

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

А.Г. РЕННЕР, О.С. БРАВИЧЕВА

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ И
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2005

УДК 519.23 (07)

ББК 22.172 я7

Р 39

Рецензент

кандидат экономических наук, доцент С.В. Дьяконова

Р 39 Реннер А.Г., Бравичева О.С.
Параметрический дискриминантный анализ [Текст]:
методические указания к лабораторному практикуму и
самостоятельной работе студентов / А.Г. Реннер, О.С. Бравичева.—
Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 19 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторной работы и самостоятельной работы студентов специальностей 061800, 061700, 010200 по дисциплине «Многомерные статистические методы» или «Многомерный статистический анализ» на тему «Параметрический дискриминантный анализ».

ББК 22.172 я7

© Реннер А.Г., 2005

© Бравичева О.С., 2005

© ГОУ ОГУ, 2005

Содержание

Введение	4
1 Содержание лабораторной работы	5
2 Постановка задачи	5
3 Порядок выполнения работы	5
4 Содержание письменного отчета	15
5 Вопросы к защите	15
Список использованных источников	16
Приложение А Таблица А.1 –Выборочные данные	17
Приложение А Таблица А.2 – Варианты заданий	19

Введение

Целью дискриминантного анализа является разделение рассматриваемой совокупности объектов или явлений на заданные обучающими выборками классы. Под классом будем понимать генеральную совокупность, заданную одномодальной функцией плотности распределения (или одномодальным полигоном вероятностей), которую считаем принципиально известной (параметрический дискриминантный анализ). В основе классификации лежит оптимальная (байесовская) процедура отнесения объекта к тому или иному классу с минимальными потерями по сравнению с другими процедурами классификации.

Приобретение навыков проведения классификации (в ППП «Statistica») по заданным обучающим выборкам в случае нормально распределенных классов составляет цель предлагаемых методических указаний.

1 Содержание лабораторной работы

Выполнение лабораторной работы включает следующие этапы:

- постановка задачи;
- ознакомление с порядком решения задачи в пакетах прикладных программ;
- выполнение расчетов на компьютере;
- анализ результатов;
- подготовка письменного отчета по лабораторной работе;
- защита лабораторной работы.

2 Постановка задачи

Предприятия машиностроительной отрасли характеризуются пятью показателями производственно-хозяйственной деятельности:

X_1 – производительность труда;

X_2 – удельный вес рабочих в составе промышленно-производственного персонала;

X_3 – коэффициент сменности оборудования;

X_4 – удельный вес потерь от брака;

X_5 – фондоотдача активной части основных производственных фондов.

На основе предварительного экспертного анализа было выделено две группы предприятий. К первой группе отнесено 9 предприятий, ко второй – 8 предприятий.

На основе двух обучающих выборок из многомерных нормально распределенных генеральных совокупностей с равными ковариационными матрицами провести классификацию оставшихся 36 машиностроительных предприятий. Дать экономическую интерпретацию результатов классификации.

3 Порядок выполнения работы

Порядок выполнения лабораторной работы рассмотрен на основании данных нулевого варианта таблиц А.1, А.2.

Так как имеются обучающие выборки и известен вид закона распределения в классах, то классификацию машиностроительных предприятий можно провести с помощью параметрического дискриминантного анализа. При этом необходимо проверить, чтобы число объектов в каждой обучающей выборке было хотя бы на 2 единицы больше чем число признаков.

Фрагмент таблицы с исходными данными для анализа в пакете Statistica 6.0 представлен на рисунке 1. В первых пяти столбцах введены наблюдаемые значения признаков, характеризующих деятельность машиностроительных предприятий, в шестом столбце – значения признака, указывающего на принадлежность к классу. Так для предприятий, относящихся по условию к

первой обучающей выборке, в шестом столбце введена цифра 1, для предприятий, относящихся ко второй обучающей выборке – цифра 2. Для предприятий, подлежащих классификации, значение признака **Var6** не указывается.

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	9,26	0,78	1,37	0,23	1,45	1				
2	9,38	0,75	1,49	0,39	1,3	1				
3	12,11	0,68	1,44	0,43	1,37	1				
4	10,81	0,7	1,42	0,18	1,65	1				
5	9,36	0,62	1,35	0,15	1,91	1				
6	9,87	0,76	1,39	0,34	1,68	1				
7	8,17	0,73	1,16	0,38	1,94					
8	9,12	0,71	1,27	0,09	1,89	1				
9	5,68	0,69	1,16	0,14	1,94					
10	6,3	0,73	1,25	0,21	2,06					
11	6,22	0,68	1,13	0,42	1,96					
12	5,49	0,74	1,1	0,05	1,02	2				
13	6,5	0,66	1,15	0,29	1,85					
14	6,61	0,72	1,23	0,48	0,88	2				
15	4,32	0,68	1,39	0,41	0,62	2				
16	7,37	0,77	1,38	0,62	1,09	2				
17	7,02	0,78	1,35	0,56	1,6					
18	8,25	0,78	1,42	1,76	1,53					
19	8,15	0,81	1,37	1,31	1,4					
20	8,72	0,79	1,41	0,45	2,22					
21	6,64	0,77	1,35	0,5	1,32	2				
22	8,1	0,78	1,48	0,77	1,48					

Рисунок 1 – Исходные данные для анализа

Запуск модуля дискриминантного анализа осуществляется с помощью пункта меню **Statistics (Статистика)**, подпунктов **Multivariate Exploratory Techniques (Многомерные исследовательские методы)**, **Discriminant Function Analysis (Дискриминантный анализ)**. Вид экрана представлен на рисунке 2.

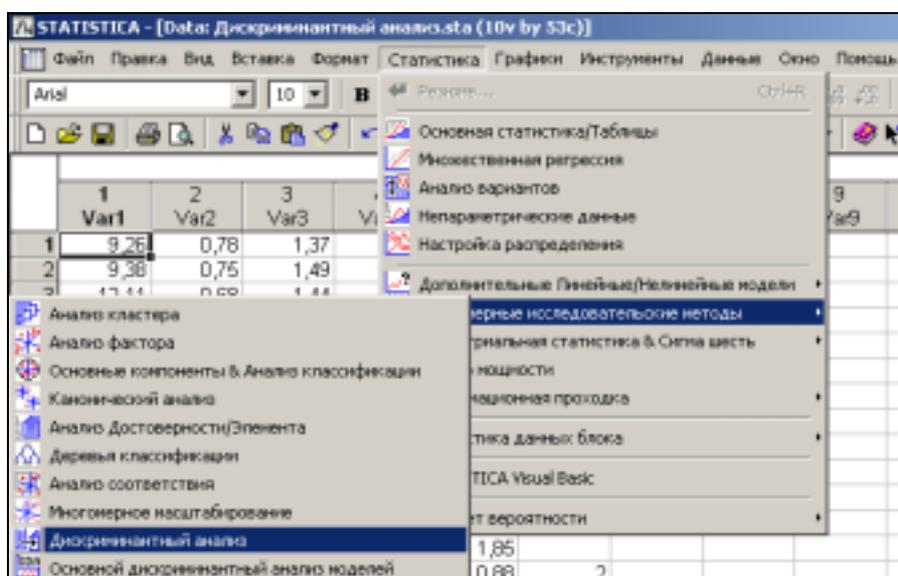


Рисунок 2 – Выбор пунктов меню

После запуска модуля дискриминантного анализа на экране появится форма, представленная на рисунке 3.

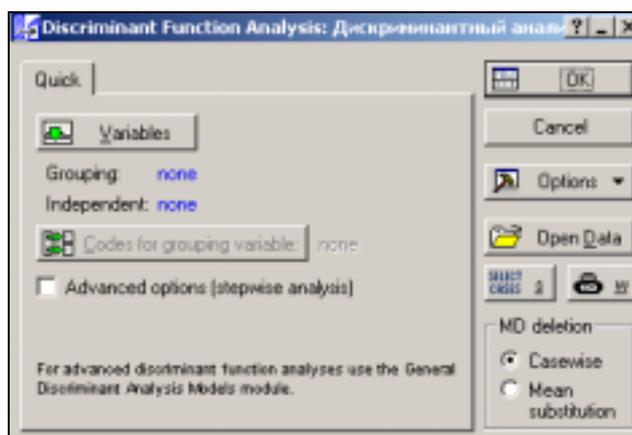


Рисунок 3 – Форма дискриминантного анализа

С помощью кнопки **Variables** необходимо выбрать признаки для анализа. Вид формы представлен на рисунке 4. В левом окне необходимо выбрать признак **Var6**, в правом окне – признаки **Var1 – Var5**.

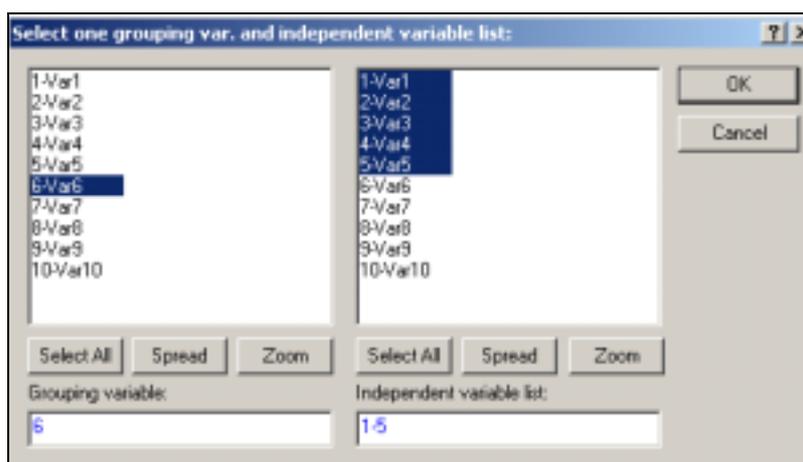


Рисунок 4 – Форма выбора признаков для анализа

С помощью кнопки **Codes for grouping variable** задаются коды классов (возможные значения признака **Var6**). Форма кодирования классов представлена на рисунке 5. Нажав на кнопку **All**, в поле будут автоматически введены значения **1 2**.

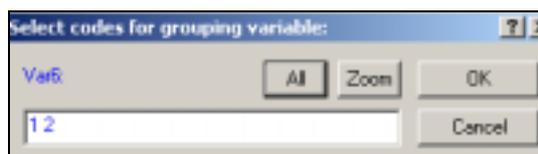


Рисунок 5 – Кодирование классов

Выбор опции **Advanced options (stepwise analysis)** позволит расширить возможности модуля, сделает доступным пошаговый отбор признаков для

анализа. Заполнив форму дискриминантного необходимо нажать кнопку **ОК**. На экране появится форма выбора метода отбора признаков для анализа, представленная на рисунке 6.

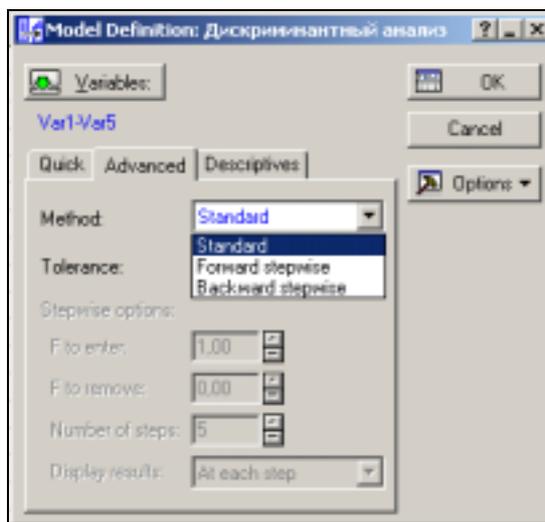


Рисунок 6 – Выбор метода отбора признаков для анализа

Метод **Standard** проводит классификацию по всем выбранным признакам. Методы **Forward** и **Backward stepwise** реализуют соответственно процедуры пошагового включения и пошагового исключения признаков, которые позволяют отобрать наиболее значимые при классификации признаки. В первом случае среди всех признаков находится тот, который вносит наибольший вклад в различие между классами. Этот признак включается в модель на первом шаге. На следующих шагах алгоритма такая процедура повторяется для оставшихся признаков. Во втором случае на первом шаге все признаки включаются в модель, а затем на каждом шаге устраняется по одному признаку, вносящему наименьший вклад в различие между классами. Пошаговые процедуры при отборе признаков «руководствуются» значениями *F*-статистики: для включения – **F to enter** и для исключения – **F to remove**, которые задаются в диалоговом окне. Будем проводить классификацию по всем пяти признакам.

Преддискриминантный этап анализа

Для оценки параметров распределения в классах предназначена кнопка **Review descriptive statistics** на странице **Descriptives** формы **Model Definition**. Вид формы **Model Definition** на странице **Descriptives** представлен на рисунке 7.

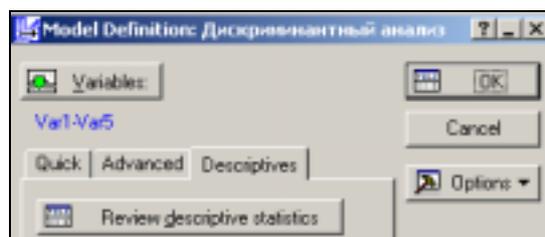


Рисунок 7 – Страница Descriptives

После нажатия кнопки **Review descriptive statistics** на экране появится форма, представленная на рисунке 8.

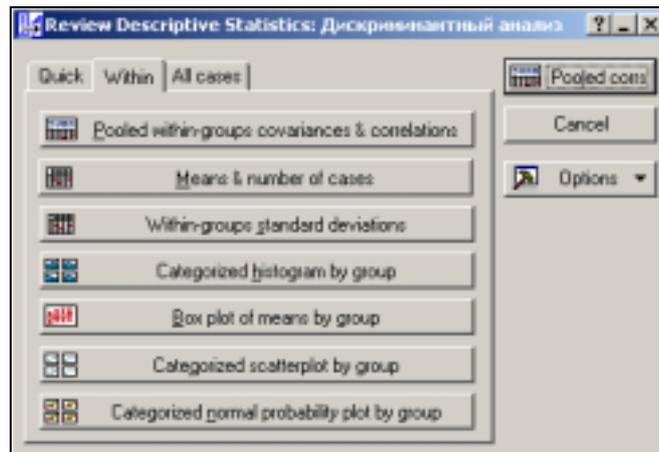


Рисунок 8 – Форма для оценок параметров распределения

Кнопка **Pooled within-groups covariances & correlations** предназначена для расчета оценок общих для двух классов ковариационной и корреляционной матриц. Матрицы представлены на рисунке 9.

Variable	Pooled Within-Groups Covariances				
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
Var1	0,94	-0,00	0,02	0,04	-0,03
Var2	-0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
Var3	0,02	0,00	0,01	0,01	-0,01
Var4	0,04	0,00	0,01	0,06	-0,01
Var5	-0,03	0,01	-0,01	-0,01	0,18

Variable	Pooled Within-Groups Correlations				
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
Var1	1,00	-0,01	0,18	0,15	-0,08
Var2	-0,01	1,00	0,04	0,09	0,37
Var3	0,18	0,04	1,00	0,30	-0,32
Var4	0,15	0,09	0,30	1,00	-0,08
Var5	-0,08	0,37	-0,32	-0,08	1,00

Рисунок 9 – Оценки общих ковариационной и корреляционной матриц

С помощью кнопок **Means & number of cases** и **Within-groups standard deviations** рассчитываются оценки математических ожиданий и средних квадратических отклонений признаков в классах. Результаты представлены на рисунках 10, 11.

Var6	Means (Дискриминантный анализ)					
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5	Valid N
G_1:1	9,921111	0,727778	1,372222	0,260000	1,796667	9
G_2:2	5,856250	0,737500	1,267500	0,582500	1,107500	8
All Grps	8,008235	0,732353	1,332353	0,411765	1,472353	17

Рисунок 10 – Оценки математических ожиданий признаков в классах

Var6	Standard Deviations (Дискриминантный анализ)					
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5	Valid N
G_1:1	0,974377	0,054949	0,083633	0,115434	0,438292	9
G_2:2	0,964882	0,036936	0,096769	0,326048	0,403015	8
All Grps	2,292548	0,046169	0,097438	0,284083	0,541139	17

Рисунок 11 – Оценки средних квадратических отклонений признаков в классах

По данным рисунка 10 можно дать интерпретацию классам. Предприятия первого класса отличаются более высокой производительностью труда, более высокой фондоотдачей активной части основных производственных фондов и более низким удельным весом потерь от брака. По значениям остальных показателей классы незначительно отличаются между собой. Таким образом, предприятия первого класса работают более эффективно, чем предприятия второго класса.

Остальные кнопки на странице **Within** формы **Review Descriptive Statistics** предназначены для построения различных графиков.

С помощью кнопки **Total covariances & correlations** на странице **All cases** формы **Review Descriptive Statistics** можно рассчитать оценки ковариационной и корреляционной матриц по объединенной выборке.

После нажатия кнопки **OK** на форме **Model Definition** на экране появится форма результатов дискриминантного анализа, представленная на рисунке 12.

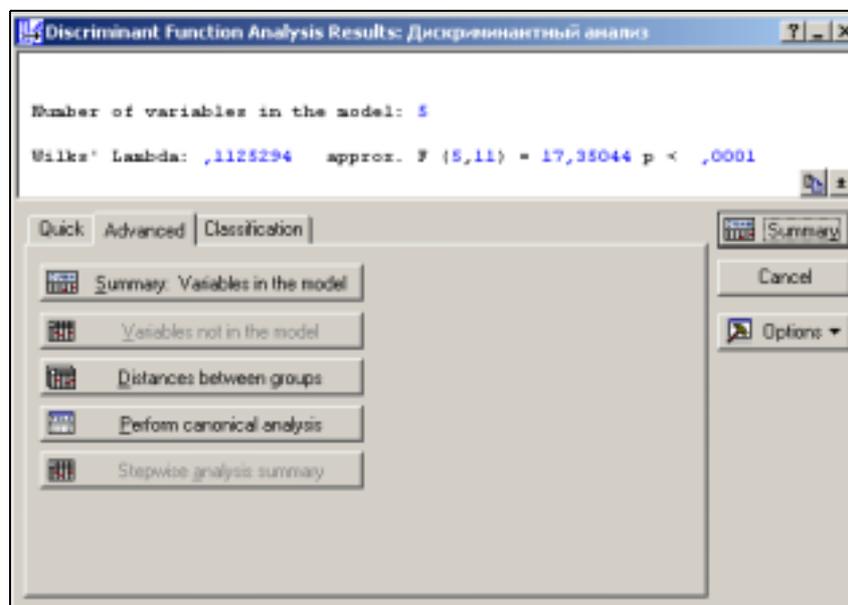


Рисунок 12 – Результаты дискриминантного анализа (страница **Advanced**)

В информационной части формы представлены наблюдаемое значение статистики Уилкса, приближенное значение F -критерия и значимость нулевой гипотезы об отсутствии различий в групповых средних значениях всех признаков. Проверка такой гипотезы по каждому отдельному признаку проводится с помощью кнопки **Summary: Variables in model**. Результаты представлены на рисунке 13.

Discriminant Function Analysis Summary (Дискриминантный анализ)						
No. of vars in model: 5; Grouping: Var6 (2 grps)						
Wilks' Lambda: .11253 approx. F (5,11)=17.350 p<.0001						
N=17	Wilks' Lambda	Partial Lambda	F-remove (1,11)	p-level	Toler.	1-Toler. (R-Sqr.)
Var1	0,280313	0,401442	16,40124	0,001916	0,954914	0,045086
Var2	0,115709	0,972518	0,31084	0,588331	0,833577	0,166423
Var3	0,121468	0,926413	0,87375	0,369984	0,793037	0,206963
Var4	0,131163	0,857936	1,82146	0,204259	0,891699	0,106301
Var5	0,137266	0,819792	2,41805	0,148228	0,757071	0,242929

Рисунок 13 – Результаты проверки гипотезы об отсутствии различий в групповых средних значениях по каждому признаку

Значение статистики Уилкса принадлежит интервалу от 0 до 1. Значение статистики близкое к нулю свидетельствует о хорошей дискриминации, значение статистики близкое к единице – о плохой дискриминации классов.

Несмотря на то, что различие в групповых средних значениях всех признаков значимо (значимость нулевой гипотезы $p < 0,0001$), нулевая гипотеза отвергается только для признака X_1 (значимость нулевой гипотезы $p = 0,001916 < 0,05$). Таким образом, классы значимо различаются между собой только по уровню производительности труда. В подобной ситуации целесообразно было бы обратиться к процедурам пошагового дискриминантного анализа.

С помощью кнопки **Distances between groups** исследуется различие между классами с использованием расстояния Махаланобиса. Квадрат расстояния Махаланобиса между классами, наблюдаемое значение F -статистики и значимость нулевой гипотезы о равенстве нулю расстояния между классами представлены на рисунке 14.

Squared Mahalanobis Distances		
Var6	G_1:1	G_2:2
G_1:1	0,00000	31,65580
G_2:2	31,65580	0,00000

F-values; df = 5,11 (D		
Var6	G_1:1	G_2:2
G_1:1		17,33331
G_2:2	17,33331	

p-levels (Дискриминантный анализ)		
Var6	G_1:1	G_2:2
G_1:1		0,000069
G_2:2	0,000069	

Рисунок 14 – Результаты проверки гипотезы о равенстве нулю расстояния между классами

Дискриминантный анализ

Вид формы результатов дискриминантного анализа на странице **Classification** представлен на рисунке 15. В группе радио-кнопок **A priori classification probabilities** предложены три варианта задания априорных вероятностей:

- пропорционально объемам обучающих выборок;
- равные для всех классов;
- в результате диалога с пользователем.

С помощью кнопки **Classification functions** рассчитываются коэффициенты линейных дискриминантных функций Фишера. Результаты представлены на рисунке 16.

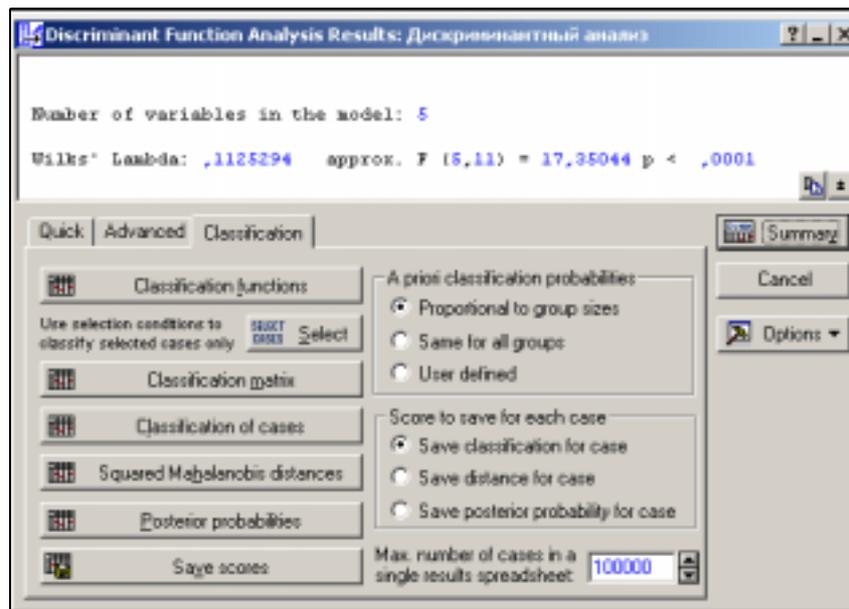


Рисунок 15 – Результаты дискриминантного анализа (страница **Classification**)

Variable	Classification Functions:	
	G_1:1 p=,52941	G_2:2 p=,47059
Var1	8,956	4,377
Var2	288,039	309,528
Var3	182,840	163,852
Var4	-25,694	-16,292
Var5	11,128	4,645
Constant	-281,981	-231,015

Рисунок 16 – Коэффициенты линейных дискриминантных функций Фишера

В первой строке таблицы, представленной на рисунке 16, приведены оценки априорных вероятностей, рассчитанные по первому варианту: $\hat{\pi}_1 = 0,53$, $\hat{\pi}_2 = 0,47$. Линейные дискриминантные функции Фишера имеют вид:

$$f_1(x_1, \dots, x_5) = -281,96 + 8,96x_1 + 288,04x_2 + 182,84x_3 - 25,69x_4 + 11,13x_5; \quad (1)$$

$$f_2(x_1, \dots, x_5) = -231,02 + 4,38x_1 + 309,53x_2 + 163,85x_3 - 16,29x_4 + 4,65x_5. \quad (2)$$

На основе рассчитанных классификационных функций (1), (2) проводится повторная классификация объектов обучающих выборок. Чтобы увидеть результаты этой процедуры, необходимо выбрать кнопку **Classification matrix**. На экране появится таблица, представленная на рисунке 17.

Group	Classification Matrix (Дискриминант)		
	Percent Correct	G_1:1 p=,52941	G_2:2 p=,47059
G_1:1	100,0000	9	0
G_2:2	100,0000	0	8
Total	100,0000	9	8

Рисунок 17 – Результаты классификации объектов обучающих выборок

Как видно из рисунка 17, изменений в первоначальном составе классов не произошло: к первому классу по-прежнему относятся 9 объектов, ко второму – 8. Процент корректной классификации составил 100%. Это свидетельствует о хорошей дискриминации объектов обучающих выборок на основе дискриминантных функций (1), (2).

Чтобы получить полную картину классификации нужно выбрать кнопку **Classification of cases**. Результаты представлены на рисунке 18. Неправильные классификации объектов обучающих выборок помечаются «звездочкой» (в рассматриваемом примере такие ситуации не встречаются).

Classification of Cases (Дискриминантный анализ)				
Incorrect classifications are marked with *				
Case	Observed Classif.	1 p=.52941	2 p=.47059	
1	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
2	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
3	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
4	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
5	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
6	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
7	---	G_1:1	G_2:2	
8	G_1:1	G_1:1	G_2:2	
9	---	G_2:2	G_1:1	
10	---	G_2:2	G_1:1	
11	---	G_2:2	G_1:1	
12	G_2:2	G_2:2	G_1:1	
13	---	G_2:2	G_1:1	
14	G_2:2	G_2:2	G_1:1	
15	G_2:2	G_2:2	G_1:1	
16	G_2:2	G_2:2	G_1:1	
17	---	G_2:2	G_1:1	
18	---	G_2:2	G_1:1	
19	---	G_2:2	G_1:1	
20	---	G_1:1	G_2:2	

Рисунок 18 – Результаты классификации с помощью функций (1), (2)

В первой графе таблицы указаны номера объектов; во второй графе – номера обучающих выборок (прочерками отмечаются объекты, не вошедшие в обучающие выборки); во втором и третьем столбцах – результаты классификации с помощью дискриминантных функций (1), (2). Так, например, седьмое предприятие относится к первому классу, а девятое – ко второму.

С помощью кнопки **Squared Mahalanobis distances** рассчитываются квадраты расстояния Махаланобиса от объектов до центров каждого из классов. Результаты расчетов представлены на рисунке 19. Объект следует отнести к тому классу, расстояние до которого наименьшее. Так, например, десятое предприятие следует отнести ко второму классу, поскольку расстояние от этого объекта до центра второго класса меньше, чем до центра первого класса ($9,1512 < 14,76552$).

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids			
Incorrect classifications are marked with *			
Case	Observed Classif.	G_1:1 p=.52941	G_2:2 p=.47059
1	G_1:1	3,79140	19,4088
2	G_1:1	3,73096	21,3400
3	G_1:1	6,50412	50,3806
4	G_1:1	1,64733	40,3307
5	G_1:1	6,97602	37,0033
6	G_1:1	0,84367	24,5803
7	---	9,84379	13,1851
8	G_1:1	1,89131	23,7752
9	---	21,12377	9,7248
10	---	14,76552	9,1512
11	---	23,69550	9,6947
12	G_2:2	38,09669	8,4623
13	---	19,75909	10,9601
14	G_2:2	25,39670	1,9145
15	G_2:2	45,84965	7,1352
16	G_2:2	16,48076	3,5965
17	---	14,16476	4,2470
18	---	49,28679	29,8183
19	---	31,90256	15,1069
20	---	4,65849	77,7667

Рисунок 19 – Расстояния до центров классов

Апостериорные вероятности классификации рассчитываются с помощью кнопки **Posterior probabilities**. Результаты представлены на рисунке 20. Объект следует отнести к тому классу, апостериорная вероятность для которого наибольшая. Так, например, одиннадцатое предприятие следует отнести ко второму классу ($0,001024 < 0,998976$).

Posterior Probabilities (Дискриминантный анализ)			
Incorrect classifications are marked with *			
Case	Observed Classif.	G_1:1 p=.52941	G_2:2 p=.47059
1	G_1:1	0,999639	0,000361
2	G_1:1	0,999867	0,000133
3	G_1:1	1,000000	0,000000
4	G_1:1	1,000000	0,000000
5	G_1:1	1,000000	0,000000
6	G_1:1	0,999994	0,000006
7	---	0,866737	0,143263
8	G_1:1	0,999984	0,000016
9	---	0,003752	0,996248
10	---	0,063605	0,936395
11	---	0,001024	0,998976
12	G_2:2	0,000000	1,000000
13	---	0,013631	0,986369
14	G_2:2	0,000009	0,999991
15	G_2:2	0,000000	1,000000
16	G_2:2	0,001789	0,998211
17	---	0,007837	0,992163
18	---	0,000067	0,999933
19	---	0,000253	0,999747
20	---	0,999867	0,000133

Рисунок 20 – Апостериорные вероятности классификации

На основании таблиц, представленных на рисунках 18-20, предприятия, не вошедшие в обучающие выборки, можно классифицировать следующим образом:

– предприятия с номерами 7, 20, 25, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 43, 44, 52, 53 относятся к группе эффективно функционирующих предприятий, наряду с предприятиями № 1-6, 8, 24, 29;

– предприятия с номерами 9, 10, 11, 12, 17, 18, 19, 22, 26, 30, 31, 32, 34, 40, 41, 42, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51 относятся к группе отстающих предприятий, наряду с предприятиями № 12, 14-16, 21, 23, 27, 28.

4 Содержание письменного отчета

Отчет должен быть оформлен на листах формата А4 с титульным листом, оформленным соответствующим образом, и содержать следующее:

- 1) исходные данные для анализа;
- 2) постановку задачи;
- 3) краткое изложение теории;
- 4) результаты выполнения лабораторной работы.

5 Вопросы к защите

- 1) Дайте определение классификации с «обучением»
- 2) Что называется обучающей выборкой?
- 3) Что понимается под классом в дискриминантном анализе?
- 4) Сформулируйте постановку задачи параметрического дискриминантного анализа
- 5) Какая процедура классификации называется оптимальной?
- 6) Сформулируйте правило классификации объектов в случае постоянных потерь от неправильной классификации. Как пользоваться этим правилом на практике?
- 7) Сформулируйте правило классификации в случае нормально распределенных классов
- 8) Дайте геометрическую интерпретацию классификации

Список использованных источников

- 1 **Айвазян С.А.** Прикладная статистика и основы эконометрики [Текст]: учебник для вузов / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022с.
- 2 **Боровиков В.П.** STATISTICA – Статистический анализ и обработка данных в среде Windows [Текст] / В.П. Боровиков, И.П. Боровиков. – М.: Инф. изд. дом «Филин», 1998. – 608 с.
- 3 **Дубров А.М.** Многомерные статистические методы [Текст]: учебник / А.М.Дубров, В.С. Мхитарян, Л.И. Трошин. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 352 с.
- 4 **Дуброва Т.А.** Дискриминантный анализ в системе «STATISTICA» [Текст]: учебное пособие / Т.А. Дуброва, А.Г. Бажин, Л.П. Бакуменко. – М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2000. – 57 с.
- 5 **Сошникова Л.А.** Многомерный статистический анализ в экономике [Текст]: учеб. пособие для вузов / Л.А. Сошникова, В.Н. Тамашевич, Г.Е. Уебе, М. Шефер. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 598 с.
- 6 **Тюрин Ю.Н.** Статистический анализ данных на компьютере [Текст] / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров; под ред. В.Э. Фигурнова. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.

Приложение А
(обязательное)

Исходные данные для анализа

Таблица А.1 – Выборочные данные

№ объекта	X1	X2	X3	X4	X5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	9,26	0,78	1,37	0,23	1,45
2	9,38	0,75	1,49	0,39	1,30
3	12,11	0,68	1,44	0,43	1,37
4	10,81	0,70	1,42	0,18	1,65
5	9,35	0,62	1,35	0,15	1,91
6	9,87	0,76	1,39	0,34	1,68
7	8,17	0,73	1,16	0,38	1,94
8	9,12	0,71	1,27	0,09	1,89
9	5,88	0,69	1,16	0,14	1,94
10	6,30	0,73	1,25	0,21	2,06
11	6,22	0,68	1,13	0,42	1,96
12	5,49	0,74	1,10	0,05	1,02
13	6,50	0,66	1,15	0,29	1,85
14	6,61	0,72	1,23	0,48	0,88
15	4,32	0,68	1,39	0,41	0,62
16	7,37	0,77	1,38	0,62	1,09
17	7,02	0,78	1,35	0,56	1,60
18	8,25	0,78	1,42	1,76	1,53
19	8,15	0,81	1,37	1,31	1,40
20	8,72	0,79	1,41	0,45	2,22
21	6,64	0,77	1,35	0,50	1,32
22	8,10	0,78	1,48	0,77	1,48
23	5,52	0,72	1,24	1,20	0,68
24	9,37	0,79	1,40	0,21	2,30
25	13,17	0,77	1,45	0,25	1,37
26	6,67	0,80	1,40	0,15	1,51
27	5,68	0,71	1,28	0,66	1,43
28	5,22	0,79	1,33	0,74	1,82
29	10,02	0,76	1,22	0,32	2,62
30	8,16	0,78	1,28	0,89	1,75
31	3,78	0,62	1,47	0,23	1,54
32	6,48	0,75	1,27	0,32	2,25

Продолжение таблицы А.1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
33	10,44	0,71	1,51	0,54	1,07
34	7,65	0,74	1,46	0,75	1,44
35	8,77	0,65	1,27	0,16	1,40
36	7,00	0,66	1,43	0,24	1,31
37	11,06	0,84	1,50	0,59	1,12
38	9,02	0,74	1,35	0,56	1,16
39	13,28	0,75	1,41	0,63	0,88
40	9,27	0,75	1,47	1,10	1,07
41	6,70	0,79	1,35	0,39	1,24
42	6,69	0,72	1,40	0,73	1,49
43	9,42	0,70	1,20	0,28	2,03
44	7,24	0,66	1,15	0,10	1,84
45	5,39	0,69	1,09	0,68	1,22
46	5,61	0,71	1,26	0,87	1,72
47	5,59	0,73	1,36	0,49	1,75
48	6,57	0,65	1,15	0,16	1,46
49	6,54	0,82	1,87	0,85	1,60
50	4,23	0,80	1,17	0,13	1,47
51	5,22	0,83	1,61	0,49	1,38
52	18,00	0,70	1,34	0,09	1,41
53	11,03	0,74	1,22	0,79	1,39

Таблица А.2 – Варианты заданий

Номер варианта	Номера предприятий	
	Первая группа	Вторая группа
0	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 28
1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 41
2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 28, 41
3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 27, 28, 41
4	1, 2, 3, 4, 5, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 23, 27, 28, 41
5	1, 2, 3, 4, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 21, 23, 27, 28, 41
6	1, 2, 3, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 16, 21, 23, 27, 28, 41
7	1, 2, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 15, 16, 21, 23, 27, 28, 41
8	1, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	14, 15, 16, 21, 23, 27, 28, 41
9	2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 28
10	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 41
11	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 28, 41
12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 27, 28, 41
13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 23, 27, 28, 41
14	1, 2, 3, 4, 5, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 21, 23, 27, 28, 41
15	1, 2, 3, 4, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 16, 21, 23, 27, 28, 41
16	1, 2, 3, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 15, 16, 21, 23, 27, 28, 41
17	1, 2, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	14, 15, 16, 21, 23, 27, 28, 41
18	1, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 28
19	2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29, 43	12, 14, 15, 16, 21, 23, 27, 41
20	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 24, 29	12, 14, 15, 16, 21, 23, 28, 41