

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования –  
«Оренбургский государственный университет»  
Кафедра теоретической и общей электротехники

**Н.И.ДОБРОЖАНОВА, В.Н.ТРУБНИКОВА**

# **Расчет электрических цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований**

ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ ОСНОВАМ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования – «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2003

ББК 31.211я7  
Д 56  
УДК621.3.011.7(076.5)

Рецензент

кандидат технических наук, доцент Н.Ю.Ушакова

Д 56      **Доброжанова Н.И., Трубникова В.Н.**  
**Расчет электрических цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований: Практикум по теоретическим основам электротехники. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2003. – 26 с.**

**Практикум предназначен для самостоятельной подготовки студентов по разделу «Цепи постоянного тока». Содержит примеры расчета цепей методом эквивалентных преобразований, а также задачи для самостоятельного решения.**

ББК 31.211я7

© Доброжанова Н.И.,  
Трубникова В.Н., 2003  
© ГОУ ОГУ, 2003

## Введение

Основными законами, определяющими электрическое состояние любой электрической цепи, являются законы Кирхгофа.

На основе этих законов разработан ряд практических методов расчета цепей постоянного тока, позволяющих сократить вычисления при расчете сложных схем. Существенно упростить вычисления, а в некоторых случаях и снизить трудоемкость расчета, возможно с помощью эквивалентных преобразований схемы.

Преобразуют параллельные и последовательные соединения элементов, соединение «звезда» в эквивалентный «треугольник» и наоборот. Осуществляют замену источника тока эквивалентным источником ЭДС. Методом эквивалентных преобразований теоретически можно рассчитать любую цепь, и при этом использовать простые вычислительные средства. Или же определить ток в какой-либо одной ветви, без расчета токов других участков цепи.

В данном практикуме по теоретическим основам электротехники рассмотрены примеры расчета линейных электрических цепей постоянного тока с использованием эквивалентных преобразований типовых схем соединения источников и потребителей энергии, приведены расчетные формулы, а также задачи для самостоятельного решения.

Практикум предназначен для глубокой самостоятельной проработки и самоконтроля усвоения курса ТОЭ.

# 1 Расчет линейных электрических цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований

## 1.1 Примеры решения

**Задача 1.1.1** Для цепи (рисунок 1), определить эквивалентное сопротивление относительно входных зажимов  $a - g$ , если известно:

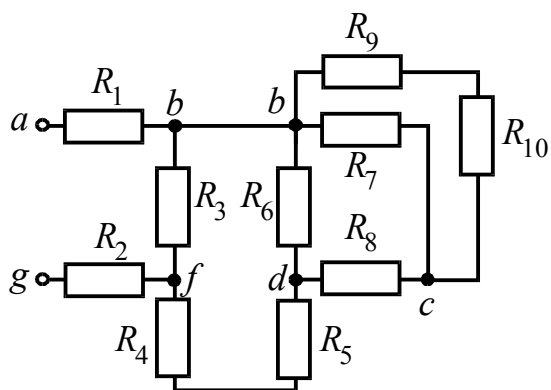


Рисунок 1

сопротивление относительно входных зажимов  $a - g$ , если известно:  $R_1 = R_2 = 0,5$  Ом,  $R_3 = 8$  Ом,  $R_4 = R_5 = 1$  Ом,  $R_6 = 12$  Ом,  $R_7 = 15$  Ом,  $R_8 = 2$  Ом,  $R_9 = 10$  Ом,  $R_{10} = 20$  Ом.

**Решение:**

Начнем преобразование схемы с ветви наиболее удаленной от источника, т.е. зажимов  $a - g$ :

$$R_{11} = R_9 + R_{10} = 10 + 20 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = \frac{R_{11} \cdot R_7}{R_{11} + R_7} = \frac{30 \cdot 15}{30 + 15} = 10 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_8 + R_{12} = 2 + 10 = 12 \text{ Ом};$$

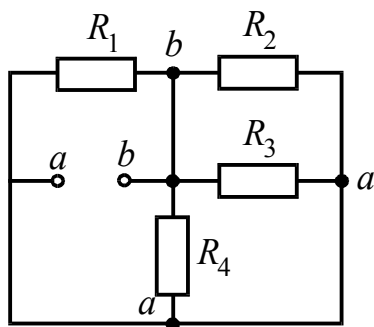
$$R_{14} = \frac{R_6 \cdot R_{13}}{R_6 + R_{13}} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{15} = R_{14} + R_5 + R_4 = 6 + 1 + 1 = 8 \text{ Ом};$$

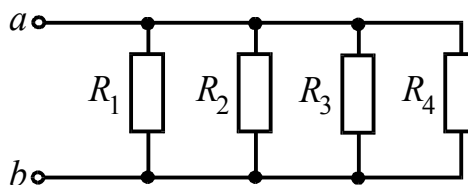
$$R_{16} = \frac{R_3 \cdot R_{15}}{R_3 + R_{15}} = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_9 = R_1 + R_{16} + R_2 = 0,5 + 4 + 0,5 = 5 \text{ Ом}.$$

**Задача 1.1.2** Для цепи (рисунок 2а), определить входное сопротивление если известно:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40$  Ом



а)



б)

Рисунок 2

**Решение:**

Исходную схему можно перерисовать относительно входных зажимов (рисунок 2б), из чего видно, что все сопротивления включены параллельно. Так как величины сопротивлений равны, то для определения величины эквивалентного сопротивления можно воспользоваться формулой:

$$R_{\text{э}} = \frac{R}{n},$$

где  $R$  – величина сопротивления, Ом;

$n$  – количество параллельно соединенных сопротивлений.

$$R_{\text{э}} = \frac{40}{4} = 10 \text{ Ом.}$$

**Задача 1.1.3** Найти эквивалентное сопротивление цепи (рисунок 3а), которая образована делением нихромовой проволоки сопротивлением 0,3 Ом на пять равных частей и припайкой в полученных точках медных перемычек 1-3, 2-4, 4-6. Сопротивлениями перемычек и переходных контактов пренебречь.

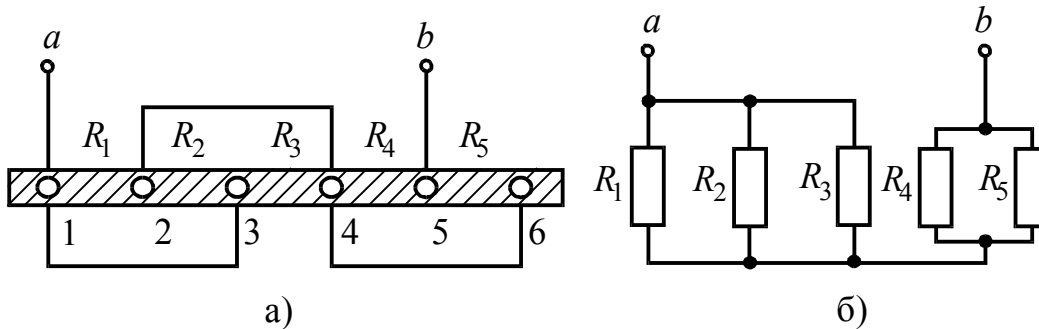


Рисунок 3

**Решение:**

При сопротивлении проволоки 0,3 Ом и при условии равенства всех пяти частей, сопротивление каждого отдельного участка проволоки равно:

$$R = \frac{0,3}{5} = 0,06 \text{ Ом.}$$

Обозначим каждый участок проволоки и изобразим исходную цепь эквивалентной схемой замещения (рисунок 3б).

Из рисунка видно, что схема представляет собой последовательное соединение двух параллельно соединенных групп сопротивлений. Тогда величина эквивалентного сопротивления определится:

$$R_{\text{э}} = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{0,06}{3} + \frac{0,06}{2} = \frac{0,3}{6} = 0,05 \text{ Ом.}$$

**Задача 1.1.4** Определить эквивалентное сопротивление относительно зажимов  $a - b$ , если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$  Ом (рисунок 4а).

Преобразуем соединение «треугольник»  $f-d-c$  в эквивалентную «звезду», определяем величины преобразованных сопротивлений (рисунок 4б):

$$R_f = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10 + 10} = \frac{100}{30} = 3,33 \text{ Ом.}$$

По условию задачи величины всех сопротивлений равны, а значит:

$$R_f = R_d = R_c = 3,33 \text{ Ом.}$$

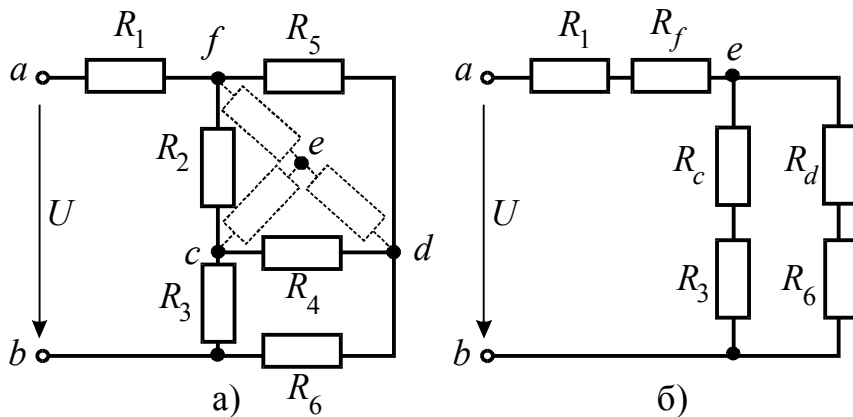


Рисунок 4

На преобразованной схеме получили параллельное соединение ветвей между узлами  $e-b$ , тогда эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{eb} = \frac{(R_c + R_3) \cdot (R_d + R_6)}{(R_c + R_3) + (R_d + R_6)} = \frac{(3,33 + 10) \cdot (3,33 + 10)}{(3,33 + 10) + (3,33 + 10)} = 6,67 \text{ Ом.}$$

И тогда эквивалентное сопротивление исходной схемы представляет последовательное соединение сопротивлений:

$$R_{ab} = R_1 + R_f + R_{eb} = 10 + 3,33 + 6,67 = 20 \text{ Ом.}$$

На примере данной схемы рассмотрим преобразование «звезда»-«треугольник». Соединение «звезда» с сопротивлениями  $R_2, R_3, R_4$  преобразуем в эквивалентный «треугольник» с сопротивлениями  $R_{fb}, R_{fd}$  и  $R_{bd}$  (рисунок 5а):

$$R_{fb} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} = 10 + 10 + \frac{10 \cdot 10}{10} = 30 \text{ Ом;}$$

$$R_{fd} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} = 10 + 10 + \frac{10 \cdot 10}{10} = 30 \text{ Ом;}$$

$$R_{bd} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2} = 10 + 10 + \frac{10 \cdot 10}{10} = 30 \text{ Ом.}$$

Затем преобразуем параллельные соединения ветвей с сопротивлениями  $R_5 - R_{fd}$  и  $R_6 - R_{bd}$  (рисунок 5б):

$$R_{fd}' = \frac{R_5 \cdot R_{fd}}{R_5 + R_{fd}} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} = \frac{30}{4} \text{ Ом;}$$

$$R_{bd}' = \frac{R_6 \cdot R_{bd}}{R_6 + R_{bd}} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} = \frac{30}{4} \text{ Ом.}$$

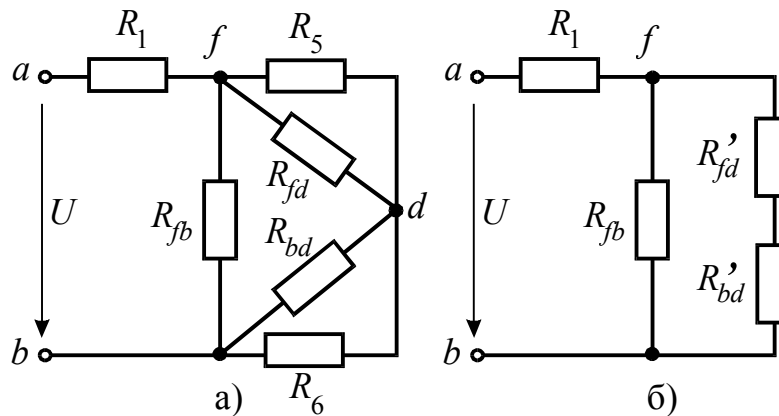


Рисунок 5

Величина сопротивления  $R_{fb}'$  определяется преобразованием параллельного соединения  $R_{fb}$  и  $(R_{fd}' + R_{bd}')$ :

$$R_{fb}' = \frac{R_{fb} \cdot (R_{fd}' + R_{bd}')}{R_{fb} + (R_{fd}' + R_{bd}')} = \frac{30 \cdot (30/4 + 30/4)}{30 + (30/4 + 30/4)} = \frac{450}{45} = 10 \text{ Ом.}$$

Тогда эквивалентное сопротивление представляет собой сумму сопротивлений  $R_1$  и  $R_{fb}'$ :

$$R_{\text{эКВ}} = R_1 + R_{fb}' = 10 + 10 = 20 \text{ Ом.}$$

**Задача 1.1.5** В заданной цепи (рисунок 6а) определить входные сопротивления ветвей  $a - b$ ,  $c - d$  и  $f - b$ , если известно, что:  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 8 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Для определения входного сопротивления ветвей исключают из схемы все источники ЭДС. При этом точки  $c$  и  $d$ , а также  $b$  и  $f$  соединяются накоротко, т.е. внутренние сопротивления источников напряжения равны нулю.

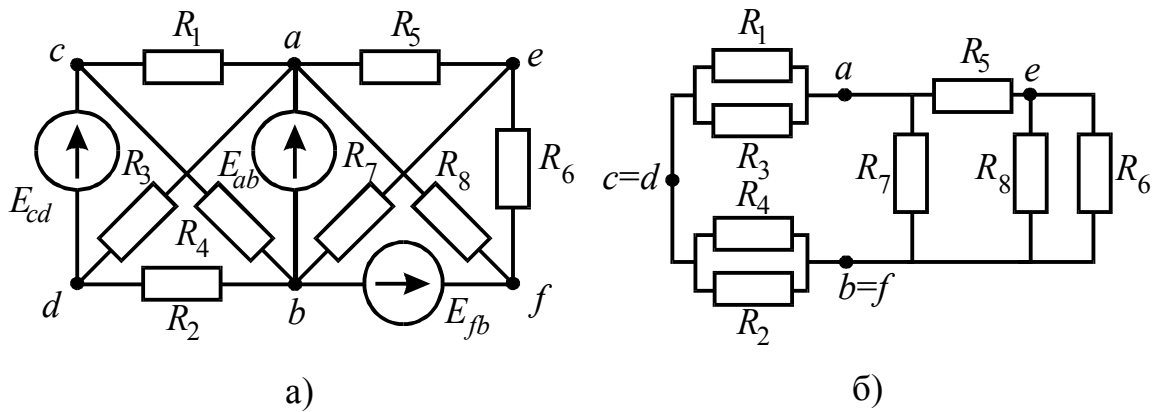


Рисунок 6

Ветвь  $a-b$  разрывают, и т.к. сопротивление  $R_{a-b} = 0$ , то входное сопротивление ветви равно эквивалентному сопротивлению схемы относительно точек  $a$  и  $b$  (рисунок 6б):

$$R'_{ab} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} + \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = 6 \text{ Ом};$$

$$R''_{ab} = \frac{\left( R_5 + \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} \right) \cdot R_7}{R_5 + \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} + R_7} = \frac{\left( 2 + \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} \right) \cdot 6}{2 + \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} + 6} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{ab} = \frac{R'_{ab} \cdot R''_{ab}}{R'_{ab} + R''_{ab}} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \text{ Ом}.$$

Аналогично определяются входные сопротивления ветвей  $R_{cd}$  и  $R_{bf}$ . Причем, при вычислении сопротивлений учтено, что соединение накоротко точек  $a$  и  $b$  исключает из схемы сопротивления  $R_1, R_2, R_3, R_4$  в первом случае, и  $R_5, R_6, R_7, R_8$  во втором случае.

$$R_{cd} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 8}{4 + 8} + \frac{8 \cdot 4}{8 + 4} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$$

$$R_{bf} = \frac{\left( R_6 + \frac{R_5 \cdot R_8}{R_5 + R_8} \right) \cdot R_7}{R_6 + \frac{R_5 \cdot R_8}{R_5 + R_8} + R_7} = \frac{\left( 8 + \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} \right) \cdot 6}{8 + \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} + 6} = \frac{48}{13} \text{ Ом}.$$

**Задача 1.1.6** Двенадцать отрезков провода одинаковой длины, сопротивления каждого отрезка равно 1 Ом, спаяны таким образом, что они занимают положения ребер куба (рисунок 7а). К двум вершинам, лежащим



на одной диагонали куба припаяны еще два таких же отрезка. Определить эквивалентное сопротивление между свободными концами двух последних отрезков.

**Решение:**

Звезду с лучами 8-5, 8-7, 8-4 преобразуем в эквивалентный треугольник, сопротивление сторон которого определится (рисунок 7б):

$$R_{5-7} = R_{8-5} + R_{8-7} + \frac{R_{8-5} \cdot R_{8-7}}{R_{8-4}} = 1 + 1 + \frac{1 \cdot 1}{1} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{5-4} = R_{8-5} + R_{8-4} + \frac{R_{8-5} \cdot R_{8-4}}{R_{8-7}} = 1 + 1 + \frac{1 \cdot 1}{1} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{4-7} = R_{8-4} + R_{8-7} + \frac{R_{8-4} \cdot R_{8-7}}{R_{8-5}} = 1 + 1 + \frac{1 \cdot 1}{1} = 3 \text{ Ом}.$$

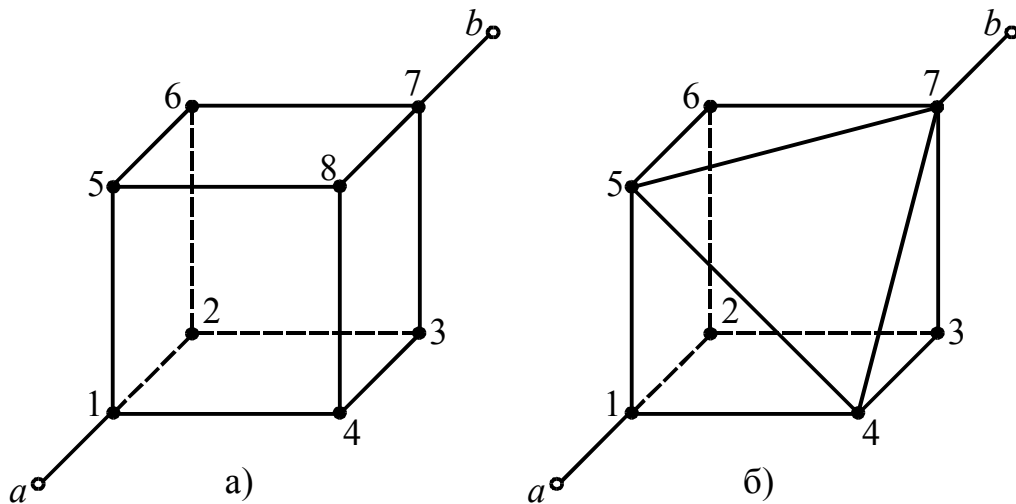


Рисунок 7

Треугольники 1-5-4; 5-6-7, 4-3-7 преобразуем в эквивалентные звезды, сопротивления лучей которых будут следующие (рисунок 8а):

1-5-4

$$R_{1-9} = \frac{R_{1-5} \cdot R_{1-4}}{R_{1-5} + R_{1-4} + R_{5-4}} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 + 3} = \frac{1}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{4-9} = \frac{R_{1-4} \cdot R_{5-4}}{R_{1-4} + R_{5-4} + R_{1-5}} = \frac{1 \cdot 3}{1 + 3 + 1} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{5-9} = \frac{R_{1-5} \cdot R_{5-4}}{R_{1-5} + R_{5-4} + R_{1-4}} = \frac{1 \cdot 3}{1 + 3 + 1} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

5-6-7

$$R_{5-10} = \frac{R_{5-6} \cdot R_{5-7}}{R_{5-6} + R_{5-7} + R_{6-7}} = \frac{1 \cdot 3}{1 + 3 + 1} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

4-3-7

$$R_{6-10} = \frac{R_{5-6} \cdot R_{6-7}}{R_{5-6} + R_{6-7} + R_{5-7}} = \frac{1 \cdot 1}{1+1+3} = \frac{1}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{7-10} = \frac{R_{6-7} \cdot R_{5-7}}{R_{6-7} + R_{5-7} + R_{5-6}} = \frac{1 \cdot 3}{1+3+1} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{4-11} = \frac{R_{4-7} \cdot R_{4-3}}{R_{4-7} + R_{4-3} + R_{3-7}} = \frac{3 \cdot 1}{3+1+1} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{3-11} = \frac{R_{4-3} \cdot R_{3-7}}{R_{4-3} + R_{3-7} + R_{4-7}} = \frac{1 \cdot 1}{1+1+3} = \frac{1}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{7-11} = \frac{R_{3-7} \cdot R_{4-7}}{R_{3-7} + R_{4-7} + R_{4-3}} = \frac{1 \cdot 3}{1+3+1} = \frac{3}{5} \text{ Ом}.$$

В схеме (рисунок 8а) последовательно соединенные участки 5-9 и 5-10; 4-9 и 4-11; 2-6 и 6-10; 2-3 и 3-11 заменим эквивалентными сопротивлениями соответственно (рисунок 8б):

$$R_{9-10} = R_{5-9} + R_{5-10} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \text{ Ом}; \quad R_{9-11} = R_{4-9} + R_{4-11} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{2-10} = R_{2-6} + R_{6-10} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} \text{ Ом}; \quad R_{2-11} = R_{2-3} + R_{3-11} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} \text{ Ом}.$$

Тогда в полученной схеме (рисунок 8б), звезду с лучами 9-1, 9-10, и 9-11 преобразуем в эквивалентный треугольник с сопротивлениями сторон (рисунок 9а):

$$R'_{1-10} = R_{1-9} + R_{9-10} + \frac{R_{1-9} \cdot R_{9-10}}{R_{9-11}} = \frac{1}{5} + \frac{6}{5} + \frac{1/5 \cdot 6/5}{6/5} = \frac{8}{5} \text{ Ом};$$

$$R'_{1-11} = R_{1-9} + R_{9-11} + \frac{R_{1-9} \cdot R_{9-11}}{R_{9-10}} = \frac{1}{5} + \frac{6}{5} + \frac{1/5 \cdot 6/5}{6/5} = \frac{8}{5} \text{ Ом};$$

$$R'_{10-11} = R_{9-10} + R_{9-11} + \frac{R_{9-10} \cdot R_{9-11}}{R_{1-9}} = \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6/5 \cdot 6/5}{1/5} = \frac{48}{5} \text{ Ом}.$$

Далее звезду с лучами 1-2, 2-10, 2-11 преобразуем в эквивалентное соединение треугольником с сопротивлениями сторон (рисунок 9б):

$$R''_{1-10} = R_{1-2} + R_{2-10} + \frac{R_{1-2} \cdot R_{2-10}}{R_{2-11}} = 1 + \frac{6}{5} + \frac{1 \cdot 6/5}{6/5} = \frac{16}{5} \text{ Ом};$$

$$R''_{1-11} = R_{1-2} + R_{2-11} + \frac{R_{1-2} \cdot R_{2-11}}{R_{2-10}} = 1 + \frac{6}{5} + \frac{1 \cdot 6/5}{6/5} = \frac{16}{5} \text{ Ом};$$

$$R''_{10-11} = R_{2-10} + R_{2-11} + \frac{R_{2-10} \cdot R_{2-11}}{R_{1-2}} = \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6/5 \cdot 6/5}{1} = \frac{96}{25} \text{ Ом.}$$

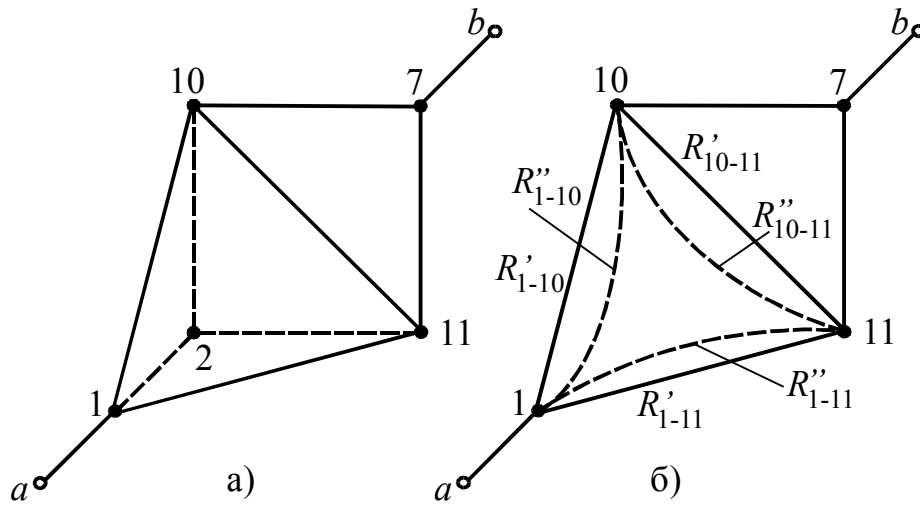


Рисунок 8

В схеме (рисунок 9б) параллельные участки заменяются эквивалентными (рисунок 10а), сопротивления которых:

$$R_{1-10} = \frac{R'_{1-10} \cdot R''_{1-10}}{R'_{1-10} + R''_{1-10}} = \frac{8/5 \cdot 16/5}{8/5 + 16/5} = \frac{16}{15} \text{ Ом;}$$

$$R_{1-11} = \frac{R'_{1-11} \cdot R''_{1-11}}{R'_{1-11} + R''_{1-11}} = \frac{8/5 \cdot 16/5}{8/5 + 16/5} = \frac{16}{15} \text{ Ом;}$$

$$R_{10-11} = \frac{R'_{10-11} \cdot R''_{10-11}}{R'_{10-11} + R''_{10-11}} = \frac{48/5 \cdot 96/25}{48/5 + 96/25} = \frac{96}{35} \text{ Ом.}$$

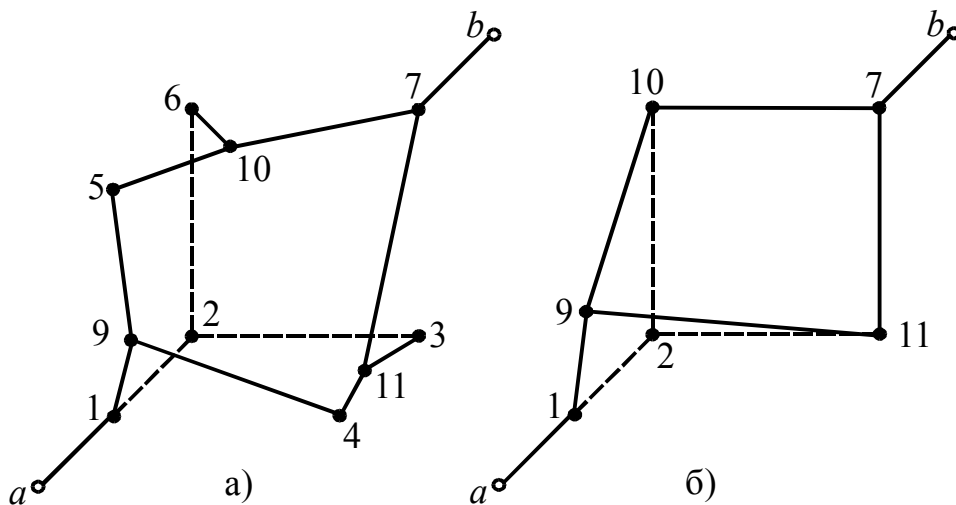


Рисунок 9

В схеме (рисунок 10а), треугольник 1-10-11 преобразуем в эквивалентную звезду с лучами 12-1, 12-10, 12-11 (рисунок 10б):

$$R_{12-1} = \frac{R_{1-10} \cdot R_{1-11}}{R_{1-10} + R_{1-11} + R_{10-11}} = \frac{16/15 \cdot 16/15}{16/15 + 16/15 + 96/35} = \frac{7}{30} \text{ Ом};$$

$$R_{12-10} = \frac{R_{1-10} \cdot R_{10-11}}{R_{1-10} + R_{10-11} + R_{1-11}} = \frac{16/15 \cdot 96/35}{16/15 + 96/35 + 16/15} = \frac{3}{5} \text{ Ом};$$

$$R_{12-11} = \frac{R_{1-11} \cdot R_{10-11}}{R_{1-11} + R_{10-11} + R_{1-10}} = \frac{16/15 \cdot 96/35}{16/15 + 96/35 + 16/15} = \frac{3}{5} \text{ Ом}.$$

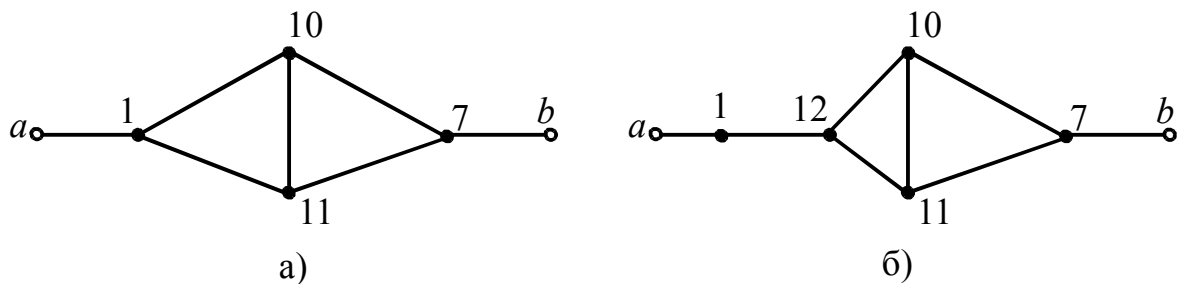


Рисунок 10

Затем, преобразуя параллельное соединение участков между узлами 12 и 7, схема рисунка 10б примет вид последовательного соединения участков  $a-1$ ,  $1-12$ ,  $12-7$  и  $7-b$ :

$$R_{12-7} = \frac{(R_{12-10} + R_{10-7}) \cdot (R_{12-11} + R_{11-7})}{(R_{12-10} + R_{10-7}) + (R_{12-11} + R_{11-7})} = \frac{(3/5 + 3/5) \cdot (3/5 + 3/5)}{(3/5 + 3/5) + (3/5 + 3/5)} = \frac{3}{5} \text{ Ом}.$$

$$R_{\text{ex}} = R_{a-1} + R_{12-1} + R_{12-7} + R_{7-b} = 1 + \frac{7}{30} + \frac{3}{5} + 1 = \frac{17}{6} \text{ Ом}.$$

**Задача 1.1.7** Используя метод преобразований определить параметры эквивалентной схемы (рисунок 11а), если  $E_1=40$  В,  $E_2=10$  В,  $J=2$  А,  $R_1=R_2=10$  Ом.

**Решение:**

Заменим параллельно соединенные ветви с источником тока  $J$  и сопротивлением  $R_2$  эквивалентной ветвью с источником ЭДС  $E_3$  (рисунок 11б):

$$E_3 = J \cdot R_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ В}.$$

Затем преобразуем две параллельные активные ветви (рисунок 11в):

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом};$$

$$E_3' = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_3 \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{40 \cdot 10 + 20 \cdot 10}{10 + 10} = 30 \text{ В};$$

$$R_{\text{экв}} = R_3 = 5 \text{ Ом};$$

$$E_{\text{экв}} = E_3' + E_2 = 30 + 10 = 40 \text{ В}.$$

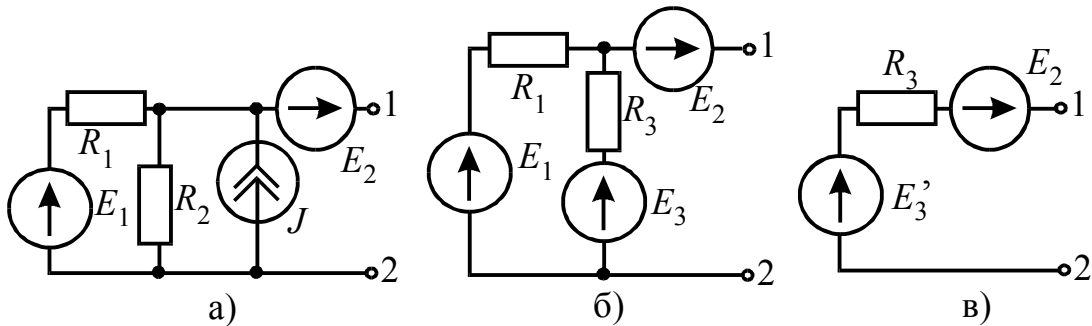


Рисунок 11

Решим задачу иначе. Воспользуемся формулой преобразования параллельных ветвей:

$$E = \frac{E_1/R_1 + J}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{40/10 + 2}{1/10 + 1/10} = 30 \text{ В};$$

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом};$$

$$E_{\text{экв}} = E + E_2 = 30 + 10 = 40 \text{ В}.$$

**Задача 1.1.8** В цепи (рисунок 12) определить токи  $I_1, I_2, I_3$  методом эквивалентных преобразований и составить баланс мощностей, если известно:

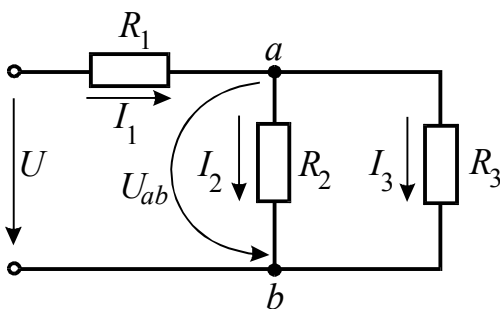


Рисунок 12

$R_1 = 12 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, R_3 = 30 \text{ Ом}, U = 120 \text{ В}.$

**Решение:** Эквивалентное сопротивление для параллельно включенных сопротивлений:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление всей цепи:

$$R_{\text{э}} = R_1 + R_{23} = 12 + 12 = 24 \text{ Ом}.$$

Ток в неразветвленной части схемы:

$$I_1 = U/R_{\text{э}} = 120/24 = 5 \text{ А}.$$

Напряжение на параллельных сопротивлениях:

$$U_{ab} = R_{23} \cdot I_1 = 12 \cdot 5 = 60 \text{ В}.$$

Токи в параллельных ветвях:

$$I_2 = U_{ab} / R_2 = 60 / 20 = 3 \text{ А};$$

$$I_3 = U_{ab} / R_3 = 60 / 30 = 2 \text{ А}.$$

Баланс мощностей:

$$P_{ист} = I_1 \cdot U = 5 \cdot 120 = 600 \text{ Вт};$$

$$P_{потр} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = 5^2 \cdot 12 + 3^2 \cdot 20 + 2^2 \cdot 30 = 600 \text{ Вт}.$$

**Задача 1.1.9** В цепи (рисунок 13а), определить показания амперметра, если известно:  $R_1=2$  Ом,  $R_2=20$  Ом,  $R_3=30$  Ом,  $R_4=40$  Ом;  $R_5=10$  Ом,  $R_6=20$  Ом,  $E=48$  В. Сопротивление амперметра можно считать равным нулю.

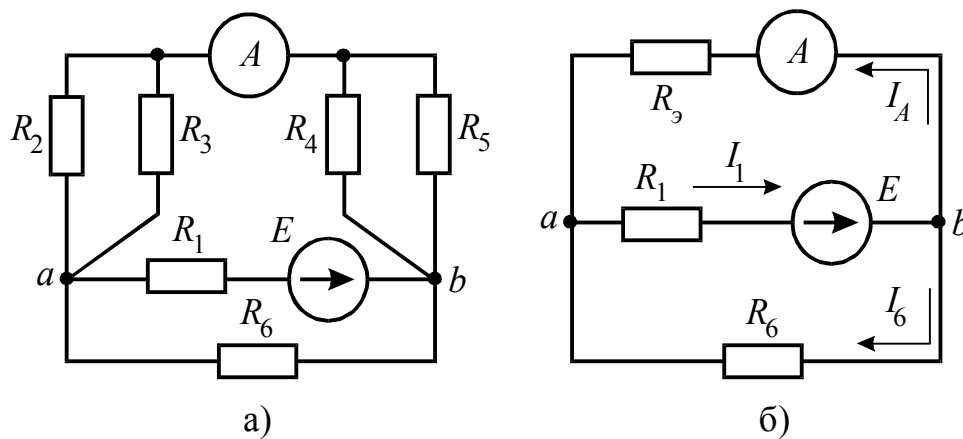


Рисунок 13

**Решение:**

Если сопротивления  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  заменить одним эквивалентным  $R_9$ , то исходную схему можно представить в упрощенном виде (рисунок 13б).

Величина эквивалентного сопротивления:

$$R_9 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} + \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} = 20 \text{ Ом}$$

Преобразовав параллельное соединение сопротивлений  $R_9$  и  $R_6$  схемы (рисунок 13б), получим замкнутый контур, для которого по второму закону Кирхгофа можно записать уравнение:

$$I_1 \cdot \left( R_1 + \frac{R_9 \cdot R_6}{R_9 + R_6} \right) = E,$$

откуда ток  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_9 \cdot R_6}{R_9 + R_6}} = \frac{48}{2 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20}} = 4 \text{ А}.$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей  $U_{ab}$  выразим из уравнения по закону Ома для пассивной ветви, полученной преобразованием  $R_3$  и  $R_6$ :

$$U_{ab} = I_1 \cdot \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_6}.$$

Тогда амперметр покажет ток:

$$I_A = I_1 \cdot \frac{R_6}{R_3 + R_6} = 4 \cdot \frac{20}{20 + 20} = 2 \text{ А}.$$

**Задача 1.1.10** Методом эквивалентных преобразований определить все токи в схеме (рисунок 14а), если  $E_1=60$  В,  $E_2=120$  В,  $E_5=10$  В,  $R_1=R_2=R_3=R_4=10$  Ом.

**Решение:**

Сначала преобразуем исходную схему до одного контура, и определим ток  $I_5$  в неразветвленной части. Для этого определим величины эквивалентных сопротивлений и эквивалентных ЭДС (рисунок 14б):

$$R_6 = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_3 + R_1} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}; \quad E_6 = \frac{E_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{60 \cdot 10}{10 + 10} = 30 \text{ В};$$

$$R_7 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}; \quad E_7 = \frac{E_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{120 \cdot 10}{10 + 10} = 60 \text{ В}.$$

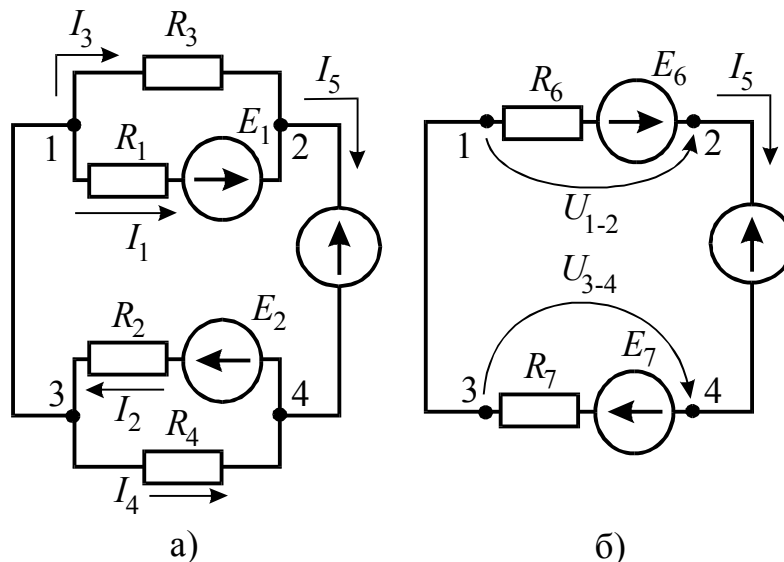


Рисунок 14

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для данного контура:

$$I_5(R_6 + R_7) = E_6 + E_7 - E_5,$$

тогда

$$I_5 = \frac{E_6 + E_7 - E_5}{R_6 + R_7} = \frac{30 + 60 - 10}{5 + 5} = 8 \text{ A.}$$

Определим напряжения на зажимах параллельных ветвей 1-2 и 3-4 по закону Ома:

$$I_5 = \frac{U_{1-2} + E_6}{R_6} \Rightarrow U_{1-2} = I_5 R_6 - E_6 = 8 \cdot 5 - 30 = 10 \text{ В}$$

$$I_5 = \frac{U_{3-4} + E_7}{R_7} \Rightarrow U_{3-4} = E_7 - I_5 R_7 = 60 - 8 \cdot 5 = 20 \text{ В}$$

Определим токи ветвей:

$$I_1 = \frac{U_{1-2} + E_1}{R_1} = \frac{10 + 60}{10} = 7 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{-U_{3-4} + E_2}{R_2} = \frac{-20 + 120}{10} = 10 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_{1-2}}{R_3} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{U_{3-4}}{R_4} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A.}$$

**Задачи 1.1.11** Определить токи ветвей схемы (рисунок 15а), если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3 \text{ Ом}$ ,  $J = 5 \text{ А}$ ,  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Преобразуем «треугольник» сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  в эквивалентную «звезду»  $R_6$ ,  $R_7$ ,  $R_8$  (рисунок 15б) и определим величины полученных сопротивлений:

$$R_6 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_7 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_8 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом.}$$

Преобразуем параллельное соединение ветвей между узлами 4 и 5.

$$R_9 = \frac{(R_4 + R_7) \cdot (R_5 + R_8)}{(R_4 + R_7) + (R_5 + R_8)} = \frac{(1 + 3) \cdot (1 + 5)}{1 + 3 + 1 + 5} = 2,4 \text{ Ом.}$$



Ток в контуре, полученном в результате преобразований, считаем равным току источника тока  $J$ , и тогда напряжение:

$$U_{54} = J \cdot R_9 = 5 \cdot 2,4 = 12 \text{ В.}$$

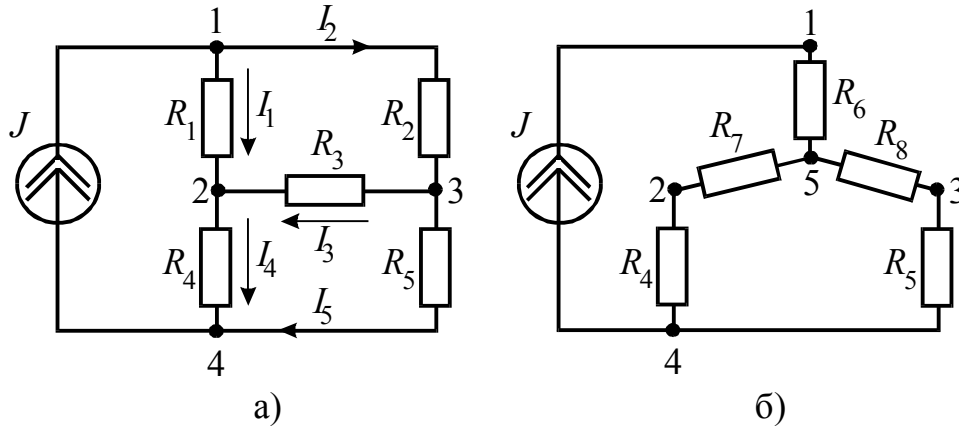


Рисунок 15

И теперь можно определить токи  $I_4$  и  $I_5$ :

$$I_4 = \frac{U_{54}}{R_7 + R_4} = \frac{12}{1+3} = 3 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{54}}{R_8 + R_5} = \frac{12}{1+5} = 2 \text{ А};$$

Возвращаясь к исходной схеме, определим напряжение  $U_{32}$  из уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$U_{32} + I_4 R_4 - I_5 R_5 = 0 \Rightarrow U_{32} = I_5 R_5 - I_4 R_4 = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 1 \text{ В.}$$

Тогда ток в ветви с сопротивлением  $R_3$  определится:

$$I_3 = \frac{U_{32}}{R_3} = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ А.}$$

Величины оставшихся неизвестными токов можно определить из уравнений по первому закону Кирхгофа для узлов 3 и 1:

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0 \Rightarrow I_2 = I_3 + I_5 = 0,33 + 2 = 2,33 \text{ А};$$

$$J - I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = J - I_2 = 5 - 2,33 = 2,67 \text{ А.}$$

**Задача 1.1.12** Методом эквивалентных преобразований найти ток  $I_0$  (рисунок 16а), если  $E_0=40$  В,  $E_1=E_2=E_3=10$  В,  $R_1=R_2=R_3=4$  Ом,  $R_4=10$  Ом.

**Решение:** Для преобразования активной «звезды» введем дополнительные узлы  $1'$ ,  $2'$  и  $3'$ . Образовавшуюся пассивную «звезду» преобразуем в пассивный «треугольник» (рисунок 16б), сопротивления которого равны:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 4 + 4 + \frac{4 \cdot 4}{4} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 12 \text{ Ом}.$$

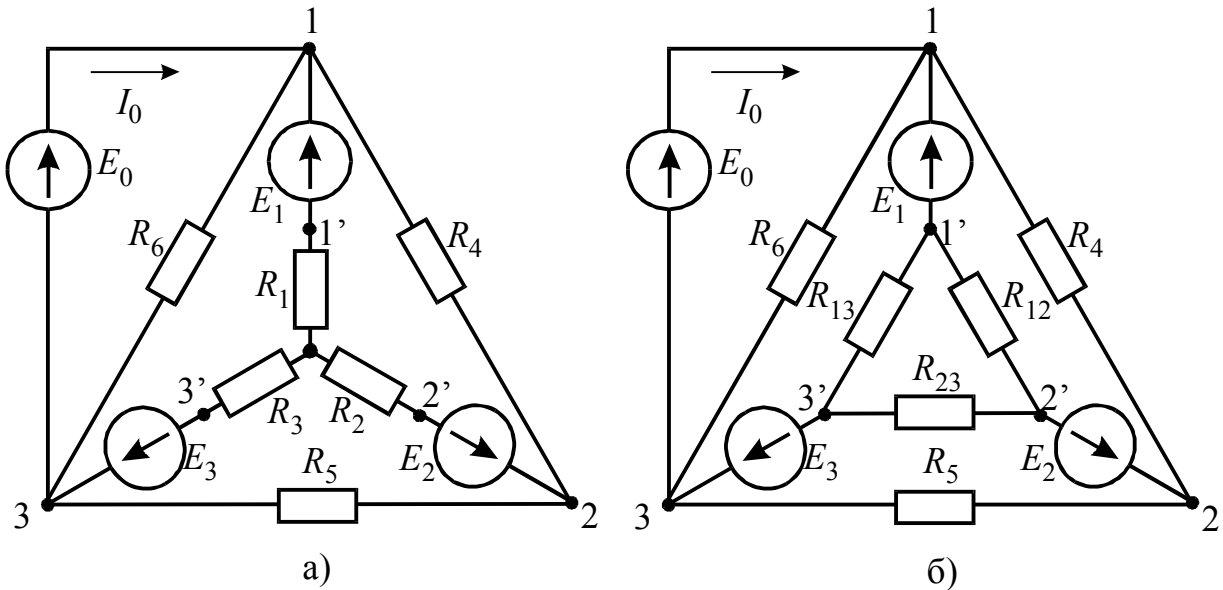


Рисунок 16

Перенесем источники ЭДС через дополнительные узлы (рисунок 17а) и определим параметры эквивалентных источников ЭДС.

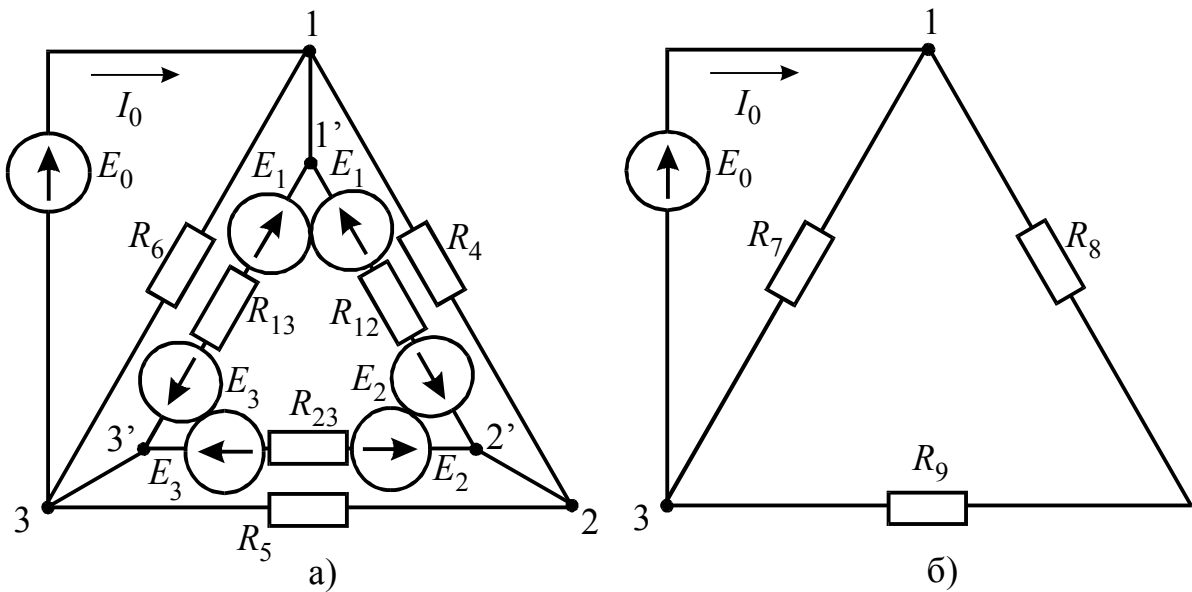


Рисунок 17

Очевидно, что при одинаковых значениях ЭДС и их разнонаправленности, величины эквивалентных источников ЭДС равны нулю. Полученный пассивный «треугольник» преобразуем с «треугольником»  $R_4 - R_5 - R_6$  (рисунок 17б):

$$R_7 = \frac{R_6 \cdot R_{13}}{R_6 + R_{13}} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_8 = \frac{R_4 \cdot R_{12}}{R_4 + R_{12}} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_9 = \frac{R_5 \cdot R_{23}}{R_5 + R_{23}} = 6 \text{ Ом.}$$

Заменяем соединение полученных сопротивлений одним эквивалентным:

$$R_{\text{эк}} = \frac{R_7 \cdot (R_8 + R_9)}{R_7 + (R_8 + R_9)} = \frac{6 \cdot (6 + 6)}{6 + 6 + 6} = 4 \text{ Ом.}$$

Для образовавшегося контура запишем уравнение по второму закону Кирхгофа, из которого выразим ток  $I_0$ :

$$I_0 \cdot R_{\text{эк}} = E_0 \Rightarrow I_0 = E_0 / R_{\text{эк}} = 40 / 4 = 10 \text{ А.}$$

**Задача 1.1.13** Используя метод эквивалентных преобразований схемы (рисунок 18а) определить ток  $I_0$ , если  $E_0=50 \text{ В}$ ,  $E_1=30 \text{ В}$ ,  $E_2=10 \text{ В}$ ,  $R_2=R_4=5 \text{ Ом}$ ,  $R_1=R_3=R_5=15 \text{ Ом}$ .

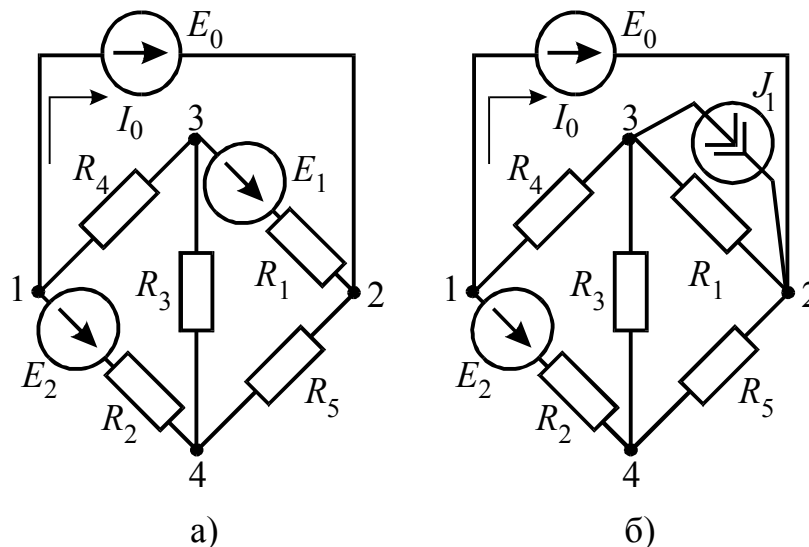


Рисунок 18

**Решение:**

В активной ветви «треугольника» сопротивлений  $R_1 - R_3 - R_5$  преобразуем источник ЭДС в эквивалентный источник тока (рисунок 18б):

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{30}{15} = 2 \text{ А.}$$

Полученный пассивный «треугольник» сопротивлений преобразуем в «звезду». Величины полученных сопротивлений, в силу равенства величин исходных сопротивлений, будут равны:

$$R_6 = R_7 = R_8 = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15 + 15} = 5 \text{ Ом.}$$

Затем ветвь с источником тока между узлами 2 и 3 заменяем двумя, включенными параллельно с сопротивлениями  $R_6$  и  $R_8$ , и преобразуем в источники ЭДС (рисунок 19а):

$$E_6 = R_6 \cdot J_1 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ В};$$

$$E_8 = R_8 \cdot J_1 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ В}.$$

Преобразуем параллельные ветви между узлами 1 и 5 (рисунок 19б):

$$R_{\text{эк}} = \frac{(R_4 + R_6) \cdot (R_2 + R_7)}{(R_4 + R_6) + (R_2 + R_7)} = \frac{(5 + 5) \cdot (5 + 5)}{5 + 5 + 5 + 5} = 5 \text{ Ом};$$

$$E_{\text{эк}} = \frac{E_2 \cdot (R_4 + R_6) + E_6 \cdot (R_2 + R_7)}{R_4 + R_6 + R_2 + R_7} = \frac{10 \cdot (5 + 5) + 10 \cdot (5 + 5)}{5 + 5 + 5 + 5} = 10 \text{ В}.$$

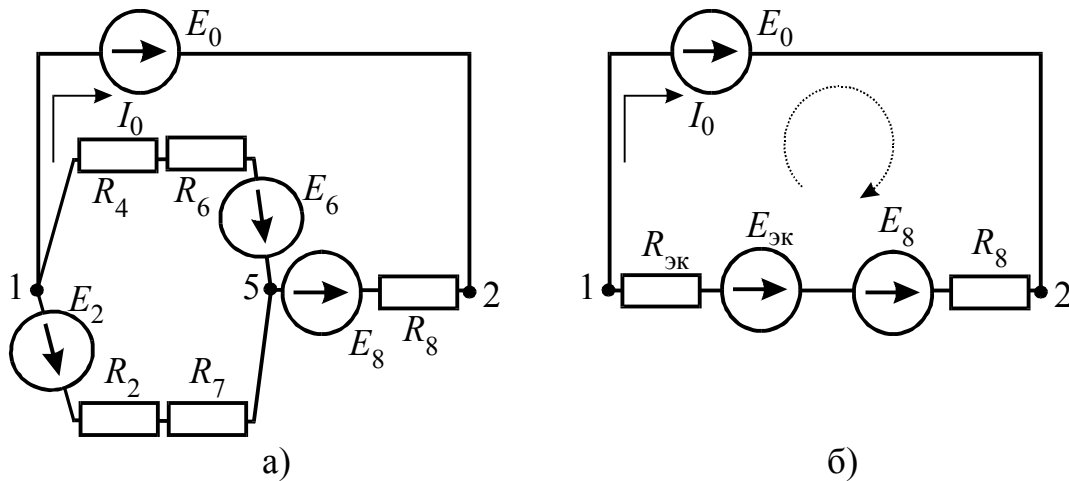


Рисунок 19

Для полученного контура запишем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$I_0 \cdot (R_{\text{эк}} + R_8) = E_0 - E_8 - E_{\text{эк}}$$

откуда выразим ток  $I_0$ :

$$I_0 = \frac{E_0 - E_8 - E_{\text{эк}}}{(R_{\text{эк}} + R_8)} = \frac{50 - 10 - 10}{10} = 3 \text{ А}.$$

## 1.2 Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.2.1** Для цепи (рисунок 20), определить входное сопротивление (эквивалентное) относительно входных зажимов, если известно:  $R_1=10$  Ом,  $R_2=R_3=R_4=20$  Ом

**Задача 1.2.2** Для цепи (рисунок 21), найти входное сопротивление, если известно:  $R_1=7$  Ом,  $R_2=10$  Ом,  $R_3=3$  Ом,  $R_4=5$  Ом,  $R_5=2$  Ом,  $R_6=8$  Ом,  $R_7=6$  Ом.

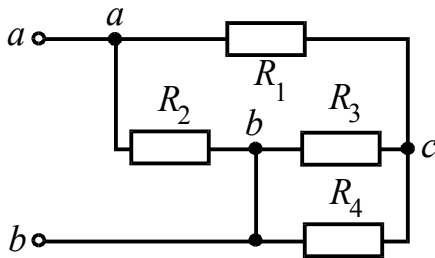


Рисунок 20

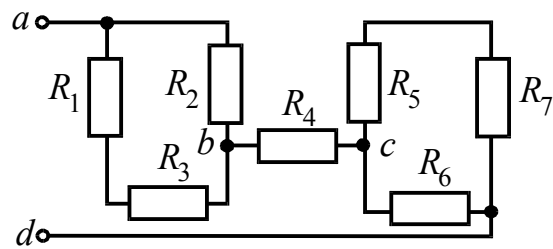


Рисунок 21

**Задача 1.2.3** Определить эквивалентное сопротивление цепи (рисунок 22) между зажимами B и D, если  $R_1=R_3=2$  Ом,  $R_2=R_4=R_5=R_6=3$  Ом.

**Задача 1.2.4** Определить токи и напряжения на отдельных участках схемы (рисунок 23), если напряжение на входе  $U=240$  В, а сопротивления участков схемы:  $R_1=R_2=0,5$  Ом,  $R_3=R_5=10$  Ом,  $R_4=R_6=R_7=3$  Ом

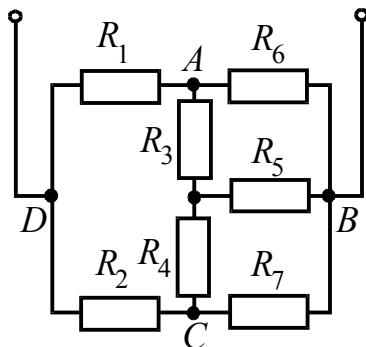


Рисунок 22

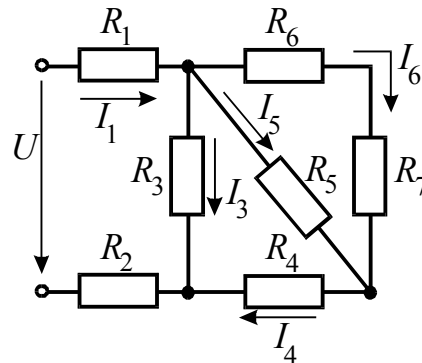


Рисунок 23

**Задача 1.2.5** Найти ток в сопротивлении  $R_4$  (рисунок 24), если:  $E=100$  В,  $R_1=2$  Ом,  $R_2=R_3=10$  Ом,  $R_4=10$  Ом,  $R_5=3$  Ом.

**Задача 1.2.6** Определить величину сопротивления  $R_2$  (рисунок 25), если  $R_1=3$  Ом, показания амперметров  $A_1=5$  А,  $A_2=25$  А.

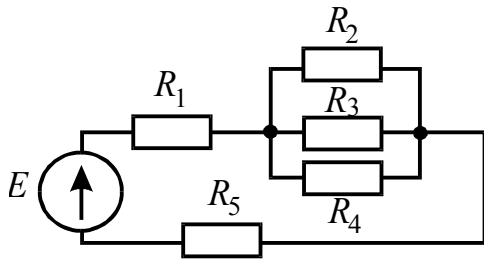


Рисунок 24

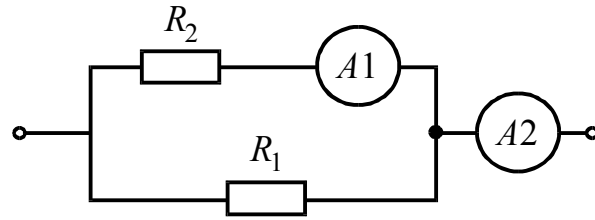


Рисунок 25

**Задача 1.2.7** Используя метод преобразования определить параметры эквивалентной схемы  $E_{\text{ЭКВ}}$ ,  $R_{\text{ЭКВ}}$ , если  $E_1=80$  В,  $E_2=20$  В,  $E_3=10$  В,  $R_1=R_2=20$  Ом,  $R_3=10$  Ом (рисунок 26).

**Задача 1.2.8** Найти напряжение на зажимах источника тока  $J=10$  А (рисунок 27), если:  $R_1=R_2=R_3=2$  Ом,  $R_4=R_5=6$  Ом.

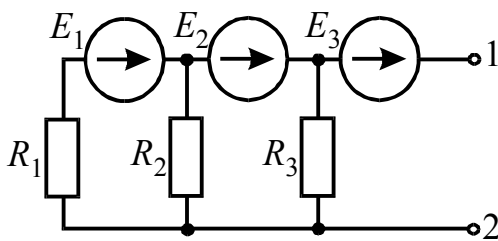


Рисунок 26

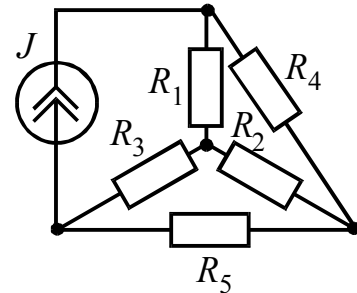
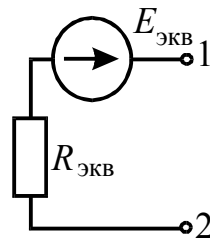


Рисунок 27

**Задача 1.2.9** Используя преобразование цепи найти ток  $I_3$  и напряжение  $U_{ab}$ , если:  $E_1=40$  В,  $E_2=80$  В,  $E_3=10$  В,  $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=10$  Ом (рисунок 28).

**Задача 1.2.10** Методом эквивалентных преобразований определить ток  $I_3$  (рисунок 29), если:  $E_1=40$  В,  $E_2=20$  В,  $E_4=10$  В,  $J=5$  А,  $R_1=R_2=R_3=R_4=10$  Ом,  $R_5=4$  Ом,  $R_6=4$  Ом.

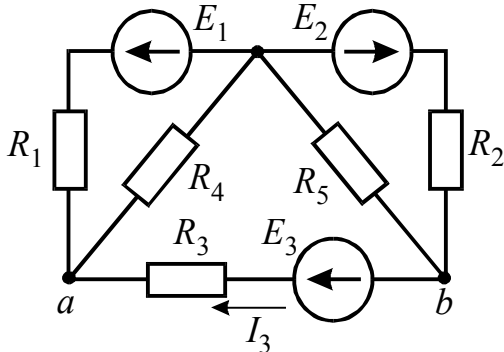


Рисунок 28

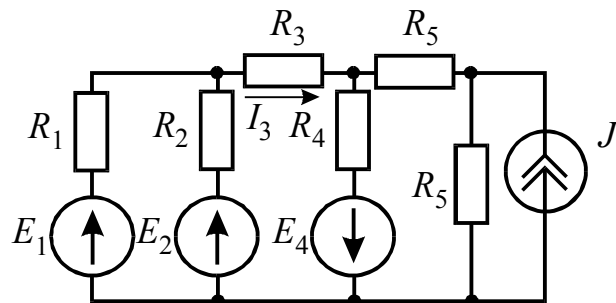


Рисунок 29

**Задача 1.2.11** В цепи (рисунок 30) ЭДС источника питания  $E=12$  В, сопротивления ветвей равны:  $R_1=1,5$  Ом;  $R_2=1,5$  Ом;  $R_3=4,5$  Ом;  $R_4=6$  Ом;  $R_5=3$  Ом. Определить токи во всех ветвях цепи двумя способами: а) преобразованием звезды сопротивлений  $R_1 - R_2 - R_3$  в эквивалентный треугольник; б) преобразованием одного из треугольников сопротивлений в эквивалентную звезду.

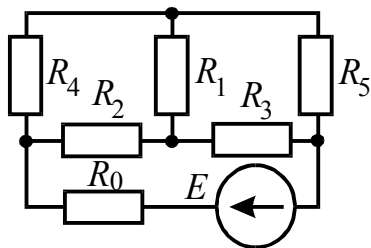


Рисунок 30

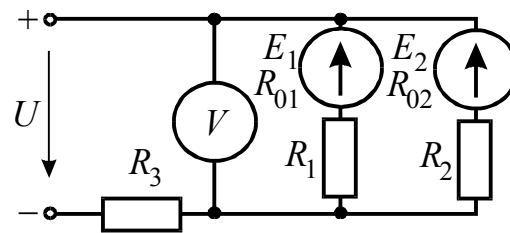


Рисунок 31

**Задача 1.2.13** В цепи (рисунок 32) ЭДС источников питания равны  $E_1=110$  В,  $E_2=104$  В, а сопротивления ветвей  $R_1=5$  Ом;  $R_2=6$  Ом;  $R_3=R_4=R_5=1,5$  Ом,  $R_6=2$  Ом. Определить ток в ветви с сопротивлением  $R_6$  методом эквивалентных преобразований.

**Задача 1.2.14** В цепи (рисунок 33) известны значения  $U=100$  В и сопротивлений ветвей  $R=2$  Ом. Определить показания ваттметра  $W$  для четырех случаев: а) ключи  $K_1, K_2, K_3$  разомкнуты; б) ключ  $K_1$  замкнут,  $K_2$  и  $K_3$  – разомкнуты; в) ключи  $K_1, K_2$  замкнуты,  $K_3$  – разомкнут; г) ключи  $K_1, K_2, K_3$  замкнуты.

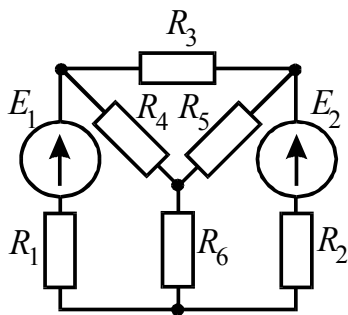


Рисунок 32

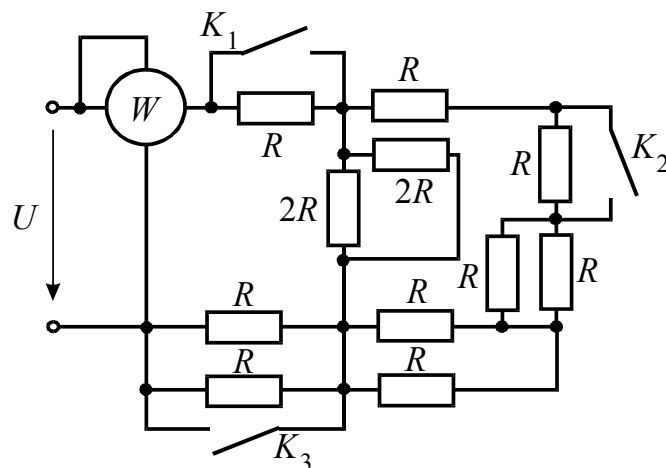


Рисунок 33

**Задача 1.2.15** В цепи (рисунок 34) известны значения тока источника тока  $J=1$  мА с внутренней проводимостью  $g_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  См и проводимости двух параллельно включенных потребителей  $g_1 = 1 \cdot 10^{-5}$  См и  $g_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  См. Определить токи  $I_0, I, I_1, I_2$ , параметры эквивалентного источника напряжения.

**Задача 1.2.16** Определить напряжения  $U_{ed}, U_{ec}, U_{cd}$  и токи в ветвях цепи (рисунок 35), если  $I_5=20$  А,  $R_1=R_3=8$  Ом,  $R_2=R_4=4$  Ом,  $R_5=R_6=2$  Ом,  $R_7=3$  Ом.

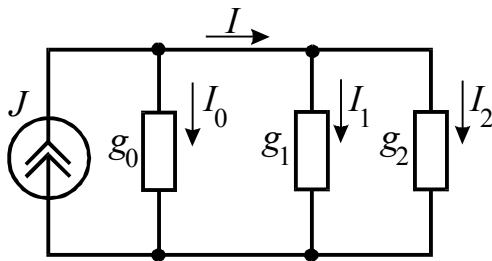


Рисунок 34

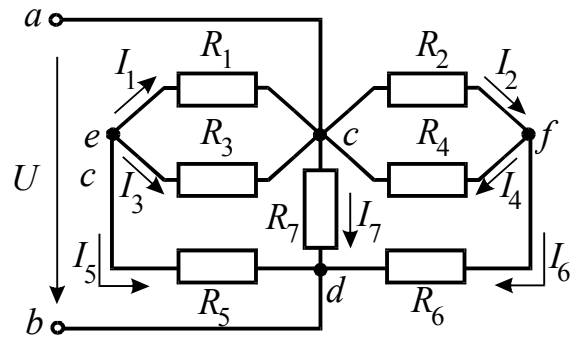


Рисунок 35



## Список использованных источников

- 1 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для вузов /Л.А. Бессонов. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2000. – 638с.: ил.
- 2 Гольдин О.Е. и др. Программированное изучение теоретических основ электротехники: Учебное пособие. /О.Е.Гольдин, А.Е.Каплянский, Л.С.Полотовский. – М: Высшая школа, 1978. –287с.: ил.
- 3 Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие для вузов. /Под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 767с.: ил.
- 4 Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие для вузов. /Под ред. Л.А. Бессонова. – 3-е изд., переработ. и доп. – М.: Высшая школа, 1980. – 472с.: ил
- 5 Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учеб. пособие для вузов /Под ред. Л.А. Бессонова. – 3-е изд., переработ. и доп. – М.: Высшая школа, 1988. – 543с.: ил.
- 6 Репьев Ю.Г., Семенко Л.П., Поддубный Г.В. Теоретические основы электротехники. Теория цепей. – Краснодар: Краснодарский политехнический институт, 1990. – 299с.
- 7 Огорелков, Б.И. Методические указания к РГЗ № 1 по ТОЗ. Анализ установившихся процессов в электрических цепях постоянного тока /А.Н.Ушаков, Н.Ю.Ушакова, Б.И.Огорелков.– Оренбург: ОрПТИ, 1987. – 46с.
- 8 Методы расчета электрических цепей постоянного тока: Методические указания /Б.И.Огорелков, А.Н.Ушаков, Н.Ю.Ушакова. – Оренбург: ОрПТИ, 1990.-45с.