МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра теоретической механики и теории механизмов и машин

А. А. МУЛЛАБАЕВ

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ УПРОЩЕННЫХ ГРУПП АССУРА ВТОРОГО КЛАССА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2005

ББК 34.41а7
М 90
УДК 531.8 (07)

Рецензент
кандидат технических наук, доцент А.М. Ефанов

М90 Муллабаев А.А.
Силовой анализ упрощенных групп Ассура второго класса: Методические указания к курсовому проекту по теории механизмов и машин. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 13 с.

Во многих книгах и наших имеющихся методических указаниях к курсовому проекту по ТММ даны порядки силового анализа общих (самых сложных) групп Ассура второго класса. Но в курсовых проектах часто встречаются модифицированные (упрощенные) группы Ассура второго класса. Почти все студенты не могут справиться с поставленной задачей, так как порядок расчета упрощенных групп Ассура второго класса будет другим.

Автор дает оптимальные порядки силового анализа для указанных групп Ассура.

ББК 34.41а7

1 Силовой анализ упрощенных групп Ассура второго класса

Методика силового анализа групп Ассура второго класса общего вида (не упрощенных) разработана давно и приводится во многих известных литературных источниках. Для каждого из пяти видов групп Асура второго класса разработана своя методика силового анализа. Но в курсовых проектах очень часто встречаются не группы общего вида, а упрощенные группы. Большинство студентов при этом не могут приспособить общую теорию к силовому анализу упрощенных групп Ассура. В связи с этим возникла необходимость написания данных методических указаний.

Известно, что группа Ассура является статически определимой системой. Докажем это утверждение. Степень подвижности $W_г$ группы Ассура равняется нулю и определяется по формуле Малышева

$$W_Г = 3n_Г - 2P_1 = 0, \tag{1}$$

где $n_Г$ – число подвижных звеньев в группе Ассура;

$P_I = P_V$ – число одноподвижных кинематических пар V-класса в группе.

Заметим, что исходная формула Малышева содержит и число двухподвижных кинематических пар IV-класса. Но перед структурным анализом каждая двухподвижная кинематическая пара заменяется двумя одноподвижными с добавлением фиктивного звена.

Формула (1) ошибочно приписывается П.Л. Чебышеву (во всех книгах). В московском высшем государственном техническом училище по архивным документам обнаружена историческая ошибка. Установлено:

1) фамилия ученого была не «Чебышев», а «Чебышов»;
2) формулу (1) вывел Малышев, а не Чебышов;
3) у Чебышова была другая формула для определения степени подвижности плоского механизма.

Формулу (1)перепишем в виде

$$3n_Г = 2P_1. \tag{2}$$

Для каждого звена в плоскости можно написать три независимых уравнения статики. Тогда $3n_Г$ - есть общее число независимых уравнений статики для всей группы Ассура.

Каждая одноподвижная пара V-класса содержит два неизвестных параметра реакций. Например, реакция во вращательной кинематической паре не известна по направлению и по модулю. Известна только точка приложения. У реакции в поступательной кинематической паре не знаем точку приложения и модуль. Знаем только направление этой реакции. Если не учитывать силу трения, то эта реакция направлена перпендикулярно направляющей. Если же учитываем силы трения, то реакция в поступательной паре отклонена от перпендикуляра к направляющей на угол трения. Таким образом, в правой части уравнения (2) получаем число неизвестных параметров реакции для всей группы Ассура.

Получилось, что число независимых уравнений статики для всей группы Ассура равняется числу неизвестных параметров реакций (2). Следовательно, группа Ассура является статически определимой системой.

Известно, что в группе Ассура второго класса мы имеем n_I=2 звена и P_I=3 одноподвижные кинематические пары. Тогда по формуле (2) для группы Ассура второго класса имеем шесть независимых уравнений статики и шесть неизвестных параметров реакций. Задачу силового анализа группы Ассура второго класса можно было бы решить составлением шести независимых уравнений статики с шестью неизвестными. Но составление этой системы уравнений отняло бы много времени и сил, хотя решение этой системы можно произвести по стандартной программе на ЭВМ. Напомним, что при силовом анализе рычажных механизмов мы получаем систему линейных алгебраических уравнений. Как правило, эта система определенна, т.е. совместна и имеет единственное решение. Существует два метода решения систем линейных алгебраических уравнений – метод Гаусса и метод Крамера. Очень большая вероятность ошибки при составлении такой громоздкой системы уравнений.

В курсе «Теория механизмов и машин» для каждого из пяти видов групп Ассура второго класса разработан свой оптимальный порядок силового анализа. При этом после каждого действия находятся неизвестные параметры реакций и отпадает необходимость в составлении и решении систем уравнений. Приведем указанные порядки силового анализа.

1.1 Порядок силового анализа группы Ассура второго класса первого вида

Имеем шесть неизвестных параметров реакций ($\overline{F}_{R12}, \overline{F}_{R23}, \overline{F}_{R03}$). Каждый вектор неизвестен по направлению и по модулю.

Заметим, что в группе Ассура второго класса первого общего вида звенья АВ и ВС могут быть искривлены. Но мы можем мысленно соединить эти точки прямыми линиями и тогда силовой анализ упрощенной группы Ассура первого вида не будет отличаться от силового анализа группы общего первого вида.

Каждое уравнение статики может быть или алгебраическим уравнением моментов всех сил относительно какой-либо точки или векторным уравнением плана сил. При этом уравнения можно составлять для каждого звена в отдельности или для всей группы в целом. Из алгебраического уравнения найдется один параметр реакции, а из векторного уравнения на плоскости сразу два параметра. Уравнение моментов надо составлять относительно той точки, где пересекаются несколько неизвестных реакций.

Для рисунка 1, *а* оптимальный порядок силового анализа будет следующим.

1. Составляем сумму моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки «*B*».

2.

$$\sum M_B^{(2)}\left(F_i\right) = -F_{R12}^{\tau}\left(AB\right) + F_{G2}h_{F_{G2}} - F_2^{ин}h_{F_2}^{ин} = 0. \qquad (3)$$

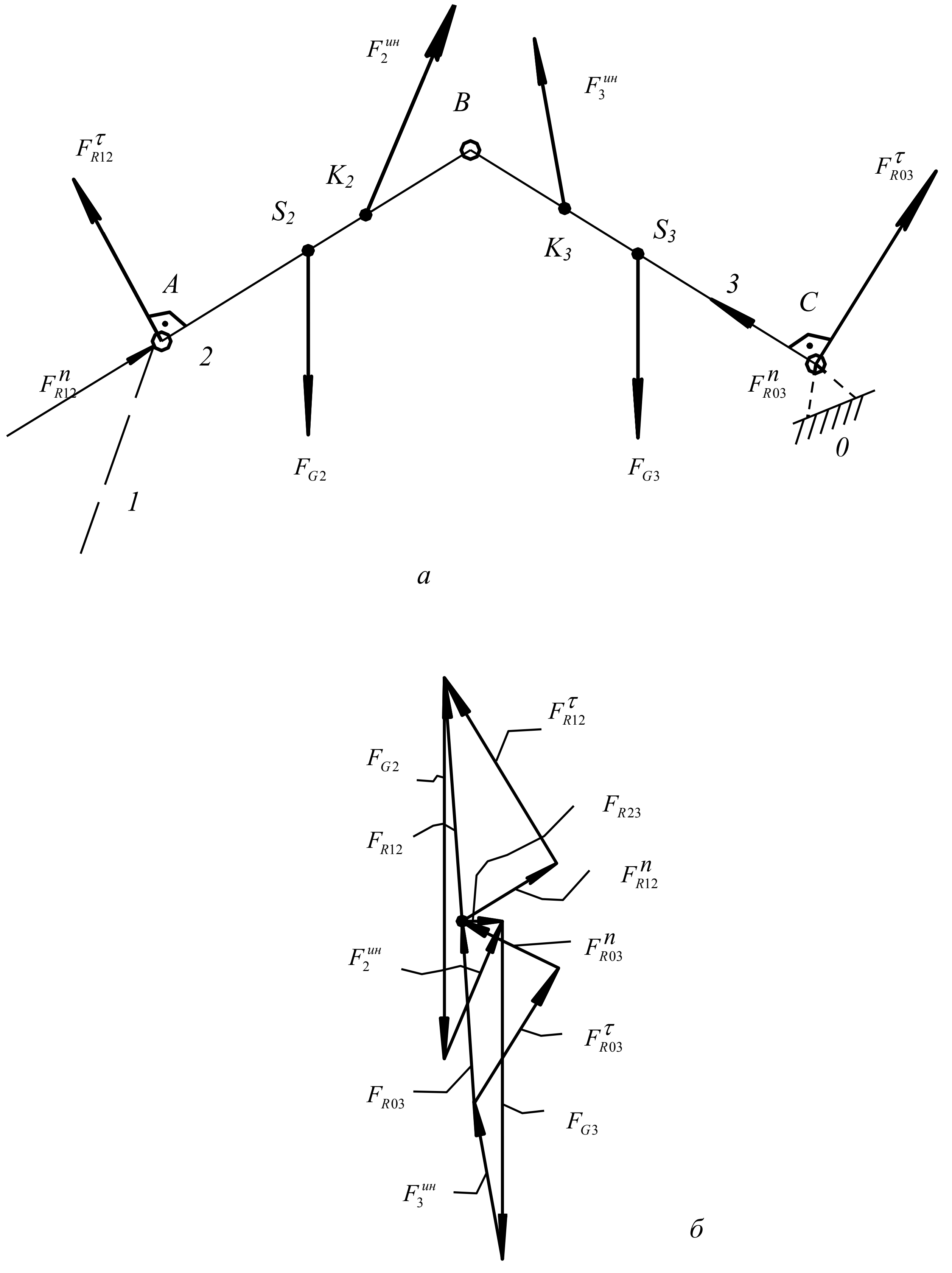

Рисунок 1 – Силовой анализ группы Ассура II-класса первого вида: *а* – расчетная схема, *б* – план сил.

Откуда F^{τ}_{R12}=?

На рисунке 1, *а* F_{G2}, F_{G3} – это силы тяжести; $F_2^{ин}$, $F_3^{ин}$ - главные векторы сил инерции. Они найдены раньше (см. /1/) и являются задаваемыми силами. При этом главные векторы сил инерции перенесены от центров тяжести звеньев для ликвидации сосредоточенных моментов /1/. Напомним, что плечо силы относительно какой-либо точки измеряется как длина перпендикуляра, опущенного из данной очки на направление силы. Плечи сил при этом можно не умножать на масштаб длины и брать непосредственно из чертежа в мм. Для звена (АВ) то же надо брать чертежное значение.

Если в результате расчета получим F^{τ}_{R12}<0, то надо сразу исправить направление этой реакции.

1. Составляем сумму моментов всех сил, действующих на звено 3, относительно той же точки «*B*».

$$\sum M_B^{(3)}(F_i) = F^{\tau}_{R03}(BC) - F_{G3}h_{F_{G3}} + F_3^{ин}h_{F_3}^{ин} = 0. \tag{4}$$

Откуда F^{τ}_{R03}=?

Теперь в третьем действии можно составить векторное уравнение плана сил. Сначала попытаемся составить векторное уравнение всех сил, действующих на звено 2. Будем иметь три неизвестных параметра реакции (F^{n}_{R12}, $\overline{F}_{R23}$). Напомним, что вектор F^{n}_{R12} содержит один неизвестный параметр (модуль), а направление нам известно – параллельно АВ. Вектор $\overline{F}_{R23}$ неизвестен по направлению и по модулю.

Каждое векторное уравнение на плоскости может быть расписано на два алгебраических уравнения по проекциям сил на оси координат. Получим систему двух уравнений с двумя неизвестными. Следовательно, из одного векторного уравнения на плоскости можно найти только два неизвестных параметра реакций, а в нашей первой попытке мы имеем три неизвестных параметра. Задача не решается.

Второй раз попытаемся составить векторное уравнение всех сил, действующих на звено 3. В этом случае мы также получим три неизвестных параметра реакции (F^{n}_{R03}, $\overline{F}_{R23}$). Задача не решается.

В третьей попытке составим векторное уравнение всех сил, действующих на всю группу Ассура. В этом случае реакция в шарнире «В» является внутренней и не учитывается, так как

$$\overline{F}_{R23}+\overline{F}_{R32}=0.$$

Остается два неизвестных параметра реакции (F^{n}_{R12}, F^{n}_{R03}). Задача при третьей попытке решается. Графическое решение полученного векторного уравнения называется планом сил.

Для возможности построения плана сил неизвестные векторы F^{n}_{R12} и F^{n}_{R03} должны быть записаны рядом. Остальные известные силы могут располагаться как угодно, но наиболее оптимальный порядок записи сил будет следующим. Сначала записываем силу F^{n}_{R12}, найденную в первом пункте. Потом записываем все заданные силы, действующие на звено 2. Далее записываем все задаваемые силы, действующие на звено 3. Потом записываем найденную во втором пункте силу F^{τ}_{R03}. Далее записываем неизвестные силы F^{n}_{R03} и F^{n}_{R12}. Силы F^{n}_{R12} и F^{τ}_{R12} окажутся рядом, что облегчает построение плана сил. Кроме того, при таком порядке записи сил значительно облегчается задача нахождения реакции в шарнире «В».

$$3_0 \qquad \sum F_i^{(2,3)} = \overline{F}^{\tau}_{R12} + \overline{F}_{G2} + \overline{F}_2^{ин} + \overline{F}_{G3} + \overline{F}_3^{ин} + \overline{F}^{\tau}_{R03} + \overline{F}^{n}_{R03} + \overline{F}^{n}_{R12} = 0. \qquad (5)$$

Откуда F^{n}_{R03}=? F^{n}_{R12}=?

Масштаб плана сил назначается в зависимости от площади оставленного места. В курсовых проектах можно рекомендовать масштаб

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{\overline{F}_{\max}} = \frac{F_{\max}}{150}, \quad \frac{Н}{мм}$$

Этот масштаб надо округлять и определить чертежные силы.

$$\overline{F}^{\tau}_{R12} = \frac{F^{\tau}_{R12}}{\mu_F},$$

$$\overline{F}_{G2} = \frac{F_{G2}}{\mu_F},$$

$$\ldots$$

При этом наибольшая из известных сил $\overline{F}_{\max}$ ≈150 мм.

Для построения сил плана сил выбираем точку «0» примерно в середине оставленного места, рисуем все задаваемые и найденные силы. Затем от конца F^{τ}_{R03} проводим направленные силы F^{n}_{R03}. Сумма всех сил равна нулю, поэтому из точки «0» проводим направление F^{n}_{R12}. Пересечение этих направлений дает решение задачи. Сразу же можно найти полные реакции в шарнирах «А» и «С»

$$\overline{F}_{R12} = \overline{F}^{n}_{R12} + \overline{F}^{\tau}_{R12}.$$

$$\overline{F}_{R03} = \overline{F}^{\tau}_{R03} + \overline{F}^{n}_{R03}.$$

Умножением на масштаб μ_F можно найти модули этих реакций. Эти реакции нужны для прочностного расчета шарниров.

Реакцию в шарнире «B» можно найти методом РОЗУ (Разрезаем, Отбрасываем, Заменяем, Уравновешиваем) из курса «Сопротивление металлов». Суть метода РОЗУ применительно к рисунку 1, *а*.

Разрезаем группу Ассура в шарнире «B».

Отбрасываем второе звено.

Заменяем действие отброшенного второго звена на третье реакцией $\overline{F}_{23}$.

У – уравновешиваем оставшееся звено 3.

4 $$\sum F_i^{(3)} = \overline{F}_{63} + \overline{F}_3^{ин} + F_{R03}^{\tau} + \overline{F}_{R03}^{n} + \overline{F}_{R23}^{n} = 0 \qquad (6)$$

Откуда $\overline{F}_{R23}$=??, так как эта реакция неизвестна по направлению и по модулю.

Реакцию $\overline{F}_{R23}$ можно было бы определить построением другого плана сил по векторному направлению (6). Но при оптимальной записи сил в уравнении (5) для нахождения $\overline{F}_{R23}$ достаточно на первом плане соединить конец вектора $\overline{F}_{R03}^{n}$ с началом вектора F_{G3} (смотри уравнение (6)). Дополнительный план сил не нужен.

На этом заканчивается силовой анализ группы Ассура второго класса первого вида, так как найдены все шесть неизвестных параметров реакции. Вкратце рассмотрим силовой анализ упрощенных групп Ассура остальных четырех видов.

1.2 Силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса второго вида

Эта группа приведена на рисунке 2, *а*. При этом для простоты рассуждений задаваемые силы не нарисованы (они имеются).

По сравнению с группой общего вида упрощение состоит в следующем – точка «B» попадает в центр ползуна. Это означает, что если все силы, кроме F_{R03}, проходят через точку «B», то сила F_{R03} тоже проходит через точку «B», т.е. плечо $h_{F_{03}} = 0$. При этом будет использовано одно из шести независимых уравнений. Остается пять уравнений и пять неизвестных параметров реакций ($\overline{F}_{R12}$, $\overline{F}_{R23}$, F_{R03}).

Напомним, что F_{R03} имеет только один неизвестный параметр (модуль). Направление этой силы перпендикулярно линии I-I (если не учитывать силу трения).

В первом действии составляем сумму моментов всех сил, действующих на звено 2 относительно шарнира «B» и определяем реакцию F_{R12}^{τ}, так же, как и в группе Ассура первого вида.

$$\sum M_B^{(2)}(F_i) = ... = 0. \qquad (7)$$

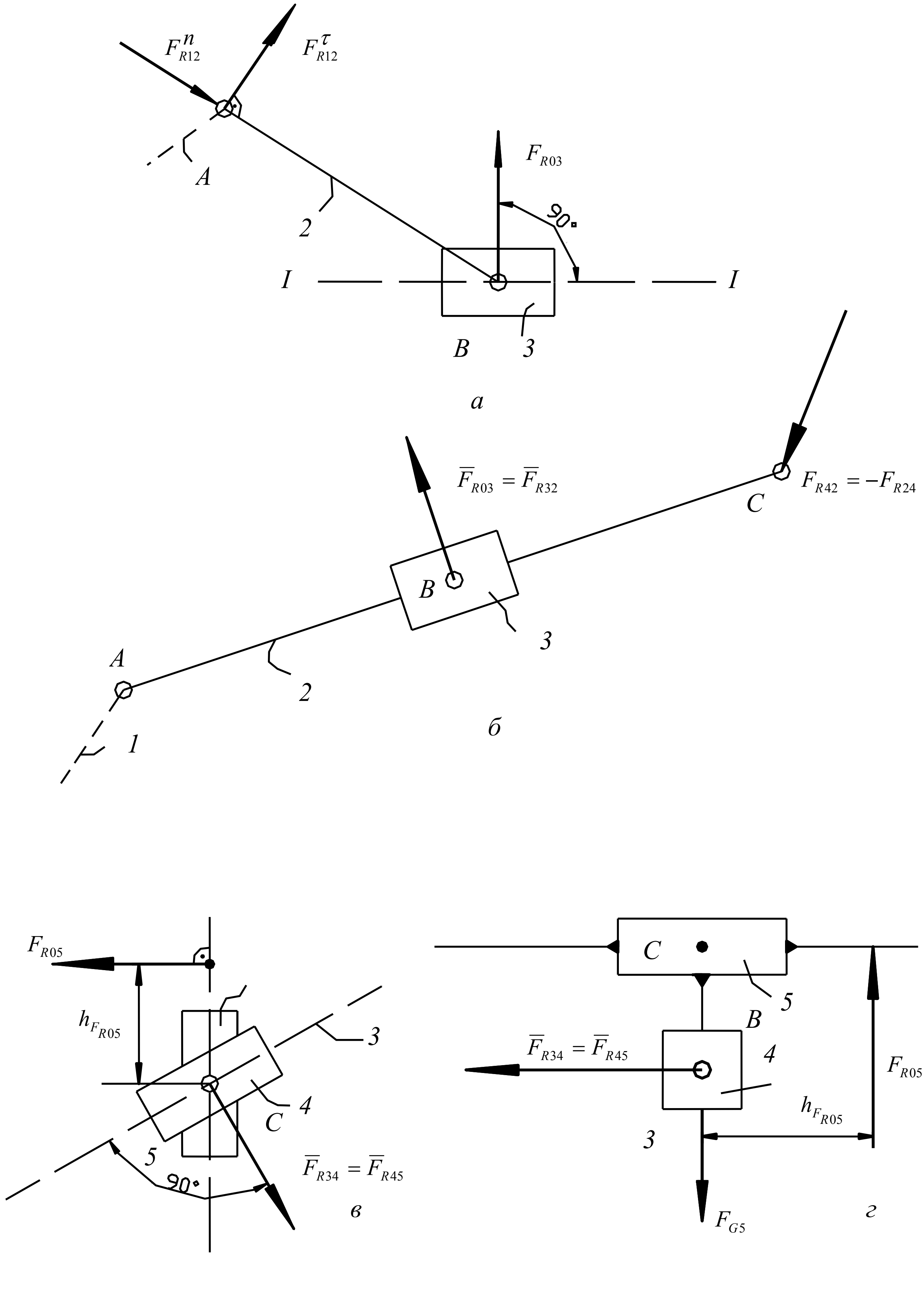

Рисунок 2 – Упрощенные группы Ассура второго класса: *а* – 2-вида, *б* – 3-вида, *в* – 4-вида, *г* – 5-вида.

Откуда F^{τ}_{R12}=?

Во втором действии записываем векторное уравнение для сил, действующих на всю группу Ассура и определяем реакции F_{R03} и F^{n}_{R12}.

$$\sum \overline{F}_i^{(2,3)} = ... = 0. \tag{8}$$

Напомним, что уравнение (8) не содержит реакции F_{R23}, так как эта реакция для всей группы Ассура является внутренней.

Откуда F_{R03}=?; F^{n}_{R12}=?

В третьем действии для определения реакции в шарнире «В» применяем метод РОЗУ из сопромата.

$$\sum \overline{F}_i^{(3)} = ... = 0. \tag{9}$$

Откуда $\overline{F}_{R23}$=??

Реакция F_{R23} определяется сразу по модулю и по направлению.

Напомним, что уравнение (8) должно быть записано в оптимальном порядке, т.е. в том же порядке, что и уравнение (5). Разница состоит только в том, что реакция F_{R03} не раскладывается на нормальную и тангенциальную. При оптимальной записи сил для нахождения $\overline{F}_{R23}$ остается на первом плане сил провести всего одну прямую. Отпадает необходимость построения второго плана сил по уравнению (9).

На этом силовой анализ упрощенной группы Ассура второго вида заканчивается, так как найдены все оставшиеся пять неизвестных параметров реакций.

1.3 Силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса 3-вида

Упрощение (рисунок 2, *б*) по сравнению с группой третьего общего вида состоит в том, что звено 3 является невесомым и звено 2 не искривлено, точка «В» попадает на линию (АС).

В первом действии начнем с рассмотрения равновесия невесомого звена 3. Для этого звена сила тяжести и главный вектор сил инерции равны нулю. Если нет других задаваемых сил, действующих на звено 3, то можно записать

$$\sum \overline{F}_i^{(3)} = \overline{F}_{R03} + \overline{F}_{R23} = 0.$$

или

$$\overline{F}_{R03} = -\overline{F}_{R23}.$$

Поменяем знак перед F_{R23}.

$$\overline{F}_{R03} = \overline{F}_{R32}.$$

Остается рассмотреть равновесие одного звена 2. Имеем три независимых уравнения статики и три неизвестных параметра реакций ($\overline{F}_{R12}$, F_{R32}). Напомним, что реакция F_{R32} перпендикулярна (AC), если не учитывать силы трения. Поэтому эта реакция имеет только один неизвестный параметр – модуль.

Задача решается в два действия. Сначала составляем сумму моментов вех сил, действующих на звено 2 относительно точки «А» и находим реакцию F_{R32}.

$$\sum M_A^{(2)}(F_i) = ... = 0. \tag{10}$$

Откуда $F_{R32}=F_{R03}=?$

Во втором действии записываем векторное уравнение плана сил для звена 2 и находим реакцию $\overline{F}_{R12}$ (сразу по модулю и по направлению).

$$\sum \overline{F}_i^{(2)} = ... = 0; \tag{11}$$

Откуда $\overline{F}_{R12}$=??

На этом заканчивается силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса третьего вида, так как найдены все неизвестные параметры реакций.

1.4 Силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса четвертого вида

Упрощение (рисунок 2, *в*) состоит в том, что направляющие ползунов проходят через центральный шарнир «С» и звено 4 невесомо.

Начнем с рассмотрения равновесия невесомого звена 4. Для него можно записать

$$\sum \overline{F}_i^{(4)} = \overline{F}_{R34} + \overline{F}_{R54} = 0.$$

или

$$\overline{F}_{R34} = -\overline{F}_{R54}.$$

Поменяем знак перед F_{R54}.

$$\overline{F}_{R34} = \overline{F}_{R45}.$$

Рассмотрим равновесие оставшегося звена 5. Имеем три независимых уравнения статики и три неизвестных параметра реакций (F_{R34}, $F_{R05}, h_{F_{R05}}$). Здесь направления реакций F_{R34} и F_{R05} известны. Они перпендикулярны направляющим.

В первом действии составляем векторное уравнение плана сил для звена 5 и построив план сил определяем реакции F_{R34} и F_{R05}.

$$\sum \overline{F}_i^{(5)} = \ldots = 0; \tag{12}$$

Откуда F_{R34}=?; F_{R05}=?

Для нахождения плеча $h_{F_{R05}}$ составляем сумму моментов всех сил относительно точки «С». Если все задаваемые силы проходят через точку «С», то это плечо равно нулю.

$$\sum M_C^{(5)}(F_i) = \ldots = 0. \tag{13}$$

Откуда $h_{F_{R05}}$=?

На этом заканчивается силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса 4-вида.

1.5 Силовой анализ упрощенной группы Ассура второго класса 5-вида

Эта группа Ассура (рисунок 2, *г*) имеет упрощения – точка «В» попадает на направляющую ползуна 4 и что звено 4 невесомо.

Порядок силового анализа группы Ассура по рисунку 2, *г* будет точно таким же, что и для рисунка 2, *в*. Разница состоит только в том, что план сил для 5-вида представляет прямоугольник.

Список использованных источников

1. Муллабаев А.А. Силовой (кинетостатический) анализ рычажных механизмов / ОрПтИ, Оренбург 1988 – 28 с., ил.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М: Наука, 1975 - 640 с., ил.
3. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, - 1987, - 496 с.: ил.
4. Кореняко А.С. и др. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – Киев: Высшая школа, - 1970, - 332 с.
5. Попов С.А. курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. – М: Высшая школа, - 1986, - 295 с.: ил.
6. Левицкая О.Н. и Левицкий Н.И. Курс теории механизмов и машин. – М.: Высшая школа, - 1978, - 269 с.: ил.