

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра радиофизики и электроники

Т.М.ЧМЕРЕВА

ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2003

ББК 32.84я7
Ч – 74
УДК 621.3(07)

Рецензент

кандидат физико-математических наук, доцент М.Р.Расовский

Ч – 74 **Чмерева Т.М.**
Физика колебаний и волн: Методические указания к лабораторному практикуму.- Оренбург: ГОУ ВПО ОГУ, 2003.-75 с.

Лабораторный практикум состоит из 8 лабораторных работ по физике колебаний и волн. Каждая работа включает теоретическое изложение материала, описание методики проведения опытов и контрольные вопросы для самоподготовки.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторного практикума студентами 3 курса специальности «Радиофизика и электроника».

ББК 32.84я7

© Чмерева Т.М., 2003

© ГОУ ВПО ОГУ, 2003

Содержание

1 Лабораторная работа №1 Стоячие звуковые волны в трубе.....	4
1.1 Теоретическая часть.....	4
1.2 Экспериментальная часть.....	9
2 Лабораторная работа №2 Колебания струны	12
2.1 Теоретическая часть.....	12
2.2 Экспериментальная часть.....	16
3 Лабораторная работа №3 Продольные колебания стержней	19
3.1 Теоретическая часть.....	19
3.2 Экспериментальная часть.....	23
4 Лабораторная работа №4 Электромагнитные волны в кабеле	26
4.1 Теоретическая часть.....	26
4.2 Экспериментальная часть.....	32
5 Лабораторная работа № 5 Волны на поверхности жидкости	37
5.1 Теоретическая часть.....	37
5.2 Экспериментальная часть.....	43
6 Лабораторная работа №6 Звуковые волны в открытом пространстве	46
6.1 Теоретическая часть.....	46
6.2 Экспериментальная часть.....	51
7 Лабораторная работа № 7 Интерференция звука.....	54
7.1 Теоретическая часть.....	54
7.2 Экспериментальная часть.....	58
8 Лабораторная работа № 8 Ультразвуковые волны в жидкости	61
8.1 Теоретическая часть.....	61
8.2 Экспериментальная часть.....	66
Список использованных источников	69
Приложение А	70

1 Лабораторная работа №1

Стоячие звуковые волны в трубе

Цель работы:

- изучить теорию колебаний газа в трубе;
- экспериментально определить скорость звука.

1.1 Теоретическая часть

Труба с газом является примером колебательной системы с бесконечным числом степеней свободы. В данной системе имеют место колебания частиц газа вдоль оси трубы. В результате этого в газе образуются чередующиеся области сжатия и разрежения, то есть распространяется продольная волна. Если колебания имеют частоту в пределах от 16 до 20000 Гц, то волна называется *звуковой*.

Составим уравнение колебаний газа в трубе. Обозначим координату частиц, находящихся в каком-то поперечном сечении трубы через x , а смещение частиц этого сечения вдоль оси трубы при колебаниях – через ξ . Рассмотрим объем газа в виде цилиндра с площадью основания S и высотой Δx (рисунок 1.1). Масса газа, заключенного в этом объеме, равна $\rho S \Delta x$, где ρ –

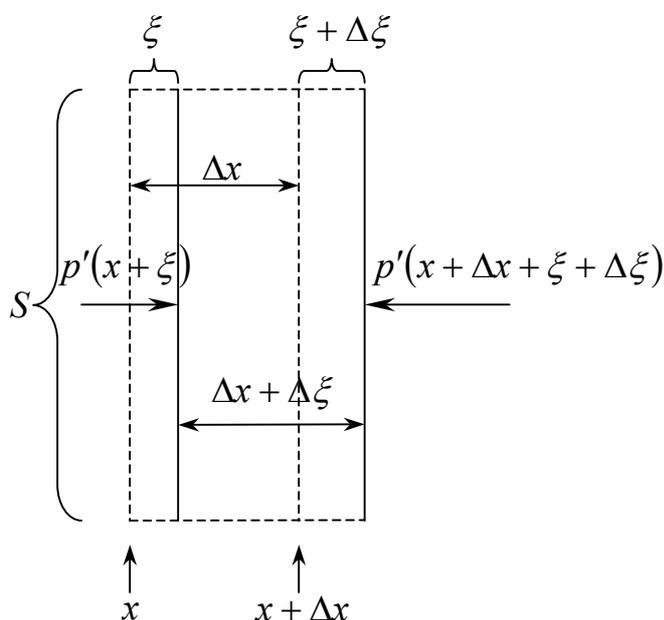


Рисунок 1.1

плотность газа в покое. Если колебания частиц газа отсутствуют, то давление в сечениях x и $x + \Delta x$ одинаково и равно p . При колебаниях смещения ξ частиц с разными x в каждый момент времени оказываются разными. Поэтому рассматриваемый объем деформируется, и давление в разных сечениях цилиндра уже не будет одинаковым. Мгновенное значение давления в некотором сечении трубы можно представить в виде

$$p' = p + \Delta p,$$

где Δp – звуковое давление.

Ввиду малости Δx проекцию ускорения на ось x для всех точек цилиндра можно считать одинаковой и равной $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$. Для нахождения проекции на ось x силы, действующей на рассматриваемый объем, нужно взять произве-

дение площади основания цилиндра S на разность давлений p' в сечениях $x + \xi$ и $x + \Delta x + \xi + \Delta \xi$:

$$F_x = (p'(x + \xi) - p'(x + \Delta x + \xi + \Delta \xi))S.$$

Разложим мгновенное давление p' в ряд Тейлора в окрестности точки x , пренебрегая слагаемыми высших порядков малости, получим:

$$F_x = S \left(p'(x) + \xi \frac{\partial p'}{\partial x} - p'(x) - (\Delta x + \xi + \Delta \xi) \frac{\partial p'}{\partial x} \right) = -S(\Delta x + \Delta \xi) \frac{\partial p'}{\partial x} \approx -S\Delta x \frac{\partial p'}{\partial x}.$$

Здесь использовано предположение: $\Delta x \gg \Delta \xi$.

Теперь запишем для выделенного объема второй закон Ньютона:

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial x} S \Delta x.$$

Сокращая на $S\Delta x$, получим дифференциальное уравнение

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (1.1)$$

в котором две неизвестные функции: ξ и p' . Выразим одну из этих функций через другую. При колебаниях в трубе сжатия и разрежения газа следуют друг за другом так часто, что смежные участки среды не успевают обмениваться теплом, и процесс можно считать адиабатическим. При адиабатическом процессе связь между давлением и объемом газа дается уравнением

$$pV^\gamma = const,$$

где γ – отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме. В соответствии с этим уравнением имеем

$$p(S\Delta x)^\gamma = p'[S(\Delta x + \Delta \xi)]^\gamma = p' \left[S \left(\Delta x + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x \right) \right]^\gamma = p'(S\Delta x)^\gamma \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^\gamma,$$

где p – давление газа в покое.

Сократим на $(S\Delta x)^\gamma$ и разложим выражение $\left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^\gamma$ в ряд по степеням $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, воспользовавшись предположением, что $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$, и пренебрегая членами высших порядков малости. В результате получается формула

$$p = p' \left(1 + \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x} \right).$$

Выразим из нее p' :

$$p' = \frac{p}{1 + \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x}} \approx p \left(1 - \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x} \right). \quad (1.2)$$

Из этого выражения получим

$$\frac{p' - p}{p} = -\gamma \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (1.3)$$

Так как γ – порядка единицы, то $\left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right| \approx \left| \frac{\Delta p}{p} \right| \ll 1$, то есть отклонение да-

вления от среднего много меньше самого давления. Это действительно так: для самых громких звуков амплитуда колебаний давления воздуха не превышает 1 мм рт. ст., в то время как атмосферное давление имеет величину порядка 760 мм рт. ст.

Продифференцировав уравнение (1.2) по x , найдем

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\gamma p \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Подставляя это выражение в формулу (1.1), получим уравнение колебаний смещения ξ в трубе с газом при адиабатическом законе

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (1.4)$$

где $c = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ – скорость распространения колебаний (скорость звука).

Так как при атмосферном давлении и обычных температурах большинство газов по своим свойствам близки к идеальному, то используя уравнение Менделеева-Клапейрона, получим для скорости звука формулу

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}. \quad (1.5)$$

Уравнение (1.4) называется *волновым*. Частным решением уравнения (1.4) является бегущая вдоль оси x волна

$$\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad (1.6)$$

где ω – циклическая частота колебаний,

$k = \omega/c$ – волновое число,

φ – начальная фаза.

Волна, бегущая навстречу, отличается знаком перед kx :

$$\xi = A \cos(\omega t + kx + \varphi). \quad (1.7)$$

Волна, бегущая вдоль трубы (в положительном направлении оси x), будет отражаться от конца, а закон ее отражения определяется физическими условиями на конце.

Пусть на левом конце трубы находится источник колебаний, а правый конец закрыт поршнем. И пусть, например, в результате движения источника, на левом конце возникло сжатие воздуха. Это сжатие будет перемещаться вдоль трубы слева направо. После столкновения с поршнем частицы газа начнут двигаться в противоположном направлении, и сжатие начнет распро-

страняться влево. Аналогично разрежение будет отражаться от закрытого конца трубы в виде разрежения. При гармоническом колебании источника за деформациями сжатия будут следовать деформации разрежения. Но при отражении от закрытого конца за сжатием в приходящей волне будет следовать сжатие в отраженной, за разрежением в приходящей волне будет опять таки следовать разрежение в отраженной. Приходящая и отраженная волны дают на закрытом конце трубы равные по величине, но противоположные по направлению смещения. Следовательно, процесс происходит так, как если бы в точке отражения терялась бы половина длины волны. Другими словами фаза при отражении волны меняется на π . Сказанное иллюстрирует рисунок 1.2а.

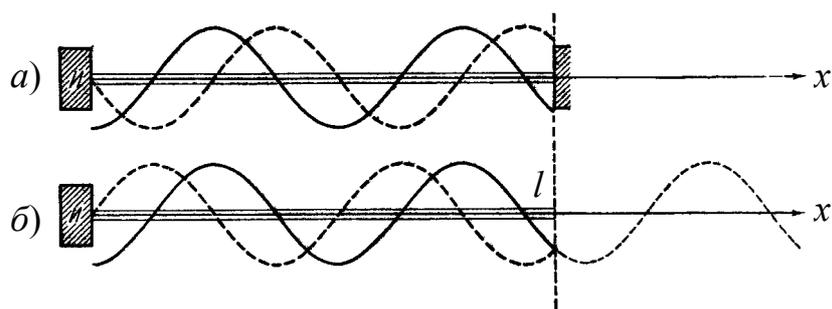


Рисунок 1.2

Теперь рассмотрим трубу, открытую на правом конце. Когда область сжатия достигнет открытого конца трубы, то у газа появится возможность распространяться во все стороны, в то время как в звуковой волне в трубе движение

происходило только вдоль x . Поэтому область сжатия быстро рассасывается с увеличением расстояния от конца трубы, пока на некотором расстоянии (порядка радиуса трубы) давление не станет равным внешнему. Таким образом, если труба «подсоединена» к большой комнате, то на расстояниях от конца трубы порядка ее радиуса звуковое давление очень близко к нулю.

Пусть область сжатия достигла открытого конца. На открытом конце воздух вытекает из трубы и создает разрежение. Воздух на ближайшей к трубе части области разрежения испытывает меньшее сопротивление, чем «обычно», и стремится заполнить эту область, которая, таким образом, смещается влево. Воздух, примыкающий к сместившейся области разрежения, снова стремится вправо и т. д. Мы видим, что *сжатие*, перемещавшееся в направлении $+x$, вызвало *разрежение*, перемещающееся в направлении $-x$, что иллюстрирует рисунок 1.2б. Таким образом, в точке отражения за приходящим сжатием следует уходящее разрежение, и наоборот. Это значит, что на свободном конце трубы волна отражается, меняя свое направление на обратное, причем никакого изменения фазы волны не происходит.

При непрерывной работе источника, волна, идущая от него будет складываться с отраженной волной. Ограничимся, для простоты, случаем, когда отраженная волна имеет практически ту же амплитуду, что и падающая. Запишем уравнения волны от источника ξ_1 и отраженной волны ξ_2 для закрытой трубы

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A \cos(\omega t - kx) \\ \xi_2 &= A \cos(\omega t + kx + \pi).\end{aligned}$$

В результате сложения колебание в точке x будет происходить по закону

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \sin kx \sin \omega t = B(x) \sin \omega t. \quad (1.8)$$

Таким образом, амплитуды колебаний $B(x)$ различных точек результирующей волны различны. Получившаяся волна носит название *стоячей* волны. Точки, амплитуда колебаний которых равна нулю, называются *узлами*. Координаты узлов найдем из уравнения

$$B(x) = 0 \quad \text{или} \quad \sin kx = 0.$$

Это уравнение имеет решения

$$x = \frac{\pi n}{k} = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.9)$$

Из полученной формулы видно, что расстояние между соседними узлами равно половине длины волны. Так как на закрытых концах трубы будут узлы, то на длине трубы l укладывается целое число половин длин волн λ .

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.10)$$

Длинам волн (1.10) соответствуют частоты

$$\nu_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c}{2l} n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.11)$$

Гармонические колебания с частотами (1.11) называются *собственными* или *нормальными* колебаниями. Их называют также *гармониками*.

Точки, колеблющиеся с максимальной амплитудой, называются *пучностями*. Координаты пучностей определим из уравнения $\sin kx = \pm 1$:

$$x = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.12)$$

Расстояние между соседними пучностями также равно половине длины волны.

Амплитуда $B(x)$ при переходе через нулевое значение меняет знак, это означает, что точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе. Все точки, заключенные между соседними узлами колеблются синфазно, что показано на рисунке 1.3.

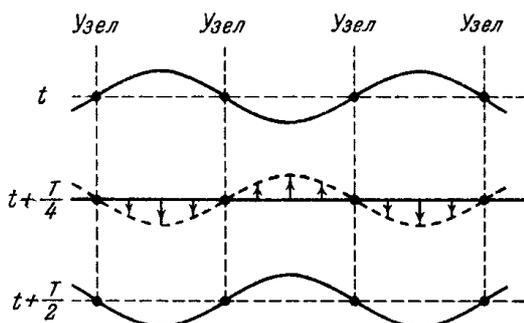


Рисунок 1.3

Продифференцировав уравнение (1.8) по t , найдем выражение для скорости частиц $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ газа

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = 2A \omega \sin kx \cos \omega t. \quad (1.13)$$

Продифференцировав (1.8) по x и используя формулу (1.3), получим звуковое давление

$$\Delta p = -2A\gamma\rho k \cos kx \sin \omega t. \quad (1.14)$$

На рисунке 1.4 приведены «моментальные фотографии» смещения, скорости и звукового давления для моментов времени 0 и $T/4$. Из рисунков видно, что узлы и пучности скорости совпадают с узлами и пучностями смещения; узлы и пучности звукового давления совпадают с пучностями и узлами смещения.

В результате сложения волн в трубе открытой с одного края также возникает стоячая волна. Расстояние между узлами и пучностями здесь будет такое же, как и в закрытой трубе. На открытом конце давление воздуха равно атмосферному, то есть будет возникать узел звукового давления и, следовательно, пучности смещения и скорости. Поэтому на длине трубы будет укладываться нечетное число четвертей длин волн

$$l = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$$

или

$$\lambda_n = \frac{4l}{2n + 1}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.15)$$

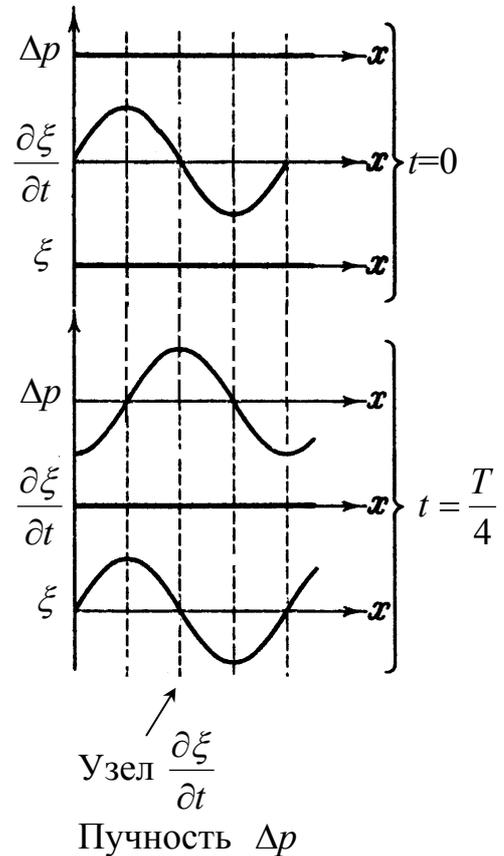


Рисунок 1.4

1.2 Экспериментальная часть

Лабораторная работа выполняется на лабораторном комплексе ЛКВ-1, описание которого дано в приложении А, с использованием модуля М09. Модуль М09 "Стоячие волны" предназначен для изучения стоячих звуковых волн в закрытой и открытой трубе. На рисунке 1.5 показан разрез модуля в виде сверху. Модуль содержит трубу 4 с поршнем 5 на линейке 6. Левый торец трубы закрыт стенкой. Через малые отверстия в стенке объем воздуха в трубе связан с двумя одинаковыми динамиками 1 и 2, один из которых (любой) служит источником звуковых колебаний, а второй - приемником (микрофоном).

Один из динамиков подключают к генератору низкой частоты, второй - к осциллографу или милливольтметру. Изменяя частоту или перемещая пор-

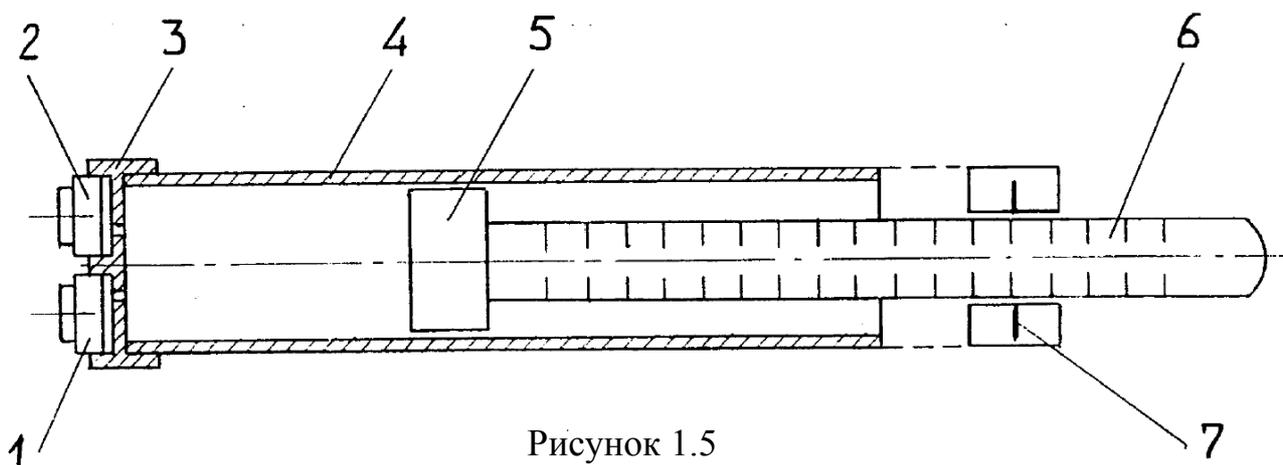


Рисунок 1.5

шень, регистрируют резонансы воздушного столба по максимумам сигнала с приемника.

Координата поршня определяется по линейке с помощью риски 7. Начало координат значения не имеет. Разность координат положений поршня, соответствующих соседним максимумам сигнала, равна половине длины волны звука. В крайнем левом положении поршень упирается в торец трубы, и по линейке определяется координата торца. В крайнем правом положении поршень выходит из трубы, и по линейке определяется координата открытого конца трубы. Тем самым определяется полная длина трубы. Если поршень в трубе, то изучаются стоячие волны в трубе с двумя закрытыми концами. Если поршень вынут, то изучаются стоячие волны в трубе с одним закрытым и одним открытым концом, однако в этом случае нет возможности изменять длину трубы, и изменяется лишь частота генератора.

Порядок выполнения работы

Часть 1. Стоячие волны в закрытой трубе

- 1) Один из динамиков модуля М09 "Стоячие волны" подключить к выходу генератора низкой частоты, второй - к милливольтметру.
- 2) Установить частоту ν генератора по указанию преподавателя.
- 3) Перемещая поршень, определить его положения, соответствующие максимумам сигнала с динамика-приемника.
- 4) По расстоянию между максимумами определить длину звуковой волны λ и вычислить скорость звука по формуле

$$c = \lambda \nu.$$

- 5) Оценить погрешность полученного результата.
- 6) Вычислить скорость звука по формуле (1.5) и сравнить с полученным экспериментальным путем значением.
- 7) Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

Частота, Гц	Координаты поршня, см					$\langle \lambda \rangle$, см	с, м/с
	x_0	$x_{1/2}$	x_1	$x_{3/2}$	x_2		

Часть 2. Стоячие волны в трубе с одним закрытым концом

1) Плавно изменяя частоту генератора, найти резонансные частоты по максимумам сигнала с динамика-приемника.

2) По формуле 1.15 найти длины волн, соответствующие разным собственным частотам.

3) Вычислить скорость звуковой волны. Результаты, полученные для разных собственных частот усреднить. Полученное значение скорости звука сравнить с результатами предыдущего опыта.

4) Заполнить таблицу 1.2

Таблица 1.2

Резонансная частота, Гц							
Длина волны, см							
Скорость звука, м/с							
Длина трубы $l = 49.9 - 14.1 = 35.8$ см.							

Контрольные вопросы

- 1) Выведите уравнение колебаний газа в трубе.
- 2) От чего зависит скорость звука в газе?
- 3) Как выглядит формула скорости волны в газе, если сжатия и расширения происходят изотермически?
- 4) Получите уравнение стоячей волны.
- 5) Какие точки называются узлами, а какие пучностями? Каково расстояние между ними?
- 6) Получите выражение для собственных частот колебаний газа в закрытой трубе и трубе, открытой с одного края.
- 7) Поясните метод определения скорости звука, используемый в данной работе, и прокомментируйте полученные результаты.

2 Лабораторная работа №2

Колебания струны

Цель работы:

- изучить вывод уравнения малых поперечных колебаний струны и его решение при определенных начальных и граничных условиях;
- экспериментально определить собственные частоты малых поперечных колебаний струны.

2.1 Теоретическая часть

Малые поперечные колебания идеально натянутой струны подчиняются волновому уравнению. Составим это уравнение. Рассмотрим очень малый элемент непрерывной струны. В равновесии он занимает интервал длиной Δz . Масса единицы длины, то есть отношение $\Delta m / \Delta z$, называется *линейной плотностью* ρ_0 . Предположим, что линейная плотность не меняется вдоль всей струны, и натяжение струны в положении равновесия N_0 также одинаково по всей ее длине. Когда струна не находится в состоянии равновесия,

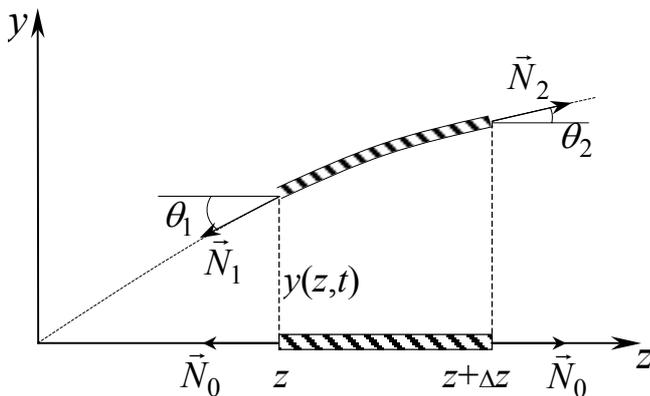


Рисунок 2.1

смещение выделенного элемента равно $y(z, t)$, как показано на рисунке 2.1. Элемент струны будет обладать некоторой кривизной, и его длина не будет равна Δz , и натяжение не будет равно N_0 . Найдем силу, действующую на этот элемент. На левом его конце действует сила $N_1 \sin \theta_1$, направленная вниз, на правом – $N_2 \sin \theta_2$, направленная вверх. Результирующая рав-

на

$$F = N_2 \sin \theta_2 - N_1 \sin \theta_1. \quad (2.1)$$

Наклон струны в точке z равен $\operatorname{tg} \theta_1$, а в точке $z + \Delta z$ равен $\operatorname{tg} \theta_2$. Горизонтальные компоненты натяжения струны в точках z и $z + \Delta z$ равны соответственно $N_1 \cos \theta_1$ и $N_2 \cos \theta_2$. В случае малых колебаний возрастанием длины элемента можно пренебречь и считать, что горизонтальные составляющие натяжения равны N_0 , тогда для равнодействующей получаем:

$$\begin{aligned} F &= N_2 \cos \theta_2 \operatorname{tg} \theta_2 - N_1 \cos \theta_1 \operatorname{tg} \theta_1 = N_0 \operatorname{tg} \theta_2 - N_0 \operatorname{tg} \theta_1 = \\ &= N_0 \left(\frac{\partial y(z, t)}{\partial z} \right)_{z+\Delta z} - N_0 \left(\frac{\partial y(z, t)}{\partial z} \right)_z. \end{aligned}$$

Разложим $\frac{\partial y}{\partial z}$ в окрестности точки $z + \Delta z$ в ряд Тейлора, пренебрегая слагаемыми второго и более высоких порядков по Δz :

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_z + \Delta z \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right) \right)_z.$$

Подставляя разложение в выражение для равнодействующей, получим

$$F = N_0 \Delta z \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \quad (2.2)$$

По второму закону Ньютона эта сила равна произведению массы элемента струны Δm на его ускорение $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$:

$$\rho_0 \Delta z \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = N_0 \Delta z \frac{\partial^2 y}{\partial z^2},$$

или

$$\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}. \quad (2.3)$$

Уравнение (2.3) называется *классическим волновым уравнением*, в нем $c = \sqrt{N_0/\rho_0}$ – скорость распространения поперечной волны.

Частным решением уравнения (2.3) являются стоячие волны. Общее выражение для стоячей волны имеет вид

$$y(z,t) = Z(z)T(t), \quad (2.4)$$

где Z есть функция только координаты, а T – времени.

Подставим (2.4) в уравнение (2.3) и разделим переменные

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}. \quad (2.5)$$

Так как в (2.5) справа стоит функция только координаты, а слева – только времени, то равенство имеет силу в том случае, когда каждая половина равна одной и той же постоянной величине, например $-\omega^2$. Тогда уравнение (2.5) эквивалентно двум:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \omega^2 T = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} Z = 0. \quad (2.6)$$

Общие решения этих уравнений могут быть записаны так:

$$\begin{aligned} T &= A \cos \omega t + B \sin \omega t \\ Z &= C \cos \frac{\omega}{c} z + D \sin \frac{\omega}{c} z, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где A, B, C, D – постоянные величины, которые должны быть подобраны так, чтобы решения (2.7) удовлетворяли начальным условиям и условиям на концах струны. При различных условиях получаются различные решения этой задачи.

Пусть струна имеет длину L и закреплена на обоих концах $z = 0$ и $z = L$. Следовательно, при любом t функция $Z(z)$ должна удовлетворять условиям

$$Z(0) = 0, \quad Z(L) = 0. \quad (2.8)$$

Удовлетворим решение (2.7) граничным условиям (2.8). Первое условие дает $C = 0$, а второе приводит к уравнению

$$\sin \frac{\omega}{c} L = 0,$$

которое имеет бесчисленное множество решений

$$\omega_n = \frac{\pi c n}{L}, \quad \text{где } n = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Подставляя в (2.9) значение скорости распространения волн, получим

$$\omega_n = \frac{\pi n}{L} \sqrt{\frac{N_0}{\rho_0}}. \quad (2.10)$$

Частоты ω_n называются *собственными частотами* колебание системы.

Частота ω_1 называется *основной*, частоты $\omega_2, \omega_3, \dots$ – второй, третьей и т.д. *гармониками* основной частоты. Число собственных частот бесконечно, так как система имеет бесконечное число степеней свободы.

Теперь частное решение (2.4) можно записать в виде

$$y_n(z, t) = A_n \sin \frac{\omega_n z}{c} \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (2.11)$$

где вместо констант A, B, C введены две: A_n и φ_n . Для каждой собственной частоты можно записать выражение (2.11), поэтому общее решение является суммой частных

$$y(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{\omega_n z}{c} \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (2.12)$$

где постоянные A_n и φ_n определяются начальными условиями.

Пусть в начальный момент времени струна имеет отклонение

$$y(z, 0) = f(z)$$

и скорость

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{t=0} = g(z).$$

Подставим начальные данные в общее решение (2.12) и заменим ω_n по формуле (2.9)

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{\pi n z}{L} \sin \varphi_n,$$

$$g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n c}{L} \sin \frac{\pi n z}{L} \cos \varphi_n .$$

Мы получили разложение функций f и g в тригонометрические ряды. Постоянные A_n и φ_n определим, используя формулы, известные из теории рядов Фурье:

$$A_n \sin \varphi_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(z) \sin \frac{\pi n z}{L} dz ,$$

$$A_n \cos \varphi_n = \frac{2}{\pi n c} \int_0^L g(z) \sin \frac{\pi n z}{L} dz . \quad (2.13)$$

Таким образом, если задано начальное отклонение и скорость струны, то однозначно определены амплитуды собственных колебаний и начальные фазы для каждого собственного колебания.

Каждое собственное колебание (2.11) представляет синусоидальную стоячую волну. Распределение амплитуд колебаний вдоль струны, представленное функцией $\sin \frac{\omega_n}{c} z$, называется *формой собственного колебания*. Формы колебания для нескольких первых собственных частот изображены на рисунке 2.2. Точки, в которых амплитуда колебаний всегда равна нулю, называются *узлами*, а те точки, в которых она максимальна, - *пучностями*.

Каждое собственное колебание струны, закрепленной с обоих концов, будет иметь такую форму, при которой на обоих концах будут узлы. Расстояние между двумя узлами равно половине длины волны, таким образом, на длине струны укладывается целое число длин полу-

волн

$$L = \frac{\lambda_n n}{2} ,$$

отсюда

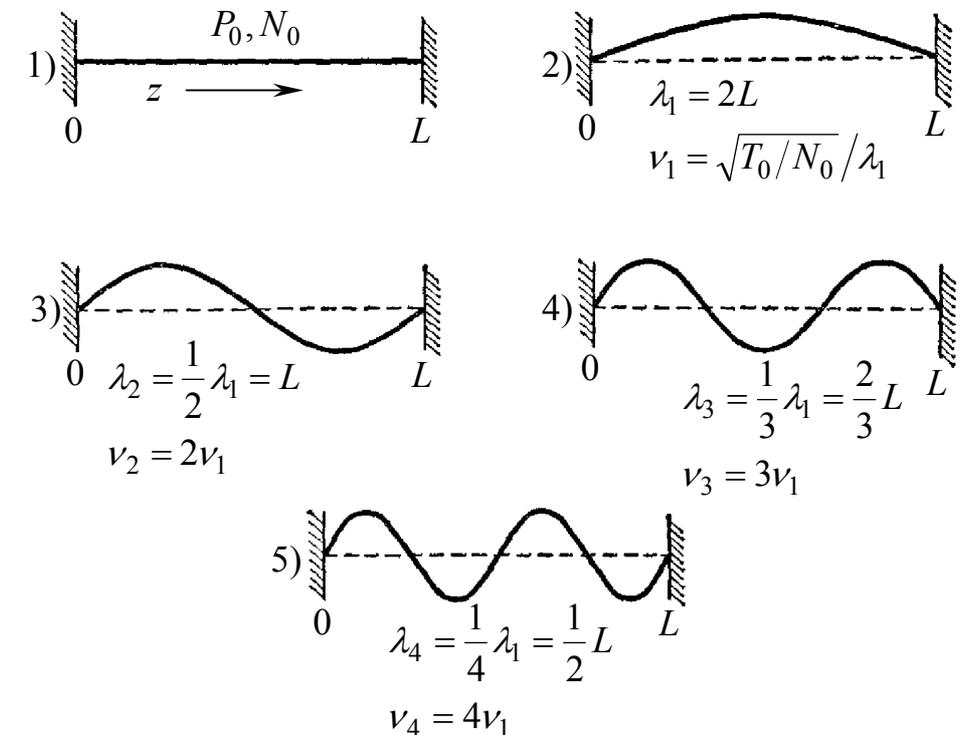


Рисунок 2.2

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{и} \quad v_n = \frac{c}{2L} n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

2.2 Экспериментальная часть

Лабораторная работа выполняется на установке ЛКВ-1, с использованием модуля М04 "Колебания струны" (рисунок 2.3). Модуль содержит ролик на

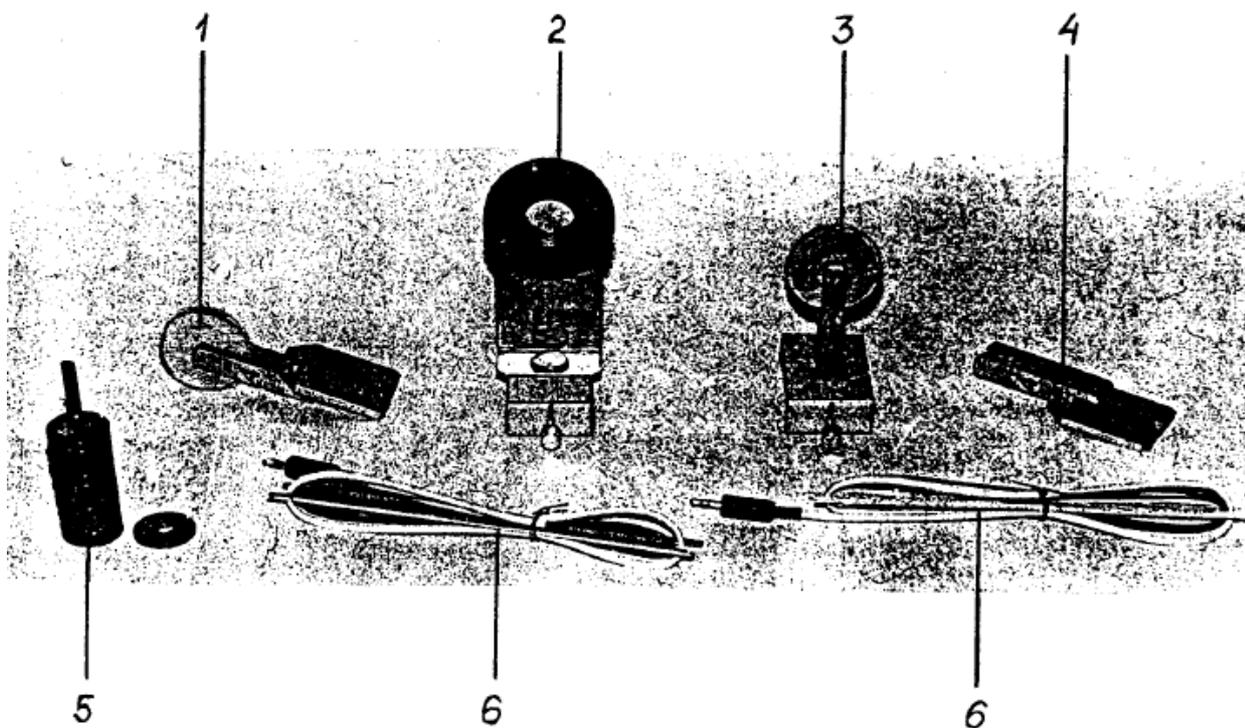


Рисунок 2.3

том 4, наборный груз 5 и две струны 6, снабженные крючками для закрепления струны и подвешивания груза и подключенные к штекеру СШ-5 (контакт 4 - сигнал, контакт 2 - общий). В качестве струны может использоваться любая достаточно тонкая проволока. Длина струны между крючками (рисунок 2.4) $l=84$ см. Собранный модуль показан на рисунке 2.5.

Струна 5 натянута грузом 1 между роликом 2, установленном на кронштейне на левом борте каркаса, и штифтом 7 на правом борте каркаса. При

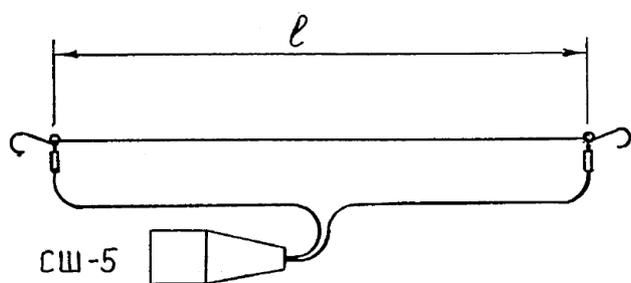


Рисунок 2.4

этом струна перекинута через ролик 6, установленный на рейтере на рельсе 3. Рабочая длина струны равна расстоянию между осями роликов, которое может изменяться при перемещении рейтера по рельсу и равно координате риски рейтера на шкале рельса плюс 25 мм. Для возбуждения колебаний рядом со струной в области предполагаемой пучности колебаний устанавливается магнит 4. Через разъем струна подключается к генератору низкой частоты, и по ней протекает переменный ток (при

ности колебаний устанавливается магнит 4. Через разъем струна подключается к генератору низкой частоты, и по ней протекает переменный ток (при

этом генератор должен работать в режиме источника тока). Магнитное поле действует на ток и раскачивает струну.

Порядок выполнения работы

1) Собрать установку согласно рисунку 2.5.

2) Поставить генератор в режим источника тока и подключить струну к выходу генератора

3) Плавно изменяя частоту генератора, определить резонансные частоты струны для различных длин и нагрузок, задаваемых преподавателем.

4) Рассчитать значения частот собственных колебаний по формуле

$$v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{N_0}{\rho_0}},$$

где N_0 - сила натяжения струны,

ρ_0 - линейная плотность.

5) Заполнить таблицу 2.1, сравнить экспериментальные результаты с теоретическими и сделать выводы.

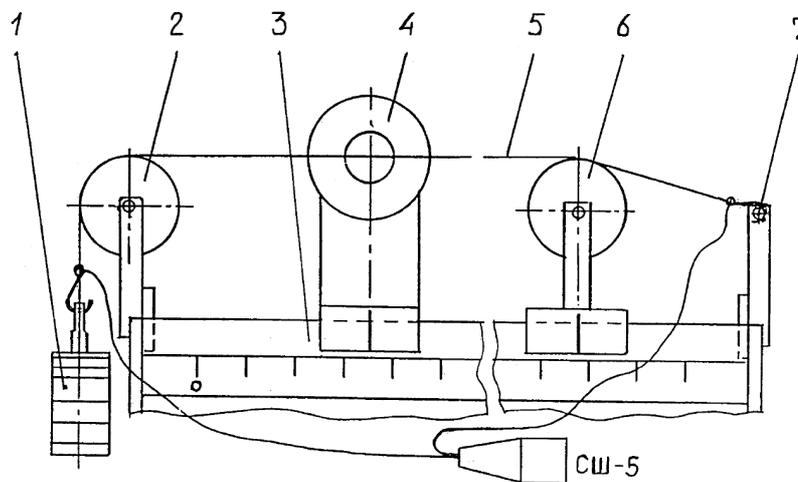


Рисунок 2.5

Таблица 2.1

N:	Нагрузка, кг	Длина, м	Резонансные частоты, Гц	
			эксперимент.	теоретические
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Струна - медная проволока. Диаметр $d = 0.36$ мм,
линейная плотность $\rho_0 = \dots$ Г/м.

Контрольные вопросы

- 1) Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны.
- 2) Запишите его частное решение в виде стоячей волны.
- 3) Получите формулу собственных частот для струны, закрепленной с обоих концов.
- 4) Что называется формой собственного колебания? Изобразите формы колебания для нескольких первых собственных частот.
- 5) Рассмотрите собственные колебания струны при определенных начальных условиях.
- 6) Поясните порядок выполнения работы и прокомментируйте полученные результаты.

3 Лабораторная работа №3 Продольные колебания стержней

Цель работы:

- изучить вывод уравнения продольных колебаний стержня и его решения для собственных и вынужденных колебаний;
- экспериментально определить значения модуля Юнга для различных материалов.

3.1 Теоретическая часть

Рассмотрим продольные колебания упругого однородного стержня. Однородный стержень представляет собой колебательную систему с распределенными параметрами, так как каждый сколь угодно малый элемент стержня обладает и жесткостью и массой, и величина жесткости и массы зависит от свойств материала стержня и размеров этого элемента.

Выведем уравнение продольных колебаний. Обозначим координату частиц, находящихся в каком-то поперечном сечении в состоянии покоя, через z , а смещение частиц этого стержня вдоль оси стержня при колебаниях – через y (рисунок 3.1). Пусть площадь поперечного сечения стержня S , объемная плотность материала ρ , длина стержня L и модуль Юнга материала E . Если элемент стержня Δz находится в покое, то силы, приложенные к нему со стороны остальных частей стержня, одинаковы с обеих сторон элемента и противоположны. При малых деформациях эти силы по закону Гука равны

$$F = ES \frac{\partial y}{\partial z}.$$

При колебаниях длина элемента стержня изменяется и сумма сил, приложенных к нему со стороны соседних элементов, не будет равна нулю. Она по второму закону Ньютона равна массе этого элемента, умноженной на ускорение:

$$\rho S \Delta z \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = ES \left[\left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z+\Delta z+y+\Delta y} - \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z+y} \right]. \quad (3.1)$$

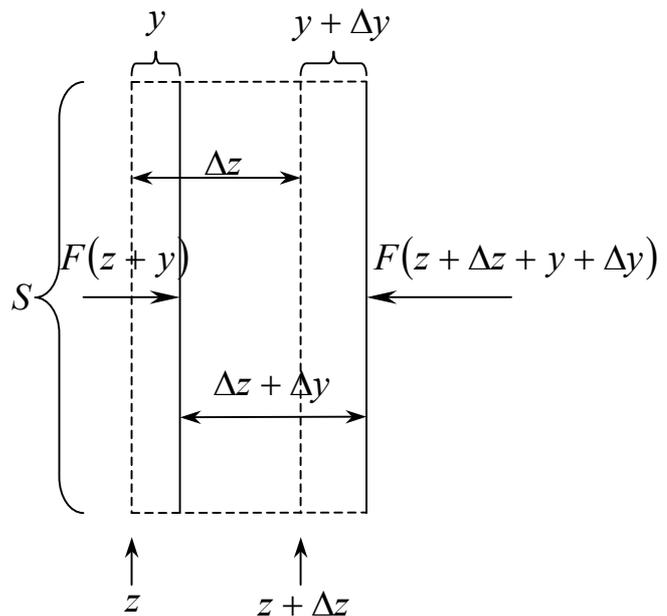


Рисунок 3.1

Разложим $\frac{\partial y}{\partial z}$ в ряд Тейлора в окрестности точек $z + y$ и $z + \Delta z + y + \Delta y$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{z+y} &= \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_z + y \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}, \\ \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{z+\Delta z+y+\Delta y} &= \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_z + (\Delta z + y + \Delta y) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}.\end{aligned}$$

После подстановки разложений в (3.1) правая часть равенства будет иметь вид

$$ES \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} (\Delta z + \Delta y) \approx ES \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \Delta z,$$

так как относительное удлинение при упругих деформациях бывает много меньше единицы, то есть $\Delta y \ll \Delta z$.

Сокращая правую и левую части равенства (3.1) на $S\Delta z$, получаем волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}, \quad (3.2)$$

где $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость распространения продольных упругих волн.

Собственные продольные колебания упругого стержня длины l определяются не только волновым уравнением, но и условиями на концах стержня. Пусть концы стержня свободны, тогда деформация на концах стержня отсутствует, и граничные условия можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{z=l} = 0. \quad (3.3)$$

Предположим частное решение уравнения (3.2) в виде стоячей волны

$$y(z, t) = Z(z)T(t). \quad (3.4)$$

Подставляя это решение в уравнение (3.2), получаем

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}.$$

Так как левая часть равенства не зависит от координаты, а правая – от времени, то каждая из них есть величина постоянная. Обозначив ее через $-\omega^2$, приходим к двум уравнениям

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \omega^2 T = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} Z = 0. \quad (3.5)$$

Общие решения этих уравнений могут быть записаны так:

$$T = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$Z = C \cos \frac{\omega}{c} z + D \sin \frac{\omega}{c} z, \quad (3.6)$$

где A, B, C, D – постоянные величины. Удовлетворение (3.6) граничным условиям (3.3) дает $D = 0$ и $\sin \frac{\omega}{c} l = 0$, то есть

$$\omega_n = \frac{\pi c}{l} n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

Подставляя сюда значение скорости распространения волн, получим собственные частоты для продольных колебаний стержня, свободного с обоих концов:

$$\omega_n = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.8)$$

Число собственных частот бесконечно, так как система имеет бесконечное число степеней свободы. Функция $Z(z) = C \cos \frac{\omega_n z}{c}$ определяет распределение амплитуд колебаний вдоль стержня и называется *формой* собственного колебания. Для нескольких первых частот распределение амплитуд показано на рисунке 3.2. Точки, в которых амплитуда колебаний всегда равна нулю, называются *узлами*, а те точки, в которых она максимальна – *пучностями*. Из рисунка 3.2 видно, что каждое собственное колебание в свободном с обоих концов стержне будет иметь такую форму, при которой на обоих концах будут пучности.

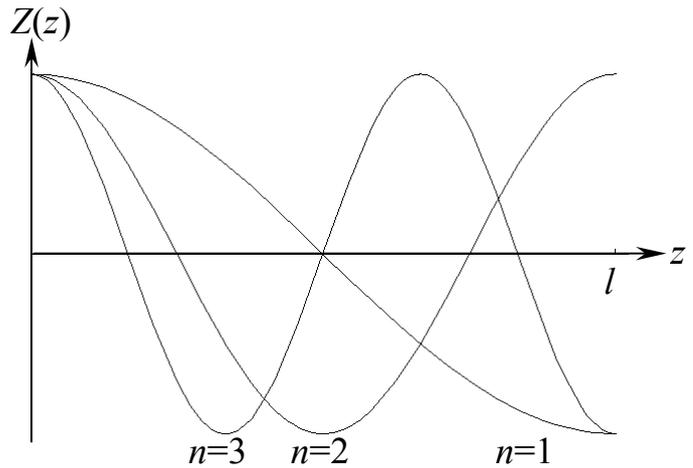


Рисунок 3.2

В данном случае частное решение (3.4) можно записать в виде

$$y_n(z, t) = C_n \cos \frac{\omega_n z}{c} \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (3.9)$$

где постоянные C_n и φ_n определяются начальными условиями.

Теперь рассмотрим вынужденные продольные колебания без трения под действием силы, приложенной к левому концу стержня. Другой конец стержня свободен, следовательно, граничные условия можно записать так:

$$-ES \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=0} = F(t), \quad \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=l} = 0. \quad (3.10)$$

Пусть внешняя сила изменяется по синусоидальному закону:

$$F(t) = F_0 e^{i\Omega t}. \quad (3.11)$$

Предполагаем, что вынужденные колебания происходят с частотой Ω :

$$y(z,t) = Z(z)e^{i\Omega t}. \quad (3.12)$$

Подставляя (3.12) в волновое уравнение (3.2), приходим к уравнению

$$c^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \Omega^2 Z = 0,$$

которое имеет общее решение

$$Z(z) = A \cos \frac{\Omega}{c} z + B \sin \frac{\Omega}{c} z, \quad (3.13)$$

где A и B – постоянные величины. Найденное решение (3.13) должно удовлетворять граничным условиям (3.10). Подставим (3.13) в (3.12), а затем в первое условие (3.10), получим

$$-ES \frac{\Omega}{c} B e^{i\Omega t} = F_0 e^{i\Omega t},$$

отсюда

$$B = -\frac{cF_0}{\Omega SE} = -\frac{F_0}{\Omega S \sqrt{E\rho}}. \quad (3.14)$$

Подставим выражение (3.14) в формулу (3.13) и подберем A так, чтобы удовлетворить второму граничному условию (3.10); это дает уравнение

$$-\frac{\Omega}{c} \left[A \sin \frac{\Omega l}{c} + \frac{F_0}{\Omega S \sqrt{E\rho}} \cos \frac{\Omega l}{c} \right] = 0.$$

Из него найдем A :

$$A = -\frac{F_0}{\Omega S \sqrt{E\rho}} \operatorname{ctg} \frac{\Omega l}{c}.$$

Подставляя значения A и B в (3.13), находим форму вынужденных колебаний:

$$Z(z) = -\frac{F_0}{\Omega S \sqrt{E\rho}} \left(\operatorname{ctg} \frac{\Omega l}{c} \cos \frac{\Omega z}{c} + \sin \frac{\Omega z}{c} \right) = \frac{F_0 \cos \frac{\Omega}{c} (l-z)}{\Omega S \sqrt{E\rho} \sin \frac{\Omega l}{c}}. \quad (3.15)$$

Умножив это выражение на $e^{i\Omega t}$, получим $y(z,t)$ – вынужденные колебания каждого сечения стержня.

$$y(z,t) = \frac{F_0 \cos \frac{\Omega}{c} (l-z)}{\Omega S \sqrt{E\rho} \sin \frac{\Omega l}{c}} e^{i\Omega t}. \quad (3.16)$$

Исследуем подробнее зависимость формы вынужденных колебаний от частоты Ω . Графически проследим, как будет изменяться форма колебаний при увеличении частоты внешней силы. На рисунке 3.3 приведено несколько различных форм для частот, соответствующих интервалу $0 < \Omega < \frac{\pi c}{l}$. Кривые

пронумерованы в порядке возрастания частоты внешней силы. Из рисунка видно, что амплитуды колебаний в пучности начинают резко возрастать, ко-

гда частота колебаний приближается к $\frac{\pi c}{l}$, первой собственной частоте стержня, свободного на обоих концах. На рисунке 3.4 показаны формы вынужденных колебаний в интервале частот $\frac{\pi c}{l} < \Omega < \frac{2\pi c}{l}$. Нумерация кривых такая же, как на рисунке 3.3.

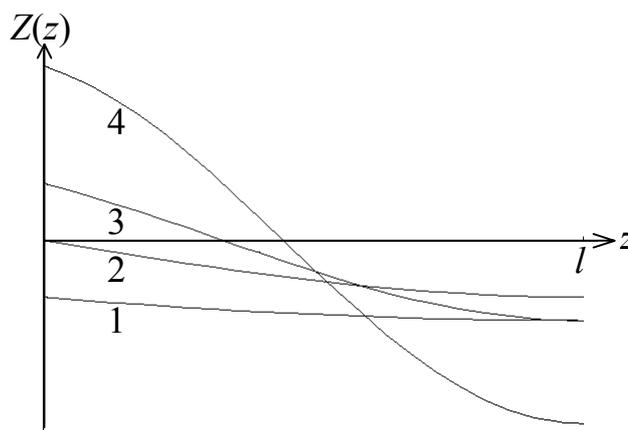


Рисунок 3.3

Анализируя формулу (3.16) и рисунки 3.3 и 3.4, можно прийти к выводу: под действием синусоидальной силы, приложенной на одном конце свободного стержня, резонансные колебания возникнут в том случае, когда частота внешней силы будет равна собственной частоте свободного с обоих концов стержня.

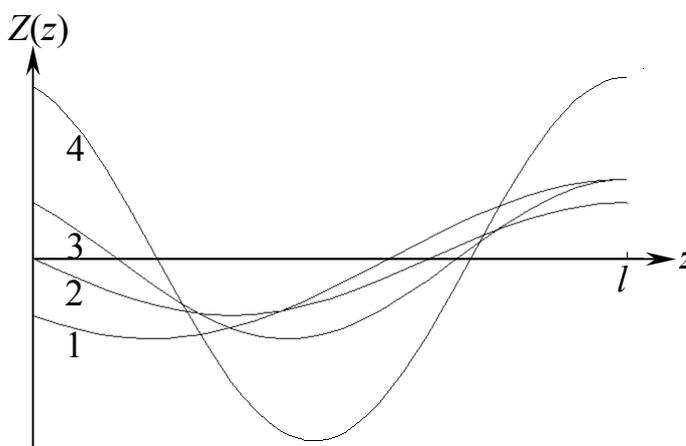


Рисунок 3.4

3.2 Экспериментальная часть

В лабораторной работе используется модуль М06 «Стержни» (рисунок 3.5), который содержит три стержня (стальной 1, алюминиевый 2 и латунный 3) длиной $l = 600$ мм, подвешенные за концы на струнах. Такой подвес при анализе колебаний позволяет считать концы стержней свободными. Для возбуждения и регистрации колебаний в торцы стержней вмонтированы магниты 4, вблизи которых размещены катушки генератора колебаний (обозначены "Г" на рисунке 3.5 и соответственно маркированы на установке) и приемника колебаний (обозначены и маркированы "П"). Одна из катушек "Г" подключается к генератору низкой частоты, а расположенная у противоположного конца того же стержня катушка "П" подключается к осциллографу или милливольтметру. Переменный ток в катушке "Г" возбуждает продольные колебания стержня. Плавно изменяя

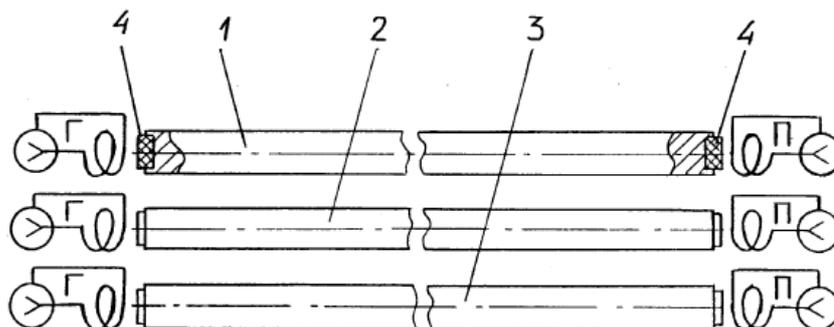


Рисунок 3.5

частоту генератора, определяют резонансные частоты стержня по максимумам амплитуды напряжения на приемнике "П". Резонансы очень узкие (единицы герц), что требует аккуратной и плавной настройки генератора. В диапазоне частот от 2 до 10 кГц на стальном и алюминиевом стержнях наблюдаются два резонанса, а на латунном – три резонанса, при которых на длине стержня укладываются соответственно одна, две или три полуволны колебаний. Ориентировочные значения частоты первого резонанса: сталь и алюминий – 4,3 кГц, латунь – 2,9 кГц.

Порядок выполнения работы

1) Подключить у выбранного стержня катушку "Г" к выходу генератора, а катушку приемника – к милливольтметру.

2) Плавно изменяя частоту генератора, определить резонансные частоты стержня, соответствующие максимумам сигнала с приемника.

3) Вычислить скорость волны по формуле

$$c = \frac{2lv_n}{n},$$

где $l=600$ мм – длина стержня.

Скорость волны c , полученную от разных резонансов, усреднить.

4) Определить модуль Юнга E материала стержней по формуле

$$E = c^2 \rho.$$

5) Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.1, сравнить полученные значения модуля Юнга с табличными и сделать выводы.

Таблица 3.1

Материал Плотность	Частоты резонанса, Гц			Скорость волны, м/с			Мод Юнга, ГПа	
	1	2	3	1	2	3	Эксп.	Табл.
Сталь 7,8 г/см ³								210
Алюминий 2,7 г/см ³								71
Латунь 8,7 г/см ³								110

Контрольные вопросы

1) Выведите уравнение продольных колебаний однородного стержня.

2) Рассмотрите собственные колебания стержня при различных граничных условиях. Нарисуйте формы собственных колебаний для нескольких первых собственных частот.

3) Каковы граничные условия при наличии внешнего воздействия на стержень?

4) Получите выражение для формы вынужденных продольных колебаний стержня под действием синусоидальной силы, приложенной на одном из его концов.

5) При каких частотах внешней силы возникает резонанс?

6) Поясните метод определения модуля Юнга и прокомментируйте полученные результаты.

4 Лабораторная работа №4

Электромагнитные волны в кабеле

Цель работы:

– познакомиться с классификацией длинных линий, их параметрами, изучить вывод телеграфных уравнений;

– экспериментально определить скорость распространения импульса в кабеле, коэффициент затухания импульса, волновое сопротивление кабеля.

4.1 Теоретическая часть

Передача электромагнитной энергии осуществляется с помощью передающих линий самых различных типов. Для теоретического рассмотрения все линии передачи можно разбить на две основные группы. К первой группе относят линии передачи, подчиняющиеся телеграфным уравнениям. К их числу принадлежат: коаксиальная линия, двухпроводная линия и их различные модификации, как, например, экранированная двухпроводная линия. Ко второй группе относят линии, не подчиняющиеся телеграфным уравнениям и рассчитываемые чисто электродинамическими методами. К числу таких линий принадлежат волноводы, например прямоугольный или круглый.

Данная работа посвящена изучению линий первой группы. Для того чтобы физически понять особое положение передающих линий первой группы, отметим связь между волнами в этих линиях и плоскими волнами в свободном пространстве. Рассмотрим плоскую волну в пустоте, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа (рисунок 4.1а). Здесь сплошной линией изображены электрические силовые линии; пунктиром - магнитные силовые линии. Если перпендикулярно линиям электрического поля поставить две параллельные идеально проводящие плоскости, то (согласно равенству нулю тангенциального электрического поля на них) они не исказят электромагнитного поля. Поэтому между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями может распространяться плоская поперечная волна и в случае, когда вне пространства между плоскостями поля нет (рисунок 4.1б). Пара параллельных плоскостей является простейшим примером передающей линии первой группы. Непрерывной деформацией этих плоскостей и поля между ними можно получить электромагнитное поле волны в коаксиальной и двухпроводной линиях (рисунки 4.1в и 4.1г).

Из этих рассуждений следует, что электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль передающих линий первой группы, родственны плоским электромагнитным волнам в свободном пространстве. Разумеется, конечная проводимость несколько искажает распределение поля. При этом скорость распространения волн в линиях становится меньше скорости света и появляется затухание.

В телеграфных уравнениях, с помощью которых обычно рассчитывают передающие линии первой группы, электромагнитное поле явно не присутствует. Вместо него для каждого поперечного сечения z данной линии передачи в каждый момент времени вводят две величины – напряжение $U(z, t)$ и ток $I(z, t)$. Каждый однородный отрезок линии характеризуется четырьмя параметрами: R_0 – погонным сопротивлением (сопротивлением единицы длины линии), L_0 – погонной индуктивностью, C_0 – погонной емкостью и G_0 – погонным коэффициентом утечки.

Дадим электродинамический вывод телеграфных уравнений для двухпроводной линии (рисунок 4.2). Будем считать, что в первом проводе течет ток I , а во втором $-I$. Напряжением между проводами назовем интеграл

$$U = \int_1^2 E_s ds,$$

взятый в данном поперечном сечении $z = const$ по кратчайшему пути от провода 1 к проводу 2.

Запишем закон электромагнитной индукции Фарадея

$$\oint_C E_s ds = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S B_n dS, \quad (4.1)$$

где S – поверхность, ограниченная замкнутым контуром C .

Применим это уравнение к прямоугольнику $abcd$, изображенному на рисунке 4.2. Вычисляя циркуляцию электрического поля по замкнутому контуру $abcd$, для интеграла по каждой стороне в отдельности получаем

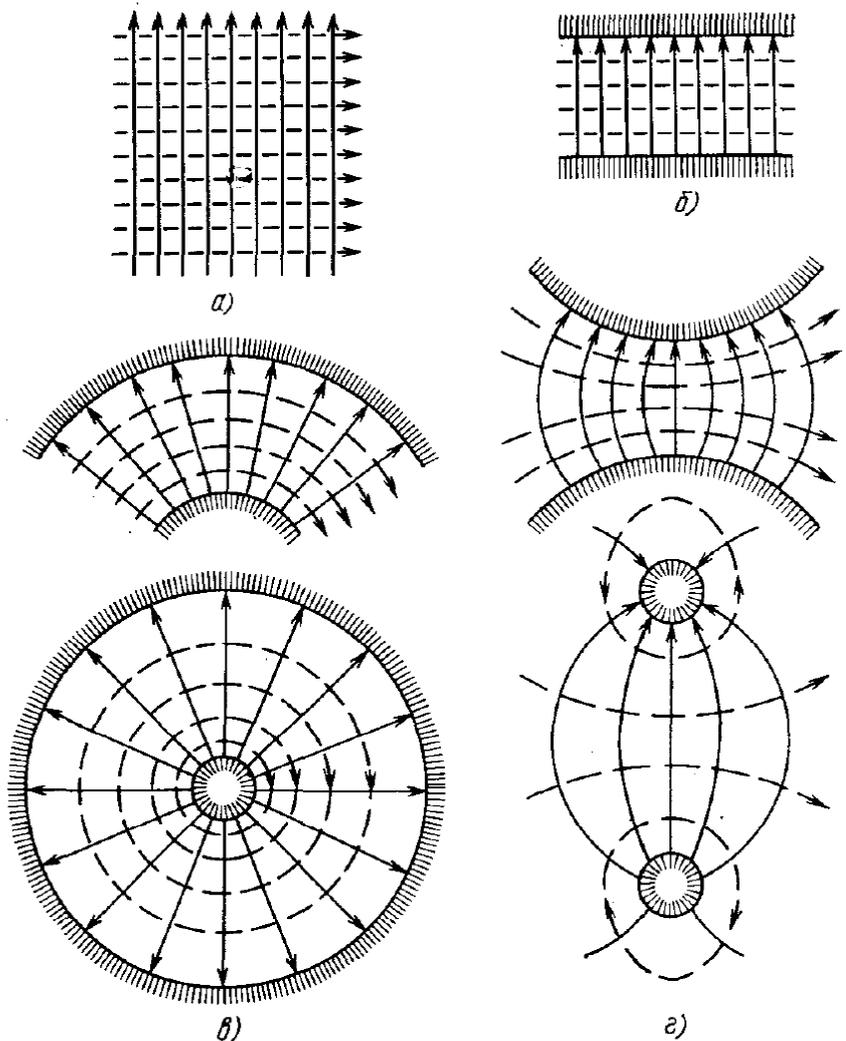


Рисунок 4.1

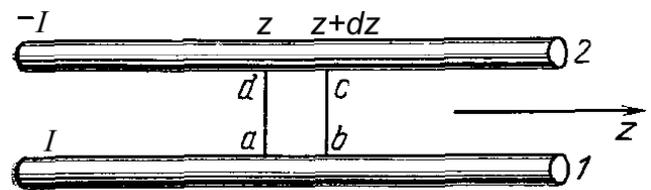


Рисунок 4.2

$$\int_b^c E_s ds = U(z + dz) = U(z) + \frac{\partial U}{\partial z} dz,$$

$$\int_d^a E_s ds = -\int_a^d E_s ds = -U(z), \quad (4.2)$$

$$\int_a^b E_s ds = E_{z,1} dz, \quad \int_c^d E_s ds = -E_{z,2} dz,$$

где через $E_{z,1}$ и $E_{z,2}$ обозначены составляющие электрического поля на проводах 1 и 2 соответственно.

По закону Ома

$$E_{z,1} dz = R_1 I(z) dz \quad \text{и} \quad E_{z,2} dz = -R_2 I(z) dz,$$

где R_1 и R_2 – погонные сопротивления проводов 1 и 2. Обозначая $R_0 = R_1 + R_2$, получаем циркуляцию электрического поля

$$\int_{abcd} E_s ds = \left[\frac{\partial U}{\partial z} + R_0 I \right] dz. \quad (4.3)$$

Магнитное поле порождается токами, текущими по проводам 1 и 2. Предположим локальный характер магнитного поля, то есть будем считать, что это поле определяется только током I , проходящим через сечение z , и не зависит от токов в других частях линии. Тогда магнитный поток через контур $abcd$ пропорционален току I :

$$\int_{abcd} B_n dS = L_0 dz I(z, t), \quad (4.4)$$

где L_0 – индуктивность единицы длины линии.

Подставляя выражения (4.3) и (4.4) в уравнение (4.1), получаем первое телеграфное уравнение:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -R_0 I - L_0 \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (4.5)$$

Для вывода второго уравнения будем исходить из закона сохранения заряда

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \oint_S j_n dS = 0 \quad (4.6)$$

и применим его к отрезку провода $z, z+dz$ провода 1 (рисунок 4.3). Интеграл

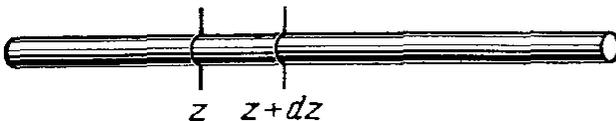


Рисунок 4.3

$$\int_V \rho dV = q dz$$

определяет заряд на этом отрезке провода и поэтому равен погонной плотности заряда q на проводе 1, умноженной на dz . Поверхностный интеграл разложим на сумму интегралов по поперечным сечениям z и $z+dz$ провода 1

$$\int_{z+dz} j_n dS = I(z+dz) = I(z) + \frac{\partial I}{\partial z} dz, \quad j_n = j_z, \quad (4.7)$$

$$\int_z j_n dS = -I(z), \quad j_n = -j_z$$

и на интеграл по боковой поверхности, который определяет количество электричества, теряющееся вследствие несовершенства изоляции

$$\int_{S_{\text{бок}}} j_n dS = \sigma \int_{S_{\text{бок}}} E_n dS = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \int_{S_{\text{бок}}} D_n dS,$$

где σ – удельная проводимость среды,
 ε – диэлектрическая проницаемость среды,
 ε_0 – электрическая постоянная.

Последний интеграл можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \int_{S_{\text{бок}}} D_n dS &= \int_S D_n dS - \int_{(z)} D_n dS - \int_{(z+dz)} D_n dS = \\ &= qdz - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\sigma_1} \int_{(z)} j_n dS - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\sigma_1} \int_{(z+dz)} j_n dS = \\ &= qdz - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\sigma_1} [I(z+dz) - I(z)], \end{aligned}$$

где за ε_1 и σ_1 обозначены диэлектрическая проницаемость провода и его удельная проводимость и использована теорема Гаусса. Таким образом, мы приходим к уравнению

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \left(1 - \frac{\varepsilon_1 \sigma}{\varepsilon \sigma_1}\right) \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} q = 0. \quad (4.8)$$

Сделаем предположение, что электрическое поле в данном поперечном сечении определяется исключительно погонной плотностью заряда q в том же сечении и не зависит от токов и зарядов, имеющих в других участках линии. Тогда погонная плотность заряда q и напряжение U в той же точке линии должны быть связаны соотношением

$$q = C_0 U,$$

где C_0 – погонная емкость линии. Введем погонный коэффициент утечки G_0 по формуле

$$G_0 = \frac{\sigma C_0}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (4.9)$$

и учтем, что проводимость среды σ гораздо меньше, чем проводимость проводов σ_1 . Тогда уравнение (4.8) примет вид

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = G_0 U + C_0 \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (4.10)$$

Это уравнение называется вторым телеграфным уравнением.

При выводе телеграфных уравнений приходится предполагать, что электрическое и магнитное поля имеют локальный характер. Данное предположение позволяет характеризовать свойства линии с помощью таких величин, как емкость и индуктивность, строго применимых для полей, постоянных во времени. Поэтому телеграфные уравнения применимы лишь для достаточно медленных колебаний, то есть при достаточно низких частотах.

Исключим из уравнений (4.5) и (4.10) одну из величин, например ток I . Для этого продифференцируем (4.5) по z , а (4.17) по t , умножив его на L_0 . Произведя вычитание, придем к уравнению

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = C_0 L_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (C_0 R_0 + G_0 L_0) \frac{\partial U}{\partial t} + G_0 R_0 U. \quad (4.11)$$

Аналогичное уравнение получается и для силы тока

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = C_0 L_0 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (C_0 R_0 + G_0 L_0) \frac{\partial I}{\partial t} + G_0 R_0 I. \quad (4.12)$$

Если сопротивление R_0 и коэффициент утечки G_0 очень малы, то уравнения (4.11) и (4.12) становятся волновыми уравнениями

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 I}{\partial z^2}, \quad (4.14)$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{C_0 L_0}}$ – скорость распространения волны.

Общее решение уравнения (4.13) (или (4.14)) может быть записано в виде

$$U(z, t) = f_1(z - ct) + f_2(z + ct),$$

где f_1 и f_2 – некоторые функции своего аргумента. То есть, общее решение есть суперпозиция двух волн, одна из которых распространяется налево со скоростью c , другая – направо с той же скоростью. Распространение волны в сторону увеличения z показано на рисунке 4.4;

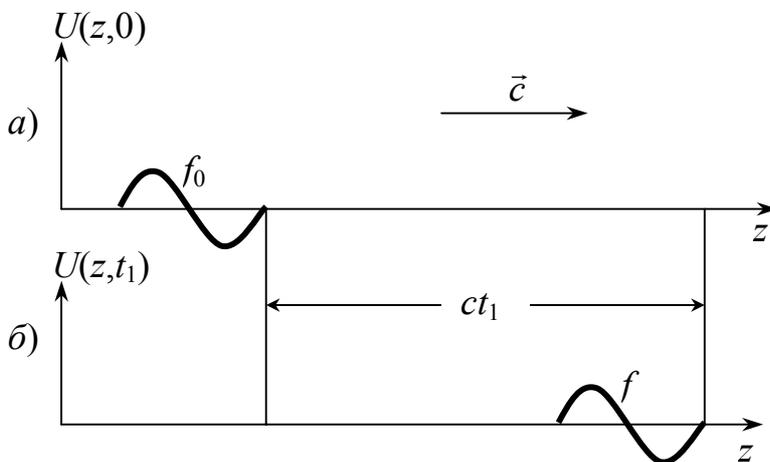


Рисунок 4.4

если в некоторый момент $t = 0$, $U = f_0(z)$ (рисунок 4.4а), то напряжение U через время t_1 будет иметь вид, показанный на рисунке 4.4б, то есть волна напряжения передвинулась на величину ct_1 без искажений.

Из теории электричества известно, что емкость единицы длины двухпроводной линии равна

$$C_0 = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon}{b \ln \frac{b}{a}} \quad \text{при } (b \gg a), \quad (4.15)$$

где b – расстояние между проводами;
 a – радиус провода;
 ε_0 – электрическая постоянная;
 ε – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей про-
вода. Индуктивность единицы длины линии равна

$$L_0 = \frac{\mu_0 \mu}{\pi} \ln \frac{b}{a} \quad \text{при } (b \gg a), \quad (4.16)$$

где μ – магнитная проницаемость среды, окружающей провода;
 μ_0 – магнитная постоянная.

Для коаксиальной линии погонные емкость и индуктивность вычис-
ляются по формулам

$$C_0 = \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon}{\ln \frac{b}{a}}, \quad L_0 = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, \quad (4.17)$$

где a и b – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров,
 μ и ε – магнитная и диэлектрическая проницаемости вещества,
заполняющего линию.

Подставляя формулы (4.15) и (4.16) или (4.17) в выражение для скоро-
сти распространения волны в двухпроводной или коаксиальной линии, полу-
чим

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (4.18)$$

где c_0 – скорость света в вакууме, то есть скорость распространения волны
зависит только от свойств среды, окружающей провода.

Колебания в двухпроводной линии зависят от того, что подключено к
линии на конце. Пусть на конце $z = l$ подключена цепь, показанная на рисун-
ке 4.5, состоящая из индуктивности L , емкости C и сопротивления R , вклю-
ченных последовательно. Тогда на этом конце линии напряжение равно

$$U(l, t) = L \left(\frac{\partial I}{\partial t} \right)_{z=l} + RI(l, t) + \frac{1}{C} Q(l, t), \quad (4.19)$$

где $Q(l, t)$ – заряд на конденсаторе. Используя уравнение
(4.10) в случае отсутствия утечки ($G_0 = 0$), граничное ус-
ловие (4.19) можно записать в виде

$$L \left(\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \right)_{z=l} + R \left(\frac{\partial I}{\partial t} \right)_{z=l} + \frac{1}{C} I(l, t) + \frac{1}{C_0} \left(\frac{\partial I}{\partial z} \right)_{z=l} = 0. \quad (4.20)$$

Когда такая цепь подключена на другом конце $z = 0$, ус-
ловие для этого конца будет аналогичным, только у $\left(\frac{\partial I}{\partial z} \right)$

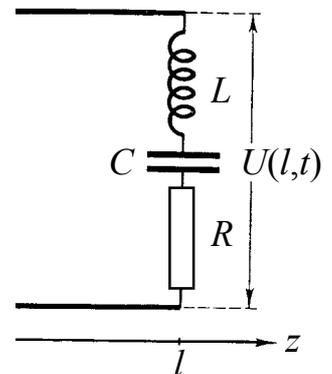


Рисунок 4.5

будет другой знак.

Из (4.20) предельным переходом просто получить условия на концах в различных частных случаях. Например, если концы линии закорочены ($L \rightarrow 0, R \rightarrow 0, C \rightarrow \infty$), то

$$\left(\frac{\partial I}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial I}{\partial z}\right)_{z=l} = 0.$$

А для напряжения, согласно (4.10), получается

$$U(0,t) = U(l,t) = 0.$$

Если концы линии разомкнуты ($C \rightarrow 0$), то

$$I(0,t) = I(l,t) = 0$$

и

$$\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=l} = 0.$$

Если на конце $z = 0$, подключен источник тока с э.д.с. $\mathcal{E}(t)$, то граничное условие на этом конце принимает вид

$$U(0,t) = \mathcal{E}(t).$$

Зная волновое уравнение (4.12) и условия на концах, можно проанализировать колебания напряжения (или тока) в линии.

4.2 Экспериментальная часть

Модуль М07 "Волны в кабеле" (рисунок 4.6) оформлен в виде индивидуального блока, содержащего как объект исследования (два отрезка коаксиального 75-омного кабеля длиной 20 и 40 м), так и всю электронику, не-

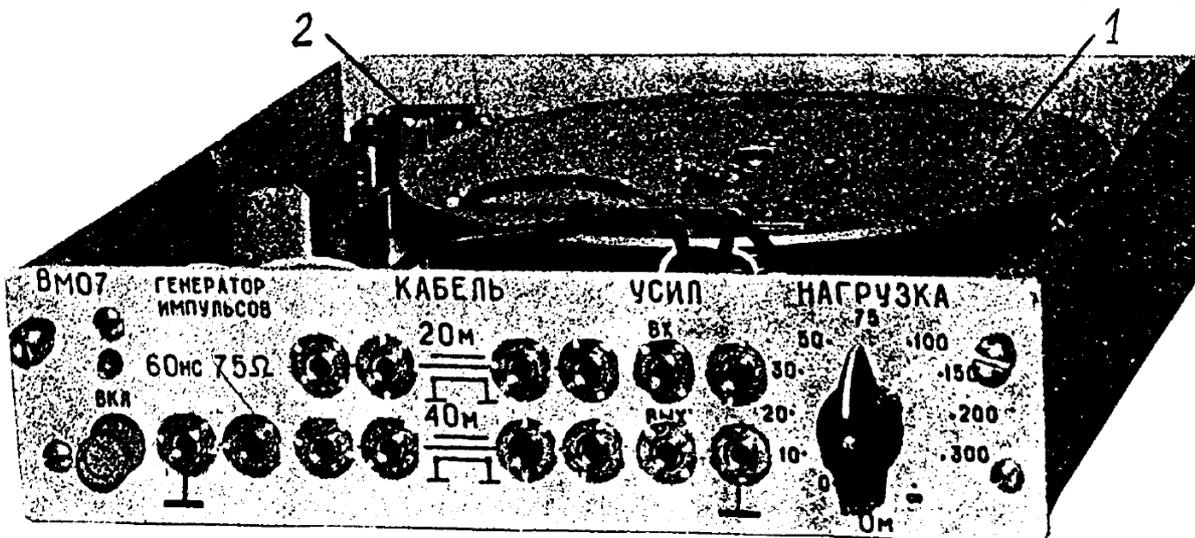


Рисунок 4.6

обходимую для изучения распространения электромагнитных волн в кабеле. Кабель намотан на катушке 1. Подключение к нему осуществляется через разъемы на передней панели блока. Блок также содержит источник питания, генератор импульсов, усилитель и магазин сопротивлений нагрузки. Питание

блока осуществляется от сети 220 В через разъем 2 в задней части блока и кабель К06 (приложение А).

На передней панели блока (рисунок 4.7) размещены:

S1 – выключатель сетевого питания;

H1 – индикатор включения питания;

X1 – спаренный разъем выхода генератора импульсов с параметрами:

амплитуда 2 В;

длительность импульса 50-70 нс;

выходное сопротивление 75 Ом.

X2 и X3 – спаренные разъемы кабеля длиной 20 м;

X4 и X5 – спаренные разъемы кабеля длиной 40 м;

X6 – вход усилителя;

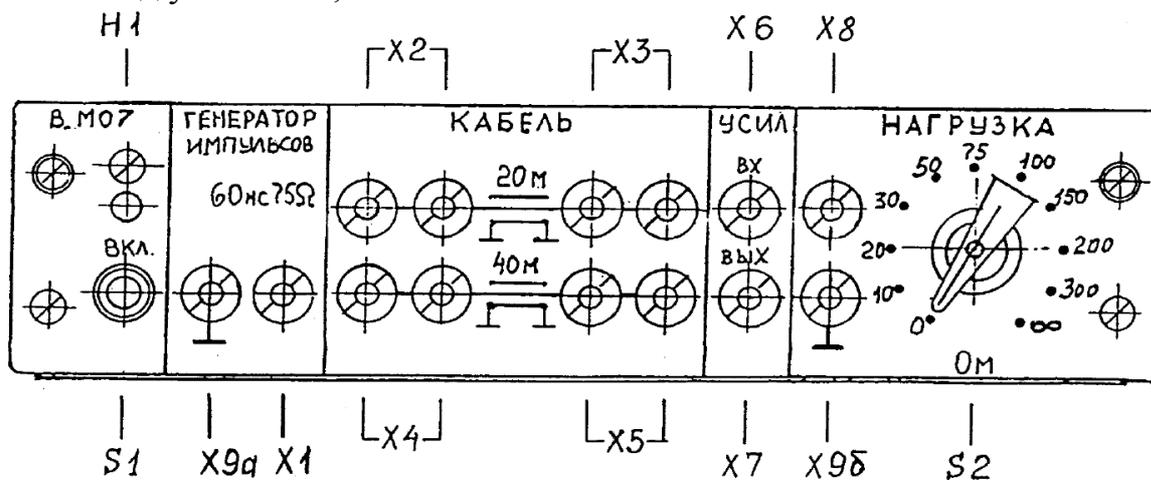


Рисунок 4.7

X7 – выход усилителя;

X8 – разъем магазина сопротивлений нагрузки;

X9а и X9б – разъем общего провода

S2 – переключатель сопротивлений нагрузки (значения сопротивлений в омах указаны на шкале).

Для реализации экспериментов узлы модуля соединяются между собой короткими кабелями К04, а точки, в которых нужно исследовать колебания, подключаются к осциллографу кабелями К02.

Порядок выполнения работы

1) Сигнал с генератора импульсов подать на вход кабеля и на осциллограф.

2) К выходу кабеля подключить нагрузку и второй вход осциллографа. Использовать один из двух имеющихся в модуле кабелей или, как показано на рисунке 4.8, оба кабеля, соединенные последовательно. Полная длина кабеля может быть равна 20, 40 или 60 метрам.

3) Поставить переключатель сопротивлений нагрузки в положение "∞". Сигналы, наблюдаемые на осциллографе при этом, показаны на рисунке

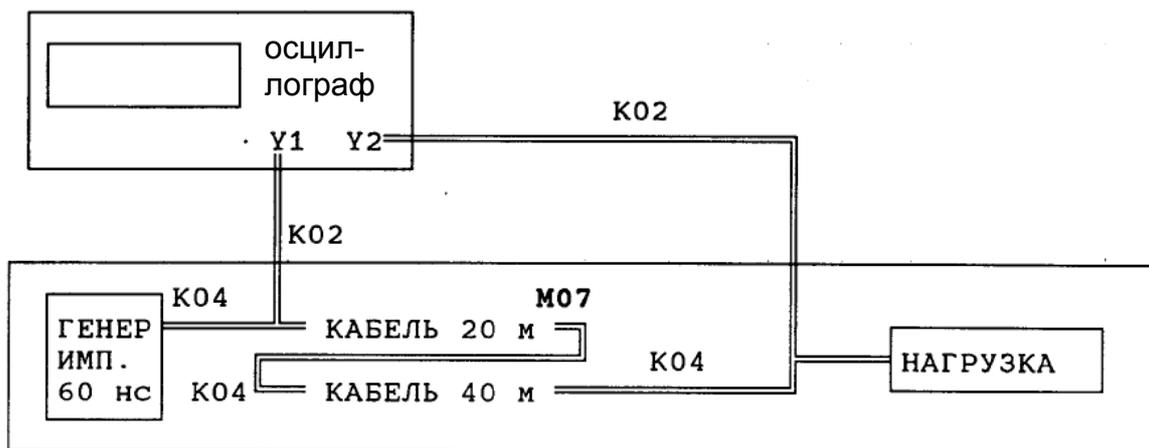


Рисунок 4.8

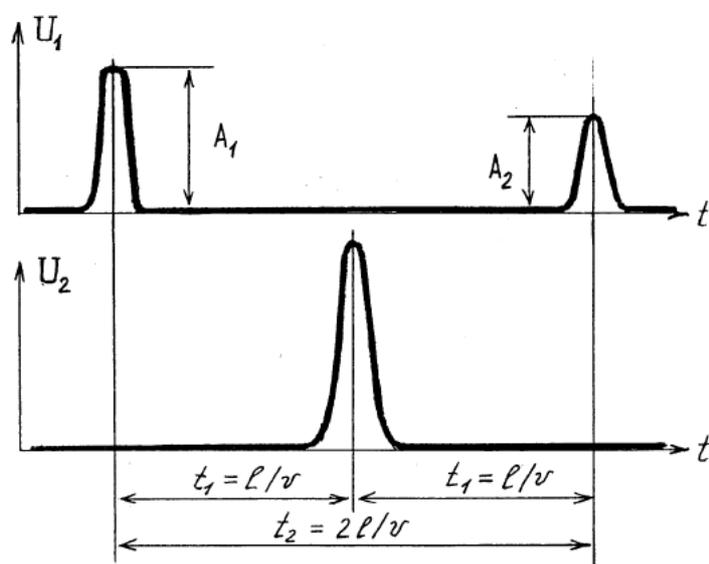


Рисунок 4.9

4.9. Импульс, созданный генератором, через интервал времени $t_1 = l/v$ появляется на выходе кабеля, здесь он отражается и еще через такой же интервал времени возвращается к генератору. Параметры генератора подобраны так, чтобы повторных отражений не было (выходное сопротивление генератора равно волновому сопротивлению кабеля), однако, увеличив чувствительность осциллографа, эти отражения можно наблюдать.

Амплитуда импульса на выходе разомкнутого кабеля может быть больше амплитуды импульса генератора, поскольку пришедший к разомкнутому концу импульс складывается с отраженным импульсом той же полярности.

4) Определить интервал времени t_2 , через который сигнал, отразившись от конца кабеля, возвращается к генератору для разных длин кабеля.

5) Вычислить скорость распространения импульса и заполнить таблицу 4.1

Таблица 4.1

№ опыта	l , м	t_2 , мкс	v , м/с
1	20		
2	40		
3	60		

6) Измерить амплитуду импульса A_1 на входе кабеля и амплитуду импульса A_2 , вернувшегося к генератору. Провести эти измерения для кабелей разной длины, результаты измерений занести в таблицу 4.2.

7) Амплитуда импульса, прошедшего в кабеле расстояние L , убывает по закону $\exp(-kL)$. Определить показатель затухания, сравнивая амплитуды A_2 , соответствующие разным длинам кабеля (при одинаковых A_1):

$$k = \frac{\ln(A_{2n}/A_{2m})}{L_m - L_n},$$

где m и n – номера опытов.

Таблица 4.2

№ опыта	l , м	L , м	A_1 , В	A_2 , В
1	20	40		
2	40	80		
3	60	120		

8) Уменьшая сопротивление нагрузки кабеля, наблюдать уменьшение амплитуды отраженного импульса. При некотором сопротивлении, называемом *согласованной нагрузкой*, импульс не отражается. Это сопротивление равно волновому сопротивлению кабеля $R_{волн} = \sqrt{L_0/C_0}$, где L_0 и C_0 - индуктивность и емкость кабеля на единицу длины. При дальнейшем уменьшении сопротивления нагрузки снова появляется отраженный импульс, но его полярность противоположна полярности прошедшего импульса.

9) Для кабеля с длиной, указанной преподавателем, измерить величину отраженного импульса A_2 при различных положениях переключателя сопротивлений нагрузки. Данные измерений занести в таблицу 4.3.

Таблица 4.3

Нагрузка, Ом	∞	300	200	150	100	75	50	30	20	10	0
A_2 , В											

10) Построить график зависимости величины отраженного импульса от сопротивления нагрузки и по нему определить сопротивление, при котором $A_2 = 0$ (волновое сопротивление кабеля):

$$R_{волн} = \quad \text{Ом.}$$

Контрольные вопросы

- 1) Расскажите о классификации длинных линий передачи электромагнитной энергии.
- 2) Выведите телеграфные уравнения.
- 3) Получите волновые уравнения для напряжения и тока в линии.
- 4) Запишите общее решение волнового уравнения.
- 5) От чего зависит скорость распространения волны в линии?
- 6) Как рассчитываются погонные емкости и индуктивности для двухпроводной и коаксиальной линии?
- 7) Запишите условие на конце линии в зависимости от подключенной нагрузки.
- 8) Поясните порядок выполнения работы и прокомментируйте полученные результаты.

5 Лабораторная работа № 5

Волны на поверхности жидкости

Цель работы:

- изучить линейную теорию поверхностных волн;
- измерить коэффициент поверхностного натяжения воды.

5.1 Теоретическая часть

Любое локальное нарушение горизонтальности поверхности жидкости приводит к появлению волн, которые распространяются по поверхности и быстро затухают с глубиной. Возникновение волн происходит из-за совместного действия силы тяжести и силы инерции (*гравитационные* гидродинамические волны) или силы поверхностного натяжения и силы инерции (*капиллярные* волны).

Рассмотрим поверхностные гравитационные волны на границе между водой и воздухом. В общей линейной теории гравитационных волн в однородном водоеме сжимаемость оказывается пренебрежимо малой, так что плотность воды можно считать постоянной величиной ρ_0 . Пренебрежем также вязкостью и другими диссипативными эффектами.

Направим ось z вверх, $z = 0$ соответствует невозмущенной поверхности жидкости. Невозмущенное распределение давления определяется уравнением гидростатики

$$p_0 = p_a - \rho_0 g z, \quad (5.1)$$

где p_a – атмосферное давление. Избыточное давление, обусловленное возмущением, определяется как

$$p_e = p - p_0. \quad (5.2)$$

Запишем уравнение движения (второй закон Ньютона для элемента сплошной среды)

$$\rho_0 \frac{d\vec{u}(\vec{r}, t)}{dt} = \vec{F} = -\nabla p, \quad (5.3)$$

где $\vec{u}(\vec{r}, t)$ – скорость частиц жидкости. Полную производную по времени от скорости частиц можно записать следующим образом

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}.$$

Будем считать, что возмущения p_e и \vec{u} основного состояния p_0 и $\vec{u} = 0$, вносимые волной, малы, тогда слагаемым $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}$ можно пренебречь, как

произведением малых величин. Подставляя (5.2) в (5.3), получим линеаризованное уравнение движения

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p_e. \quad (5.4)$$

Если применить к этому уравнению операцию ротора, то получим $\frac{\partial \text{rot} \vec{u}}{\partial t} = 0$, $\text{rot} \vec{u} = \text{const}$. Таким образом, в линейной теории поле вихрей постоянно во времени. «Вращательная часть» поля скоростей, порожденная этим стационарным полем вихрей, не зависит от времени, ей соответствует избыточное давление $p_e = 0$ (как следует из формулы 5.4), и она не возмущает плоской поверхности воды. Остальная часть поля скоростей является безвихревой и, поэтому может быть записана в виде $\text{grad} \varphi$, где φ - потенциал скорости. Только эта часть возмущает поверхность воды или проявляет себя в колебаниях, связанных с распространением волн.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\text{div} \vec{u} = 0,$$

и из него для безвихревой части поля скоростей, соответствующей поступательному движению, следует уравнение Лапласа

$$\Delta \varphi = 0. \quad (5.5)$$

Уравнением Лапласа можно описать распространение волн в жидкости, если добавить к нему условия, которые выполняются на свободной поверхности воды. Одно условие состоит в том, чтобы избыточное давление удовлетворяло равенству

$$p_e = \rho_0 g \zeta \quad (5.6)$$

на возмущенной поверхности воды

$$z = \zeta(x, y, t), \quad (5.7)$$

с тем чтобы (5.1) и (5.2) давали на этой поверхности для величины $p = p_0 + p_e$ значение атмосферного давления. Наложение такого условия подразумевает, что единственной силой, которая стремится придать поверхности плоскую форму, является сила тяжести.

Используя уравнение (5.4), для потенциала скорости получаем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{p_e}{\rho_0}. \quad (5.8)$$

Тогда из (5.6) и (5.7) следует

$$\left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{z=\zeta} = -g \zeta. \quad (5.9)$$

Это условие является сложным ввиду того, что форма свободной поверхности заранее неизвестна. Однако в линейной теории это условие упрощается и может быть записано в виде

$$\left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{z=0} = -g\zeta, \quad (5.10)$$

поскольку разность между левыми частями уравнений (5.9) и (5.10) по теореме о среднем значении равна произведению малого возмущения ζ свободной поверхности и другой малой величины, а именно, значения второй производной $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial z}$ в точке, расположенной между невозмущенной и возмущенной поверхностями.

Второе граничное условие связывает скорость движения частиц жидкости с соответствующим ей вертикальным смещением ζ свободной поверхности. Скорость изменения величины ζ равна вертикальной составляющей $\nabla \varphi$ на поверхности:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \zeta = \left[\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=\zeta}. \quad (5.11)$$

В линейной теории уравнение (5.11) упрощается за счет отбрасывания малого второго слагаемого в левой части и за счет замены значения величины в правой части при $z = \zeta$ ее значением при $z = 0$. Это дает

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \left[\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=0}. \quad (5.12)$$

Исключая ζ из уравнений (5.10) и (5.12), получим граничное условие для потенциала скорости:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \varphi}{\partial z} \text{ при } z = 0. \quad (5.13)$$

Решениями уравнения (5.5) в области $z \leq 0$, удовлетворяющими граничному условию (5.13), будут поверхностные гравитационные волны.

Для неограниченной поверхности жидкости, глубина которой значительно больше длины волны, можно искать решение в виде распространяющейся в положительном направлении x и затухающей с глубиной z плоской неоднородной волны:

$$\varphi = f(z) \exp(i(\omega t - kx)), \quad (5.14)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – частота волны и $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Подставляя это значение потенциала в уравнение (5.5), а также учитывая, что решения имеют смысл для $z < 0$, получаем выражение для потенциала

$$\varphi = A \exp(kz) \exp(i(\omega t - kx)), \quad (5.15)$$

а удовлетворяя граничному условию (5.13), – дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = gk. \quad (5.16)$$

Это дисперсионное соотношение может быть также записано через фазовую скорость распространения гравитационной волны

$$c = \sqrt{g/k}. \quad (5.17)$$

Как видно, гравитационные волны обладают дисперсией, с увеличением длины волны их фазовая скорость растет.

Найдем горизонтальную u_x и вертикальную u_z составляющие скорости частиц жидкости в волне, продифференцировав потенциал (5.15) по x и по z .

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -ikA \exp(kz) \exp(i(\omega t - kx)),$$

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = kA \exp(kz) \exp(i(\omega t - kx)).$$

Из полученных формул видно, что составляющие вектора скорости отличаются только фазами. Горизонтальная составляющая u_x отстает от вертикальной u_z на $\pi/2$. Это означает, что вектор скорости вращается по часовой стрелке, не изменяясь по модулю. Таким образом, частица жидкости, смещенная волной из точки (x, y, z) , движется со скоростью, имеющей постоянную величину и направление, вращающееся с угловой скоростью ω . Другими словами, она описывает окружность радиуса $\omega^{-1}kA \exp(kz)$. На рисунке 5.1 показано это приближенное в рамках линейной теории движение частиц жидкости в синусоидальных волнах на глубокой воде.

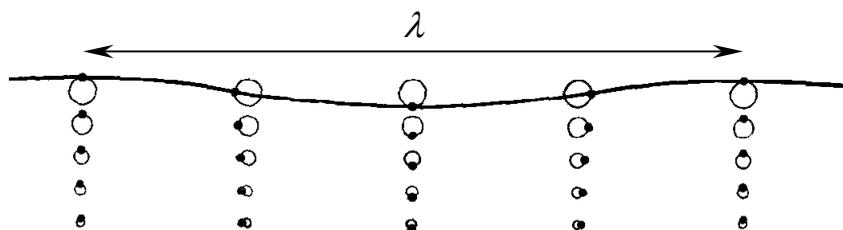


Рисунок 5.1

Теперь определим скорость волны на воде произвольной, но конечной глубины h , наложив граничное условие нулевой нормальной составляющей скорости у твердого дна:

$$\left[\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=-h} = 0. \quad (5.18)$$

Подставляя выражение (5.14) в уравнение Лапласа (5.5), для функции $f(z)$ найдем решение

$$f(z) = A \exp(kz) + B \exp(-kz).$$

Удовлетворяя его условию (5.18), получим следующее равенство

$$A \exp(-kh) = B \exp(kh).$$

Полагая обе части равными $\frac{1}{2}C$, можем записать решение в виде

$$\varphi = C \operatorname{ch}(k(z+h)) \exp(i(\omega t - kx)). \quad (5.19)$$

Граничное условие (5.13) в этом случае дает следующее дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = gkth(kh), \quad (5.20)$$

которое может быть записано через скорость волны

$$c = \sqrt{\frac{gth(kh)}{k}}. \quad (5.21)$$

Из соотношения (5.21) для глубокой воды ($\lambda \ll h$) получается выражение (5.17), а для случая $\lambda \gg h$

$$c = \sqrt{gh}.$$

Таким образом, если волны распространяются в канале конечной, но малой глубины, то они дисперсией не обладают.

Рассматривая горизонтальную и вертикальную составляющие скорости частиц жидкости, как было сделано для случая глубокой воды, можно показать, что движение частиц жидкости в водоеме конечной глубины происходит по эллипсу, как показано на рисунке 5.2.

До сих пор мы считали, что единственной силой, стремящейся вернуть поверхность плоскую форму, является сила тяжести. Теперь учтем действие силы поверхностного натяжения, которая порождает разрыв между давлением в воздухе и в воде, пропорциональный кривизне поверхности раздела. Учет силы поверхностного натяжения важен для достаточно коротких волн с длиной меньше 1 см., называемых волнами *ряби*.

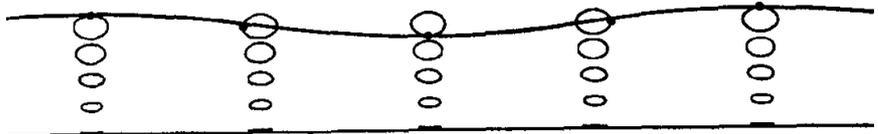


Рисунок 5.2

Рассмотрим волну, бегущую вдоль оси x (рисунок 5.3). Сила поверхностного натяжения $T = \sigma l$, действующая на границу длины l , параллельную гребням волн (оси y) по касательной к поверхности с тангенсом угла наклона $\partial\zeta/\partial x$, имеет вертикальную составляющую $T \partial\zeta/\partial x$. Тогда на полосу водной поверхности, ограниченную двумя прямы-

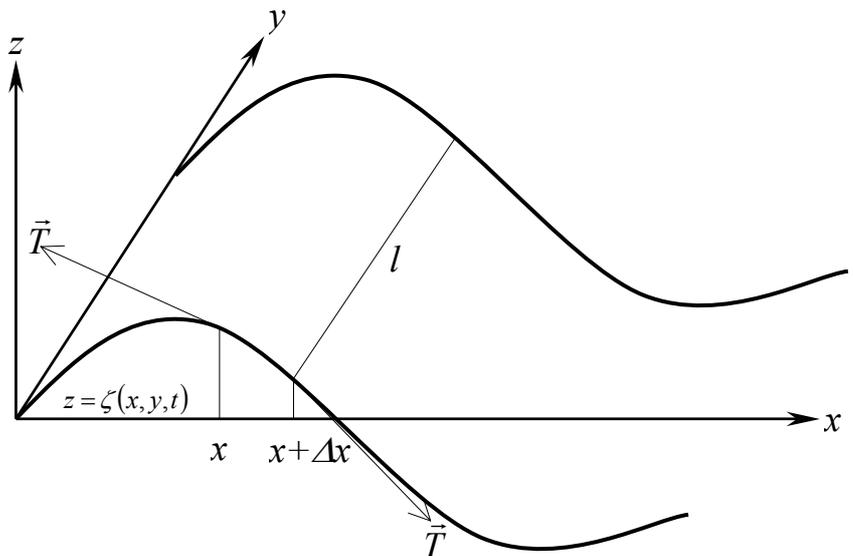


Рисунок 5.3

ми, отстоящими друг от друга на расстояние Δx , действует суммарная сила

$$T_z = T(\partial^2 \zeta / \partial x^2) \Delta x,$$

представляющая собой разность величин вертикальных составляющих силы поверхностного натяжения в точках $x+\Delta x$ и x . Давление, создаваемое силами поверхностного натяжения внутри жидкости равно

$$\frac{T_z}{l\Delta x} = \sigma \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}.$$

Вместе с гидростатическим соотношением (5.1) это означает, что при $z=\zeta$ избыточное давление будет

$$p_e = \rho_0 g \zeta - \sigma \partial^2 \zeta / \partial x^2.$$

Для синусоидальных волн с волновым числом k эта формула принимает более простой вид:

$$p_e = (\rho_0 g + \sigma k^2) \zeta. \quad (5.22)$$

Формула (5.22) имеет такой же вид, что и (5.6), если в ней заменить g на $g + k^2 \sigma / \rho_0$. Это значит, что для синусоидальных волн с волновым числом k влияние поверхностного натяжения точно такое же, как влияние увеличения ускорения свободного падения. Сделав указанную замену в формуле (5.16), получим дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = gk + \sigma k^3 / \rho_0, \quad (5.23)$$

и формулу для фазовой скорости волны

$$c = \sqrt{g/k + \sigma k / \rho_0}. \quad (5.24)$$

На рисунке 5.4 показана графическая зависимость фазовой скорости от длины волны, из которой следует, что при больших длинах волн кривая

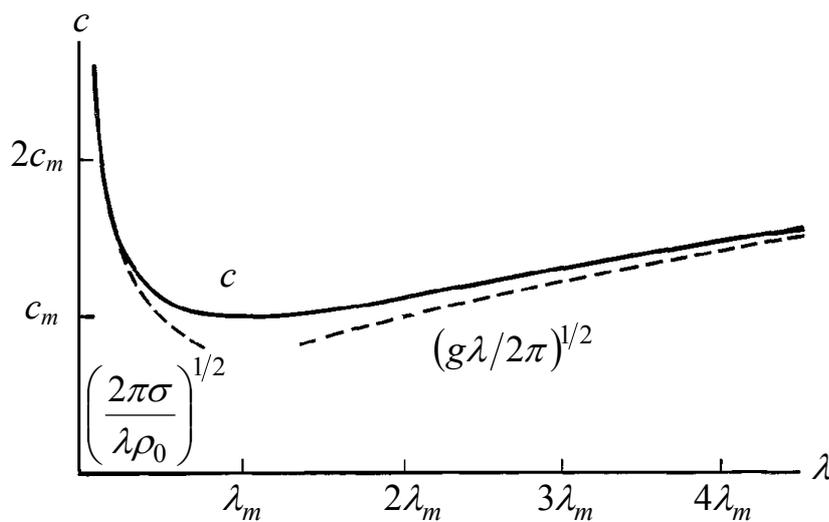


Рисунок 5.4

близка к кривой, отвечающей гравитационным волнам (правая пунктирная линия), а при малых длинах волн — к кривой, соответствующей капиллярным волнам (левая пунктирная линия). Поверхностные волны с длинами вблизи минимума кривой являются смешанными гравитационно-капиллярными.

Заметим, что характер траекторий частиц жидкости в волнах на глубокой воде не изменится по сравнению с тем, что изображено на рисунке 5.1,

если сделать выше указанную замену ускорения свободного падения, чтобы учесть влияние поверхностного натяжения.

5.2 Экспериментальная часть

Работа выполняется на установке ЛКВ-1 с использованием модуля М05 "Поверхностные волны" (рисунок 5.5). Данный модуль содержит продолговатую полость 9 для исследуемой жидкости, ограниченную с одной стороны электродом 8, а с другой стороны – мембраной 2, отделяющей жидкость от динамика 1. Жидкость заливается до уровня, отмеченного ватерлинией на боковой стенке полости. Вдоль полости с помощью ходового винта 6 перемещается каретка 5, на которой закреплен щуп 3 – тонкая (0,1 – 0,2 мм) проволока, погруженная в жидкость на 1–2 мм. Координата щупа отсчитывается с помощью риски 4 по шкале на боковой стенке полости (целые миллиметры) и по шкале 7 на барабане ходового винта (десятые доли миллиметра).

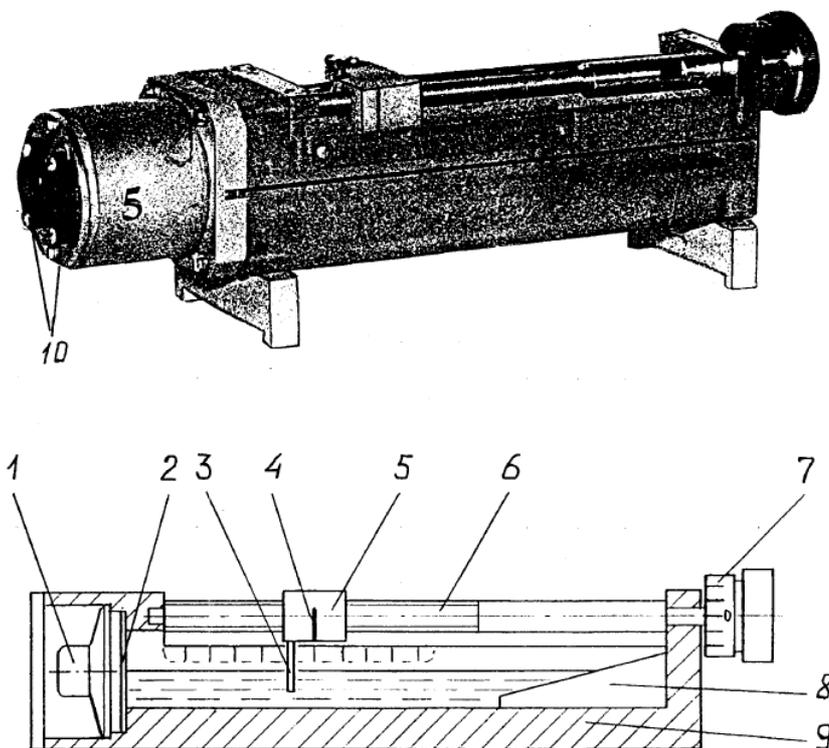


Рисунок 5.5

При подключении динамика через разъемы 10 к генератору низкой частоты колебания диффузора через мембрану передаются жидкости и возбуждают волны на поверхности жидкости.

Электрод 8 образует пологий "берег", не отражающий приходящих к нему волн, поэтому в полости распространяются только волны, бегущие от динамика к электроду.

Волны регистрируются электрическим способом (рисунок 5.6). Электрод подключен к источнику постоянного напряжения, а щуп – к общему проводу через резистор R . Вследствие электропроводности жидкости через щуп течет ток, зависящий от глубины погружения щупа в жидкость. Колебания уровня жидкости приводят к колебаниям тока, регистрируемым по колебаниям напряжения на резисторе R . Пе-

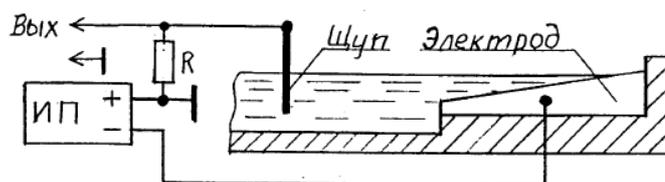


Рисунок 5.6

решающая щуп вдоль полости, исследуют поведение фазы этих колебаний и определяют длину волны как расстояние между точками с синфазными колебаниями.

Порядок выполнения работы

1) В полость модуля М05 "Поверхностные волны" залить слабый электролит – водопроводную воду. Уровень жидкости приблизительно определяется ватерлинией на боковой стенке полости. Электрод должен быть погружен в жидкость на 1-3 мм. Для перемещения электрода по вертикали нужно слегка отвернуть прижимающий его винт.

2) С выхода генератора низкой частоты через кабель К01 (приложение А) на модуль М05 подать питание электрода и сигнал на динамик для возбуждения поверхностных волн. Через кабель К05 сигнал с динамика подать на вход Y1 осциллографа, а сигнал со щупа – на вход Y2, как показано на рисунке 5.7.

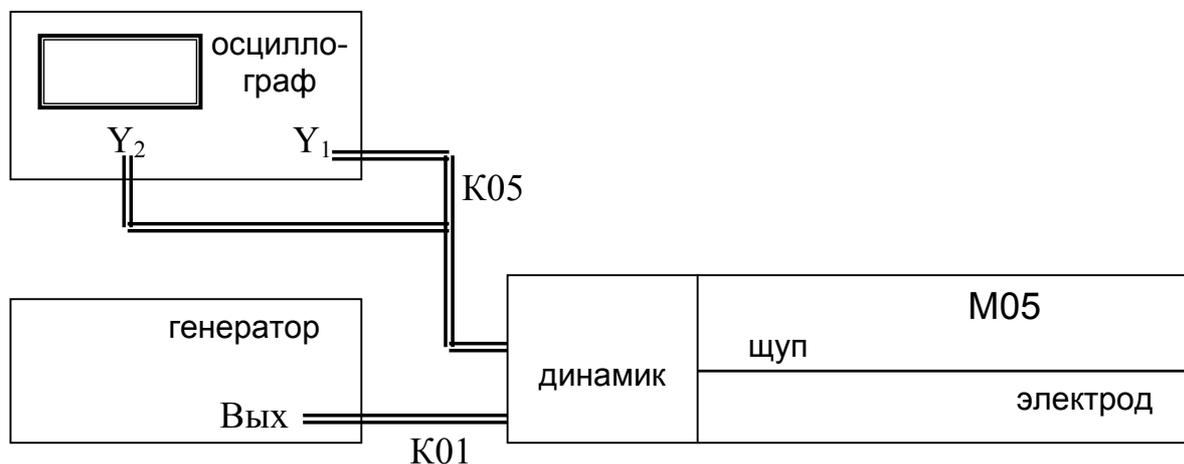


Рисунок 5.7

3) Установить частоту генератора в диапазоне от 5 до 70 Гц. Перемещая щуп, по относительному смещению двух синусоид на экране осциллографа найти несколько положений, при которых указанные сигналы синфазны и противофазны. Эти положения следуют через половину длины волны.

4) По измеренной таким образом длине волны λ , и частоте колебаний ν определить скорость волны:

$$c = \lambda \nu$$

5) Определить коэффициент поверхностного натяжения по формуле

$$\sigma = \frac{\rho_0 \lambda}{2\pi} \left(c^2 - \frac{g\lambda}{2\pi} \right).$$

6) Результаты всех измерений и вычислений занести в таблицу 5.1. Оценить погрешность определения коэффициента поверхностного натяжения.

Таблица 5.1

№ опыта	Частота, Гц	x_0 , мм	$x_{1/2}$, мм	x_1 , мм	$x_{3/2}$, мм	x_2 , мм	λ , мм	v , мм/с	σ , мН/м
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									

Предостережения

Установка чувствительна к толчкам и вибрациям, возбуждающим паразитные колебания жидкости.

На частотах выше 30 Гц при больших амплитудах колебаний динамика жидкость начинает бурлить вблизи мембраны. Используйте минимальные амплитуды, при которых еще возможна надежная регистрация фазы волны.

На частотах ниже 15 Гц скорость волны определяется в основном гравитацией, а не поверхностным натяжением. Проверьте это.

Контрольные вопросы

- 1) Действие каких сил приводит к возникновению поверхностных волн?
- 2) Выведите уравнение, описывающее распространение волн в жидкости.
- 3) Какие условия должны выполняться на поверхности жидкости?
- 4) Получите граничное условие для потенциала скорости.
- 5) Найдите решение уравнения Лапласа и дисперсионное соотношение для случая глубокой воды.
- 6) Покажите, что в рамках линейной теории движение частиц жидкости в синусоидальной волне происходит по окружности.
- 7) Найдите решение уравнения Лапласа и дисперсионное соотношение для жидкости произвольной конечной глубины.
- 8) Получите дисперсионное соотношение с учетом силы поверхностного натяжения.
- 9) Проанализируйте зависимость фазовой скорости от длины волны.
- 10) Поясните порядок выполнения работы и прокомментируйте полученные результаты.

6 Лабораторная работа №6

Звуковые волны в открытом пространстве

Цель работы:

- познакомиться с различными решениями волнового уравнения;
- измерить скорость звука фазовым методом и проверить зависимость амплитуды сферической волны от расстояния.

6.1 Теоретическая часть

Волновые движения различных физических объектов описываются однотипными уравнениями или соотношениями. Большинство волновых систем описываются волновым уравнением:

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (6.1)$$

где Δ – оператор Лапласа, который в зависимости от физической постановки задачи записывается либо в декартовых, либо в криволинейных (сферических, цилиндрических и др.) координатах; c – фазовая скорость распространения волны. Переменная u может быть либо скалярной (имеющей смысл, например, приращения плотности или давления в звуковой волне), либо векторной (например, напряженность электрического или магнитного полей в электромагнитной волне).

Простейшими решениями волнового уравнения являются решения в виде плоских волн. В плоской волне возмущение u зависит лишь от расстояния, отсчитываемого вдоль некоторого фиксированного направления \vec{n} и времени (рисунок 6.1)

$$u = u(\zeta, t),$$

где

$$\zeta = (\vec{r} \cdot \vec{n}) = n_x x + n_y y + n_z z. \quad (6.2)$$

Для плоских волн оператор Лапласа в уравнении (6.1) преобразуется к виду $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}$, и волновое уравнение становится одномерным

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (6.3)$$

Сделав в уравнении (6.3) замену переменных $\tau = t - \zeta/c$, $\eta = t + \zeta/c$,

получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau \partial \eta} = 0. \quad (6.4)$$

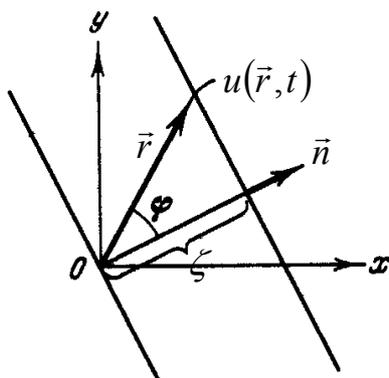


Рисунок 6.1

Интегрируя полученное уравнение по τ и η , найдем общее решение уравнения (6.4) и, следовательно, исходного (6.3):

$$u = u_1(\tau) + u_2(\eta) = u_1(t - \zeta/c) + u_2(t + \zeta/c). \quad (6.5)$$

Функция $u_1(t - \zeta/c)$ описывает плоскую волну, бегущую в направлении \vec{n} , а функция $u_2(t + \zeta/c)$ – волну, бегущую в противоположном направлении. Возмущения, бегущие только в одну сторону (например, в положительном направлении ζ), могут быть описаны также уравнением первого порядка

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (6.6)$$

Частным случаем бегущих волн является бегущая гармоническая волна, представляющая собой распространяющиеся синусоидальные колебания

$$u_1 = A \cos(\omega t - k\zeta)$$

где $k = \omega/c$ - волновое число.

Переходя к декартовым координатам, фазу гармонической волны можно записать в виде

$$\omega t - k(n_x x + n_y y + n_z z) = \omega t - \vec{k}\vec{r},$$

где $\vec{k} = k\vec{n}$ – волновой вектор. Уравнение $\vec{k}\vec{r} = \text{const}$ определяет в каждый момент времени плоскость равной фазы.

В поглощающих (диссипативных) средах амплитуда плоской волны уменьшается по мере распространения. При линейном затухании это может быть учтено путем замены волнового числа k на комплексное волновое число $k' - ik''$, где k'' – коэффициент затухания плоской волны.

Среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды самой волной. Пусть, например, в среде распространяется звуковая волна. Энергия звуковой волны единицы объема называется *плотностью звуковой энергии* w и равна

$$w = \frac{\rho v^2}{2} + \frac{\beta p^2}{2},$$

где ρ – плотность среды;

v – колебательная скорость частиц;

$\beta = \frac{1}{\rho c^2}$ – сжимаемость среды;

c – скорость звука;

p – звуковое давление.

Для плоской бегущей волны плотность кинетической энергии равна плотности потенциальной, и плотность полной энергии равна

$$w = \rho v^2 = \beta p^2. \quad (6.7)$$

В произвольной волне такое же выражение имеет место для среднего по времени значения плотности полной звуковой энергии

Количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени, называется *поток энергии* через эту поверхность. Поток энергии в разных точках среды может быть различной интенсивностью. Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина, называемая *плотностью потока энергии*. Эта величина численно равна потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке перпендикулярно к направлению, в котором переносится энергия. Направление вектора плотности потока энергии совпадает с направлением переноса энергии. Пусть через площадку ΔS_{\perp} (рисунок 6.2) за время Δt волной переносится энергия ΔW , заключенная в объеме цилиндра с основанием ΔS_{\perp} и высотой $c\Delta t$. Если

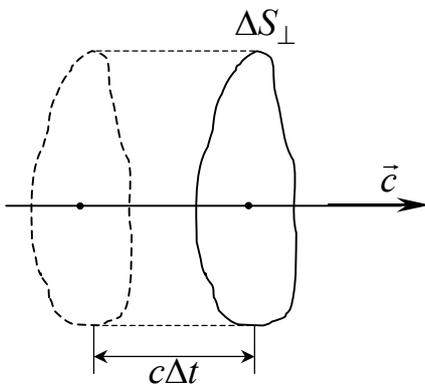


Рисунок 6.2

размеры цилиндра достаточно малы, так что плотность энергии во всех точках цилиндра можно считать одинаковой, то

$$\Delta W = w\Delta S_{\perp}c\Delta t,$$

и для плотности энергии получим выражение

$$j = \frac{\Delta W}{\Delta S_{\perp}\Delta t} = wc. \quad (6.8)$$

Подставляя в это выражение формулу (6.7), для плотности потока энергии звуковой волны получаем

$$j = \beta p^2 c,$$

т.е. плотность потока пропорциональна квадрату звукового давления или квадрату волнового возмущения.

Поскольку вектор скорости распространения волны совпадает с направлением переноса энергии, вектор плотности потока энергии имеет вид

$$\vec{j} = w\vec{c}.$$

Этот вектор называется вектором Умова. Среднее по времени значение плотности потока энергии называют *интенсивностью* волны

$$\langle j \rangle = \langle w \rangle c.$$

В случае синусоидальной волны интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды волнового возмущения.

Зная \vec{j} во всех точках произвольной поверхности S , можно вычислить поток энергии через эту поверхность как $\int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

Сферическая волна – волна, радиально расходящаяся от некоторой точки (источника) или сходящаяся к ней (к стоку) и имеющая сферические поверхности равных фаз. Запишем волновое уравнение в сферических координатах

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (6.9)$$

и будем рассматривать волну, сферически симметричную относительно начала координат. Возмущение в такой волне $u = u(r, t)$ зависит только от расстояния r от центра (начала координат). Тогда волновое уравнение (6.9) записывается в виде

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r}.$$

Данное уравнение может быть сведено к одномерному уравнению для функции ru

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (ru)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r^2}. \quad (6.10)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$u = \frac{u_1(t - r/c)}{r} + \frac{u_2(t + r/c)}{r}. \quad (6.11)$$

Частным решением уравнения (6.10) является гармоническая бегущая от точечного источника сферическая волна

$$u = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha).$$

Если величина $u(r, t)$ описывает физическое поле (например, возмущение давления в звуковой волне), то плотность потока энергии поля, уносимой от источника или приносимой к нему, пропорциональна $|u(r, t)|^2$ и, следовательно, общий поток энергии через сферу любого радиуса r , пропорционален $4\pi r^2 |u(r, t)|^2$ и сохраняется неизменным. Это является следствием закона сохранения энергии.

При наличии поглощения в среде энергия сферической волны убывает в направлении ее распространения. Для гармонической волны, так же как и для плоской, поглощение может быть учтено заменой волнового числа k на $k' - ik''$. Это означает, что амплитуда волны затухает по экспоненте:

$$u = \frac{Ae^{-k''r}}{r} e^{i(\omega t - k'r)}.$$

Существуют и несимметричные сферические волны, амплитуды которых зависят от полярной θ и азимутальной φ угловых координат, но фазовые фронты по-прежнему остаются сферическими:

$$u = U(r, t)D(\theta, \varphi),$$

где $U(r, t)$ отвечает симметричной сферической волне, например в форме (6.11), а $D(\theta, \varphi)$ описывает угловую зависимость поля. В однородных изотропных средах волновое поле на больших расстояниях от центра почти всегда имеет такой вид.

Цилиндрическая волна – волна, радиально расходящаяся или сходящаяся к некоторой оси в пространстве. Запишем уравнение (6.1) в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6.12)$$

и рассмотрим простейший случай гармонических волн, в которых возмущение не зависит от координаты z . В этом случае решение уравнения (6.12) может быть записано в виде

$$u = u_1(r)u_2(\varphi)\exp(i\omega t).$$

Подставим это решение в уравнение (6.12) и разделим переменные:

$$\frac{r^2}{u_1} \left(\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_1}{dr} + k^2 u_1 \right) = \frac{d^2 u_2}{d\varphi^2}.$$

Так как левая часть равенства не зависит от φ , а правая – от r , то каждая из них есть величина постоянная. Обозначая ее через $-m^2$, получим

$$\frac{d^2 u_2}{d\varphi^2} + m^2 u_2 = 0, \quad (6.13)$$

$$\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_1}{dr} + \left(k^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) u_1 = 0. \quad (6.14)$$

Частным решением уравнения (6.13) является функция

$$u_2 = \exp(im\varphi).$$

Чтобы функция u_2 была однозначной, необходимо выполнение условия $u_2(\varphi) = u_2(\varphi + 2\pi)$, из которого следует, что $m = 0, 1, \dots$

Частным решением уравнения (6.14) является функция Ханкеля первого рода $u_1 = H_m^{(1)}(kr)$, которая при $kr \gg 1$ представляет радиально расходящуюся волну

$$H_m^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(i \left(kr - \frac{2m+1}{4} \pi \right) \right).$$

Если цилиндрическая волна симметрична относительно оси z , то $m = 0$, и на больших расстояниях от оси волновое поле приобретает вид

$$u = \frac{A}{\sqrt{r}} \cos(\omega t - kr), \quad (6.15)$$

и только в этом асимптотическом представлении в цилиндрической волне можно выделить амплитуду $\frac{A}{\sqrt{r}}$ и фазу $\omega t - kr$. Радиально расходящаяся ци-

линдрическая волна, возбуждаемая источником в центре, изображена на рисунке 6.3. По мере удаления от оси квадрат модуля волнового возмущения убывает как $1/r$, а поверхность цилиндра, охватывающего источник, растет пропорционально r , так что, в соответствии с законом сохранения энергии, суммарное значение потока энергии, уносимого от источника на оси, остается постоянным.

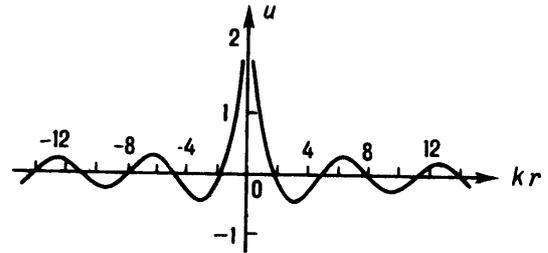


Рисунок 6.3

В отсутствие дисперсии волн из гармонических волн (6.15) вдали от оси можно составить волну любой формы, перемещающуюся с постоянной скоростью c :

$$u = \frac{A}{\sqrt{r}} f(t - r/c),$$

где функция f удовлетворяет одномерному волновому уравнению.

6.2 Экспериментальная часть

Изучение звуковых волн в открытом пространстве производится на лабораторном комплексе ЛКВ-1. Звуковые волны создаются динамиком, входящий в состав модуля М01 "Излучатель" (позиция 5 на рисунке А.1) и исследуются микрофоном М02 (позиция 6 на рисунке А.1), снабженным двумя кабелями: один — с разъемом СШ-5, второй — с разъемом СР-50. Микрофон требует питания, для чего его необходимо подключить к гнезду "Вольтметр" милливольтметра генератора низкой частоты (Приложение А) кабелем с разъемом СШ-5. При этом одновременно сигнал с микрофона подается на вход милливольтметра. Второй кабель микрофона позволяет подключить его к осциллографу или иному измерительному прибору.

Модуль М03 "Отражатель" (позиция 7 на рисунке А.1) предназначен для изучения отражения и получения стоячих звуковых волн.

Звуковые волны возбуждаются излучателем (М01) и регистрируются микрофоном (М02). Эти модули располагаются на рельсе каркаса, их координаты отсчитываются по шкале рельса. Положение выходного окна излучателя совпадает с краем его рейтера. Положение микрофона отмечено риску на его рейтере.

Измерения усложнены отражениями звука от стенок каркаса и от посторонних предметов, а также неравномерностью частотных характеристик

динамика и микрофона, поэтому при проведении опытов нужно аккуратно подбирать диапазоны частот звука и положений излучателя и микрофона.

Порядок выполнения работы

1) К гнезду "Генератор" генератора подключить излучатель. К гнездам излучателя подключить и один из входов осциллографа. К гнезду "Вольтметр" милливольтметра подключить кабель микрофона. Второй кабель микрофона подключить на второй вход осциллографа (рисунок 6.4).

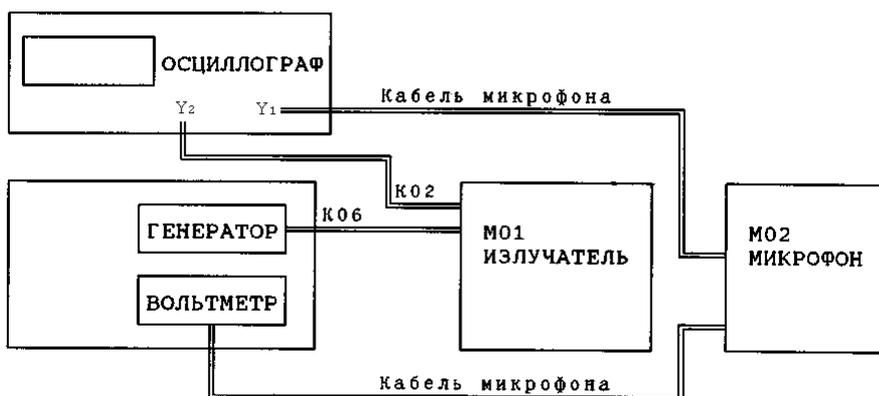


Рисунок 6.4

2) Перемещая микрофон, определить положения, при которых сигналы с динамика и микрофона синфазны или противофазны. Эти положения следуют с шагом в половину длины волны.

3) Рассчитать скорость распространения звуковой волны.

Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 6.1

Таблица 6.1

№ опыта	Частота, Гц	Коорд. излуч., см	Координаты микрофона, см					$\langle \lambda \rangle$, см	с, м/с
			x_0	$x_{1/2}$	x_1	$x_{3/2}$	x_2		
1									
2									
3									

4) Измерить амплитуду сигнала с микрофона на разных расстояниях от излучателя. Проверить постоянство произведения амплитуды сферической волны на расстояние от излучателя. Результаты занести в таблицу 6.2

Таблица 6.2

Коорд. микр. x_M , см								
Амплитуда, А, мВ								
$A \cdot (x_M - x_I)$								
Координата излучателя $x_I = \dots$ см, частота \dots Гц								

6) На рельс установить отражатель (M03), как показано на рисунке А.1, и исследовать звуковое поле вблизи отражателя. Определить положения микрофона, соответствующие минимумам сигнала, эти положения следуют с шагом в половину длины волны.

7) Вычислить скорость звука и заполнить таблицу 6.3

Таблица 6.3

№ опыта	Частота, Гц	Коорд. излуч., см	Коорд. микр., см	Координаты отражателя, см					$\langle \lambda \rangle$, см	с, м/с
				x_0	$x_{1/2}$	x_1	$x_{3/2}$	x_2		
1										
2										
3										

Контрольные вопросы

- 1) Запишите волновое уравнение в различных координатах.
- 2) Покажите, что плоская волна является решением волнового уравнения.
- 3) Запишите выражение плотности энергии звуковой волны.
- 4) Что называется потоком энергии и плотностью потока энергии?
- 5) Получите решение волнового уравнения для случая сферически симметричного возмущения.
- 6) Получите решение волнового уравнения для цилиндрических волн.
- 7) Как учитывается уменьшение амплитуды при распространении волны в диссипативных средах.
- 8) Поясните порядок выполнения работы и проанализируйте полученные результаты.

7 Лабораторная работа № 7

Интерференция звука

Цель работы:

- изучить теорию интерференции волн;
- экспериментально исследовать интерференцию звуковых волн и определить скорость звука.

7.1 Теоретическая часть

Интерференция волн – взаимное усиление или ослабление двух (или большего количества) когерентных волн при их наложении друг на друга при одновременном распространении в пространстве. *Когерентными* волнами называют волны, имеющие постоянную во времени разность фаз. Обычно под интерференционным эффектом понимается отличие результирующей интенсивности волнового поля от суммы интенсивностей исходных волн. Интерференция волн – одно из основных свойств волн любой природы, и такие характерные волновые явления, как излучение, распространение и дифракция, тоже связаны с интерференцией. Расчет интерференции в линейных средах (средах, в которых волновые процессы описываются линейными волновыми уравнениями) основан на *принципе суперпозиции*, согласно которому результирующее волновое поле, создаваемое несколькими источниками, равно сумме полей от отдельных источников. Другими словами, независимые волны, которые в процессе своего распространения проходят через одну и ту же точку среды, складываются, но друг друга не искажают. При возбуждении в среде сильных полей уравнения, описывающие процесс распространения возмущений, нельзя свести к линейным волновым уравнениям. В нелинейных задачах нарушается принцип суперпозиции: возникает взаимодействие волн разных частот.

Рассмотрим сначала случай, когда в точке наблюдения, положение которой задается радиусом-вектором \vec{r} , налагаются две плоские поперечные монохроматические волны частотой ω одинаковой поляризации, характеризующиеся волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 :

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A_1 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r} + \alpha_1) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \\ \xi_2 &= A_2 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r} + \alpha_2) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).\end{aligned}\tag{7.1}$$

Здесь введены обозначения $\varphi_1 = -\vec{k}_1 \vec{r} + \alpha_1$ и $\varphi_2 = -\vec{k}_2 \vec{r} + \alpha_2$. Начальные фазы α_1 и α_2 определяются фазами колебаний источников. При сложении двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты получается гармоническое колебание той же частоты

$$\xi = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Его амплитуду A проще всего найти с помощью векторной диаграммы (рисунок 7.1)

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(-\Delta\vec{k}\vec{r} + \alpha_2 - \alpha_1) \end{aligned} \quad (7.2)$$

где $\Delta\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$.

Вводя интенсивности волн, пропорциональные квадратам их амплитуд, для интенсивности результирующего колебания получаем

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(-\Delta\vec{k}\vec{r} + \alpha_2 - \alpha_1). \quad (7.3)$$

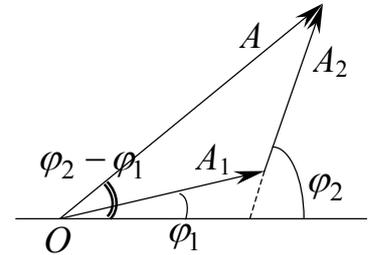


Рисунок 7.1

Интенсивность зависит от положения точки наблюдения, характеризуемого радиусом-вектором \vec{r} . Поверхности равных интенсивностей определяются уравнением $\Delta\vec{k}\vec{r} = const$, и представляют собой плоскости, перпендикулярные вектору $\Delta\vec{k}$, которые изображены на рисунке 7.2 пунктирными линиями. Если косинус в выражении (7.3) равен 1, интенсивность максимальна, если -1 , то минимальна. Расстояние Δx между соседними плоскостями максимальной (или минимальной) интенсивности определяется условием $\Delta k \Delta x = 2\pi$. Модули волновых векторов одинаковы и равны $k = 2\pi/\lambda$, поэтому $\Delta k = 2k \sin(\delta/2)$, где δ – угол между направлениями интерферирующих волн. Таким образом,

$$\Delta x = 2\pi/\Delta k = \lambda/2 \sin(\delta/2).$$

Предельный случай $\delta = \pi$ и $A_1 = A_2$ соответствует стоячей волне.

Другой характерный пример – интерференция двух поперечных сферических волн, исходящих от источников O_1 и O_2 (рисунок 7.3). Колебание ξ_1 , вызванное первой волной в точке M , будет равно

$$\xi_1 = A_1 \cos(\omega t - kr_1 + \alpha_1),$$

и, аналогично, колебание ξ_2 , вызванное в этой же точке второй волной, составит

$$\xi_2 = A_2 \cos(\omega t - kr_2 + \alpha_2),$$

где через A_1 и A_2 обозначены амплитуды волн в точке M .

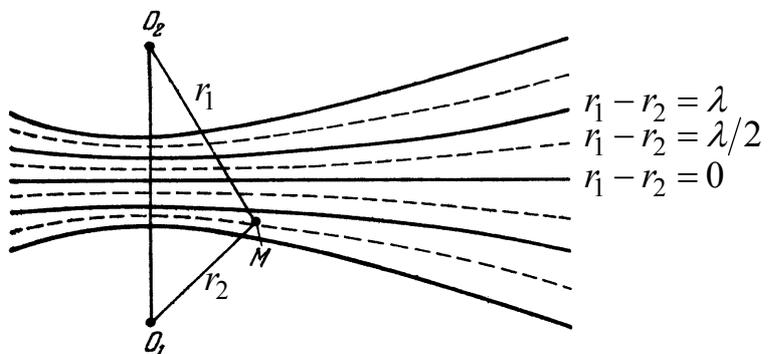


Рисунок 7.3

Амплитуда результирующего колебания, аналогично предыдущему примеру, находится по формуле

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(-k\Delta r + \alpha_2 - \alpha_1), \quad (7.4)$$

где $\Delta r = r_2 - r_1$ — разность хода волн от источников до точки наблюдения. Амплитуда результирующего колебания будет максимальна, если

$$-k\Delta r + \alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

и минимальна, если

$$-k\Delta r + \alpha_2 - \alpha_1 = \pi(2n + 1).$$

Пусть начальные фазы обоих источников волн совпадают $\alpha_1 = \alpha_2$. Тогда максимальной амплитуда результирующего колебания будет, если на разности хода Δr укладывается четное число длин полуволн, и минимальной, если нечетное. И наоборот, если источники совершают колебания в противофазе.

Геометрическое место точек, разность расстояний от которых до O_1 и O_2 равна постоянной величине, есть, как это доказывается методами аналитической геометрии, гиперболоид вращения вокруг оси O_1O_2 , а в плоскости, параллельной этой оси, интерференционные полосы имеют вид гипербол (рисунок 7.4). Вдоль гипербол, показанных на рисунке 7.3 сплошными линиями,

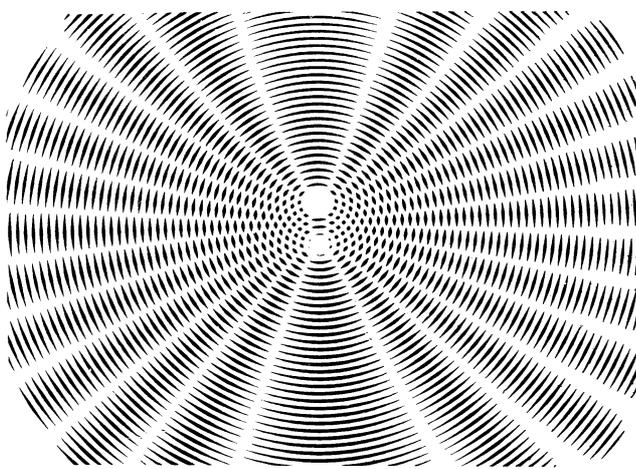


Рисунок 7.4

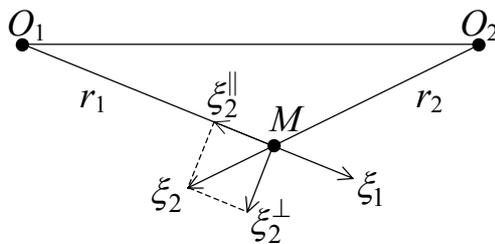


Рисунок 7.5

колебания происходят с максимальной амплитудой, вдоль гипербол, показанных пунктиром, амплитуда колебаний минимальна, если источники колеблются синфазно.

И, наконец, рассмотрим интерференцию двух сферических продольных волн. В этом случае колебания ξ_1 и ξ_2 , вызванные первой и второй волной в точке M , будут иметь различные направления, как показано на рисунке 7.5. Разложим колебание ξ_2 на два взаимно перпендикулярных колебания и будем рассматривать сложение в точке M трех колебаний. Колебание ξ_2^{\parallel} происходит в том же направлении, что и ξ_1 , а колебание ξ_2^{\perp} перпендикулярно ξ_1 . При сложении

одинаково направленных колебаний ξ_2^{\parallel} и ξ_1 получается колебание того же направления ξ , для амплитуды которого справедливо все сказанное в предыдущем примере интерференции двух сфе-

56

рических поперечных волн. Наложение на полученное колебание перпендикулярного колебания ξ_2^\perp не приведет к изменению интерференционной картины, так как при сложении взаимно перпендикулярных колебаний интенсивности складываются.

Интерференционная картина неподвижна, если разность фаз и, строго говоря, также амплитуды волн A_1 и A_2 неизменны во времени. В случае независимых источников небольшая расстройка между их частотами $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ эквивалентна монотонному уходу разности фаз $\Delta\varphi = \Delta\omega t$. При этом координаты максимумов и минимумов будут перемещаться в пространстве, а в заданной точке амплитуда будет испытывать биения с разностной частотой $\Delta\omega$ от $|A_1 - A_2|$ до $A_1 + A_2$. Такие же биения, но нерегулярные во времени, возникают из-за фазовых нестабильностей источников, если случайные уходы разности фаз порядка или больше π . Возможность наблюдения интерференционных максимумов и минимумов при этом зависит от степени инерционности регистрирующей аппаратуры. Любой прибор, строго говоря, проводит усреднение по некоторому времени τ_0 . Если τ_0 мало по сравнению с характерным периодом биений τ результирующего поля, то максимумы и минимумы будут зарегистрированы и в случае независимых источников. По мере роста отношения τ_0/τ , вследствие случайных изменений $\cos(\Delta\varphi(t))$, происходит постепенное сглаживание интерференционных максимумов и минимумов. При $\tau_0 \gg \tau$ интерференция волн не наблюдается – измеряемая интенсивность результирующего поля равна сумме интенсивностей составляющих волн.

Гашение колебаний в одних местах и усиление в других при интерференции волн не связаны, вообще говоря, с какими-либо превращениями энергии колебаний. Все сводится лишь к перераспределению потока энергии в пространстве, так что минимумы энергии колебаний в одних местах компенсируются максимумами в других в полном соответствии с законом сохранения энергии.

Однако, если расстояние между источниками монохроматических волн значительно меньше длины волны, и источники совершают колебания в одинаковой фазе, то в любую точку волны от этих источников приходят почти в фазе, так как разность хода волн много меньше длины волны. Волны всюду усиливают друг друга, и нигде не происходит гашения волн. Полный поток энергии оказывается почти вдвое больше суммы потоков, создаваемых каждым источником в отдельности. Но и в этом случае никакого противоречия с законом сохранения энергии нет. Оказывается, что каждый источник при той же амплитуде колебаний излучает вдвое больше энергии, когда рядом с ним находится такой же источник, колеблющийся в фазе с ним. Так происходит потому, что источники взаимодействуют через создаваемые ими волны. Работа, которая совершается при приведении источников волн в действие, будет в этом случае вдвое больше. Сопротивление движению каждого источника будет обусловлено не только той волной, которую он излучает, но и вол-

ной, излучаемой вторым источником. В результате при прежней амплитуде колебаний каждый источник развивает вдвое большую мощность.

Наблюдать описанные явления особенно удобно не для упругих механических волн, а для электромагнитных, излучаемых, расположенными рядом антеннами. Если расположенные рядом когерентные источники совершают колебания в противофазе, то излучаемые такими источниками волны, интерферируя, всюду почти полностью гасят друг друга, так что амплитуда результирующей волны везде близка к нулю. Взаимодействие источников через излучаемые ими волны в этом случае приводит к тому, что энергия вообще почти не излучается. Фактически образуется почти замкнутая система, в которой энергия только переходит от одной антенны к другой и обратно. Несмотря на значительную амплитуду колебаний в антеннах, развиваемая передатчиками мощность практически равна нулю: передатчики только восполняют потери на активных сопротивлениях антенн.

Явление интерференции находит разнообразное применение. Для ее наблюдения разработаны различные схемы интерферометров. В соответствии с природой волн существуют интерферометры акустические для звуковых волн и интерферометры для электромагнитных волн, к которым относятся радиоинтерферометр и оптически интерферометры. Тот факт, что расположение интерференционных полос зависит от длины волны и от разности хода волн, позволяет по виду интерференционной картины (или ее смещению) проводить точные измерения расстояний при известной длине волны или, наоборот, определять длины волн. По интерференционной картине можно выявлять и измерять неоднородности среды, в которой распространяются волны в одном из плеч интерферометра. Явление интерференции волн, рассеянных от некоторого объекта (или прошедших через него) с опорной волной лежит в основе голографии. Интерференция волн от отдельных элементарных излучателей используется при создании сложных излучающих систем для электромагнитных и акустических волн.

7.2 Экспериментальная часть

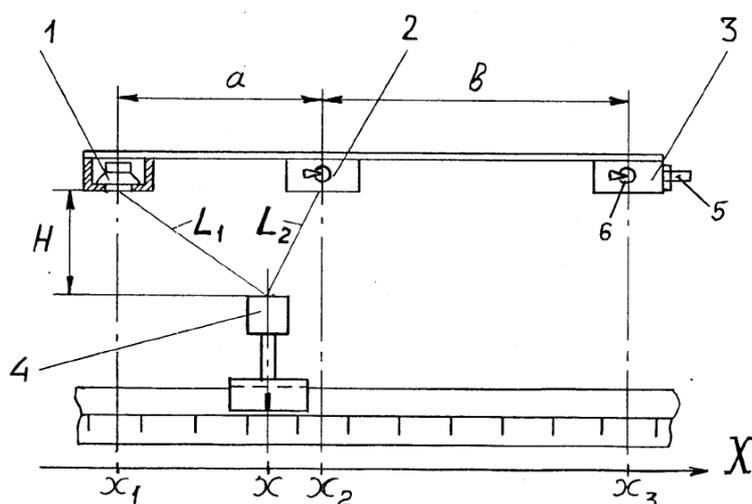


Рисунок 7.6

Выполнение работы осуществляется с помощью модуля М10 «Интерференция звука» (рисунок 7.6), который содержит три одинаковых динамика, 1, 2, и 3, установленных под полкой каркаса лабораторного комплекса ЛКВ-1. Расстояния между динамиками равны: $a = 100$ мм и $b = 150$ мм. Подключение динамиков к генератору осуществляется

через гнезда (5) и кабель К06. Каждый динамик снабжен тумблером (6). При среднем положении ручки тумблера динамик отключен, при любом из двух крайних положений – подключен к гнездам, причем полярности подключения для этих положений различны. Это позволяет включать динамики синфазно или противофазно.

Подключая к генератору различные пары динамиков, получают два источника звука с расстоянием между ними 100, 150 или 250 мм. Волновое поле этих источников регистрируется микрофоном 4 (модуль М02), перемещаемым на расстоянии $H = 125$ мм ниже источников по рельсу со шкалой. При анализе интерференции разность хода $L_1 - L_2$ удобно вычислять по измеренной координате x микрофона и известным координатам источников: $x_1 = 200$ мм, $x_2 = 300$ мм, $x_3 = 450$ мм.

Порядок выполнения работы

1) Два динамика подключить через разветвитель к выходу генератора низкой частоты.

2) Микрофон подключить к гнезду "Вольтметр" милливольтметра генератора низкой частоты (приложение А) кабелем с разъемом СШ-5. При этом одновременно сигнал с микрофона подается на вход милливольтметра. Второй кабель микрофона подключить к осциллографу или иному измерительному прибору.

3) Перемещая микрофон, определить положения, соответствующие минимумам и максимумам сигнала.

4) Найти значения разности хода. Поскольку эти значения следуют с шагом в половину длины волны звука, определить длину волны.

5) Вычислить скорость звука. Данные измерений и вычислений занести в таблицу 7.1

Таблица 7.1

Сигнал	макс	мин	макс	мин	макс	мин
Координаты микрофона, см						
Разность хода, см						
$x_1 = 20$ см, $x_2 = 30$ см, $H = 12.5$ см, частота Гц						
Длина волны $\langle \lambda \rangle =$ см, скорость звука $c =$ м/с						

6) Прodelать указанные в пунктах 3-5 измерения и вычисления для других двух пар источников и заполнить таблицы 7.2 и 7.3.

Таблица 7.2

Сигнал	макс	мин	макс	мин	макс	мин
Координаты микрофона, см						
Разность хода, см						
$x_1 = 30$ см, $x_2 = 45$ см, $H = 12.5$ см, частота Гц						
Длина волны $\langle \lambda \rangle =$ см, скорость звука $c =$ м/с						

Таблица 7.3

Сигнал	макс	мин	макс	мин	макс	мин
Координаты микрофона, см						
Разность хода, см						
$x_1 = 20$ см, $x_2 = 45$ см, $H = 12.5$ см, частота Гц						
Длина волны $\langle \lambda \rangle =$ см, скорость звука $c =$ м/с						

Контрольные вопросы

- 1) В чем заключается явление интерференции?
- 2) Какие волны называют когерентными?
- 3) Сформулируйте принцип суперпозиции. Когда он справедлив?
- 4) Рассмотрите интерференцию двух плоских волн. Как выглядит интерференционная картина в этом случае?
- 5) Расскажите об интерференции двух сферических поперечных волн.
- 6) Рассмотрите интерференцию продольных сферических волн?
- 7) Что происходит с интерференционной картиной в случае независимых источников волн?
- 8) Расскажите о применении явления интерференции.
- 9) Поясните порядок выполнения работы и прокомментируйте полученные результаты.

8 Лабораторная работа № 8

Ультразвуковые волны в жидкости

Цель работы:

- познакомиться со свойствами ультразвука, излучателями и приемниками ультразвука и применением ультразвука в науке и технике;
- экспериментально определить скорость звука в воде и длину ультразвуковой волны.

8.1 Теоретическая часть

Свойства ультразвука. Под ультразвуковыми колебаниями в акустике понимают такие колебания, частота которых превосходит 20000 Гц. Ультразвуковые волны занимают диапазон, простирающийся в воздухе (скорость распространения звука в воздухе $c = 330$ м/с) от $1.6 \cdot 10^{-4}$ до $0.3 \cdot 10^{-4}$ см, в жидкостях ($c = 1200$ м/с) от $6 \cdot 10^{-4}$ до $1.2 \cdot 10^{-4}$ см и в твердых телах ($c = 4000$ м/с) от $20 \cdot 10^{-4}$ до $4 \cdot 10^{-4}$ см.

Законы акустики слышимого диапазона действуют без изменений и в области ультразвука; однако здесь наблюдаются некоторые особые явления. В первую очередь это возможность визуального наблюдения ультразвуковых волн оптическими методами. Далее, благодаря малой длине волны ультразвуковые волны допускают отличную фокусировку и, следовательно, получение направленного излучения; поэтому можно говорить об ультразвуковых лучах и строить на их основе своего рода звукооптические системы.

Особенностью ультразвука является возможность получения большой интенсивности даже при сравнительно небольших амплитудах колебаний, так как при данной амплитуде плотность потока энергии пропорциональна квадрату частоты. Ультразвуковые волны большой интенсивности сопровождаются рядом нелинейных эффектов. Так, распространению ультразвуковых волн в газах и жидкостях сопутствует движение среды, так называемое, *акустическое течение*, скорость которого зависит от вязкости среды, интенсивности ультразвука и его частоты. Вообще говоря, она мала и составляет долю процента от скорости ультразвука. К числу нелинейных явлений относятся и *кавитация*. Если амплитуда звукового давления превосходит некоторое критическое значение, соответствующее порогу кавитации, то в фазе разрежения звуковой волны создается такое низкое давление, что однородность жидкости нарушается, и образуются пузырьки. Интенсивность, соответствующая порогу кавитации, зависит от рода жидкости, степени ее чистоты, частоты звука, температуры и других факторов. В ультразвуковом поле с интенсивностью несколько Вт/см² при средних ультразвуковых частотах могут возникнуть фонтанирование жидкости и распыление ее с образованием мелкодисперсного тумана.

Излучение ультразвука. Для излучения ультразвука служат разнообразные устройства, которые могут быть разделены на две группы – механи-

ческие и электромеханические. К механическим излучателям относятся воздушные и жидкостные свистки и сирены. Они имеют простое устройство и не требуют электрической энергии высокой частоты. Их недостатки – широкий спектр излучаемых частот и нестабильность частоты и амплитуды, что не позволяет их использовать для контрольно-измерительных целей.

Основными излучателями ультразвука являются электромеханические, преобразующие электрические колебания в механические. В диапазоне ультразвука низких частот (до 200 кГц) широкое применение нашли магнитострикционные преобразователи, основанные на эффекте *магнитострикции*. Данный эффект заключается в изменении формы и размеров тела при его намагничивании и наиболее ярко проявляется для ферромагнитных металлов и сплавов. Причем изменение длины стержня из ферромагнитного материала не зависит от направления магнитного поля, но в зависимости от материала стержня, способа его обработки, величины предварительного намагничивания и температуры стержень может как удлиниться, так и укоротиться. И, наоборот, у предварительно намагниченного ферромагнетика под действием механических деформаций меняется степень намагниченности.

Магнитострикционный преобразователь представляет собой сердечник из магнитострикционных материалов с обмоткой. Протекающий по обмотке ток от внешнего источника создает в сердечнике переменное магнитное поле, которое вызывает его механические колебания. В силу независимости деформации от направления поля, в отсутствие подмагничивания частота колебаний стержня будет вдвое больше частоты изменения магнитного поля. В большинстве случаев магнитострикционные преобразователи работают при наличии постоянной составляющей магнитного поля, при этом колебания сердечника в режиме излучения происходят с частотой возбуждающего поля. Постоянное подмагничивание создается либо протекающим по обмотке постоянным током, либо постоянными магнитами. Резонансные частоты сердечников в виде стержней постоянного сечения или тонких трубок вычисляются по формуле

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность материала стержня, n – номер гармоники и l – длина стержня.

Амплитуда колебаний магнитострикционных излучателей при возбуждении на основной частоте ($n = 1$) имеет величину порядка $10^{-4} l$, где l – длина стержня. Наивысшая частота, на которой еще удастся возбудить сравнительно интенсивные колебания, составляет примерно 60 кГц. При этом, например, длина возбуждаемого на основной частоте никелевого стержня оказывается равной всего 4 см.

Магнитострикционные преобразователи, используемые в гидроакустике или ультразвуковой технике, имеют чаще всего сердечники стержневого или кольцевого типа (рисунок 8.1). Стрелочками обозначено направление тока в обмотках. Стержневые сердечники совершают продольные колебания

вдоль оси составляющих их стержней. Стержни объединяются накладками, которые обеспечивают замыкание магнитного потока и непосредственно излучают звуковые волны. При одностороннем излучении со стороны неработающей поверхности создают экран – воздушную подушку, например из пористой резины. Кольцевые магнитострикционные преобразователи в зависимости от расположения экрана излучают звук внутренней или наружной поверхностями.

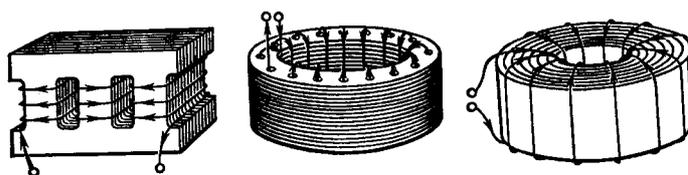


Рисунок 8.1

Для излучения ультразвука средних и высоких частот (от 200 кГц до 50000 кГц) служат главным образом пьезоэлектрические преобразователи, использующие явление *пьезоэлектричества*. Пьезоэлектрический эффект заключается в возникновении электрической поляризации некоторых кристаллов при определенных упругих деформациях, или, наоборот, в появлении механических деформаций кристаллов под действием электрического поля. Основная часть пьезоэлектрических преобразователей состоит из отдельных или связанных друг с другом деталей простой формы (стержень, пластинка и т.п.), изготовленных из пьезоэлектрических материалов, с нанесенными на их поверхности электродами. Под действием переменного электрического поля в этих деталях возникают упругие колебания, амплитуда которых достигает максимума, когда частота электрического поля окажется равной частоте их собственных механических колебаний.

Прием и обнаружение ультразвука. Вследствие обратимости явлений магнитострикции и пьезоэлектричества магнитострикционные и пьезоэлектрические преобразователи могут использоваться и для приема ультразвука. Кроме того, существует ряд методов, которые позволяют как наблюдать ультразвуковые волны визуально, так и с большой точностью измерять их длину и интенсивность. Это главным образом оптические методы, такие как теневой и методы, основанные на дифракции света на ультразвуке.

Теневой метод позволяет непосредственно наблюдать изображение ультразвуковой волны; при этом видимыми будут те области среды, коэффициент преломления которых изменяется при прохождении волны. Это значит, что в стоячей звуковой волне темными остаются только места, соответствующие узлам звукового давления. Схема оптической установки изображена на рисунке 8.2. При помощи объектива O в точке B получается изображение диафрагмы или щели S , освещаемой сильным источником света L через конденсорную линзу K . Это изображение закрывается экраном такого размера, чтобы прямые лучи света не могли попасть в глаз наблюдателя, расположенный в точке A . Если перед объективом создать стоячую звуковую волну, используя для этого кварц Q и отражатель R , то лучи света, проходя через области среды с

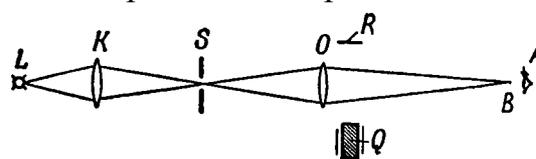


Рисунок 8.2

измененным показателем преломления, отклоняются и попадают в глаз A , минуя экран B . Таким образом глаз увидит картину стоячей звуковой волны, в которой темным местам соответствуют узлы, а светлым – пучности звукового давления. Чтобы наблюдать ультразвуковую бегущую волну нужно применять стробоскопическое освещение.

Дифракция света на ультразвуке – совокупность явлений, связанных с отклонением от законов прямолинейного распространения света в среде в присутствии ультразвуковой волны. На рисунке 8.3 изображена оптическая схема установки для наблюдения дифракции света на ультразвуковых волнах.

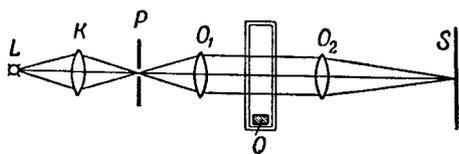


Рисунок 8.3

Щель P освещается через конденсор K сильным источником света L . Выходящий из линзы O_1 параллельный пучок света проходит через кювету перпендикулярно к направлению распространения ультразвуковой волны, возбуждаемой в кювете излучателем Q . Вторая линза O_2 дает изображение щели на экране S .

Если щель освещать белым светом, то на экране рядом с центральным изображением щели появятся интенсивные дифракционные спектры вплоть до высоких порядков.

Бегущая ультразвуковая волна в жидкости представляет собой следующие друг за другом на определенном расстоянии сжатия и разрежения среды. Расстояние между двумя сжатиями определяет длину звуковой волны в жидкости. Таким образом, мы имеем дело со средой, плотность которой, а, следовательно, и коэффициент преломления меняются периодически в направлении распространения звуковой волны. Прохождение света через области сжатия и разрежения звуковой волны оказывает влияние на изменение скорости и фазы световой волны, а не ее амплитуды. Поэтому, при прохождении плоской световой волны сквозь плоскую звуковую волну перпендикулярно к направлению ее распространения последняя действует на свет как фазовая решетка. При выходе световых лучей из области звукового поля амплитуда световой волны всюду постоянна, в то время как фаза ее является периодической пространственной функцией с периодом, равным длине звуковой волны. Такая волна эквивалентна значительному числу плоских волн, распространяющихся под малыми углами α_k к проходящему световому пучку (рисунок 8.4). Направления α_k на дифракционные максимумы определяются

соотношением

$$\lambda \sin \alpha_k = k\Lambda,$$

где λ – длина звуковой волны, Λ – длина световой волны, k – порядок максимума. Это так называемая дифракция Рамана-Ната, имеющая место для низкочастотного ультразвука. Поскольку дифракция происходит на движущейся решетке, то в результате

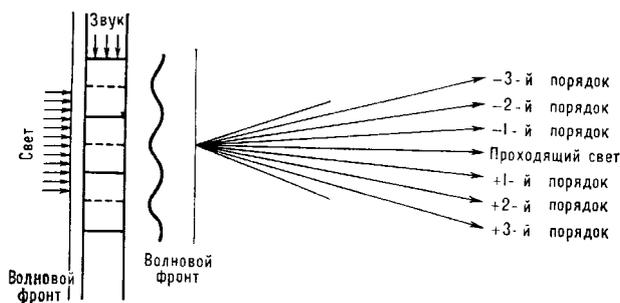


Рисунок 8.4

эффекта Доплера частота дифрагированного света оказывается сдвинутой по отношению к частоте Ω падающего света. Для k -го порядка дифракции

$$\Omega_k = \Omega \pm k\omega,$$

где Ω_k – частота дифрагированного света, ω – частота звука. Частота света, отклоненного в сторону распространения ультразвуковой волны, увеличивается, а отклоненного в противоположную сторону – уменьшается.

Для очень коротких ультразвуковых волн порядка 10^{-2} см и меньше, что соответствует в жидкости частотам порядка 10^4 кГц, наблюдается дифракция Брегга или *брегговское отражение* (рисунок 8.5). Эффективная дифракция имеет место, если волны, отраженные от соседних максимумов показателя преломления, имеют оптическую разность хода, равную длине световой волны Λ . Это происходит, если свет падает под определенным углом Брегга θ_B . В изотропной среде угол Брегга определяется известной формулой

$$2\lambda \sin \theta_B = \Lambda.$$

Угол рассеяния θ' , под которым выходит дифрагированный свет, равен θ_B . Для данной длины световой волны существует предельная звуковая частота, выше которой брегговская дифракция невозможна. Эта частота отвечает рассеянию света точно в обратном направлении.

Применение ультразвука. Ультразвук играет большую роль в изучении структуры вещества. Измеряя скорость распространения c и коэффициент затухания α , можно определять модули упругости и диссипативные характеристики твердых тел.

Ультразвук широко применяется в технике. Используя отражение ультразвука на границе различных сред, с помощью ультразвуковых приборов измеряют размеры изделий, определяют уровни жидкости в емкостях, недоступных для прямого измерения. Ультразвук сравнительно малой интенсивности применяется в дефектоскопии для проверки деталей на внутреннюю однородность, на наличие пустот и трещин, дефектов литья. Одним из первых технических применений ультразвука было использование его для целей акустической связи на расстоянии. Крупное преимущество ультразвуковых волн состоит в том, что их легко посылать в виде узких пучков, осуществляя тем самым направленную связь. На принципе отражения ультразвуковых волн от препятствий, возникающих на пути их распространения, строится работа эхолота, гидролокатора и др.

Ультразвук большой интенсивности применяется в технике, оказывая воздействие на протекание технологических процессов посредством нели-

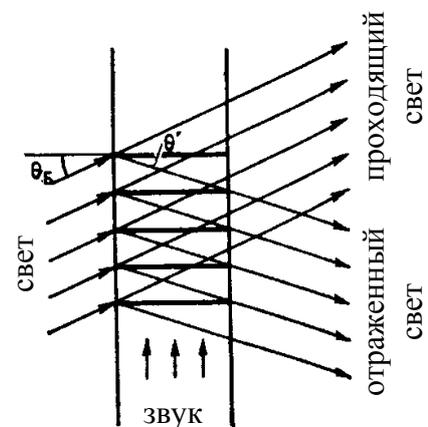


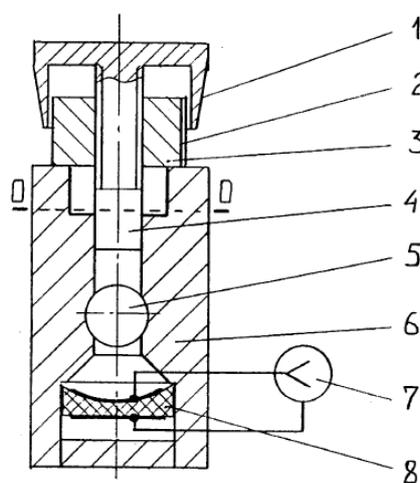
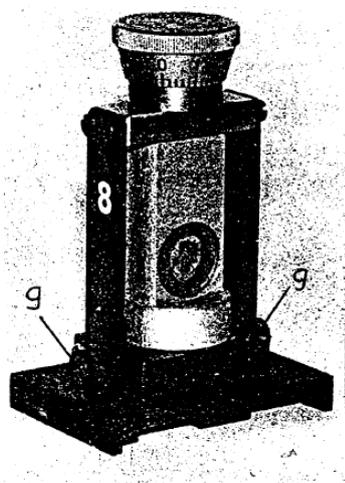
Рисунок 8.5

нейных эффектов – кавитации, акустических потоков и т.д. Так, воздействие ультразвуковых колебаний непосредственно на расплавы позволяет получить более мелкокристаллическую и однородную структуру металла. Ультразвуковая кавитация используется для очистки от загрязнения производственных деталей. С помощью ультразвука удастся осуществить пайку алюминиевых изделий, приварку тонких проводников к напыленным металлическим пленкам и непосредственно к полупроводникам, сварку пластмассовых деталей, соединение полимерных пленок и синтетических тканей.

Ультразвук применяется в биологии и медицине. При действии ультразвука на биологические объекты происходит поглощение и преобразование акустической энергии в тепловую. Локальный нагрев тканей на доли и единицы градусов, как правило, способствует жизнедеятельности биологических объектов, повышая интенсивность процессов обмена веществ. В медицине ультразвук используется диагностики, терапевтического и хирургического лечения.

8.2 Экспериментальная часть

Лабораторная работа выполняется на установках ЛКВ-1 (приложение А) и ЛКО-1. Модуль М08 "Ультразвук" (рисунок 8.6) установки ЛКВ-1 предназначен для изучения ультразвуковых волн в жидкости, определения скорости этих волн и наблюдения дифракции света на ультразвуке. Корпус модуля



1 содержит нижнюю часть 6 и верхнюю часть 2. Нижняя часть установлена на рейтере. В нее вмонтирован пьезокерамический излучатель ультразвука 8 с вогнутой верхней поверхностью. Излучатель с помощью кабеля и разъема 7 (штекеры Ш4) подключается к ультразвуковому генератору (приложение А). Волны распространяются в вертикальном канале корпуса. В корпусе имеется

Рисунок 8.6

окно 5 для наблюдения за поведением жидкости под действием ультразвука и для изучения дифракции света на ультразвуке. Универсальный рейтер позволяет установить модуль на рельсы оптического комплекса ЛКО-1.

Верхняя часть корпуса закреплена винтами 9 и легко снимается, если ослабить эти винты. В нее ввернут шток с барабаном 1, по которому с помощью шкалы 2 отсчитывается координата штока. Один оборот барабана смещает шток на 1 мм. Если жидкость полностью заполняет область между излучателем и штоком, то при определенных положениях штока в столбе жид-

кости возникают резонансы (стоячие волны), при этом возрастает нагрузка на излучатель, что приводит к уменьшению выходного напряжения ультразвукового генератора. Вращая барабан, перемещают шток и отмечают положения, соответствующие минимумам показаний вольтметра генератора. Расстояние между соседними такими положениями равно половине длины волны ультразвука.

Порядок выполнения работы

1) К выходным гнездам ультразвукового генератора подключите осциллограф и определите частоту генератора.

2) Ослабив крепежные винты 9 (рисунок 8.6), снимите верхнюю часть корпуса акустооптического модуля. Налейте в канал нижней части корпуса воду так, чтобы ее уровень оказался чуть ниже середины окна. Включите ультразвуковой генератор и наблюдайте образование фонтана в области фокусировки ультразвуковой волны, а затем – распыление жидкости в аэрозоль. Как только прекратится образование аэрозоля, немедленно выключите генератор, иначе излучатель может выйти из строя.

3) Налейте в канал воду до уровня начала расширенной части канала (уровень 0–0 на рисунке 8.6) и установите на место верхнюю часть корпуса. Медленно вращая барабан, регистрируйте положения штока, соответствующие минимумам показаний вольтметра генератора. Эти положения следуют с шагом в половину длины волны ультразвука.

4) Определите скорость звука в воде. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 8.1

Таблица 8.1

Координаты резонансов, мм								длина волны $\langle \lambda \rangle$, мм	скорость звука c , м/с	табличное значение c , м/с
									1497	

5) Соберите на комплексе ЛКО схему наблюдения дифракции Фраунгофера. В качестве дифракционного объекта установите акусто-оптический модуль. Включите ультразвуковой генератор и получите на экране комплекса ЛКО дифракционную картину.

6) Определите длину ультразвуковой волны по формуле:

$$\lambda = \frac{\Lambda K (X_2 - X_1)}{H},$$

где $\Lambda = 0,6328$ мкм – длина волны света;

X_1 – координата модуля на оптической скамье;

X_2 – координата экрана на оптической скамье;

H – расстояние между максимумами на экране;

K – коэффициент увеличения проекционного микроскопа.

7) Придвиньте модуль "Ультразвук" к проекционному микроскопу и осветите его расширенным пучком лазерного излучения для наблюдения стоячей ультразвуковой волны в теневой проекции. На экране должны быть видны максимумы и минимумы интенсивности, соответствующие узлам и пучностям ультразвуковой волны. Они следуют с шагом в половину длины волны. Пронаблюдайте изменение картины стоячих волн при перемещении штока.

8) Определите длину волны ультразвука по формуле

$$\lambda = \frac{2H}{K},$$

где H – расстояние между максимумами на экране;

K – коэффициент увеличения проекционного микроскопа.

Контрольные вопросы

- 1) Расскажите о свойствах ультразвука.
- 2) Какие излучатели ультразвука Вы знаете?
- 3) Расскажите о принципе работы магнитострикционного излучателя.
- 4) Расскажите о принципе работы пьезоэлектрического излучателя.
- 5) В чем заключается теневой метод наблюдения ультразвуковой волны?
- 6) Расскажите о дифракции света на ультразвуке.
- 7) Поясните методы определения длины ультразвуковой волны, используемые в данной работе, и прокомментируйте полученные результаты.

Список использованных источников

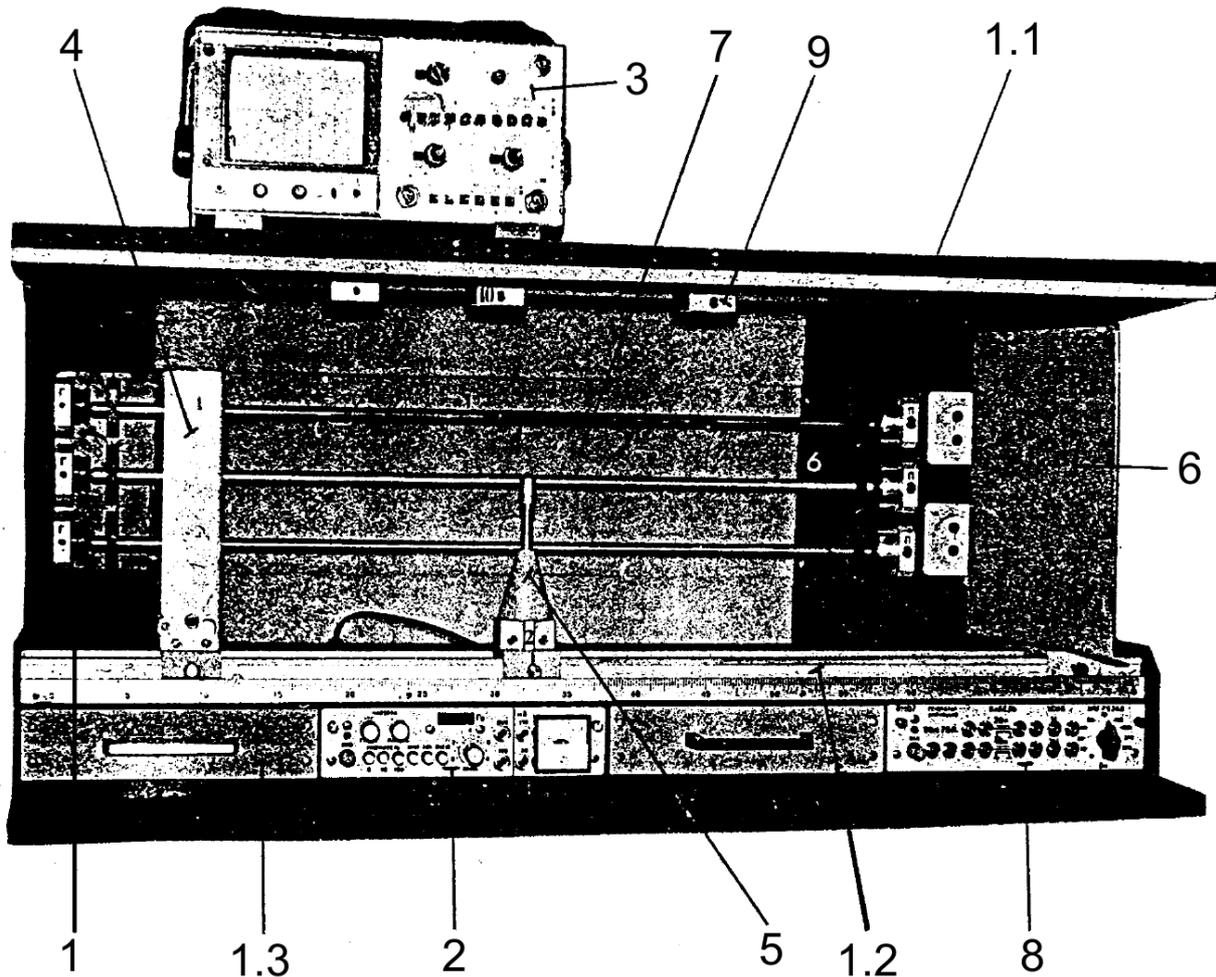
- 1 Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. – М.:Наука, 1988 – 496 с.
- 2 Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний – М.:Наука,1964 – 438 с.
- 3 Крауфорд Ф. Волны – М.:Наука, 1970 – 530 с.
- 4 Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.:Радио и связь,1988 – 440 с.
- 5 Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики – М.:Наука, 1977 – 736 с.
- 6 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.:Наука,1988 – 324 с.
- 7 Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн.- М.:Наука,1979 – 384 с.
- 8 Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях –М.:Наука,1979 – 596 с.
- 9 Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику – М.:Наука,1984 – 402 с.
- 10 Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике – М.:Издательство иностранной литературы,1957 – 726 с.
- 11 Бутиков Е.И. Оптика –М.:Высшая школа,1986 – 512 с.
- 12 Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.:Мир,1977 – 622 с.
- 13 Физическая энциклопедия. /гл.редактор Прохоров А.М. Т.1– М.:Советская энциклопедия, 1988 – 704 с.
- 14 Физическая энциклопедия. /гл.редактор Прохоров А.М. Т.2 – М.:Советская энциклопедия, 1990 – 703 с.
- 15 Физическая энциклопедия. /гл.редактор Прохоров А.М. Т.3 – М.: Большая Российская энциклопедия, 1992 – 672 с.
- 16 Физическая энциклопедия. /гл.редактор Прохоров А.М. Т.4 – М.: Большая Российская энциклопедия, 1994 – 704 с.
- 17 Физическая энциклопедия. /гл.редактор Прохоров А.М. Т.5 – М.:Большая Российская энциклопедия, 1998 – 760 с.

Приложение А (обязательное)

Лабораторный комплекс ЛКВ-1

А.1 Назначение и устройство лабораторного комплекса ЛКВ-1

Комплекс ЛКВ-1 предназначен для постановки лабораторных работ по курсу «Физика волновых процессов». Комплекс обеспечивает реализацию экспериментов по следующим темам: волны на поверхности жидкости; колебания струны; звуковые волны в открытом пространстве; стоячие звуковые волны в трубе; стоячие волны в стержнях, определение модуля Юнга; ультразвуковые волны в жидкости; распространение электромагнитного импуль-



1 – каркас; 1.1 – полка каркаса; 1.2 – рельсы; 1.3 – ящики для принадлежностей; 2- генератор низкой частоты; 3 – осциллограф; 4 – модуль излучатель; 5 – модуль микрофон; 6 – модуль отражатель; 7 – модуль стержни; 8 – модуль волны в кабеле; 9 – модуль интерференция звука.

Рисунок А.1

са в кабеле; генератор колебаний с кабелем резонатором; интерференция звуковых волн.

В лабораторный комплекс ЛКВ-1 входят следующие приборы: генератор низкой частоты, осциллограф, ультразвуковой генератор; и модули: М01 «излучатель», М02 «микрофон», М03 «отражатель», М04 «колебания струны», М05 «поверхностные волны», М06 «стержни», М07 «волны в кабеле», М08 «ультразвук», М09 «стоячие волны», М10 «интерференция звука». Для подключения приборов имеется комплект кабелей.

Общий вид комплекса с входящими в его состав приборами, модулями и приспособлениями приведен на рисунке А.1. Используемые элементы комплекса располагаются на каркасе (1). На полке (1.1) каркаса размещается осциллограф (2) и неиспользуемые модули. Изнутри каркас обклеен звукопоглощающим материалом (поролон). На задней стенке каркаса размещен модуль М06 "Стержни" (7) и розетки электропитания. В нижней части каркаса установлены рельсы (1.2) со шкалой для изучения звуковых волн в открытом пространстве, колебаний струны и интерференции звука. В других опытах рельсы служат опорой используемых модулей. Под рельсами размещены ящики (1.3) для принадлежностей, генератор низкой частоты (2) и модуль М07 "Волны в кабеле" (8). Под полкой установлены три излучателя модуля М10 «Интерференция звука» (9).

А.2 Описание приборов

А.2.1 Генератор низкой частоты

Внешний вид генератора показан на рисунке А.2. Технические характеристики генератора приведены в таблице А.1.

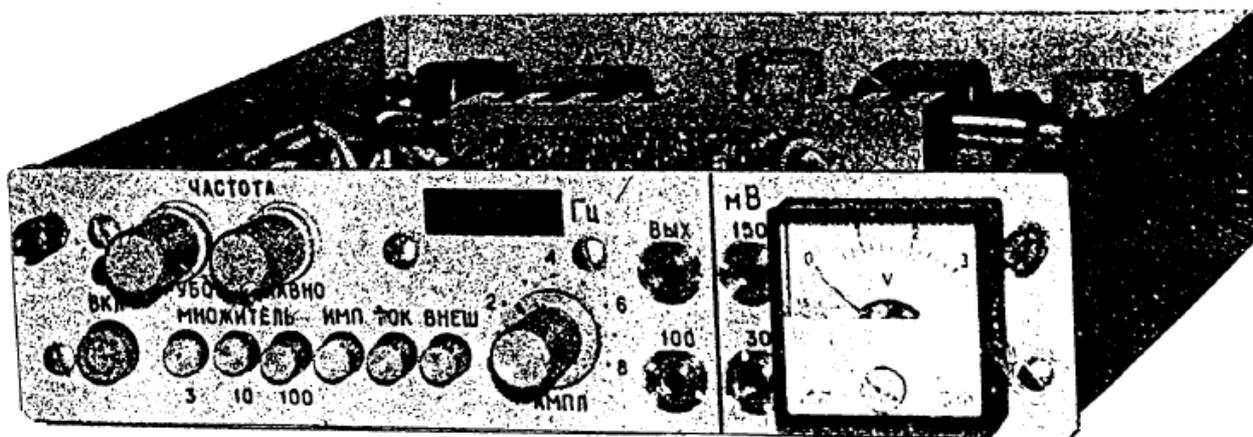


Рисунок А.2

Таблица А.1

Диапазон частот, Гц	1-10000
Выходные сигналы	гармонический, импульсный
Выходное напряжение, В	0-8
Выходной ток, А	0-1
Питание	220 в, 50 Гц, 20 Вт.
Габаритные размеры, мм	50 x 190 x 200
Масса, кг	2,0

Вид на переднюю панель прибора приведен на рисунке А.3. На панель вынесены следующие элементы схемы или органы управления:

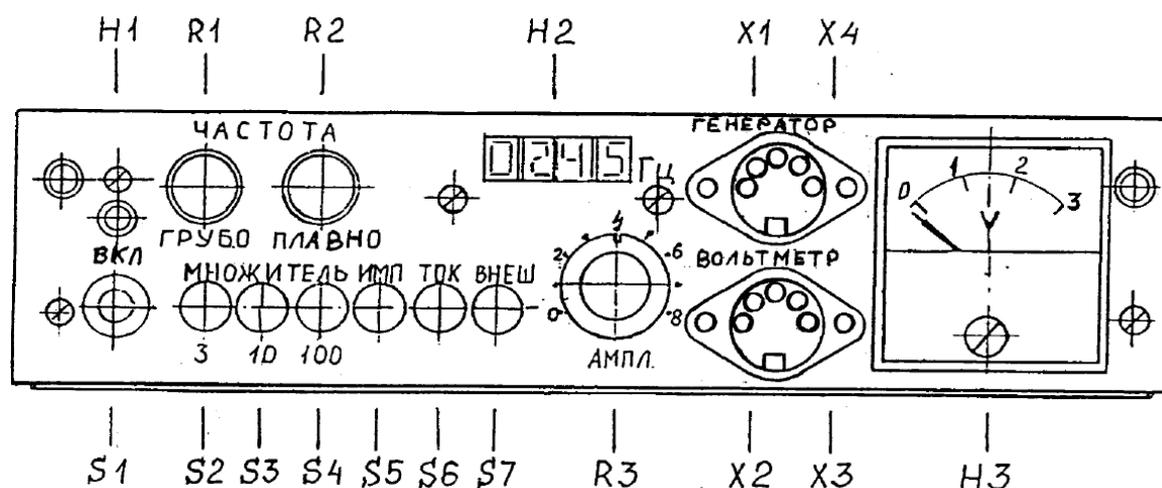


Рисунок А.3

- S1 - "ВКЛ" - кнопка включения сети.
H1 - индикатор включения сети.
H2 - "Гц" - 4-разрядный индикатор частотомера.
R1 - "ЧАСТОТА-ГРУБО" - ручка грубой регулировки частоты.
R2 - "ЧАСТОТА-ПЛАВНО" - ручка плавной регулировки частоты (10%).
S2-S4 - "МНОЖИТЕЛЬ" - кнопки установки множителя частоты. Если все кнопки отпущены, то частота генератора устанавливается ручками R1-R2 в диапазоне от 1 до 4 Гц. При нажатых кнопках соответствующие значения частоты умножаются на множители всех нажатых кнопок. Более точно частота определяется по индикатору частотомера.
S5 - "ИМП" - кнопка управления формой выходного сигнала. При отпущенной кнопке - синусоидальный сигнал, при нажатой - импульсный прямоугольный со скважностью 10.
S6 - "ТОК" - управление режимом выходного усилителя. При отпущенной кнопке генератор является источником напряжения. При нажатой кнопке генератор является источником тока.
S7 - "ВНЕШ" - кнопка переключения режима работы частотомера и усилителя. При отпущенной кнопке на вход частотомера и выходного усилителя подается сигнал, вырабатываемый генератором. При нажатой

кнопке на вход частотомера и выходного усилителя подается сигнал с выхода предусилителя милливольтметра. Со входа "30 мВ" коэффициент усиления предусилителя равен 100, со входа "150 мВ" коэффициент усиления равен 20.

R3 - "АМПЛ" - ручка регулировки амплитуды выходного сигнала. Значения амплитуды в вольтах приблизительно определяются цифрами на шкале вокруг ручки. При работе с внешним сигналом эти цифры определяют коэффициент усиления выходного усилителя.

X1 - "ГЕНЕРАТОР" - гнездо основного выхода прибора. Гнездо имеет пять контактов следующего назначения:

- 1 – свободный;
- 2 – общий;
- 3 – питание "+9В";
- 4 – выход генератора;
- 5 – питание "-9В".

X2 - "ВОЛЬТМЕТР" - гнездо входа милливольтметра. Гнездо имеет пять контактов следующего назначения:

- 1 – вход милливольтметра;
- 2 – общий;
- 3 – питание "+9В";
- 4 – свободный;
- 5 – свободный.

При подаче на этот вход переменного напряжения в диапазоне частот 20 Гц – 20 кГц стрелочный прибор НЗ показывает значение амплитуды сигнала, при этом предел шкалы прибора равен 30 мВ. Напряжение +9В предназначено для питания микрофона.

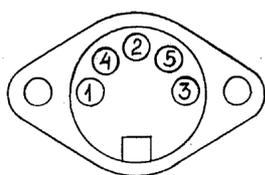


Рисунок А.4

В установке применены 5-контактные разъемы типа СГ-5 (гнездо) и СШ-5 (штекер) бытовой стереоаппаратуры. Нумерация контактов гнезда СГ-5 показана на рисунке А.4.

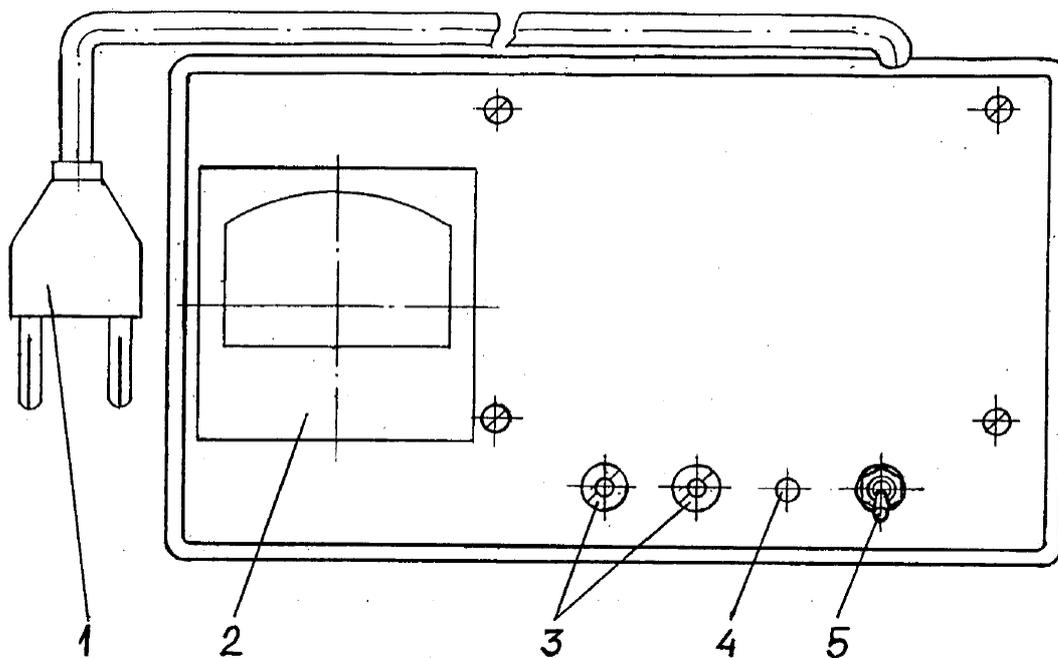
А.2.2 Осциллограф

В установке могут использоваться осциллографы С1-118, С1-137, С1-131 и другие с полосой пропускания не менее 10 МГц, имеющие два канала Y для исследуемых сигналов или один канал Y и канал X. Если не исследуются волны в кабеле, то достаточно полосы 1 МГц.

А.2.3 Ультразвуковой генератор

Общий вид ультразвукового генератора изображен на рисунке А.5.

Генератор предназначен для возбуждения ультразвуковых волн в жидкости и регистрации резонансов на стоячих волнах. Прибор подключается к



1 – кабель с вилкой, 2 – стрелочный прибор, 3 – гнезда выходного сигнала, 4 – светодиод, 5 – тумблер включения

Рисунок А.5

сети 220 В через кабель с вилкой (1) и включается тумблером (5). Светодиод (4) индицирует наличие выходного сигнала, подаваемого на гнезда (3). Стрелочный прибор (2) измеряет амплитуду сигнала, предел шкалы – 6 В. При включении без нагрузки прибор "зашкаливает", такое включение допускается лишь для проверки работоспособности генератора на время не более 10 секунд. Нагрузкой

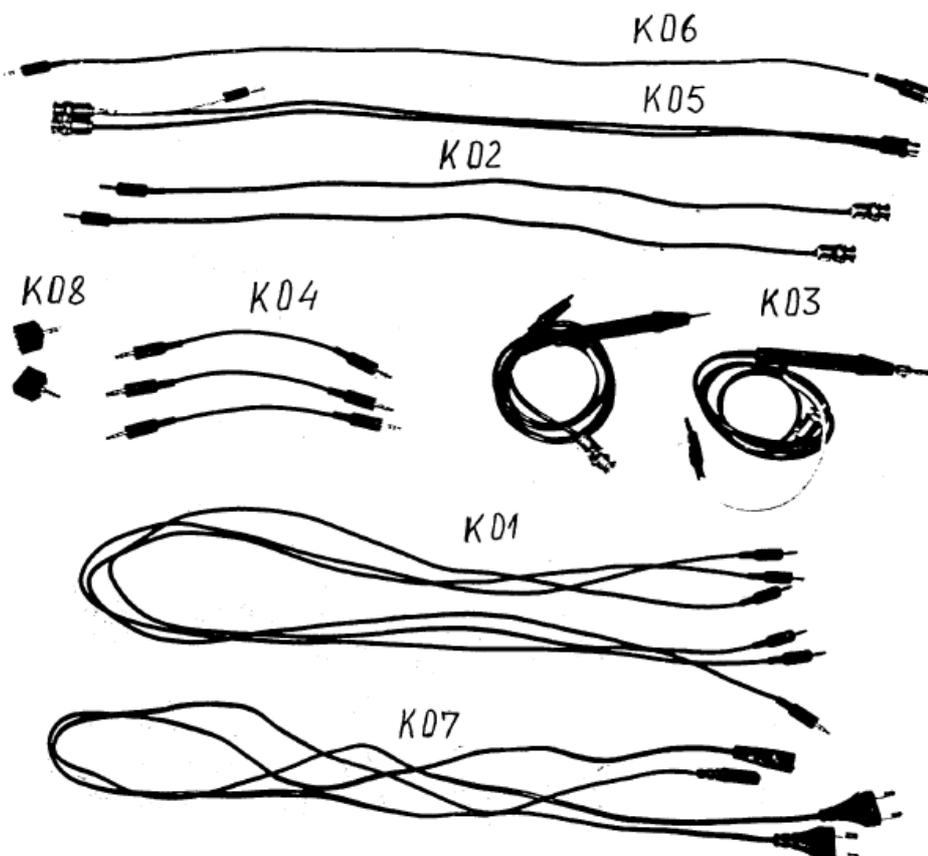


Рисунок А.6

генератора является пьезокерамический излучатель, установленный в модуле М08 "Ультразвук".

Частота вырабатываемых генератором колебаний определяется резонансной частотой излучателя и составляет 2.63 МГц. Эта частота может быть измерена студентом самостоятельно с помощью осциллографа или частотомера.

КОМПЛЕКТ КАБЕЛЕЙ (рисунок А.6) обеспечивает необходимые соединения при построении экспериментальных установок. Для соединений используются разъемы СШ-5/СГ-5 бытовой радиоаппаратуры, гнезда и штекеры Г4/Ш4 диаметром 4 мм и радиочастотные разъемы СР-50-74. Для включения двух кабелей в одно гнездо часть штекеров выполнена переходными (штекер-гнездо).