

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Оренбургский государственный университет»

Кафедра начертательной геометрии, инженерной
и компьютерной графики

Л.М. ВИНОКУРОВА, А.Д. ПРИПАДЧЕВ

ПОВЕРХНОСТИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИМ
РАБОТАМ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург, 2005

УДК 514.18 (07)
ББК 22.151.3я7
В 49

Рецензент
доктор педагогических наук, профессор А.В. Кострюков

Винокурова, Л.М.
В 49 **Поверхности [Текст] : методические указания к расчетно-графическим работам / Л.М. Винокурова, А.Д. Припадчев; - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005.-65 с.**

Методические указания предназначены для самостоятельного выполнения расчетно-графической работы по курсу «Начертательная геометрия» для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по инженерным специальностям.

В-----

ББК 22.151.3я7

© Винокурова Л.М., Припадчев А.Д., 2005

© ГОУ ОГУ

Введение

Начертательная геометрия как самостоятельная наука, которая занимается теоретическим моделированием трехмерного пространства, а результатами исследований пользуются инженеры для их практического применения, не может обойти вниманием такие важные геометрические фигуры, как поверхности.

Мир поверхностей многообразен и безграничен - начиная от элементарной простой плоскости до причудливых сложнейших форм криволинейных поверхностей, образующие которых периодически изменяют свой вид. Такие поверхности не поддаются точному математическому описанию. По разнообразию форм и свойств, по своему значению при моделировании геометрических фигур в архитектуре, строительстве, изобразительном искусстве, авиастроении поверхности не имеют себе равных среди других фигур.

В предлагаемой работе содержатся основные понятия по построению и моделированию поверхностей, а также способы их задания на плоскости, в пространстве и технике. Помимо этого, рассмотрен вопрос о принадлежности точки и линии поверхности, их видимости, а также нахождения точек пересечения прямой с поверхностью. В конце каждой главы в виде тестов приведены контрольные вопросы для самопроверки. В приложении даны варианты заданий для выполнения.

Знания, умения и навыки, приобретенные в курсе начертательной геометрии, необходимы для изучения общеинженерных и специальных технических дисциплин, а также в инженерной деятельности. Для получения дополнительных, более углубленных теоретических знаний следует воспользоваться рекомендуемой литературой.

1 Понятия и определения

В начертательной геометрии геометрические фигуры задаются графически, поэтому целесообразно поверхность рассматривать как совокупность всех последовательных положений перемещающейся в пространстве линии по определенному закону. Этот подход предполагает формирование поверхности в результате перемещения одной кривой U (образующей) по другой кривой V (направляющей) в соответствии с рисунком 1.

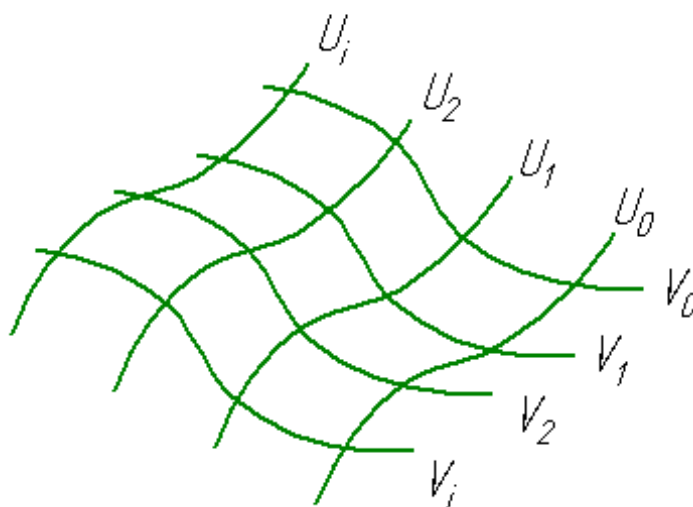


Рисунок 1

Поверхность будет определена, если возможно в любой момент движения образующей знать ее положение и форму. Наложение условий на форму образующей линии, направляющей линии, закон перемещения образующей позволяет формировать практически любые поверхности. Описанный способ образования поверхности называется *кинематическим*.

Другим способом образования поверхности и ее изображения на чертеже является задание поверхности множеством принадлежащих ей точек или линий. Точки и линии выбирают так, чтобы они давали возможность с достаточной степенью точности определять форму поверхности и решать на ней метрические и позиционные задачи. Множество точек или линий, определяющих поверхность, называют ее *каркасом*. Каркасы подразделяются на точечные и линейчатые, в соответствии с рисунком 2.

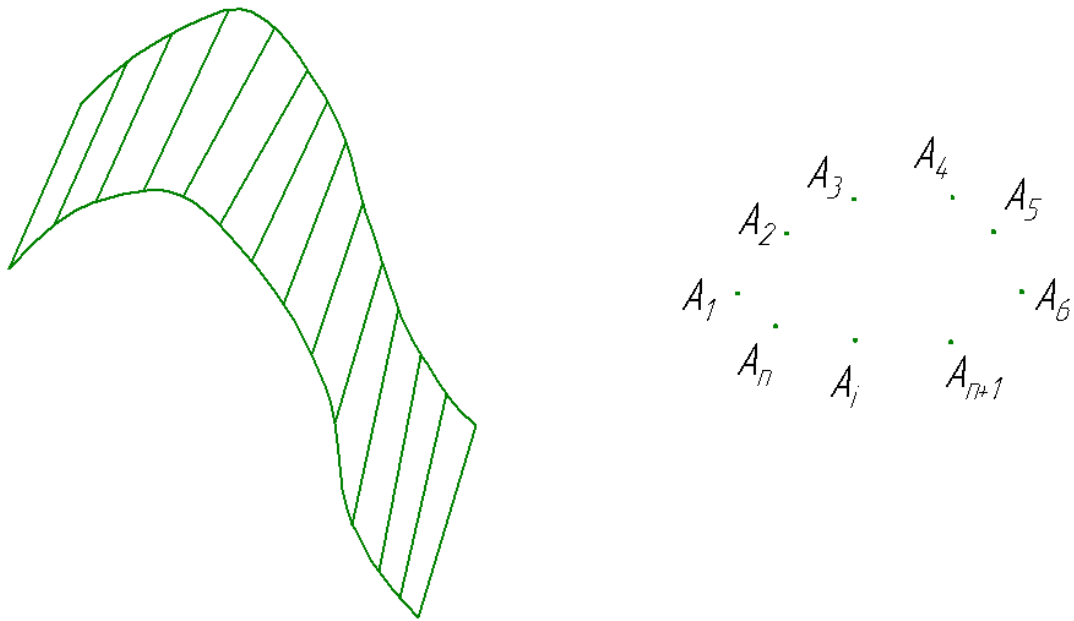


Рисунок 2

Линейным каркасом называется множество линий, имеющих единый закон образования и связанных между собой определенной зависимостью. Закон образования линии каркаса называется **законом каркаса**. Зависимость, устанавливающая связь между его линиями называется **зависимостью каркаса**. Зависимость каркаса характеризуется некоторой изменяемой величиной – **параметром каркаса**. Линейный каркас считается **непрерывным**, если параметр каркаса – **непрерывная** функция, и **дискретным** – в противном случае.

Самый распространенный графический способ задания поверхности (отсека) – **очерками**. При проецировании произвольной поверхности на плоскость проекции некоторые из проецирующих лучей будут касаться этой поверхности и образовывать некоторую проецирующую поверхность Φ . Линия касания этих поверхностей называется **контурной линией**, а ее проекция на плоскость – **очерком**. В соответствии с рисунком 3, поверхность прямого кругового конуса на комплексном чертеже задана своими очерками: горизонтальным Φ_1 и фронтальным Φ_2 . Все многообразие форм поверхностей может быть разделено на два класса по виду образующей: **класс I** объединяет поверхности нелинейчатые (образующая – кривая линия), **класс II** объединяет поверхности линейчатые (образующая – прямая линия). Использование кинематического способа образования, задание закона движения образующей, ее формы облегчает изучение поверхностей.

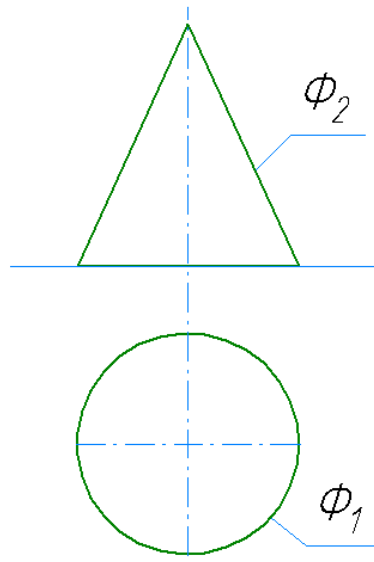


Рисунок 3

2 Определитель поверхности

При задании поверхностей кинематическим способом образования используют понятие определителя. *Определитель* – это совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.

В число условий, входящих в состав определителя включаются:

1) геометрические фигуры (точки, линии, поверхности), с помощью которых образуется поверхность;

2) алгоритм формирования поверхности из данных геометрических фигур со сведениями о характере формы образующей и законе ее перемещения.

Структурная формула произвольной поверхности имеет следующий вид:

$$\Phi(\Gamma) [A], \quad (1)$$

где (Γ) – геометрическая часть;

$[A]$ – алгоритмическая часть.

В определителе указываются параметры формы и положения. К параметрам формы относится величина радиуса сферы \mathbf{R} . Задавая число, указывающее значение \mathbf{R} , мы определяем единственную сферу. Для конической поверхности вращения параметром может служить угол φ между образующей и осью конической поверхности.

Число параметров, характеризующих форму поверхности, может быть любым целым положительным числом, начиная с нуля. Число параметров, характеризующих положение поверхности в пространстве, не может быть меньше трех и больше шести. Для плоскости оно равно трем, для эллипсоида шести.

Ввиду того, что поверхность может быть образована различными способами, то одна и та же поверхность может иметь различные определители. Например: поверхность прямого кругового цилиндра с кинематической точки зрения можно представить:

1) как след, оставленный в пространстве прямой \mathbf{a} при ее вращении вокруг оси \mathbf{m} . При этом прямая \mathbf{a} задает образующую, а ось \mathbf{m} и словесное добавление поясняет, что цилиндрическая поверхность является поверхностью вращения, в соответствии с рисунком 4 а;

2) как поступательное перемещение окружности \mathbf{c} , при этом центр окружности \mathbf{O} перемещается вдоль оси \mathbf{m} , а ее плоскость все время остается перпендикулярно к этой оси, в соответствии с рисунком 4 б;

3) как огибающую всех положений сферической поверхности \mathbf{p} постоянного радиуса, центр которой перемещается по оси \mathbf{m} , в соответствии с рисунком 4 в.

Все рассмотренные способы задания поверхности связаны между собой и при решении задач приходится переходить от одного способа задания к другому.

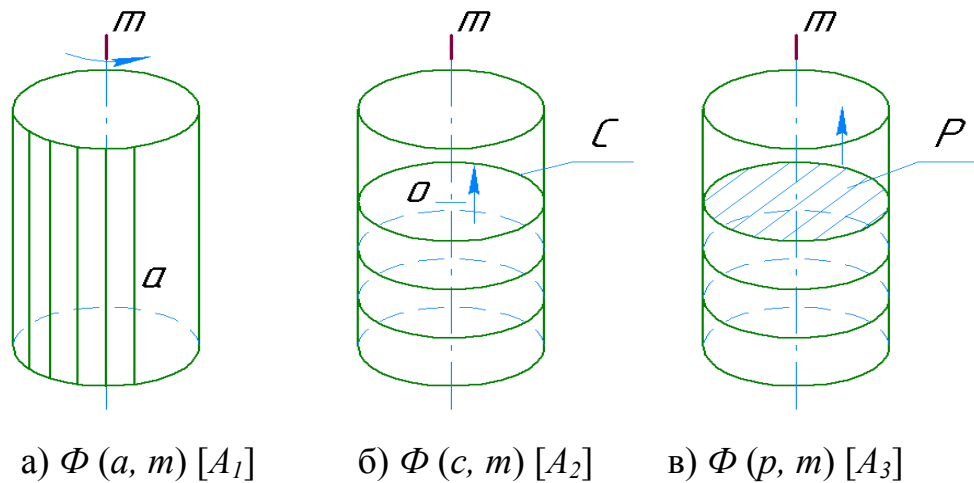


Рисунок 4

Контрольные вопросы

№1 Что такое поверхность при задании кинематическим способом?

Варианты ответов:

- 1 неподвижное множество пространственных линий;
- 2 перемещающиеся множество пространственных линий;
- 3 множество положений одной линии, перемещающейся в пространстве по определённому закону.

№2 Что такое каркас?

Варианты ответов:

- 1 множество линий или точек, произвольно расположенных в пространстве;
- 2 множество линий, имеющих единый закон образования;
- 3 множество линий, связанных между собой определенной зависимостью и имеющих единый закон образования.

№3 Что такое очерк поверхности?

Варианты ответов:

- 1 прямые линии касания двух поверхностей, одна из которых образована проецирующими лучами, касающимися другой поверхности;
- 2 проекция множества линий, касательных к поверхности;
- 3 контурная линия данной поверхности.

№4 Что такое определитель?

Варианты ответов:

- 1 линии, с помощью которых образуется поверхность;
- 2 совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность и состоящих из геометрических фигур, участвующих в образовании поверхности, алгоритм образования поверхности со сведениями о форме образующей и законе ее перемещения;

3 параметры образующей и направляющей линий.

3 Конструирование поверхностей

3.1 Поверхности вращения

Поверхностью вращения называют поверхность, образованную вращением линии (образующей) l вокруг прямой, называемой **осью поверхности вращения** i , в соответствии с рисунком 5.

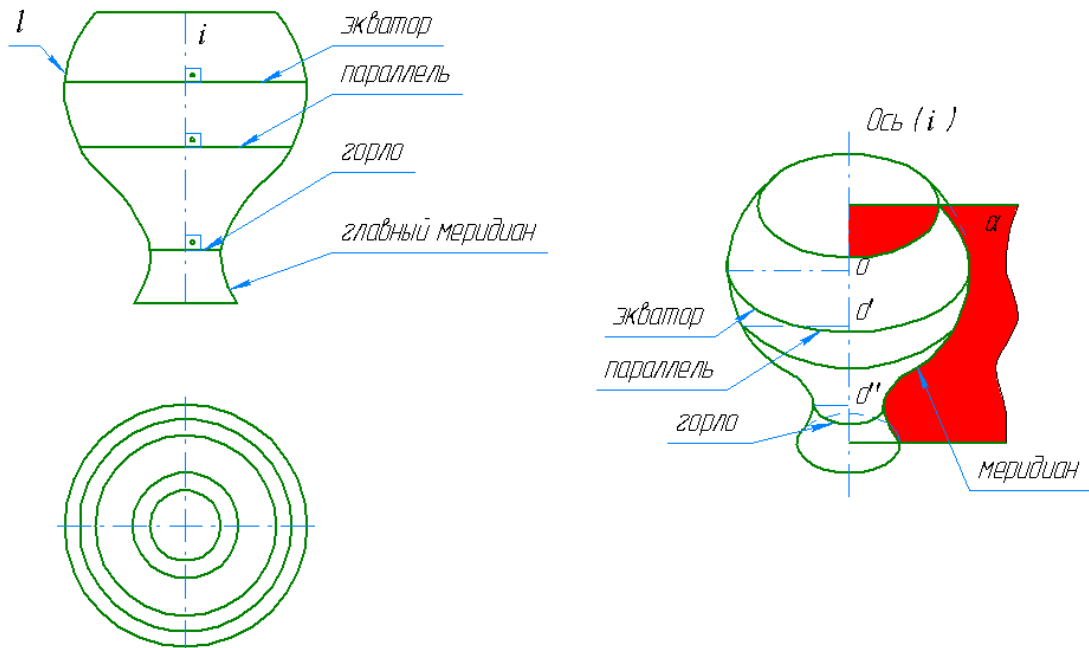


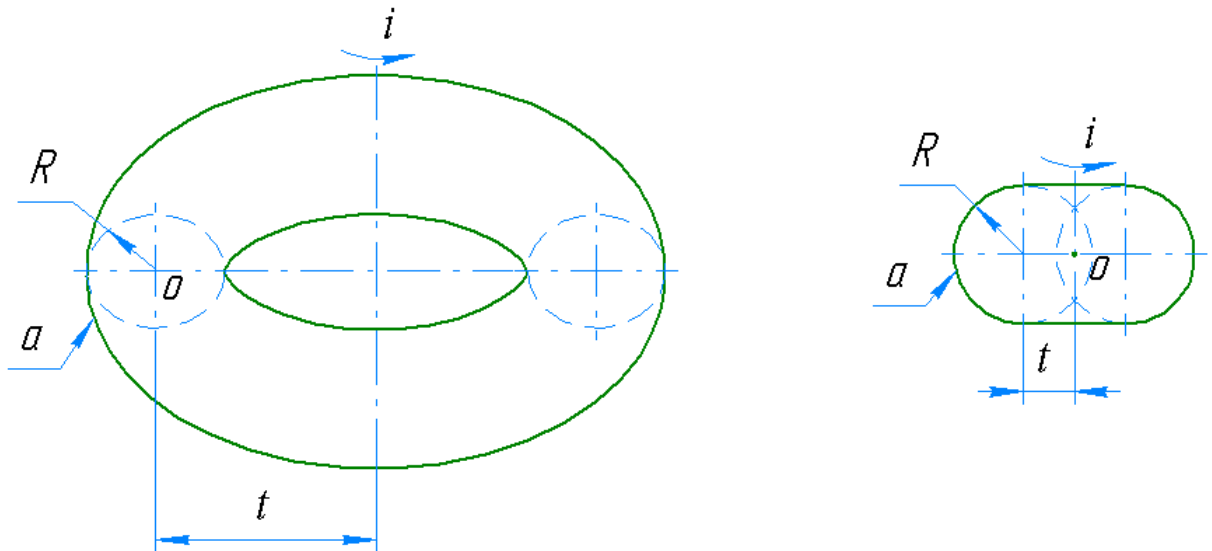
Рисунок 5

При изображении поверхности на чертеже ось вращения выбирается перпендикулярно одной из плоскостей проекций. Все точки образующей l перемещаются при образовании поверхности по окружностям, плоскости которых перпендикулярны оси i и называются **параллелями**. Центры этих окружностей O, O', O'' находятся на оси вращения i . Наибольшая параллель называется **экватором**, наименьшая **горлом**. Плоскости, проходящие через ось поверхности вращения, называют **меридиональными** (плоскость α на рисунке 5), а линии, по которым они пересекаются, поверхность называют **меридианами**.

При задании поверхности вращения указывают проекции ее оси, главного меридиана и экватора. В состав определителя поверхности вращения входят образующая a , ось вращения i и условие $[A]$ о том, что эта образующая вращается вокруг оси $i - \Phi(a, i) [A]$.

3.1.1 Частные виды поверхностей вращения:

а) тор - поверхность тора может быть получена при вращении окружности a вокруг оси i , принадлежащей плоскости окружности a , но не проходящий через ее центр O в соответствии с рисунком 6;



а) открытый тор (кольцо), $R < t$

б) закрытый тор, $R > t$

Рисунок 6

б) сфера - поверхность сферы образуется в том случае, когда центр окружности a принадлежит оси вращения i , в соответствии с рисунком 7;

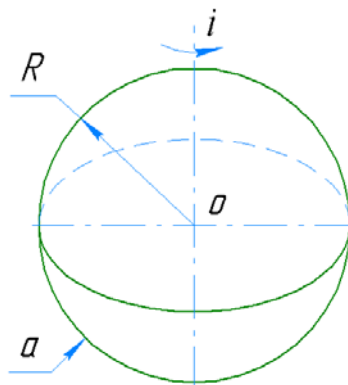


Рисунок 7

в) глобoid - образующей поверхности глобоида является дуга окружности a , в плоскости которой находится ось i , в соответствии с рисунком 8;

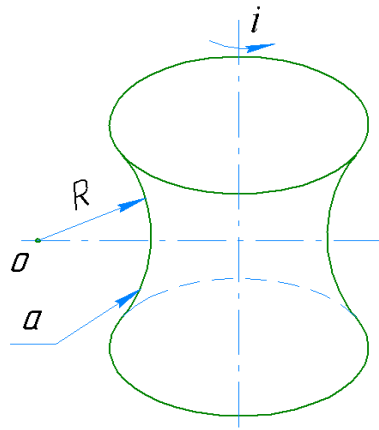


Рисунок 8

г) параболоид - поверхность параболоида образуется при вращении образующей a – параболы, вокруг ее оси i , в соответствии с рисунком 9;

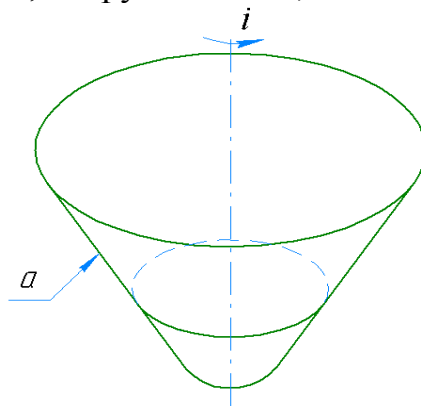
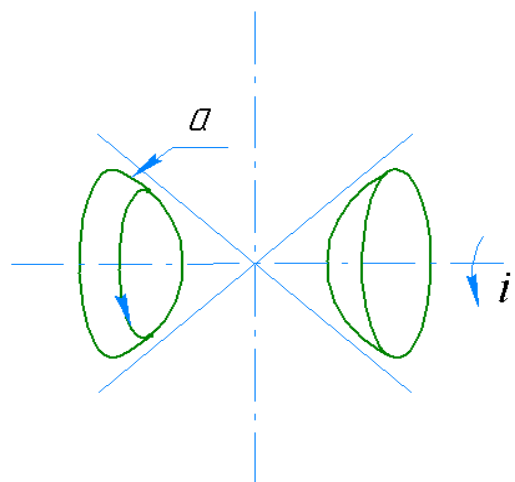
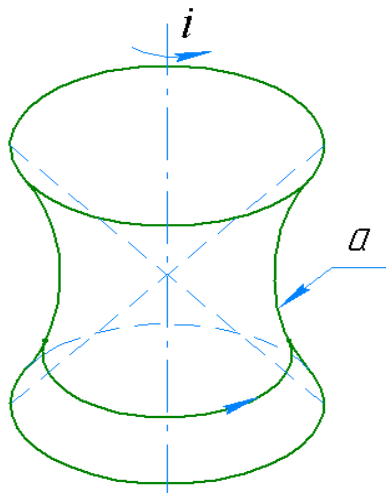


Рисунок 9

д) гиперboloид вращения - у поверхности гиперboloида вращения образующей a является гипербола, которая вращается вокруг своей действительной оси i , в соответствии с рисунком 10а. При вращении образующей гиперболы a вокруг мнимой оси i образуется двуполостный гиперboloид вращения, в соответствии с рисунком 10б;



а) однополостный гиперboloид

б) двуполостный гиперboloид

Рисунок 10

Контрольные вопросы

№1 Какая поверхность называется поверхностью вращения?

Варианты ответов:

1 образованная вращением линии l вокруг прямой i ;

2 образованная перемещением линии l по прямой i , параллельно какой-либо плоскости;

3 образованная перемещением линии i по линиям l и m .

№2 Определите траекторию движения точек линии l при образовании поверхности вращения?

Варианты ответов:

1 окружность;

2 эллипс;

3 пространственная кривая.

№3 Какая поверхность называется тором?

Варианты ответов:

1 образованная вращением окружности вокруг оси i (центр окружности не лежит на оси i);

2 образованная вращением пространственной кривой вокруг оси i ;

3 образованная вращением дуги окружности, центр которой лежит на оси i .

№4 Какая поверхность называется глобоидом?

Варианты ответов:

1 образованная вращением дуги a с радиусом R , центр которой не лежит на оси i , в соответствии с рисунком 11;

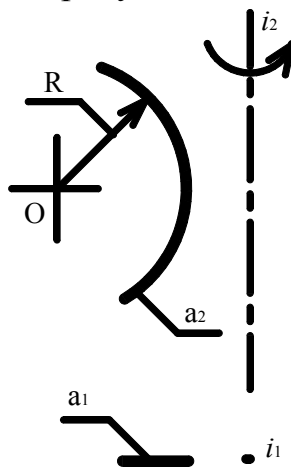


Рисунок 11

2 образованная вращением дуги a с радиусом R , центр которой не лежит на оси i , в соответствии с рисунком 12;

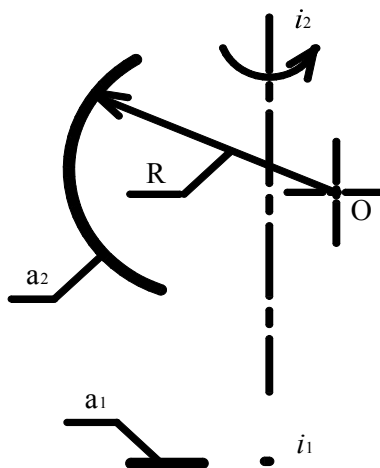


Рисунок 12

3 образованная вращением дуги a с радиусом R , центр которой лежит на оси i , в соответствии с рисунком 13.

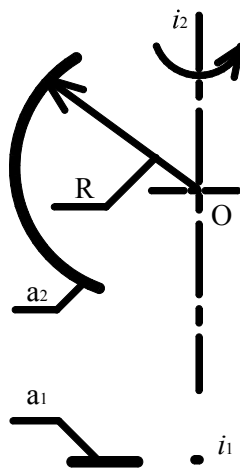


Рисунок 13

№5 В каком случае образуется однополостный гиперboloид вращения?

Варианты ответов:

- 1 при вращении гиперболы вокруг прямой i ;
- 2 при вращении гиперболы вокруг мнимой ее оси;
- 3 при вращении гиперболы вокруг действительной ее оси.

3.1.2 Принадлежность точек и линий поверхности. Характерные линии поверхностей вращения. Определение видимости точек и линий.

Сфера - на ортогональном чертеже сферическая поверхность задается проекциями центра O (O_1, O_2, O_3) и числовым значением радиуса r . Наибольшая параллель называется *экватором* m (m_1, m_2, m_3). Экватор - это наибольшая окружность, параллельная горизонтальной плоскости проекций. Фронтальный главный меридиан n (n_1, n_2, n_3) - это наибольшая окружность, параллельная фронтальной плоскости проекций. Профильный главный

меридиан p (p_1, p_2, p_3) - это наибольшая окружность, параллельная профильной плоскости проекций.

Точка принадлежит поверхности сферы, если она принадлежит окружности этой сферы. На эюре окружности для определения точек проводятся параллельно экватору или главным меридианам, так как в этом случае они параллельны плоскостям проекций и проецируются на них в натуральную величину в соответствии с рисунком 14.

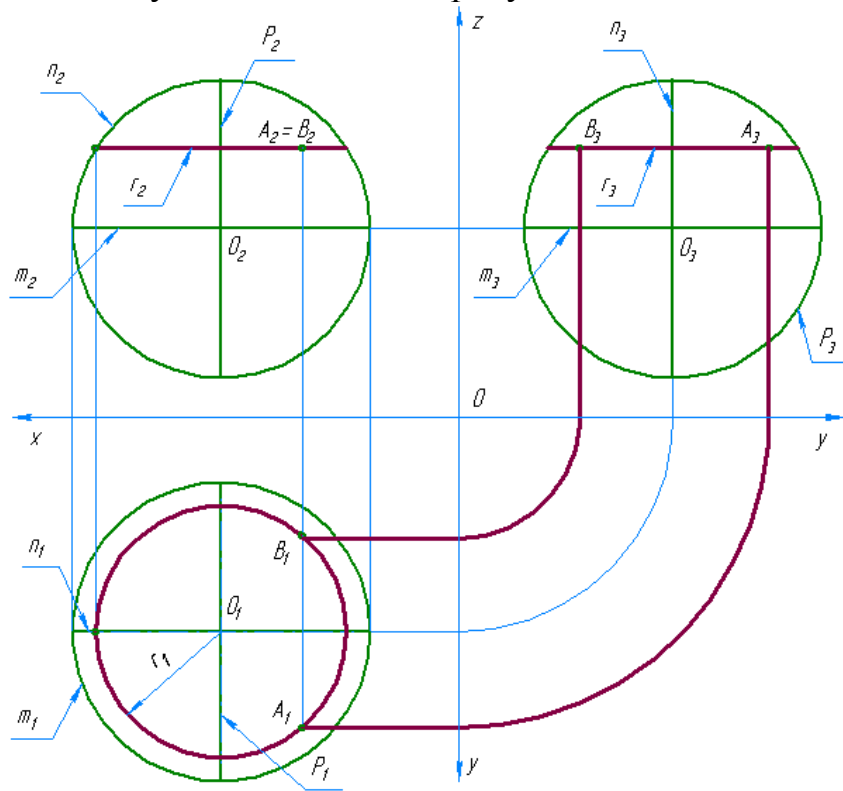


Рисунок 14

Открытый тор - точки A, B, C, D принадлежащие поверхности тора лежат на окружностях a и b , параллельных горизонтальной плоскости. Точка E принадлежит экватору, в соответствии с рисунком 15.

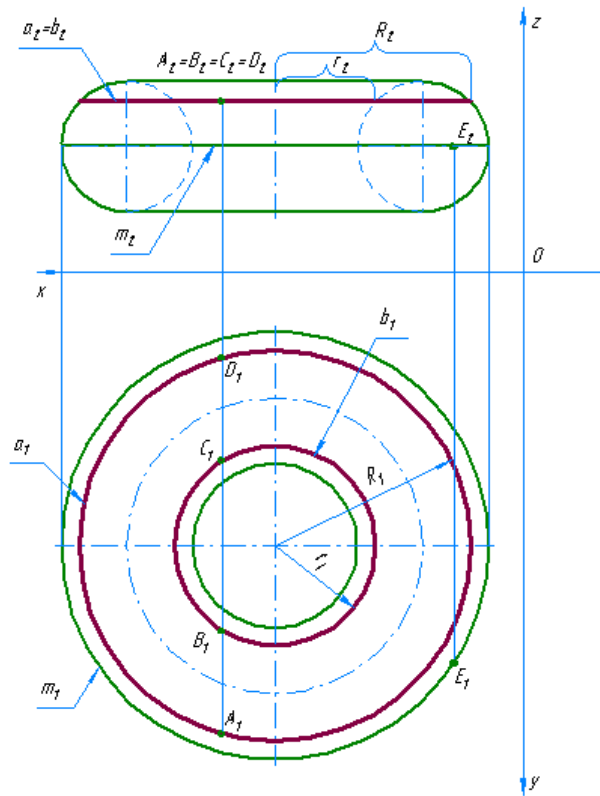


Рисунок 15

Глобoid - определение положения точки, принадлежащей глобоиду, выполняют с помощью построения параллелей, плоскости которых перпендикулярны оси вращения i , в соответствии с рисунком 16.

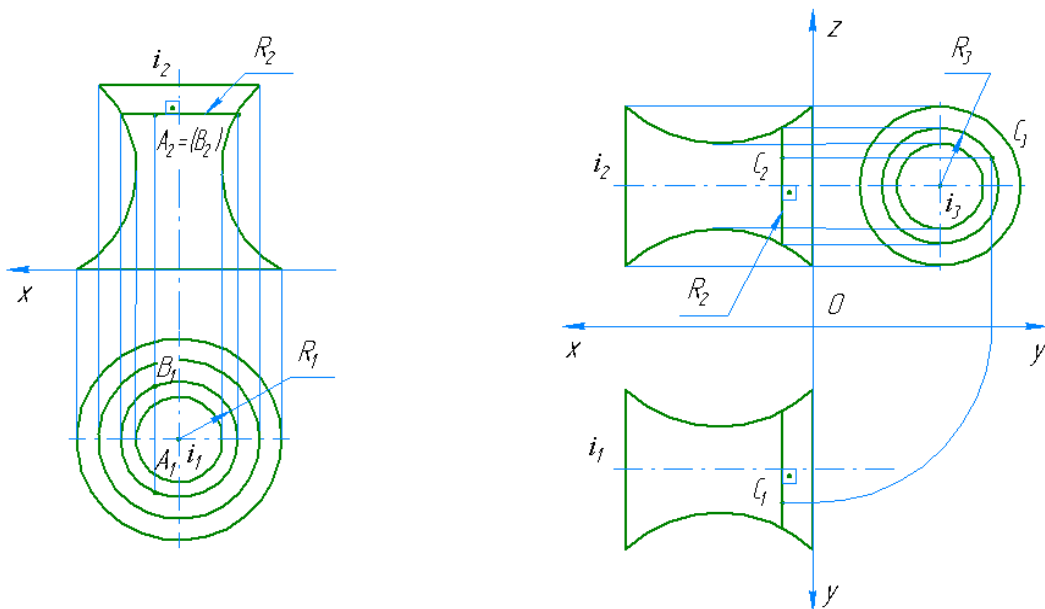


Рисунок 16

Поверхность вращения общего вида - построение линий, принадлежащих поверхностям вращения, выполняется по признаку: линия принадлежит поверхности, если ее точки принадлежат поверхности.

Количество точек, принадлежащих линии, определяется условиями задачи в соответствии с рисунком 17.

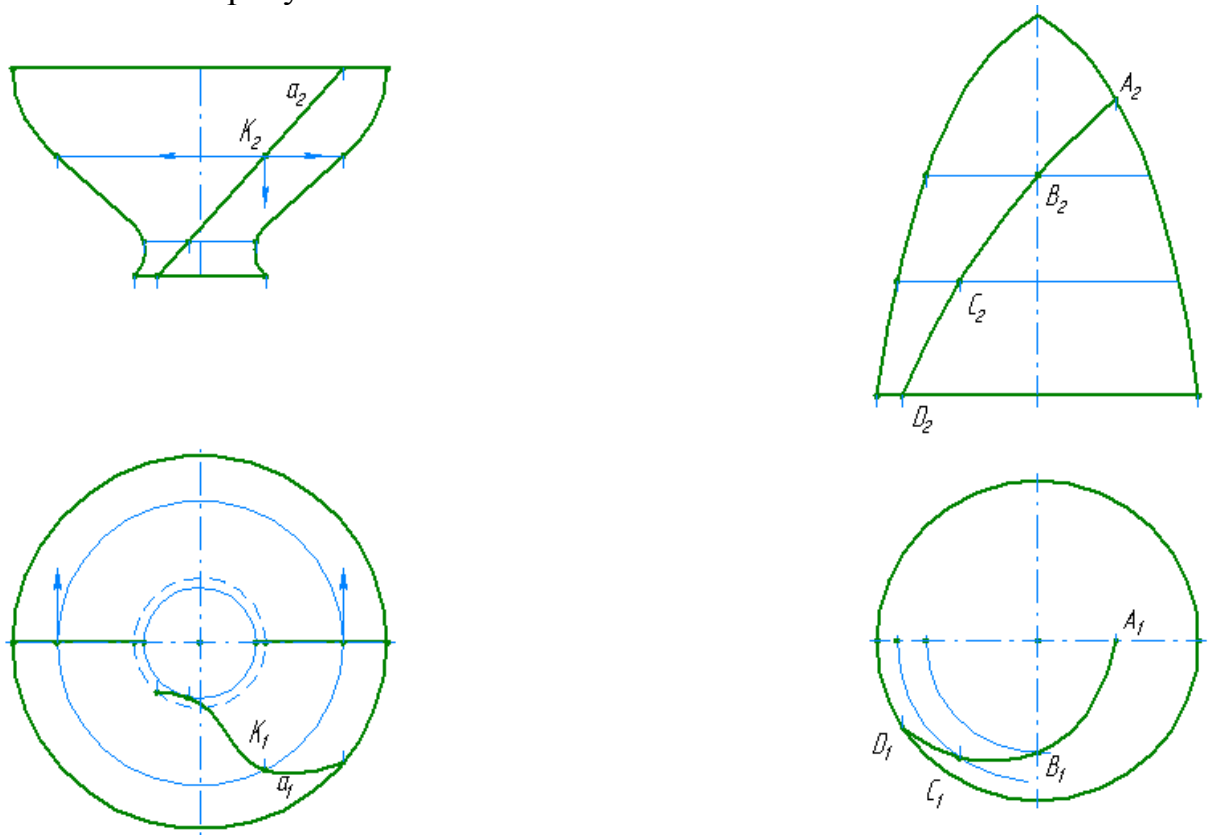


Рисунок 17

Границей видимости точек на поверхности вращения служат характерные линии, такие, как экватор и главные меридианы. При определении видимости точек на фронтальной плоскости определяют их положение по отношению к главному фронтальному меридиану. Точки, расположенные между наблюдателем и главным фронтальным меридианом видимы на фронтальной проекции поверхности вращения, а расположенные за главным фронтальным меридианом – невидимы. Такие точки обозначаются в скобках. Точки, расположенные в верхней части поверхности вращения до экватора, видимы на горизонтальной проекции поверхности вращения, ниже экватора – невидимы. Для определения видимости точек поверхности вращения на профильной проекции используется главный профильный меридиан. Точки, расположенные слева от главного профильного меридиана видимы, а точки расположенные за ними – не видимы, в соответствии с рисунком 18.

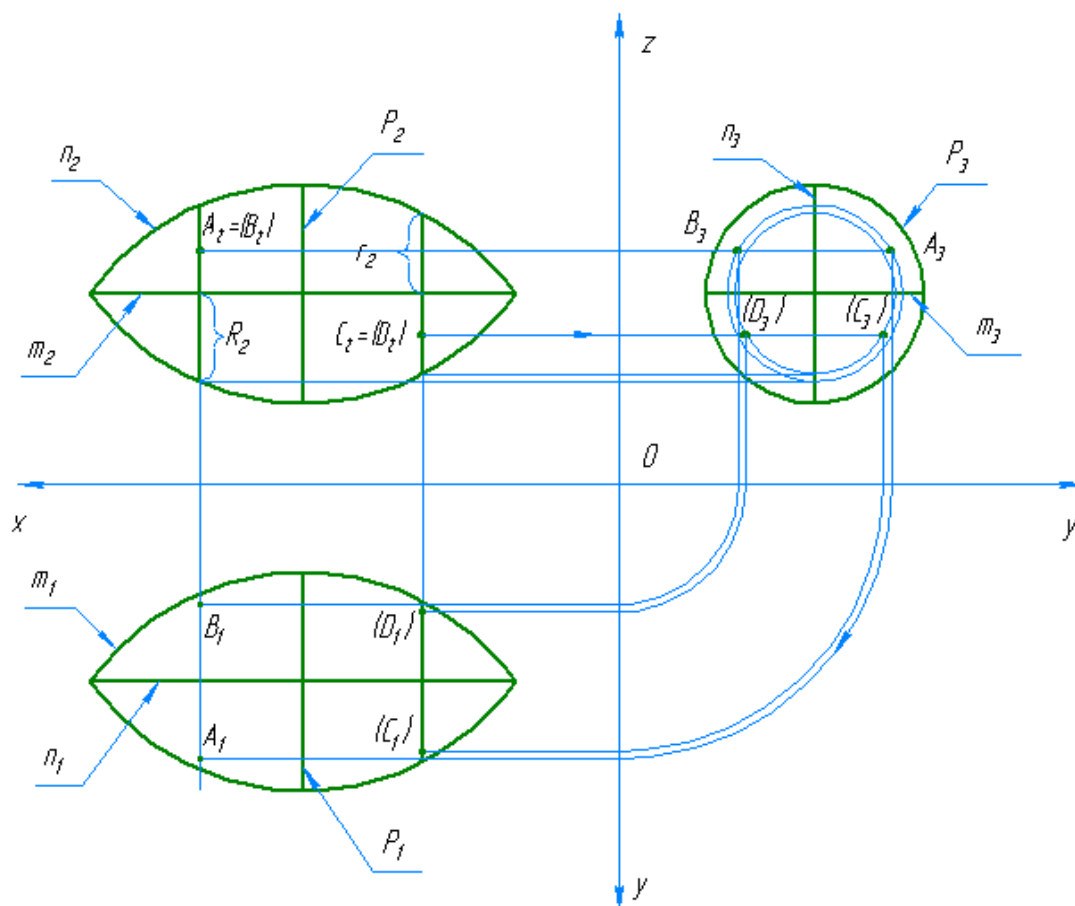


Рисунок 18

Точка A видима на всех плоскостях проекций, точка B невидима на фронтальной плоскости проекций, точка C видима на фронтальной плоскости проекций, точка D невидима на всех плоскостях проекций.

Контрольные вопросы

№1 Когда точка принадлежит поверхности вращения?

Варианты ответов:

- 1 если она принадлежит оси поверхности вращения;
- 2 если она принадлежит параллели поверхности вращения;
- 3 если она принадлежит прямой, соединяющей точки, принадлежащие оси и главному меридиану.

№2 Чем пользуются для определения видимости точек поверхности вращения?

Варианты ответов:

- 1 характерными линиями поверхности вращения;
- 2 произвольными параллелями;
- 3 параллелями, проведенными через данные точки.

3.2 Поверхности линейчатые (образующая – прямая линия)

Линейчатая поверхность в общем случае однозначно определяется тремя направляющими линиями. Даны три пространственные кривые линии m , n и l , в соответствии с рисунком 19.

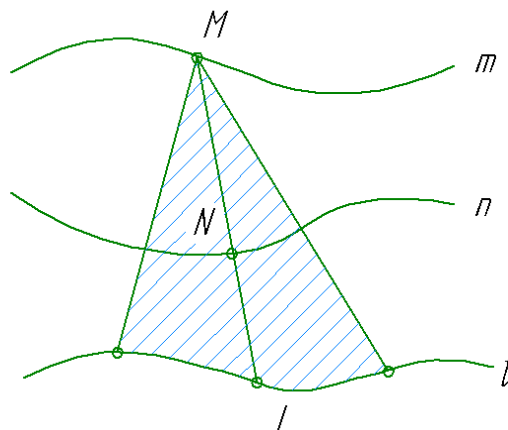


Рисунок 19

Возьмем на кривой m произвольную точку M , примем ее за вершину конической поверхности α , а за направляющую этой поверхности возьмем кривую l . Если точка N результат пересечения кривой n с поверхностью α , то MN пересечет кривую l в точке L , так как MN и кривая l принадлежат одной и той же поверхности α , следовательно, они пересекаются. Из рисунка 19 ясно, что через точку M , взятую на одной из направляющих, проходит одна и только одна прямолинейная образующая, пересекающая две другие направляющие n и l .

Описанным способом можно построить любое число прямолинейных образующих, которые выделяют в пространстве одну единственную линейчатую поверхность, так как положение прямолинейных образующих однозначно определяется формой и положением в пространстве направляющих m , n и l . В общем виде определитель линейчатой поверхности может быть задан тремя направляющими и словесным добавлением «поверхность линейчатая». Если условиться, что речь будет идти только о линейчатых поверхностях, то окончательно определитель линейчатой поверхности общего вида может быть выражен

$$\Phi(m, n, l) \quad (2)$$

Чтобы задать на эюре линейчатую поверхность, достаточно указать проекции трех ее направляющих, причем произвольно задаются только две направляющие, положение третьей выбирается так, чтобы она находилась внутри конгруэнции (соразмерных, соответствующих, совпадающих) прямых, определяемой двумя уже взятыми направляющими.

В зависимости от формы направляющих и их расположения в пространстве, получаем разнообразные поверхности этой группы, которые относятся к четырем видам:

а) поверхность косоугольного цилиндра с тремя направляющими, в соответствии с рисунком 20;

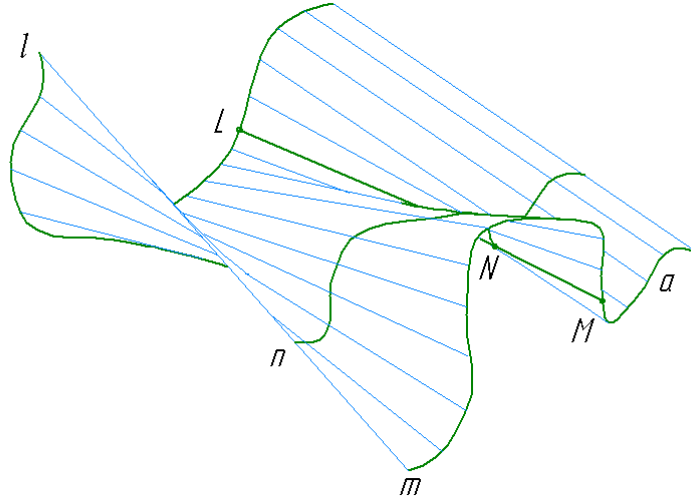


Рисунок 20

б) поверхность дважды косоугольного цилиндра образуется в том случае, когда две направляющие кривые линии, а третья прямая линия, в соответствии с рисунком 21. Поверхность косоугольного клина – частный случай этой поверхности,

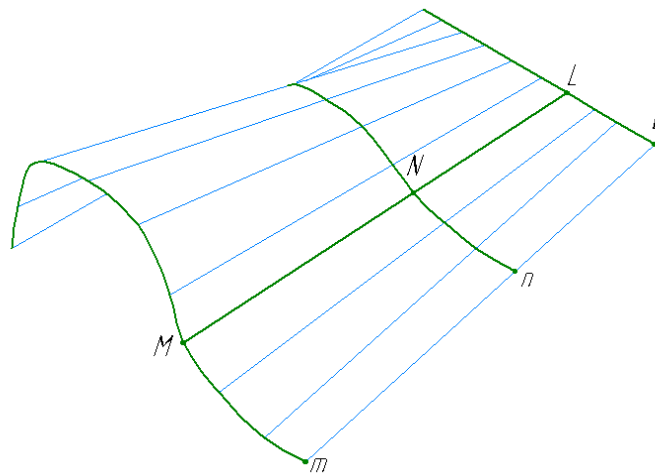


Рисунок 21

в соответствии с рисунком 22. Все три направляющие расположены в параллельных плоскостях. Поверхность косоугольного клина используется при конструировании поверхности крыла летательного аппарата. При этом достигаются высокие аэродинамические свойства крыла и хорошие технологические условия изготовления каркаса;

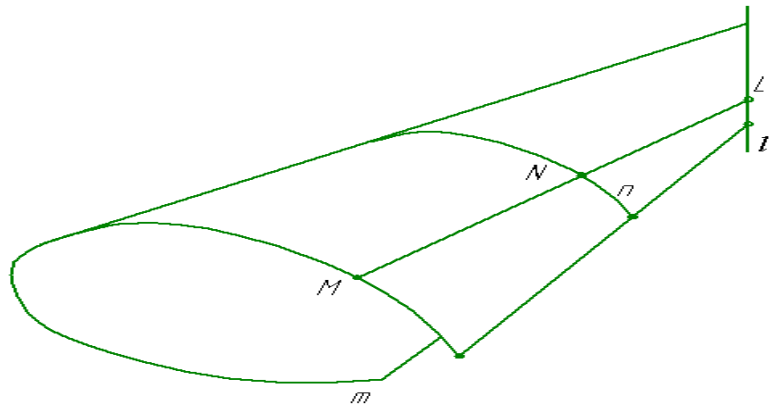


Рисунок 22

в) поверхность дважды косо́го коноида образуется в случае, когда одна из трех направляющих кривая линия, а две других прямые линии, в соответствии с рисунком 23;

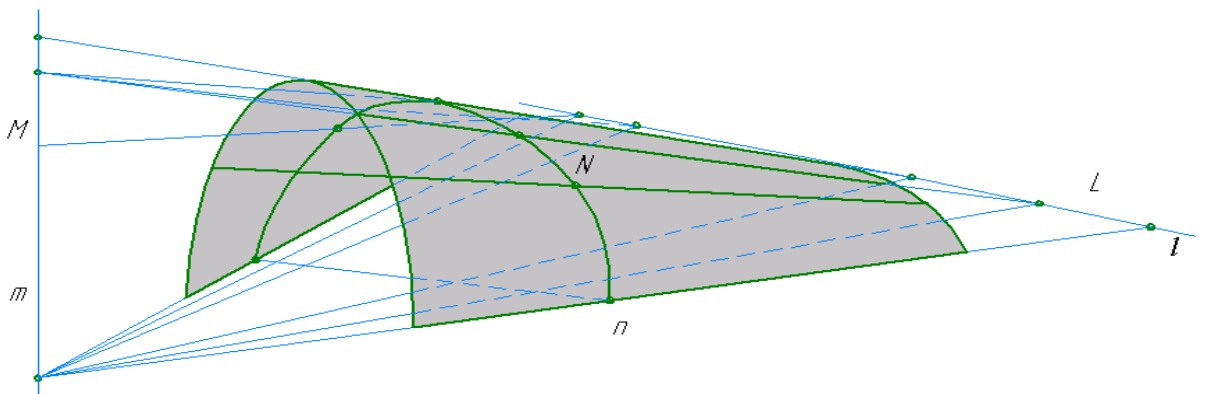


Рисунок 23

г) поверхность однополостного гиперболоида может быть получена при движении прямолинейной образующей по трем скрещивающимся прямым, не параллельным одной плоскости, в соответствии с рисунком 24.

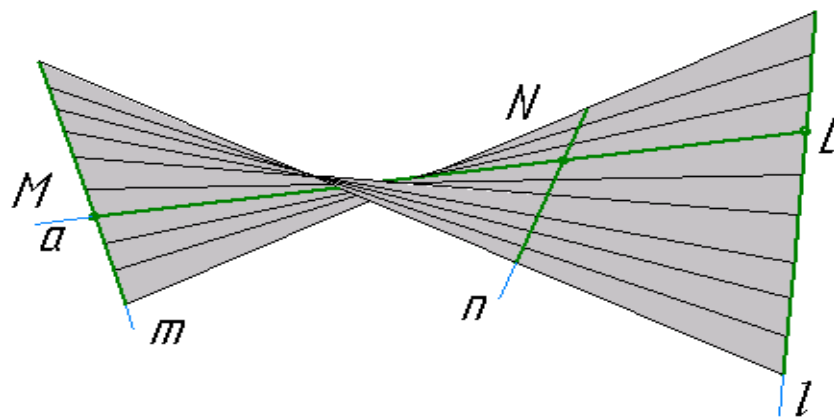


Рисунок 24

3.3 Линейчатые поверхности с двумя направляющими

Линейчатая поверхность может быть однозначно определена двумя прямолинейными направляющими и плоскостью параллелизма. Определитель поверхности имеет вид

$$\Phi(m,n,\alpha)[A], \quad (3)$$

где m,n – направляющие;

α – плоскость параллелизма;

$[A]$ – алгоритмическая часть, содержащая указания, что прямолинейная образующая во время движения все время остаётся параллельной плоскости α и пересекает направляющие m,n .

3.3.1 Прямой цилиндроид

Поверхность прямого цилиндроида образуется, если направляющие m и n гладкие кривые линии, а одна из них принадлежит плоскости, перпендикулярной плоскости параллелизма, в соответствии с рисунком 25.

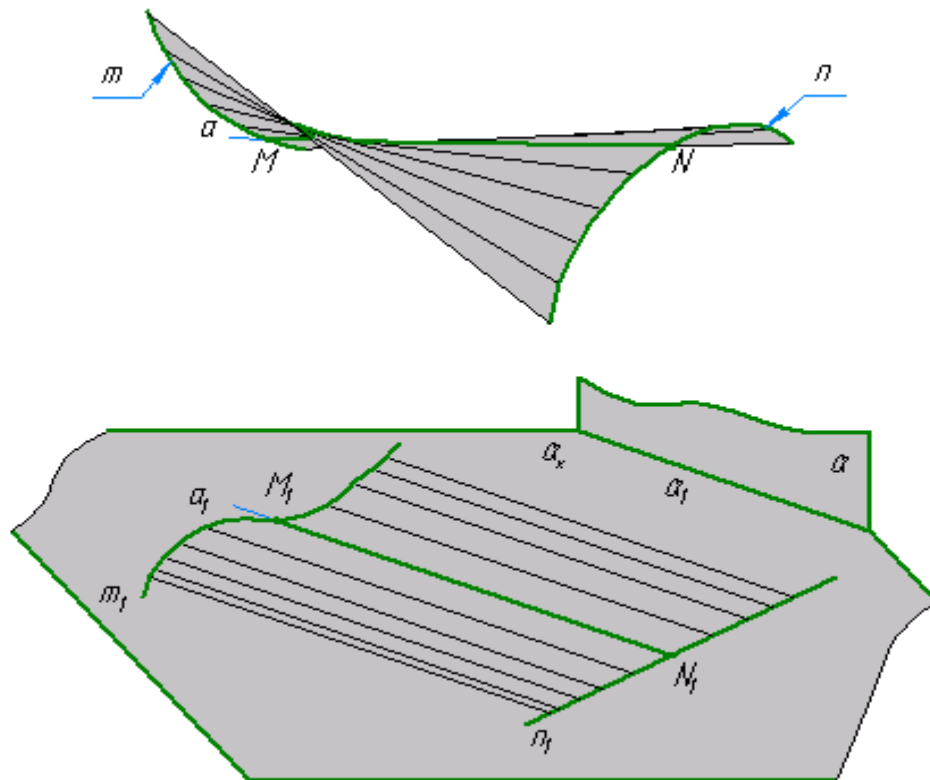


Рисунок 25

Поэтому для задания поверхности на эюре Монжа необходимо указать проекции: кривой m – одна направляющая, кривой n – вторая направляющая и положение плоскости параллелизма α .

Для построения образующей a проводим a_1 , параллельно α_1 . Определяем точки M_1 и N_1 , затем по ним находим M_2, N_2 , в соответствии с рисунком 26.

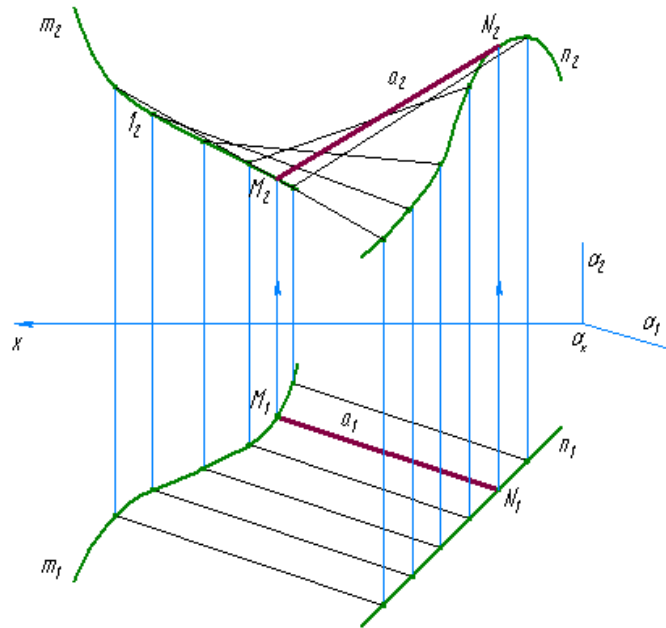


Рисунок 26

Поверхность прямого цилиндрида находит применение в инженерной практике для изготовления воздухопроводов большого диаметра.

3.3.2 Поверхность прямого коноида

Поверхность прямого коноида образуется в том случае, когда одна направляющая гладкая кривая линия, а вторая - прямая линия, в соответствии с рисунком 27.

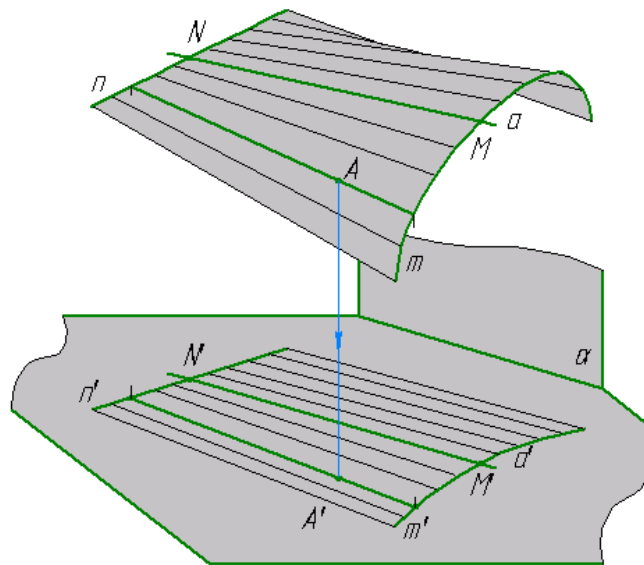


Рисунок 27

Для получения наглядного проекционного чертежа следует указать несколько прямолинейных образующих поверхности.

Построение на эюре прямого коноида основывается на законе образования: образующая a параллельна плоскости α , образующая a пересекает направляющие m и n , в соответствии с рисунком 28.

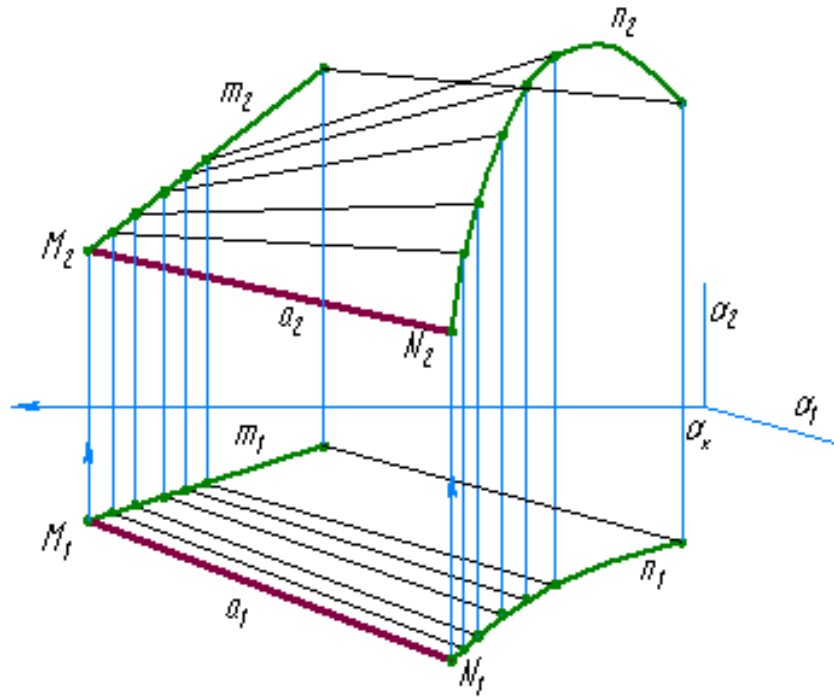


Рисунок 28

Поверхность прямого коноида используется в гидротехническом строительстве для формирования поверхности устоев мостовых опор.

3.3.3 Поверхность гиперболического параболоида (косая плоскость)

Данная поверхность может быть получена при скольжении прямой по двум скрещивающимся прямолинейным направляющим (образующая остается параллельной плоскости параллелизма). В технике гиперболический гиперболоид часто называют **косой плоскостью**. Косая плоскость изображена с помощью нескольких образующих, подчиняющихся закону образования: образующая a пересекает направляющие m и n и параллельна плоскости параллелизма α , в соответствии с рисунком 29.

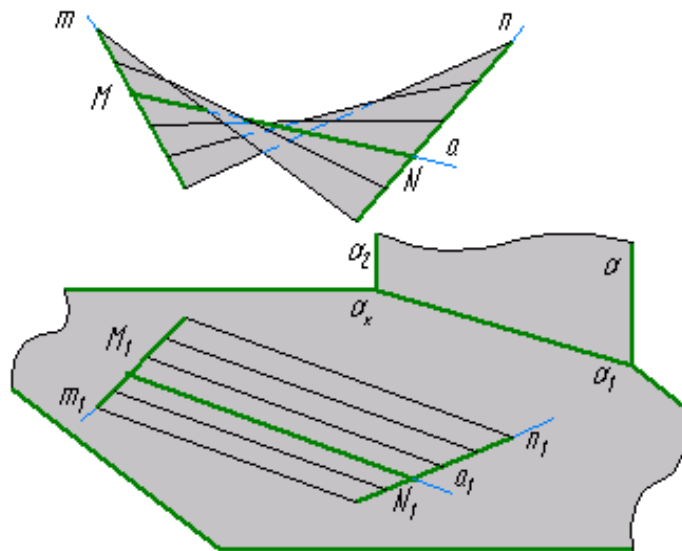


Рисунок 29

Для задания на эюре косо́й плоскости, достаточно указать проекции двух скрещивающихся прямых m и n и положение плоскости параллелизма α , в соответствии с рисунком 30.

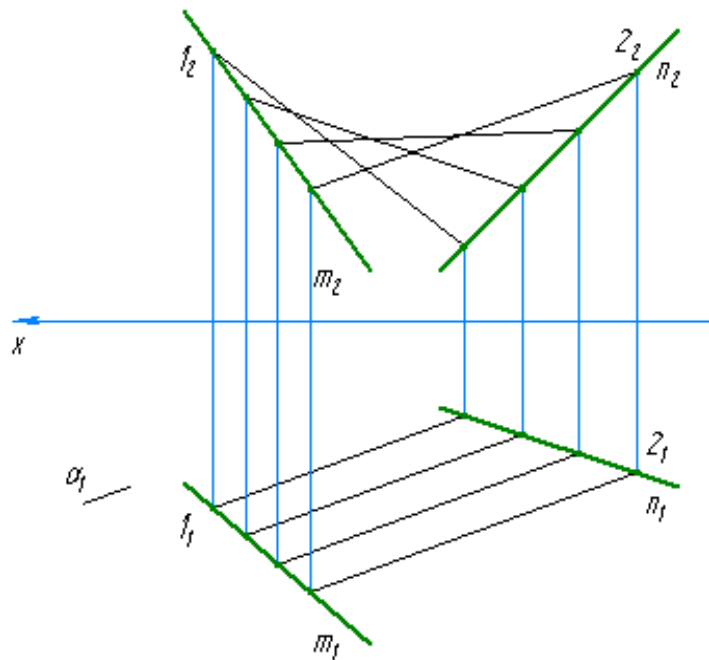


Рисунок 30

Косая плоскость находит широкое применение в инженерно-строительной практике для формирования поверхностей откосов, насыпей, железных и автомобильных дорог, набережных, гидротехнических сооружений.

3.3.4 Линейчатые поверхности с одной направляющей (торсы)

Торсом называют линейчатую поверхность, которую можно совместить всеми ее точками с плоскостью без складок и разрывов. К таким поверхностям относятся:

а) поверхность с ребром возврата. Образование данной поверхности можно описать так: пусть даны плавная кривая m и точка S_1 , в соответствии с рисунком 31. Разделим кривую m на n участков точками $1, 2, 3 \dots$, проведем прямую $S_1 1$ и на ней отложим вниз отрезок $[S_1 S_2]$. Конец отрезка S_2 соединим с точкой 2 , лежащей на кривой m и получим отсек конической поверхности $S_2, 1, 2$. На прямой $(S_2 2)$ откладываем отрезок $[S_2 S_3]$ и конец отрезка S_3 соединяем с точкой 3 , лежащей на кривой m . Получен отсек конической поверхности $S_3, 2, 3$, повторяя описанные операции n раз, получим n следующих друг за другом отсеков конических поверхностей с вершинами в точках $S_1, S_2, S_3 \dots S_n$. Если уменьшать длину отрезков $[S_1 S_2], [S_2 S_3], \dots$, то ломаная линия $S_1 S_2, S_2 S_3 \dots S_n$ в пределе превратится в плавную пространственную кривую m_1 , называемую **ребром возврата**, а прямолинейные звенья этой ломаной перейдут в касательные к кривой m_1 . Непрерывное множество этих касательных образуют плавную поверхность с ребром возврата. Определитель такой поверхности

$$\Phi(m_1) [A], \quad (4)$$

где m_1 – пространственная плавная кривая – ребро возврата;

$[A]$ – условие, отражающее закон движения прямолинейной образующей. Она все время остается касательной к ребру возврата.

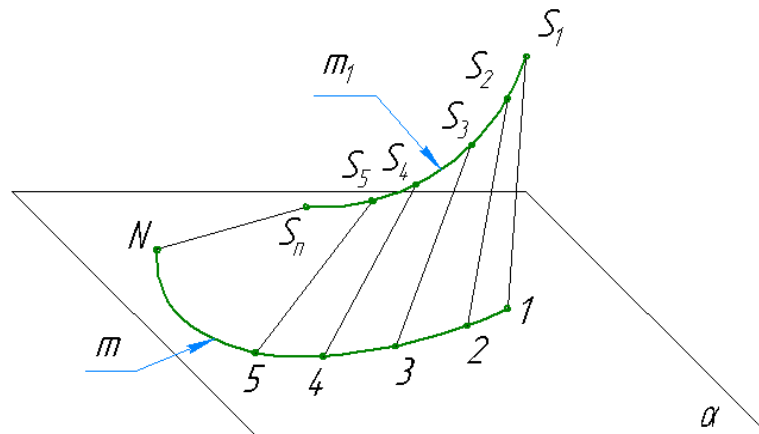


Рисунок 31

б) поверхность цилиндрическая. Она образуется в том случае, когда все прямолинейные образующие параллельны (пересекаются в несобственной точке S_∞) и пересекают криволинейную (плоскую или пространственную) направляющую m , в соответствии с рисунком 32. Положение точки S_∞ задается направлением S . Определитель цилиндрической поверхности

$$\Phi(m)[A], \quad (5)$$

где m - криволинейная направляющая;
 $[A]$ – условие параллельности всех прямолинейных образующих;

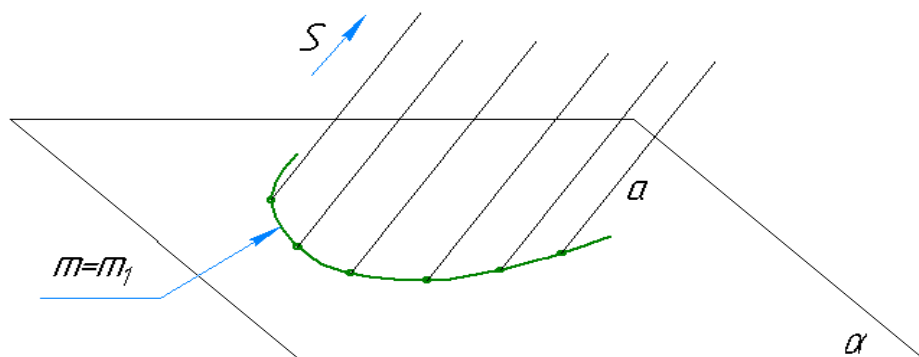


Рисунок 32

в) поверхность коническая. Данная поверхность образуется тогда, когда прямолинейные образующие пересекаются в собственной точке S и пересекают криволинейную (плоскую или пространственную) направляющую m , в соответствии с рисунком 33. Определитель конической поверхности

$$\Phi(m)[A], \quad (6)$$

где (m) – криволинейная направляющая;
 $[A]$ – условие, при котором все прямолинейные образующие пересекают направляющую m и собственную точку S .
Точка S называется вершиной конической поверхности.

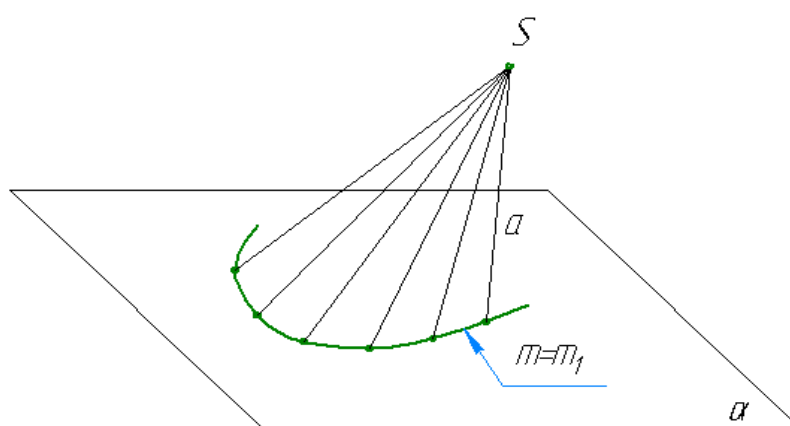


Рисунок 33

Цилиндрическая и коническая поверхности могут быть эллиптическими, параболическими, гиперболическими. Также из стереометрии известны прямой круговой цилиндр, прямой круговой конус. Эллиптический цилиндр и конус представлены в соответствии с рисунком 34.

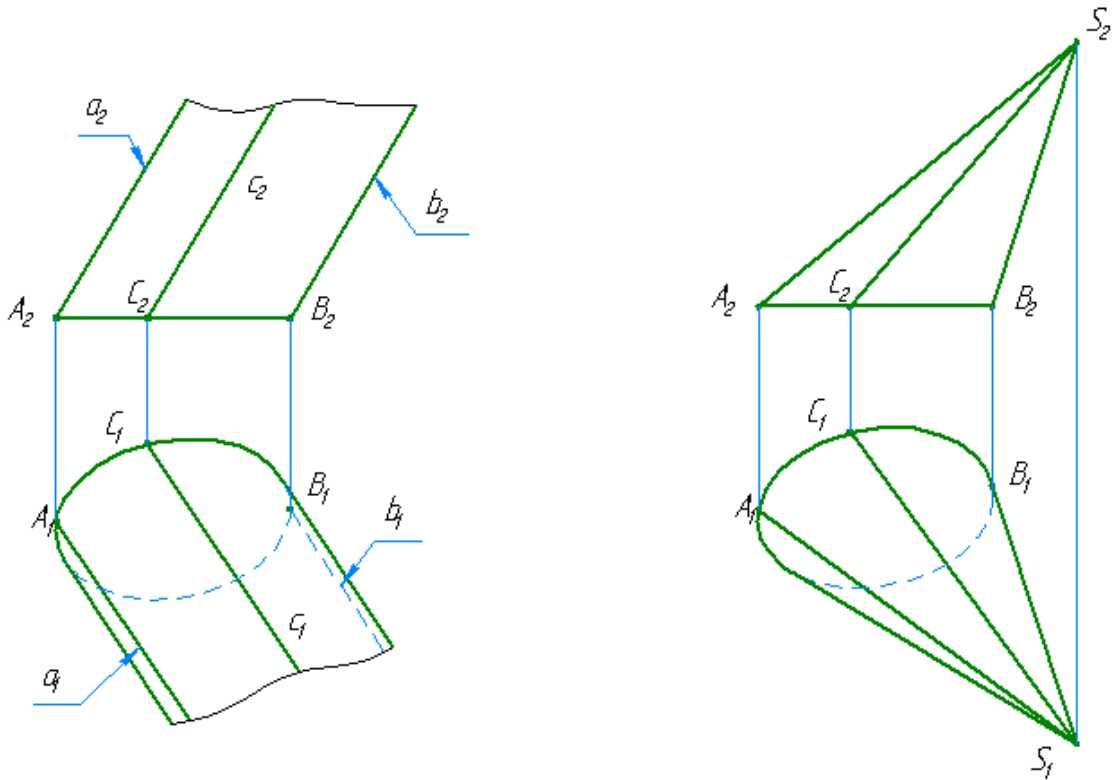


Рисунок 34

Параболические и гиперболические цилиндрические поверхности могут быть как прямыми, так и наклонными. Прямые параболические и гиперболические цилиндрические поверхности, ограниченные плоскостью, изображены в соответствии с рисунком 35.

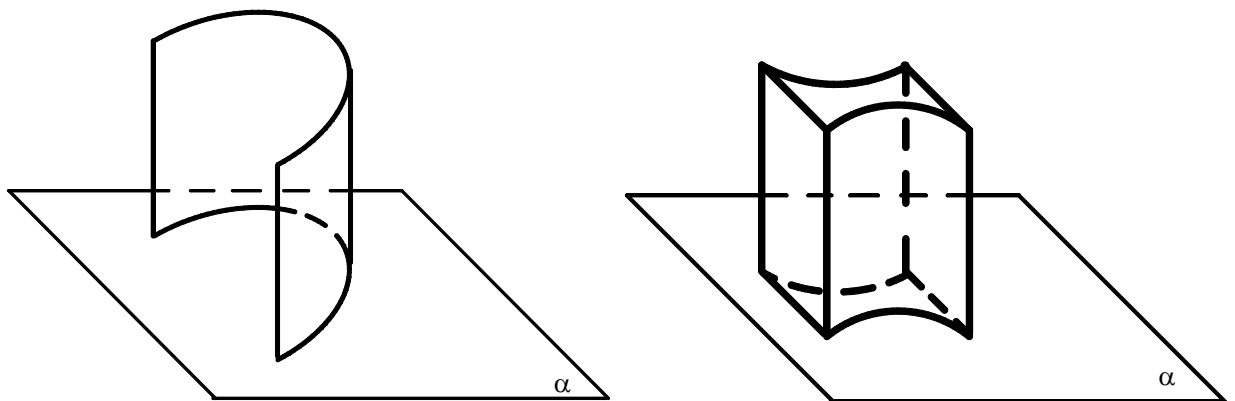


Рисунок 35

Прямой круговой цилиндр и прямой круговой конус задаются на эюре проекциями направляющей окружности и вершины, отсеками, в соответствии с рисунком 36.

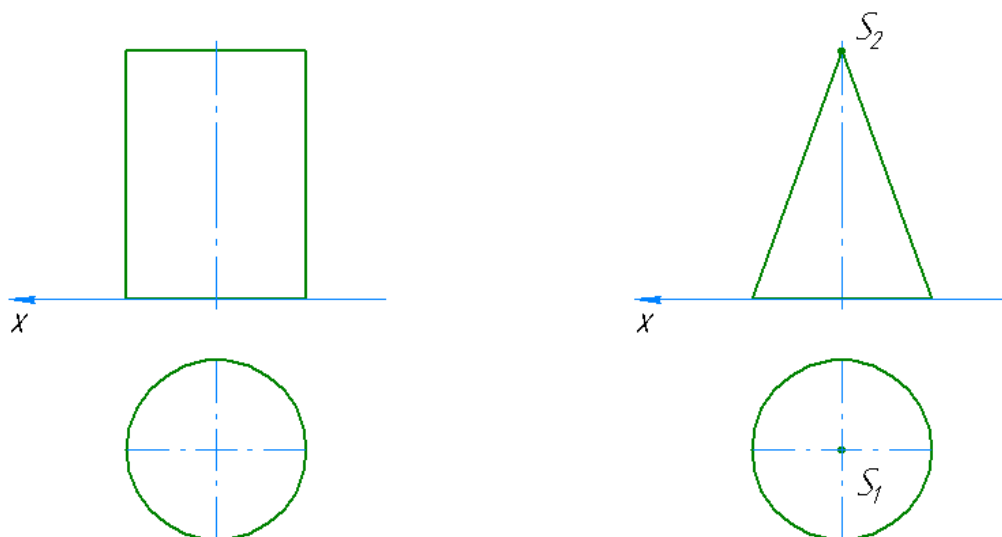


Рисунок 36

3.3.5 Точки и линии, принадлежащие линейчатым поверхностям

Для определения проекций точки, принадлежащей линейчатой поверхности, необходимо задать на ней прямолинейную образующую, которой будет принадлежать точка, если она не лежит на направляющей линии. Примеры построения точек, принадлежащих прямому круговому цилиндру и прямому круговому конусу, приведены в соответствии с рисунком 37. Для определения положения точки D на поверхности прямого кругового конуса проведена образующая SC .

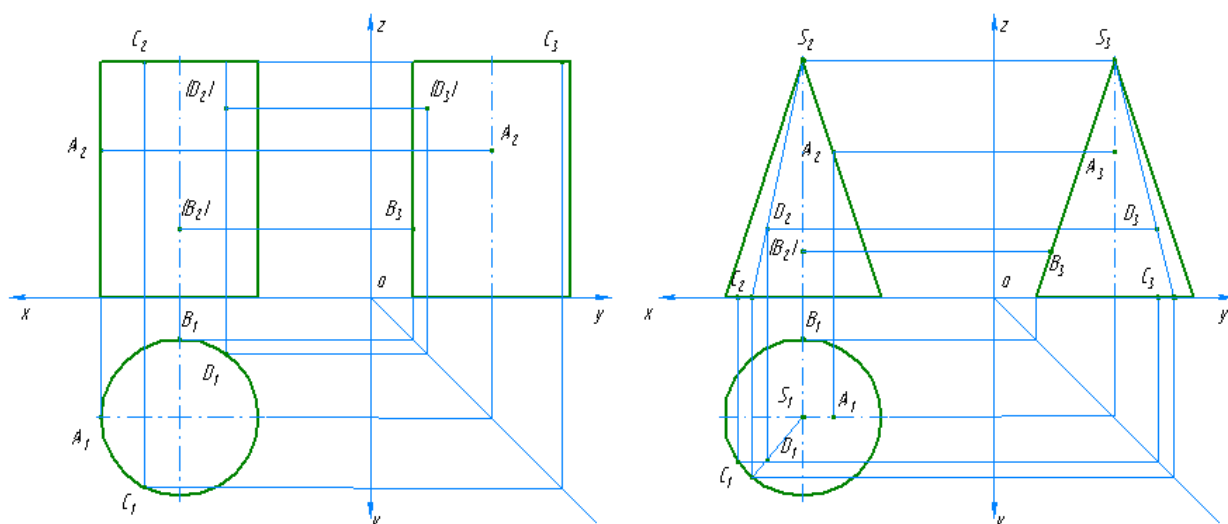


Рисунок 37

Линии, принадлежащие цилиндрической поверхности, представлены в соответствии с рисунком 38. Для построения точек A, B, C, D, E, F кривой линии были проведены образующие, параллельные $a - a', a'', a'''$.

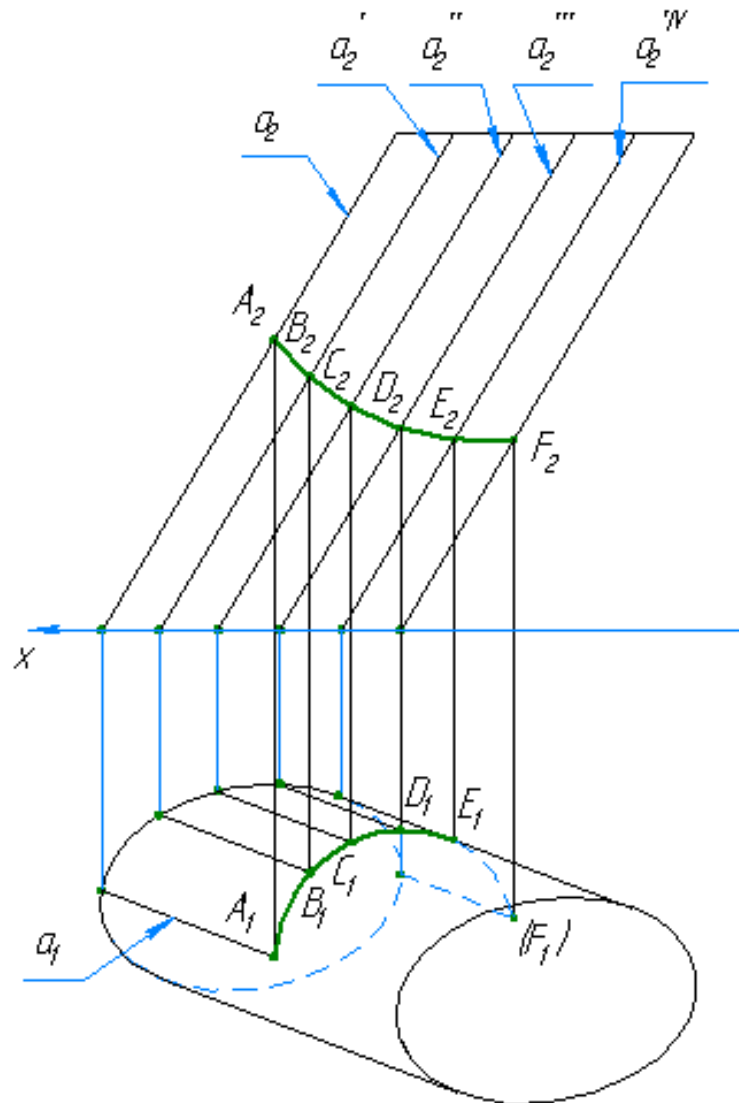


Рисунок 38

Для построения линии, принадлежащей конической поверхности выбираются прямолинейные образующие в общем случае (для прямого кругового конуса – окружности, параллельные основанию). Построение кривой линии *A, B, C, D, E, F* на конической поверхности приведено в соответствии с рисунком 39.

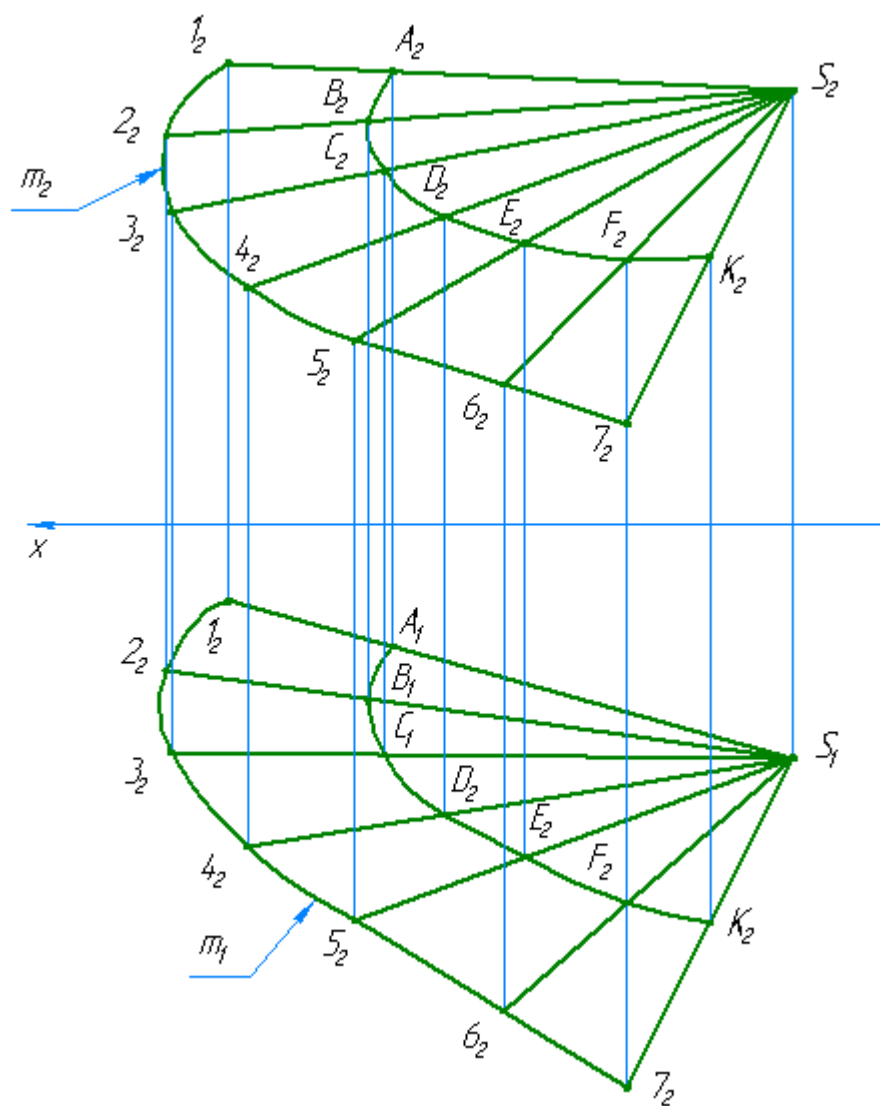


Рисунок 39

Контрольные вопросы

№1 Определите образующую линию линейчатой поверхности.

Варианты ответов:

- 1 пространственная кривая;
- 2 плоская кривая;
- 3 прямая линия.

№2 Какие поверхности называются линейчатыми?

Варианты ответов:

- 1 все линии поверхности – пространственные кривые линии;
- 2 одна направляющая – прямая линия, образующая кривая (плоская или пространственная) линия;
- 3 образующая линия – прямая.

№ 3 Как образуется прямой цилиндр?

Варианты ответов:

- 1 перемещением прямолинейной образующей по двум кривым линиям направляющим;

2 перемещением прямолинейной образующей по кривой линии (направляющей) параллельной плоскости параллелизма;

3 перемещением прямолинейной образующей по двум кривым линиям (направляющим) параллельно плоскости параллелизма.

№ 4 Как образуется прямой коноид?

Варианты ответов:

1 перемещением прямолинейной образующей по двум направляющим линиям (прямой и пространственной или плоской кривой);

2 перемещением прямолинейной образующей по направляющей плоской кривой, образующая остается параллельной плоскости параллелизма;

3 перемещением прямолинейной образующей по двум направляющим прямым параллельно плоскостям параллелизма.

№5 Как образуется поверхность гиперболического параболоида (косой плоскости)?

Варианты ответов:

1 скольжением прямолинейной образующей по двум направляющим (плоским кривым);

2 скольжением прямолинейной образующей по двум направляющим (пространственным кривым), оставаясь параллельной плоскости параллелизма;

3 скольжением прямолинейной образующей по двум скрещивающимся направляющим прямым параллельно плоскости параллелизма.

№6 Как образуется цилиндрическая поверхность?

Варианты ответов:

1 перемещением прямолинейной образующей параллельно заданному направлению и проходящей последовательно через все точки некоторой кривой (плоской) направляющей линии;

2 перемещением криволинейной образующей (плоской), проходящей через все точки кривой направляющей (плоской);

3 перемещением прямолинейной направляющей параллельно заданному направлению и проходящей через все точки криволинейной направляющей (пространственной).

№ 7 Как образуется коническая поверхность?

Варианты ответов:

1 прямолинейной образующей, проходящей через некоторую неподвижную точку и последовательно через все точки некоторой прямой линии;

2 прямолинейной образующей, проходящей через некоторую подвижную точку и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей линии;

3 прямолинейной направляющей, пересекающей две направляющие прямую и кривую линии параллельно заданному направлению.

№ 8 Что такое эллиптический цилиндр?

Варианты ответов:

1 линейчатая поверхность, полученная скольжением прямой линии по направляющей, имеющей форму эллипса;

2 линейчатая поверхность, полученная скольжением кривой линии в форме эллипса по прямой (направляющей);

3) линейчатая поверхность, полученная скольжением прямой линии (образующей) по направляющей линии – эллипсу параллельно заданному направлению.

№ 9 На каком рисунке задана поверхность эллиптического конуса?

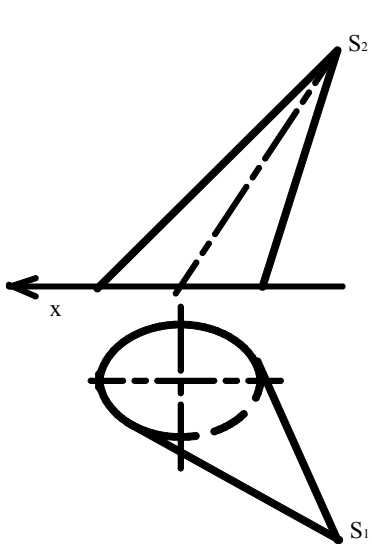


Рисунок 40

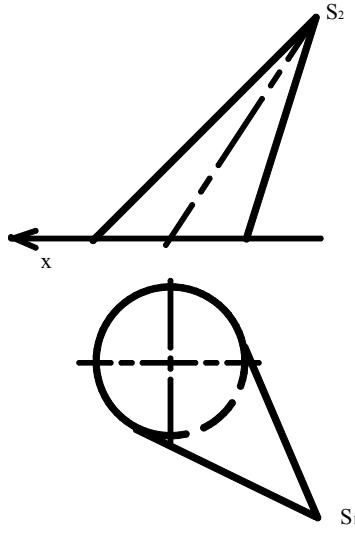


Рисунок 41

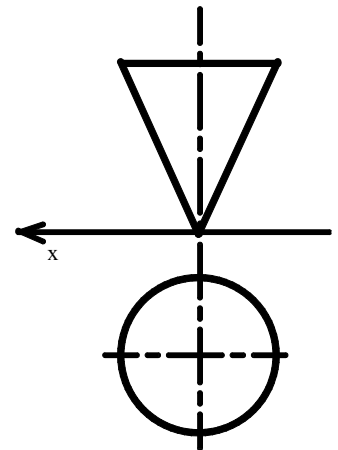


Рисунок 42

№ 10 На каком рисунке изображен прямой параболический цилиндр?

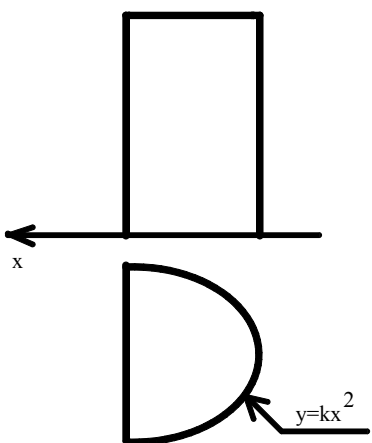


Рисунок 43

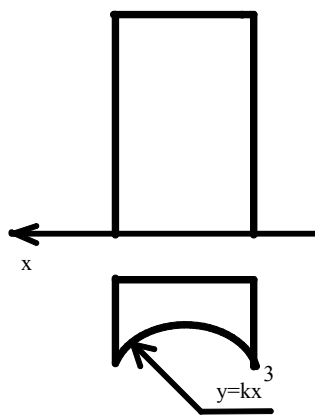


Рисунок 44

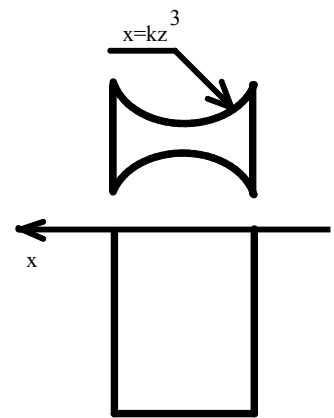


Рисунок 45

№11 На каком рисунке изображен прямой гиперболический цилиндр?

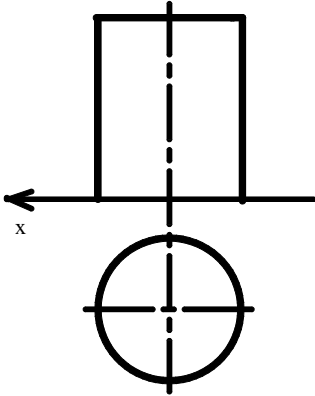


Рисунок 46

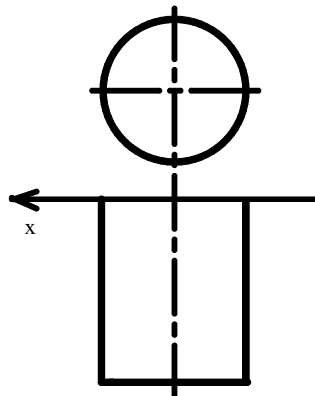


Рисунок 47

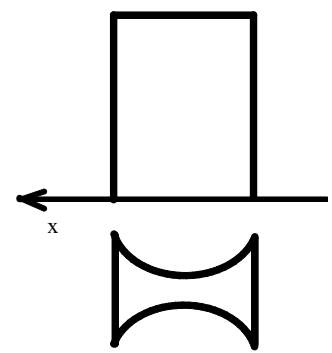


Рисунок 48

№ 12 На каком рисунке изображен прямой эллиптический цилиндр?

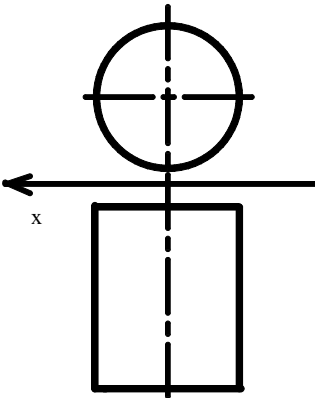


Рисунок 49

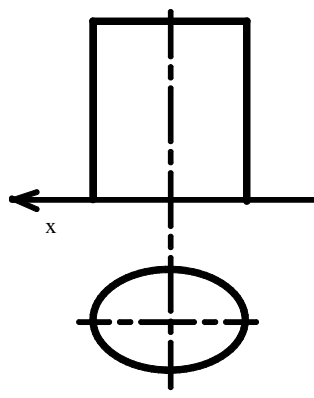


Рисунок 50

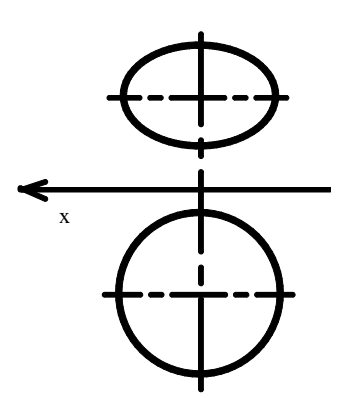


Рисунок 51

№ 13 На каком рисунке все точки принадлежат поверхности прямого кругового цилиндра?

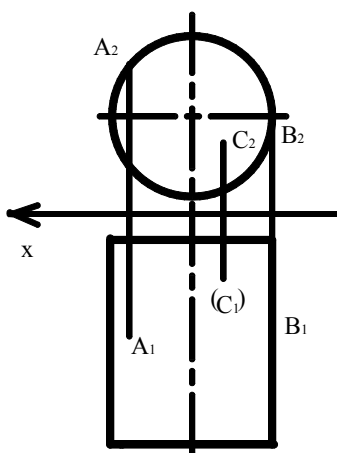


Рисунок 52

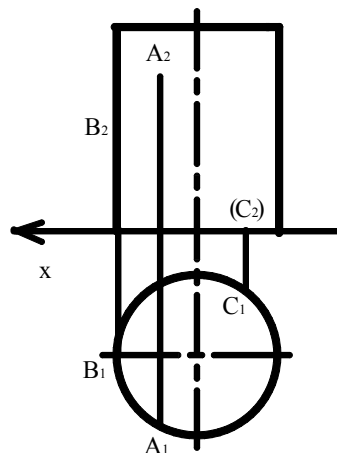


Рисунок 53

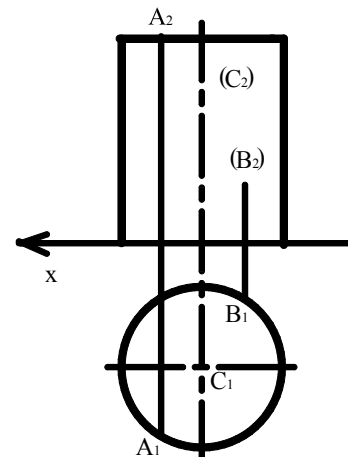


Рисунок 54

$$\Phi(a,m)[A], \quad (7)$$

где a – образующая (кривая или прямая линия);
 m – направляющая винтовой линии;
 $[A]$ – дополнительное указание о характере винтового перемещения образующей a .

3.4.1 Винтовые поверхности с криволинейной образующей

Винтовая поверхность, образованная плоской кривой a , совершающей винтовое перемещение в пространстве, представлена в соответствии с рисунком 59.

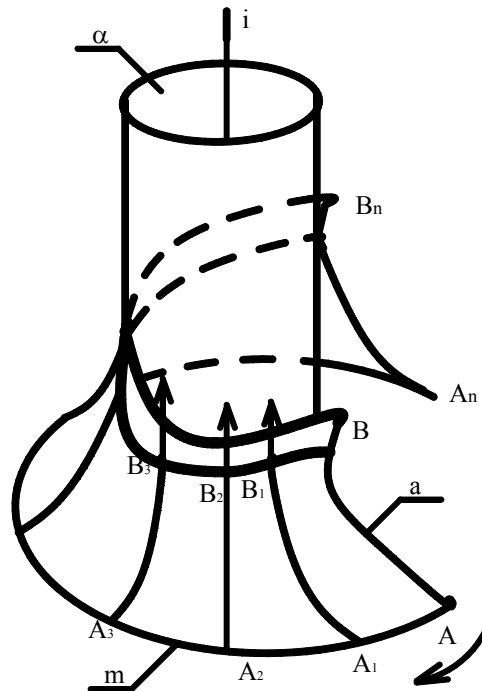


Рисунок 59

Кривая a пересекает винтовую линию m ($A, A_1, A_2 \dots A_n$) и касается поверхности α в некоторых точках ($B, B_1, B_2, \dots B_n$).

3.4.2 Винтовые поверхности с прямолинейной образующей и направляющей – винтовой линией постоянного шага

Характерной особенностью для винтовых поверхностей с постоянным шагом является постоянство угла φ – угла наклона прямолинейной образующей к направляющей плоскости (плоскости, перпендикулярной оси винтовой поверхности). Все точки образующей при винтовом движении описывают винтовые линии, каждая из которых может служить направляющей поверхности. Такие линии называют **винтовыми параллелями**. Все винтовые параллели имеют одинаковый шаг P , называемый **шагом винтовой поверхности**, в соответствии с рисунком 60.

Для получения наглядного изображения винтовой поверхности задают проекции геометрической части определителя – образующей, направляющих с каркасом, состоящих из двух семейств линий (винтовых параллелей и прямолинейных образующих). Линейчатые винтовые поверхности называют *геликоидами*, если угол наклона образующей к оси поверхности равен 90^0 , в этом случае геликоид называется *прямым*. При произвольном угле наклона, отличным от 0^0 и 90^0 геликоид называют *косым* (наклонным).

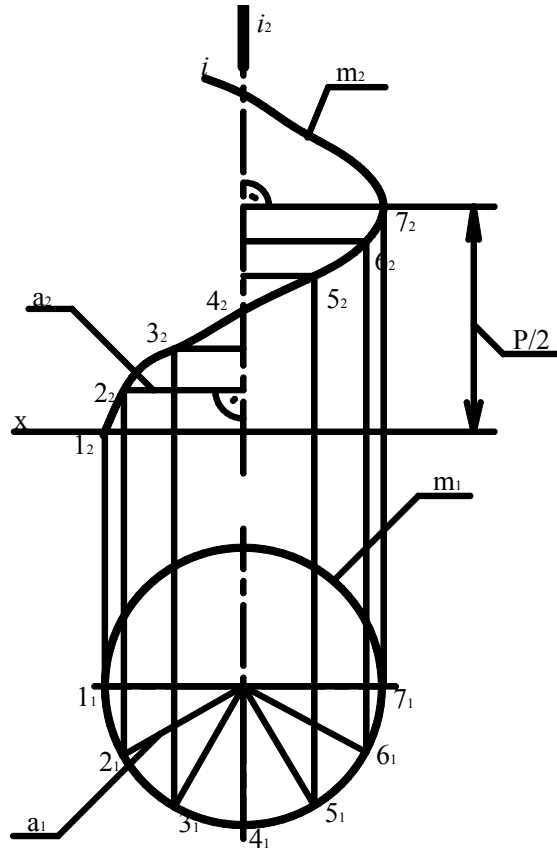


Рисунок 60

На рисунке 60 изображен прямой геликоид в виде отсека, заключенного между направляющей m и осью i . Закон образования состоит из: образующая a (a_1, a_2) пересекает направляющую m , ось i , $a \perp i$.

Косой геликоид (в виде отсека) строится с помощью конуса $\beta(\beta_1\beta_2)$ в соответствии с рисунком 61.

Образующие $l^A, l^B, l^C \dots$ и т.д. проводятся параллельно образующим $S1, S2, S3 \dots$ и т.д. направляющего конуса $\beta : l_2^A \parallel S_21_2, l_2^B \parallel S_22_2, l_2^C \parallel S_23_2 \dots$ и т.д. и пересекают ось i . Прямые и косые геликоиды подразделяются на *закрытые* и *открытые*. Если образующая и ось пересекаются, геликоид называют *закрытым* (Рисунок 60, 61).

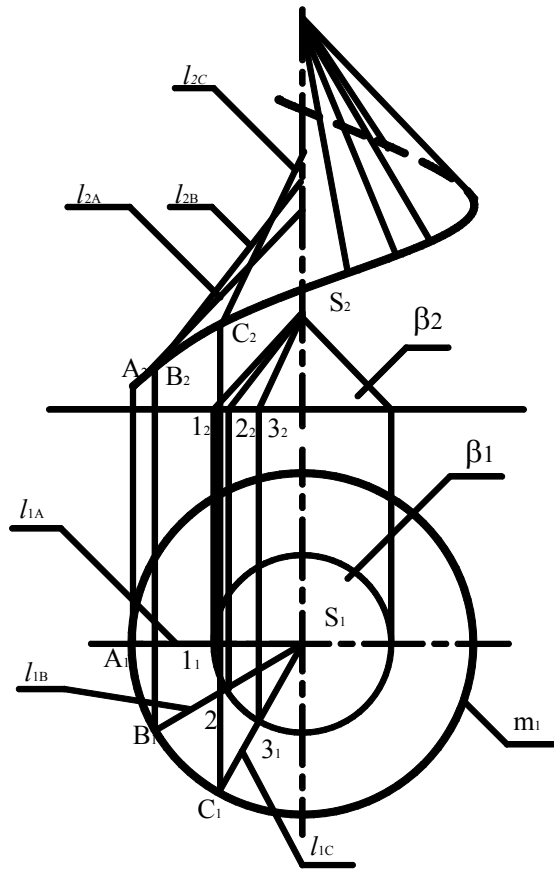


Рисунок 61

Если образующая и ось скрещиваются, геликоид называют *открытым*, в соответствии с рисунком 62.

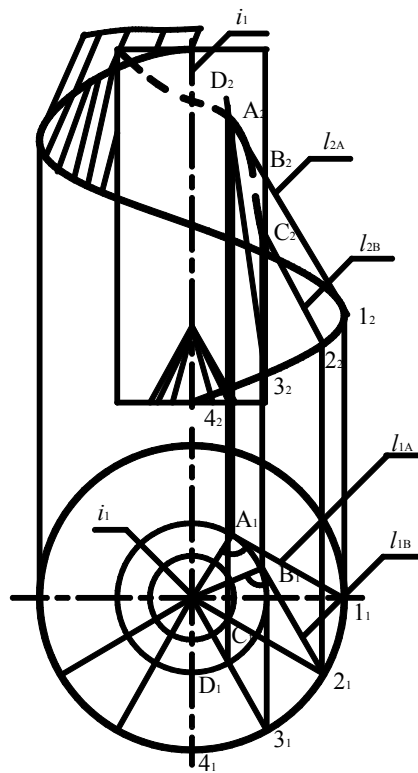


Рисунок 62

Данная поверхность носит название *косого кольцевого геликоида*, так как образующие l ($l_1^A, l_2^A, l_1^B, l_2^B \dots$ и т.д.) скрещиваются с осью направляющего цилиндра i под углом, отличным от 90° .

По своему образованию винтовые поверхности, изображенные на рисунках 60, 61, 62 являются коноидами, так как образующая есть прямая линия, она пересекает две направляющие линии, кривую m и прямую i (ось), оставаясь параллельной плоскости, перпендикулярной оси i (рисунок 60), образующим направляющего конуса β (рисунок 61, 62).

3.4.3 Построение точек и линий, принадлежащих винтовой поверхности

Для прямой винтовой поверхности (прямого геликоида) построение точки K выполнено в соответствии с рисунком 63.

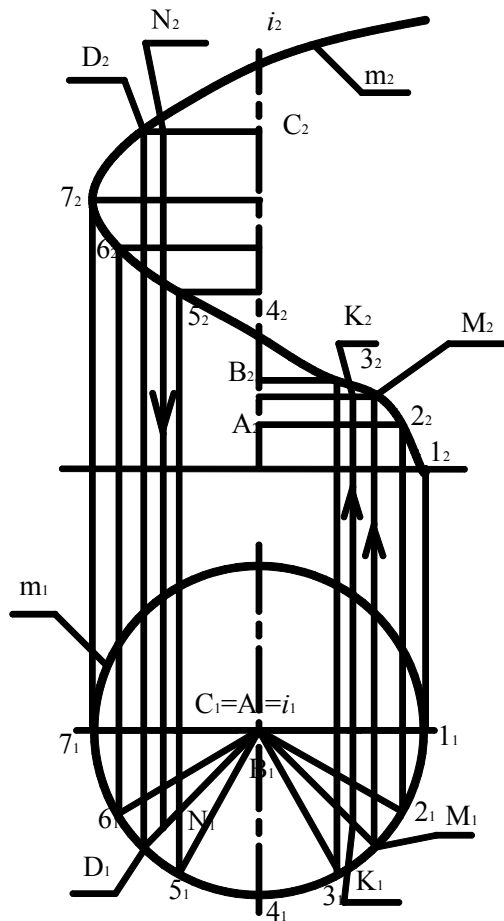


Рисунок 63

Задана горизонтальная проекция K_1 , чтобы найти фронтальную проекцию K_2 , необходимо провести горизонтальную проекцию образующей B_1M_1 , через проекцию K_1 . По точке M_1 определяем точку M_2 и проводим фронтальную проекцию образующей B_2M_2 параллельно A_1I_1 (A_2I_2) или перпендикулярно оси i . На B_2M_2 находим проекцию K_2 . Если будет дана

проекция точки N_2 и нужно найти проекцию точки N_1 , то первоначально через точку N_2 проводим прямую, перпендикулярную к оси i до пересечения с фронтальной проекцией линии $m-m_2$ в точке D_2 . Затем по этой точке определяем D_1 и на радиусе D_1C_1 находим точку N_1 .

Для косоугольного геликоида построение линии приведено в соответствии с рисунком 64.

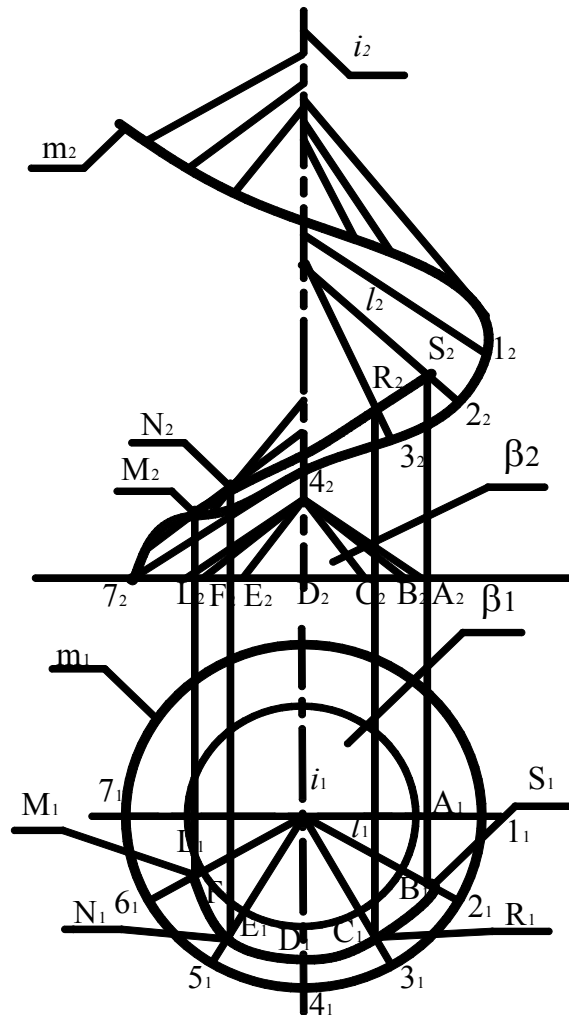


Рисунок 64

Отмечаются проекции точек произвольной линии, принадлежащие соответствующим образующим, и строятся недостающие проекции. Точка S принадлежит образующей l (l_1l_2), проходящей через точку 2 (2_12_2), точка R принадлежит образующей l' ($l'_1l'_2$), проходящей через точку 3 и т.д..

Контрольные вопросы

№ 1 Как образуется винтовая поверхность?

Варианты ответов:

- 1 перемещением отрезка прямой вдоль прямой линии параллельно какой-либо плоскости;
- 2 вращением отрезка прямой вокруг оси (прямой линии);
- 3 вращением отрезка прямой вокруг оси и одновременно поступательным движением, параллельно этой оси.

№ 2 По какому признаку винтовые поверхности подразделяются на открытые и закрытые?

Варианты ответов:

- 1 взаимное положение образующей и направляющей (оси);
- 2 угол наклона образующей по отношению к направляющей (оси);
- 3 взаимное положение двух направляющих.

№ 3 По какому признаку геликоиды подразделяются на прямые и косые?

Варианты ответов:

- 1 положение оси i ;
- 2 положение образующей a ;
- 3 взаимное положение образующей a и оси i .

№ 4 Какая поверхность называется прямым геликоидом (коноидом) ?

Варианты ответов:

- 1 образованная в соответствии с определителем

$$\Phi(\tilde{m}, i) [a \cap m, q \cap i, a \perp i],$$

где a – образующая;

- 2 образованная в соответствии с определителем

$$\Phi(\tilde{m}, \tilde{n}, \alpha) [a \cap \tilde{m}, a \cap \tilde{n}, a // \alpha];$$

- 3 образованная в соответствии с определителем

$$\Phi(\tilde{m}, i, \beta) [a \cap \tilde{m}, a \cap i, a // \beta].$$

4 Применение кривых поверхностей в инженерно-строительной практике

4.1 Цилиндрическая поверхность

В качестве примера представлен кинотеатр, где основной объем перекрыт оболочкой, имеющей форму цилиндрической поверхности, в соответствии с рисунком 65.

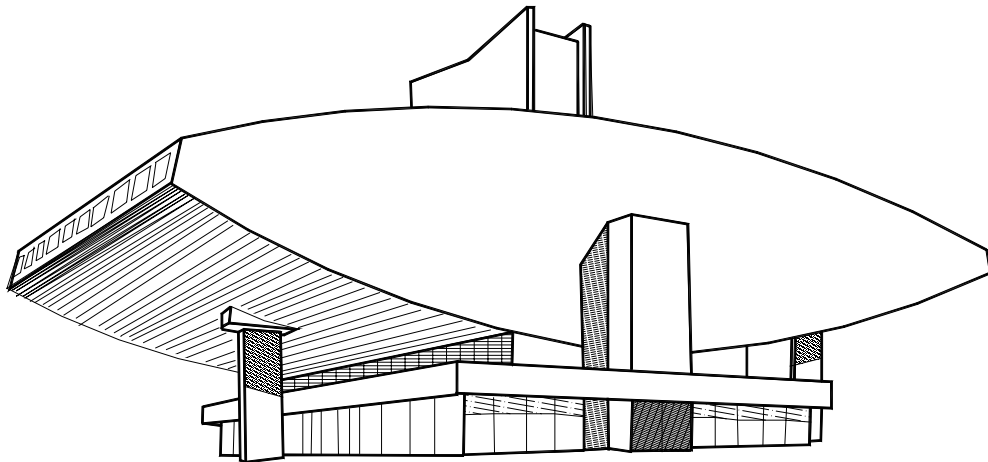


Рисунок 65

4.2 Цилиндроид

Цилиндроиды находят применение в образовании поверхностей оболочек для покрытия большепролетных зданий, поверхностей косых сводов и т.п. Задание такой поверхности линейным каркасом представлено в соответствии с рисунком 66.

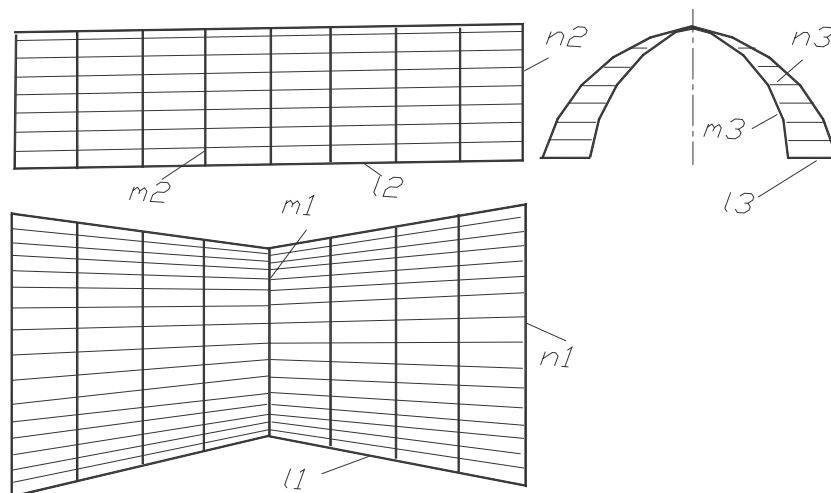


Рисунок 66

В качестве примера представлено здание плавательного бассейна, покрытое оболочкой, образованной поверхностями двух цилиндров, расположенных симметрично поперечной оси здания, в соответствии с рисунком 67.

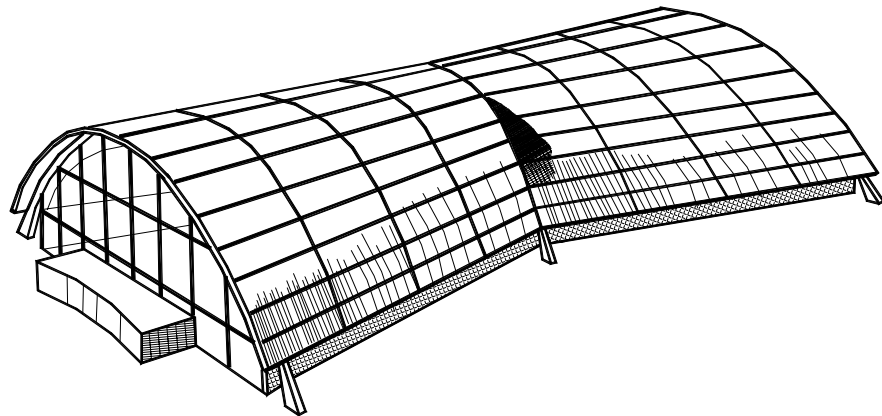


Рисунок 67

4.3 Геликоид

Прямые геликоиды применяются для образования поверхностей винтовых лестниц, винтовых пандусов, резьбы. Комплексный чертеж одной половины прямого кольцевого геликоида представлен в соответствии с рисунком 68.

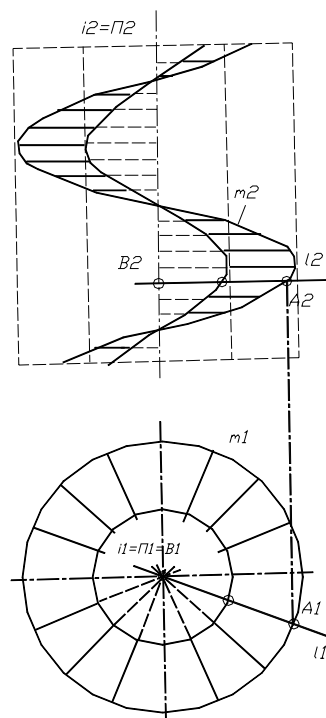


Рисунок 68

Пример применения одной полу прямого кольцевого геликоида для образования поверхности наклонного пандуса многоэтажного гаража представлен в соответствии с рисунком 69.

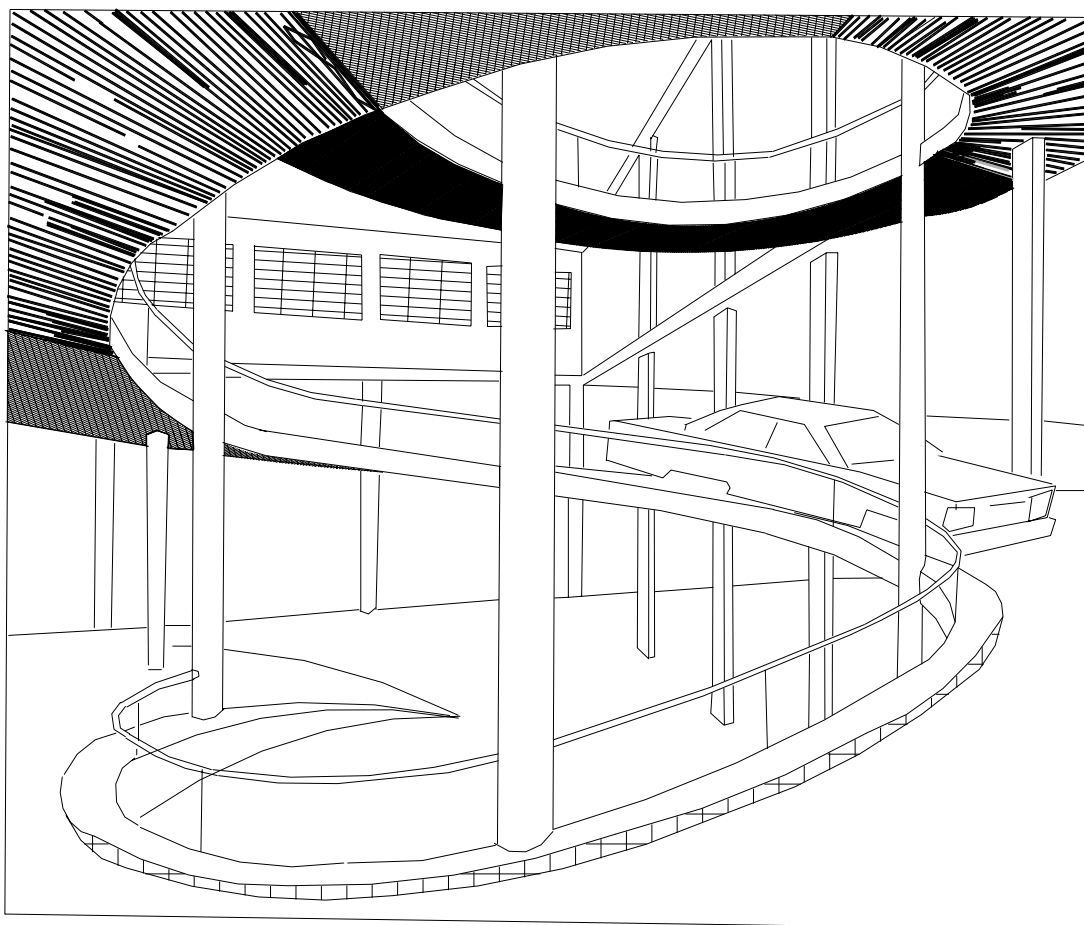


Рисунок 69

4.4 Косая плоскость (гиперболический параболоид)

Косые плоскости, обладая выразительным силуэтом, являются оригинальным элементом композиционного решения. Особый интерес эти поверхности представляют при конструировании железобетонных оболочек. Благодаря наличию двух взаимно пересекающихся серий прямолинейных образующих, обеспечивается простота изготовления арматурного каркаса, обеспечивается возможность натяжения арматуры и т.п. Комплексный чертеж косой плоскости представлен в соответствии с рисунком 70.

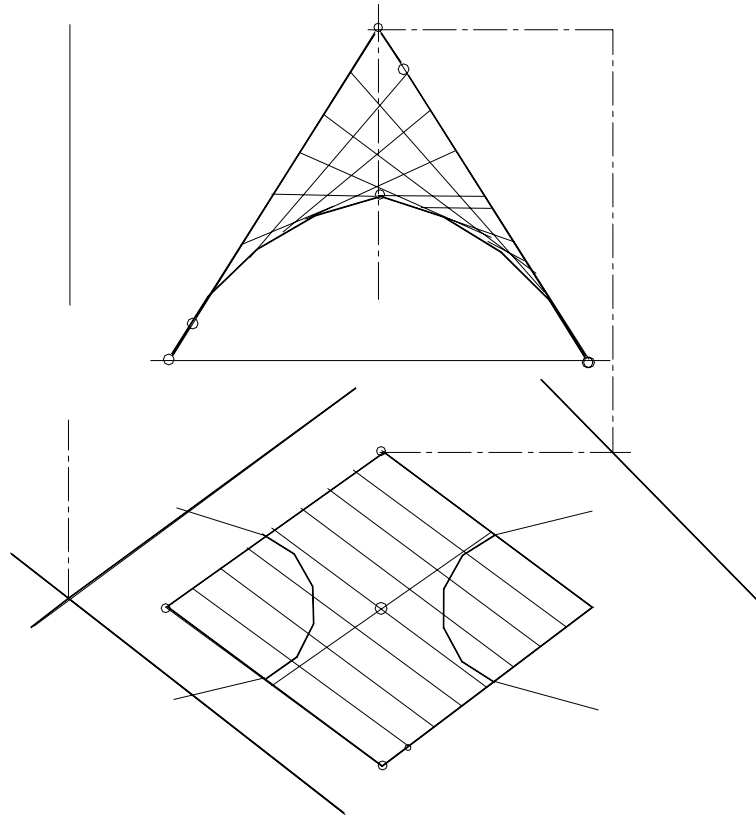


Рисунок 70

Пример покрытия общественного здания железобетонной оболочкой, имеющей поверхность косо́й плоскости, приведен в соответствии с рисунком 71.

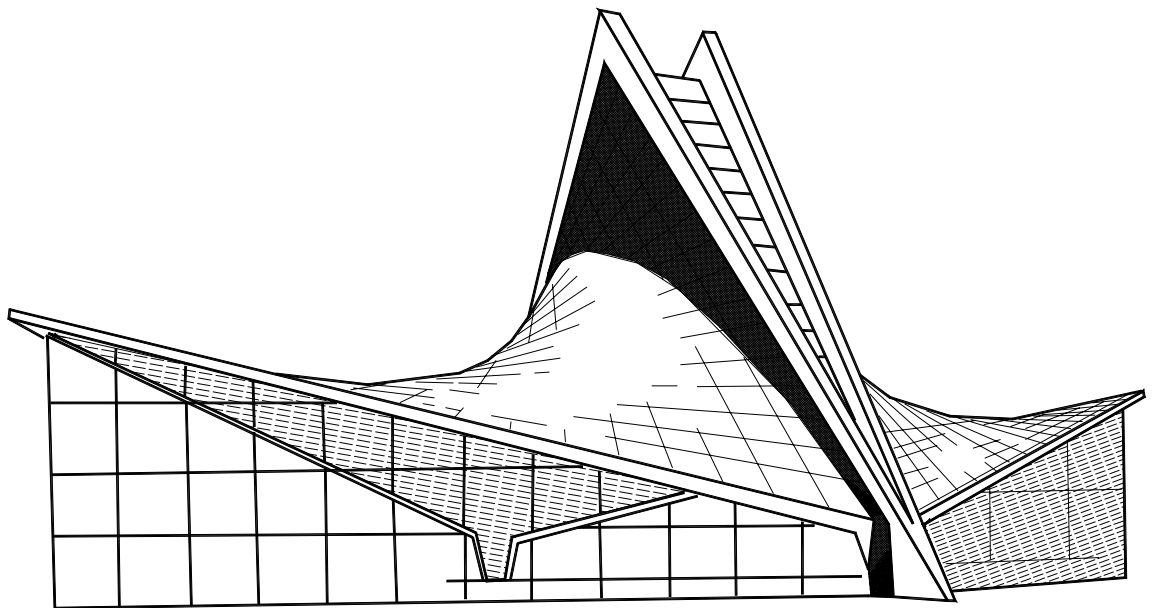


Рисунок 71

4.5 Однополый гиперболоид вращения

Большим преимуществом однополотого гиперболоида вращения является то, что его поверхность состоит из прямолинейных образующих двух семейств, причем образующая одного семейства пересекается со всеми образующими второго семейства. Последнее обстоятельство дает необходимую жесткость конструкции. Эти преимущества используются в инженерной практике для конструирования мачт, опор, поверхностей градирен, поверхностей покрытий и т.д. Комплексный чертеж однополотого гиперболоида вращения представлен в соответствии с рисунком 72.

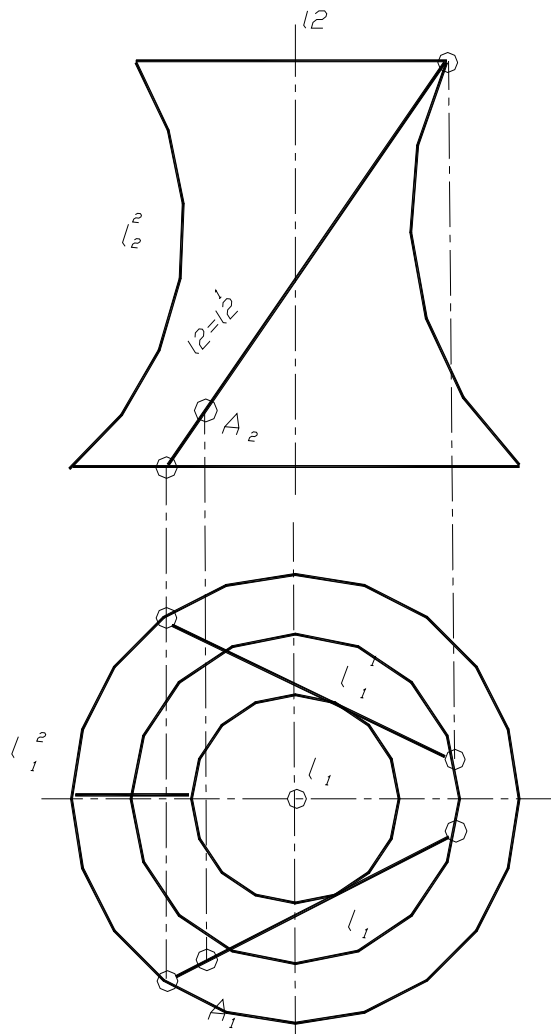


Рисунок 72

Пример данной поверхности для образования поверхности градирен представлен в соответствии с рисунком 73.

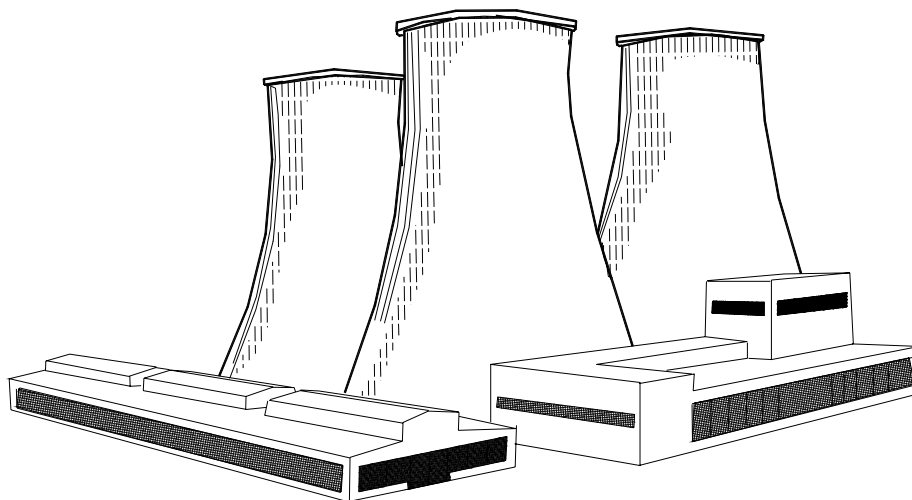


Рисунок 73

4.6 Двупольный гиперболоид вращения

В инженерной практике одна пола такой поверхности используется для образования оболочек покрытия зданий, поверхностей антенн, прожекторов и т.п. Гиперболическая антенна наземной станции, предназначенная для приема передач, представлена в соответствии с рисунком 74.

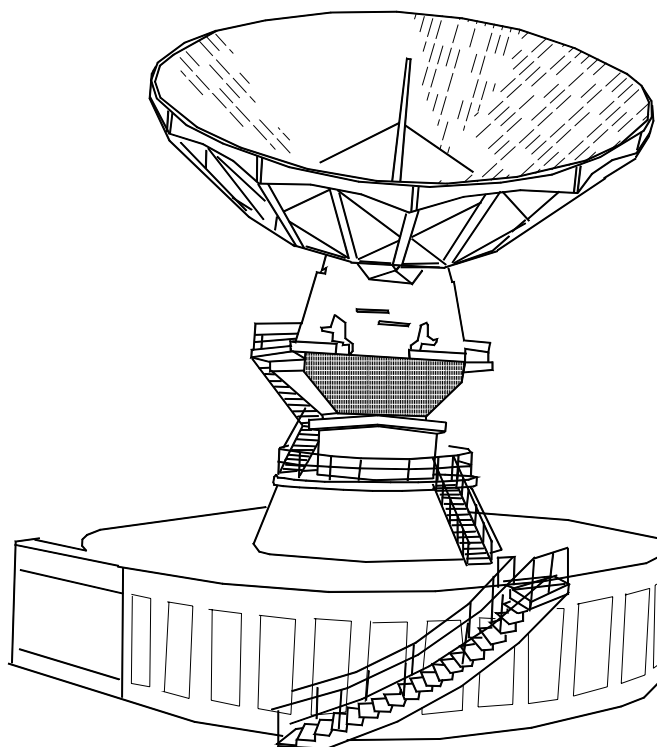


Рисунок 74

4.7 Поверхность вращения общего вида

Поверхности вращения общего вида являются геометрической основой образования поверхности висячих покрытий для перекрытия круглых в плане зданий, пролетов, образования навесов. Для придания жесткости покрытию и из конструктивных соображений по параллелям поверхности располагаются стержни. Геометрическая модель поверхности шатрового висячего покрытия, заданной каркасом из меридианов и параллелей поверхности вращения представлена в соответствии с рисунком 75.

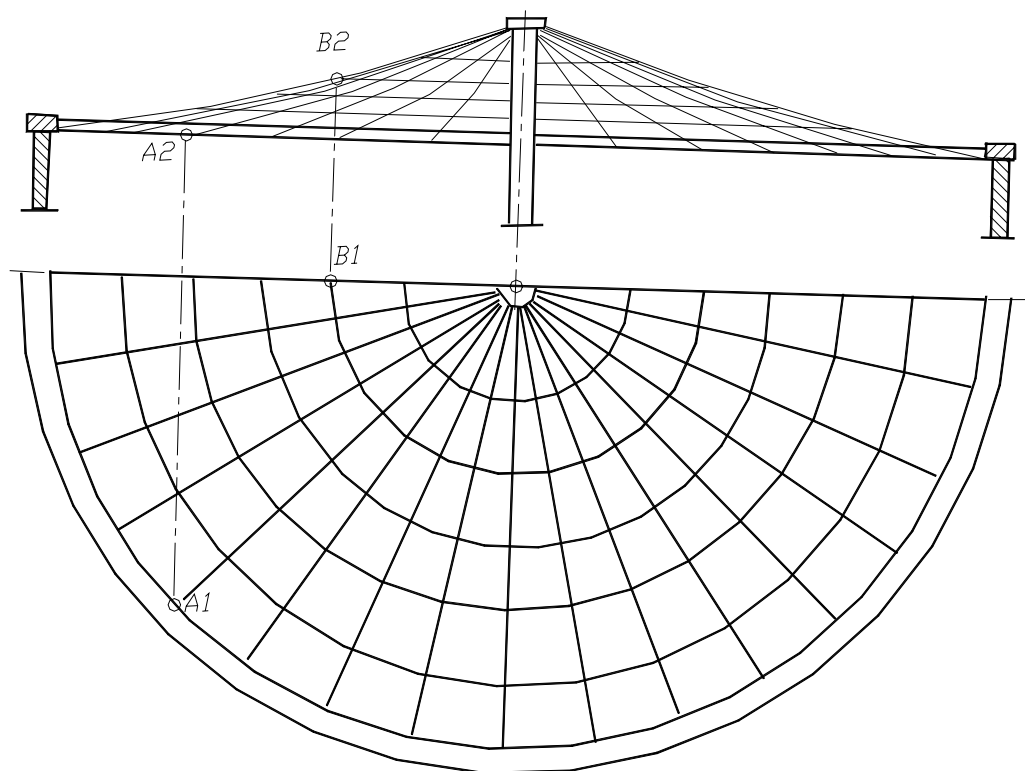


Рисунок 75

4.8 Сложная поверхность вращения

Сложными поверхностями вращения называют поверхности, образующие которых, вращаясь вокруг оси, одновременно осуществляют периодическое возвратно-поступательное движение вдоль этой оси. Такие поверхности применяются в строительстве и архитектуре для образования поверхностей волнистых и складчатых оболочек. Такие оболочки опираются на круглый в плане контур. Комплексный чертеж сложной поверхности вращения представлен в соответствии с рисунком 76.

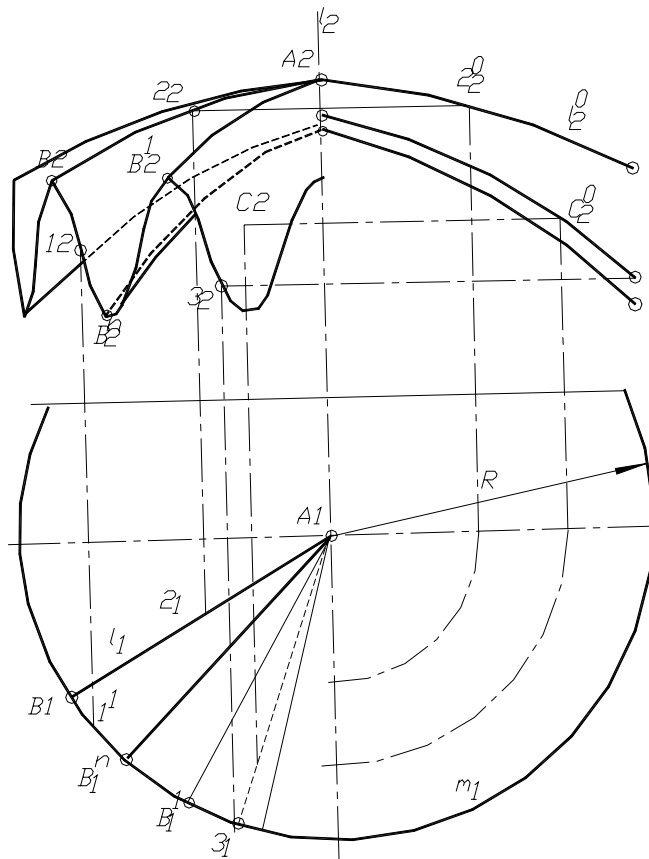


Рисунок 76

В соответствии с рисунком 77 приведен пример применения волнистой железобетонной оболочки для покрытия здания, где образующая постоянного вида имеет форму параболы, и линия периода составлена также из парабол.

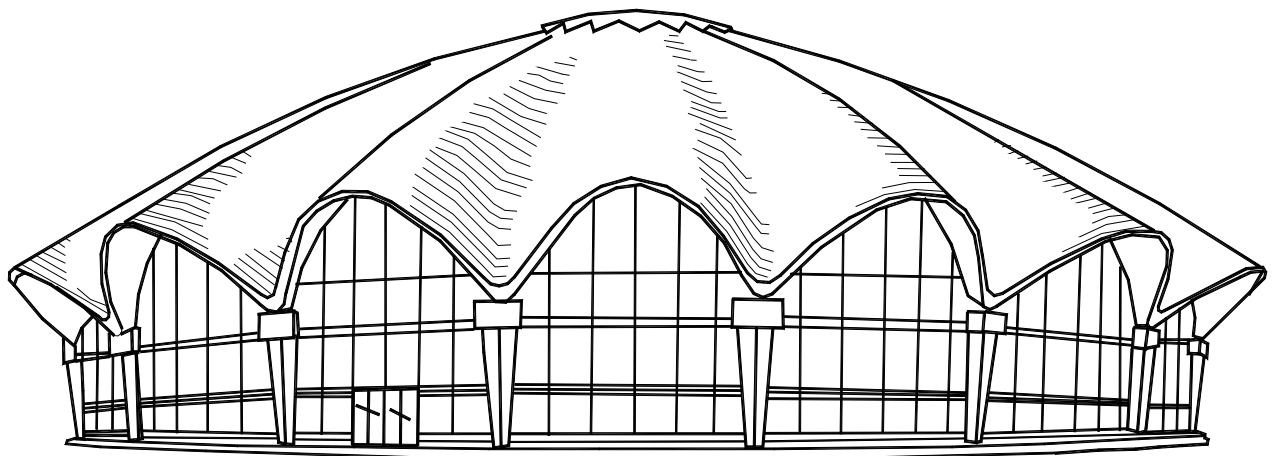


Рисунок 77

4.9 Поверхность висячих покрытий

Основным способом задания таких поверхностей на комплексном чертеже является задание линейного каркаса поверхности в соответствии с рисунком 78.

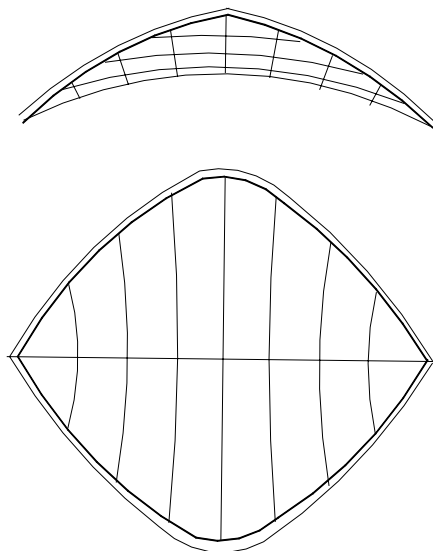


Рисунок 78

В соответствии с рисунком 79 представлен пример применения закономерной поверхности для образования седловидного висячего покрытия.

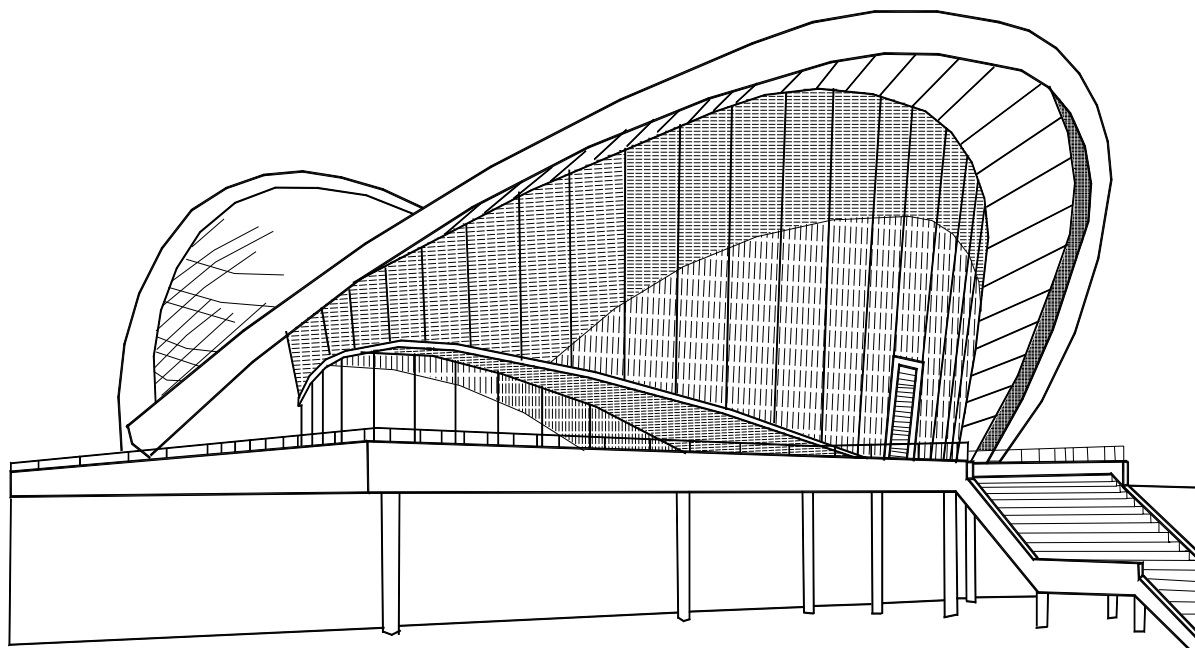


Рисунок 79

Список использованных источников

- 1 Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии [Текст] : учеб. пособие для втузов / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; – Изд. 25-е, - М. : Высшая школа, 2003. – 272.
- 2 Горельская, Л.В. Начертательная геометрия [Текст] : учеб. пособие по курсу «Начертательная геометрия» / Л.В Горельская, А.В. Кострюков, С.И. Павлов; – Оренбург. : ИПК ОГУ, 2001. – 118.
- 3 Тарасов, Б.Ф. Начертательная геометрия [Текст] : учеб. для втузов / Б.Ф. Тарасов, С.О. Ненолотов, Л.А. Дудкина; – Санкт-Петербург – Москва – Краснодар. : ИПК ФЕНИКС, 2003. – 380.
- 4 Стрижаков, А.В. Начертательная геометрия [Текст] : учеб. для втузов / А.В. Стрижаков, А.Л. Мартиросов, А.Е. Кубарев; – Ростов-на-Дону. : ИПК ФЕНИКС, 2004. – 260.
- 5 Нартова, Л.Г. Начертательная геометрия [Текст] : учеб. для вузов / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин; – М. : ИПК ДРОФА, 2003. – 274.
- 6 Чекмарев, А.А. Инженерная графика [Текст] : учеб. для студентов вузов / А.А. Чекмарев, В.К. Осипов; – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2004. – 386.

Приложение А (обязательное)

Варианты заданий

1 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.1. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

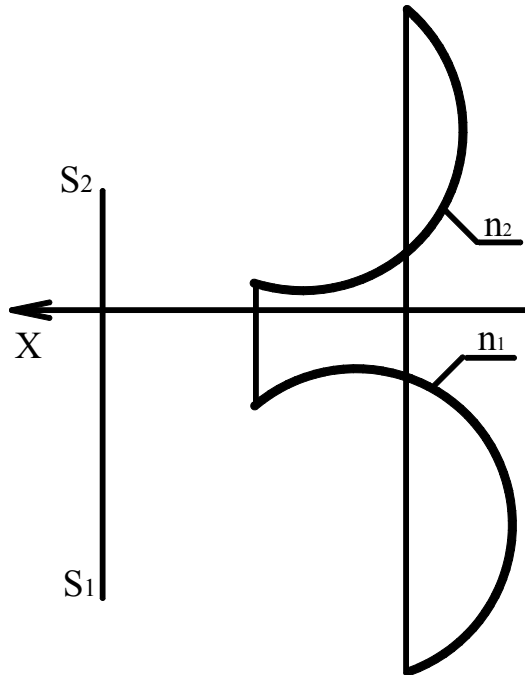


Рисунок А.1

2 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.2. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

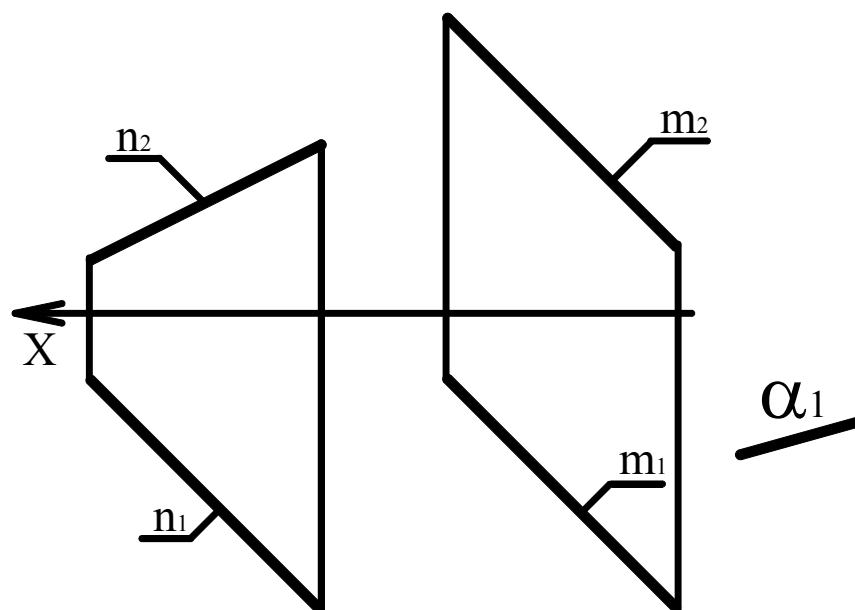


Рисунок А.2

3 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.3. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

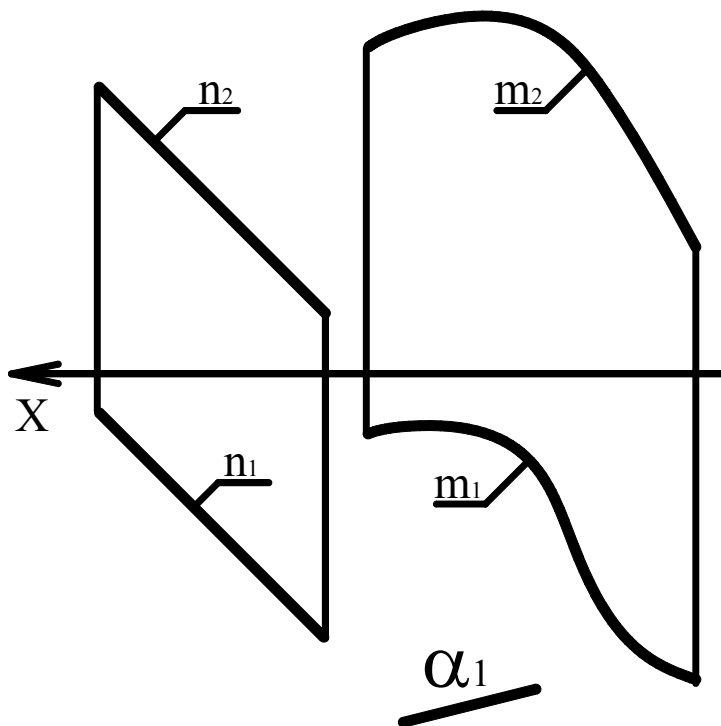


Рисунок А.3

4 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.4. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

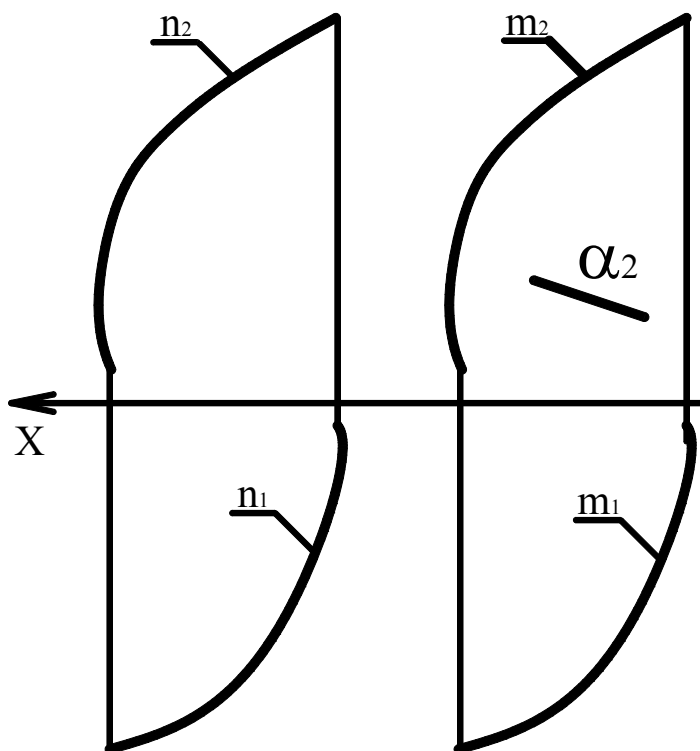


Рисунок А.4

5 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.5. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

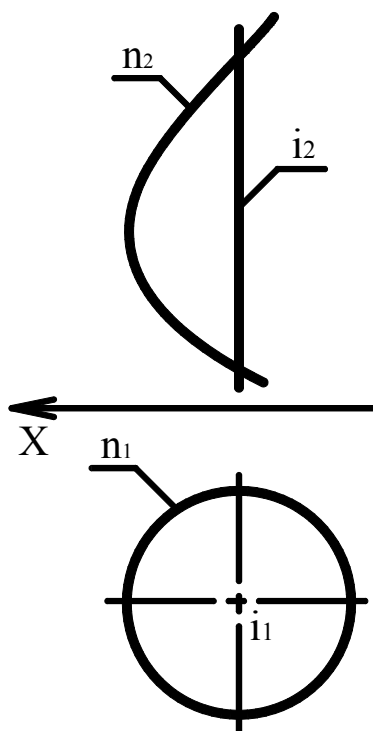


Рисунок А.5

6 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.6. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

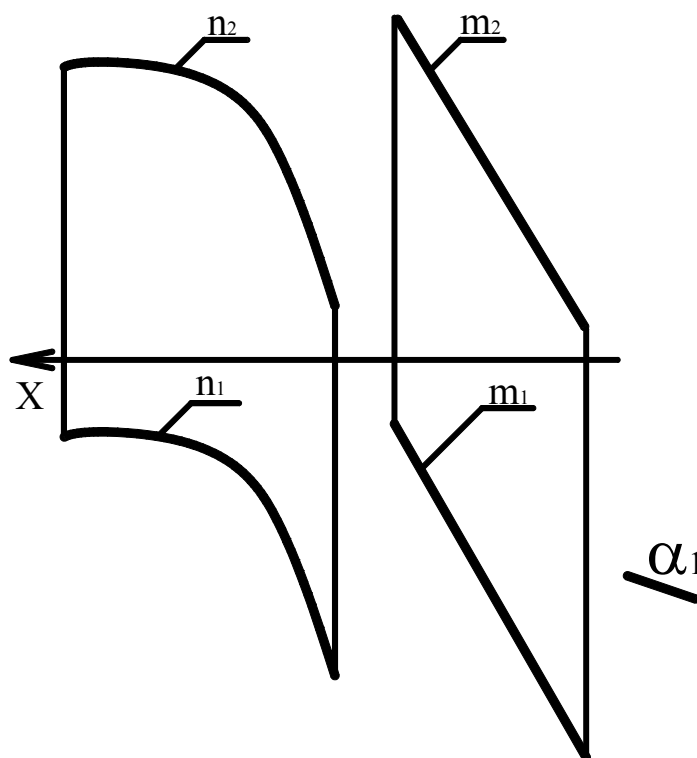


Рисунок А.6

7 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.7. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

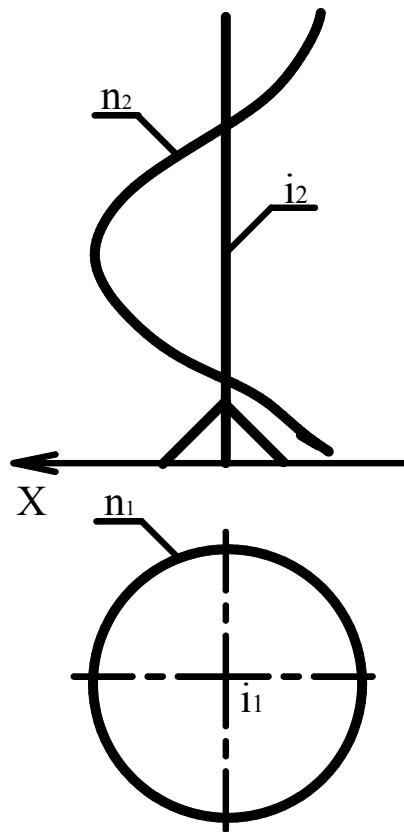


Рисунок А.7

8 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.8. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

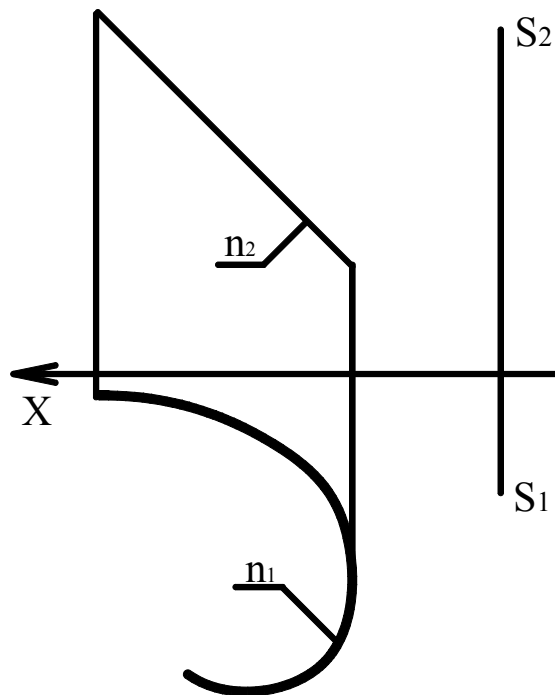


Рисунок А.8

9 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.9. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

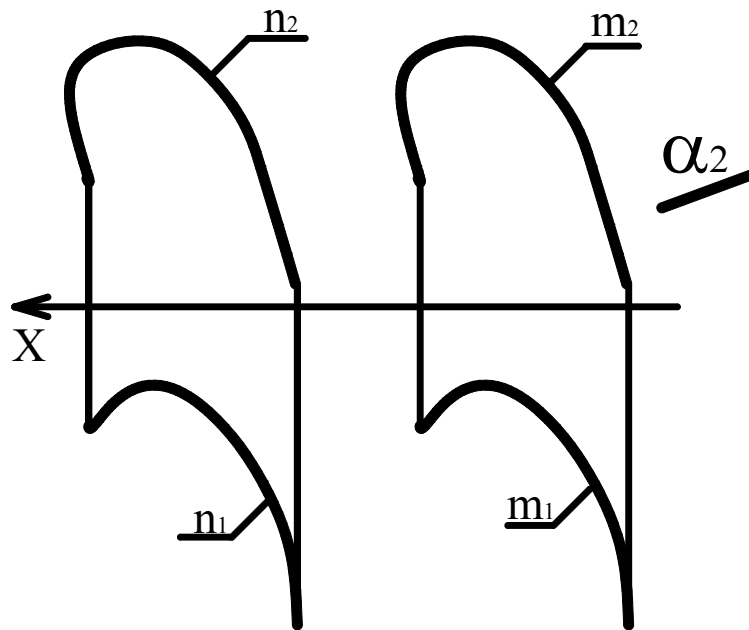


Рисунок А.9

10 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.10. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

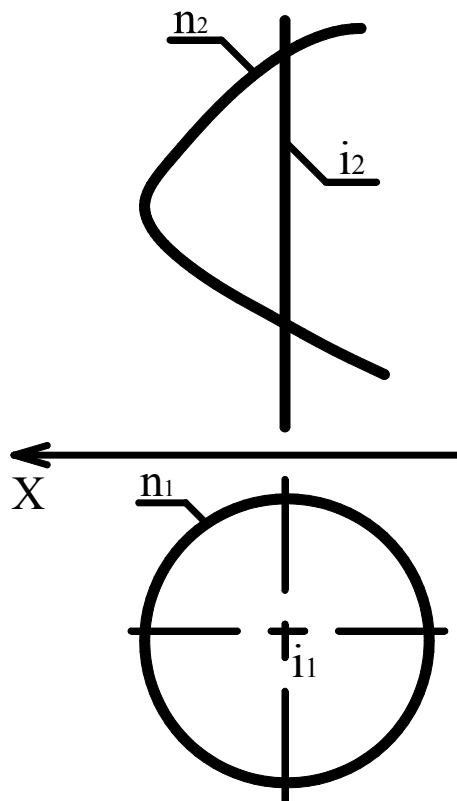


Рисунок А.10

11 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.11. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

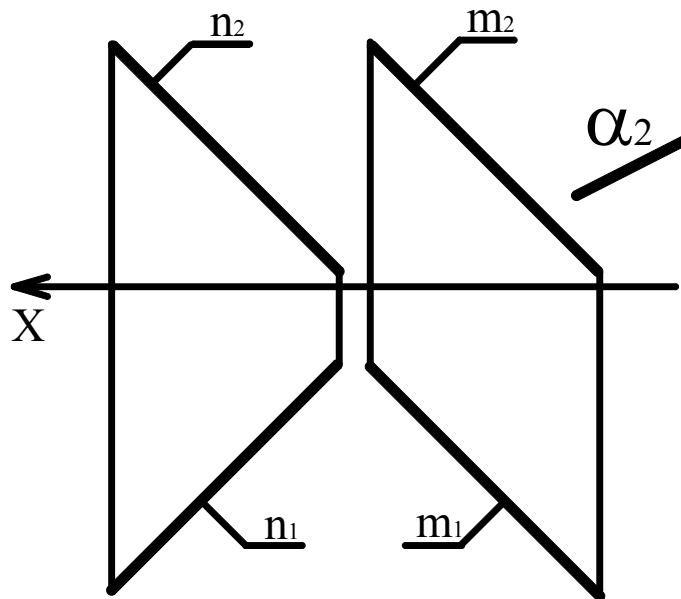


Рисунок А.11

12 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.12. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

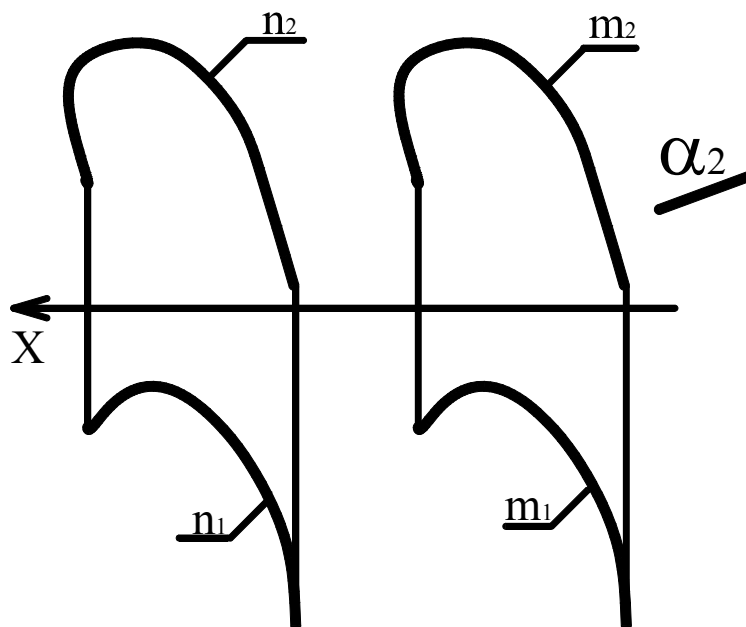


Рисунок А.12

13 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.13. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

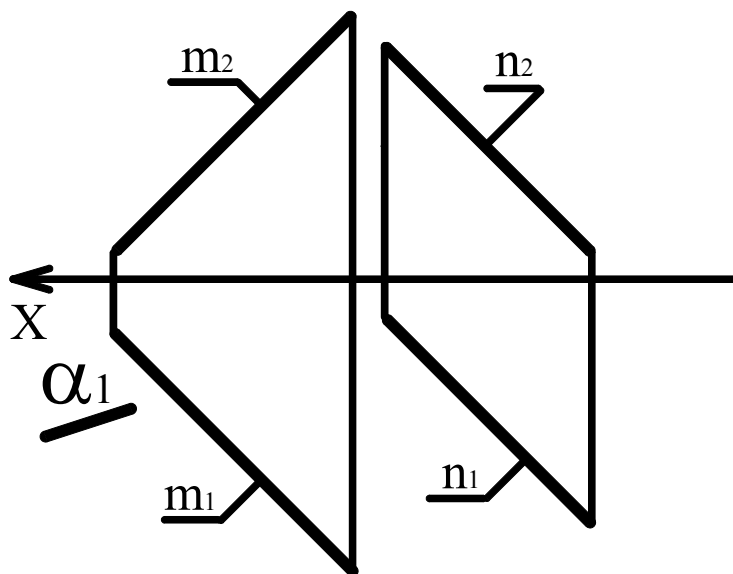


Рисунок А.13

14 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.14. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

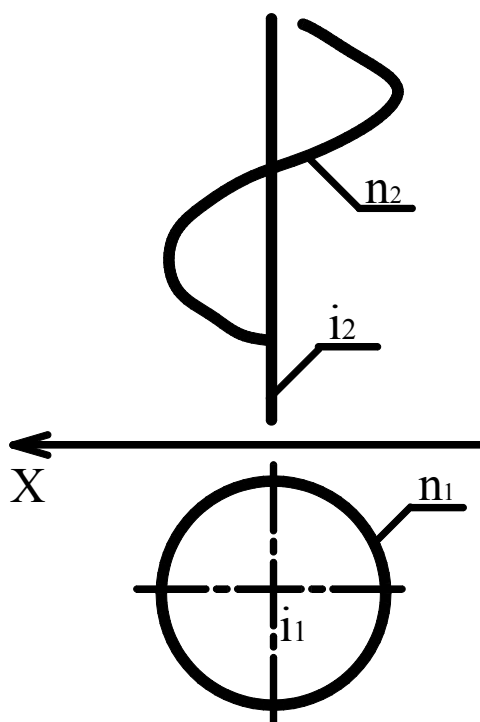


Рисунок А.14

15 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.15. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

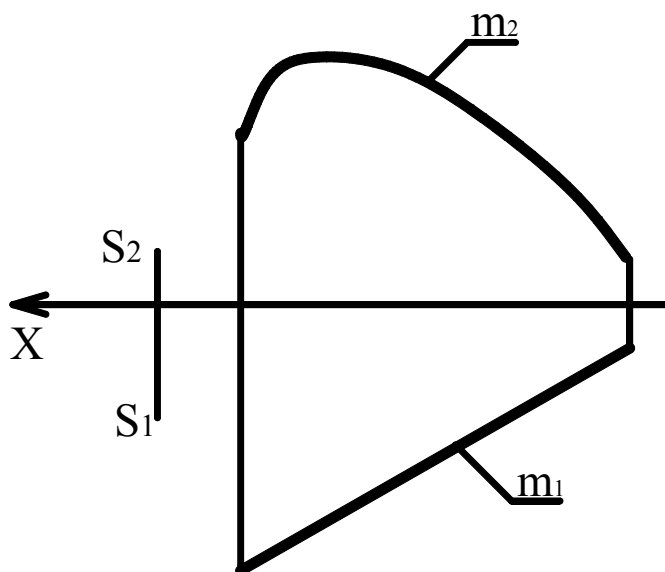


Рисунок А.15

16 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.16. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

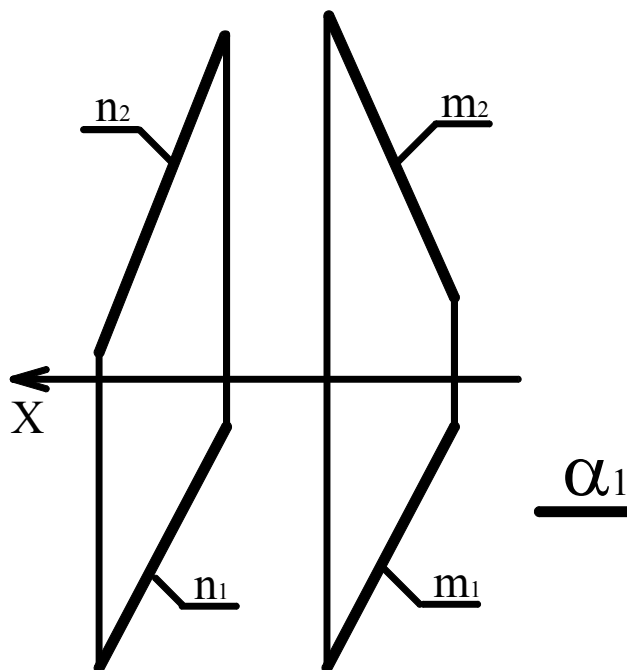


Рисунок А.16

17 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.17. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

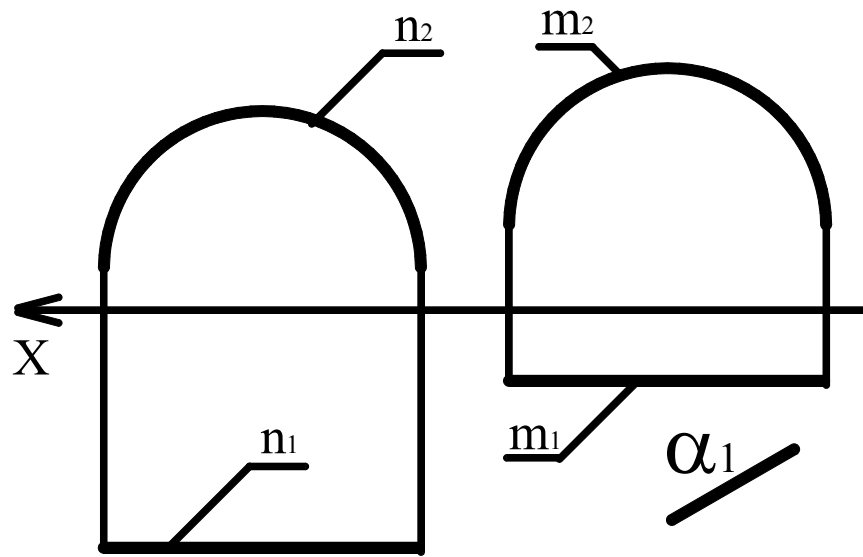


Рисунок А.17

18 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.18. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

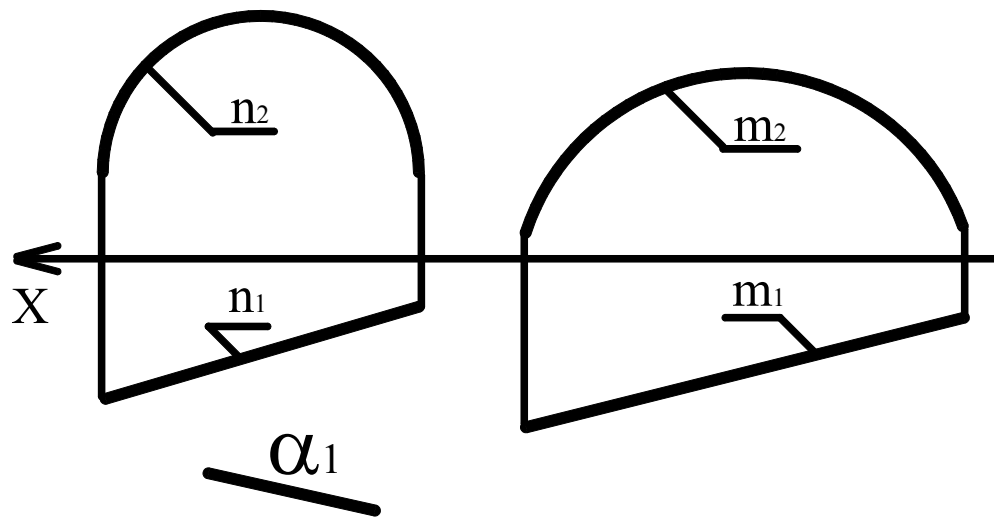


Рисунок А.18

19 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.19. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

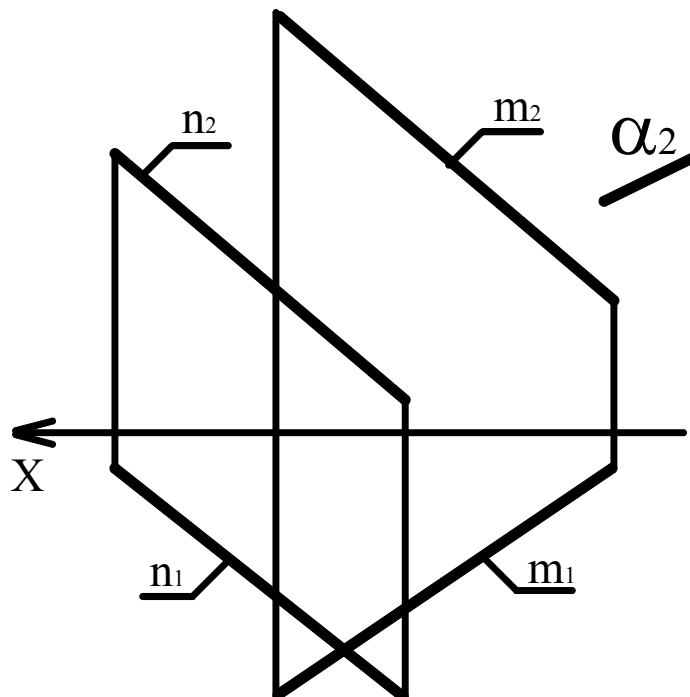


Рисунок А.19

20 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.20. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

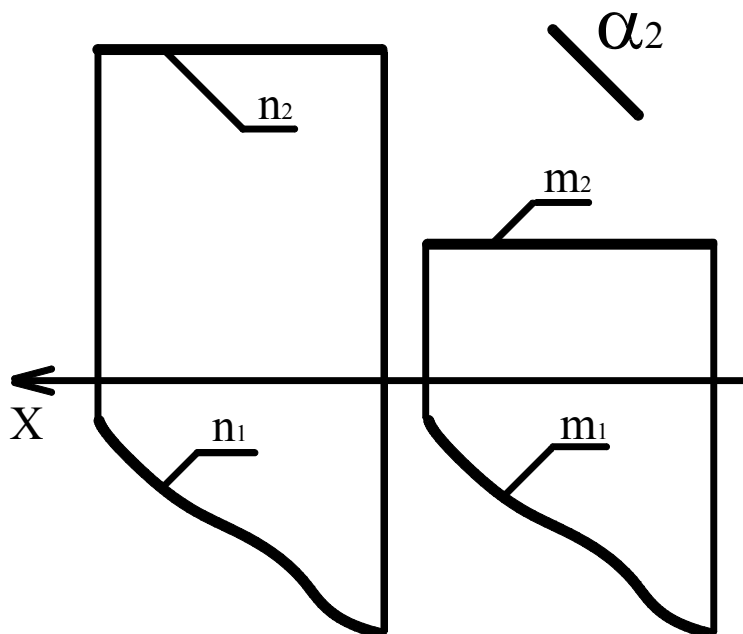


Рисунок А.20

21 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.21. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

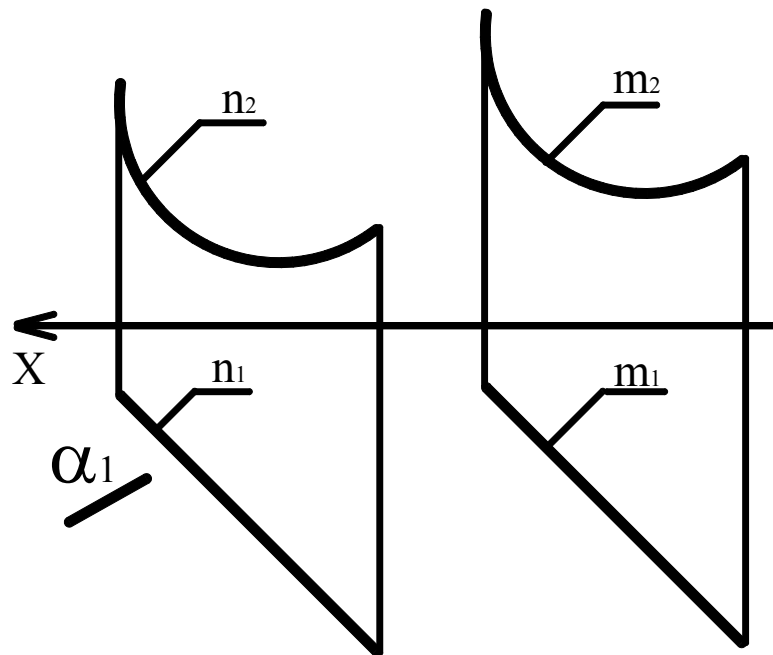


Рисунок А.21

22 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.22. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

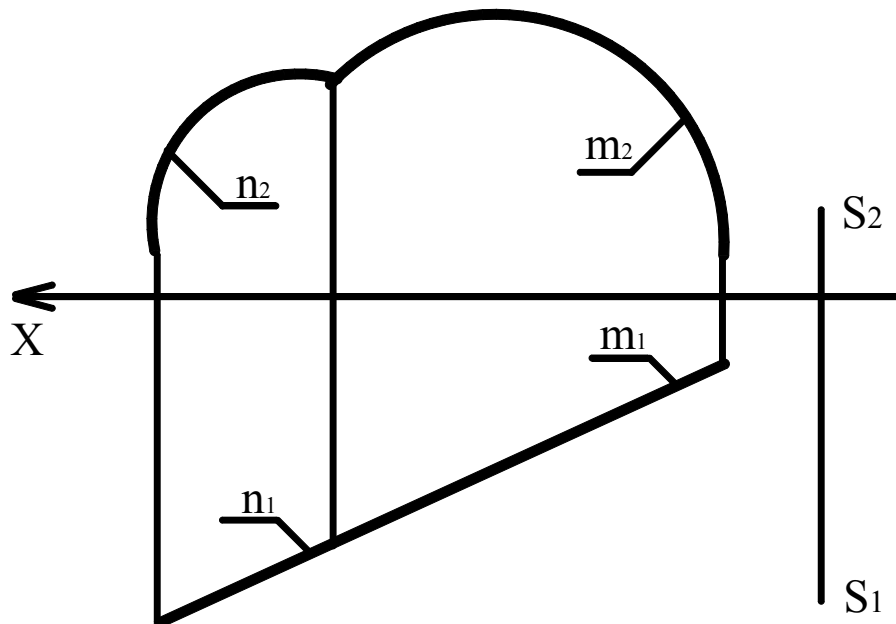


Рисунок А.22

23 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.23. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

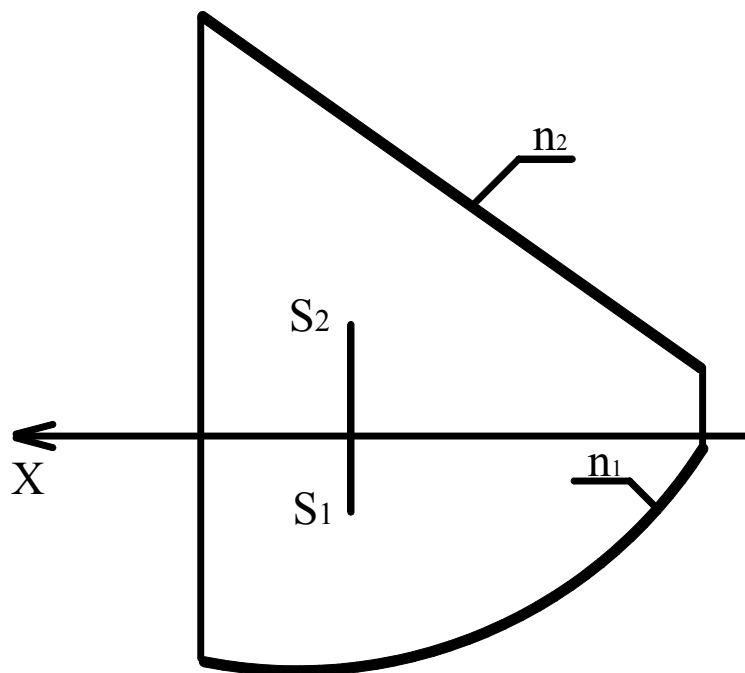


Рисунок А.23

24 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.24. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

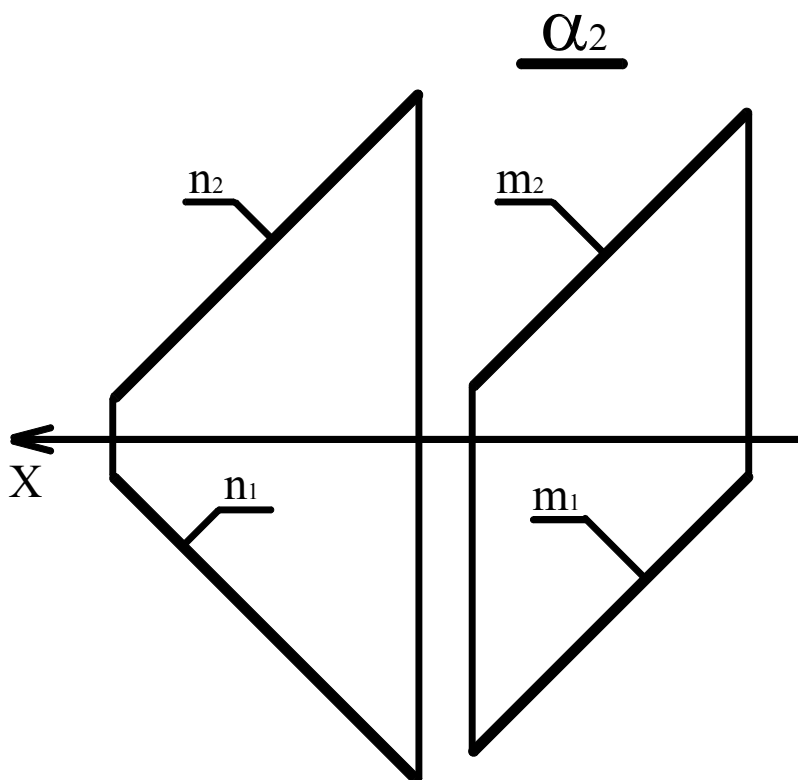


Рисунок А.24

25 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.25. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

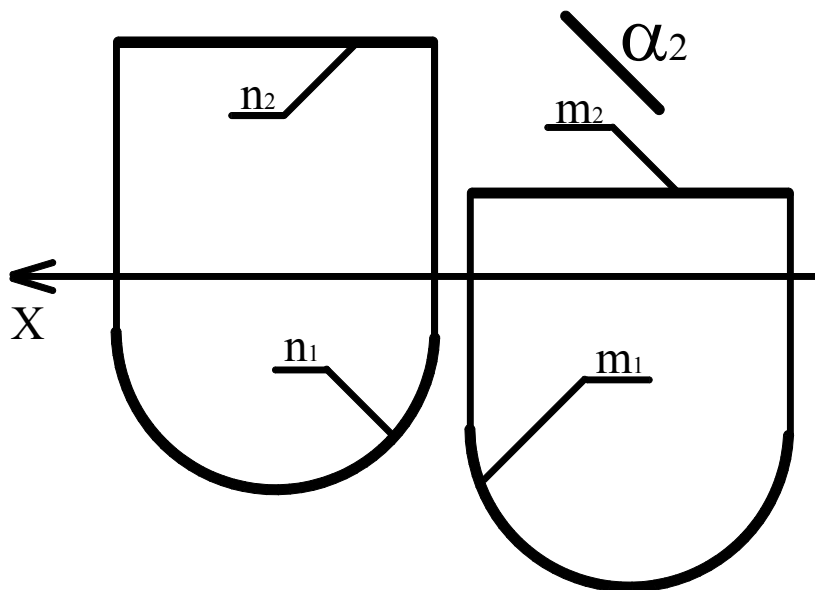


Рисунок А.25

26 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.26. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

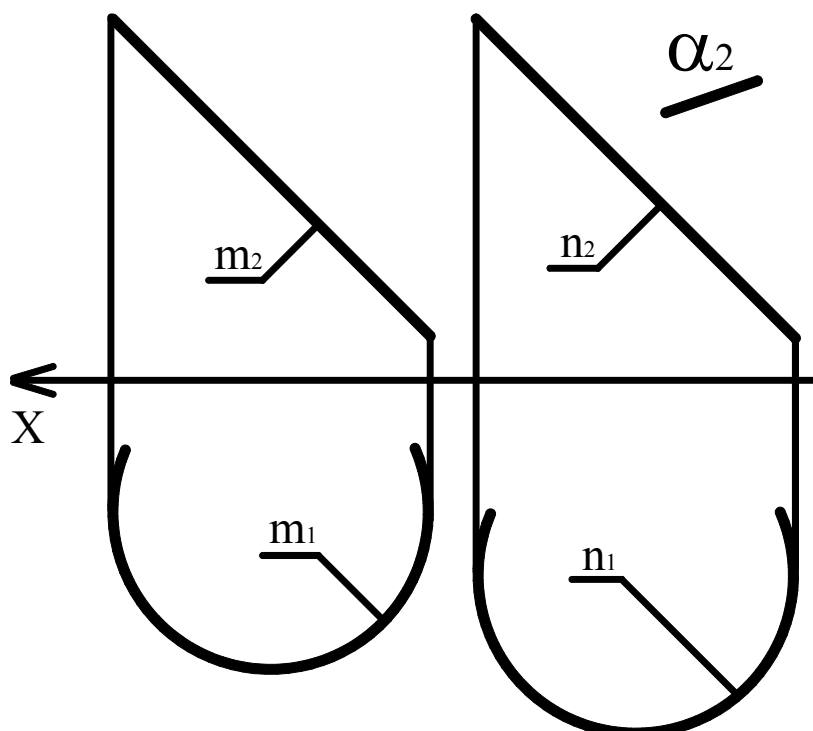


Рисунок А.26

27 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.27. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

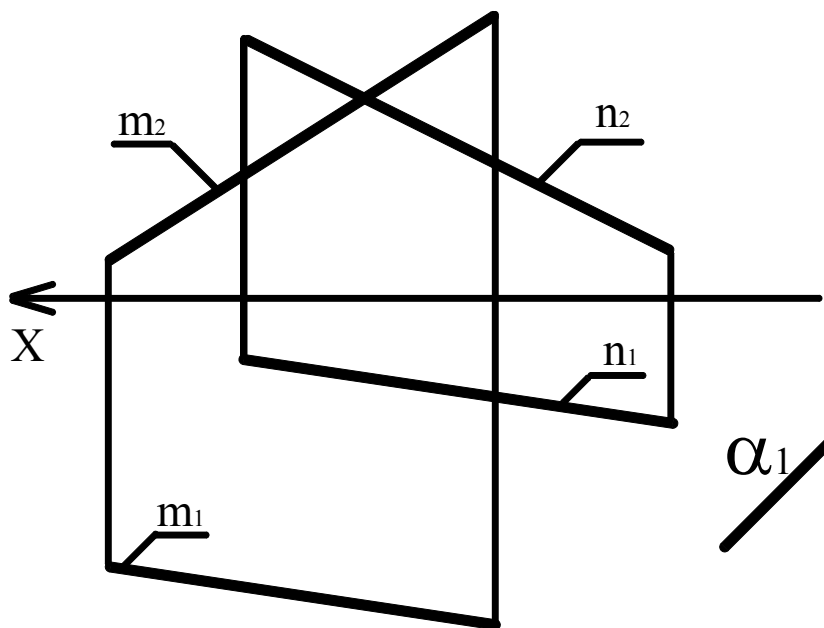


Рисунок А.27

28 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.28. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

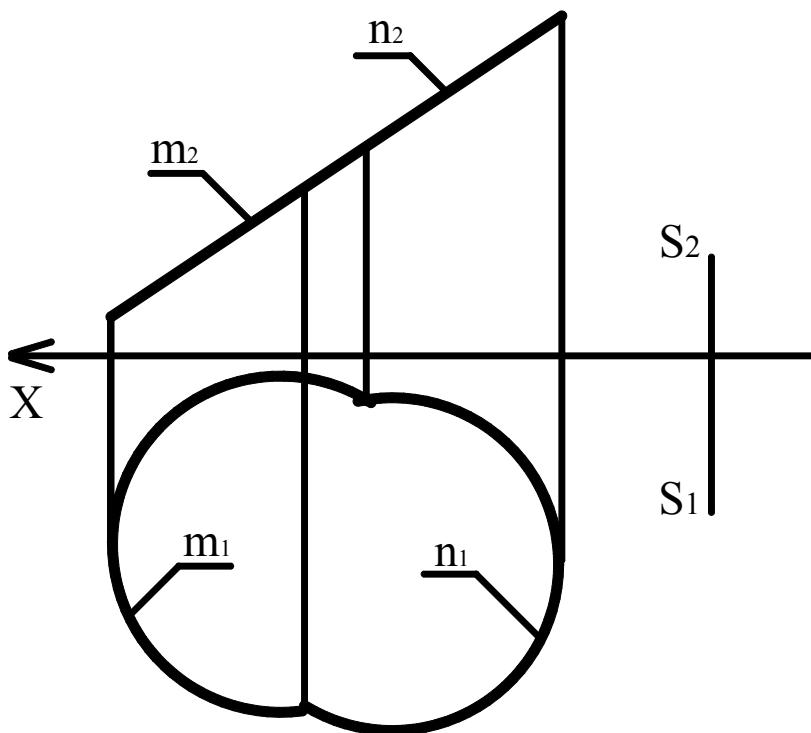


Рисунок А.28

29 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.29. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

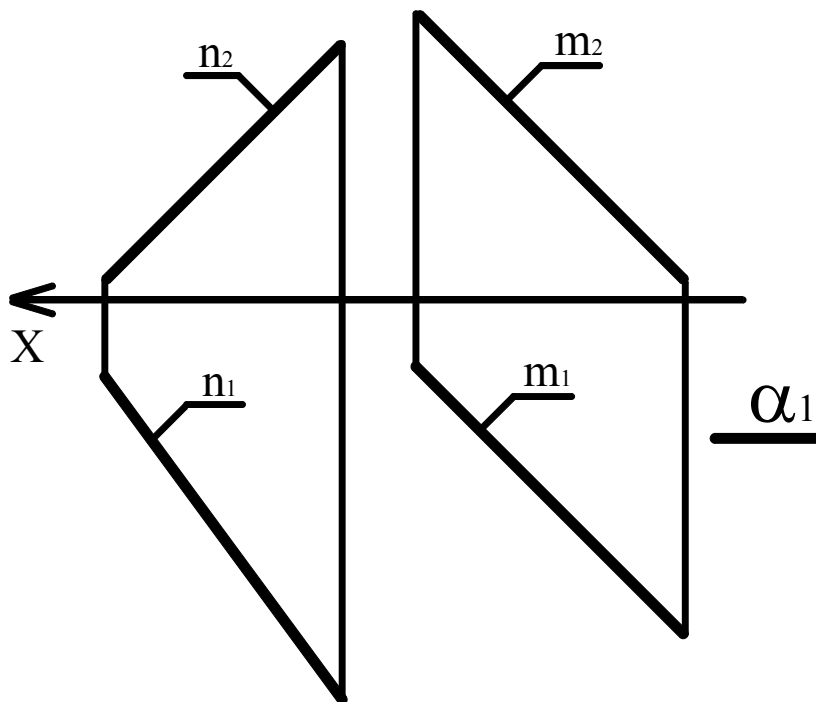


Рисунок А.29

30 По данному определителю построить проекции поверхности, в соответствии с рисунком А.30. Построить проекции точек принадлежащих поверхности.

