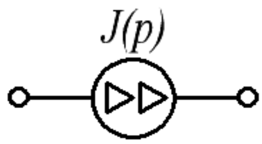
3-й этап: обратный переход из области изображений в область оригиналов.

Рассмотрим кратко каждый этап операторного метода расчета ПП.

5.7.2 Переход из области оригиналов в область изображений

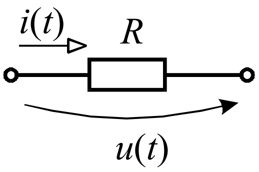
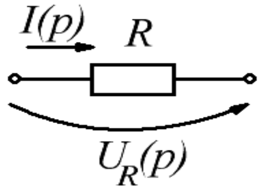
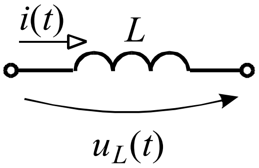
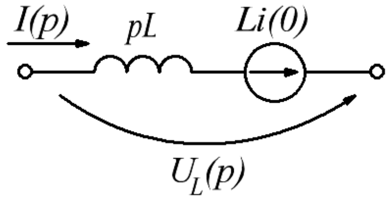
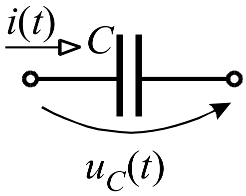
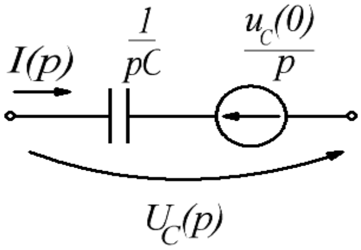
В электротехнике переход из области оригиналов в область изображений осуществляется посредством составления операторных схем замещения, в которых элементы электрической цепи заменяются их операторными изображениями, таблица 5.10. Операторные схемы замещения составляются для схемы после коммутации.

Таблица 5.10 – Операторные схемы замещения

Элемент электрической цепи	**Уравнения, описывающие элемент цепи (дифференциальная и операторная форма записи)**	**Операторные изображения элемента цепи**
1	**2**	**3**
1. Источник ЭДС 	Постоянные источники энергии $E \Leftrightarrow \frac{E}{p}$ $J \Leftrightarrow \frac{J}{p}$	
2. Источник тока 	Синусоидальные источники энергии $e(t) = E_m \sin \omega t \Leftrightarrow \frac{E_m \omega}{\omega^2 + p^2}$ или	

	$j(t) = J_m \sin \omega t \Leftrightarrow \dfrac{J_m \omega}{\omega^2 + p^2}$	

Продолжение таблицы 5.10

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td>3. Резистор
</td><td>$u_R(t) = R \cdot i_2(t) \Leftrightarrow$
$U_R(p) = R \cdot I(p)$</td><td>
б</td></tr>
<tr><td>4. Индуктивный элемент
</td><td>$u_L(t) = L\dfrac{di}{dt} \Leftrightarrow$
$U_L(p) = pL \cdot I(p) - L \cdot i_L(0)$</td><td></td></tr>
<tr><td>5. Емкостной элемент
</td><td>$u_C(t) = \dfrac{1}{C}\int i dt + u_C(0) \Leftrightarrow$
$U_C(p) = \dfrac{1}{pC} I(p) + \dfrac{u_C(0)}{p}$</td><td></td></tr>
</table>

В операторных изображениях индуктивного и емкостного элементов цепи присутствуют внутренние (добавочные) источники энергии реактивных элементов $\boldsymbol{Li_L(0)}$ и $\boldsymbol{u_c(0)/p}$, характеризующие запас магнитной и электрической энергии, соответственно, на катушке индуктивности и на конденсаторе. Значения этих источников энергии определяются через независимые значения начальных условий $\boldsymbol{i_L(0)}$ и $\boldsymbol{u_c(0)}$**,** определяемых из законов коммутации, параграф 5.3. Направление источника $\boldsymbol{Li_L(0)}$ совпадает с направлением тока, а направление источника $\boldsymbol{u_c(0)/p}$ противоположно направлению тока в ветви через конденсатор.

Пример:

Задана электрическая схема, рисунок 5.56, известны параметры схемы.

Требуется составить операторную схему замещения.

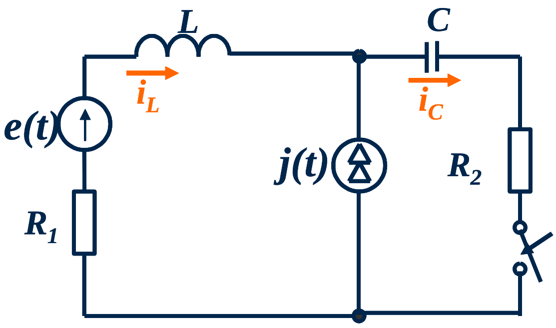


Рисунок 5.56 - Электрическая схема

Решение:

Каждый элемент заданной схемы представим в операторной схеме в соответствии с таблицей 5.10. Учитывая, что после коммутации ключ замкнут, получим схему, представленную на рисунке 5.57.

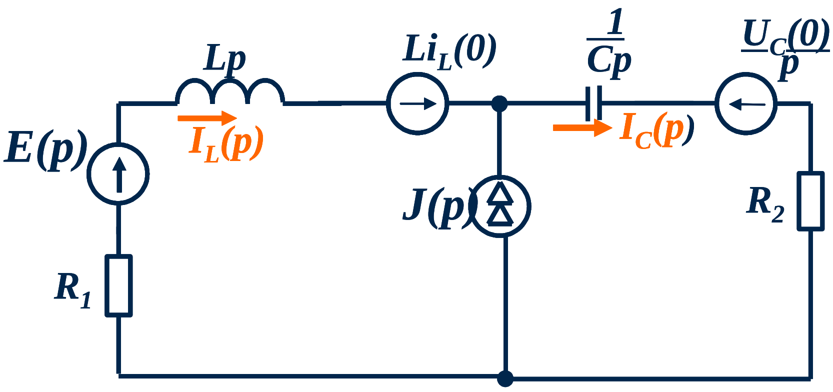


Рисунок 5.57 - Операторная схема замещения

5.7.3 Определение искомых функций в области изображений

Изображения токов в ветвях операторной схемы замещения могут быть определены любым методом расчета сложных линейных цепей. Основные законы электротехники в операторном виде представлены в таблицах 5.11, 5.12.

Таблица 5.11 – Закон Ома в операторной форме

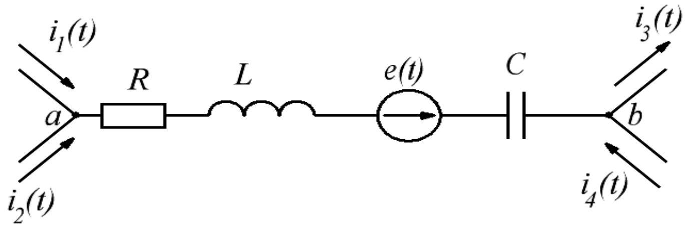
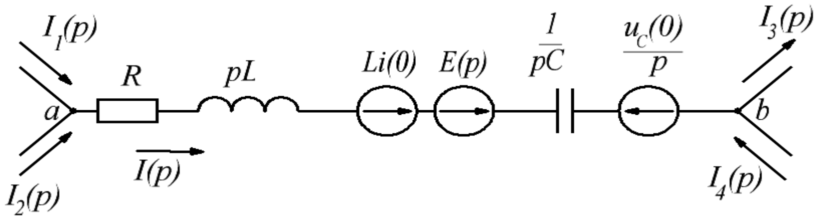
Заданный участок ветви	
Изображение заданного участка ветви	
Закон Ома в операторной форме для участка ветви	$$I(p)=\frac{U_{ab}(p)+E(p)+Li(0)-\dfrac{u_C(0)}{p}}{Z(p)}$$
Закон Ома в операторной форме при нулевых начальных условиях	$$I(p)=\frac{E(p)}{Z(p)}$$

Таблица 5.12 – Законы Кирхгофа в операторной форме

Закон Кирхгофа	**Формулировка закона Кирхгофа**	**Символьная запись закона Кирхгофа в операторной форме**
1-й закон Кирхгофа	Алгебраическая сумма операторных изображений токов, сходящихся в узле, равна нулю	$\sum_{k=1}^{n} I_k \quad p \quad = 0$
2-й закон Кирхгофа	Алгебраическая сумма операторных изображений напряжений на пассивных элементах в замкнутом контуре равна алгебраической сумме операторных изображений ЭДС, действующих в этом контуре.	$\sum_{k=1}^{N} Z_k \quad p \quad I_k \quad p \quad = \sum_{k=1}^{N} \left[E_k \quad p \quad + L_k i_k \quad 0 \quad - \frac{u_{Ck} \quad 0}{p} \right]$
2-й закон Кирхгофа при нулевых начальных условиях		$\sum_{k=1}^{N} Z_k \quad p \quad I_k \quad p \quad = \sum_{k=1}^{N} E_k \quad p$

Примечание:

Выражения, записанные в операторной форме по второму закону Кирхгофа, применимы для электрических схем, не имеющих индуктивно связанных элементов.

Пример:

Задана электрическая схема и ее параметры, рисунок 5.58.

Требуется определить изображение тока через катушку индуктивности $\boldsymbol{I_L(p)}$.

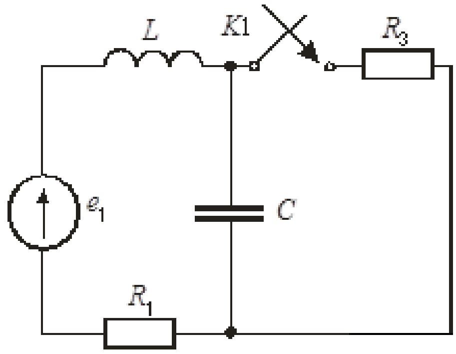


Рисунок 5.58 - Электрическая схема

Решение.

1) Составим операторную схему замещения, схема после коммутации, рисунок 5.59:

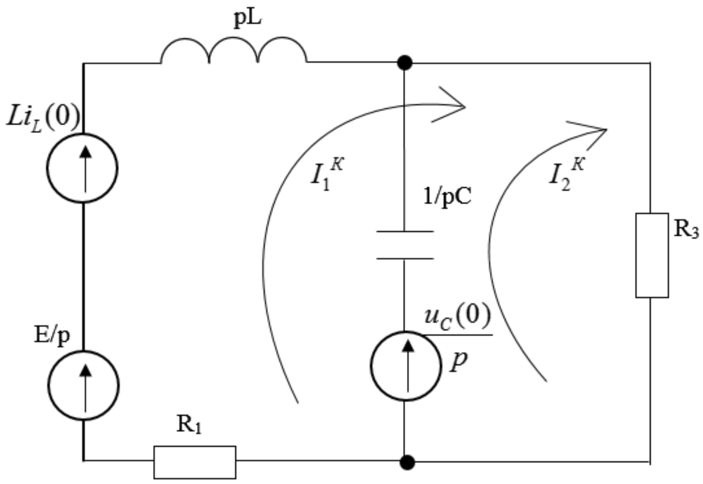


Рисунок 5.59 – Операторная схема замещения

2) Определяем независимые начальные условия общие из законов коммутации:

$$i_L(0) = i_L(0+) = i_L(0-)$$
$$i_L(0-) = 0 \rightarrow i_L(0) = 0$$
$$u_C(0) = u_C(0+) = u_C(0-)$$
$$u_C(0-) = E = 100B \rightarrow u_C(0) = 100B$$

3) Составим систему уравнений по методу контурных токов:

$$\begin{cases} Z_{11}(p)I_1^K(p) + Z_{12}(p)I_2^K(p) = E_1^K(p) \\ Z_{21}(p)I_1^K(p) + Z_{22}(p)I_2^K(p) = E_2^K(p) \end{cases}$$

Определим коэффициенты системы:

$$Z_{11}(p) = R_1 + pL + R_3$$

$$Z_{12} = Z_{21} = R_3$$

$$Z_{22} = \frac{1}{pC} + R_3$$

$$E_1^K = \frac{E}{p}$$

$$E_2^K = \frac{u_C(0)}{p}$$

Систему рассчитываем по методу Гаусса:

$$I_1^K = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} pL + R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_3 + \dfrac{1}{pC} \end{vmatrix} = pLR_3 + \frac{L}{C} + R_1R_3 + \frac{R_3}{pC} + R_3^2 + \frac{R_1}{pC} - R_3^2 =$$

$$= \frac{p^2LR_3C + Lp + R_1R_3pC + R_3 + R_1}{pC}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \dfrac{E}{p} & R_3 \\ \dfrac{U_c(0)}{p} & R_3 + \dfrac{1}{Cp} \end{vmatrix} = \frac{E}{p}R_3 + \frac{E}{Cp^2} - R_3\frac{U_c(0)}{p} =$$

$$= \frac{pCER_3 + E - R_3U_C(0)pC}{Cp^2}$$

$$I_L(p) = I_1^K = \frac{pCER_3 + E - R_3U_C(0)pC}{p(p^2LR_3C + Lp + R_1R_3pC + R_3 + R_1)}$$

5.7.4 Переход из области изображений в область оригиналов

Определение оригиналов искомых функций при расчете переходных процессов операторным методом чаще всего осуществляется с помощью таблицы соответствия, приведенной в справочниках по высшей математике, или теоремы разложения, таблица 5.13.

Таблица 5.13 - Таблица перехода от изображений к оригиналам при различных корнях характеристического уравнения

Вид корней	Количество корней	Оригинал
Корни вещественные	Один корень: $p_1 < 0$	$f(t) = \dfrac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p1 \cdot t}$
	Два корня: $p_1 = 0$ $p_2 < 0$	$f(t) = \dfrac{F_1(0)}{F_2'(0)} + \dfrac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p2 \cdot t}$
	Два корня: $p_1 < 0$ $p_2 < 0$	$f(t) = \dfrac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p1 \cdot t} + \dfrac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p2 \cdot t}$
	Три корня: $p_1 = 0$ $p_2 < 0$ $p_3 < 0$	$f(t) = \dfrac{F_1(0)}{F_2'(0)} + \dfrac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p2 \cdot t} + \dfrac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} \cdot e^{p3 \cdot t}$
Корни комплексно-сопряженные	Два корня: $p_{1,2} = \delta \pm j\omega_0$	$f(t) = 2\,\mathrm{Re}\left\{\dfrac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p1 \cdot t}\right\}$
	Три корня: $p_1 = 0$ $p_{2,3} = \delta \pm j\omega_0$	$f(t) = \dfrac{F_1(0)}{F_2'(0)} + 2\,\mathrm{Re}\left\{\dfrac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p1 \cdot t}\right\}$

Алгоритм применения теоремы разложения

1. Найти искомое изображение в виде рациональной дроби:

$$F(p)=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

2. Приравнять знаменатель к нулю, который является характеристическим уравнением: $F_2(p)=0$.

3. Определить корни характеристического уравнения.

4. Найти производную от характеристического уравнения $F_2'(p)$.

5. Записать оригинал искомой функции в зависимости от типа корней, см. таблицу 5.12.

Пример 1: Определить закон изменения тока во времени по его операторному изображению: $I(p)=\frac{100}{p\cdot(10+0{,}1p)}=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}$.

Решение:

1) Приравняем к нулю знаменатель и найдем корни $p\cdot(10+0{,}1p)=0$.

$$p_1=0; \qquad p_2=-100 .$$

2) Запишем производную знаменателя $F'_2(p)=10+0{,}2p$

3) Так как корни получились вещественные, причем первый корень равен нулю, оригинал будем определять в соответствии со 2-й строкой таблицы 6.6:

$$f(t)=\frac{F_1(0)}{F_2'(0)}+\frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)}\cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

После подстановки численных значений получим закон изменения тока (оригинал тока):

$$i(t)=10-10\cdot e^{-100t} \text{ А} .$$

***Пример 2*:** Определить закон изменения напряжения во времени по его операторному изображению : $U(p)=\frac{8p+100}{p^2+20p+200}=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}$.

Решение:

1) Приравнивая знаменатель дроби к нулю, находим корни:

$$p_1 = -10 + j10 = 10\sqrt{2} \cdot e^{j135^0} \quad ;$$

$$p_2 = -10 - j10 = 10\sqrt{2} \cdot e^{j225^0} \quad .$$

2) Производная знаменателя $F'_2(p) = 2p + 20$

3) Так как получили два корня комплексно-сопряженных, то решение для оригинала напряжения запишем в соответствии со строкой 6 таблицы 6.6:

$$f(t) = 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p1\cdot t}\right\}.$$

Определяем закон изменения напряжения во времени:

$$u(t) = 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{-80 + j80 + 100}{2(-10 + j10) + 20} \cdot e^{-10t} \cdot e^{j10t}\right\} = 2\,\mathrm{Re}\left\{8{,}25 \cdot e^{-j14} \cdot e^{-10t} \cdot e^{j10t}\right\}$$

$$= 8{,}25 \cdot e^{-10t} \cos(10t - 14^o) = 8{,}25 \cdot e^{-10t} \sin(10t + 76^o)\ B$$

5.7.5 Алгоритм расчета переходных процессов операторным методом

1. Определение независимых начальных условий $i_L(0)$, $u_C(0)$ из законов коммутации.

2. Составление операторной схемы замещения.

3. Расчет операторной схемы замещения относительно изображений искомых функций.

4. Определение оригиналов искомых функций с помощью таблицы соответствия или теоремы разложения.

5.7.6 Примеры расчета переходных процессов операторным методом

Пример 1:

Для схемы, рисунок 5.37, рассчитанной классическим методом, определить законы изменения переходных токов через катушку индуктивности $i_2(t)$ и конденсатор $i_1(t)$ операторным методом.

***Решение*:**

1 Составление операторной схемы замещения

Операторная схема замещения составляется для момента времени $t = 0_+$, схема после коммутации. Предварительно преобразуем источник тока в источник ЭДС, рисунок 5.60.

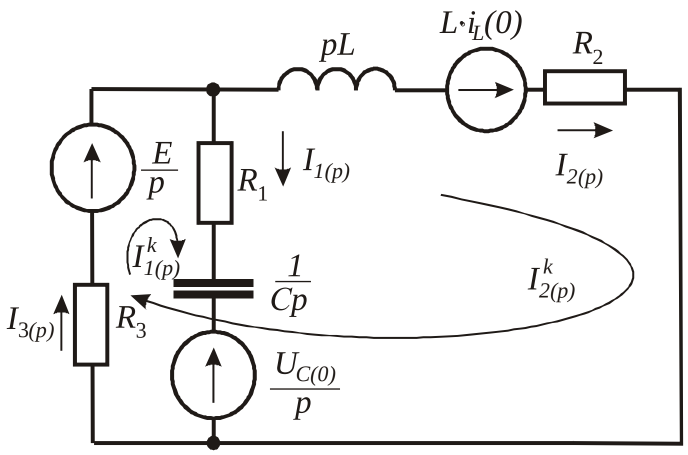


Рисунок 5.60 – Операторная схема замещения

2 Определение независимых начальных условий

Значения независимых начальных условий $i_L(0)$ и $u_C(0)$ возьмем из пункта 2 ***Примера 1*** (расчет переходного процесса классическим методом).

$$i_2(0) = J = 1{,}6 \text{, А;}$$

$$u_C(0) = R_2 \cdot i_2(0) = 80 \cdot 1{,}6 = 128 \text{ , В.}$$

3 Определение операторных изображений токов

Для определения операторных изображений токов $I_1(p)$ и $I_2(p)$ составим систему уравнений по методу контурных токов:

$$\begin{cases} \left(R_1 + \dfrac{1}{pC} + R_3\right) I_1^k(p) + R_3 \cdot I_2^k(p) = \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_C(0)}{p} \\ R_3 \cdot I_1^k(p) + (R_3 + R_2 + pL) I_2^k(p) = \dfrac{E}{p} + Li_L(0) \end{cases}.$$

$$I_1^k(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \tag{5.12}$$

$$I_2^k(p) = \frac{\Delta_2}{\Delta} \tag{5.13}$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_3 + R_1 + \dfrac{1}{pC} & R_3 \\ R_3 & R_3 + R_2 + pL \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{p^2 (R_3 \cdot L \cdot C + R_1 \cdot L \cdot C) + p(R_1 \cdot R_3 \cdot C + R_2 \cdot R_3 \cdot C + R_1 \cdot R_2 \cdot C + L) + R_2 + R_3}{pC} =$$

$$= \frac{0{,}0048\, p^2 + 1{,}48\, p + 180}{pC}, \tag{5.14}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_C(0)}{p} & R_3 \\ \dfrac{E}{p} + Li_L(0) & R_3 + R_2 + pL \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{p(L \cdot E - R_3 \cdot L \cdot i_L(0) - L \cdot u_C(0)) - R_3 \cdot u_C(0) - R_2 \cdot u_C(0) + R_2 \cdot E}{p} =$$

$$= -\frac{102{,}4\, p + 10240}{p}. \tag{5.15}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_3 + R_1 + \dfrac{1}{pC} & \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_C(0)}{p} \\ R_3 & \dfrac{E}{p} + Li_L(0) \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{p^2\left(R_3 \cdot Li_L(0)C + R_1 \cdot Li_L(0)C\right) + p\left(R_3 \cdot u_C(0)C + Li_L(0) + E \cdot R_1 \cdot C\right) + E}{p^2 C} =$$

$$= \frac{0{,}00768\,p^2 + 2{,}112\,p + 160}{p^2 C}. \tag{5.16}$$

Подставим полученные выражения (5.14), (5.15), (5.16) в уравнения (5.12) и (5.13):

$$I_1(p) = I_1^k(p) = -\frac{102{,}4p + 10240}{(0{,}0048p^2 + 1{,}48p + 180)} = \frac{F_{1C}(p)}{F_{2C}(p)},$$

$$I_2(p) = I_2^k(p) = \frac{0{,}00768p^2 + 2{,}112p + 160}{p(0{,}0048p^2 + 1{,}48p + 180)} = \frac{F_{1L}(p)}{F_{2L}(p)}.$$

4 Определение корней характеристического уравнения

4.1 Определение корней характеристического уравнения $F_{2C}(p) = 0$.

Уравнение $0{,}0048p^2 + 1{,}48p + 180 = 0$ имеет два корня комплексно-Сопряженных:

$$p_{1,2} = -154{,}167 \pm j117{,}186,\ \text{с}^{-1}.$$

На основании теоремы разложения выражение для оригинала тока $i_1(t)$ имеет вид:

$$i_1(t) = 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{F_{1C}(p_1)}{F'_{2C}(p_1)} e^{p_1 t}\right\}. \tag{5.17}$$

4.2 Определение корней характеристического уравнения $F_{2L}(p) = 0$.

Уравнение $p(0{,}0048p^2 + 1{,}48p + 180) = 0$ имеет три корня:

$$p_1 = 0 \text{ и } p_{2,3} = -154{,}167 \pm j117{,}186.$$

На основании теоремы разложения выражение для оригинала тока $i_2(t)$ имеет вид:

$$i_2(t)=\frac{F_{1L}(0)}{F'_{2L}(0)}+2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{F_{1L}(p_2)}{F'_{2L}(p_2)}e^{p_2 t}\right\}. \qquad (5.18)$$

5 Определение производной $F'_2(p)$:

5.1 Определение производной $F'_{2C}(p)$:

$$F'_{2C}(p)=\left(0{,}0048p^2+1{,}48p+180\right)'=2\cdot 0{,}48\cdot 10^{-2}\,p+1{,}48=j1{,}12$$

5.2 Определение производной $F'_{2L}(p)$:

$$F'_{2L}(p)=\left(0{,}0048p^3+1{,}48p^2+180p\right)'=0{,}0144p^2+2{,}96p+180. \qquad (5.19)$$

Подставив значения корней характеристического уравнения в (5.19), получим:

$$F'_{2L}(0)=180,$$

$$F'_{2L}(p_2)=0{,}0144(-154{,}167+j117{,}186)^2+2{,}96(-154{,}167+j117{,}186)+180=$$

$$=-131{,}831-j173{,}436=217{,}852e^{j232^\circ 45'}.$$

6. Определение численных значений $F_1(p)$

6.1 Определение значения $F_{1C}(p_1)$

$$F_{1C}(p_1)=\left[102{,}4\cdot(-154{,}167+j117{,}186)+10242\right]\cdot 40\cdot 10^{-6}=$$

$$=-0{,}222+j0{,}4799=0{,}5287\cdot e^{-j65^\circ}.$$

6.2 Определение численных значений $F_{1L}(p)$

$$F_{1L}(0)=160,$$

$$F_{1L}(p_2)=0{,}00768(-154{,}167+j117{,}186)^2+2{,}112(-154{,}167+j117{,}186)+160=$$

$$=-88{,}535-j30=93{,}477e^{j198^\circ 42'}.$$

7 *Определение оригиналов* $i_1(t)$ *и* $i_2(t)$

7.1 *Определение оригинала* $i_1(t)$

Подставив найденные значения $F_{1C}(p_1)$, $F'_{2C}(p_1)$ в уравнение (5.17), запишем выражение для переходного тока через конденсатор:

$$i_1(t) = 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{0{,}5287 \cdot e^{-j65^\circ}}{j1{,}12}\, e^{(-154{,}167+117{,}186)t}\right\} =$$

$$= \mathrm{Re}\left\{0{,}9399 \cdot e^{-j155^\circ} \cdot e^{(-154{,}167+117{,}186)t}\right\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{0{,}9399 \cdot e^{-154{,}167t} \cdot e^{j(117{,}186t-155^\circ)}\right\}$$

$$= 0{,}9399 \cdot e^{-154{,}167} \cos(117{,}186t - 155^\circ) =$$

$$= 0{,}9399 \cdot e^{-154{,}167} \sin(117{,}186t - 65^\circ) \ \text{ А.}$$

Полученный ответ совпадает с выражением тока $i_1(t)$, рассчитанным классическим методом.

Определение оригинала $i_2(t)$:

Подставив найденные значения $F_{1L}(0)$, $F_{1L}(p_2)$, $F'_{2L}(0)$, $F'_{2L}(p_2)$ в уравнение (5.18), запишем выражение для переходного тока через катушку индуктивности.

$$i_2(t) = \frac{160}{180} + 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{93{,}477e^{j198^\circ 42'}}{217{,}852e^{j232^\circ 45'}} \cdot e^{(-154{,}167+j117{,}186)t}\right\} =$$

$$= 0{,}889 + 2\,\mathrm{Re}\left\{0{,}4291e^{-j34} \cdot e^{(-154{,}167+j117{,}186)t}\right\}$$

$$= 0{,}889 + 2\,\mathrm{Re}\left\{0{,}4291e^{-154{,}167t} \cdot e^{j(117{,}186t-34)}\right\}$$

$$= 0{,}889 + 2 \cdot 0{,}4291e^{-154{,}167t} \cdot \cos(117{,}186t - 34^\circ) =$$

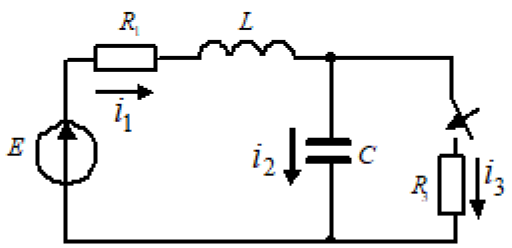
$$= 0{,}889 + 0{,}8582e^{-154{,}167t} \cdot \sin(117{,}186t + 56^\circ) \ \text{ А.}$$

Полученный ответ совпадает с выражением тока $i_2(t)$, определенным классическим методом.

Пример 2: Расчет переходного процесса операторным методом в MathCad

Расчет операторным методом переходного процесса заданной электрической схемы с ее параметрами представлен на рисунках 5.61 – 5.64.

ORIGIN := 1



Операторным методом рассчитать переходные токи в ветвях и напряжения на индуктивности и емкости, если известны постоянная ЭДС источника и параметры цепи.

E := 100 В   R1 := 10 Ом   R3 := 10 Ом   L := 0.1 Гн   C := 0.01 Ф

Решение

1. В схеме до коммутации рассчитаем ток через индуктивность и напряжение на конденсторе.

Все токи до коммутации в цепи были равны нулю, в том числе и ток i_1 через индуктивность.

i10 := 0

Конденсатор был заряжен до напряжения, равного ЭДС источника.

uC0 := E = 100   В

Так как i_1 и uC не зависят от времени в момент времени t=0- их значения будут такими же, т.е.i_1(0-)=i10, uC(0-)=uC0

2. Составим операторную схему замещения.
Дополнительные ЭДС в схеме равны Li_1(0-), uC0/p.

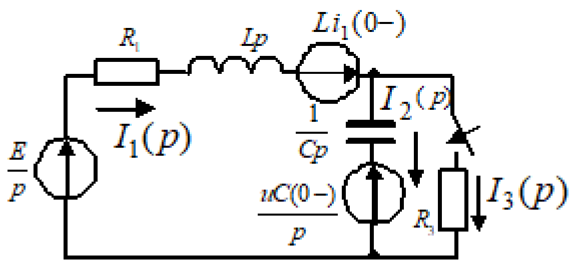


Рисунок 5.61 – Составление операторной схемы замещения

3. Расчет операторных токов.

Составим уравнения по законам Кирхгофа для операторной схемы замещения .

$$I1(p) - I2(p) - I3(p) = 0$$

$$(R1 + L\cdot p)\cdot I1(p) + \frac{1}{C\cdot p}\cdot I2(p) = \frac{E}{p} + L\cdot i10 - \frac{uC0}{p}$$

$$\frac{1}{C\cdot p}\cdot I2(p) - R3\cdot I3(p) = -\frac{uC0}{p}$$

Решим уравнения методом обратной матрицы и найдем операторные токи

$$A(p) := \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (R1 + L\cdot p) & \frac{1}{C\cdot p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C\cdot p} & -R3 \end{bmatrix} \qquad B(p) := \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{p} + L\cdot i10 - \frac{uC0}{p} \\ -\frac{uC0}{p} \end{pmatrix}$$

$$I(p) := A(p)^{-1}\cdot B(p)$$

$$I(p) \text{ collect } \rightarrow \begin{pmatrix} \dfrac{10000.0}{p^3 + 110.0\cdot p^2 + 2000.0\cdot p} \\ -\dfrac{10.0\cdot p + 1000.0}{p^2 + 110.0\cdot p + 2000.0} \\ \dfrac{10.0\cdot p^2 + 1000.0\cdot p + 10000.0}{p^3 + 110.0\cdot p^2 + 2000.0\cdot p} \end{pmatrix}$$

В результате получили три выражения для операторных токов

$$I(p)_1 \rightarrow \frac{10000.0}{p\cdot\left(110.0\cdot p + p^2 + 2000.0\right)}$$

$$I(p)_2 \rightarrow -\frac{10000.0\cdot p + 100\cdot p^2}{p\cdot\left(1100.0\cdot p + 10.0\cdot p^2 + 20000.0\right)}$$

$$I(p)_3 \text{ collect } \rightarrow \frac{10.0\cdot p^2 + 1000.0\cdot p + 10000.0}{p^3 + 110.0\cdot p^2 + 2000.0\cdot p}$$

Проверка $\quad I(p)_1 - I(p)_2 - I(p)_3 \text{ collect } \rightarrow 0$

Рисунок 5.62 – Определение искомых функций в области изображений

4 Оригиналы токов найдем с помощью формул теоремы разложения

Для тока i1(t)

$$I(p)_1 \text{ collect } \rightarrow \frac{10000.0}{p^3 + 110.0 \cdot p^2 + 2000.0 \cdot p}$$

$$N1(p) := 2400.0 \qquad M1(p) := p^3 + 102.0 \cdot p^2 + 1200.0 \cdot p$$

$$p := M1(p) = 0 \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -13.57 \\ -88.43 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -13.57$$

$$p_3 = -88.43$$

$$dM1(p) := \frac{d}{dp} M1(p) \text{ collect } \rightarrow 3 \cdot p^2 + 204.0 \cdot p + 1200.0$$

Оригинал тока i1(t)

$$i1(t) := \frac{N1(p_1)}{dM1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N1(p_2)}{dM1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} + \frac{N1(p_3)}{dM1(p_3)} \cdot e^{p_3 \cdot t} \text{ float}, 5 \rightarrow 0.36254 \cdot e^{-88.43 \cdot t} + -2.3626 \cdot e^{-13.57 \cdot t} + 2.0$$

Проверка

$$i1(0) = -6 \times 10^{-5}$$

Для тока i2(t)

$$p := p$$

$$I(p)_2 \text{ collect } \rightarrow -\frac{10.0 \cdot p + 1000.0}{p^2 + 110.0 \cdot p + 2000.0}$$

$$N2(p) := -(12.0 \cdot p + 1200.0) \qquad M2(p) := 5.0 \cdot p^2 + 510.0 \cdot p + 6000.0$$

$$p := M2(p) = 0 \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -88.43 \\ -13.57 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -88.43$$

$$p_2 = -13.57$$

$$dM2(p) := \frac{d}{dp} M2(p) \text{ collect } \rightarrow 10.0 \cdot p + 510.0$$

Оригинал тока i2(t)

$$i2(t) := \frac{N2(p_1)}{dM2(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N2(p_2)}{dM2(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \text{ float}, 5 \rightarrow 0.37093 \cdot e^{-88.43 \cdot t} + -2.7709 \cdot e^{-13.57 \cdot t}$$

Рисунок 5.63 - Переход из области изображений в область оригиналов

Для тока i3(t)

$$p := p$$

$$I(p)_3 \text{ collect } \rightarrow \frac{10.0 \cdot p^2 + 1000.0 \cdot p + 10000.0}{p^3 + 110.0 \cdot p^2 + 2000.0 \cdot p}$$

$$N3(p) := 12.0 \cdot p^2 + 1200.0 \cdot p + 12000.0$$

$$M3(p) := 5.0 \cdot p^3 + 510.0 \cdot p^2 + 6000.0 \cdot p$$

$$p := M3(p) = 0 \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -13.57 \\ -88.43 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -13.57$$

$$p_3 = -88.43$$

$$dM3(p) := \frac{d}{dp} M3(p) \text{ collect } \rightarrow 15.0 \cdot p^2 + 1020.0 \cdot p + 6000.0$$

Оригинал тока i3(t)

$$i3(t) := \frac{N3(p_1)}{dM3(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N3(p_2)}{dM3(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} + \frac{N3(p_3)}{dM3(p_3)} \cdot e^{p_3 \cdot t} \text{ float}, 5 \rightarrow -0.0083875 \cdot e^{-88.43 \cdot t} + 0.40838 \cdot e^{-13.57 \cdot t} + 2.0$$

Проверка

$$i1(0) - i2(0) - i3(0) = -8.25 \times 10^{-5}$$

$$uL(t) := L \cdot \left(\frac{d}{dt} i1(t) \right) \rightarrow -3.20594122 \cdot e^{-88.43 \cdot t} + 3.2060482 \cdot e^{-13.57 \cdot t}$$

Из уравнения по второму закона Кирхгофа для второго контура

$$uC(t) := i3(t) \cdot R3 \rightarrow -0.083875 \cdot e^{-88.43 \cdot t} + 4.0838 \cdot e^{-13.57 \cdot t} + 20.0$$

Проверка

$$uC(0) = 24$$

Рисунок 5.64 - Переход из области изображений в область оригиналов с помощью теоремы разложения

Список использованных источников

1 СТО 02069024.101–2015 РАБОТЫ СТУДЕНЧЕСКИЕ. Общие требования и правила оформления.

http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015.pdf

2 Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст]: учеб. для бакалавров / Л. А. Бессонов. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2012. – 702 с.

3 Быковская, Л.В. Трёхфазные цепи: учебное пособие / Л.В.Быковская, Н.Ю.Ушакова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2015. – 111 с. http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/8171_20150601.pdf

4 Ушакова, Н. Ю. Метод симметричных составляющих: метод. указания к самостоят. изучению раздела курса ТОЭ и к выполнению расчет.-граф. задания / Н. Ю. Ушакова, Л. В. Быковская. - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2010. - 60 с. : ил. - Прил.: с. 37-58. - Библиогр.: с. 59.
http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/32524_20161212.pdf

5 Исаев, Ю. Н. Практика использования системы MathCad в расчетах электрических и магнитных цепей. Учебное пособие / Ю. Н. Исаев, А. М. Купцов, - М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. - 180 с. ISBN 978-5-91359-123-4.

6 Семенова, Н.Г. Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами [Текст]: задания и метод. указания к выполнению РГЗ № 6 по ТОЭ / Н.Г. Семенова, Н.Ю. Ушакова.- Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. - 28 с.

Приложение А

Пример оформления бланка задания на курсовую работу

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Электроэнергетический факультет
Кафедра автоматизированного электропривода, электромеханики и электротехники

Задание на курсовую работу
Расчет и моделирование электрических и магнитных цепей

Вариант № 1

1 Задание № 1. Исследование магнитной цепи постоянного магнитного потока

Вар.	*Рис.*	l_1	S_1	W_1	I_1	l_2	S_2	W_2	I_2	l_3	S_3,	W_3	I_3	W_4	I_4	l_δ	*Доп. усл*	*Опр*
		см	см^2	-	А	см	см^2	-	А	см	см^2	-	А	-	А	мм		
1	2.1	25	4	500	1	14	6,15	-	-	25	4	600	0,2	100	0,1	0,5	-	$Ф_3$, $Ф_2$

2 Задание № 2. Исследование трехфазной цепи со статической нагрузкой

Вариант	$U_{фг}$	R_A	X_{LA}	X_{CA}	R_B	X_{LB}	X_{CB}	R_C	X_{LC}	X_{CC}	*Обрыв лин. провод*	*Обрыв фазы нагр.*
	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом		
1	127	25	10	-	30	20	-	10	-	5	Aa	ab

3 Задание № 3. Исследование аварийного режима в трехфазной цепи методом симметричных составляющих

$E_{fg} =$ 220 В , $\underline{Z}_N =$ 5 Ом

Вариант	*Вид повреждения линии*	*Схема соедине-ния нагрузки*	$\underline{Z}_{g1}$	$\underline{Z}_{g2}$	$\underline{Z}_{g0}$	$\underline{Z}_{l1}$	$\underline{Z}_{l2}$	$\underline{Z}_{l0}$	$\underline{Z}_{n1}$	$\underline{Z}_{n2}$	$\underline{Z}_{n0}$
			Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	к.з. фазы В на землю	Y	*j20*	*j15*	*j5*	*5+j3*	*3+j2*	*1+j1*	*25+j10*	*30+j20*	*10+j5*

4 Задание № 4. Исследование переходного процесса в линейной электрической цепи

Вариант	*Номер схемы*	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, Гн	C, мкФ	E, В	J, А
1	5.1	20	50	130	0,2	100	100	-

Дата выдачи задания
«___» __________________ 20___ г.
Руководитель работы
кандидат технических наук, доцент

___________________ Ушакова Н.Ю.

Срок защиты курсовой работы
«___» _________________ 20___ г.
Исполнитель
студент группы 21 ЭЭ(б)Э - 1

__________________ Иванов А.А.