

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»
Кафедра теоретической и общей электротехники

Л.В.Быковская, В.В.Быковский, В.Н.Трубникова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Оренбург 2005

УДК 621.3.011.7

ББК 31.21я 73

Б 95

Рецензент

кандидат технических наук, доцент Ю.А.Дормидонов

Б 95 **Быковская Л.В. Исследование линейных электрических цепей синусоидального тока. [Текст]: Методические указания к лабораторному практикуму по теоретическим основам электротехники/ Л.В.Быковская, В.В. Быковский, В.Н. Трубникова. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 39 с.**

Лабораторный практикум включает в себя четыре лабораторные работы по анализу линейных электрических цепей синусоидального тока.

Каждая лабораторная работа рассчитана на два аудиторных часа и два часа предварительной подготовки.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ студентами электроэнергетического факультета по разделу «Анализ линейных электрических цепей синусоидального тока» курса "Теоретические основы электротехники".

ББК 31.21я 73

© Быковская Л.В., Быковский В.В.,
Трубникова В.Н., 2005
© ГОУ ОГУ, 2005

1 Лабораторная работа № 5

Исследование неразветвленной электрической цепи синусоидального тока

1.1 Цель работы: ознакомиться с экспериментальными методами определения параметров пассивных приемников в цепях переменного тока. Изучить влияние переменного параметра в ветви цепи на величины и фазы напряжений и токов.

1.2 Краткие теоретические и практические сведения

1.2.1 Цепь с активным сопротивлением

Если цепь переменного тока содержит только резистор R (лампа накаливания, электронагревательный прибор и т.д.), к которому приложено синусоидальное напряжение u (рисунок 1,а):

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (1)$$

то ток в цепи будет определяться значением этого сопротивления:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t, \quad (2)$$

где $I_m = U_m/R$ – амплитуда тока.

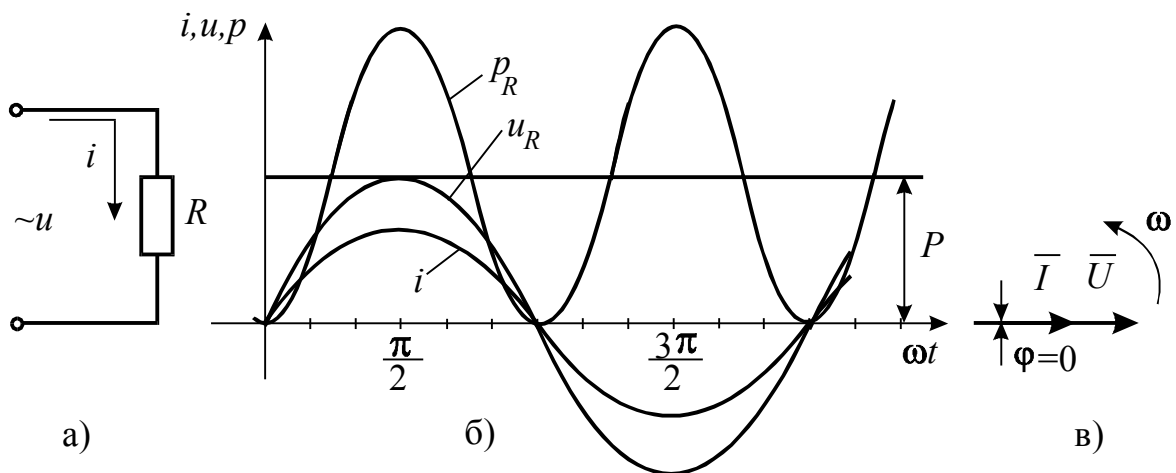


Рисунок 1 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с активным сопротивлением

Из выражений (1) и (2) следует, что в цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе. Обе эти величины можно изобразить на временной (рисунок 1,б) и векторной (рисунок 1,в) диаграммах.

Учитывая, что $I_m = I \cdot \sqrt{2}$, $U_m = U \cdot \sqrt{2}$, можно записать выражение

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3)$$

которое называют законом Ома для цепи с активным сопротивлением.

Рассмотрим энергетические процессы в цепи с активным элементом.

Скорость преобразования электрической энергии в другие виды энергии характеризует мгновенную мощность p :

$$p_R = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2 \omega t = UI - UI \cos 2\omega t, \quad (4)$$

где UI – постоянная составляющая.

График изменения мгновенной мощности для цепи с активным сопротивлением показан на рисунке 1,б. В любой момент времени направления тока и напряжения совпадают, следовательно, мгновенная мощность положительна и колеблется с угловой частотой 2ω в пределах от 0 до $2UI$, т.е. активное сопротивление потребляет электрическую энергию от источника и необратимо преобразует ее в другие виды энергии.

Кроме мгновенного значения мощности p , различают еще среднюю мощность P_{cp} за период, которую называют активной мощностью и обозначают буквой P :

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = U_R I = I^2 R. \quad (5)$$

Активная мощность характеризует работу, совершаемую в электрической цепи за период, т.е. определяет электрическую энергию, необратимо преобразовавшуюся в другие виды энергии. Единицей измерения активной мощности является ватт (Вт).

1.2.2 Цепь с индуктивностью

Пусть по катушке индуктивности L , для которой $R=0$ (рисунок 2,а), протекает ток

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (6)$$

При изменяющемся токе в катушке наводится ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (7)$$

Приложенное к зажимам цепи напряжение уравнивает ЭДС самоиндукции

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (8)$$

где

$$U_m = \omega L I_m, \quad (9)$$

называется амплитудой напряжения.

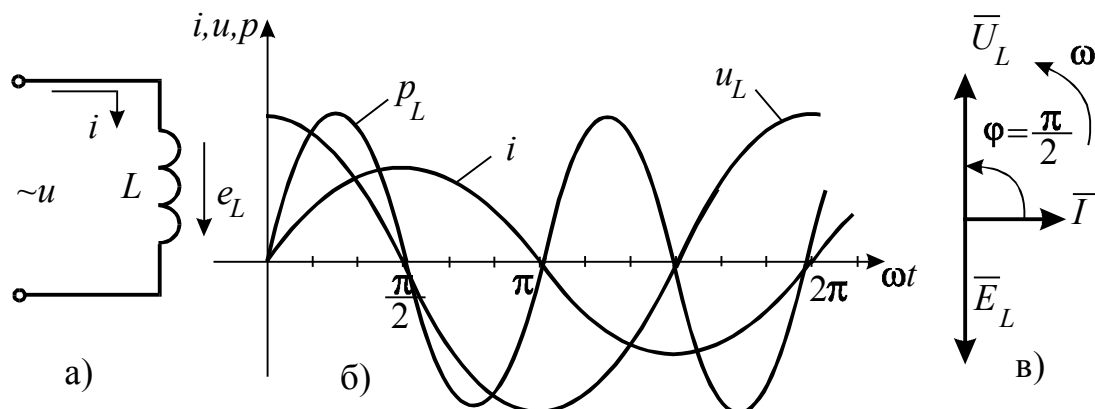


Рисунок 2 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с идеальным индуктивным элементом.

Таким образом, в цепи с индуктивностью напряжение опережает ток на угол $\pi/2$.

Временная и векторная диаграммы изображены на рисунке 2,б и 2,в. Деля соотношение (9) на $\sqrt{2}$, получим:

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L}. \quad (10)$$

Здесь $X_L = \omega L$ имеет размерность сопротивления и называется индуктивным сопротивлением. Выражение (10) называется законом Ома для цепи с индуктивностью.

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с индуктивным элементом.

Мгновенная мощность индуктивного элемента

$$p_L = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t, \quad (11)$$

изменяется по закону синуса с удвоенной частотой. График мгновенной мощности на индуктивном элементе показан на рисунке 2,б.

В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают и $p_L > 0$, т.е. индуктивный элемент потребляет электрическую энергию от источника. Во вторую четверть периода направления напряжения и тока противоположны и $p_L < 0$, т.е. индуктивный элемент является источником и высвобождает энергию, запасенную в магнитном поле.

Активная мощность P , характеризующая необратимые преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для индуктивного элемента равна нулю:

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0. \quad (12)$$

Таким образом, в цепи с идеальным индуктивным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником энергии и магнитным полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в магнитное поле, которое называется *реактивной мощностью*, и обозначают Q_L

$$Q_L = U_L I = X_L I^2, \text{ вар.} \quad (13)$$

Реактивная мощность имеет размерность Вольт-Ампер реактивный, сокращенно – ВАр.

1.2.3 Цепь с емкостью

Если цепь переменного тока содержит емкость C , к которой приложено синусоидальное напряжение u (рисунок 3,а)

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (14)$$

то мгновенное значение тока в этой цепи

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (15)$$

Амплитудные значения тока и напряжения связаны соотношением

$$I_m = \omega C U_m. \quad (16)$$

Из (15) следует, что ток в цепи с емкостью опережает приложенное напряжение на угол $\pi/2$. Временная и векторная диаграммы представлены на рисунке 3,б и 3,в.

Деля соотношение (16) на $\sqrt{2}$, получим закон Ома для цепи с емкостью

$$I = \omega C U \quad \text{или} \quad U = I \frac{1}{\omega C} = I X_C, \quad (17)$$

здесь $X_C = \frac{1}{\omega C}$ имеет размерность сопротивления и называется емкостным сопротивлением.

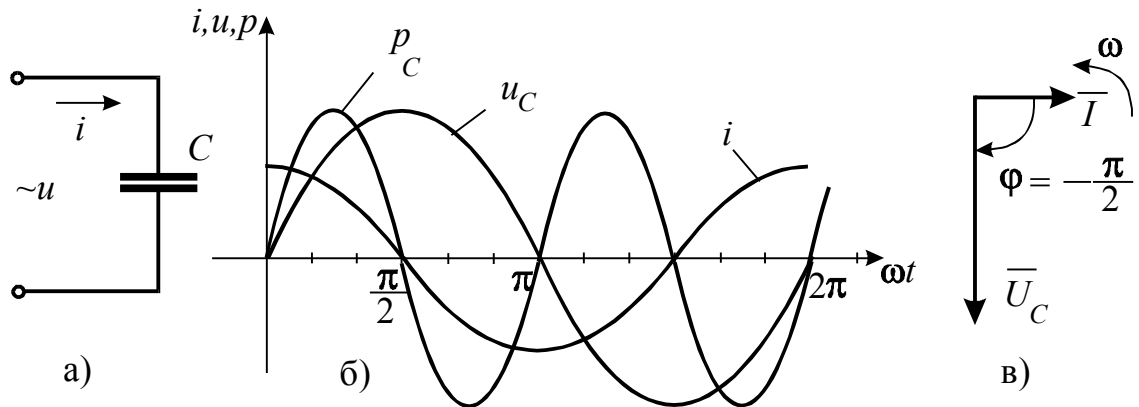


Рисунок 3 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с идеальным емкостным элементом.

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с емкостным элементом. Мгновенная мощность емкостного элемента

$$p_C = ui = U_m \cdot I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t, \quad (18)$$

изменяется по закону синуса с удвоенной частотой.

График мгновенной мощности приведен на рисунке 3,б. В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают и $p_C > 0$, т.е. емкостной элемент потребляет энергию от источника, которая запасается в электрическом поле. Во вторую четверть периода направления напряжения и тока противоположны, $p_C < 0$, т.е. емкостной элемент является источником и отдает запасенную в электрическом поле энергию.

Активная мощность, характеризующая необратимые процессы преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для емкостного элемента равна нулю.

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t \, dt = 0. \quad (19)$$

Таким образом, в цепи с идеальным емкостным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником и электрическим полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в электрическом поле, которое называют реактивной мощностью и обозначают Q_C

$$Q_C = U_C I = X_C I^2, \text{ ВАр}. \quad (20)$$

Реактивная мощность емкостного элемента, так же как и реактивная мощность индуктивного элемента, измеряется в Вольт-Амперах реактивных.

1.2.4 Цепь с активно-индуктивной нагрузкой

Практически любая катушка обладает не только индуктивностью L , но и активным сопротивлением R (рисунок 4,а).

По второму закону Кирхгофа для мгновенных значений приложенное напряжение к зажимам цепи уравнивается падением напряжения на активном сопротивлении и падением напряжения на индуктивности:

$$u = u_R + u_L. \quad (21)$$

Выразив напряжения u_R и u_L через ток

$$i = I_m \sin \omega t \quad (22)$$

и сопротивления участков цепи R и X_L , получим:

$$I_m R \sin \omega t + I_m X_L \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (23)$$

Здесь

$$U_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L)^2} = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad (24)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R}. \quad (25)$$

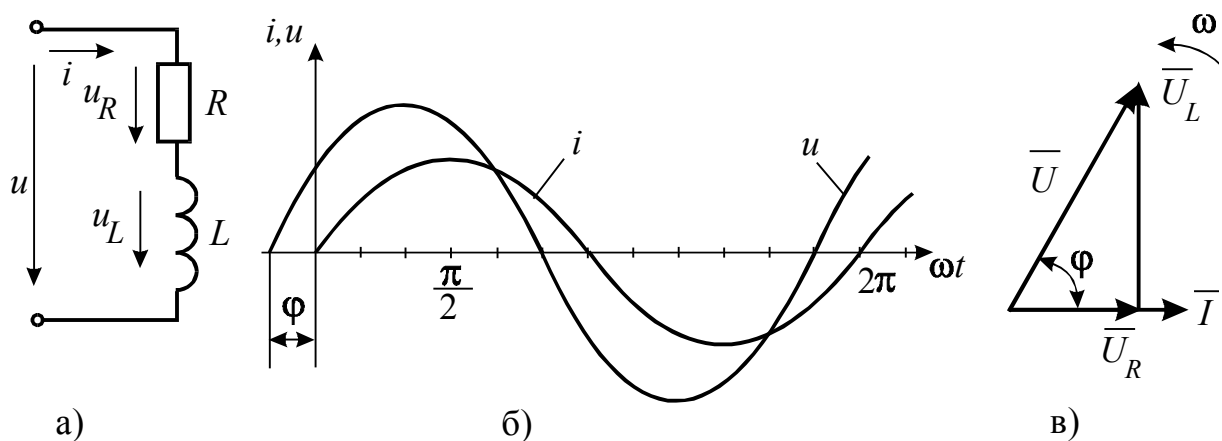


Рисунок 4 – Схема, временная и векторная диаграммы цепи с активным сопротивлением и индуктивностью

Таким образом, напряжение на входе цепи с активным сопротивлением и индуктивностью опережает ток на угол φ . Временная и векторная диаграммы изображены на рисунке 4,б и 4,в.

Закон Ома для рассматриваемой цепи на основании (24)

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (26)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ – полное сопротивление цепи.

Треугольник сопротивлений, подобный треугольнику напряжений, построен на рисунке 5,а. Как видно из этого треугольника

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{Z}. \quad (27)$$

Для анализа энергетических процессов в цепи R, L мгновенную мощность удобно представить в виде суммы мгновенных значений активной $p_R = iu_R$ и реактивной (индуктивной) $p_L = iu_L$ мощностей $p = p_R + p_L$. Графики p_R и p_L изображены на рисунке 5,б.

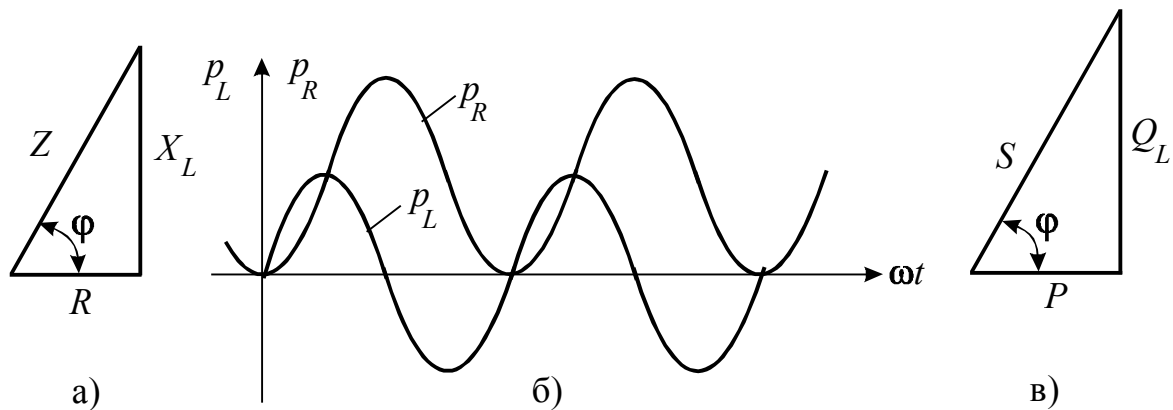


Рисунок 5 – Временная диаграмма мгновенных значений активной p_R и индуктивной p_L мощностей. Треугольники сопротивлений и мощностей

Из графика p_R видно, что активная мощность непрерывно поступает от источника и выделяется в активном сопротивлении в виде тепла. Мгновенная мощность p_L непрерывно циркулирует между источником и катушкой.

Умножив стороны треугольника сопротивлений на ток, получим треугольник мощностей (рисунок 5,в).

Стороны треугольника мощностей представляют:

$$P = U_R I = I^2 R \text{ – активная мощность цепи, Вт;}$$

$$Q = U_L I = I^2 X_L \text{ – реактивная мощность цепи, ВАр;}$$

$$S = UI = I^2 Z \text{ – полная мощность цепи, ВА;}$$

$\cos \varphi = \frac{P}{S}$ – коэффициент мощности цепи.

Параметры реальной катушки (R_K , L) можно определить экспериментально, если последовательно с ней включить дополнительно активное сопротивление R (рисунок 6,а).

Измерив ток в цепи, а также напряжения U , U_R , U_K , можно построить в масштабе векторную диаграмму в соответствии с рисунком 6,б (т.е. построить косоугольный треугольник по трем известным сторонам).

Тогда

$$R_K = \frac{U_{K.a}}{I}, \quad X_K = \frac{U_L}{I}, \quad L = \frac{X_K}{\omega} = \frac{X_K}{2\pi f}. \quad (28)$$

Данный метод определения параметров реальной катушки носит название опыта трех вольтметров.

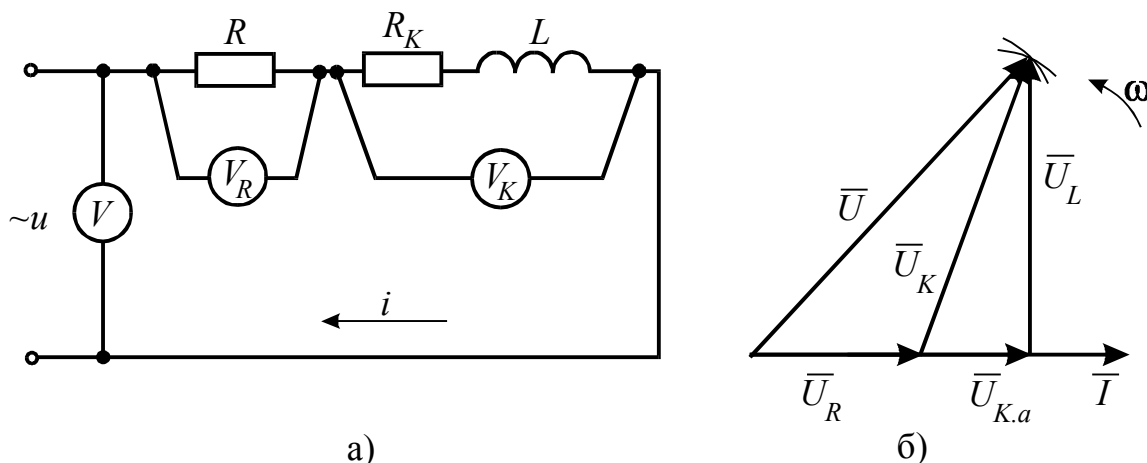


Рисунок 6 – Электрическая схема и векторная диаграмма цепи с резистором и реальной катушкой индуктивности

Эти параметры также находятся из очевидных уравнений для цепи рисунка 6,а

$$Z = \sqrt{(R + R_K)^2 + X_L^2} = \frac{U}{I}, \quad (29)$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_L^2} = \frac{U_K}{I}, \quad (30)$$

$$R = \frac{U_R}{I}. \quad (31)$$

Если измерить ток и напряжение на катушке при двух известных частотах f_1 и f_2 получим систему двух уравнений с двумя неизвестными параметрами R_K , L :

$$Z_{f_1} = \frac{U_{Kf_1}}{I_{f_1}} = \sqrt{R_K^2 + (2\pi f_1 L)^2}, \quad (32)$$

$$Z_{f_2} = \frac{U_{Kf_2}}{I_{f_2}} = \sqrt{R_K^2 + (2\pi f_2 L)^2}, \quad (33)$$

где U_{Kf_1} , I_{f_1} – напряжение и ток катушки при частоте f_1 ;

U_{Kf_2} , I_{f_2} – напряжение и ток катушки при частоте f_2 .

Полагаем, что R_K от частоты не зависит. Второй метод носит название опыта двух частот.

1.2.4 Цепь с активно-емкостной нагрузкой

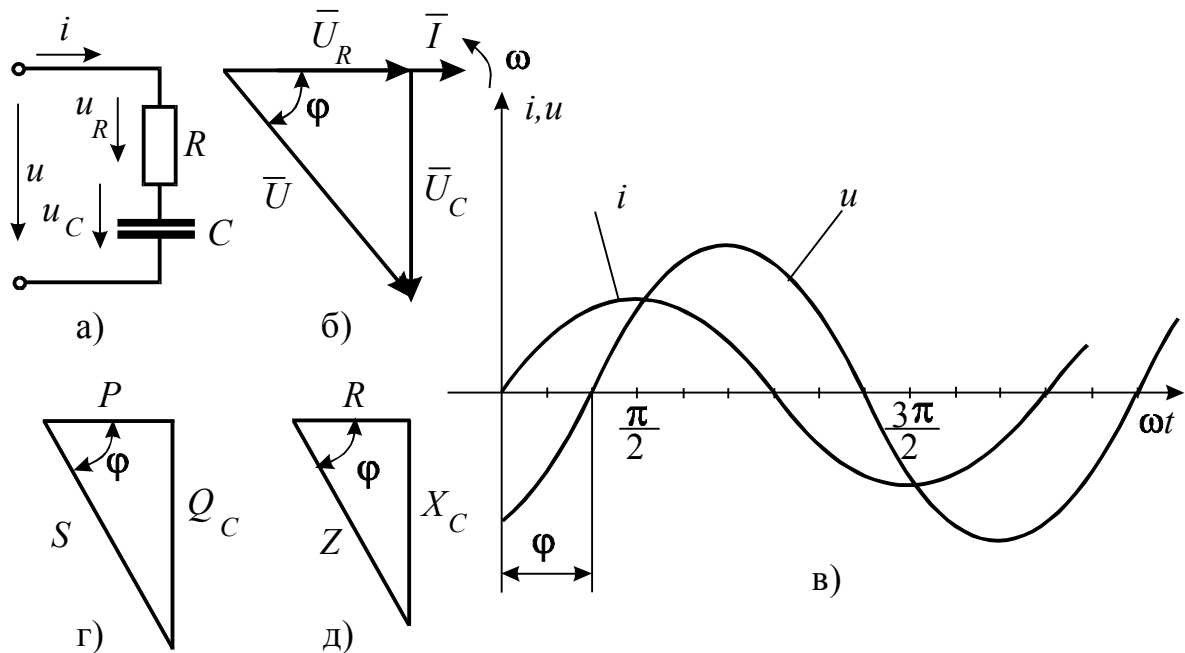


Рисунок 7 – Схема, временные диаграммы и треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей цепи с активным и емкостным элементами

В этом случае уравнение напряжения цепи (рисунок 7,а) имеет вид:

$$u = u_R + u_C. \quad (34)$$

Напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = RI_m \sin \omega t, \quad (35)$$

совпадает по фазе с током.

Напряжение на емкости

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (36)$$

отстает по фазе от тока на угол $\pi/2$.

Таким образом, напряжение u , приложенное к цепи, будет равно

$$u = RI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (37)$$

На рисунке 7,б изображена векторная диаграмма цепи R, C . Вектор напряжения \vec{U}_R совпадает с вектором тока, вектор \vec{U}_C отстает от вектора тока на угол 90° . Из диаграммы следует, что вектор напряжения, приложенного к цепи, равен геометрической сумме векторов \vec{U}_R и \vec{U}_C :

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_C, \quad (38)$$

а его величина

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}. \quad (39)$$

Выразив U_R и U_C через ток и сопротивления, получим

$$U = \sqrt{(IR)^2 + (IX_C)^2}, \quad (40)$$

откуда

$$U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = IZ. \quad (41)$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома цепи R и C :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (42)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ – полное сопротивление, Ом.

Из векторной диаграммы следует, что напряжение цепи R и C отстает по фазе от тока на угол φ и его мгновенное значение

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (43)$$

Временные диаграммы u и i изображены на рисунке 7,в. Разделив стороны треугольника напряжений (рисунок 7,б) на ток, получим треугольник сопротивлений (7,д), из которого можно определить косинус угла сдвига фаз между током и напряжением:

Таблица 1 – Пассивные элементы цепей синусоидального тока

Основные понятия	R	L	C
Мгновенные значения напряжения и тока $i = I_m \sin(\omega t + \alpha)$	$u_R = R \cdot i =$ $= R \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha)$	$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} =$ $= \omega \cdot L \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2})$	$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt =$ $= \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_m \sin(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2})$
Комплексные амплитуды $\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j\alpha}$	$\dot{U}_{Rm} = R \cdot \dot{I}_m$	$\dot{U}_{Lm} = j\omega L \cdot \dot{I}_m =$ $= j \cdot x_L \cdot \dot{I}_m$	$\dot{U}_{Cm} = -j \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \dot{I}_m =$ $= -j \cdot x_C \cdot \dot{I}_m$
Комплексные действующие значения $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\alpha}$	$\dot{U}_R = R \cdot \dot{I}$	$\dot{U}_L = j \cdot x_L \cdot \dot{I}$	$\dot{U}_C = -j \cdot x_C \cdot \dot{I}$
Сопротивление	R активное	$x_L = \omega \cdot L$ реактивное индуктивное	$x_C = \frac{1}{\omega C}$ реактивное емкостное
Комплексное сопротивление	R	$jx_L = j \cdot \omega \cdot L =$ $= x_L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$	$-jx_C = \frac{1}{j\omega C} =$ $= -j \cdot \frac{1}{\omega C} = x_C \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$
Комплексная проводимость	$g = \frac{1}{R}$	$-jb_L = \frac{1}{j \cdot x_L}$	$jb_C = \frac{1}{-j \cdot x_C}$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}. \quad (44)$$

Энергетические процессы в цепи с активным и емкостным элементами можно рассматривать как совокупность процессов, происходящих отдельно в цепи с R и с C . Из сети непрерывно поступает активная мощность, которая выделяется в активном сопротивлении R в виде тепла. Реактивная мощность, обусловленная электрическим полем емкости C , непрерывно циркулирует между источником энергии и цепью. Ее среднее значение за период равно нулю. Умножив стороны треугольника напряжений (рисунок 7,б) на ток, получим треугольник мощностей (рисунок 7,г). Стороны треугольника мощностей представляют:

$P = U_R I = I^2 R$ – активную мощность цепи, Вт;

$Q_C = U_C I = I^2 X_C$ – реактивную (емкостную) мощность цепи, ВАр;

$S = UI = I^2 Z$ – полная мощность цепи, ВА;

$\cos \varphi = \frac{P}{S}$ – коэффициент мощности цепи.

На основании вышеизложенного можно составить таблицу 1.

1.3 Описание лабораторной установки

В качестве источника питания в работе используется генератор низкочастотный ГЗ-123. На панели стенда имеется катушка индуктивности с параметрами R_K , L , магазин емкостей C и резистор R . Для измерения токов служит амперметр переменного тока М 42300, в качестве вольтметра используется мультиметр ВР-11А.

1.4 Рабочее задание

1.4.1 Собрать электрическую цепь, рисунок 8.

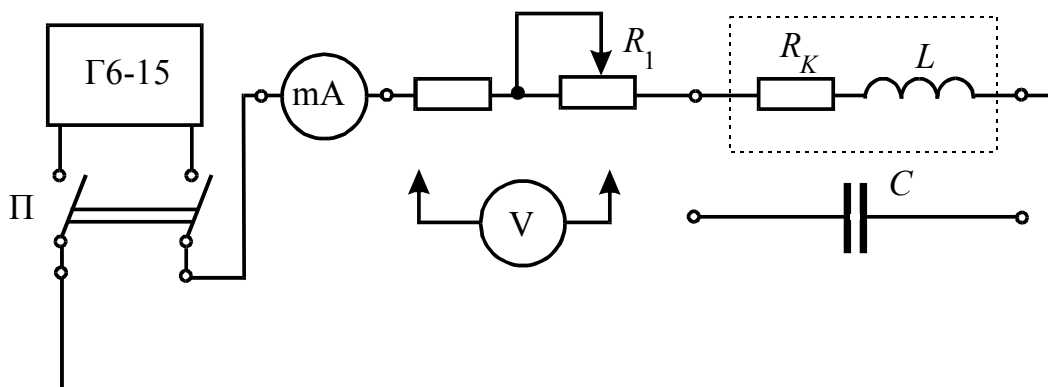


Рисунок 8 – Электрическая схема опыта трех вольтметров и двух частот

1.4.2 После проверки схемы преподавателем включить питание цепи переключателем П и измерить ток I , напряжения на входе цепи U , на катушке индуктивности U_K и на резисторе U_{R_1} .

Данные измерений занести в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты измерений и вычислений параметров катушки и конденсатора методом трех вольтметров

Цель	Измерено					Вычислено						
	U	U_C	U_K	U_{R_1}	I	R_1	Z_K	X_K	R_K	L	X_C	C
	В	В	В	В	А	Ом	Ом	Ом	Ом	Гн	Ом	мкФ
$R_K,$ L		-									-	-
$R,$ C			-					-	-	-		

1.4.3 Заменить в электрической цепи схемы рисунка 8 катушку индуктивности на конденсатор и провести измерения тока I , напряжения на входе U , конденсаторе U_C и на резисторе U_R . Данные измерений занести в таблицу 2.

1.4.4 Собрать электрическую цепь в соответствии со схемой рисунка 8. Измерить напряжение на катушке U_K и ток I в цепи при двух частотах $f_1=200$ Гц, $f_2=500$ Гц. Результаты измерений занести в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты измерений и вычислений параметров катушки и конденсатора методом двух частот

Цель	Частота, Гц	Измерено			Вычислено					
		I	U_K	U_C	Z_K	R_K	X_K	L	X_C	C
		мА	В	В	Ом	Ом	Ом	Гн	Ом	мкФ
R_K ,	$f_1=200$			-					-	-
L	$f_2=500$			-					-	-
R ,	$f_1=200$		-		-	-	-	-		
C	$f_2=500$		-		-	-	-	-		

1.4.5 Заменить в электрической цепи схемы рисунка 8 катушку индуктивности на конденсатор C . Провести две серии измерений напряжений конденсаторе U_C и тока I в цепи при двух частотах $f_1=200$ Гц, $f_2=500$ Гц. Результаты измерений занести в таблицу 3.

1.5 Обработка результатов опытов

1.5.1 Используя опытные данные построить векторные диаграммы напряжений, треугольники сопротивлений и мощностей для исследуемой цепи.

1.5.2 Рассчитать параметры катушки индуктивности и конденсатора по методу трех вольтметров, используя векторные диаграммы и формулы (17), (23), (30), (31).

1.5.3 Рассчитать параметры катушки индуктивности и конденсатора по методу двух частот, используя формулы (17), (32), (33).

1.5.4 Сравнить результаты двух опытов и сделать выводы по работе.

1.6 Контрольные вопросы

1.6.1 Объяснить графически построение векторных диаграмм по результатам измерений.

1.6.2 Как определить параметры катушки методом трех вольтметров?

1.6.3 Как определить параметры последовательной цепи R , C методом двух частот?

1.6.4 Запишите закон Ома для цепи R , L и для цепи R , C для действующих значений и в комплексной форме..

1.6.5 Что понимают под действующим значением тока?

1.6.6 Укажите свойства активного сопротивления в цепи синусоидального тока.

1.6.7 Укажите свойства индуктивного сопротивления в цепи синусоидального тока.

1.6.8 Укажите свойства ёмкостного сопротивления в цепи синусоидального тока.

1.6.9 Дайте определение векторной и топографической диаграмм.

1.6.10 Что понимают под треугольником сопротивлений.

1.6.11 Какую мощность измеряет ваттметр в цепи синусоидального тока?

2 Лабораторная работа № 6. Исследование разветвленной электрической цепи синусоидального тока

2.1 Цель работы: исследовать цепь с параллельным соединением приемников при различном характере их сопротивлений.

2.2 Краткие теоретические и практические сведения

2.2.1 Параллельное соединение резистора и катушки индуктивности

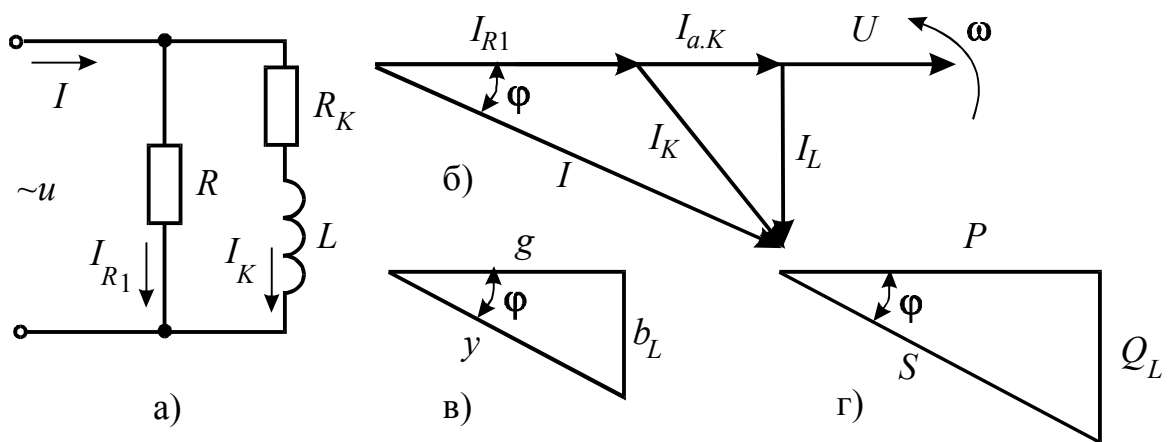


Рисунок 9 – Схема, векторная диаграмма, треугольники проводимостей и мощностей цепи с резистивным и индуктивным элементами

Разветвленная цепь, состоящая из параллельно соединенных резистора и катушки индуктивности, в соответствии с рисунком 9, характеризуется тем, что каждый элемент ее находится под одним и тем же напряжением U , которое создает в резисторе чисто активный ток, совпадающий по фазе с напряжением,

$$I_{R1} = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1, \quad (1)$$

где $g_1 = 1/R_1$ – проводимость резистора, См.

В катушке индуктивности ток

$$I_K = \frac{U}{Z_K} = U \cdot y_K, \quad (2)$$

где $y_K = 1/Z_K$ – полная проводимость катушки.

Ток катушки I_K отстает от напряжения на угол

$$\varphi_K = \operatorname{arctg} \frac{\omega \cdot L}{R_K}, \quad (3)$$

и содержит активную составляющую, совпадающую по фазе с напряжением, равную

$$I_{a.K} = I_K \cdot \cos \varphi_K = U \cdot g_K, \quad (4)$$

где $g_K = \frac{R_K}{Z_K^2}$ – активная проводимость катушки,

и индуктивную составляющую, отстающую от напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$,

$$I_L = I_K \cdot \sin \varphi_K = U \cdot b_L, \quad (5)$$

где $b_L = \frac{X_L}{Z_K^2}$ – индуктивная проводимость катушки.

Общий ток цепи I имеет активную составляющую

$$I_a = I_{R1} + I_{a.K} = U \cdot (g_{R1} + g_K) = U \cdot g, \quad (6)$$

где g – эквивалентная активная проводимость цепи;

и индуктивную составляющую, определяемую формулой (5).

Аналитически общий ток цепи выражается как геометрическая сумма активной и индуктивной составляющих

$$I = \sqrt{(I_{R1} + I_{a.K})^2 + I_L^2} = U \cdot \sqrt{g^2 + b^2} = U \cdot y, \quad (7)$$

где $y = \frac{1}{Z}$ – эквивалентная полная проводимость цепи.

Все эти соотношения, очевидно, следуют из рисунка 9. В данном случае векторная диаграмма имеет вид треугольника токов. Делением всех сторон треугольника токов на напряжение U получается подобный ему треугольник проводимостей, а умножением сторон на напряжение U – также подобный треугольник мощностей.

Из этих треугольников определяются:

$$\cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{I_a}{I} = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}, \quad (8)$$

$$\sin \varphi = \frac{b_L}{y} = \frac{I_L}{I} = \frac{Q_L}{S} = \frac{Q_L}{U \cdot I}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b_L}{g} = \frac{I_L}{I_a} = \frac{Q_L}{P}, \quad (10)$$

причем угол φ считается в данном случае положительным, так как общий ток отстает от напряжения.

2.2.2 Параллельное соединение резистора и конденсатора

Разветвленная цепь, состоящая из параллельно соединенных резистора и конденсатора в соответствии с рисунком 10, характеризуется следующими соотношениями:

$$I_{R1} = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1, \quad I_C = U\omega C = U \cdot b_C \quad (11)$$

$$I = \sqrt{I_{R1}^2 + I_C^2} = U \cdot \sqrt{g_1^2 + b_C^2} = U \cdot y, \quad (12)$$

где $b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ – емкостная проводимость конденсатора.

В этом случае ток в конденсаторе является чисто реактивным (не имеет активной составляющей) и опережает напряжение на угол $\frac{\pi}{2}$. Треугольник токов (рисунок 10,б), а из него треугольники проводимостей (рисунок 10,в) и мощностей (рисунок 10,г), получаются аналогично рассмотренному ранее.

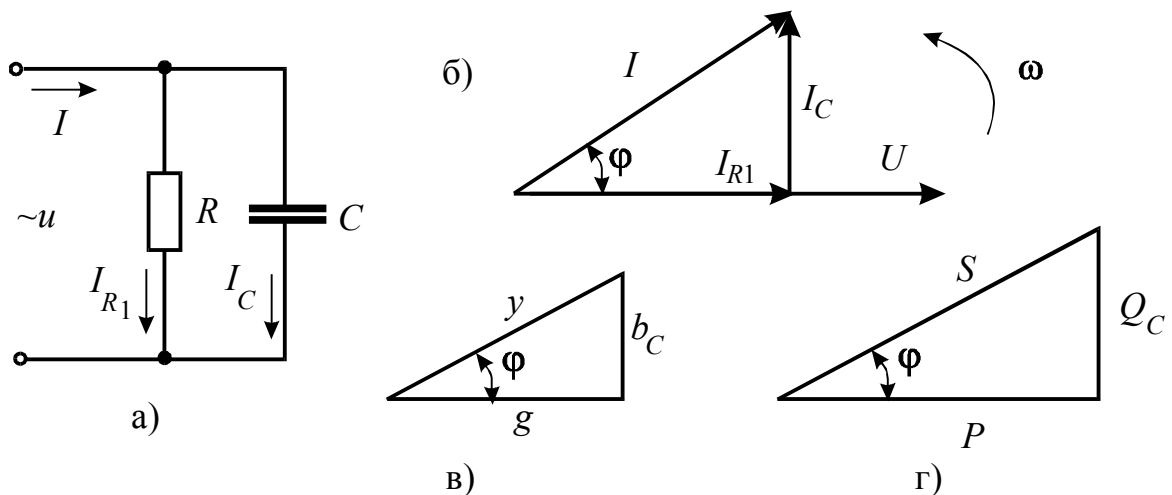


Рисунок 10 – Схема, векторная диаграмма, треугольники проводимостей и мощностей цепи с резистивным и емкостным элементом

Угол сдвига φ в этих треугольниках в данном случае считается отрицательным, так как общий ток I опережает напряжение U .

Для экспериментального определения параметров катушки (R_K , L) в данной работе предлагается воспользоваться так называемым *методом трех амперметров*. При этом методе параллельно катушке с полным со-

противлением $Z_K = \sqrt{R_K^2 + (\omega L)^2}$ включают активное сопротивление R_1 и измеряют три тока: I_1 в активном сопротивлении R_1 , ток I_2 в катушке индуктивности и общий ток I .

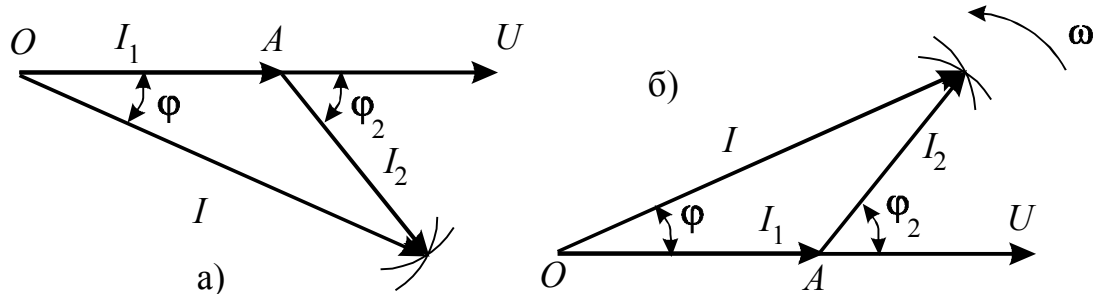


Рисунок 11 – Векторные диаграммы для определения параметров реальной катушки и конденсатора методом трех амперметров

Зная эти три тока, можно построить векторную диаграмму, в соответствии с рисунком 11,а, откладывая по горизонтали по направлению вектора напряжения U ток I_1 в активном сопротивлении R_1 и делая засечки из концов этого вектора (точек O и A) радиусами, равными токам I и I_2 соответственно. Точку пересечения соединяют с точками O и A . Из векторной диаграммы, используя сведения из тригонометрии по решению косугольных треугольников, найдем

$$\cos \varphi_2 = \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_1 I_2}; \quad (13)$$

– напряжение на зажимах цепи

$$U = I_1 \cdot R_1; \quad (14)$$

– полное сопротивление катушки

$$Z_K = \frac{U}{I_2}; \quad (15)$$

– активное сопротивление катушки

$$R_K = Z_K \cdot \cos \varphi_2; \quad (16)$$

– индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L = Z_K \cdot \sin \varphi_2; \quad (17)$$

– индуктивность

$$L = \frac{X_L}{\omega}, \quad \omega = 2\pi f. \quad (18)$$

Для определения методом трех амперметров неизвестных значений R_2 и C в цепи с резистором и конденсатором поступают аналогично, но векторы токов на диаграмме расположатся выше вектора напряжения в соответствии с рисунком 11,б. При этом следует учесть, что

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad C = \frac{1}{\omega X_C}. \quad (19)$$

2.3 Описание лабораторной установки

Источником синусоидального напряжения служит генератор сигналов ГЗ-123. В качестве приемников энергии в работе используются резисторы R_1 и R_2 , батарея конденсаторов C и катушка индуктивности с параметрами R_K, L .

Напряжение измеряется мультиметром ВР-11А, токи – стрелочными приборами М42300.

2.4 Рабочее задание

2.4.1 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 12 и после проверки ее преподавателем включить генератор сигналов. Измерить напряжение U на входе цепи, частоту f и токи I, I_1 и I_2 . Результаты измерений свести в таблицу 1.

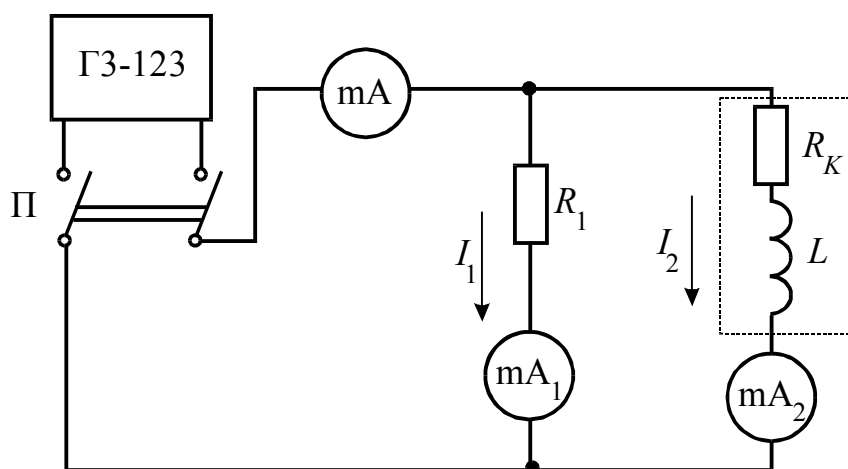


Рисунок 12 – Схема опыта для определения параметров реальной катушки

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений опытов трех амперметров

№№ измерений	Измерено					Вычислено							
	U	f	I	I_1	I_2	R_1	R_K	X_L	L	R_2	X_C	C	$\cos \varphi$
	В	Гц	мА	мА	мА	Ом	Ом	Ом	Гн	Ом	Ом	мкФ	-
Цепь R, L										-	-	-	
Цепь R, C							-	-	-				

2.4.2 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 13 и после проверки ее преподавателем включить генератор сигналов. Измерить напряжение U на входе цепи, частоту f и токи I , I_1 и I_2 . Результаты измерений свести в таблицу 1.

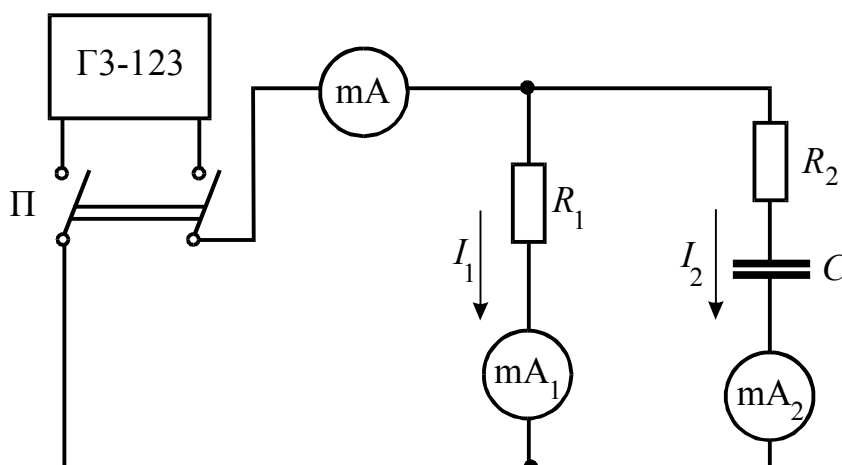


Рисунок 13 – Схема опыта для определения параметров конденсатора

2.5 Обработка результатов опытов

2.5.1 По результатам измерений пункта 5.1 построить в масштабе векторную диаграмму токов и определить параметры R_1 , R_K , X_L , L и $\cos \varphi$, используя построенную векторную диаграмму и формулы (13)-(18).

2.5.2 По результатам измерений пункта 5.2 построить в масштабе векторную диаграмму токов и определить параметры R_1 , R_2 , X_C , C и $\cos \varphi$, используя построенную векторную диаграмму и формулы (13), (14), (19).

2.5.3 Для схем рисунков 12 и 13 построить треугольники проводимостей и мощностей.

2.6 Контрольные вопросы

2.6.1 Как определить экспериментально параметры катушки (R_K , L) методом трех амперметров?

2.6.2 Как определить активные и реактивные проводимости для схем рисунков 12, 13?

2.6.3 Как определяются токи в цепи синусоидального тока с параллельным соединением резистора, индуктивности и ёмкости?

2.6.4 Запишите закон Ома в комплексной форме.

2.6.5 Что такое треугольник проводимостей? Как его построить?

2.6.6 Напишите формулу определения общего тока в схеме рисунка 12.

2.6.7 Как определить $\cos \varphi$ в схеме рисунка 13?

3 Лабораторная работа № 7.

Исследование явления резонанса напряжений в неразветвлённой электрической цепи синусоидального тока

3.1 Цель работы: изучение явления резонанса напряжений в цепи переменного тока с последовательным соединением R , L и C , приобретение навыков по настройке цепи и по производству измерений, освоение методики и практики вычислений и построения векторных диаграмм по данным измерений.

3.2 Краткие теоретические и практические сведения

Если неразветвленную цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью в соответствии с рисунком 14,а присоединить к генератору синусоидального напряжения, то в ней установится синусоидальный ток.

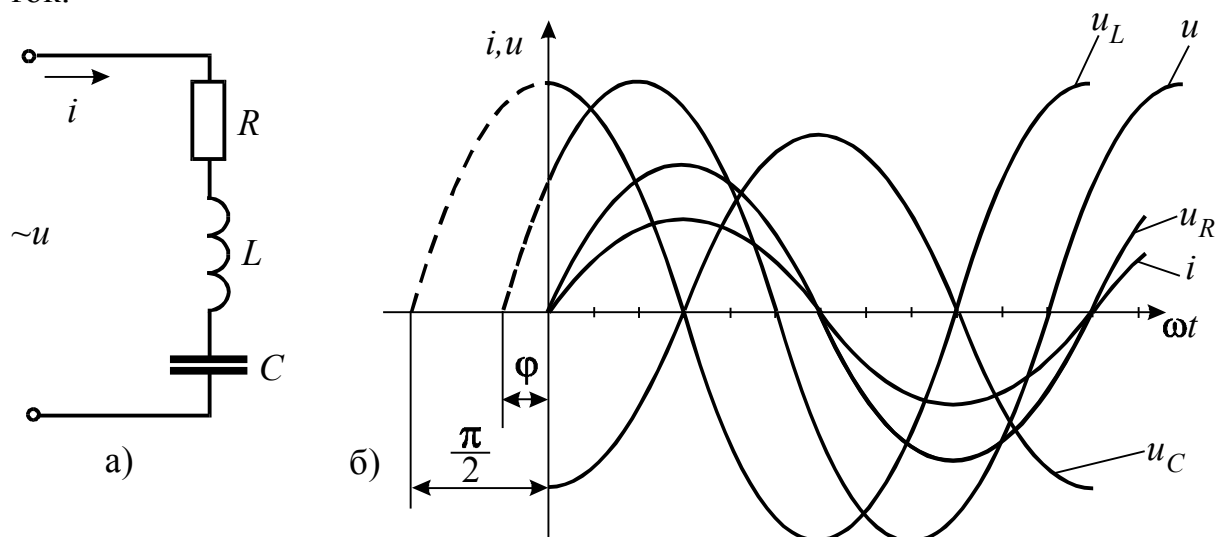


Рисунок 14 – Схема и временные диаграммы тока и напряжений неразветвленной цепи с R , L , C

Выберем начало отсчета времени $t = 0$, т.е. примем:

$$i = I_m \cdot \sin \omega t, \quad (1)$$

Напряжение на активном сопротивлении совпадает по фазе с током

$$u_R = i \cdot R = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t. \quad (2)$$

Амплитуда этого напряжения $U_{Rm} = RI_m$, а действующее значение $U_R = RI$.

Напряжение на индуктивности или индуктивное напряжение опережает по фазе ток на угол $+\frac{\pi}{2}$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega L \cdot I_m \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3)$$

Амплитуда этого напряжения $U_{Lm} = \omega L I_m$, а действующее значение $U_L = \omega L I$.

Напряжение на емкости или емкостное напряжение отстает по фазе от тока на угол $-\frac{\pi}{2}$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{\omega C} \cdot I_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (4)$$

Амплитуда этого напряжения $U_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m$, а действующее значение $U_C = \frac{1}{\omega C} I$.

На рисунке 14,б изображены волновые, а на рисунке 15 векторные диаграммы тока и напряжений рассматриваемой цепи.

Так как элементы цепи R, L, C соединены последовательно, то напряжение на зажимах цепи в любой момент времени равно сумме трех слагаемых:

$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (5)$$

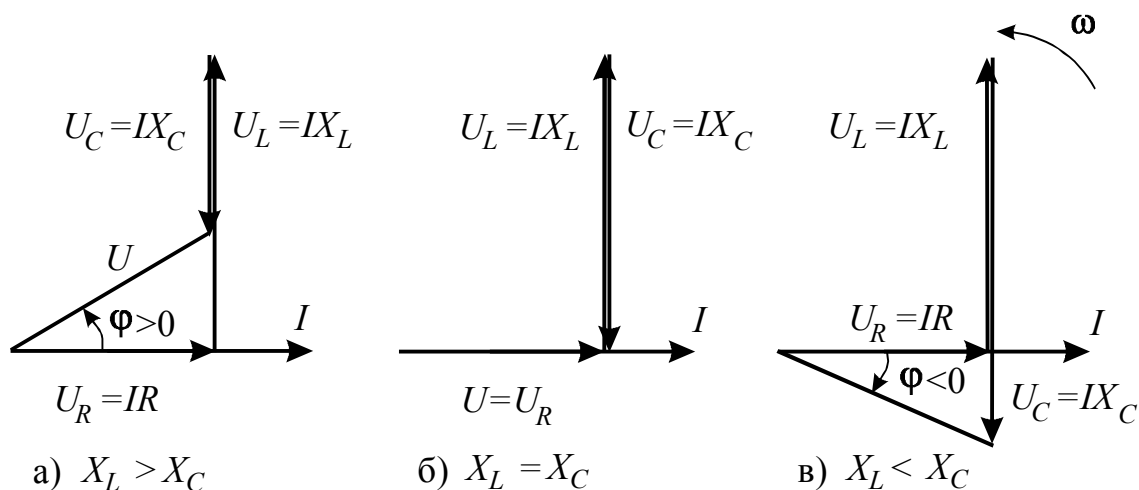


Рисунок 15 – Векторные диаграммы тока и напряжений для различных соотношений реактивных сопротивлений

Напряжение на индуктивности и емкости сдвинуты относительно друг друга по фазе на полпериода или на угол π , их алгебраическая сумма называется реактивным напряжением:

$$u_p = u_L + u_C. \quad (6)$$

$$\begin{aligned} u_p &= U_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + U_{Cm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= (U_{Lm} - U_{Cm}) \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{pm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя в (5) значения u_R и u_p , получим:

$$u = U_{Rm} \cdot \sin \omega + U_{pm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad (8)$$

или

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

где

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2} = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{pm}^2}; \quad (10)$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_{Lm} - U_{Cm}}{U_{Rm}} = \arctg \frac{U_{pm}}{U_{Rm}}. \quad (11)$$

Из приведенных уравнений следует, что в общем случае последовательного соединения активного сопротивления, индуктивности и емкости, напряжение на зажимах цепи опережает ток или отстает от него на угол φ в зависимости от того, какое из двух напряжений U_{Lm} или U_{Cm} больше. Если $U_{Lm} = U_{Cm}$, угол $\varphi = 0$. Векторные диаграммы напряжений для различных соотношений реактивных сопротивлений приведены на рисунке 15.

Разделив в уравнении (10) все амплитудные величины на $\sqrt{2}$, получим выражение для действующих значений напряжения:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_R^2 + U_p^2}. \quad (12)$$

Подставив в формулу (12) вместо напряжений их выражения через токи и сопротивления, найдем

$$U = \sqrt{(IR)^2 + \left(I\omega L - I\frac{1}{\omega C}\right)^2} = I \cdot \sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (13)$$

Здесь

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (14)$$

называется полным сопротивлением цепи.

Выражение (13) называют законом Ома для цепи переменного тока.

При построении векторной диаграммы напряжений за исходный принимается вектор тока. Напряжение на активном сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на емкости отстает от тока на угол $\frac{\pi}{2}$. Напряжение на входе цепи является геометрической суммой перечисленных напряжений.

Если стороны треугольника напряжений, в соответствии с рисунком 15, разделить на ток, то получим подобный треугольник, катеты которого изображают в определенном масштабе активное R и реактивное $X = X_L - X_C$ сопротивления, а гипотенуза является полным сопротивлением Z (рисунок 16).

Явление, при котором в последовательной цепи из элементов R , L , C напряжение на входе цепи совпадает по фазе с током, называют *резонансом напряжений*.

Условием резонанса служит равенство реактивных сопротивлений

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (15)$$

откуда резонансная угловая частота

$$\omega = \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (16)$$

Подставляя вместо угловой частоты ее значение, найдем резонансную частоту цепи

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (17)$$

При резонансе сопротивление любого из реактивных участков цепи

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (18)$$

принято называть волновым сопротивлением.

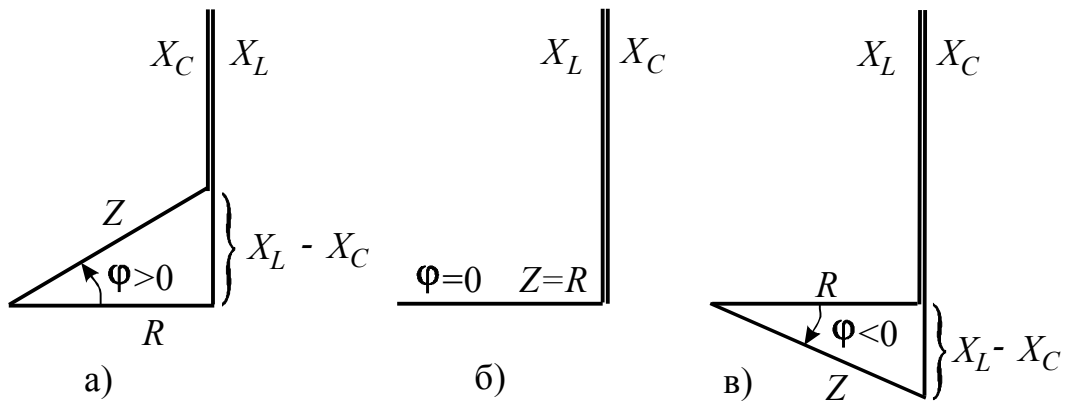


Рисунок 16 – Треугольники сопротивлений неразветвленной цепи с R, L, C

Полное сопротивление цепи при резонансе напряжений

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = R, \quad (19)$$

т.е. равно активному сопротивлению цепи и, следовательно, наименьшее из всех возможных при изменении частоты ω (рисунок 16,б).

Ток в цепи (действующее значение) при резонансе достигает максимума и совпадает с напряжением по фазе. Таким образом:

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{R}. \quad (20)$$

При резонансе индуктивное напряжение $U_{L0} = I\omega_0 L$ и емкостное $U_{C0} = I \frac{1}{\omega_0 C}$ сдвинуты по фазе на угол π и равны по величине; напряжение на зажимах цепи U равно активному напряжению (рисунок 15,б).

Отношение напряжения на зажимах цепи к напряжению на любом из реактивных участков

$$\frac{U}{U_L} = \frac{U}{U_C} = \frac{IR}{I\omega_0 L} = \frac{IR}{I \frac{1}{\omega_0 C}} = \frac{R}{X_{L0}} = \frac{R}{X_{C0}} = \frac{R}{\rho}, \quad (21)$$

откуда

$$U_{L0} = U_{C0} = U \frac{X_{C0}}{R} = U \frac{X_{L0}}{R} = U \frac{\rho}{R}. \quad (22)$$

При $\rho > R$ напряжения U_{L0} и U_{C0} больше приложенного к зажимам цепи напряжения в ρ/R раз. Таким образом, при резонансе напряжений в цепи могут возникать перенапряжения на отдельных участках цепи.

Величина, равная отношению ρ/R , называется добротностью контура и обозначается буквой Q . Равенство напряжений U_{L0} и U_{C0} при сдвиге фаз на половину периода означает, что в любой момент времени мгновенные напряжения на емкости и индуктивности равны по величине, но противоположны по знаку ($U_L = -U_C$), следовательно, в любой момент времени равны по величине и противоположны по знаку мгновенные мощности в реактивных участках цепи

$$P_L = P_C. \quad (23)$$

Это равенство означает, что накопление энергии в магнитном поле происходит исключительно за счет энергии электрического поля и наоборот, а энергия, поступающая от источника, преобразуется в тепло только в активном сопротивлении.

Настройка цепи в режим резонанса напряжений может быть выполнена по-разному: в цепи с постоянными значениями L и C , т.е. в цепи с катушкой индуктивности и с постоянным конденсатором, изменением частоты напряжения источника питания до тех пор, пока будет выполняться условие $\omega L = 1/\omega C$. Из выражения $\omega^2 LC = 1$ или $L = 1/\omega^2 C$ следует также, что резонанс можно получить при неизменных ω и C , изменяя индуктивность цепи, или при постоянных ω и L , изменяя емкость цепи ($C = 1/\omega^2 L$).

3.3 Описание лабораторной установки

В качестве источника питания в работе используется генератор сигналов ГЗ-123. На панели стенда имеется катушка индуктивности с параметрами R_K , L , магазин емкостей C и резистор R . Для измерения тока служит стрелочный прибор М 42300, в качестве вольтметра используется мультиметр ВР-11А.

3.4 Рабочее задание

3.4.1 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 17. После проверки схемы преподавателем включить генератор переключателем П. При фиксированных значениях R , L и C настроить контур в резонанс

(о резонансе можно судить по максимальному показанию миллиамперметра при изменении частоты генератора и $U_{\Gamma} = const$).

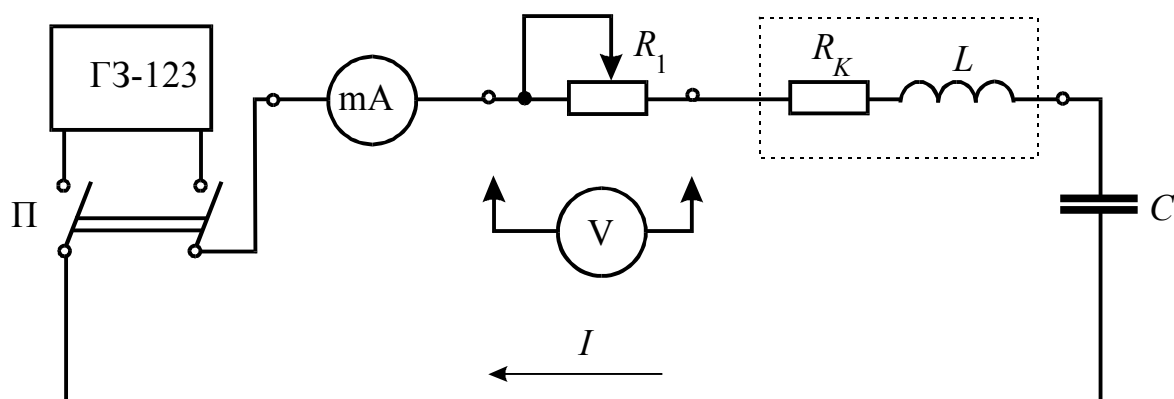


Рисунок 17 – Схема неразветвленной электрической цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

3.4.2 Измерить напряжения на входе и участках цепи и ток в режиме резонанса ($X_L = X_C$). Результаты измерений занести в таблицу 1.

3.4.3 Изменяя частоту генератора установить режим работы цепи, при котором $X_L < X_C$. Измерить напряжения на входе и участках цепи и ток. Результаты измерений занести в таблицу 1.

3.4.4 Изменяя частоту генератора установить режим работы цепи, при котором $X_L > X_C$. Измерить напряжения на входе и участках цепи и ток. Результаты измерений занести в таблицу 1.

3.4.5 По результатам измерений для каждого опыта построить в масштабе векторные диаграммы.

3.5 Обработка результатов опытов

3.5.1 По результатам измерений определить параметры элементов электрической цепи, используя следующие зависимости:

3.5.1.1 Полное активное сопротивление цепи (определяется только из режима резонанса)

$$R = R_1 + R_K = \frac{U_{\Gamma}}{I}. \quad (24)$$

3.5.1.2 Сопротивление резистора R_1

$$R_1 = \frac{U_1}{I}. \quad (25)$$

3.5.1.3 Активное сопротивление катушки индуктивности

$$R_K = R - R_1. \quad (26)$$

3.5.2 При известном напряжении на катушке U_K , можно найти ее полное сопротивление

$$Z_K = \frac{U_K}{I} = \sqrt{R_K^2 + X_L^2}, \quad (27)$$

отсюда

$$X_L = \omega L = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}. \quad (28)$$

3.5.3 Сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{1}{\omega C}. \quad (29)$$

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

	Измерено						Вычислено								
	U_{Γ}	U_K	U_1	U_C	I	f	R_1	R_K	Z_K	X_L	X_C	L	C	Q	
	В	В	В	В	мА	Гц	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Гн	мкФ	-	
$X_L = X_C$															
$X_L < X_C$															
$X_L > X_C$															

3.6 Контрольные вопросы

3.6.1 Объяснить графическое построение векторных диаграмм по результатам измерения напряжений.

3.6.2 Объяснить явление резонанса напряжений, условие резонанса и следствия, вытекающие из явления резонанса.

3.6.3 Написать аналитическое выражение падения напряжения на катушке и падение напряжения на конденсаторе для резонансной схемы и проанализировать их величины.

3.6.4 Произвести анализ построенных векторных диаграмм до и после резонанса, дать объяснение, в каком случае напряжение будет опережающим, а в каком – отстающим.

3.6.5 Как определяется резонансная частота?

3.6.6 Что называют характеристическим сопротивлением контура и добротностью контура?

3.6.7 Изменением каких величин в последовательном колебательном контуре можно достичь резонанса?

4 Лабораторная работа № 8. Исследование резонанса токов

4.1 Цель работы: изучение явления резонанса токов в разветвленной цепи переменного тока с элементами R , L и C в параллельных ветвях, приобретение навыков по настройке цепи и по производству измерений, освоение методики и практики вычислений и построения векторных диаграмм по данным измерений.

4.2 Краткие теоретические и практические сведения

Явление резонанса токов наблюдается в разветвленных цепях переменного тока, содержащих ветви с индуктивностью и емкостью. Резонанс представляет собой такой режим цепи, при котором реактивная проводимость всей цепи равна нулю. Соответственно угол сдвига фаз между напряжением и общим током цепи равен нулю и цепь потребляет только активную мощность.

В настоящей работе исследуется разветвленная цепь из двух параллельных ветвей, в соответствии с рисунком 18. В одну ветвь включена катушка индуктивности (R_K , L), которая моделирует активно-индуктивную нагрузку электрических сетей большинства промышленных предприятий, вторая ветвь состоит из батареи конденсаторов с емкостью C (активное сопротивление конденсаторов настолько мало, что им можно пренебречь).

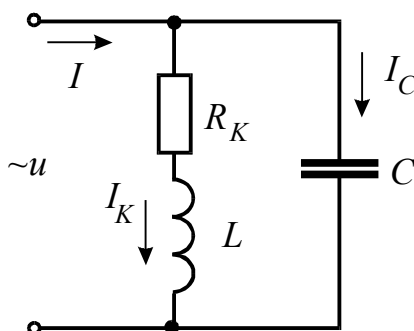


Рисунок 18 – Разветвленная электрическая цепь переменного тока с реальной катушкой и конденсатором

Условие резонанса в такой цепи – равенство индуктивной проводимости ветви с катушкой (b_L) и емкостной проводимости ветви с конденсаторами (b_C). Так как $b_L = \frac{X_L}{Z_K^2}$ и $b_C = \frac{X_C}{Z_C^2} \approx \frac{1}{X_C}$, то условие резонанса выражается формулой

$$\frac{\omega L}{R_K^2 + (\omega L)^2} = \omega C. \quad (1)$$

Частота, при которой в контуре с заданными величинами L и C достигается резонанс токов, называется резонансной частотой контура. Из формулы (1) следует, что

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_K^2}{\frac{L}{C}}}, \quad (2)$$

или

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_K^2}{\frac{L}{C}}}. \quad (3)$$

Если пренебречь активным сопротивлением R_K катушки индуктивности (что можно сделать при условии $R_K \ll \omega L$), уравнение (1) принимает вид

$$\omega^2 LC = 1, \quad (4)$$

откуда следует

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

или

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (6)$$

Таким образом при указанном допущении ($R_K \rightarrow 0$) резонансная частота в разветвленной цепи определяется по такой же формуле, как и резонансная частота в последовательной цепи.

Сопротивление реактивных элементов резонансной цепи в этом случае определяется выражением:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (7)$$

и называется волновым или характеристическим сопротивлением.

Так же, как и резонанс напряжений, резонанс токов может быть достигнут при различной частоте питающего напряжения или изменении па-

раметров цепи. Для этого надо соответственно изменить индуктивность L или емкость C , или оба параметра одновременно.

На рисунке 19 представлены качественно векторные диаграммы разветвленной цепи R , L и C при постоянных значениях частот и индуктивности и переменной емкости. Аналогичные векторные диаграммы могут быть построены и для случая постоянных частоты и емкости и переменной индуктивности.

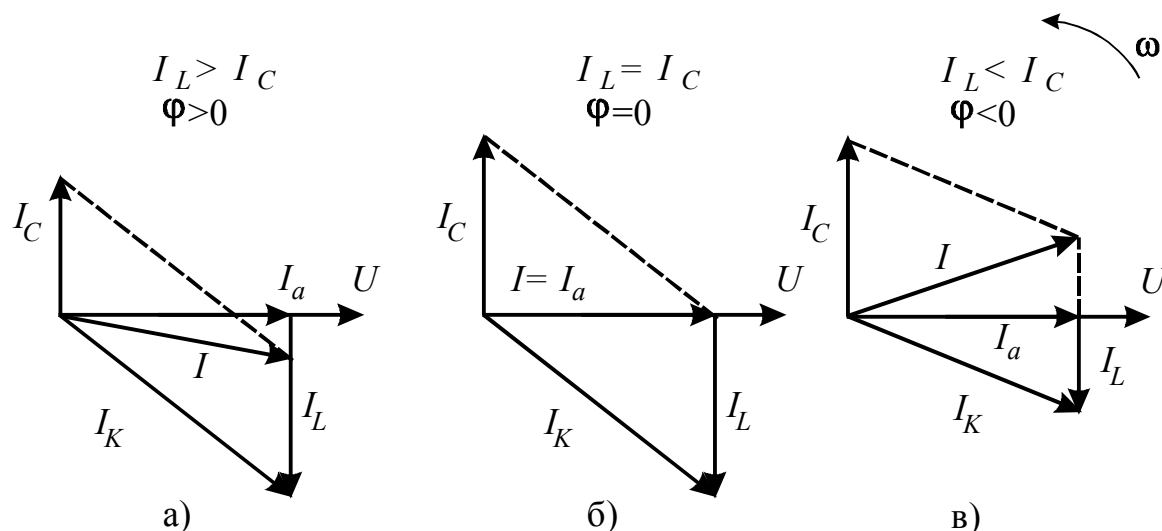


Рисунок 19 – Векторные диаграммы разветвленной цепи с R , L , C при различных соотношениях индуктивного и емкостного токов

Общий ток цепи выражается формулой

$$I = Uy = U\sqrt{g^2 + b^2}, \quad (8)$$

получает при резонансе значение

$$I_0 = Uy_0 = \frac{UR_K}{R_K^2 + (\omega_0 L)^2}. \quad (9)$$

Он будет чисто активным, так как полная проводимость цепи y не имеет в этом случае реактивной составляющей.

В зависимости от значений R_K , L и C ток в конденсаторе и индуктивная составляющая тока в катушке при резонансе могут быть во много раз больше общего тока цепи. Эти реактивные токи будут равны друг другу по величине $I_L = I_C$, или

$$U \frac{\omega_0 L}{R_K^2 + (\omega_0 L)^2} = U\omega_0 C, \quad (10)$$

и противоположны по фазе.

Приведенная на рисунке 18 схема включения статических конденсаторов параллельно приемникам служит для решения очень важной энергетической задачи – повышения коэффициента мощности ($\cos \varphi$) заводских установок. Естественный коэффициент мощности большинства промышленных электрических установок не превышает 0,7-0,8 из-за значительного индуктивного тока, потребляемого асинхронными двигателями, наиболее распространенными на предприятиях. При таком коэффициенте мощности установленная мощность трансформаторов на подстанциях использовалась бы только на 70-80 %, так как активная мощность цепи переменного тока зависит в том числе и от $\cos \varphi$

$$P = UI \cos \varphi, \quad (11)$$

где $UI = S$ – полная мощность трансформаторов, выражаемая в кВА (киловольт-ампер).

Ток, потребляемый электрической установкой

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}. \quad (12)$$

Следовательно, чем меньше $\cos \varphi$, тем больший ток потребуется для передачи той же активной мощности P , а значит, необходимо и большее сечение проводов электрической сети. Наконец, потери мощности в электрических сетях составляют

$$\Delta P = I^2 R = \frac{P^2 \cdot R}{U^2 \cdot (\cos \varphi)^2}. \quad (13)$$

Значит, при передаче одной и той же активной мощности потери мощности будут обратно пропорциональны квадрату коэффициента мощности.

Таким образом, повышение коэффициента мощности ($\cos \varphi$) на промышленных электрических установках дает следующие преимущества:

- возможность подключения дополнительных приемников при той же мощности трансформаторов, установленных на заводских подстанциях;
- возможность уменьшения при той же передаваемой мощности величины тока и соответственно сечений проводов электрических сетей;
- уменьшение при прочих равных условиях потерь мощности и энергии в электрических сетях.

4.3 Описание лабораторной установки

Источником синусоидального напряжения служит генератор сигналов ГЗ-123. В качестве приемников энергии используются катушка индуктивности с параметрами (R_K , L), число витков которой можно менять с помощью тумблеров, а также батарея конденсаторов C .

Для измерения токов предназначены миллиамперметры М 42300, для измерения напряжения – мультиметр ВР-11А.

4.4 Рабочее задание

4.4.1 Собрать электрическую цепь в соответствии с рисунком 20. После проверки схемы преподавателем включить генератор сигналов переключателем П.

4.4.2 При фиксированных значениях L и C изменением частоты генератора настроить исследуемую цепь в резонанс (при резонансе значение тока I_1 будет минимальным).

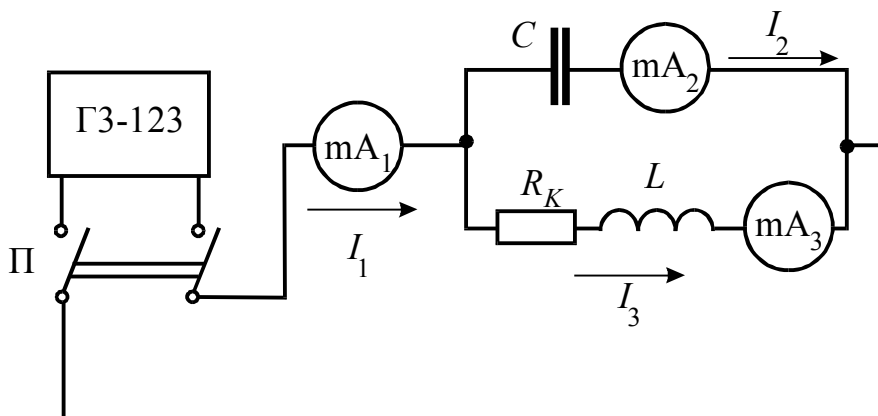


Рисунок 20 – Электрическая схема опыта

4.4.3 Измерить напряжение на входе цепи, токи в ветвях и частоту питающего напряжения в режиме резонанса $b_L = b_C$. Результаты измерений свести в таблицу 1.

4.4.4 Установить режим работы электрической цепи, при котором $b_L > b_C$. Произвести указанные в п. 4.4.3 измерения и данные свести в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

Режимы работы це- пи	Измерено					Вычислено					
	U	f	I_1	I_2	I_3	g	b_L	b_C	y_K	I_{1a}	$\cos \varphi$
	В	Гц	мА	мА	мА	См	См	См	См	мА	-
$b_L = b_C$											
$b_L > b_C$											
$b_L < b_C$											

4.4.5 Установить режим работы электрической цепи, при котором $b_L < b_C$. Произвести указанные в п. 4.4.3 измерения, результаты занести в таблицу 1.

4.5 Обработка результатов опытов

4.5.1 По данным опытов вычислить значения активной, реактивных и полной проводимостей, используя следующие зависимости:

4.5.1.1 Активная проводимость цепи (определить только из режима резонанса, когда $b_L = b_C$)

4.

4.5.1.2 Полная проводимость катушки индуктивности

$$y_K = \frac{I_3}{U}.$$

4.5.1.3 Реактивная индуктивная проводимость катушки

$$b_L = \sqrt{y_K^2 - g^2}.$$

4.5.1.4 Реактивная емкостная проводимость конденсатора

$$b_C = \frac{I_2}{U}.$$

4.5.2 Определить активную составляющую тока $I_{1a} = U \cdot g$ и значения коэффициента мощности $\cos \varphi = \frac{I_{1a}}{I_1}$.

4.5.3 Используя опытные данные построить в масштабе векторные диаграммы для каждого режима работы цепи..

4.6 Контрольные вопросы

4.6.1 В каких цепях наблюдается резонанс токов?

4.6.2 Что является основным признаком наличия резонанса в разветвленной цепи?

4.6.3 В чем заключается условие возникновения резонанса в разветвленной цепи?

4.6.4 Что называют резонансной частотой и волновым (характеристическим) сопротивлением контура и как определяются эти величины?

4.6.5. Как может быть достигнут резонанс токов при заданной частоте?

4.6.6 Чему равны полная проводимость и общий ток разветвленной цепи при резонансе?

4.6.7 От чего зависят реактивные токи в ветвях цепи при резонансе?

4.6.8 Какое практическое значение имеет включение статических конденсаторов параллельно приемникам энергии на промышленных электрических установках?

Список использованных источников

1. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. [Текст]: Учебник для вузов./ Л. А Бессонов -М.: Высш. шк., 1996. - 638 с.
2. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. [Текст]: Учебник для вузов./ Л. А Бессонов -М.: Высш. шк., 2001. - 316 с.
3. **Демирчян К. С.** Теоретические основы электротехники. Т. 1.[Текст]: Учебник для вузов./ К. С. Демирчян, Л. Р.Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин - СПб.: Питер, 2003. - 463 с.
4. **Зевеке Г. В.** Основы теории цепей. [Текст]: Учебник для вузов./ Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В.Нетушил, С. В. Страхов. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 528 с.
5. **Татур Т.А.** Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях. [Текст]: Учебное пособие для вузов./ Т.А.Татур, В.Е.Татур – М.: Высшая школа, 2001.- 407 с.
6. **Огорелков Б.И.** Методические указания к лабораторным работам по разделу «Линейные электрические цепи постоянного тока» курса «Теоретические основы электротехники». [Текст] / Б.И.Огорелков, Н.Ю. Ушакова ,Н.И. Доброжанова. – Оренбург: ОГТУ, 1994.
7. **Резников А.А.** Резонанс напряжений. [Текст]: Руководство к лабораторной работе теоретическим основам электротехники./ А.А. Резников, Т.И. Курманалиев, В.Д. Шабалин. – Фрунзе: ФПИ, 1983.- 10 с.