МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Л.В. ШАШКОВА, В.К. ШАШКОВА, Е.В.ЦВЕТКОВА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования - «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов.

Оренбург 2004

ББК 22.33я73
Ш 32
УДК 532.7(075.8)

Рецензент
кандидат технических наук, доцент Э.А.Савченков.

Шашкова Л.В., Шашкова В.К., Цветкова Е.В.
Ш 32 **Электростатика: Методические указания – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 59 с.**

Методические указания предназначены для изучения раздела «Электростатика» и освоения методики решения задач по данному разделу, а также выполнения домашней контрольной работы по вариантам.

ББК 22.33я73

1 Основные понятия электростатики

Электростатика – это раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействия неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

Что такое *электрический заряд*? Ответить на этот вопрос не так просто. Понятие заряда – основное, первичное понятие, не сводимое к каким-либо более простым, элементарным понятиям.

Попытаемся сначала выяснить, что понимают под утверждением: *данное тело или частица имеет электрический заряд*? Мы знаем, что все тела построены из мельчайших неделимых частиц (электронов, протонов, нейтронов), которые называются элементарными. Все элементарные частицы имеют массу и благодаря этому притягиваются друг к другу согласно закону всемирного тяготения с силой, сравнительно медленно убывающей по мере увеличения расстояния между ними – обратно пропорционально r^2.

Кроме того, большинство элементарных частиц обладают способностью взаимодействовать друг с другом с силой, которая также убывает обратно пропорционально r^2, но эта *сила в огромное число раз превосходит силу тяготения.* Если вычислить силу гравитационного притяжения между электроном и протоном, находящимися на расстоянии, равном радиусу атома водорода, то мы получим следующий результат:

$$F_T = \gamma \frac{m_p m_e}{R_H^2} = 3{,}61 \cdot 10^{-47}\ \text{Н}$$

Однако, между электроном и протоном действует ещё одна сила притяжения, равная $F_э = 8{,}19 \cdot 10^{-8}\ \text{Н}$, т.е. примерно в 10^{39} большая, чем сила тяготения. Эта намного большая сила называется *электростатической* или *электрической силой*. Т.о. *если частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые медленно уменьшаются с увеличением расстояния (обратно пропорциональны r^2) и во много раз превышают силы всемирного тяготения, то говорят, что эти* ***частицы имеют электрический заряд*** (рисунок 1.1).

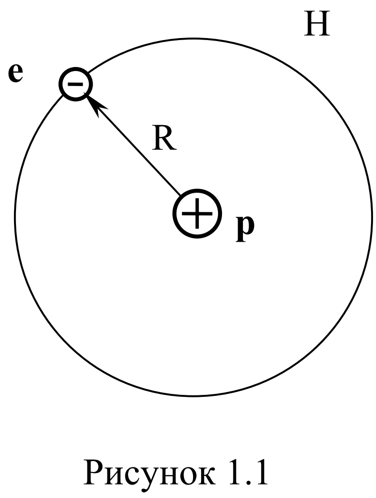

Рисунок 1.1

Взаимодействие между заряженными частицами – это *электромагнитное взаимодействие.* Т.о., ***электрический заряд –***

это физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитных взаимодействий, подобно тому как масса определяет интенсивность гравитационных взаимодействий.

Масса и заряд частицы имеют определенные численные значения, которые свидетельствуют о том, насколько сильно на частицу действуют соответственно гравитационная и электростатическая сила. В отличие от массы *электрический заряд может быть как положительным, так и отрицательным.* Два заряда противоположного знака *притягиваются,* а два заряда с одинаковыми знаками, *отталкиваются.*

Эксперименты показывают, что ни у одной из заряженных частиц не встречается заряд, который был бы меньше заряда протона или электрона. Электрический заряд протона и электрона по абсолютному значению равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл} = 4{,}8 \cdot 10^{-10}\,\text{ед.СГСЭ}_q$.

Электрический заряд любого заряженного тела *равен целому числу элементарных зарядов.* В электрически нейтральной (незаряженной) системе содержится равное число элементарных зарядов противоположного знака. *Электрически нейтральными являются атомы, молекулы и их коллективы – макроскопические тела.*

Все тела в природе способны ***электризоваться,*** *т.е. приобретать электрический заряд.* Чтобы наэлектризовать тело, нужно отделить часть отрицательного заряда от связанного с ним положительного. Проще всего это сделать с помощью *трения.* При электризации трением всегда заряжаются оба притираемых тела и притом *равными по величине, но разноименными зарядами.* Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами. Следовательно, при электризации тел выполняется ***закон сохранения электрического заряда:*** *в изолированной системе полная алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной; заряды могут передаваться от одного тела данной системы другому или смещаться внутри одного тела.*

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const}.$$

Единица электрического заряда (производная единица, т.к. определяется через единицу силы тока) ***– кулон (Кл) –*** *электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1А за время 1с.* 1Кл = 1А·1с.

Например, нужно найти заряд, который имел бы 1 см^3 железа, если бы удалось удалить из него миллионную долю содержащихся в нем электронов.

Порядковый номер элемента в периодической системе элементов Д.И.Менделеева показывает заряд ядра и число электронов в атоме. Порядковый номер железа 27, следовательно, в одном атоме железа имеется Z = 27 электронов. Определим число электронов в 1 см^3 железа. Масса этого объема железа $m = \rho V$, где ρ – плотность железа. Число атомов в данном объеме определяется из соотношения $N = (m/A)N_A$, где A – атомная масса железа, равная A = 56 г/моль = 0,056 кг/моль, N_A – число Авогадро, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$. Число электронов в объеме V равно $N_e = N_A Z(\rho V/A)$. Если удалить n-ю часть электронов, то заряд будет равен:

$$Q = +\, n(\rho V/A)N_A Z|q_e|,$$

$$[q] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^3\cdot\text{моль}}{\text{м}^3\cdot\text{кг}\cdot\text{моль}}\text{Кл},$$

$$q = 10^{-6}\frac{7{,}6\cdot10^3\cdot10^{-6}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\cdot27\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{0{,}056}\text{Кл} = 3{,}53\cdot10^{-1}\text{Кл}.$$

1.1 Закон Кулона

Закон Кулона (1785 г) – это закон взаимодействия *неподвижных точечных* электрических зарядов. *Точечным* называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

Сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$$

Сила **F** *называется кулоновской силой,* k – *коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.* В системе СИ $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, где ε_0 – *электрическая постоянная* $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\dfrac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2}$; (в дальнейшем будет показано, что единицей измерения ε_0 является Ф/м). $k = 9\cdot10^9\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

В СИ закон Кулона в рационализованной форме запишется:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Часто применяется *абсолютная электростатическая система единиц (СГСЭ),* в которой основными единицами являются сантиметр, грамм и секунда. *За единицу электрического заряда в СГСЭ принят такой заряд, который в вакууме действует на равный ему заряд, расположенный на расстоянии 1 см с силой в 1 дину.*

$$1\text{едСГСЭ}_q = \frac{1}{3 \cdot 10^9}\text{Кл}; \quad 1\text{Кл} = 3 \cdot 10^9\,\text{СГСЭ}_q.$$

При таком выборе единиц. k = 1 и в СГСЭ закон Кулона запишется:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Опыт показывает, что сила взаимодействия электрических зарядов в какой-либо диэлектрической среде меньше, чем в вакууме. *Величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия между электрическими зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме, называется относительной диэлектрической проницаемостью среды.* ε всегда > 1.

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F_1}$$

Для газов и воздуха $\varepsilon = 1$, для керосина $\varepsilon = 2$, для стекла $\varepsilon = 7$, для воды $\varepsilon = 81$ и т.д. *С учетом* ε *,закон Кулона для любой среды:*

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \quad \text{в (СИ)}; \qquad F = \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2} \quad \text{в (СГСЭ)}$$

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является *центральной,* и соответствует *притяжению (F<0) в случае разноименных зарядов.* Эта сила называется *кулоновской* силой.

Запись закона Кулона можно дать и в векторной форме. Для этого нужно сначала уточнить, о какой именно силе идет речь. Предположим, что речь идет о ***силе, с которой заряд*** q_2 ***действует на заряд*** q_1 (а не наоборот).

Введем оси координат с началом, в котором находится q_2

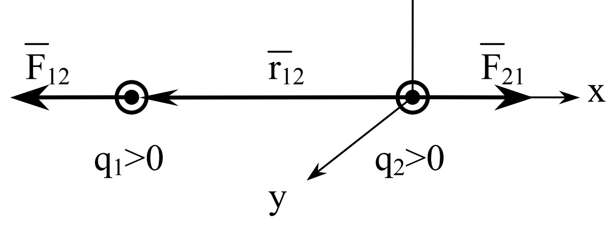

Рисунок 1.2

(рисунок 1.2). Проведем из начала координат вектор $\overline{r_{12}}$ в точку, где находится q_1. Этот вектор называется *радиусом-вектором заряда* q_1. В этом случае запись закона Кулона в векторной форме имеет вид:

$$\overline{F_{12}} = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\overline{r_{12}}}{r},$$

$\overline{F_{12}}$ – сила, действующая на q_1 со стороны q_2,

$\overline{r_{12}}$ – радиус-вектор, соединяющий q_2 с q_1, $|\overline{r}| = r$,

$\frac{\overline{r_{12}}}{r}$ – единичный вектор (по численному значению равен безразмерной единице). Служит только для указания направления.

Если заряды одного знака, вектор $\overline{F_{12}}$ *параллелен* $\overline{r_{12}}$*, если разного* ($\overline{F_{12}} < 0$)*, то* $\overline{F_{12}}$ *будет направлен антипараллельно* $\overline{r_{12}}$*.*

На заряд q_2 со стороны q_1 действует сила $\overline{F_{21}} = -\overline{F_{12}}$, т.е. взаимодействие электрических точечных зарядов удовлетворяет третьему закону Ньютона.

Пример 1. Два шарика, имеющие заряды $q_1 = 10^{-3}$ Кл и $q_2 = -10^6$ ед.СГСЭ$_q$, приведены в соприкосновение и затем раздвинуты на расстояние $r = 20$ см. Найти силу взаимодействия между ними. Решить задачу в двух системах: в СИ и СГСЭ.

Решение:

1) В системе СИ:

$$q_2 = -10^6 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^9}\ \text{Кл} = -\frac{10^6}{3 \cdot 10^9}\ \text{Кл} = -\frac{1}{3 \cdot 10^3}\ \text{Кл}$$

2) В системе СГСЭq:

$$q_1 = 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^9\ \text{ед.СГСЭ}_q = 3 \cdot 10^6\ \text{ед.СГСЭ}_q$$

После соприкосновения заряды на обоих шариках стали одинаковыми, т.к. одинакова ёмкость шариков. Однако суммарный заряд шариков не изменился согласно закона сохранения заряда. Поэтому заряд каждого из шариков будет:

$$q_3 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

В системе СИ:

$$q_3=\frac{10^{-3}+\left(-\frac{1}{3\cdot 10^3}\right)}{2}=\frac{\frac{1}{10^3}-\frac{1}{3\cdot 10^3}}{2}=\frac{\frac{1}{10^3}\left(1-\frac{1}{3}\right)}{2}=\frac{\frac{2}{3\cdot 10^3}}{2}=\frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\,\text{Кл}$$

Найдем силу взаимодействия между зарядами (силу Кулона):

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_3^2}{r^2}=\frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{\left(\frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\right)^2}{0{,}2^2}=25000\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 25000$ Н.

В системе СГСЭ$_q$:

$$q_3=\frac{3\cdot 10^6-10^6}{2}=\frac{2\cdot 10^6}{2}=10^6\,(\text{ед.СГСЭ}_q).$$

Найдем силу взаимодействия между зарядами (силу Кулона):

$$F=\frac{q_3^2}{r^2}=\frac{\left(10^6\right)^2}{20^2}=2{,}5\cdot 10^9\ \text{дин}.$$

Ответ: $F = 2{,}5\cdot 10^9$ дин.

Пример 2. Маленький шарик массой $m = 2\cdot 10^{-3}$ кг, подвешенный на тонкой шелковой нити, несет на себе заряд $q_1 = 3\cdot 10^{-7}$ Кл. На какое расстояние снизу к нему следует поднести другой маленький шарик с зарядом $q_2 = 5\cdot 10^{-7}$ Кл, чтобы натяжение нити уменьшилось в 2 раза?

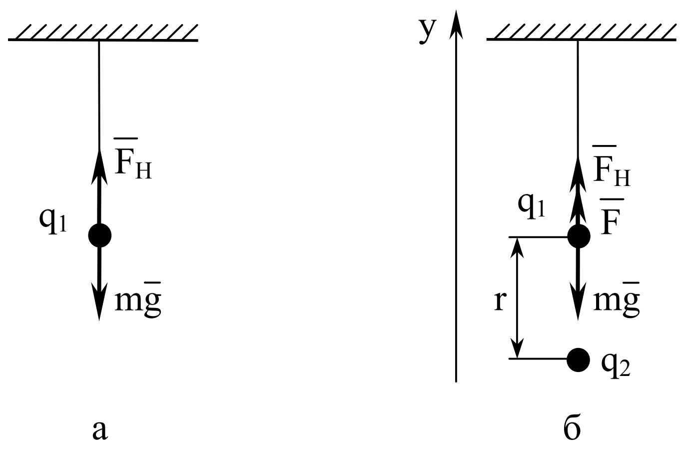

Рисунок 1.3

Решение:

На шарик действуют две силы: сила тяжести $F_т = mg$ и сила натяжения нити $F_н$ и $F_н = mg$ (рисунок 1.3,а). Если на расстоянии r помещен заряд q_2, то на шарик действует еще одна сила – сила Кулона, направленная вверх и равная:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

Чтобы сила натяжения уменьшилась, заряд должен быть того же знака. Условие равновесия шарика в этом случае есть:

$$F + F_т + F_{н1} = 0,$$

или в проекции на ось y (рисунок 1.3,б):

$$F + F_{н1} - mg = 0.$$

По условию задачи $F_{н1} = F_{н2}/2 = mg/2$, откуда $\frac{mg}{2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$.

Следовательно, $r = \sqrt{\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{2\pi\varepsilon_0 mg}}$,

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^7}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}} = 3{,}7 \cdot 10^{-1} \text{ м.}$$

Пример 3. Два разноименных заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл и $q_2 = -8 \cdot 10^{-4}$ Кл расположены на расстоянии $\ell = 1$ м друг от друга. Какой величины и где надо поместить заряд q_2, чтобы система зарядов находилась в равновесии?

Решение:

Заряды q_1 и q_2 разноименные, следовательно, они притягиваются и на них действуют силы F_1 и F_2 соответственно (рисунок 1.4).

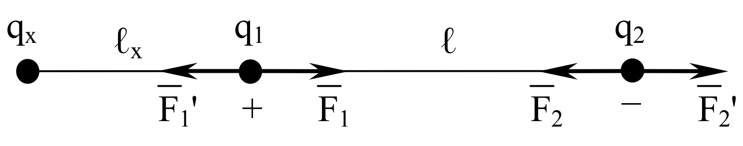

Рисунок 1.4

Для равновесия каждого из зарядов необходимо, чтобы на заряды q_1 и q_2 со стороны заряда q_x действовали силы F_1' и F_2', равные по величине силам F_1 и F_2 и противоположные по направлению. Поскольку $|q_1| < |q_2|$, заряд q_x должен быть помещен ближе к заряду q_1, чтобы силы, действующие на заряды q_1 и q_2 со стороны q_x, были равны. Заряд q_x должен притягивать q_1 и отталкивать q_2:

$$F_1 = -F_1',$$
$$F_2 = -F_2',$$

В проекциях на ось x уравнения имеют вид:

$$F_1 = F_1',$$
$$F_2 = F_2',$$

$$k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\lambda^2} = k\frac{|q_x|\cdot|q_1|}{\lambda_x^2},$$

$$k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\lambda^2} = k\frac{|q_x|\cdot|q_2|}{(\lambda+\lambda_x)^2}.$$

Решаем эту систему уравнений относительно двух неизвестных q_x и ℓ_x:

$$\frac{|q_2|}{(\lambda+\lambda_x)^2} = \frac{|q_1|}{\lambda_x^2},$$

$$|q_2/q_1|\lambda_x^2 = (\lambda+\lambda_x)^2,$$

откуда:

$$\lambda_x = \frac{\lambda}{\sqrt{|q_2/q_1|}-1}, \qquad \lambda_x = \lambda = 1 \text{ м}.$$

Из этого следует, что $q_x = q_1 = 2\cdot10^{-4}$ Кл.

Пример 4. Два маленьких одноименно заряженных шарика радиусом $r = 1$ см подвешены на двух нитях длиной $\ell = 1$ м. Заряды шариков одинаковы $q = 4\cdot10^{-6}$ Кл. Нити, на которых подвешены шарики, составляют угол $\alpha_1 = 90^o$. Определить: 1) массу шариков; 2) диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность $\rho = 0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3 при условии, что при погружении шарика в жидкий однородный диэлектрик угол между нитями будет $\alpha_2 = 60^o$.

Решение:

Очевидно, что условия равновесия для обоих шариков одинаковы, поэтому рассмотрим один из них. В воздухе на шарик действуют три силы (рисунок 1.5,а): сила Кулона F, сила натяжения $F_н$, сила тяжести $F_т = mg$. Условие равновесия шарика: $F + F_н + F_т = 0$, или в проекциях:

на ось x: $-F + F_н \sin\alpha_1/2 = 0$;

на ось y: $F_н \cos\alpha_1/2 - mg = 0$.

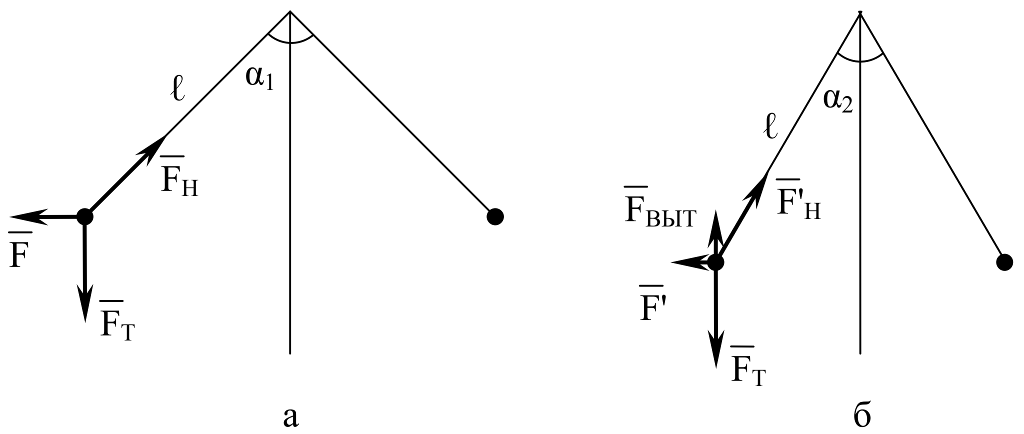

Рисунок 1.5

Расстояние между шариками равно $2\ell\sin\alpha_1/2$. Кулоновская сила определится формулой:

$$F = k\frac{q^2}{4\lambda^2\sin^2\alpha_1/2}.$$

Из написанной системы уравнений очевидно: $mg = F\mathrm{ctg}\alpha_1/2$, и окончательно:

$$m = \frac{kq^2}{g4\lambda^2\sin^2\alpha_1/2}\mathrm{ctg}\alpha_1/2 = \frac{q^2\mathrm{ctg}\alpha_1/2}{16_0 g\lambda^2\sin^2\alpha_1/2}$$

$$m = \frac{16\cdot10^{-12}\cdot2}{16\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot10\cdot1^2\cdot2} = 0{,}016\ \text{кг}.$$

В диэлектрике (рисунок 1.5,б) на шарик действуют четыре силы: сила Кулона F', сила натяжения нити $F_н'$, сила тяжести $F_т = mg$ и выталкивающая сила $F_{выт} = \rho Vg$, где $V = (4/3)\pi r^3$ – объем шарика. Условие равновесия для каждого шарика имеет вид:

$$F' + F'_н + F_т + F_{выт} = 0,$$

или в проекциях:

на ось x: $F' - F'_н \sin\alpha_2/2 = 0,$

на ось y: $F'_н \cos\alpha_2/2 + F_{выт} - mg = 0,$

откуда: $F' = (mg - F_{выт})\mathrm{tg}\alpha_2/2$

и, окончательно:

$$\varepsilon = \frac{q^2}{16\pi_0\lambda^2 \sin^2 \alpha_2/2(m - \rho 4\pi r^3/3)g \cdot \mathrm{tg}\alpha_2/2}$$

$$\varepsilon = \frac{(4 \cdot 10^{-6})^2}{16 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (0{,}016 - 800 \cdot (4/3) \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-6}) \cdot 9{,}8\sqrt{3}/3} = 2$$

Пример 5. В атоме водорода электрон движется по стационарной круговой орбите с угловой скоростью $\omega = 10^{16}$ $с^{-1}$. Определить радиус орбиты.

Решение:

Согласно модели Бора, в атоме существуют орбиты, двигаясь по которым электрон не излучает энергию. В задаче рассматривается такая орбита. На электрон действует кулоновская сила притяжения к протону F. Силой тяжести электрона пренебрегаем, так как $m_e g << F$.

По второму закону Ньютона $m_e a_n = F$,

$$m_e\omega^2 r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e| \cdot |q_p|}{r^2},$$

откуда

$$r^3 = \frac{|q_e| \cdot |q_p|}{4\pi\varepsilon_0 m_e \omega^2}, \qquad |q_e| = |q_p|,$$

окончательно

$$r = \sqrt[3]{\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e \omega^2}},$$

$$r = \frac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{32}} = 1{,}4 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

1.2 Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Поток вектора напряженности

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов был установлен экспериментально. Но оставался нерешенным вопрос, *как осуществляется это взаимодействие?*

Если мы наблюдаем действие одного тела на другое, находящееся на некотором расстоянии от него, то прежде чем допустить, что это действие прямое и непосредственное, мы склонны сначала исследовать, нет ли между телами какой-либо *материальной связи*: нитей, стержней и т.д.

Предположение, что взаимодействие между удаленными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью *промежуточных звеньев (или среды)*, передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность *теории близкодействия.*

Сторонники противоположной теории – *дальнодействия*, считали, что электрические явления определяются *мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях.* Они считали, что тела способны «чувствовать» присутствие друг друга без какой-либо среды между ними.

Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленных движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнодействия, поэтому современной теорией взаимодействия заряженных частиц является теория *близкодействия*. Согласно ей, *электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно*. Каждый из них создает в окружающем пространстве *электрическое поле*. Поле одного заряда действует на другой заряд и, наоборот. Т.о. материальная среда, посредством которой осуществляется взаимодействие зарядов, называется электромагнитным полем. Поле неподвижных зарядов называется электростатическим. Оно не меняется со временем.

Главное свойство электрического поля – действие его на электрические заряды с некоторой силой. По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают все его характеристики. Можно утверждать, что *мы знаем о поле все, что нам нужно, если мы будем знать силу*, действующую на любой заряд в любой точке поля.

Если поочередно помещать в одну и ту же точку поля небольшие заряженные тела, то обнаружится, *что сила, действующая на заряд со стороны поля, прямо пропорциональна этому заряду.* Обычно для обнаружения и исследования поля используется *пробный точечный положительный заряд* (он не искажает исследуемое поле). Если в поле, создаваемое зарядом q, поместить пробный заряд q_0, то на него действует сила $\overline{F}$, различная в разных точках поля и пропорциональная пробному заряду q_0, согласно закону Кулона, поэтому *отношение* $\overline{F}/q_0$ *не зависит от заряда q_0 и характеризует электрическое поле в той точке, где q_0 находится*. Эта величина называется *на-*

пряженностью и является *силовой* характеристикой электростатического поля: $\overline{E} = \dfrac{\overline{F}}{q_0}$, т.к.

$$\overline{F} = k\frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \frac{\overline{r^2}}{r},$$

то напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$\overline{E} = k\frac{q}{r^2} \cdot \frac{\overline{r}}{r},$$

или в скалярной форме: $E = k\dfrac{q}{r^2}$.

Направление вектора $\overline{E}$ совпадает с направлением силы $\overline{F}$, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то $\overline{E}$ направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то $\overline{E}$ направлен к заряду.(рисунок 1.6).

Напряженность поля в единицах СИ: 1Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

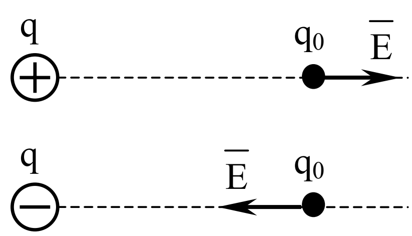

Рисунок 1.6

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности или силовых линий. Это – линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности $\overline{E}$.

Нарисуем векторы напряженности поля в нескольких точках пространства. Картина будет более наглядной, если нарисовать непрерывную линию так, чтобы касательные к ней совпадали с векторами напряженности (рисунок 1.7). Это и будет силовая линия. Не следует думать, что линии напряженности – это существующие в действительности образования вроде растянутых упругих нитей или шаров, как предполагал сам Фарадей. Они лишь помогают наглядно представить распределение поля в пространстве и не

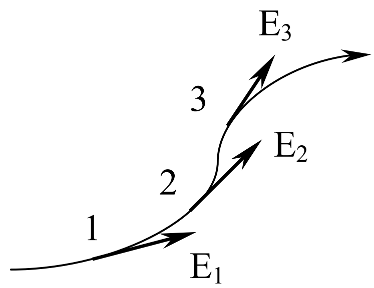

Рисунок 1.7

более реальны, чем меридианы и параллели на земном шаре.

Однако силовые линии можно сделать «видимыми». Если продолговатые кристаллики диэлектрика (например, хинина) хорошо перемешать в вязкой жидкости (например, в касторовом масле) и поместить туда заряженные тела, то вблизи этих тел кристаллики выстроятся в цепочки вдоль линий напряженности.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен. Силовые линии не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных (рисунок 1.8).

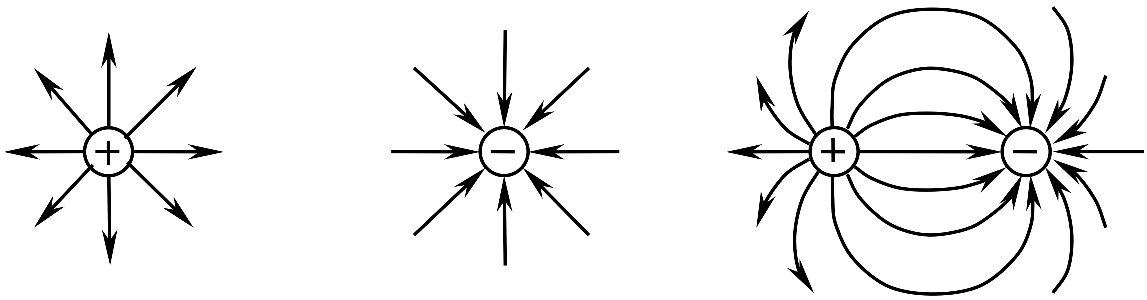

Рисунок 1.8

В случае плоского конденсатора (две параллельные металлические пластины, заряженные разноименными зарядами) все силовые линии, исходящие из одной пластины, заканчиваются на второй (рисунок 1.9). Это означает, что при заряжении одной пластины на другой возникает индуцированный заряд равной величины. Далее, в средней части конденсатора силовые линии имеют вид параллельных линий, расположенных одинаковой густотой.

Следовательно, напряженность поля в плоском конденсаторе одинакова в разных точках поля. Такое поле является простейшим и называется однородным. Вблизи краев пластин силовые линии искривляются, т.е. поле делается неоднородным.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой: число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, должны быть равны модулю вектора $\overline{E}$.

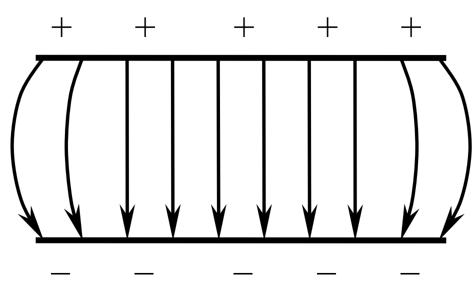

Рисунок 1.9

Введем далее понятие потока вектора напряженности. Рассмотрим в электростатическом поле элементарную плоскую поверхность dS и выберем определенное направление нормали $\overline{n}$ к ней. Будем считать сначала, что поле однородно, но составляет произвольный угол α с направлением нормали. (рисунок 1.10). Величину $d\Phi_E = E_n\, dS = \overline{E}\, d\overline{S}$ называют потоком вектора напряженности. Здесь E_n – проекция вектора напряженности $\overline{E}$ на нормаль $\overline{n}$. Т.к. густота линий напряженности равна E, то можно сказать также, *что поток вектора напряженности равен полному числу линий, проходящих через эту поверхность:*

$$EdS \cdot \cos\alpha = E_n dS$$

$\overline{dS} = dS \cdot \overline{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали n к площадке.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора $\overline{E}$ через эту поверхность:

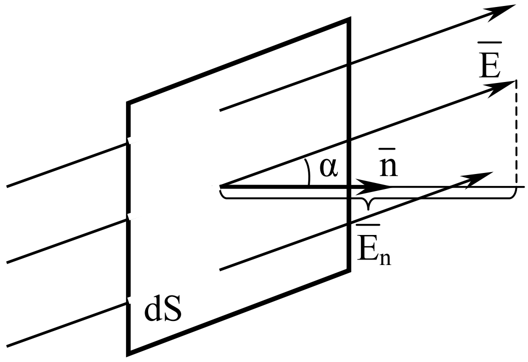

Рисунок 1.10

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \oint_S \overline{E} \cdot d\overline{S},$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S.

Отметим, что поток вектора $\overline{E}$, определяющий число проходящих линий напряженности через площадку, есть *скаляр.* Поток может быть как положительным, так и отрицательным. Если направление линий E составляет острый угол с направлением нормали $\overline{n}$ ($\cos\alpha > 0$), то Ф будет положительным.

1.3 Принцип суперпозиции электростатических полей. Теорема Остроградского-Гаусса

Предположим, что электростатическое поле создано системой зарядов q_1, q_2, q_3, …q_n. Опыт показывает, что *к кулоновским силам* применим рассмотренный в механике *принцип независимости действия сил*, т.е. результирующая сила $\overline{F}$, действующая со стороны поля на пробный заряд q_0, равна векторной сумме сил F_i, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов q_i: $\overline{F} = \sum_{i=1}^{n} F_i$, а т.к. $\overline{F}_i = q_0 \overline{E}_i$ (где $\overline{E}$ – напряженность результирующего поля, $\overline{E}_i$ – напряженность поля, создаваемая зарядом q_i), то

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i$$

Формула выражает принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей, согласно которому *напряженность* $\overline{E}$ *результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.*

Пример 6. Два одинаковых заряда $q_1 = q_2 = 10^{-6}$ Кл находятся на расстоянии R = 0,06 м один от другого. Определить напряженность:

1) в точке, находящейся на середине отрезка, соединяющем данные заряды;

2) в точке А, находящейся на перпендикуляре, восстановленном в центре отрезка, соединяющего заряды, на расстоянии h = 4см от этого отрезка (рисунок 1.11).

Решение:

1)Т.к. заряды положительные, то векторы напряженностей E'_1 и E'_2 направлены в разные стороны от точки В по прямой, соединяющей заряды. Т.к. $q_1 = q_2$, то

$$E_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^2} - \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^2} = 0$$

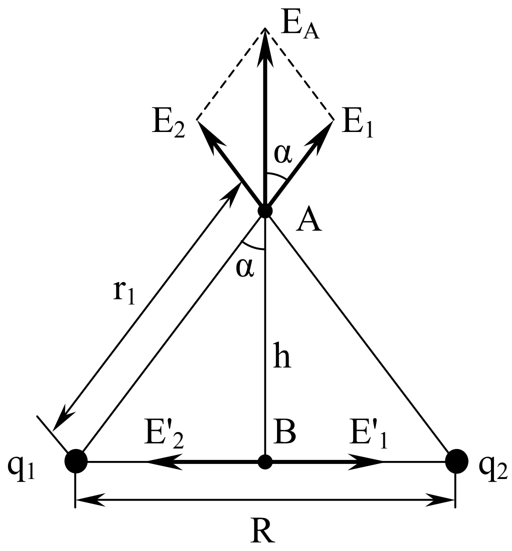

Рисунок 1.11

2) $E_A = E_1 \cos\alpha + E_2 \cos\alpha$,

т.к. $q_1 = q_2$, то

$$E_1 = E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2}.$$

Тогда $r_1^2 = h^2 + \dfrac{R^2}{4}$; $\cos\alpha = \dfrac{h}{r_1} = \dfrac{h}{\sqrt{h^2 + \dfrac{R}{4}}}$.

$$E_A = 2E_1\cos\alpha = 2\frac{q_1 h}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left(h^2+\frac{R^2}{4}\right)\sqrt{h^2+\frac{R^2}{4}}} =$$

$$E_A = \frac{10^{-6}\,\text{Кл}\cdot 0{,}04\text{м}}{2\pi\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\text{Кл}/(\text{Н}\cdot\text{м})\left[(0{,}04)^2+\frac{(0{,}06)^2}{4}\right]\text{м}^2\sqrt{(0{,}04)^2+\frac{(0{,}06)^2}{4}}\,\text{м}}$$

$\approx 3\cdot 10^6$ Н/Кл.

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции можно значительно упростить, используя выведенную немецким ученым К.Гауссом теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность.

Рассмотрим точечный положительный заряд. Найдем напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q_0. По закону Кулона этот заряд будет действовать на другой заряд q с силой $F = k\frac{|q_0|\cdot|q|}{r^2}$, а модуль напряженности поля точечного заряда q_0 на расстоянии r от него равен:

$$E = \frac{F}{|q_0|} = k\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$$

Вычислим поток вектора $\overline{E}$ *через замкнутую сферическую поверхность* S*, окружающую этот заряд* и имеющую центр в точке нахождения заряда (рисунок 1.12). За положительное направление нормали $\overline{n}$ выберем направление внешней нормали. В этом случае напряженность E во всех точках сферы одинакова и кроме того, везде $\cos\alpha = 1$, поэтому

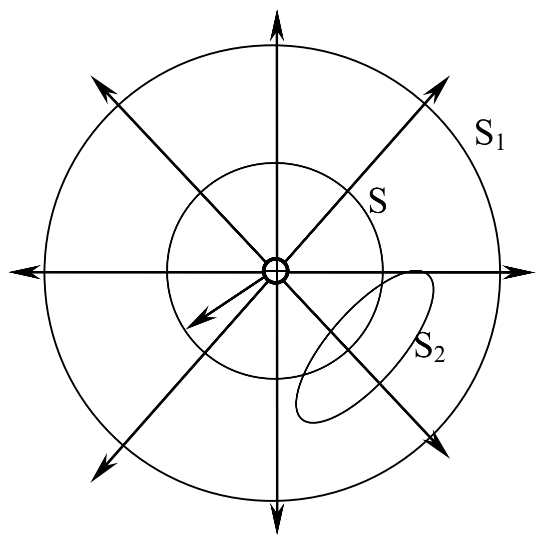

Рисунок 1.12

$$E_n = E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_E = \oint_S E_n\cdot dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности *любой* формы. Из формулы видно, что поток Φ_E через сферическую поверхность не зависит от радиуса сферы r и одинаков для сферы S и любой другой концентрической с нею сферы S_1, т.к. каждая линия напряженности, пронизывающая S, пройдет и сквозь S_1.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и включает в себя точечный заряд q, поток вектора E будет равен q/ε_0, т.е.

$$\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{1}$$

Знак потока совпадает со знаком заряда. Из формулы видно, что поток не зависит *от расположения заряда внутри поверхности*. Это значит, что *полученный результат справедлив не только для одного заряда, но и для какого угодно числа произвольно расположенных зарядов, находящихся внутри поверхности.*

Рассмотрим общий случай произвольно расположенной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность поля $\overline{E}$, создаваемого всеми зарядами равна сумме напряженностей $\overline{E}_i$, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E_i}$. Поэтому:

$$\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i \right) d\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \overline{E}_i d\overline{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

Согласно (1), каждый из интервалов, стоящих под знаком $\sum$ равен $\frac{q_i}{\varepsilon_0}$. Следовательно

$$\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i \tag{2}$$

Формула (2) выражает теорему Остроградского-Гаусса: *поток вектора напряженности сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.*

1.4 Примеры вычисления электрического поля с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

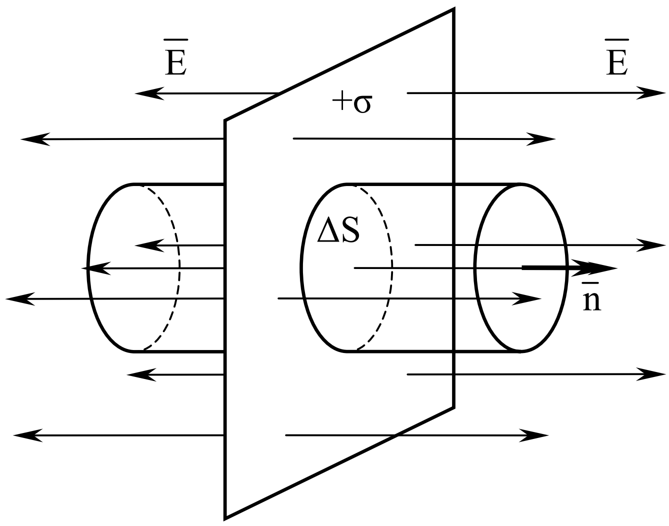

Рисунок 1.13

1. Равномерно заряженная бесконечная плоскость.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ – заряд, приходящийся на единицу поверхности).

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от неё в обе стороны. В этом случае в качестве замкнутой поверхности в теореме Остроградского-Гаусса удобно выбрать прямой цилиндр, перпендикулярный к заряженной плоскости (рисунок 1.13). Т.к. образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора E сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а *полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания* (площади оснований равны и для основания $E_n = E$), т.е. равен 2ES. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности равен $q = \sigma S$. Согласно теореме Остроградского-Гаусса:

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}, \text{ откуда}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Из формулы следует, что E не зависит от длины цилиндра, т.е. напряженность на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами поле равномерно заряженной плоскости однородно.

Пример 1. Какая сила действует на заряд q = 0,1 нКл, помещенный в поле равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м^2? Относительная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 5$.

Решение:

Сила, действующая на заряд, F = qE, где $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ – напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной плоскостью. Поэтому $F = q\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$.

$$F = \frac{10^{-10} \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5}\ \text{Н} = 1{,}13 \cdot 10^{-5}\ \text{Н}.$$

Пример 2. Найти поверхностную плотность заряда заряженной бесконечной плоскости (рисунок 1.14), если нить, на которой подвешен маленький шарик массой m = 5 г и зарядом $q = 10^{-7}$ Кл, отклоняется на угол $\alpha = 30^0$.

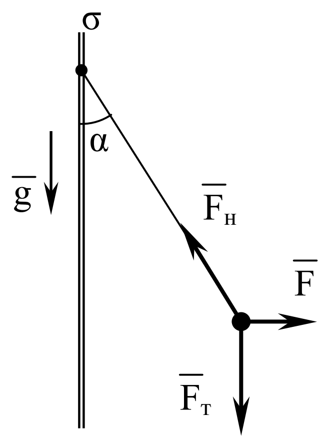

Рисунок 1.14

Решение:

Плоскость и шарик заряжены одноименно, поэтому на шарик действует кулоновская сила отталкивания F. Кроме того, на шарик действует сила тяжести $F_т$ и сила натяжения нити $F_н$. Нить отклоняется от вертикали до тех пор, пока все силы, действующие на шарик, не уравновесят друг друга. Запишем условие равновесия для шарика:

$$F + F_т + F_н = 0.$$

Это векторное уравнение в проекциях на оси координат имеет вид

$$\text{на ось x:}\ \ F - F_н \sin\alpha = 0$$
$$\text{на ось y:}\ \ F_н \cos\alpha - mg = 0$$

Решая эту систему, получаем $F = mg \cdot tg\alpha$. Так как F = qE, где E – напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости, по модулю равная $E = \sigma/2\varepsilon_0$, то

$$tg\alpha = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg},$$

откуда

$$\sigma = 2\varepsilon_0 mg \cdot tg\alpha/q,$$

$$\sigma = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 \cdot 2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{3}/3}{10^{-7}} = 5{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл/м}^2.$$

2. Две параллельные разноименно заряженные плоскости. Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей. На рисунке 1.15 верхние стрелки – поле от положительно заряженной плоскости, нижние – от отрицательно заряженной плоскости. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены друг к другу), поэтому здесь E = 0. В области между плоскостями

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ – результирующая напряженности поля в области между плоскостями.

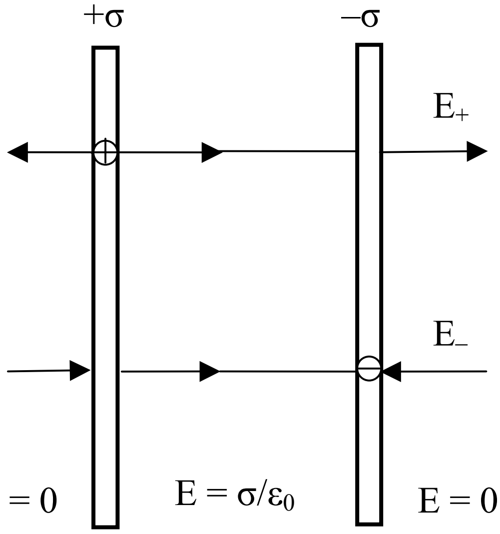

Рисунок 1.15

Пример 1. Определить напряженность электрического поля, создаваемого тремя бесконечными параллельными плоскостями в точках A, B, C, D (рисунок 1.16). Поверхностные плотности зарядов плоскостей равны σ, 2σ и -3σ.

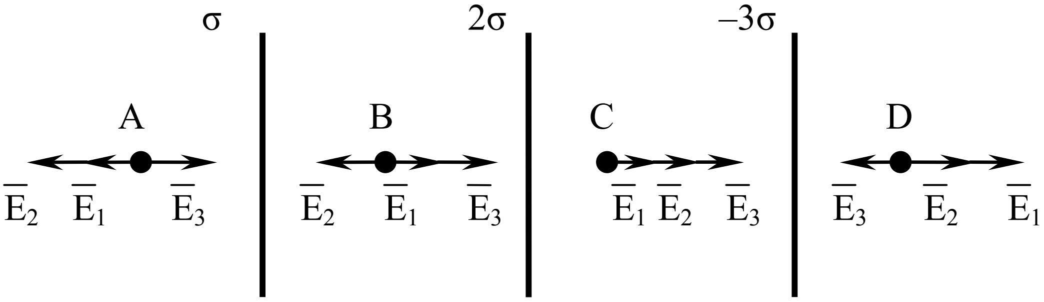

Рисунок 1.16

Решение:

Поле, создаваемое каждой из плоскостей однородно и равно: $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$,

поэтому $E_1 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_2 = \dfrac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_3 = \dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$.

В точках A, B, C, D напряженность равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемой каждой из плоскостей:

$$\overline{E} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3$$

$$E_A = -E_1 - E_2 + E_3 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 0$$

$$E_B = E_1 - E_2 + E_3 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_C = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{6}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_D = E_1 + E_2 - E_3 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{3\sigma}{2\varepsilon} = \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 0\,.$$

Пример 2. Пылинка массой $m = 2{,}0 \cdot 10^{-12}$ г взвешена в воздухе между двумя горизонтальными разноименно и равномерно заряженными пластинами. Напряженность поля пластин направлена вертикально вверх. Заряд пылинки равен пяти элементарным зарядам. Определить заряд на пластинах. Площадь каждой пластины $S = 100$ см^2.

Решение:

Пылинка находится во взвешенном состоянии при условии $P = F$, где $P = mg$ и $F = qE$. Напряженность поля двух равномерно заряженных пластин $E = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon$, где $\sigma = Q/S$. Отсюда $Q = \frac{mg}{q}\varepsilon\varepsilon_0 S$.

$$Q = \frac{2{,}0 \cdot 10^{-15} \cdot 9{,}8}{8{,}0 \cdot 10^{-19}} \cdot 1{,}0 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{Кл} \approx 2{,}2 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл.}$$

3. Равномерно заряженный шар

Аналогичным образом, применяя теорему Остроградского-Гаусса, можно получить формулу для равномерно заряженного шара. Без вывода примем, что напряженность электростатического поля шара радиусом R с зарядом q, равномерно распределенным по его поверхности равна $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, где r – радиус-вектор, проведенный из центра шара в исследуемую точку поля. Элеткростатическое поле вне заряженного шара совпадает с полем точечного заряда (равного заряду шара), помещенного в центр шара (рисунок 1.17). Напряженность элеткростатического поля внутри шара, заряженного по поверхности, равна нулю.

Пример 1. Поверхностная плотность заряда на равномерном заряженном шаре $\sigma = 6{,}4 \cdot 10^{-8}$ Кл/м^2. Определить напряженность электрического поля в точке, отстоящей от центра шара на 6 радиусов.

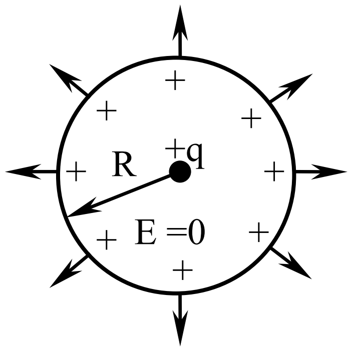

Рисунок 1.17

Решение:

Элеткростатическое поле заряженного по поверхности шара вне шара анологично полю точечного заряда, расположенного в его центре:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}.$$

Заряд на шаре $q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$, где R – радиус шара, $\varepsilon = 1$; тогда:

$$E = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon 36 R^2} = \frac{\sigma}{36_0}, \quad E = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-8}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 36} \approx 2{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ В/м}.$$

Пример 2. Напряженность электрического поля у поверхности Земли равна E = 130 Н/Кл. Определить заряд Земли, если ее радиус R = 6400 км. Считать, что Земля имеет сферическую форму и заряд ее равномерно распреден по поверхности.

Решение:

Напряженность поля заряженной сферы:

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

откуда $q = 4\pi\varepsilon_0 R^2 E$.

$$q = 130 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}4^2 \cdot 10^{12} \text{ Кл} = 5{,}92 \cdot 10^5 \text{ Кл}.$$

1.5 Работа электростатического поля при перемещении заряда. Потенциал и разность потенциалов.

При перемещении заряженных тел, действующие между ними силы совершают работу. Известно, что тела, способные совершать работу за счет сил взаимодействия друг с другом, обладают потенциальной энергией. Следовательно, находящийся в электростатическом поле заряд обладает потенциальной энергией, которую называют электростатической или электрической.

Поскольку работа является мерой изменения энергии, для определения потенциальной энергии заряда в электростатическом поле необходимо сначала подсчитать работу, совершаемую силами такого поля при перемещении заряда.

Поместим заряд +q в точку 1 однородного электростатического поля, существующего между разноименно заряженными металлическими пластинами (рисунок 1.18). Так как поле однородное, т.е. во всех его точках E = const, то в каждой точке поля на заряд q действует постоянная сила $\vec{F} = q\vec{E}$.

Будем перемещать заряд q из точки 1 в точку 2 вдоль линии напряженности $\vec{E}$. Как известно, работа постоянной силы определяется как $A = F\lambda\cos\alpha$. Направление силы $\vec{F}$, действующей на заряд q, противоположно направлению перемещения (т.е. α = 180º), поэтому

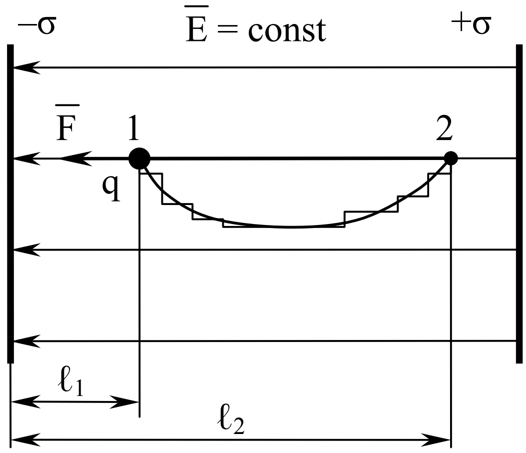

Рисунок 1.18

$$A = -F\lambda = -qE(\lambda_2 - \lambda_1) = -(qE\lambda_2 - qE\lambda_1). \qquad (3)$$

Пример 1. Две параллельные пластины площадью S = $2\cdot10^{-2}$ м^2 каждая, находящиеся в воздухе, заряжены разноименными зарядами |q| = 100 нКл. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами на Δℓ = 0,1 мм? Диэлектрик – воздух.

Решение:

Работу определяем по формуле

$$A = qE\Delta\lambda$$

Поле, создаваемое каждой из пластин однородно и равно

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Поверхностная плотность заряда равна

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Окончательно получим

$$A = q\frac{q}{2\varepsilon_0 S}\Delta\lambda = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}\Delta\lambda = \frac{(10^{-7})^2}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 10^{-2}}\cdot 10^{-4} \approx 3\cdot 10^{-6}\,\text{Дж}$$

Вычислим теперь работу A вдоль произвольной кривой, соединяющей точку 1 и точку 2. Перемещение по плавной кривой можно представить в виде перемещения по ступенчатой ломаной линии со сколь угодно малыми участками. При перемещении q вдоль вертикальных участков ломаной, перпендикулярных напряженности $\vec{E}$ работа не совершается (т.к. α = 90º). На ступеньках параллельных $\vec{E}$ будет совершаться работа (1), так как сумма таких участков равна $\lambda_2 - \lambda_1$. Следовательно, в однородном электростатическом поле работа, совершаемая при перемещении заряда из одной точки поля в другую, не зависит от того, по какой траектории движется заряд, а зависит только от положения этих точек в поле. Из механики известно, что силы, обладающие подобным свойством, называются консервативными, а поля этих сил – потенциальными. Работа сил потенциального поля при перемещении заряда по замкнутому контуру равна нулю.

Мы знаем, что работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n2} - W_{n1}) \tag{4}$$

Сравнивая (3) и (4) видно, что

$$W_{n2} - W_{n1} = qE\lambda_2 - qE\lambda_1$$

Следовательно, в однородном электростатическом поле потенциальная энергия заряда

$$W_n = qE\lambda \tag{5}$$

Из (5) видно, что потенциальная энергия заряда в электростатическом поле пропорциональна заряду q. Это справедливо не только для однородного, но и для любого электростатического поля. Следовательно, отношение потенциальной энергии к заряду не зависит от помещенного в поле заряда. Это позволяет ввести новую количественную характеристику поля – потенциал.

$$\varphi = \frac{W_n}{q} \tag{6}$$

Из (6) видно, что потенциал электростатического поля в данной точке есть скалярная величина, численно равная потенциальной энергии единичного заряда, помещенного в эту точку поля.

Таким образом, для описания электростатического поля используют две основные характеристики: напряженность $\vec{E}$ является вектором и представляет собой силовую характеристику; она определяет силу, действующую на заряд q в данной точке поля. Потенциал φ – скаляр, это энергетическая характеристика поля; она определяет потенциальную энергию заряда q в данной точке поля.

Подобно потенциальной энергии, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчета потенциала. Практическое значение имеет не сам потенциал в точке, а изменение потенциала, которое не зависит от выбора нулевого уровня отсчета потенциала. Из (6) $W_n = q\varphi$, следовательно работа

$$A = -(W_{n2} - W_{n1}) = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q\Delta\varphi \tag{7}$$

В дальнейшем вместо изменения потенциала $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, представляющего собой разность значений потенциала в конечной и начальной точках траектории, будем использовать другую величину – разность потенциалов.

Под разностью потенциалов понимают разность значений потенциала в начальной и конечной точках траектории:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi,$$

следовательно формула (7) примет вид:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\Delta\varphi = qU \tag{8}$$

Для электростатического поля напряжение U равно разности потенциалов. Согласно (8)

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q} \tag{9}$$

Таким образом, разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равно отношению работы поля по перемещению заряда из начальной точки в конечную к этому заряду. Или иначе говоря, численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда.

Из (9) устанавливают единицу потенциала и разности потенциалов. В СИ работу выражают в джоулях, заряд в кулонах. Следовательно, $\frac{1Дж}{1К} = 1В(Вольт)$

За единицу потенциала и разности потенциалов в СИ, называемую вольтом, принята разность потенциалов таких двух точек электростатического поля, при перемещении между которыми заряда 1Кл совершается работа 1 Дж.

Если потенциал бесконечно удаленных точек принят за нулевой, потенциал поля точечного заряда имеет простой физический смысл. Подставляя в (9) $\varphi_2 = 0$ (потенциал бесконечно удаленной точки), получим

$$\varphi_1(r) = \frac{A_\infty}{q} = k\frac{q}{\varepsilon r} \tag{10}$$

т.е. потенциал данной точки поля, созданного точечным зарядом, численно равен работе, которую производят силы поля при перемещении положительного единичного заряда из данной точки в бесконечно удаленную.

Пример2. Поле образовано точным зарядом $q = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Какую работу совершит поле при переносе одноименного заряда $q_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ Кл из точки B, удаленной от заряда q на расстояние r_B = 0,5 м, в точку A, удаленную от q на расстояние r_A = 2 м (рисунок 1.19). Среда – воздух.

Решение:

Работа поля при переносе заряда q_1 по любому пути из точки B в точку A определяются по формуле:

$$A = q(\varphi_B - \varphi_A)$$

Потенциалы точек A и B:

$$\varphi_A = k\frac{q}{r_A}; \quad \varphi_B = k\frac{q}{r_B}.$$

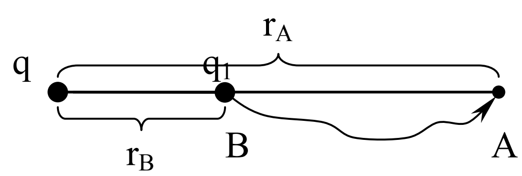

Рисунок 1.19

Тогда работа поля:

$$A = q_1\left(k\frac{q}{r_B} - k\frac{q}{r_A}\right) = q_1 kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = 1{,}5\cdot 10^{-9}\cdot 9\cdot 10^{9}\cdot 1{,}2\cdot 10^{-7}\left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{2}\right) =$$

$= 2{,}43\cdot 10^{-7}$ Дж $= 0{,}243$ мкДж

Формула (10) справедлива также и для определения потенциала в точке поля, создаваемого равномерно заряженной сферой или шаром на расстояниях, больших или равных его радиусу, т.к. поле такой сферы вне ее и на ее поверхности совпадает с полем точечного заряда.

Пример 3. Равномерно заряженный шар R = 2 см в вакууме имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 5\cdot 10^{-7}$ Кл/м^2. Определить потенциал поля в точке А, отстающей на r = 0,5 м от центра шара, а также потенциал поля внутри шара (рисунок 1.20).

Решение:

Потенциал электростатического поля, образованного заряженным шаром, вне шара совпадает с потенциалом поля точечного заряда, сосредоточенного в центре шара.

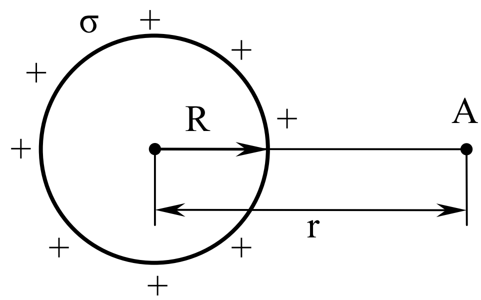

Рисунок 1.20

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \text{ т.к.}$$

$$q = \sigma S = \sigma\cdot 4\pi R^2, \text{ то}$$

$$\varphi_A = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{5\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 0{,}5} \approx 50 \text{ В}.$$

Потенциал поля внутри заряженного шара:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \frac{\sigma\cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{5\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{-2}}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1} = 10^3 \text{ В}.$$

Пример 4. Определить значение напряженности и потенциала в точке А, находящейся на расстоянии $\ell = 20$ см от поверхности заряженной проводящей сферы радиусом R = 10 см, если потенциал сферы $\varphi_0 = 240$ В.

Решение:

Потенциал сферы равен $\varphi_0 = \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

Отсюда выражаем $q_0 = 4\pi\varepsilon_0 R\varphi_0$.

Напряженность поля в точке А равна

$$E = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 (R+\lambda)^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R\varphi_0}{4\pi\varepsilon_0 (R+\lambda)^2} = \frac{R\varphi_0}{(R+\lambda)^2} = \frac{0{,}1 \cdot 240}{(0{,}1+0{,}2)^2} = 267 \text{ Н/Кл.}$$

Потенциал поля в точке А равен

$$\varphi_A = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 (R+\lambda)} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R\varphi_0}{4\pi\varepsilon_0 (R+\lambda)} = \frac{R\varphi_0}{R+\lambda} = \frac{0{,}1 \cdot 240}{0{,}1+0{,}2} = 80 \text{ В.}$$

Если заряд не является точечным, то для определения потенциала поля, создаваемого им, поступают следующим образом. Разбивают этот заряд на сколь угодно малые заряды, каждый из которых можно считать точечным. Тогда потенциал в произвольной точке поля определится как сумма потенциалов, созданных в этой точке каждым отдельным точечным зарядом:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

Пример 5. Одинаковые одноименные точечные заряды $q_1 = q_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в двух вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 1 м. Определить значение напряженности и потенциала в третьей вершине А треугольника (рисунок 1.21).

Решение:

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ и } \varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Результирующий вектор $\vec{E}$ является стороной ромба со стороной a и углом 60º.

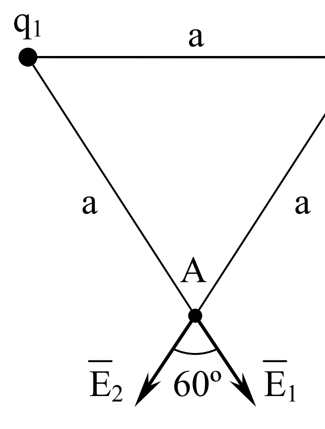

Рисунок 1.21

$$E_A = E_1 \cos 30° + E_2 \cos 30° =$$

$$2E_1 \cos 30° = \sqrt{3}\,\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1^2} = 6{,}1 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл.}$$

Потенциал в точке A

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a} = \frac{4\cdot 10^{-7}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1} = 7200\ \text{В}.$$

1.6 Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов. Эквипотенциальные поверхности.

Если известно распределение потенциала, т.е. его значение в каждой точке поля, то можно найти и напряженность $\vec{E}$ этого поля в каждой точке.

Рассмотрим в однородном электростатическом поле две точки 1 и 2 и предположим, что заряд q = +1 переходит из точки 1 в точку 2 вдоль Δx (рисунок 1.22). Согласно (3), $A = qE_X\Delta x = E_X\Delta x$, где E_X – проекция вектора $\vec{E}$ на направление Δx. С другой стороны (7), $A = -q\Delta\varphi = -\Delta\varphi$.

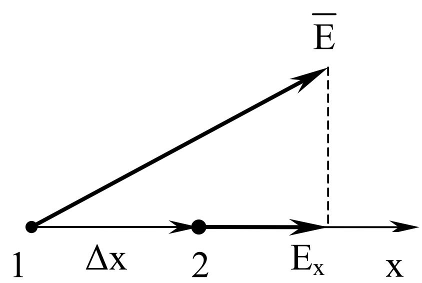

Рисунок 1.22

Приравняв оба выражения для работы, получим

$$E_X = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x},$$

переходя к пределу при Δx → 0, получим

$$E_X = -\frac{d\varphi}{dx}. \tag{11}$$

Производная, стоящая в правой части, выражает быстроту изменения потенциала в направлении x.

Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z, можем найти вектор $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}\right), \tag{12}$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей x, y, z.

Вектор $\vec{E}$, определяемый выражением (12) называется градиентом скаляра φ (наряду с grad, применяется обозначение ∇ – «набла»). То есть напряженность поля $\vec{E}$ равна градиенту потенциала со знаком «–»

$$\vec{E} = \text{grad}\,\varphi \text{ или } \vec{E} = -\nabla\varphi. \quad (13)$$

Знак минус определяется тем, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала. Таким образом, зная распределение потенциала, можно определить и проекцию напряженности поля на любое направление, а значит и проекции E_x, E_y, E_z на оси.

Пример 1. Разность потенциалов точек, отстоящих от заряженной поверхности на расстояниях $x_1 = 5$ см и $x_2 = 10$ см, равна $\varphi_1 - \varphi_2 = 5$ В. Чему равен заряд плоскости в вакууме, если ее площадь $S = 400$ см^2?

Решение:

Напряженность и разность потенциалов электростатического поля связаны выражением

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{(\varphi_2 - \varphi_1)}{(x_2 - x_1)},$$

отсюда $\varphi_1 - \varphi_2 = E(x_2 - x_1) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x_2 - x_1)$,

где $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ – напряженность равномерно заряженной плоскости,

$\sigma = \dfrac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда, откуда

$$q = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\cdot 2\varepsilon_0\varepsilon S}{x_2 - x_1} = \frac{5\cdot 2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-2}}{1\cdot 10^{-1} - 5\cdot 10^{-2}} = 7\cdot 10^{-11} \text{ Кл.}$$

Если поле однородно, т.е. создается плоским конденсатором, а U – напряжение между пластинами, d – расстояние между ними, то

$$E = \frac{U}{d} \quad (14)$$

Пример 2. К пластинам плоского конденсатора приложено напряжение $U = 600$ В. Поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = 3{,}2\cdot 10^{-4}$ Кл/м^2. Определить расстояние между пластинами d.

Решение:

Напряженность поля конденсатора $E = \frac{U}{d}$, напряженность поля двух параллельных плоскостей $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$.

Приравнивая два равенства $\frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$ получим

$$d = \frac{U\varepsilon_0\varepsilon}{\sigma} = \frac{600 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{320 \cdot 10^{-6}} = 1{,}65 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Формулу (14) используют для определения единицы напряженности поля. Напряженность электростатического поля равна единице, если разность потенциалов между двумя точками на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В. Эту единицу называют «вольт на метр».

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются эквипотенциальными поверхностями – поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Через каждую точку поля проходит одна силовая линия и одна эквипотенциальная поверхность. В каждой точке поля силовая линия и эквипотенциальная поверхность взаимно перпендикулярны друг другу.

Докажем это. Пусть через некоторую точку А проходят силовая линия AA_1 и эквипотенциальная поверхность S (рисунок 1.23). Напряженность поля в точке А определяется вектором $\vec{E}_A$. Переместим заряд q_0 из точки А в точку В, которая лежит на эквипотенциальной поверхности S на малом расстоянии $\Delta\lambda$ от точки А. Работа по такому перемещению выражается формулой:

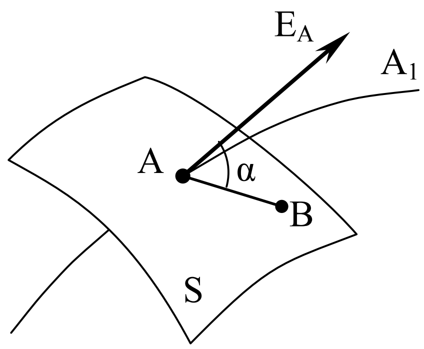

Рисунок 1.23

$$A = F \cdot \Delta\lambda \cdot \cos\alpha = E_A \cdot q_0 \cdot \Delta\lambda \cdot \cos\alpha.$$

Эта же работа может быть выражена через разность потенциалов

$$A = q_0(\varphi_A - \varphi_B).$$

Поскольку точки А и В лежат на одной и той же эквипотенциальной поверхности, то $\varphi_A = \varphi_B$, следовательно

$A = q_0(\varphi_A - \varphi_B) = 0$, отсюда

$$E_A \cdot q_0 \cdot \Delta\lambda \cdot \cos\alpha = 0.$$

Из всех множителей в левой части равенства нулю может быть равен только cosα, следовательно α = 90º.

Вывод: силовая линия E_A перпендикулярна эквипотенциальной поверхности S.

Используя взаимную перпендикулярность линий и поверхностей, можно по известному семейству силовых линий нарисовать семейство сечений эквипотенциальных поверхностей и наоборот (рисунок 1.24). Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковыми. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках.

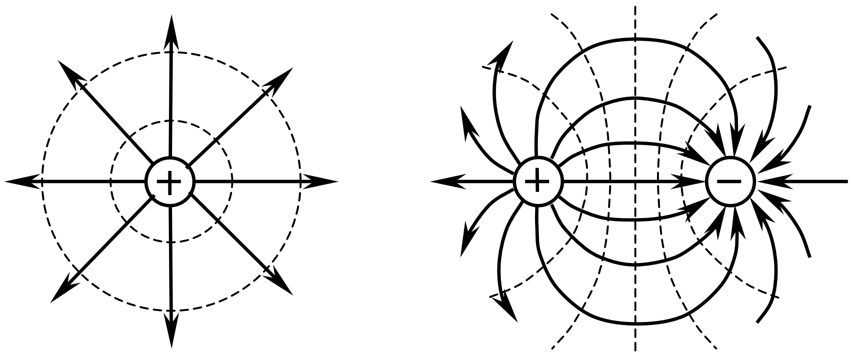

Рисунок 1.24

1.7 Электроемкость уединенного проводника, шара. Единицы электроемкости

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, согласно (10), пропорционален заряду φ ~ q. Из опыта известно, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, принимают различные потенциалы. Поэтому, для уединенного проводника можно записать

$$q = C\cdot\varphi.$$

Величину $C = q/\varphi$ называют электроемкостью (или емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Единица электроемкости в системе СИ – фарад (Ф): 1 Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Как отмечалось ранее, потенциал уединенного шара определяется по той же формуле (10), что и потенциал поля точечного заряда

$$\varphi_ш = k\frac{q}{\varepsilon R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R},$$

отсюда емкость шара будет: $C_ш = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.

Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме ($\varepsilon = 1$), и имеющий радиус $R = C/4\pi\varepsilon_0 \approx 9\cdot10^6$ км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C \approx 0{,}7$ мФ). Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы – миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ) и т.д.

В системе СГСЭ единица электроемкости называется сантиметром (см). Физический смысл этого наименования в том, что емкость уединенного сферического проводника (шара) в вакууме $C_{см} = R_{см}$, в среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε

$$C_{см} = \varepsilon R_{см}.$$

Соотношение между единицами электроемкости СИ и СГСЭ такое:

$$1Ф = \frac{1Кл}{1В} = \frac{3\cdot10^9\,ед.СГСЭзаряда}{\frac{1}{300}\,ед.СГСЭпотенциала} = 9\cdot10^{11}\,ед.СГСЭемкости,$$

$1Ф = 9\cdot10^{11}$см, $1мкФ = 9\cdot10^5$см, $1пФ = 0{,}9$ см

Пример 1. Определить потенциал шара φ, если на расстоянии $\ell_1 = 50$ см от его центра в воздухе потенциал его электрического поля $\varphi_1 = 400$ В, а на расстоянии от поверхности шара $\ell_2 = 200$ см $\varphi_2 = 800$ В. Поверхностная плотность заряда шара равномерная.

Решение:

Электрическое поле шара, заряженного с равномерной плотностью, такое же, как поле точечного заряда, расположенного в центре шара. Если заряд шара q, то потенциал поля на расстоянии ℓ_1 ,будет

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\lambda_1},$$

на расстоянии ℓ_2 потенциал

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(\lambda_2 + R_ш)}$$

Из отношения левых и правых частей этих равенств найдем

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\lambda_2 + R_ш}{\lambda_1},$$

откуда найдем радиус шара:

$$R_ш = \lambda_1 \frac{\varphi_1}{\varphi_2} - \lambda_2 = 50 \cdot \frac{400}{800} - 20 = 5см$$

Следовательно, емкость шара C = 5 см. Заряд шара в единицах СГСЭ найдем из равенства $\varphi_1 = \frac{q}{\lambda_1}$. Получим $q = \varphi_1\ell_1$, и, следовательно, искомый потенциал шара

$$\varphi = \frac{q}{C} = \frac{\varphi_1\lambda_1}{C} = \frac{400В \cdot 50см}{5см} = 4000В$$

Пример 2. Две металлические концентрические сферы, расположенные в воздухе, имеют радиусы r_1 = 20 см и r_2 = 40 см. На внутренней сфере находится заряд q_1 = – 90 ед. СГСЭ$_q$, внешняя сфера заряжена до потенциала φ_2 = 600 В. Найти напряженность и потенциал поля в точках А, В и С (рисунок 1.25), расположенных на расстоянии ℓ_A = 10 см, ℓ_B = 25 см, ℓ_C = 50 см от центра сфер.

Решение:

Заряд, равномерно распределенный по поверхности сферы, создает вне сферы такое же поле, как и точечный заряд. Расположенный в центре сферы. Внутри сферы напряженность равна нулю, а потенциал равен потенциалу на поверхности сферы. На основании этого найдем выражение для напряженности и потенциала (в системе СГСЭ). Предварительно найдем заряд внешней сферы:

$q_2 = \varphi_2 \cdot C$,

т.е. $q_2 = \varphi_2 \cdot r_2 = \dfrac{600\ \text{В}}{300\ \text{едСГСЭ}} \cdot 40$ см = 80 ед.СГСЭ$_q$

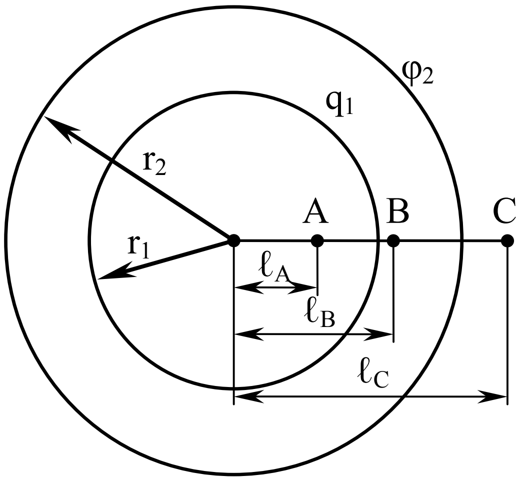

Рисунок 1.25

Вне обеих сфер

$$E_C = \frac{q_1}{\lambda_C^2} + \frac{q_2}{\lambda_C^2} = \frac{q_1 + q_2}{\lambda_C^2},$$

$$\varphi_C = \frac{q_1}{\lambda_C} + \frac{q_2}{\lambda_C} = \frac{q_1 + q_2}{\lambda_C},$$

где ℓ_C – расстояние точки С поля от общего центра обеих сфер. Между сферами

$$E_B = 0 + \frac{q_1}{\lambda_B^2} = \frac{q_1}{\lambda_B^2}; \qquad \varphi_B = \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_1}{\lambda_B}.$$

Внутри малой сферы

$$E_A = 0; \qquad \varphi_A = \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}.$$

Подставляем в эти формулы заданные величины. При этом, если вектор напряженности направлен вправо (от общего центра сфер), то напряженность будем считать положительной, в данном случае это напряженность поля отрицательного заряда q_1, а напряженность поля положительного заряда q_2, вектор напряженности которого направлен влево (к общему центру сферы), будем считать отрицательной.

Получим:

$$E_C = \frac{-90 + 80}{50^2} = -\frac{1}{250}\ \text{ед СГСЭ}_E = -\ 120\ \text{В/м},$$

$$\varphi_C = \frac{-\ 90\ +\ 80}{50} = -\ \frac{1}{5}\ \text{ед СГСЭ}_\varphi = -\ 60\ \text{В},$$

$$E_B = -\frac{90}{25^2} = -0{,}144\ \text{едСГСЭ}_E = -\ 4320\ \text{В/м},$$

$$\varphi_B = \frac{80}{40} - \frac{90}{25} = -1{,}6 \text{ ед СГСЭ}_\varphi = -\ 480 \text{ В},$$

$$E_A = 0 \text{ В/м},$$

$$\varphi_A = -\frac{90}{20} + \frac{80}{40} = -2{,}5 \text{ ед СГСЭ}_\varphi = -\ 750 \text{ В}.$$

Знак «–» при E_B и E_C показывает, что векторы напряженности направлены к центру сферы.

1.8 Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия конденсатора. Применение конденсаторов

Как видно из формулы для емкости шара, чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название конденсаторов.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные заряды, причем ближайшими к наводящему заряду q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом q, т.е. понижают потенциал φ проводника, что приводит к повышению его электроемкости C.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую формулу, что поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. В зависимости от формулы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению зарядов q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между его обкладками

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$$

Выведем формулу плоского конденсатора.

Т.к. поле между обкладками является однородным, то q = σ·S. Напряженность поля двух разноименно заряженных параллельных пластин (поле плоского конденсатора) равно $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, напряжение U = E·d,

где S – площадь пластин, d – расстояние между ними

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\sigma \cdot S \cdot \varepsilon\varepsilon_0}{\sigma \cdot d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Отсюда видно, что электрическая емкость не зависит от вещества, из которого изготовлен конденсатор, а зависит от его формы, размеров и диэлектрической проницаемости среды.

Пример 1. Определить электроемкость конденсатора, для изготовления которого использовали ленту алюминиевой фольги длиной ℓ = 157 см и шириной h = 90 мм. Толщина парафинированной бумаги d = 0,1 мм.

Решение:

Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S = ℓ·h – площадь пластины равна площади алюминиевой фольги.

Тогда

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \lambda h}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 1{,}57 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{0{,}1 \cdot 10^{-3}} = 25 \cdot 10^{-9}\,\Phi = 25 \cdot 10^{-3}\,\text{мк}\Phi.$$

Если напряжение на конденсаторе сделать слишком большим, то конденсатор «пробивается», т.е. между его обкладками возникает искра (внутри диэлектрика или по его поверхности) и конденсатор портится в следствии нарушения изоляции. Поэтому каждый конденсатор характеризуется не только своей емкостью, но и ещё максимальным рабочим напряжением.

Для того чтобы, располагая определенными конденсаторами, осуществить желаемую емкость при нужном рабочем напряжении, конденсаторы соединяют в батареи.

Возможны три типа соединения конденсаторов – последовательное, параллельное и смешанное.

1. Последовательное соединение конденсаторов

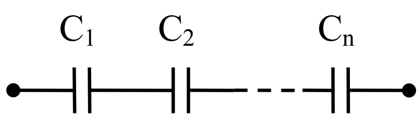

Рисунок 1.26

При таком соединении (рисунок 1.26)на обкладках каждого конденсатора окажется одинаковый по модулю заряд, т.е. $q_1 = q_2 = q_3 = \ldots = q_n = q$, где q заряд всей батареи.

Можно записать $U_1 = q/C_1$, $U_2 = q/C_2$, … $U_n = q/C_n$. Напряжение же батареи будет равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, т.е.

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} = q\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_n}.$$

Поэтому для емкости C всей батареи, находим

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

При последовательном соединении конденсаторов суммируются обратные величины емкости. В этом случае напряжение на каждом конденсаторе будет меньше напряжения на батарее, и поэтому допустимое рабочее напряжение будет больше, чем у одного конденсатора.

Пример 2. Конденсаторы емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения 200 В. Определить разность потенциалов на каждом конденсаторе.

Решение:

При последовательном соединении заряды на конденсаторах будут одинаковыми. Разность потенциалов на конденсаторах:

$$U_1 = \frac{q}{C_1} \text{ и } U_2 = \frac{q}{C_2},$$

где q – заряд, q = CU,

где C – емкость соединенных последовательно конденсаторов.

При последовательном соединении:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ или } C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

Тогда: $q = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} U$ и

$$U_1 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot U}{(C_1 + C_2) \cdot C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U = \frac{8 \cdot 200}{2 + 8} = 160 \text{ В},$$

$$U_2 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot U}{(C_1 + C_2) \cdot C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U = \frac{2 \cdot 200}{2 + 8} = 40 \text{ В}.$$

2. Параллельное соединение конденсаторов

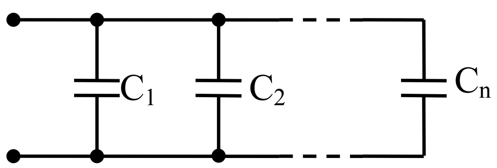

Рисунок 1.27

При таком соединении (рисунок 1.27) напряжения на каждом конденсаторе U_i одинаковы и равны напряжению U на батарее.

$$U_1 = U_2 = \ldots U_n = U.$$

Заряд такой батареи q будет равен сумме зарядов на всех параллельно соединенных конденсаторах:

$$q_1 = C_1U, \; q_2 = C_2U, \ldots, q_n = C_nU$$

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = U \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

Поэтому емкость батареи: $C = \frac{q}{U} = \sum_{i=1}^{n} C_i$.

Емкость батареи конденсаторов, соединенных параллельно, равна сумме емкостей отдельных конденсаторов. Т.к. в этом случае напряжение на каждом конденсаторе равно напряжению на батарее, то и допустимое рабочее напряжение батареи будет таким же, как и у одного конденсатора.

Пример 3. Конденсатор емкостью C_1 = 3мкф заряжен до разности потенциалов U_1 = 300В, конденсатор емкостью C_2 = 2мкф – до U_2 = 200В. Оба конденсатора соединены после зарядки параллельно одноименными полюсами. Какая разность потенциалов установиться на обкладках конденсаторов после их соединения?

Решение:
Заряд первого конденсатора $q_1 = C_1U_1$,
заряд второго конденсатора $q_2 = C_2U_2$.

После соединения заряд батареи конденсаторов будет:

$$q_1 = q_1 + q_2 = C_1U_1 + C_2U_2$$

Емкость конденсаторов при параллельном соединении

$$C = C_1 + C_2$$

Разность потенциалов после соединения:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \cdot 10^{-6}\Phi \cdot 300В + 2 \cdot 10^{-6}\Phi \cdot 200В}{3 \cdot 10^{-6}\Phi + 2 \cdot 10^{-6}\Phi} = 260\,В.$$

Пример 4. Найти емкость конденсатора C, площадь пластин которого S и расстояние между ними ℓ, если в конденсатор вставлена металлическая пластина толщиной d, параллельная его обкладкам (рисунок 1.28).

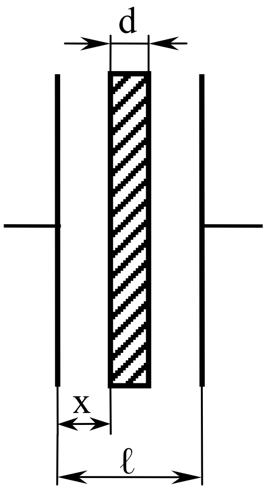

Рисунок 1.28

Решение: Конденсатор со вставленной в него пластиной можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора.

Электроемкость первого из них

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{x},$$

где x – расстояние от одной из обкладок до пластины.

Электроемкость второго конденсатора

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\lambda - d - x}.$$

При последовательном соединении электроемкость батареи определяется уравнением:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\lambda - d}{\varepsilon_0 \cdot S}.$$

Следовательно: $C = \dfrac{\varepsilon_0 \cdot S}{\lambda - d}$.

Электроемкость не зависит от положения пластины. При очень тонкой пластине ($d \to 0$) электроемкость конденсатора не зависит от наличия пластины.

Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии, эта работа равна энергии, приобретаемой конденсатором.

В том, что заряженный конденсатор обладает энергией, можно убедиться, если разрядить конденсатор, например лейденскую банку, с помощью специального разрядника. При этом между шариком разрядника и обкладкой конденсатора проскакивает искра. Энергия конденсатора превращается в другие формы: механическую, световую, тепловую. Чем больше электроемкость конденсатора и напряжение, тем мощнее будет искра.

Выведем формулу для энергии плоского конденсатора. Напряженность поля, созданного зарядом одной из пластин, равна $\frac{E}{2}$, где E – напряженность поля в конденсаторе. В одном поле одной пластины находится заряд q, расположенный по поверхности другой пластины. Согласно формуле для потенциальной энергии заряда в одном поле энергия конденсатора равна:

$$W = q\frac{E}{2}d,$$

где q – заряд конденсатора, а d – расстояние между пластинами.

Так как $Ed = U$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора, то его энергия равна:

$$W = \frac{qU}{2} \qquad (15)$$

Эта энергия равна работе, которую совершит электрическое поле при сближении пластин вплотную. Заменив в формуле (15) либо разность потенциалов $U=\frac{q}{C}$, либо заряд $q = CU$ получим:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} \qquad (16)$$

Можно доказать, что эти формулы справедливы для энергии любого конденсатора, а не только плоского.

Согласно теории близкодействия вся энергия взаимодействия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел. Значит, энергия может быть выражена через основную характеристику поля – напряженность.

Подставим в формулу (16) значение электроемкости плоского конденсатора и выразим разность потенциалов в формуле через напряженность поля: U=Ed. Тогда энергия конденсатора будет равна:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd \tag{17}$$

Разделив (17) на объем Sd, занятый полем, получим энергию, приходящуюся на единицу объема, т.е. плотность энергии:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

Эта формула справедлива не только для однородного поля плоского конденсатора, но и для любого другого электростатического поля. Более того, полученное выражение для плотности энергии оказывается справедливым и для переменных электрических полей.

Пример 5. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определить энергию конденсатора после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$, если: 1) конденсатор отключен от источника питания, 2) конденсатор подключен к источнику питания.

Решение:

1. Найдем энергию конденсатора после его заполнения диэлектриком в первом случае по формуле $W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2}$, где q_0 – заряд конденсатора, который не изменялся при его заполнении диэлектриком

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \varepsilon C_1,$$

где $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{d}$ – емкость воздушного конденсатора.

Тогда: $W_2 = \frac{q_0^2}{2\varepsilon C_1} = \frac{W_1}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{2} = 10^{-7}$ Дж.

2. Так как конденсатор подключен к источнику питания, энергию после его заполнения диэлектриком определим по формуле:

$$W_2 = \frac{C_2 U_0^2}{2},$$

где U_0 – напряжение на конденсаторе, которое остается неизменным.

Поскольку $C_2 = \varepsilon C_1$

$$W_2 = \frac{\varepsilon C_1 U_0^2}{2} = \varepsilon W_1 = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-7} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Энергия конденсатора обычно не очень велика – не более сотни джоулей. К тому она не сохраняется из-за неизбежной утечки заряда. Поэтому заряженные конденсаторы не могут заметить, например, аккумуляторов в качестве источника электрической энергии.

Но это совсем не означает, что конденсаторы как накопители энергии не получили практического применения. Они имеют одно важное свойство. Конденсатор может накапливать энергия более или менее длительное время, а при разряде его через цепь малого сопротивления он отдает энергию почти мгновенно. Вот это свойство и используют широко на практике.

Лампа-вспышка, например, применяемая в фотографии, питается током разряда конденсатора, заряжаемого предварительно специальной батареей. Возбуждение квантовых источников света – лазеров – осуществляется с помощью газоразрядной трубки, вспышка которой происходит при разрядке батареи конденсаторов большой электроемкости.

Однако основное применение конденсаторы находят в радиотехнике. Конденсаторы используются в различных электрических цепях для получения определенного изменения напряжения за счет изменения заряда. Причем конденсаторы большой электроемкости способны накоплять или отдавать большой заряд без значительного изменения напряжения.

1.9 Контрольная работа № 3

Таблица вариантов индивидуальных домашних заданий по теме «Электростатика»

Вариант	Номера задач									
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

1.10 Теоретические вопросы для подготовки по теме «Электростатика»

Основные понятия электростатики. Закон Кулона. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Поток вектора напряженности. Принцип суперпозиции электростатических полей. Теорема Остроградского-Гаусса. Примеры вычисления электрического поля с помощью теоремы Остроградского-Гаусса: равномерно заряженная бесконечная плоскость, две параллельные разноименно заряженные плоскости, равномерно заряженный шар. Работа электростатического поля при перемещении заряда. Потенциал и разность потенциала. Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциала. Эквипотенциальные поверхности. Электроемкость уединенного проводника, шара. Единицы электроемкости. Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия конденсатора. Применение конденсаторов.

Задачи для самостоятельного решения

1 Найти силу притяжения между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см, заряд ядра равен по величине и противоположен по знаку заряда электрона.

2 Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 20 см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

3 Построить график зависимости силы взаимодействия между двумя точечными зарядами от расстояния между ними в интервале $2 \leq r \leq 10$ см через каждые 2 см. Заряды равны соответственно $2 \cdot 10^{-8}$ К и $2 \cdot 10^{-8}$ К.

4 Во сколько раз сила ньтоновского притяжения между двумя протонами меньше силы их кулоновского отталкивания? Заряд протона численно равен заряду электрона.

5 Вычислить силу электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние $62 \cdot 10^{-12}$ см. Заряд электронной оболочки атома натрия пренебречь.

6 Два одинаковых металлических заряженных шарика весом 0,2 кг каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найти заряд шариков, если известно, что на этом расстоянии их электростатическая энергия в миллион раз больше их взаимной гравитационной энергии.

7 Во сколько раз энергия электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массою m больше энергии их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для: 1) электронов и 2) протонов.

8 Построить график зависимости потенциальной электростатической энергии двух точечных зарядов от расстояния между ними в интервале $2 \leq r \leq 10$ см через каждые 2 см. Заряды равны $q_1 = 10^{-9}$К и $q_2 = 10^{-9}$К; $\varepsilon = 1$. График построить для случаев: 1) заряды одноименные и 2) заряды разноименные.

9 Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$ К и $q_2 = -6 \cdot 10^{-9}$ К. Расстояние между зарядами равно $r = 10$ см; $\varepsilon = 1$.

10 В центр квадрата, в вершинах которого находится по заряду в 7СГС$_q$, помещен отрицательный заряд. Найти величину этого заряда, если результирующая сила, действующая на каждый заряд, равна нулю.

11 В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Величина каждого заряда $q = 4{,}5$ СГС$_q$. Сторона шестиугольника 3 см.

12 Решить предыдущую задачу при условии, что все шесть зарядов, расположенных в вершинах шестиугольника, положительны.

13 Расстояние между двумя точечными зарядами q_1 = 22,5 $СГС_q$ и q_2 = -44,0 $СГС_q$ равно 5 см. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного заряда.

14 Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_0 = $4\cdot10^{-7}$ К они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60^0. Найти вес шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 20 см.

15 Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным 0,098 Н? Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 см. Вес каждого шарика равен $5\cdot 10^{-3}$ кг.

16 Найти плотность материала шариков задачи 9.14, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равен 54^0.

17 Два заряженных шарика одинакового радиуса и веса, подвешенные на нитях одинаковой длины, опускаются в жидкий диэлектрик, плотность которого ρ_1 и диэлектрическая проницаемость ε. Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике были одинаковыми?

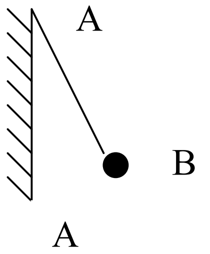

Рисунок 1

18 На рисунке 1: АА – заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда в $4\cdot10^{-9}$ К/см^2 и В – одноименно заряженный шарик с массой в 1 г и зарядом в 3 $СГС_q$. Какой угол с плоскостью АА образует нить на которой висит шарик?

19 На рисунке 16 АА –заряженная бесконечная плоскость и В – одноименно заряженный шарик с весом Р = $4\cdot10^{-5}$ кг и с зарядом q = $6,67\cdot10^{-10}$ К. натяжение нити, на которой висит шарик, равно F = $4,9\cdot10^{-4}$ Н. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости АА.

20 Найти силу, действующую на заряд в 2 $СГС_q$, если заряд помещен: 1) на расстоянии 2 см от заряженной нити с линейной плотностью заряда $2\cdot10^{-9}$ К/см; 2) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $2\cdot10^{-9}$ К/см^2; 3) на расстоянии 2 см от поверхности заряженного шара радиусом в 2 см и поверхностной плотностью заряда в $2\cdot10^{-9}$ К/см^2. Диэлектрическая проницаемость среды во всех трех случаях равна 6.

21 Начертить на одном графике кривые зависимости напряженности электрического поля от расстояния в интервале $1\leq r \leq 5$ см через каждый

1 см, если поле образовано: 1) точечным зарядом в 100 $СГС_q$, 2) бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $1{,}67 \cdot 10^{-8}$ К/см, 3) бесконечно протяженной заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда в $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ К/см^2.

22 Определить напряженность электрического поля на расстоянии $2 \cdot 10^{-8}$ см от одновалентного иона. Заряд иона считать точечным.

23 С какой силой электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на каждый метр заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $3 \cdot 10^{8}$ К/см и поверхностная плотность заряда на плоскости $2 \cdot 10^{-9}$

24 С какой силой (на единицу длины) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотность заряда в $3 \cdot 10^{-8}$ К/см, находящиеся на расстоянии 2 см друг от друга? Какую работу (на единицу длины) надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния в 1 см?

25 Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии а = 10 см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-7}$ К/см. Найти величину и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждой нити.

26 С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименные заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда в $3 \cdot 10^{-8}$ К/см^2?

27 Медный шар диаметром 1 см помещен в масло. Плотность масла ρ = 800 кг/м^3. Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле? Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность Е = 36000 В/см.

28 В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля Е = 600 В/см. Заряд капли равен $2{,}4 \cdot 10^{-9}$ $СГС_q$. Найти радиус капли.

29 Показать, что электрическое поле, образованное заряженной нитью конечной длины, в предельных случаях переходит в электрическое поле 1) бесконечно протяженной нити и 2) точечного заряда.

30 Длина заряженной нити равна 25 см. При каком предельном расстоянии от нити (для точек, лежащих на перпендикуляре к середине нити) электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно заряженной нити? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5 %. Указание. Допускаемая ошибка $\sigma = \dfrac{E_2 - E_1}{E_2}$, где E_2 – напряженность электрического поля бесконечно длинной нити и E_1 – напряженность поля нити конечной длины.

31 В точке А, расположенной на расстоянии 5 см от бесконечно длинной заряженной нити, напряженность электрического поля равна

1500 В/см. 1) При какой предельной длине нити найденное значение напряженности будет верным с точностью до 2 %, если точка А расположена на перпендикуляре к середине нити? 2) Чему будет равна напряженность электрического поля в точке А, если нить имеет длину 20 см? Линейную плотность заряда на нити считать равной линейной плотность заряда на бесконечно длинной нити. 3) Найти линейную плотность заряда на нити.

32 Кольцо из проволоки радиусом R = 10 см заряжено отрицательно и несет заряд $q = - 5\cdot10^{-9}$ К. 1) Найти напряженность электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстоянии L, равном 0,5,8,10 и 15 см. Начертить график E = f(L). 2) На каком расстоянии L от центра кольца напряженность электрического поля будет максимальной?

33 Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии $L = L_{max}$ от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $L = 0{,}5\ L_{max}$ от центра кольца, будет меньше максимальной напряженности?

34 Показать, что электрическое поле, образованное заряженным диском, в предельных случаях переходит в электрическое поле 1) бесконечно протяженной плоскости и 2) точечного заряда.

35 Диаметр заряженного диска равен 25 см. При каком предельном расстоянии от диска по нормали к его центру электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно протяженной плоскости? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%. Указание. Допускаемая ошибка $\sigma = \frac{E_2 - E_1}{E_2}$, где E_1 – напряженность поля от диска и E_2 – напряженность поля от бесконечной плоскости.

36 Требуется найти напряженность электрического поля в точке А, расположенной на расстоянии a = 5 см от заряженного диска (по нормали к его центру). 1) Какое предельное значение может иметь радиус диска, чтобы поле в точке А не отличалось более, чем на 2 % от поля бесконечно протяженной плоскости? 2) Какова напряженность поля в точке А, если радиус R диска в 10 раз больше расстояния a? 3) Во сколько раз найденная напряженность в этой точке меньше напряженности от бесконечно протяженной плоскости?

37 Два параллельных разноименно заряженных диска с одинаковой поверхностной плотностью заряда на них расположены на расстоянии h = 1 см друг от друга. 1) какое предельное значение могут иметь радиусы R дисков, чтобы между центрами дисков поле отличалось от поля плоского конденсатора не более, чем на 5%? 2) Какую ошибку мы допускаем, принимая для этих точек поле равным полю плоского конденсатора при R/h = 10?

38 Шарик массой в 40 мг, заряженный положительным зарядом в 10^{-9}К, движется со скоростью 10 см/с. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду, равному 4 $СГС_q$?

39 На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью, равной 10^8 см/сек?

40 Протон (ядро атома водорода) движется со скоростью $7{,}7\cdot10^8$ см/сек. На како наименьшее расстояние может приблизиться этот протон к ядру атома алюминия? Заряд ядер атомов алюминия $q = Ze_0$, где Z - порядковый номер атома в таблице Менделеева и e_0 – заряд протона, численно равный заряду электрона. Массу протона считать равной массе атома водорода. Протон и ядра атома алюминия считать точечными зарядами. Влиянием электронной оболочки атома алюминия пренебречь.

41 При бомбардировке неподвижного ядра натрия α-частицей сила отталкивания между ними достигла 14 кг. 1) На какое наименьшее расстояние приблизилась α-частица к ядру атома натрия? 2) Какую скорость имела α-частица? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

42 Два шарика с зарядами q_1 = 20 $СГС_q$ и q_2 = 40 $СГС_q$ находятся на расстоянии r_1 = 40 см. Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния r_2 = 25 см?

43 Шар радиусом 1 см, имеющий заряд в $4\cdot10^{-8}$ К, помещен в масло. Начертить график зависимости U = f(x) для точек поля, отстоящих от поверхности шара на расстояниях x, равных 1,2,3,4 и 5 см.

44 Определить потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 10 см от центра заряженного шара радиусом в 1 см. Задачу решить при следующих условиях: 1) задана поверхностная плотность заряда на шаре, равная 10^{-11} К/см^2, 2) задан потенциал шара, равный 300 В.

45 Какая совершается работа при перенесении точечного заряда в $2\cdot10^{-8}$ К из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности шара радиусом 1 см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-9}$ К/см^2?

46 Шарик массой 1 г и зарядом 10^{-8} К перемещается из точки А, потенциал которой равен 600 В, в точку В, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке А, если в точке В она стала равной 20 см/с?

47 Найти скорость *v* электрона, прошедшего разность потенциалов U, равную 1,5,10,100,1000 В.

48 При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $1{,}6\cdot10^9$ см/с. Найти кинетическую энергию этой α-частицы и разность потенциалов поля, в котором можно разогнать покоящуюся α-частицу до такой же скорости.

49 На расстоянии r_1 = 4 см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд q = 2 $СГС_q$. Под действием поля заряд перемеща-

ется до расстояния r_2 = 2 см; при этом совершается работа А= 50 Дж. Найти линейную плотность заряда нити.

50 Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии x_1 = 1 см от нити, до точки x_2 = 4 см, α-частица изменила свою скорость от $2\cdot10^5$ до $3\cdot10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда и нити.

51 Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно нитью с линейной плотностью заряда в $2\cdot10^{-9}$ К/см. какую скорость получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния в 1 см до расстояния 0,5 см от нити?

52 Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд q = 2$СГС_q$. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на расстояние 2 см; при этом совершается работа А = 50 эрг. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

53 Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна 90 В. Площадь каждой пластины 60 $см^2$ и заряд 10^{-9} Кл. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

54 Плоский конденсатор может быть применен в качестве чувствительных микровесов. Внутри горизонтально расположенного плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого d = 3,84 мм, находится заряженная частица с зарядом q = $1{,}44\cdot10^{-9}$ $СГС_q$. Для того, чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов U = 40 В.Найти массу частицы.

55 В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого d = 1 см, находится заряженная капелька массой m = $5\cdot10^{-11}$ г. При отсутствии электрического поля к5апелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов U = 600 В, то капелька падает вдвое медленней. Найти заряд капельки.

56 Между двумя вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них падает пылинка. Вследствие сопротивления воздуха скорость падения пылинки постоянна и равна v = 2 см/с. Через сколько времени после подачи на пластины разности потенциалов U = 3000 В пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние l по вертикали пылинка пролетит до попадания на пластину? Расстояние между пластинами d = 2 см, масса пылинки m = $2\cdot10^{-9}$ г, заряд ее q = $6{,}5\cdot10^{-17}$ Кл.

57 Решить предыдущую задачу при отсутствии силы трения (вакуумный конденсатор).

58 В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого d = 1 см, находится заряженная капелька масла. При отсутствии электрического поля капелька падает с постоянной скоростью v_1 = 0,011 см/с. Если на пластины подать разность по-

тенциалов U = 150 В, то капелька падает со скоростью v_2 = 0,043 см/с. Найти радиус капельки и ее заряд. Коэффициент вязкости воздуха η = $1{,}82\cdot10^{-5}$ Н·с/м^2; плотность масла больше плотности газа, в котором падает капелька, на $\Delta\rho$ = 900 кг/м^3.

59 Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, на нити висит заряженный бузиновый шарик, масса которого равна 0,1 г. После того как на пластины была подана разность потенциалов 1000 В, нить с шариком отклонилась на угол 10^0. Найти заряд шарика.

60 Мыльный пузырь с зарядом $2{,}22\cdot10^{-10}$ Кл находится в равновесии в поле горизонтального плоского конденсатора. Найти разность потенциалов между пластинами конденсатора, если масса пузыря равна 0,01 г и расстояние между пластинами 5 см.

61 Расстояние между пластинами плоского конденсатора 4 см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины они встретятся?

62 Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно 1 см. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и α-частица. Какое расстояние пройдет α-частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

63 Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость 10^8 см/с. Расстояние между пластинами 5,3 мм. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами, 2) напряженность электрического поля внутри конденсатора, 3) поверхностную плотность заряда на пластинах.

64 Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 2 см друг от друга; разность потенциалов между ними 120 В. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя по силовой линии расстояние в 3 мм?

65 Электрон, находящийся в однородном электрическом поле, получает ускорение, равное 10^{14} см/с^2. Найти: 1) напряженность электрического поля, 2) скорость, которую получит электрон за 10^{-6} с своего движения, если начальная его скорость равна нулю, 3) разность потенциалов, пройденную при этом электроном.

66 Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами равна 3 кВ; расстояние между пластинами 5 мм. Найти: 1) силу, действующую на электрон, 2) ускорение электрона, 3) скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, 4) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.

67 Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов U = 300 В. Рас-

стояние между пластинами d = 2 см, длина конденсатора l = 10 см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Решить эту же задачу для α-частицы.

68 Электрон влетает с некоторой скоростью в плоский горизонтальный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Расстояние между пластинами d = 4 см, напряженность электрического поля в конденсаторе E = 1 В/см. 1) Через сколько времени после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет на одну из пластин? 2) На каком расстоянии от начала конденсатора электрон попадет на пластину, если он был ускорен разностью потенциалов 60 В?

69 Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $9\cdot10^6$ м/с. Найти полное, нормальное и тангенциальное ускорение электрона через 10^{-8} с после начала его движения в конденсаторе. Разность потенциалов между пластинами равна 100 В, расстояние между пластинами 1 см.

70 Протон и α-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

71 Протон и α-частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

72 Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_x = 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе E = 100 В/см, длина конденсатора l = 5 см. Найти величину и направление скорости электрона при вылете его из конденсатора.

73 Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов U = 300 В, при прохождении через незаряженный горизонтальный плоский конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на флуоресцирующем экране, расположенном на расстоянии l_1 = 12 см от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на y = 3 см. Найти разность потенциалов U_1, приложенную к пластинам конденсатора. Длина конденсатора l = 6 см и расстояние между его пластинами d = 1,4 см.

74 Электрон движется в плоском горизонтальном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью $3{,}6\cdot10^4$ км/с. Напряженность поля внутри конденсатора 37 В/см. Длина пластин конденсатора 20 см. На сколько сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

75 Протон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $1{,}2\cdot10^5$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора 30 В/см; длина пластин конденсатора 10 см. Во сколько

раз скорость протона при вылете из конденсатора будет больше его начальной скорости?

76 Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, приложена разность потенциалов 150 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка фарфора толщиной 3 мм. Найти напряженность электрического поля в воздухе и фарфоре.

77 Найти емкость земного шара. Радиус земного шара принять равным 6400 км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить количество электричества, равное 1 К?

78 Шарик радиусом 2 см заряжается отрицательно до потенциала 2000 В. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику при зарядке.

79 Восемь заряженных водяных капель радиусом 1 мм и зарядом в 10^{-10} К каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

80 Два шарика одинакового радиуса R = 1 см и веса $P = 4 \cdot 10^{-5}$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и натяжение нитей стало равно $F = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ Н. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно $l = 10$ см.

81 Шарик, заряженный до потенциала 792 В, имеет поверхностную плотность заряда, равную $3{,}33 \cdot 10^{-7}$ К/м^2. Чему равен радиус шарика?

82 Найти: 1) соотношение между радиусом шара R и максимальным потенциалом U, до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля E_0 – 30 кВ/см; 2) максимальный потенциал шара, диаметр которого равен 1м.

83 Два шарика одинакового радиуса R = 1 см и веса P = 0,15 кг заряжены до одинакового потенциала U = 3 кВ и находятся на некотором расстоянии r_1 друг от друга. При этом их взаимная гравитационная энергия равна 10^{-11} Дж. Шарики сближаются, пока расстояние между ними не станет равно r_2. Работа, необходимая для сближения шариков, $2 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найти электростатическую энергию шариков после их сближения.

84 Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора 1 м^2, расстояние между пластинами 1,5 мм. Найти емкость этого конденсатора.

85 Конденсатор, предыдущей задачи заряжен до потенциала 300 В. Найти поверхностную плотность заряда на его пластинах.

86 Требуется изготовить конденсатор емкостью в $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ мкФ. Для этого на парафинированную бумагу толщиной в 0,05 мм наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каков должен быть диаметр этих кружков?

87 Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 см^2 и расстояние между ними 5 мм. К пластинам приложена разность потенциалов 300 В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. 1) Какова будет разность потенциалов между пластинами после заполнения? 2) Какова емкость конденсатора до и после заполнения? 3) Какова поверхностная плотность заряда на пластинах до и после заполнения?

88 Решить предыдущую задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами изолятором производится при включенном источнике напряжения.

89 Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 300$ В. В пространстве между пластинами помещается плоскопараллельная пластинка стекла толщиной $d_1 = 0,5$ см и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной $d_2 = 0,5$ см. Найти: 1) напряженность электрического поля в каждом слое, 2) падение потенциала в каждом слое, 3) емкость конденсатора, если площадь пластин $S = 100$ см^2, 4) поверхностную плотность заряда на пластинах.

90 Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, приложена разность потенциалов 100 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\varepsilon = 173$) толщиной 9,5 мм. При отключении конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов между пластинами конденсатора?

91 Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической по отношению к ней цилиндрической оболочки, между которыми находится изоляция. Найти емкость единицы длины такого кабеля (в микрофарадах на метр), если радиус жилы 1,3 см, радиус оболочки 3,0 см и диэлектрическая проницаемость изоляции 3,2.

92 Радиус центральной жилы коаксиального кабеля 1,5 см, радиус оболочки 3,5 см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов 2300 В. Вычислить напряженность электрического поля на расстоянии 2 см от оси кабеля.

93 Воздушный электрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r = 1,5$ см, радиус внешнего цилиндра $R = 3,5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U = 2300$ В. Какую скорость получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния $l_1 = 2,5$ см до расстояния $l_2 = 2$ см от оси цилиндра?

94 Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом $r = 3$ мм, двух слоев изолятора и внешнего цилиндра радиусом $R = 1$ см. Первый слой изолятора толщиной $d_1 = 3$ мм примыкает к внутреннему цилиндру. Найти отношение падений потенциала в этих слоях.

95 При изучении фотоэлектрических явлений употребляется сферический конденсатор, состоящий из центрального катода – металлического шарика диаметром 1,5 см – и анода – внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром 11 см. Воздух из колбы откачивается. Найти емкость такого конденсатора.

96 Чему будет равен потенциал шара радиусом 3 см, если: 1) сообщить ему заряд 10^{-9} Кл, 2) окружить его другим шаром радиусом 4 см, концентрическим с первым и соединенным с землей?

97 Найти емкость сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер радиусами R_1 = 10 см и R_2 = 10,5 см. Пространство между сферами заполнено маслом. Какой радиус должен иметь шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую емкость?

98 Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора R_1 = 1 см, радиус внешнего шара R_2 = 4 см. Между шарами приложена разность потенциалов U = 3000 В. Найти напряженность электрического поля на расстоянии x = 3 см от центра шаров.

99 Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора R_1 = 1см, радиус внешнего шара R_2 = 4 см. Между шарами приложена разность потенциалов U = 3000 В. Какую скорость получит электрон, приблизившись к центру шаров с расстояния r_1 = 3 см до расстояния r_2 = 2 см?

100.Найти емкость сисметы конденсаторов (см.рисунок). Емкость каждого конденсатора равна 0,5 мкФ.

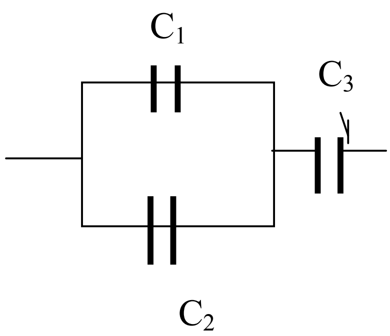

Рисунок 2

Список использованных источников

1 Трофимова Т.И. Курс физики: Учебник. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с., ил.

2 Парфентьева Н.А., Фомина М.В. Решение задач по физике: В помощь поступающим в ВУЗы. Часть 1. Издание 2-е, исправленное. – М.: Мир, 1995. – 216 с., ил.

3 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1973. – 464 с., ил.

4 Яворский Б.М., Селезнев Ю.А. Справочное руководство по физике. Издание 4-е, исправленное. – М.: Наука, 1989. – 576 с., ил.

5 Кобушкин В.К. Методика решения задач по физике: Учебное пособие. Издание 2-е. – Л.: ЛГУ, 1972. - 247 с., ил.

6 Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учебное пособие. – М.: Наука, 1982. – 272 с., ил.

7 Савельев И.В. Курс физики: Учебник. – М.: Наука, 1989. – 304 с., ил.

8. Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач: Учебное пособие. Издание 2-е, исправленное. – М.: Наука, 1976. – 463 с.