

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Быковская Л.В., Быковский В.В.

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Теоретическое исследование процессов в нелинейных электрических и магнитных цепях много сложнее процессов в линейных цепях [1]. Процессы в нелинейных и магнитных цепях описываются нелинейными алгебраическими и дифференциальными уравнениями. Для численного решения этих уравнений необходимо выразить аналитически характеристики всех нелинейных элементов. Характеристики нелинейных элементов электрических и магнитных цепей обычно задаются в виде таблиц или графиков. При численном расчете нелинейных и магнитных цепей существенным является способ представления характеристик нелинейных элементов, оказывающий влияние на точность и способ решения. Существует большое количество различных аналитических выражений, в той или иной мере пригодных для математического описания характеристик нелинейных элементов. Главным при выборе наиболее подходящего аналитического выражения для функции $y=f(x)$ является то, что кривая, описываемая аналитическим выражением, должна достаточно близко расположиться к экспериментальным точкам. Работы в этом направлении ведутся на протяжении многих лет [2].

Расчет нелинейных и магнитных цепей можно значительно упростить, если использовать возможности и средства системы MathCad. Имеющиеся в системе функции интерполяции **interp** определяют кривую, точно проходящую через заданные точки. При этом результат очень чувствителен к ошибкам данных. Слайн-интерполяция позволяет провести кривую через набор точек таким образом, что первые и вторые производные кривой непрерывны в каждой точке. Эта кривая образуется путем создания ряда полиномов, проходящих через наборы из трех смежных точек. Полиномы затем состыковываются друг с другом, чтобы образовать одну кривую. Порядок действий следующий:

1. Создайте векторы, содержащие координаты. Элементы должны располагаться в порядке возрастания.
2. Вычислите вектор **Ispline(x,y)**. Вектор будет содержать вторые производные интерполяционной кривой в рассматриваемых точках.
3. Чтобы найти интерполируемое значение в произвольной точке, например x_0 , вычислите **interp(vs,vx,vy, x0)**.

Пример интерполяции Вольт-Амперной характеристики полупроводникового диода приведен на рисунке 1.

Имея аналитические выражения всех нелинейных элементов можно численно или графически провести расчет нелинейной электрической или магнитной цепи [3].

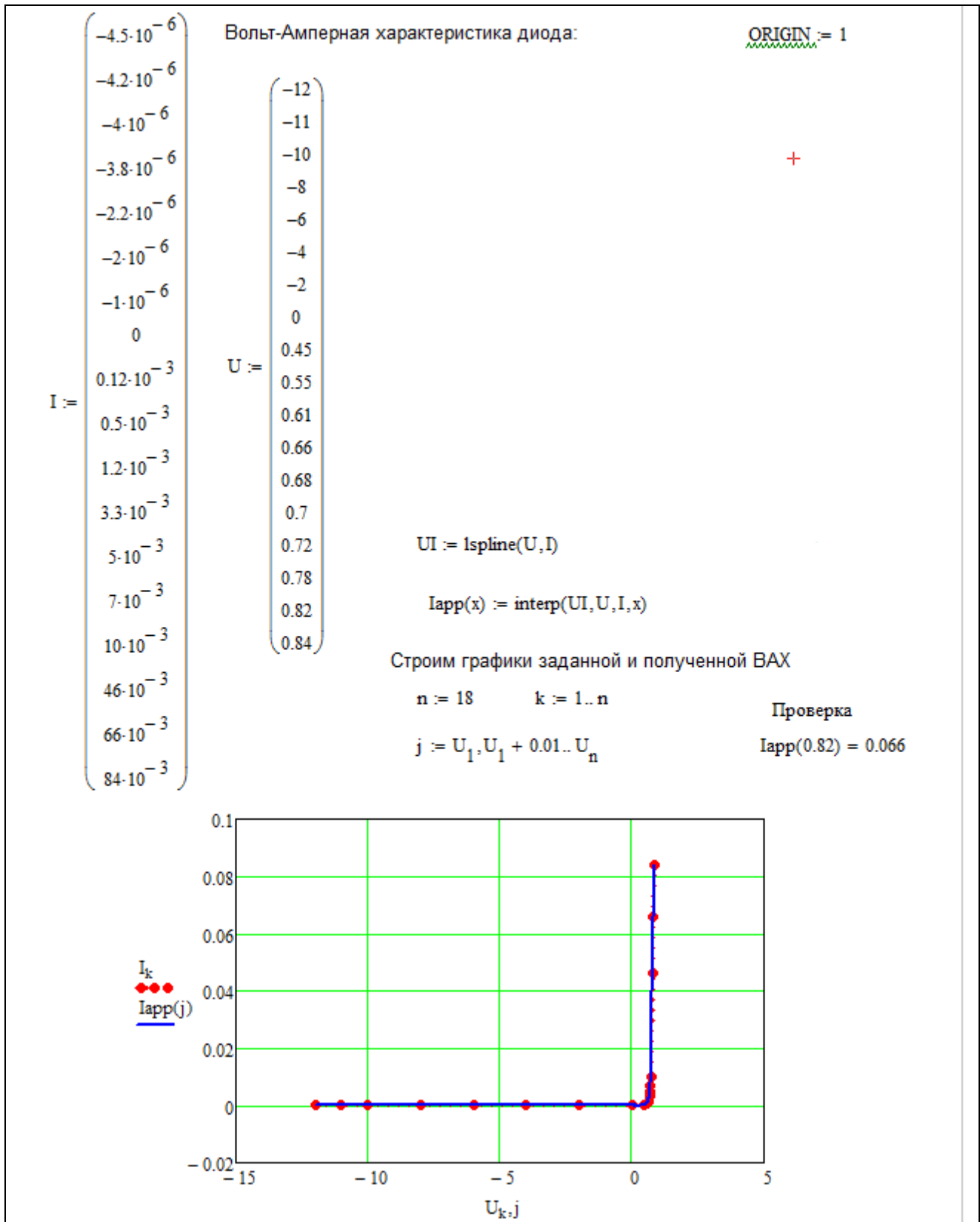


Рисунок 1 – Аппроксимация ВАХ полупроводникового диода интерполяцией в MatCad

Проведем расчет магнитной цепи постоянного тока, приведенной на рисунке 2. Известны геометрические размеры магнитопровода и кривая намагничивания стали. Требуется при известных токах в обмотках определить магнитные потоки.

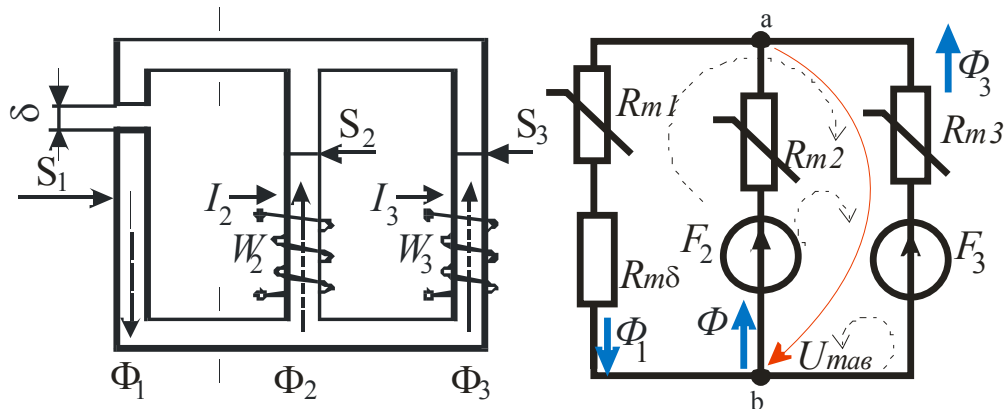


Рисунок 2 – Магнитная цепь и схема замещения

Предварительно проведем аппроксимацию кривой намагничивания аналогично рисунку 1. Для численного решения составляется система нелинейных уравнений по законам Кирхгофа. Для решения используется блок **Given Find**. Предварительно с помощью оператора присваивания указываем числовые значения параметров. Расчет приведен на рисунке 3.

Вводим функцию, вычисляющую значение напряженности магнитного поля в зависимости от значения магнитного потока и площади сечения:

$$H_m(\Phi, S) := \text{if}\left(\Phi \geq 0, \text{interp}\left(\text{BH}, \text{B}, \text{H}, \frac{|\Phi|}{S}\right), -\text{interp}\left(\text{BH}, \text{B}, \text{H}, \frac{|\Phi|}{S}\right)\right)$$

Решаем систему уравнений

$$\Phi_1 := 0.001 \quad \Phi_2 := -0.001 \quad U_{\text{mab}} := 0 \quad \Phi_3 := 0.001$$

Given

$$-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

$$-H_m(\Phi_1, S_1) \cdot L_1 + U_{\text{mab}} - R_{m\delta} \cdot \Phi_1 = 0$$

$$H_m(\Phi_2, S_2) \cdot L_2 + U_{\text{mab}} = F_2$$

$$H_m(\Phi_3, S_3) \cdot L_3 + U_{\text{mab}} = F_3$$

$$\text{result} := \text{Find}(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, U_{\text{mab}})$$

$$\text{result} = \begin{pmatrix} 2.735 \times 10^{-3} \\ -7.508 \times 10^{-4} \\ 3.485 \times 10^{-3} \\ 509.383 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3 – Численное решение системы нелинейных уравнений в Mathcad

Следует отметить, что на результат большое влияние оказывают начальные приближения искомых величин. Повторим решение этой же задачи графически, рисунки 4,5.

```

ORIGIN := 1
F2 := 500 F3 := 900 L1 := 0.97 L2 := 0.34 L3 := 0.969 δ := 0.5·10-3
S1 := 0.00 S2 := 0.0032 S3 := 0.00
n := 12 k := 1..n
μ0 := 4·π·10-7
B := (0 0.73 0.99 1.16 1.29 1.44 1.59 1.69 1.76 1.81 1.86 1.9)
Umδ := B·δ / μ0
H := (0 100 200 400 700 1500 4000 9000 15000 21000 28000 35000)
Φ1 := B·S1 Φ2 := B·S2 Φ3 := B·S3
Um1 := H·L1 Um2 := H·L2 Um3 := H·L3
Um11 := Um1 + Umδ Um22 := F2 - Um2 Um33 := F3 - Um3
St := stack(B, H, Um11, Φ1, Um22, Φ2, Um33, Φ3)

```

	1	2	3	4	5	6
1	0	0.73	0.99	1.16	1.29	1.44
2	0	100	200	400	700	1.5·10 ³
3	0	387.458	587.908	849.549	1.192·10 ³	2.028·10 ³
4	0	2.19·10 ⁻³	2.97·10 ⁻³	3.48·10 ⁻³	3.87·10 ⁻³	4.32·10 ⁻³
5	500	466	432	364	262	-10
6	0	2.373·10 ⁻³	3.217·10 ⁻³	3.77·10 ⁻³	4.192·10 ⁻³	4.68·10 ⁻³
7	900	803.05	706.1	512.2	221.35	-554.25
8	0	2.19·10 ⁻³	2.97·10 ⁻³	3.48·10 ⁻³	3.87·10 ⁻³	...

Рисунок 4 – Исходные данные и результаты расчетов

Результаты расчетов на рисунке 4 сведены в таблицу с помощью функции **stack**, которая объединяет векторы-строки путем размещения их друг под другом. Векторы-строки размещаются в том порядке, в котором представлен список аргументов функции **stack**, то есть в первой строке указаны значения магнитной индукции, во второй – напряженности магнитного поля и так далее по списку. Для того, чтобы воспользоваться функцией **linterp** необходимо, чтобы элементы вектора аргумента интерполирующей функции должны располагаться в порядке возрастания. Если по результатам расчета они убывают, то применяют функцию **reverse**, которая выводит новый вектор с обратным расположением элементов. Далее строятся кривые, исходя из заданных уравнений, составленных по законам Кирхгофа. Решение находится согласно уравнению, составленному по первому закону Кирхгофа, на пересечении кривых:

$$\Phi_1(U_{mab}) = \Phi_2(U_{mab}) + \Phi_3(U_{mab}).$$

Различие в результатах численного и графического решения системы нелинейных уравнений на уровне допустимой погрешности. Таким образом, использование системы Mathcad позволяет быстро и с высокой точностью выполнять расчеты нелинейных и магнитных цепей.

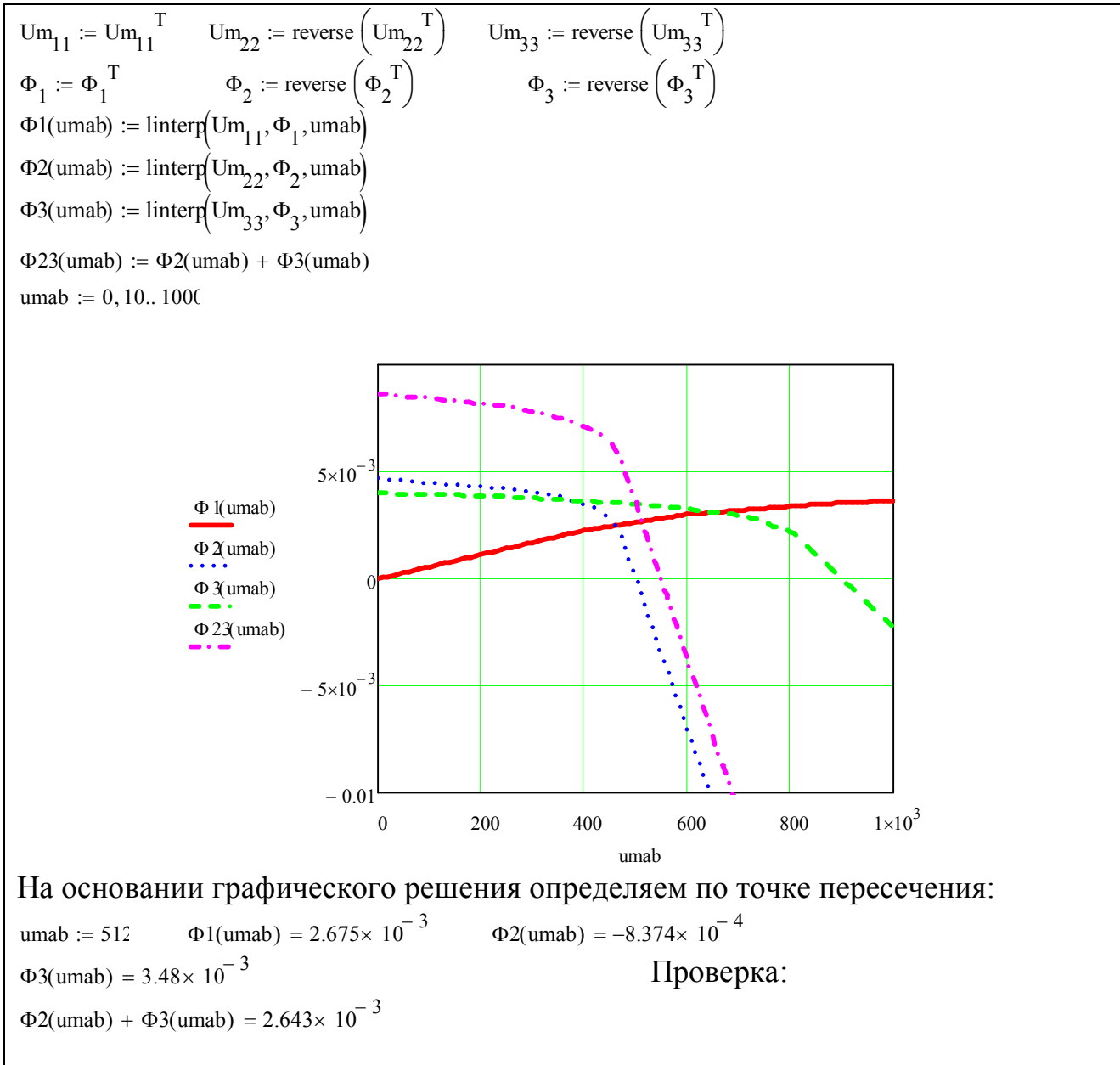


Рисунок 5 – Графическое решение в системе Mathcad

Список литературы

- 1 Демирчян, К. С. Теоретические основы электротехники: в 3 т.: учебник для вузов/ К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин - СПб.: Питер, 2009.- т.2 - 575 с. ISBN 978-5-388-00410-9.
- 2 Быковская, Л.В., Быковский, В.В. Анализ аналитических выражений для аппроксимации кривой намагничивания // Развитие университетского

комплекса как фактор повышения инновационного и образовательного потенциала региона. *Материалы всероссийской научно-практической конференции.* – Оренбург, ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – т.25. С.3-7.

3 Исаев, Ю. Н., Купцов А.М. *Практика использования системы MathCad в расчетах электрических и магнитных цепей. Учебное пособие / Ю. Н. Исаев, А. М. Купцов,* - М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. - 180 с. ISBN 978-5-91359-123-4.