

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Т.М.ЧМЕРЕВА

# СБОРНИК ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Рекомендовано Ученым советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов физических специальностей

Оренбург 2005

УДК 539.1(07)  
ББК 22.383я7  
Ч-74

Рецензент  
кандидат физико-математических наук, доцент М.Р.Расовский

**Ч-74**      **Чмерева Т.М.**  
**Сборник вопросов, задач и упражнений по ядерной физике:**  
**учебное пособие/Т.М.Чмерева - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005.-**  
**126с.**

**ISBN**

Учебное пособие состоит из восьми разделов. Каждый раздел содержит теоретическое рассмотрение вопросов, упражнения на персональном компьютере или методику решения задач, задачи для самостоятельной работы и вопросы для самоконтроля.

Пособие предназначено для самостоятельного изучения студентами ряда разделов ядерной физики. Материалы пособия могут быть использованы при проведении лабораторных и практических занятий по физике ядра и частиц, а так же при выполнении расчетно-графических заданий.

Ч 1604080000

ББК 22.383я7

© Чмерева Т.М., 2005  
© ГОУ ОГУ, 2005

ISBN

## Содержание

1 Радиус ядра.....	5
1.1 Способы определения радиуса атомного ядра .....	5
1.2 Практическое задание .....	10
1.3 Контрольные вопросы.....	13
2 Структура атомных ядер.....	14
2.1 Ядерные модели.....	14
2.2 Практическое задание .....	27
2.3 Контрольные вопросы.....	29
3 Счетчик Гейгера-Мюллера.....	30
3.1 Газонаполненные детекторы .....	30
3.2 Принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера .....	33
3.3 Методика решения задач .....	40
3.4 Задачи для самостоятельной работы .....	42
3.5 Контрольные вопросы.....	44
4 Прохождение тяжелых заряженных частиц через вещество .....	45
4.1 Взаимодействие $\alpha$ -частиц с веществом.....	45
4.2 Методы определения энергий $\alpha$ -частиц.....	54
4.3 Методика решения задач .....	56
4.4 Задачи для самостоятельной работы .....	59
4.5 Контрольные вопросы.....	61
5 Прохождение легких заряженных частиц через вещество.....	62
5.1 Введение .....	62
5.2 Общая характеристика процессов взаимодействия электронов с веществом.....	63
5.3 Экспериментальные методы детектирования бета-частиц .....	67
5.4 Определение граничной энергии бета-спектра .....	68
5.5 Методика решения задач .....	72
5.6 Задачи для самостоятельной работы .....	74
5.7 Контрольные вопросы.....	76
6 Взаимодействие гамма-лучей с веществом .....	77
6.1 Введение .....	77
6.2 Фотоэффект .....	77
6.3 Рассеяние $\gamma$ -лучей .....	80
6.4 Образование электронно-позитронных пар .....	84
6.5 Коэффициент ослабления .....	85
6.6 Экспоненциальный закон поглощения $\gamma$ -лучей.....	87
6.7 Методика решения задач .....	88
6.8 Задачи для самостоятельной работы .....	90
6.9 Контрольные вопросы.....	93
7 Взаимодействие нейтронов с веществом .....	94
7.1 Прохождение нейтронов через вещество.....	94
7.2 Практическое задание .....	103
7.3 Методика решения задач .....	105

7.4 Задачи для самостоятельной работы .....	108
7.5 Контрольные вопросы .....	110
8 Ядерные реакции .....	111
8.1 Общие закономерности ядерных реакций .....	111
8.2 Практическое задание .....	121
8.3 Контрольные вопросы .....	123
Список использованных источников .....	124
Приложение А .....	125

# 1 Радиус ядра

## 1.1 Способы определения радиуса атомного ядра

Для того чтобы сделать возможным количественное исследование вопроса о размерах ядер, необходимо ввести понятие типа *радиуса ядра*. Однако ядра, как и все микрообъекты, для которых существенны квантовомеханические закономерности, не имеют четко определенной границы. Неудивительно поэтому, что в процессе развития физики ядра возникло несколько отличающихся друг от друга определений радиуса ядра. Каждое из этих определений основано на том или ином методе измерения.

Ясный физический смысл имеет понятие *среднеквадратичного электрического радиуса*  $R_{эл}$ . Для некантовой частицы по определению

$$R_{эл}^2 = \frac{\int \rho(r)r^2 dV}{\int \rho(r)dV}, \quad (1.1)$$

где  $\rho(r)$  – плотность распределения заряда. Начало координат выбрано в центре частицы. Оказывается, что понятие плотности  $\rho(r)$  распределения заряда и, следовательно, понятие  $R_{эл}$  можно обобщить на случай квантовых частиц.

У квантовых частиц непосредственно измеряемой величиной является фурье-образ  $\rho(q)$  плотности  $\rho(r)$ :

$$\rho(q) = \int \rho(r)e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3r. \quad (1.2)$$

По сложившейся традиции величина  $\rho(q)$ , нормированная на единицу при  $q = 0$ , обозначается  $F(q)$  и называется формфактором. Формфактор  $F(q)$ , таким образом, дается формулой

$$F(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty r\rho(r)\sin(qr)dr, \quad (1.3)$$

где  $q$  – переданный от электрона к ядру импульс (точнее, переданный волновой вектор):

$$q = |\vec{q}| = \left| \frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\hbar} \right| = \frac{p}{100} \sin \frac{\theta}{2} \text{ фМ}^{-1},$$

где  $\theta$  – угол рассеяния электрона,

$\vec{p}$ ,  $\vec{p}'$  – векторы импульсов налетающего и рассеянного *электронов*; импульсы измеряются в МэВ/с.

Выполнив обратное преобразование Фурье для формфактора (1.3), можно получить плотность распределения заряда ядра

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(q)e^{-i\vec{q}\vec{r}} d^3q \quad (1.4)$$

и среднеквадратичный радиус  $R_{эл}$  ядра.

Наряду со среднеквадратичным радиусом часто используются модельные понятия кулоновского  $R_{кул}$  и эквивалентного  $R_{экр}$  радиусов. *Кулоновским радиусом* ядра называется радиус равномерно заряженного шара с зарядом  $Ze$ , электростатическая энергия которого равняется кулоновской энергии ядра. *Эквивалентным радиусом* называется радиус такого равномерно заряженного шара с зарядом  $Ze$ , среднеквадратичный радиус распределения заряда которого равняется  $R_{эл}$ . Эквивалентный радиус по величине практически совпадает с кулоновским.

### 1.1.1 Рассеяние ядрами быстрых электронов

Наиболее точно размеры ядер определяются при изучении рассеяния быстрых электронов на ядрах. Дифференциальное сечение рассеяния релятивистского электрона, т. е. электрона с кинетической энергией  $T \gg m_e c^2$  на бесспиновом ядре с зарядом  $Ze$  дается следующей квантовомеханической формулой:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze^2)^2 \cos^2(\theta/2)}{(2T \sin^2(\theta/2))^2} |F(q)|^2. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) отличается от формулы Резерфорда множителями  $\cos^2(\theta/2)$  и квадратом модуля форм-фактора  $F(q)$ . Первый множитель возникает из-за того, что электрон является релятивистским, второй – из-за конечных размеров ядра. Определив непосредственно из эксперимента по рассеянию форм-фактор  $F(q)$ , можно обратным преобразованием Фурье (1.4) найти радиальную зависимость плотности распределения заряда  $\rho(r)$ . Естественно, для обращения Фурье надо знать  $F(q)$  во всем диапазоне изменения  $q$ . На самом деле этот диапазон ограничен сверху из-за существования максимальной энергии у рассеиваемых электронов. Поэтому плотность электрического заряда находят методом подбора до наилучшего совпадения с экспериментом.

Опытные значения плотности  $\rho(r)$ , нормированной на  $\int \rho(r) d^3r = 1$ , для различных ядер приведены на рисунке 1.1. Как видно из этого рисунка, все ядра, исключая самые легкие, характеризуются примерно одинаковой плотностью  $\rho(r) \sim 0,08$  протон/ферми<sup>3</sup> в центре ядра и быстрым спадом плотности на границе ядра.

Плотность  $\rho(r)$  обычно аппроксимируется трехпараметрической функцией

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp \frac{r - R}{a}}, \quad (1.6)$$

где  $\rho_0$  – плотность заряда в центре ядра,

$R$  – радиус половинной плотности, т. е. радиус, на котором плотность заряда равняется половине плотности в центре,

$a$  – параметр диффузности ядра, характеризующий толщину поверхностного слоя, на котором происходит уменьшение плотности от  $0.9\rho_0$  до  $0.1\rho_0$ .

На рисунке 1.2 изображено дифференциальное сечение рассеяния электронов с энергией 153 МэВ на ядрах естественной смеси изотопов золота. Кривая  $A$  на этом рисунке рассчитана с прямоугольным распределением плотности, кривая  $B$  – с плотностью (1.6). Видно, что радиальная зависимость (1.6) плотности заряда хорошо воспроизводит измеренное сечение.

Отмеченные выше общие особенности распределения ядерного заряда – постоянство плотности и толщины поверхностного слоя оказываются справедливыми лишь в среднем. Более детальное исследование обнаруживает ряд отклонений от общей картины. Укажем некоторые из них:

а) Для ряда ядер, таких как  $Ta^{181}$ ,  $Hf^{180}$ ,  $U^{238}$ , толщина поверхностного слоя получается аномально большой. Однако, эти ядра имеют не аномально размытую границу, а несферичную форму.

б) При переходе от более легкого изотопа элемента к более тяжелому часто наблюдается аномальное изменение радиусов распределения заряда и изменение толщины поверхностного слоя.

### 1.1.2 Изучение спектров мезоатомов

Еще один экспериментальный метод, дающий информацию о размерах

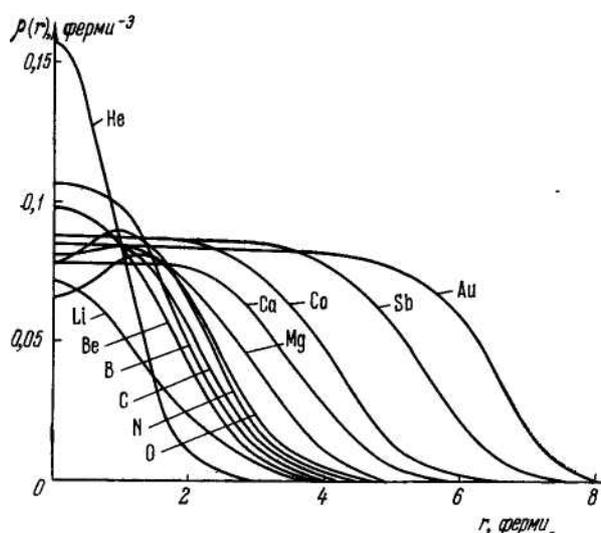


Рисунок 1.1 – Распределение плотности заряда в атомных ядрах

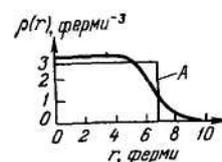
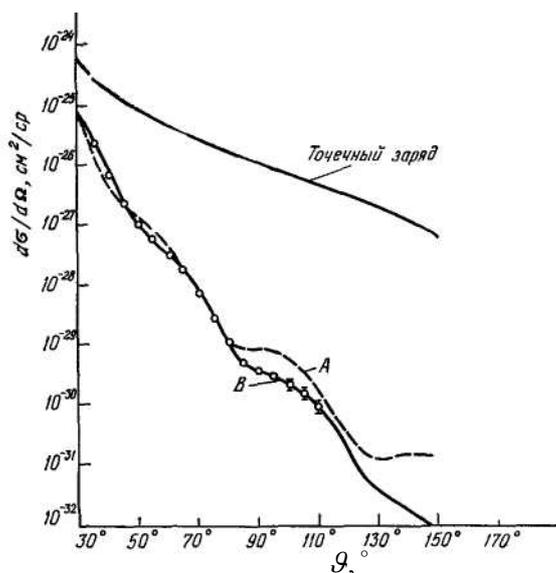


Рисунок 1.2 – Дифференциальное сечение рассеяния электронов с энергией 153 МэВ на ядрах естественной смеси изотопов золота

ядра – изучение спектров мезоатомов. *Мезоатомами* называются атомы, у которых один из электронов заменен мюоном – отрицательно заряженной частицей с массой  $m_\mu$ , в 207 раз большей массы электрона и подобно электрону не участвующей в ядерных взаимодействиях. Радиус орбиты  $\mu$ -мезона в 207 раз меньше, чем радиус соответствующей боровской орбиты для электрона.  $\mu$ -мезоатом обладает свойствами обычного атома. В частности при переходах  $\mu$ -мезонов с одной орбиты на другую испускается рентгеновское излучение. Энергию этого излучения можно рассчитать и измерить экспериментально. В связи с малостью радиуса мезонной орбиты расчетное значение энергии испускаемого излучения сильно зависит от предположения о размерах атомного ядра, так что по экспериментальному значению энергии излучения можно определить радиус атомного ядра. Обработка данных по спектрам мезоатомов, а также данных по рассеянию электронов привела к следующему выражению для  $R_{эл}$ :

$$R_{эл} = 1,1A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

### 1.1.3 Рассеяние нейтронов на ядрах

Опыты по рассеянию электронов ядрами позволяют найти только распределение протонов, но не нейтронов, поскольку электроны рассеиваются на нейтронах значительно слабее, чем на протонах. Для того чтобы определить распределение всех нуклонов, ядро следует облучать частицами, одинаково сильно взаимодействующими как с протонами, так и с нейтронами. Такой частицей может быть нейтрон (а также любой другой адрон). Информацию о радиусе распределения ядерного вещества можно получить, зная полное сечение рассеяния нейтронов на ядре, т. е. сумму сечений всех процессов взаимодействия нейтронов с ядрами, в результате которых нейтроны выбивают из пучка. В самом деле, из совокупности опытных данных следует, что эти ядерные силы являются силами притяжения, обладают очень высокой интенсивностью и имеют очень малый (порядка  $10^{-13}$  см) радиус действия. Поэтому можно ожидать, что падающий на ядро нейтрон пролетит, не изменив своего направления, если его прицельный параметр  $b$  превышает радиус ядра  $R$ , и, наоборот, будет захвачен ядром, если  $b < R$  (рисунок 1.3, а). Вспомнив теперь классическую интерпретацию поперечного сечения как площади мишени, мы можем попытаться определить так называемый «нейтронный» радиус ядра  $R_{нейтр}$  из полного сечения  $\sigma_{т\text{ класс}}$  рассеяния нейтронов на ядре

$$\sigma_{\text{класс}} = \pi R_{\text{нейтр}}^2.$$

Такое определение действительно существует, но при его использовании следует соблюдать осторожность ввиду существования квантовых эффектов. Во-первых, эта формула справедлива для энергий нейтронов порядка десятков МэВ. Так как при малых энергиях нейтронов сечения сильно зависят от энергии (что делает определение радиуса ядра по сечению бес-

смысленным) и могут достигать очень больших значений. При очень больших энергиях нейтронов ядро из «черного» становится «серым», т. е. частично прозрачным, за счет чего измерения радиусов будут давать заниженные цифры.

Во-вторых, для быстрых нейтронов существует еще один процесс взаимодействия с ядрами – упругое дифракционное рассеяние (рисунок 1.3, б). Сечение этого дифракционного рассеяния  $\sigma_{\text{дифр}}$ , как показывает расчет, также равно  $\pi R_{\text{нейтр}}^2$ , так что полное сечение выбывания из пучка  $\sigma_{\text{квант}} = \sigma_{\text{класс}} + \sigma_{\text{дифр}}$  равно  $2\pi R_{\text{нейтр}}^2$ .

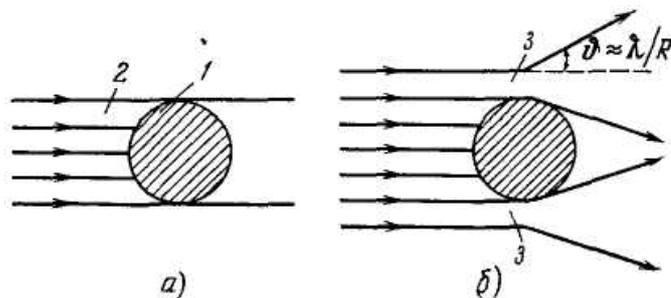
Методы определения радиусов атомных ядер, основанные на измерении сечений рассеяния нейтронов атомными ядрами, приводят к следующему результату:

$$R = (1,3 \div 1,4) \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ см.}$$

Более детальную информацию о распределении ядерного вещества можно получить из анализа упругого рассеяния нуклонов с энергией  $>1$  ГэВ на ядрах. Очевидно, что необходимым условием этого является существование теоретической формулы, связывающей дифференциальное сечение рассеяния с плотностью распределения ядерной материи. Несмотря на большие неопределенности теоретического анализа частиц, взаимодействующих посредством ядерных сил, правдоподобная формула такого рода была получена и апробирована на опыте. В результате был сделан вывод, что в целом распределения протонов и нейтронов в атомных ядрах являются одинаковыми. Ядерное вещество характеризуется приблизительно постоянной плотностью внутри ядра, равной  $0,17$  нуклон/ферми<sup>3</sup>  $\sim 2,7 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, и быстрым спаданием плотности на границе ядра в пределах поверхностного слоя толщиной  $2,5$  ферми.

Изучение рассеяния электронов высоких энергий на протонах и нейтронах показало, что радиус распределения заряда внутри протона равен  $0,8 \cdot 10^{-13}$  см. Если принять, что радиус распределения массы в протоне примерно равен радиусу распределения заряда, то мы получим, что плотность вещества внутри нуклона  $\approx 0,75 \cdot 10^{16}$  г/см<sup>3</sup>, т.е. всего лишь раза в три превышает плотность внутри ядра. Таким образом, если атом почти пуст, то ядро, наоборот, заполнено материей на  $1/3$ .

Вопрос о радиусе самой «древней» элементарной частицы – электрона – до сих пор остается загадочным. Вплоть до наименьших доступных при со-



1 – черное ядро, 2 – пучок нейтронов, 3- зона реакции.

Рисунок 1.3 – Схематическое изображение процесса взаимодействия нейтронного пучка с «черным» атомным ядром

временной экспериментальной технике расстояний  $10^{-15}$  см электрон ведет себя как точечная частица.

## 1.2 Практическое задание

Предлагаемые упражнения посвящены нахождению распределения заряда в атомных ядрах из экспериментальных данных по рассеянию электронов ядрами. Практические задания основаны на использовании программы «Зондирование атомных ядер электронами. Формфактор» из пакета «Физика микромира на персональном компьютере».

### Содержание пунктов меню программы

#### *Введение*

Формулируется цель задачи, даются необходимые общие пояснения и определения, указывается система используемых в задаче единиц.

#### *Моделирование эксперимента. Формфактор ядра*

Имитируется проведение эксперимента для определения дифференциального сечения рассеяния электрона. На экране изображена "пушка", обстреливающая электронами мишень, и детектор, перемещающийся по окружности с центром в мишени. Для запуска эксперимента необходимо задать массовое число  $A$  ядра-мишени, импульс  $p$  электрона в МэВ/с, шаг углового перемещения детектора, число  $N$  положений детектора.

По завершении эксперимента приводятся его результаты - отношение  $(d\sigma/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega)_0$  дифференциального сечения к рассчитываемому теоретически сечению рассеяния электрона на точечном ядре в зависимости от переданного импульса. Масштабы изменения переданного импульса автоматически согласуются с импульсом  $p$  налетающего электрона. Дифференциальное сечение рассеяния релятивистского электрона на точечном ядре дается формулой

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{(Ze^2)^2}{(2pc \sin^2 \theta/2)^2} \cos^2 \theta/2$$

Отношение сечений  $(d\sigma/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega)_0$ , как уже указывалось, равняется квадрату модуля формфактора  $F(q)$ .

### Упражнение 1

1) Для различных значений массового числа и различных значений импульса электрона, исследовать поведение формфактора с ростом переданного импульса.

2) Задавая различные значения массового числа при неизменном импульсе электрона, исследовать поведение формфактора с ростом массового числа.

### *Интерференция электронов на двух зарядах*

Возникновение осциллирующий формфактора иллюстрируется на примере рассеяния электронной волны на двух точечных зарядах. На экране изображаются два заряда, разделенные расстоянием  $\rho$ . Вектор  $\vec{\rho}$  направлен под углом  $\alpha$  к направленной вниз вертикальной оси. Для "запуска процесса рассеяния" следует задать импульс электрона, расстояние  $\rho$  и угол  $\alpha$ . После начала эксперимента плоские электронные волны надвигаются на рассеивающие центры и возникают интерферирующие рассеянные волны. Результат эксперимента изображается в виде графика зависимости формфактора от угла рассеяния  $\theta$ .

Следует обратить внимание на следующие особенности: а) осцилляции формфактора возникают вследствие интерференции волн, рассеянных на удаленных друг от друга точечных зарядах; б) резкое падение формфактора с ростом  $q$  обусловлено неблагоприятными условиями интерференции рассеянных электронных волн. Действительно, при  $q \gg 1/R$  где  $R$  – размер рассеивающей системы, фазы волн, рассеянных на точечных зарядах, будут сильно отличаться. Соответственно, их вклады в суммарный формфактор будут сильно осциллировать. Конечный результат сложения сильно осциллирующих величин: практически нулевая величина суммарного формфактора.

## Упражнение 2

- 1) Проследить зависимость формфактора от расстояния между рассеивающими центрами. Начиная с каких  $\rho$  (по отношению импульсу  $p$  электрона) осцилляции формфактора практически исчезают. Почему?
- 2) Проследить зависимость формфактора от угла  $\alpha$ .

### *Формфактор произвольного распределения заряда*

В этом разделе обучающийся может вычислить формфактор для любого заданного распределения заряда. На экране в координатах  $\rho(r)$  и  $r$  рисуется произвольное распределение заряда. После ввода этого изображения в соответствующем окне появляется график формфактора, соответствующий заданному распределению заряда. На экране приводятся также "стандартные" распределения заряда:

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-\alpha r},$$

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

$$\rho(r) = \rho_0(1 - r/R),$$

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}.$$

Отвечающие им формфакторы можно получить, выбирая требуемые распределения.

### Упражнение 3

1) Проследить смещение положения минимумов формфактора при "сжатии" распределения заряда;

2) Проследить за изменениями формфактора при "размывании" границы ядра, т.е. при переходе от ядра с резкой границей (например, от равномерно заряженного шара) к ядру с нерезкой границей.

3) Выяснить, как скажутся на формфакторе узкие выбросы (либо ямы) в распределении заряда.

#### *Определение размеров ядра*

Заданием массового числа  $A$  на экран выводится график формфактора, известного из эксперимента. Задача обучающегося состоит в том, чтобы подбором параметров  $R$ ,  $a$  предполагаемого распределения плотности заряда согласно формуле

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}$$

добиться максимального совпадения рассчитанного и экспериментального формфакторов и, тем самым, определить значения параметров  $R$ ,  $a$ . Для облегчения решения этой задачи значение  $a = 0.56$ , которое известно из литературы, по умолчанию вводится в распределение. При желании, однако, обучающийся может менять и параметр  $a$ . После ввода найденных значений  $R$ ,  $a$  на экран выводится кривая найденного распределения заряда и его плоское изображение.

### Упражнение 4

Определите  $R$  для нескольких ядер и исследуйте чувствительность формфактора к изменению параметра  $a$ .

#### *Зависимость радиуса ядра от массового числа*

Раздел посвящен определению зависимости  $R$  от массового числа  $A$ . На экране в координатах  $R$ ,  $A$  представляются определенные из эксперимента значения радиусов  $R$  для разных  $A$ . Задача обучающегося состоит в том, чтобы в рамках зависимости

$$R = r_0 A^n \quad (1.7)$$

найти значения параметров  $r_0$  и  $n$ . Это достигается путем визуального совмещения рассчитанной кривой с экспериментальными точками.

### Упражнение 5

Выяснить, как зависит плотность ядерной материи от  $A$  при связи  $R$  и  $A$ , даваемой формулой (1.7).

#### *Движение электронов в кулоновском поле*

Приложение носит демонстрационный характер и посвящено изучению траекторий движения электрона (вообще говоря, релятивистского) в поле точечного заряда. Обучающийся вводит значения импульса  $p$ , прицельного параметра  $b$  и заряда  $Z$  (в единицах заряда протона). Программа производит расчет и изображает на экране траекторию электрона. Подбирая параметры, можно наблюдать особенности рассеяния релятивистских электронов – явления падения на центр и многократные обороты вокруг него перед уходом на бесконечность.

### Упражнение 6

1) Найти значения  $p$ ,  $b$ ,  $Z$ , при которых начинают проявляться релятивистские эффекты – многократные обороты и падение на центр.

2) Выяснить, могут ли проявляться релятивистские эффекты при нерелятивистском начальном импульсе  $p$  электрона.

### 1.3 Контрольные вопросы

- 1) Дайте известные Вам определения радиуса ядра и определение формфактора.
- 2) Расскажите об определении размеров ядра из экспериментальных данных по рассеянию электронов на ядрах.
- 3) Что называется мезоатомом? Как по спектрам мезоатомов определяют размеры ядер?
- 4) Какие опыты дают информацию о распределении нейтронов в ядре?
- 5) Запишите формулу, аппроксимирующую распределение протонной или нейтронной плотности. Объясните физический смысл входящих в нее параметров.
- 6) Прокомментируйте результаты практических заданий.

## 2 Структура атомных ядер

### 2.1 Ядерные модели

В настоящее время нет законченной теории, которая объясняла бы все свойства атомного ядра. Поэтому в ядерной физике широко применяются различные модели. При построении той или иной модели главными считают некоторые выделенные свойства атомного ядра. Естественно, что построенная по такому принципу модель, имеет ограниченную область применения. Однако в пределах этой области каждая из них позволяет получить ряд важных и интересных результатов.

Все модели ядра подразделяются на одночастичные, коллективные и обобщенные.

#### 2.1.1 Капельная модель ядра

Простейшей по замыслу из коллективных моделей является капельная модель ядра, предложенная в 1936 г. Френкелем и развитая Бором и Вейцеккером. Эта модель использует аналогию между ядром и заряженной каплей жидкости. Так, подобно короткодействующим ядерным силам, силы взаимодействия молекул жидкости имеют малый радиус действия. И ядерные силы, и силы между молекулами жидкости обладают свойством насыщения (каждая частица, входящая в ядро или каплю взаимодействует не со всеми частицами, а только с некоторыми ближайшими соседями). Для жидкой капли характерна постоянная плотность вещества, и ядро имеет постоянную плотность, не зависящую от числа нуклонов в нем. Наконец, и в ядре и в жидкой капле составляющие их частицы находятся в движении.

Теоретической основой капельной модели является полуэмпирическая формула Вейцеккера для энергии связи ядра

$$E_{св} = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 Z^2 A^{-1/3} - \alpha_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \alpha_5 A^{-3/4}. \quad (2.1)$$

Первое слагаемое формулы отражает экспериментальный факт, что энергия связи, приходящаяся на один нуклон, приблизительно постоянна для всех ядер. Второе слагаемое учитывает поверхностную энергию ядра, подобно энергии поверхностного натяжения жидкости, так как внешние нуклоны испытывают одностороннее притяжение со стороны внутренних. Это обуславливает их дополнительную потенциальную энергию. Третье слагаемое учитывает кулоновскую энергию отталкивания протонов ядра. Четвертый член отражает наибольшую устойчивость ядер с одинаковым числом протонов и нейтронов. Наконец, последний член в (2.1) учитывает то обстоятельство, что взаимодействие нуклонов зависит от ориентации их спинов. Это приводит к тому, что у четно-четных ядер энергия связи максимальна, а у не-

четно-нечетных – минимальна. Коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$  находятся из сопоставления результатов, даваемых формулой Вейцзеккера с экспериментальными данными по энергиям связи. Коэффициент  $\alpha_3$  можно определить непосредственным подсчетом электростатической энергии отталкивания протонов ядра.

Рассмотрим возбуждение различных возможных степеней свободы ядра-капли. В свободном, невозбужденном состоянии жидкость принимает сферическую форму. Движение частиц в жидкости всегда является коллективным. Поэтому и возбуждаться в жидкости могут лишь коллективные степени свободы. При возбуждении жидкость практически несжимаема, но может сравнительно легко менять свою форму. Поэтому легче всего возбуждаются степени свободы жидкости, соответствующие поверхностным колебаниям.

Неквантовая теория малых поверхностных колебаний свободной жидкой капли была развита еще до возникновения ядерной физики. Согласно этой теории наименьшую частоту  $\omega_{кв}$  имеют квадрупольные собственные колебания, при которых капля попеременно становится то вытянутым, то сжатым эллипсоидом (рисунок 2.1). Несколько более высокую частоту  $\omega_{окт}$  имеют октупольные колебания, при которых капля в деформированном состоянии имеет грушевидную форму (рисунок 2.2). Остальные типы собственных колебаний капли соответствуют деформациям более сложной формы и более высоким частотам.

При переходе к капельной модели ядра собственные колебания надо проквантовать. Квантование не меняет собственных частот, но приводит к тому, что спектры энергий и моментов количества движения возбужденных колебательных состояний становятся дискретными. Именно, энергии квадрупольных и октупольных возбуждений в квантовой теории могут принимать лишь значения

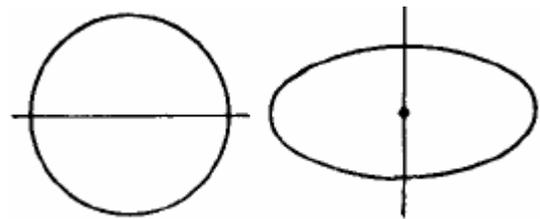


Рисунок 2.1 – Квадрупольные колебания ядра капли

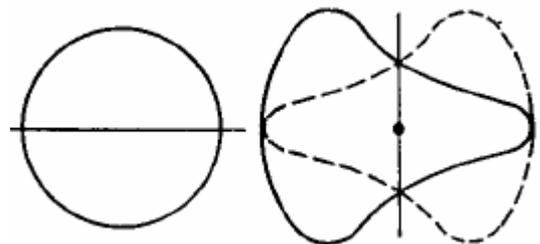


Рисунок 2.2 – Октупольные колебания ядра капли

$$E_{кв} = \hbar\omega_{кв}n_{кв}, \quad E_{окт} = \hbar\omega_{окт}n_{окт}, \quad (2.2)$$

где  $n_{кв}=1,2,..$  и  $n_{окт}=1,2,..$  – числа соответственно квадрупольных и октупольных квантов.

Каждый квадрупольный квант имеет момент  $J = 2$  и положительную четность, а каждый октупольный квант — момент  $J = 3$  и отрицательную четность. Таким образом, значениям  $n_{кв}=1$  и  $n_{окт}=1$  должны соответствовать уровни ядра с параметрами  $2^+$  и  $3^-$ , которые действительно наблюдаются у

ряда четно-четных ядер. Среди первых возбужденных состояний четно-четных ядер встречаются также близкие уровни с параметрами  $0^+$ ,  $2^+$  и  $4^+$ , которые можно ассоциировать с квадрупольными колебаниями при  $n_{кв} = 2$ . Однако количественного согласия между частотой колебаний и энергией уровней не наблюдается. Например, в ядре изотопа никеля  ${}_{28}\text{Ni}^{60}$  согласно теории энергия уровня  $2^+$  должна составлять около 3 МэВ, в то время как эксперимент дает 1,3 МэВ.

У ядра-капли есть еще одна своеобразная степень свободы, а именно колебания всей массы нейтронов относительно всей массы протонов. При возбуждении этой степени свободы ядро приобретает дипольный электрический момент, т. е. поляризуется. Поляризационные возбуждения связаны с глубоким изменением структуры ядра. Поэтому им соответствуют довольно высокие энергии – примерно 15–20 МэВ в тяжелых ядрах и 20–25 МэВ в легких.

Изучение больших деформаций поверхности на основе капельной модели дает возможность качественно понять механизм деления тяжелых ядер. При больших возбуждениях ядро принимает форму сильно вытянутого эллипсоида, и для него энергетически выгодно разделиться на две части.

В заключении перечислим основные достоинства и недостатки капельной модели. С ее помощью удалось получить полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра, объяснить многие особенности деления атомных ядер, получить качественное представление о структуре первых возбужденных состояний четно-четных ядер. Не дает капельная модель количественного представления о возбужденных состояниях ядра, не объясняет асимметрию деления. Не рассматривает модель и индивидуальные характеристики основных и возбужденных состояний ядер, такие как спины, магнитные моменты и четности.

### 2.1.2 Модель оболочек

Ядра, содержащие магическое число нуклонов (2, 8, 20, 50, 82, 126), имеют аномально большую энергию связи (т.е. особо устойчивы) и нулевой электрический квадрупольный момент (т.е. сферически симметричны). Эта периодичность в свойствах ядер, сходная с периодическим изменением свойств атомов, позволяет предположить оболочечную структуру атомных ядер. Соответствующая модель называется оболочечной и относится к одночастичным моделям.

В основе модели оболочек лежит допущение о самосогласованном поле ядерных сил, т. е. о том, что реальные силы, действующие между нуклонами, в нулевом приближении можно заменить общим для всех нуклонов силовым центром. Это приближение справедливо потому, что длина свободного пробега нуклона в ядерной материи превосходит размеры ядра, т.е. нуклоны в ядре не сталкиваются друг с другом, каждый нуклон узнает о существовании других нуклонов только через общее для всех них ядерное поле. Приняв допущение о доминирующей роли самосогласованного поля, мы сразу же

сводим задачу многих тел к задаче об одной частице, движущейся в этом поле. Соответствующий полю потенциал подбирается эмпирически. Решив уравнение Шредингера для движения нуклона в самосогласованном поле, мы, как это доказывается в квантовой механике, получим некоторую систему возможных связанных его состояний, причем каждому состоянию будет соответствовать определенный уровень энергии. С другой стороны, нуклоны, как частицы с полуцелым спином, подчиняются принципу Паули, согласно которому в каждом состоянии может находиться не более одной частицы. Поэтому нуклоны в ядре последовательно заполняют энергетические уровни, начиная с самого нижнего.

Уровни ядерного самосогласованного потенциала группируются в оболочки. *Оболочкой* называется совокупность близких по энергии уровней, разделенных энергетическими интервалами, значительно превышающими расстояния между уровнями в пределах оболочки. Очевидно, что на ядрах с заполненными оболочками происходит резкое увеличение энергий отделения нуклонов. Это как раз то свойство, которое выделяет магические ядра. Поэтому в оболочечной модели магическими ядрами являются ядра, у которых заполнены либо протонные, либо нейтронные оболочки.

Самосогласованный ядерный потенциал вследствие короткодействия ядерных сил должен приближенно иметь ту же радиальную зависимость, что и плотность ядерного вещества. Для средних и тяжелых ядер он примерно постоянен внутри ядра, а в области ядерной границы довольно быстро (но все же не скачкообразно, а плавно) спадает практически до нуля. Для легких ядер самосогласованный потенциал внутри ядра по форме близок к осцилляторному. Кроме того, ядерный гамильтониан, оказывается, зависит еще от взаимной ориентации спинового и орбитального моментов количества движения нуклона. Нуклон притягивается к ядру сильнее, когда его спин направлен в ту же сторону, что и орбитальный момент. Создающее этот эффект взаимодействие называется *спин-орбитальным*.

Удовлетворяющий всем перечисленным условиям гамильтониан взаимодействия частицы с самосогласованным полем имеет форму (М. Гепперт-Майер и Дж. Иенсен, 1949)

$$H_{\text{вз}} = V(r) + U(r)\vec{s}\vec{l}, \quad (2.4)$$

где  $V(r)$  – потенциал, имеющий вид ямы с плоским дном и размытым верхним краем (рисунок 2.3),

$\vec{s}$  – спин нуклона,

$\vec{l}$  – его орбитальный момент,

$U(r)$  – центрально-симметричный потенциал, более слабый, чем  $V(r)$ . По аналогии с атомом обычно полагают, что

$$U(r) = b \frac{\partial V}{\partial r} \frac{1}{r}, \quad (2.5)$$

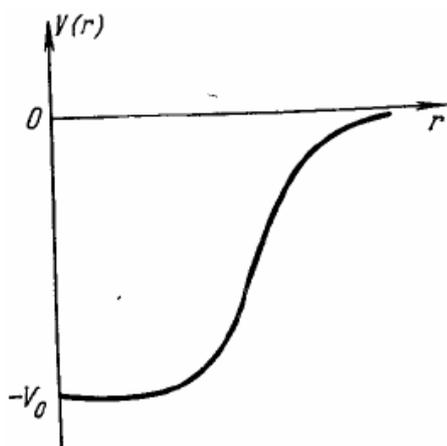


Рисунок 2.3 – Вид зависимости самосогласованного потенциала  $V(r)$

где  $b$  – постоянная, называемая постоянной спин-орбитального взаимодействия.

Второе слагаемое в (2.4) описывает спин-орбитальную связь. Оно максимально при параллельных ( $j = l + 1/2$ ) и минимально при антипараллельных ( $j = l - 1/2$ ) спиновом и орбитальном моментах. Через  $j$  здесь обозначено квантовое число, определяющее величину полного момента количества движения нуклона

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}.$$

Рассмотрим теперь классификацию ядерных энергетических уровней. Состояние нуклона в поле, описываемом гамильтонианом (2.4), характеризуется четырьмя квантовыми числами

$n, l, j, m_j$ . Здесь  $n$  – *главное квантовое число*, определяющее расположение уровней при одном и том же  $l$ . Чем больше  $n$ , тем выше энергетический уровень. Число  $n$  может принимать значения 1, 2, 3, ... Математически квантовое число  $n$  связано с числом узлов (т. е. нулей радиальной волновой функции). Функция с индексом  $n$  имеет  $n-1$  узлов. В частности, первая радиальная функция, соответствующая  $n = 1$ , вообще не имеет узлов. При увеличении  $n$  растет среднее расстояние нуклона от центра ядра. Через  $l$  обозначено орбитальное квантовое число. Возможные значения  $l$  равны 0, 1, 2, ... В соответствии со старинной спектроскопической терминологией уровни с  $l = 0, 1, 2, 3$  и т. д. обозначаются через  $s, p, d, f$  и далее по алфавиту. Квантовое число  $j$  может принимать все положительные полуцелые значения  $j = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ . Наконец,  $m_j$  – магнитное квантовое число, определяющее проекцию полного момента  $\vec{j}$  и пробегающее  $2j + 1$  значений:  $m_j = -j, -j+1, \dots, j-1, j$ .

Оболочечные уровни нуклона в ядре принято обозначать следующим образом. Первой ставится цифра, дающая значение главного квантового числа  $n$ , за этой цифрой пишется буква, обозначающая значение числа  $l$ , и в качестве нижнего индекса к этой букве указывается значение числа  $j$ . Например, через  $1d_{5/2}$ , обозначается уровень с  $n = 1, l = 2, j = 5/2$ . Квантовое число  $m_j$  обычно не указывается, так как уровни, различающиеся только по  $m_j$ , в самосогласованном потенциале, зависящем лишь от модуля  $|\vec{r}|$ , имеют одинаковые энергии. Уровни в самосогласованном потенциале обладают определённой четностью. Четность уровня совпадает с четностью  $l$ . Заметим, что в атомной спектроскопии обычно используют другое главное квантовое число, именно,  $n_{ат} = n_{яд} + l$

Разными авторами найден целый ряд гамильтонианов, согласующихся с экспериментальными данными с предельно возможной в рамках наших модельных представлений точностью. Для нейтронных уровней наиболее распространённым является гамильтониан типа (2.4) с радиальной зависимостью Саксона–Вудса

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\frac{r-R}{a}}. \quad (2.6)$$

При нахождении протонных уровней к гамильтониану (2.4) необходимо добавить самосогласованный кулоновский потенциал. Обычно его выбирают в виде энергии взаимодействия точечного протона с равномерно заряженным шаром радиуса  $R$  и заряда  $(Z-1)e$ :

$$V_{кул} = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{R} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right], & r < R, \\ \frac{(Z-1)e^2}{r}, & r > R. \end{cases} \quad (2.7)$$

Параметры гамильтониана находят по следующему эмпирическому правилу

$$R = 1.28 A^{1/3} \text{ ферми}, \quad V_{0p} = V_0 \left( 1 + 0.63 \frac{N-Z}{A} \right), \quad V_{0n} = V_0 \left( 1 - 0.63 \frac{N-Z}{A} \right),$$

$$V_0 = 53 \text{ МэВ}, \quad b = 0.263 \left( 1 + 2 \frac{N-Z}{A} \right) \text{ ферми}^2.$$

Различие глубин  $V_{0p}, V_{0n}$  ядерных гамильтонианов протонов и нейтронов объясняется тем, что энергия взаимодействия протона с нейтроном в среднем превышает энергию взаимодействия нейтрона с нейтроном и протона с протоном. Самосогласованный потенциал является суммой энергий взаимодействия одного из нуклонов со всеми остальными нуклонами. В ядрах с  $N > Z$  протон взаимодействует с большим числом отличных от него нуклонов, чем нейтрон. Это приводит к тому, что  $V_{0p} > V_{0n}$ .

На рисунке 2.4 приведена последовательность уровней в самосогласованном потенциале ядра изотопа свинца  ${}_{82}\text{Pb}^{208}$ . Проследим теперь качественно, как идет заполнение ядерных оболочек. Во-первых, энергия уровня резко, резче, чем в атоме, растет с увеличением главного квантового числа  $n$ . Этот резкий рост обусловлен тем, что самосогласованный потенциал быстро спадает с расстоянием, а среднее расстояние нуклона от центра ядра растет с ростом  $n$ . Во-вторых, энергия уровня падает с ростом  $l$  за счет увеличения кинетической центробежной энергии  $\frac{\hbar^2 l^2}{2M^2} \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$ , соответствующей только ор-

битальному (не радиальному) движению нуклона. И наконец, за счет спин-орбитального взаимодействия уровни с одинаковыми  $n$  и  $l$  расщепляются на более низко лежащие состояния с параллельными спиновым и орбитальным моментами ( $j=l+1/2$ ) и на более высоко лежащие состояния с антипараллельными  $\vec{l}$  и  $\vec{s}$ , для которых  $j=l-1/2$ . Величина этого расщепления пропорциональна  $l$ , и поэтому оно особенно велико для больших орбитальных моментов. Эти три соображения достаточны для качественного понимания схемы (рисунок 2.4) ядерных оболочек.

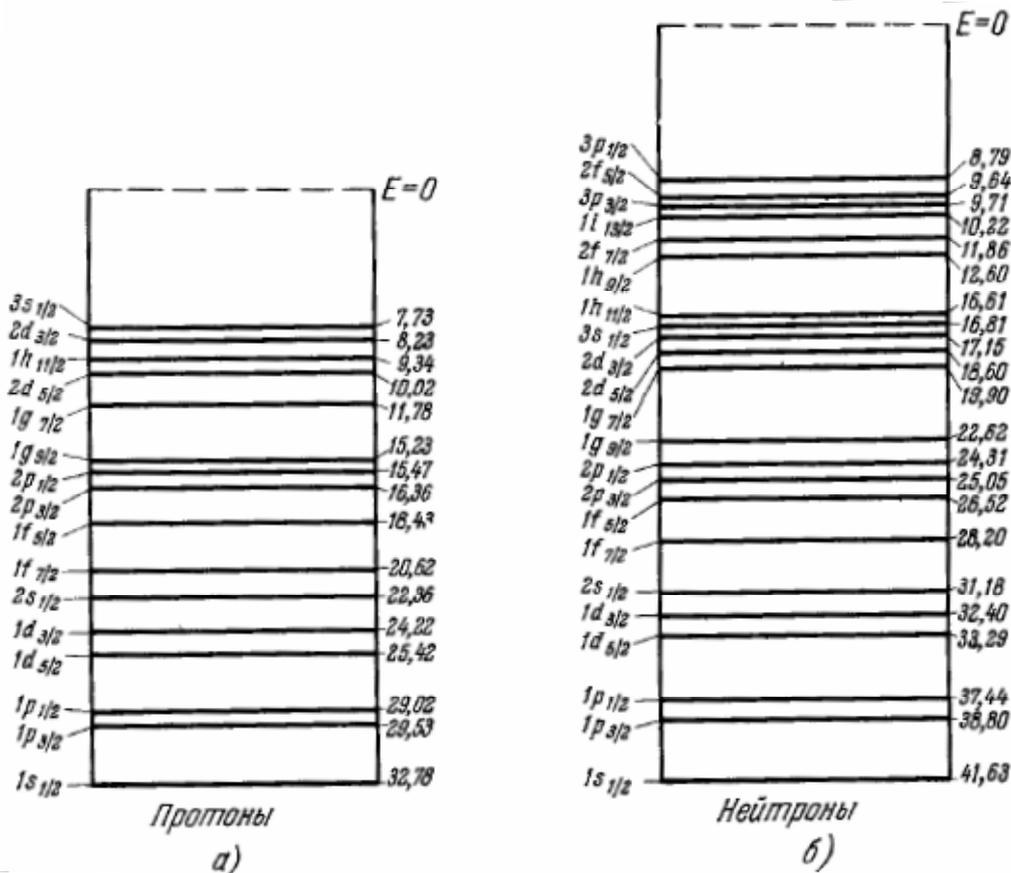


Рисунок 2.4 – Последовательность уровней в самосогласованном потенциале ядра изотопа свинца  $^{208}\text{Pb}$

Как и в атоме, в ядре ниже всего по энергии лежат 2 состояния  $1s_{1/2}$ , в которых орбитальный момент равен нулю, а волновая функция не имеет узлов. В этой оболочке могут уместиться лишь два нуклона каждого сорта, поскольку проекция момента  $1/2$  может принимать лишь два значения  $\pm 1/2$ . Протонная и нейтронная оболочки  $1s_{1/2}$  заполнены в ядре гелия  $^4\text{He}$ , которое тем самым является дважды магическим. Таким образом, первая ядерная оболочка аналогична атомной. Гелий является не только магическим ядром, но и «магическим» атомом.

Состав следующей оболочки зависит от того, какой эффект сильнее – увеличение центробежной энергии с ростом  $l$  или уменьшение потенциальной энергии с ростом  $n$ . В атоме оба эффекта сравнимы по величине, поскольку кулоновская потенциальная энергия подобно центробежной медленно (как малая степень  $1/r$ ) спадает с расстоянием. Поэтому в атоме в следующую за  $1s$ -оболочкой (в ядерных обозначениях) входят  $1p$  и  $2s$ -состояния. В ядре потенциал очень быстро спадает с расстоянием, так что  $2s$ -состояние оказывается гораздо выше по энергии, чем состояние  $1p$ . Поэтому в ядре за оболочкой  $1s_{1/2}$  следует оболочка  $1p$ , в которой могут находиться 6 нуклонов одного сорта. В  $1p$ -оболочке орбитальный момент уже не нуль. Поэтому здесь начинает сказываться спин-орбитальное взаимодействие, описываемое вторым слагаемым в гамильтониане (2.5). При  $l = 1$ ,  $s = 1/2$  значение квантового числа  $j$  может быть равно либо  $3/2$ , либо  $1/2$ . За счет спин-орбитального взаимодействия состояния  $1p_{3/2}$ , ( $j = 3/2$ ) оказываются несколь-

ко ниже состояний  $1p_{1/2}$ . При малых  $l$  это спин-орбитальное расщепление невелико. Поэтому 4 состояния  $1p_{3/2}$  и 2 состояния  $1p_{1/2}$  входят в одну и ту же оболочку. Эта оболочка заполняется до конца при восьми нуклонах одного сорта в ядре (2 нуклона в  $1s_{1/2}$ -оболочке и 6 в  $1p$ -оболочке). Протонная и нейтронная  $1p$ -оболочки заполняются до конца в дважды магическом ядре кислорода  ${}^8\text{O}^{16}$ .

Здесь уже сказывается отличие ядра от атома. Следующим за гелием инертным газом является не кислород, а неон, у которого  $Z=10$ . Различие возникает за счет двух состояний  $2s_{1/2}$ , которые в атоме входят во вторую оболочку, а в ядре – в третью. В эту же третью ядерную оболочку входят 10 состояний  $1d$ , расщепляющихся на лежащие ниже состояний  $2s_{1/2}$  шесть состояний  $1d_{5/2}$  и на четыре состояния  $1d_{3/2}$ , лежащие несколько выше состояний  $2s_{1/2}$ . Спин-орбитальное расщепление здесь все еще недостаточно для того, чтобы переводить состояния из одной оболочки в другую. Всего в третьей оболочке имеется  $2+10=12$  состояний. Прибавив сюда 8 состояний из предыдущих двух оболочек, мы получим, что в ядре с заполненной третьей оболочкой будет 20 нуклонов соответствующего сорта. Эта оболочка замкнута по протонам и нейтронам в дважды магическом ядре кальция  ${}^{20}\text{Ca}^{40}$ . Аналогия с атомными оболочками здесь (а дальше тем более) уже полностью утрачивается. В атоме (в ядерных обозначениях) в третью оболочку входят состояния  $3s$ ,  $2p$ ,  $1d$ .

В четвертую оболочку входят 8 состояний  $1f_{7/2}$ , 4 состояния  $2p_{3/2}$ , 6 состояний  $1f_{5/2}$ , 2 состояния  $2p_{1/2}$ , и, наконец, 10 состояний  $1g_{9/2}$ . В состояниях  $1f$  орбитальный момент равен 3, и спин-орбитальное расщепление уже значительно. Поэтому 8 состояний  $1f_{7/2}$  лежат сравнительно низко и выделяются в подоболочку. Эта подоболочка заполнена по нейтронам в ядре кальция  ${}^{20}\text{Ca}^{48}$ . У состояний, где  $l = 4$ , спин-орбитальное расщепление уже столь велико, что состояния  $1g_{9/2}$  входят в четвертую оболочку, а состояния  $1g_{7/2}$  – в пятую. Всего в четвертой оболочке имеется 30 нуклонов. Поэтому в ядре с замкнутой четвертой оболочкой содержится 50 нуклонов. Дважды магическим ядром, содержащим пятьдесят протонов, является ядро изотопа олова  ${}^{50}\text{Sn}^{132}$ . Это ядро нестабильно, поскольку у него слишком велик процент нейтронов.

Пятая оболочка содержит 32 состояния, а именно 8 состояний  $1g_{7/2}$ , 6 состояний  $2d_{5/2}$ , 4 состояния  $2d_{3/2}$ , 2 состояния  $3s_{1/2}$  и 12 состояний  $1h_{11/2}$ . В оболочке  $1h$ , как и в  $1g$ , спин-орбитальное расщепление настолько велико, что состояния  $1h_{11/2}$  и  $1h_{9/2}$  принадлежат разным оболочкам. Обратим внимание на то, как высоко находятся в ядре состояния  $3s_{1/2}$ . В атоме они относятся к третьей оболочке, а в ядре за счет короткодействия ядерных сил – к пятой. При заполнении пятой оболочки в ядре оказывается 82 нуклона соответствующего сорта. Классическим примером ядра с заполненной пятой оболочкой (по протонам) является изотоп свинца  ${}^{82}\text{Pb}^{208}$ . Это ядро – дважды магическое, поскольку число его нейтронов равно 126, что соответствует заполнению шестой нейтронной оболочки, содержащей 44 состояния: 10 состояний

$1h_{9/2}$ , 8 состояний  $2f_{7/2}$ , 6 состояний  $2f_{5/2}$ , 4 состояния  $3p_{3/2}$ , 2 состояния  $3p_{1/2}$  и 14 состояний  $1i_{13/2}$ .

Укажем масштабы энергий в оболочечной модели. Расстояния между одночастичными модельными уровнями в пределах одной оболочки по порядку величины равняются нескольким МэВ, расстояния между соседними оболочками (точнее, между центрами соседних оболочек) равняются по порядку величины 10 МэВ (в легких ядрах больше, в тяжелых несколько меньше 10 МэВ).

Вопрос о существовании более высоких оболочек является открытым из-за отсутствия экспериментальных данных. Все же, однако, делаются попытки предсказать магические числа ближайших высших оболочек – шестой протонной и седьмой нейтронной. Из потенциала (2.6) (с добавкой (2.7) для протонов) для этих оболочек получаются соответственно магические числа  $Z = 114$  и  $N = 284$ . Эти предсказания неоднозначны, так как с увеличением номера оболочки порядок ее заполнения становится более чувствительным к тонким деталям формы потенциала.

Одним из важнейших применений теории оболочек в целом является получение спинов и четностей основных и некоторых возбужденных состояний ядер. Эта возможность базируется на том, что каждая замкнутая оболочка имеет нулевой полный момент и положительную четность. Поэтому в создании спина и четности уровней ядра принимают участие только нуклоны внешних оболочек. Например, в ядре изотопа кислорода  ${}^8_8\text{O}^{17}$  основное состояние должно иметь (и действительно имеет) характеристику  $5/2^+$ , так как сверх заполненных оболочек с  $Z=8$  и  $N=8$  имеется один нейтрон в третьей оболочке, начинающейся уровнями  $1d_{5/2}$ . К сожалению, однако, для большинства ядер такие предсказания оказываются неоднозначными. Рассмотрим для примера ядро изотопа хрома  ${}^{24}_{24}\text{Cr}^{52}$ . В этом ядре заполнены оболочка  $Z = 20$  и подоболочка  $N = 28$ . Сверх этих оболочек в состоянии  $1f_{7/2}$  имеются четыре протона, моменты которых могут складываться различными способами по правилу сложения моментов. В результате этого сложения получаются состояния с различными суммарными моментами и одинаковыми энергиями. Поэтому нельзя однозначно сказать, каким должен быть спин основного состояния ядра  ${}^{24}_{24}\text{Cr}^{52}$ . Эта неоднозначность исчезает в модели оболочек с феноменологическим спариванием. В этой модели принимается, что нуклоны одного сорта стремятся объединиться внутри ядра в пары с нулевым суммарным моментом и положительной четностью.

Из модели оболочек без феноменологического спаривания следует что: а) основные состояния дважды магических ядер должны иметь характеристику  $0^+$ ; б) характеристика основного состояния ядра, имеющего на один нуклон больше дважды магического, совпадает с характеристикой низшего уровня оболочки, начинающейся от соответствующего магического числа; в) характеристика основного состояния ядра, имеющего на один нуклон меньше дважды магического, совпадает с характеристикой высшего уровня оболочки, оканчивающейся на соответствующем магическом числе. Эти правила выполняются без исключений. Например, в ядре изотопа азота  ${}^7_7\text{N}^{15}$  не хвата-

ет одного протона до дважды магического ядра  $O^{16}$ . На магическом числе  $Z = 8$  оканчивается вторая оболочка с высшим уровнем  $1p_{1/2}$ . Поэтому основное состояние ядра  ${}^7N^{15}$  должно иметь (и действительно имеет) характеристику  $1/2^-$ .

В модели оболочек с феноменологическим спариванием нуклоны одного сорта объединяются в пары либо все (при четном числе этих нуклонов), либо все, кроме одного (при нечетном числе этих нуклонов). На спин и четность ядра в целом может влиять только последний неспаренный нуклон. Отсюда следует, что: а) основные состояния всех четно-четных ядер должны иметь характеристику  $0^+$ ; это правило не имеет исключений; б) характеристика основного состояния ядра с нечетным  $A$  должна совпадать с характеристикой уровня, занимаемого последним (т. е. неспаренным) нуклоном; это правило выполняется почти во всех случаях (исключения:  ${}^9F^{19}$ ,  ${}_{11}Na^{23}$ ,  ${}_{25}Mn^{55}$ ). В формировании спина и четности нечетно-нечетного ядра участвуют два неспаренных нуклона. Поэтому характеристики основных состояний таких ядер не могут быть однозначно предсказаны в рассматриваемой модели.

Теперь вычислим магнитные моменты протона и нейтрона в различных оболочечных состояниях. Это вычисление производится следующим образом. Магнитный момент  $\vec{\mu}$  протона является векторной суммой орбитального момента, обусловленного движением заряда протона, и собственного магнитного момента. В единицах ядерного магнетона  $\mu_0 = e\hbar/2M_p c$  орбитальный магнитный момент равен орбитальному механическому моменту  $\vec{l}$ , а собственный магнитный момент равен произведению абсолютной величины  $g_p = 2.79$  собственного магнитного момента протона (конечно, в тех же единицах ядерного магнетона) на удвоенный вектор спина  $2\vec{s}$ . Поэтому полный магнитный момент протона запишется в виде

$$\vec{\mu} = \vec{l} + 2g_p \vec{s} \quad (2.8)$$

Из (2.8) видно, что направления полного магнитного и полного механического моментов протона  $\vec{j}$  не совпадают. Магнитный момент статистически прецессирует вокруг механического. В результате перпендикулярная механическому моменту часть магнитного момента будет с равной вероятностью направлена по любому азимуту, и тем самым не даст вклада в экспериментально наблюдаемый магнитный момент. Таким образом, экспериментально может быть измерена только проекция магнитного момента на механический момент. Максимальное значение этой проекции дает численное значение магнитного момента. Для ее определения надо подсчитать скалярное произведение векторов  $\vec{\mu}$  и  $\vec{j}$ . Вычисление приводит к следующему результату для магнитного момента протона

$$\begin{aligned} \mu &= (j + 2,29)\mu_0, & j &= l + 1/2; \\ \mu &= \left(1 - \frac{2,29}{j+1}\right)j\mu_0, & j &= l - 1/2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Вычисление магнитного момента нейтрона в состоянии с заданными  $j$  и  $l$  проводится аналогично с той лишь разницей, что для нейтрона орбитальный магнитный момент равен нулю, а собственный магнитный момент равен  $-1,91$  в единицах ядерного магнетона. Получающееся выражение имеет вид

$$\begin{aligned} \mu &= -1,91\mu_0, & j &= l + 1/2, \\ \mu &= \frac{1,91}{j+1}j\mu_0, & j &= l - 1/2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

В модели оболочек с феноменологическим спариванием формулы (2.9) должны описывать магнитные моменты всех ядер с нечетными  $A$  и  $Z$ , а формулы (2.10) — магнитные моменты всех ядер с нечетными  $A$  и  $N$ .

На рисунке 2.5 изображены кривые (линии Шмидта), определяющие зависимость  $\mu$  от  $j$  при значениях  $j = l \pm 1/2$  для ядер с нечетными  $Z$  и  $A$ . На

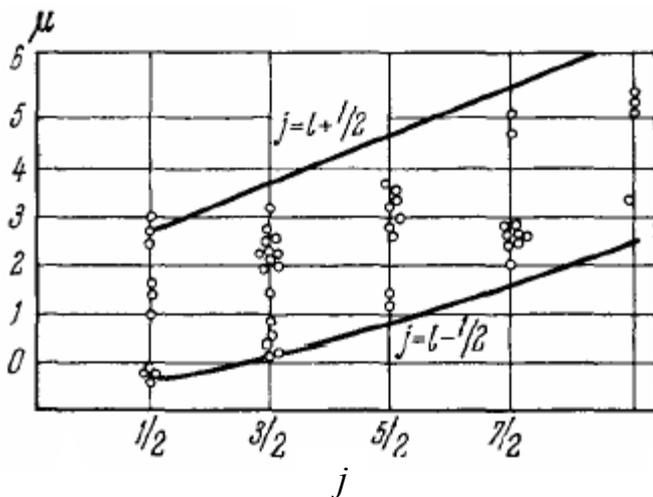


Рисунок 2.5 – Магнитные моменты для ядер с нечетными  $Z$  и  $A$

теорией, т. е. магнитные моменты ядер в основном имеют одночастичное происхождение.

Для квадрупольных моментов ядер с неспаренным протоном теоретический расчет дает значение

$$Q = -er^2 \frac{2j-1}{2j+1}, \quad (2.11)$$

где  $r^2$  — средний квадрат расстояния неспаренного протона от центра ядра.

Вычисленные по формуле (2.11) значения качественно согласуются с экспериментальными только для ядер, непосредственно примыкающих к ма-

этом же рисунке точками отмечены экспериментальные значения магнитных моментов ядер. Как видно, все экспериментальные моменты лежат между линиями Шмидта. В большом числе случаев экспериментальные точки лежат заметно ближе к одной линии, чем к другой, причем почти всегда более близкое значение соответствует предсказаниям оболочечной теории.

Таким образом, качественно поведение магнитных моментов хорошо объясняется оболочечной

гическим. Вдали от замкнутых оболочек величины квадрупольных моментов ядер во много раз (до 30) больше значений, даваемых оболочечной теорией. Отсюда следует, что квадрупольные моменты отдельных нуклонов, в отличие от моментов количества движения и магнитных моментов, не компенсируются, а, как говорят, когерентно (т. е. с одним и тем же знаком) складываются.

### 2.1.3 Обобщенная модель ядра

Обобщенная модель ядра была разработана в основном трудами Рейнвотера, О.Бора, Моттельсона, Хилла и Уиллера.

Самосогласованный сферически симметричный потенциал, используемый в модели ядерных оболочек, является результатом взаимодействия нуклонов между собой. Поэтому он не может быть абсолютно жестким, а должен зависеть от движения и взаимодействия отдельных нуклонов. Характер этой зависимости определяется количеством нуклонов сверх заполненных оболочек.

Для ядер с заполненными или почти заполненными оболочками сферически симметричный потенциал обладает высокой стабильностью по отношению к воздействию со стороны добавочных нуклонов. Поэтому потенциал и, следовательно, форма ядра остаются сферически симметричными. Возбужденные состояния этих ядер определяются одночастичными уровнями в сферически симметричном потенциале и квадрупольными колебаниями относительно равновесной сферической формы ядра.

С ростом числа добавочных нуклонов сверх заполненных оболочек влияние индивидуального движения нуклонов на самосогласованный потенциал усиливается. Появляется центробежное давление избыточных нуклонов на стенки ядра. В результате сферически симметричная форма ядра может оказаться нестабильной. А у несферического ядра появляется вращательная степень свободы, т.е. вращательные спектры уровней. Колебательные степени свободы сохраняются, но частота колебаний снижается. Изменяется также и одночастичная структура уровней.

Очень большое количество добавочных нуклонов (50-70% заполнения оболочек) оказывает влияние и на замкнутую сердцевину ядра, состоящую из нескольких заполненных оболочек, что приводит к глубоким колебаниям ядра в целом.

Рассмотрим структуру одночастичных уровней в несферическом аксиально симметричном потенциале. При переходе от сферически симметричного потенциала к несферическому квантовые числа  $l$  и  $j$  перестают быть сохраняющимися величинами. Проекция  $m_j$  момента на ось симметрии ядра остается интегралом движения, но уровни, соответствующие разным значениям  $|m_j|$ , уже имеют разные энергии. Как говорят, снимается вырождение по  $|m_j|$ . Вырождение по знаку  $m_j$  остается ввиду равноправия обеих ориентаций оси симметрии. При переходе к вращающемуся ядру величина  $m_j$  превращает-

ся в проекцию  $K$  момента на движущуюся ось симметрии. Одним из наиболее часто используемых несферичных потенциалов является нильсеновский

$$V(r) = \frac{1}{2} M (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + C \vec{l} \vec{s} + D \vec{l}^2, \quad (2.12)$$

где

$$\omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{2}{3} \beta \right), \quad \omega_z^2 = \omega_0^2 \left( 1 - \frac{4}{3} \beta \right),$$

$\omega_0, C, D$  – константы,  $\beta$  – параметр деформации.

На рисунке 2.6 приведен спектр уровней нуклона в нильсеновском потенциале при разных значениях параметра деформации  $\beta$ . Проследим характерные особенности этого спектра. Снятие вырождения по  $|m_j|$  приводит к увеличению общего числа различных уровней по сравнению со сферическим случаем. При росте параметра деформации уровни, соответствующие одной

оболочке, постепенно «расползаются». При деформациях порядка 0,3—0,4 оболочки начинают перекрываться. Это утрачивание оболочечных свойств при больших деформациях сохраняется и для несферичных потенциалов иной формы.

В адиабатическом приближении (когда коллективное вращение происходит гораздо медленнее одночастичных движений нуклонов) каждое состояние внутреннего движения не искажается при приведении ядра во вращение. Поэтому каждому состоянию внутреннего движения соответствует вращательная полоса  $E_{sp} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}$ , где  $I$  – момент инерции ядра,  $J=K, K+1, \dots$  – вращательное квантовое число.

В обобщенной модели хорошо объясняются электрические квадрупольные моменты ядер. Для моментов инерции получаются твердотельные значения, превышающие экспериментальные. Правильные значения моментов инер-

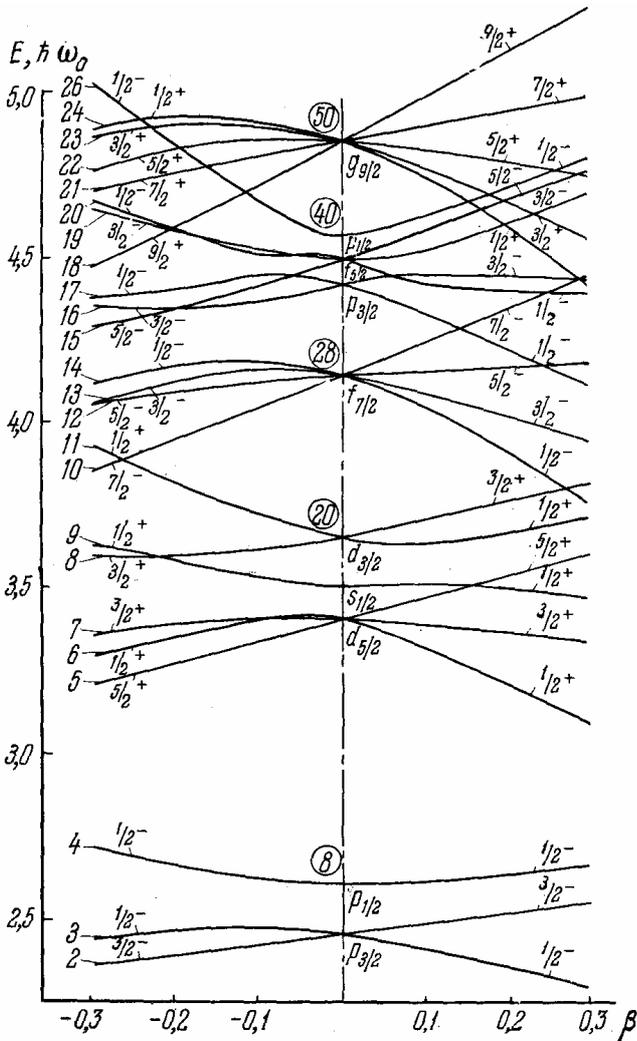


Рисунок 2.6 – Зависимость положения уровней в нильсеновском самосогласованном потенциале от деформации  $\beta$

ции получаются при учете спаривания нуклонов.

## 2.2 Практическое задание

Практическое задание построено на использовании соответствующей программы из пакета «Физика микромира на персональном компьютере»

### Содержание пунктов меню программы

#### *Введение*

Формулируется цель программы - выяснение главных аспектов структуры атомного ядра.

#### *Пространственные масштабы в ядерной физике*

В диалоговом режиме устанавливаются размеры нуклона, среднее расстояние между нуклонами и радиус действия ядерных сил.

#### *Движение нуклонов в ядре*

Этот пункт состоит из четырех экранов. На первом экране изображена статическая картина расположения нуклонов в сечении ядра. На этой картине можно видеть, что атомное ядро достаточно плотно упакованная система. Естественный характер движения нуклонов, предлагаемый этой картиной, изображен на втором экране: движение нуклонов напоминает движение молекулы в жидкости. Именно таким представляли движение нуклонов в ядре физики-ядерщики на заре развития ядерной физики ("модель жидкой капли"). Последующее развитие ядерной физики показало, однако, что нуклоны в ядре двигаются совсем иным образом – независимо в сформированном всеми ими самосогласованном потенциале. Основной чертой этого движения является существование оболочек. Статическая картина пространственного расположения нуклонов разных оболочек показана на третьем экране этого пункта меню. Характер движения нуклонов в  $1p$ -оболочке схематически представлен на четвертом экране.

#### *Экспериментальное подтверждение оболочечной структуры ядра*

Осуществляется "эксперимент" по современному доказательству оболочечной структуры атомного ядра. На первом экране этого пункта изображена схема эксперимента по изучению реакции  $(p, d)$  на ядре  $^{40}\text{Ca}$ . На схеме указывается энергия налетающих протонов, равная 100 МэВ. Измеряется энергетическое распределение вылетающих под разными углами дейтронов, а также их угловое распределение при разных энергиях.

На следующем экране дается старт началу набора статистики числа появляющихся дейтронов (началу эксперимента). Постепенно на экране формируются три максимума. После достижения достаточно четких их контуров набор статистики прекращается, и на экране высвечиваются средние значения энергий максимумов.

## Упражнение 1

Определить по данным эксперимента число нейтронных уровней и указать энергии этих уровней.

### *Самосогласованный потенциал*

Находится самосогласованный потенциал, в котором независимо друг от друга двигаются протоны и нейтроны. На экране приведено четыре потенциала: прямоугольная яма, осциллятор, диффузная яма и диффузная яма со спин-орбитальным взаимодействием. После выбора потенциала на экран вызывается схема уровней нуклонов в рассматриваемом потенциале. Оболочки отделены одна от другой пунктирной линией. Правильный потенциал должен давать правильные магические числа, т.е. правильные числа протонов и нейтронов во всех заполненных оболочках, включая произвольным образом выбранную верхнюю.

Процедура нахождения магических чисел состоит в следующем. Курсор (желтый прямоугольник) устанавливается на выбранном уровне. Затем находится правильное число нуклонов (протонов или нейтронов) на этом уровне и, в конечном счете, находятся магические числа.

## Упражнение 2

Определить магические числа для всех предлагаемых программой потенциалов.

### *Спины и четности основных состояний ядер*

Определяются спины и четности основных состояний ядер. Общий принцип нахождения следующий: четное число нуклонов каждого типа не дает вклада в спин или четность ядра. Соответственно, спин и четность ядра определяются "последним" нечетным нуклоном (ситуация является неопределенной, если числа протонов и нейтронов – нечетные). На экране задаются ядра, спины и четности которых нужно найти. Процедура нахождения спина и четности основных состояний следующая: сообразив, какой уровень занимает последний, нечетный нуклон, нужно навести на этот уровень курсор (желтый прямоугольник) и ввести данные. На экране появится спин и четность ядра, определяемые этим нуклоном. Программа дает оценку выбора.

## Упражнение 3

Определить спины и четности предлагаемых программой ядер.

### 2.3 Контрольные вопросы

- 1) Перечислите известные Вам модели ядра.
- 2) Расскажите о капельной модели ядра, ее достоинствах и недостатках.
- 3) Запишите и прокомментируйте формулу Вейцеккера.
- 4) Расскажите о модели оболочек, поясните, как формируется оболочечная структура уровней.
- 5) Какие результаты дает оболочечная модель для магнитных и квадрупольных моментов ядер?
- 6) Расскажите об обобщенной модели ядра.
- 7) Какова структура нуклонных уровней в несферичном потенциале?
- 8) Какие экспериментальные данные хорошо объясняются обобщенной моделью?

### 3 Счетчик Гейгера-Мюллера.

#### 3.1 Газонаполненные детекторы

Ионизационные камеры, пропорциональные счетчики, счетчики Гейгера-Мюллера – три типа наиболее старых, но широко применяющихся детекторов ядерного излучения. Каждый из них содержит камеру, наполненную газом, поэтому перечисленные приборы называются еще газонаполненными детекторами.

Кратко рассмотрим особенности действия этих трех типов счетчиков. На рисунке 3.1 изображена схема включения газонаполненного детектора с

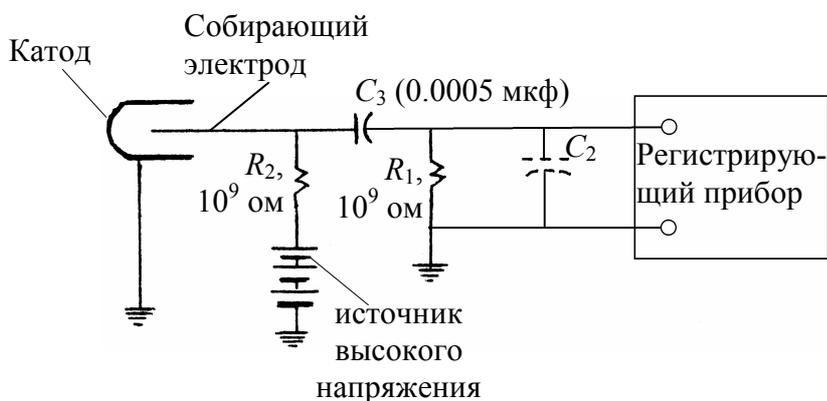


Рисунок 3.1 – Схема включения импульсного газонаполненного детектора

центральным электродом, изолированным от стенок камеры. Разность потенциалов  $V$  приложена между стенками и центральным электродом через сопротивление  $R_2$ .

Предположим, что попавшая ядерная частица создала в камере  $N$  пар ионов. Положительные и отрицательные заряды дви-

жутся внутри камеры по направлению к ее стенкам и к центральному электроду в соответствии с направлением электрического поля. На рисунке 3.2 показана зависимость от напряжения  $V$  величины заряда  $Q$ , появляющегося на обкладках конденсатора  $C_2$  при прохождении через камеру одной частицы при условии, что постоянная времени  $RC_2$  много больше времени собирания заряда в камере. Кривые 1 и 2 относятся к случаям, когда частица создает  $N_1$  и  $N_2$  пар ионов соответственно, причем  $N_2 > N_1$ . Эти кривые можно разбить на четыре основных участка. На участке I имеют место два конкурирующих процесса: собирание заряда на электродах камеры и рекомбинация ионов в газовом объеме. При возрастании электрического поля скорость движения ионов увеличивается, вероятность рекомбинации уменьшается и поле заряда, собранного на электродах растет.

При некотором напряжении все ионы, образовавшиеся в процессе ионизации, будут попадать на электроды, и количество электричества в импульсе не возрастает. Наступает ток насыщения. Этому соответствует горизонтальный участок II. Заряд, собранный на электродах, на этом участке определяется только ионизационной способностью первичного ионизатора. Так,  $\alpha$ -частице, обладающей большей ионизационной способностью, соответствует верхняя кривая. Участок II кривой называют областью ионизаци-

онной камеры. На этом участке счетчик работает как ионизационная камера, т.е. величина собранного на электродах заряда равна суммарному заряду электронов, образованных в процессе ионизации.

На участке III собранный в камере заряд увеличивается в  $M$  раз благодаря газовому усилению. Электроны, созданные в процессе первичной ионизации, ускоряясь, приобретают энергию, достаточную для вторичной ионизации. Суммарный заряд, собираемый на электродах камеры, увеличивается. В начале участка III коэффициент газового усиления не зависит от первоначальной ионизации, и амплитуда импульсов пропорциональна числу пар ионов, созданных заряженной частицей. Участок кривой, на котором имеется газовое усиление, но сохраняется зависимость между собираемым зарядом и первоначальной ионизацией, называется пропорциональной областью и используется при работе пропорциональных счетчиков. С возрастанием приложенного напряжения эта пропорциональность нарушается и в конце участка III величина импульсов становится независимой от величины первоначальной ионизации. Верхняя часть участка III называется областью ограниченной пропорциональности.

На участке IV собираемый заряд не зависит от первоначальной ионизации. Благодаря газовому усилению, заряд возрастает до величины, ограничиваемой характеристиками камеры и внешней цепи. Этот участок называется областью Гейгера-Мюллера. Счетчики, работающие в области IV, называются счетчиками Гейгера-Мюллера.

Счетчики Гейгера-Мюллера широко применяются для обнаружения и исследования различного рода радиоактивных и других ионизирующих излучений:  $\alpha$ - и  $\beta$ -частиц,  $\gamma$ -квантов, световых и рентгеновских квантов, частиц космического излучения и других. Нейтроны и  $\gamma$ -кванты регистрируются счетчиками Гейгера-Мюллера по вторичным ионизирующим частицам – протонам отдачи, фото- или комптоновским электронам, электронно-позитронным парам. Медленные электроны регистрируются по продуктам вызываемых ими ядерных реакций.

Основным достоинством счетчика Гейгера-Мюллера, обусловившим его столь широкое применение, является высокая чувствительность. Любая

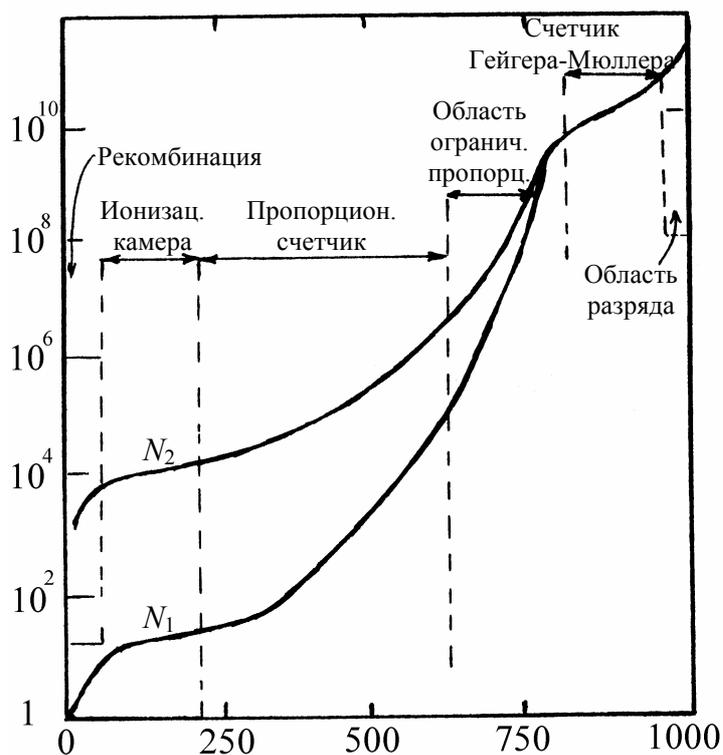


Рисунок 3.2 – Зависимость амплитуды импульса от величины приложенного напряжения

ионизирующая частица, проходящая через счетчик, будет зарегистрирована, если она создаст хотя бы одну пару ионов, которой оказывается достаточно для образования разряда.

Амплитуда импульсов от счетчика Гейгера-Мюллера обычно по порядку величины равна 1 Вольту. Следовательно, для электронносчетных устройств не требуется большого числа каскадов усиления.

Механизм работы счетчика Гейгера-Мюллера позволяет выполнить их в разнообразных вариантах в зависимости от назначения счетчика. На рисунке 3.3 приведены некоторые типичные конструкции счетчиков Гейгера-Мюллера.

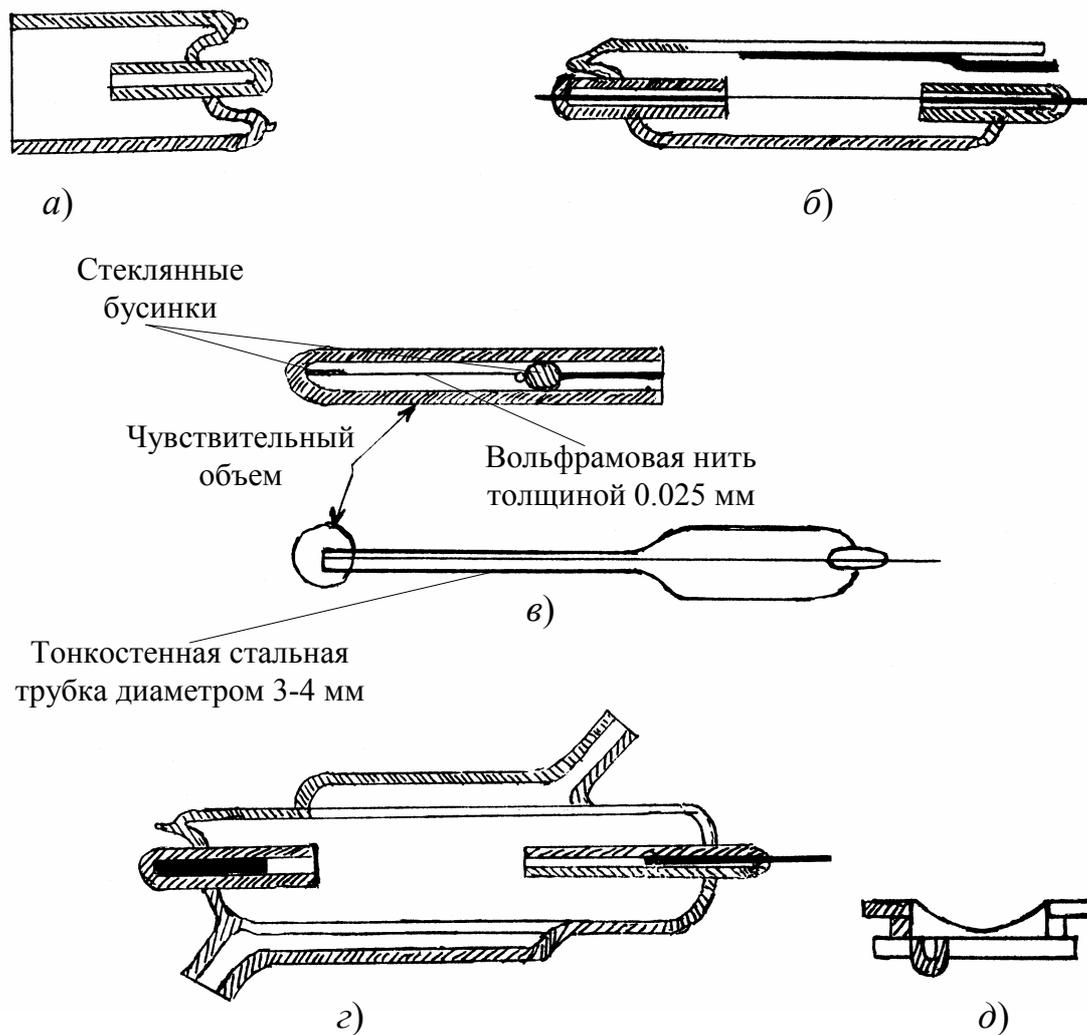


Рисунок 3.3 – Различные типы счетчиков Гейгера-Мюллера: а) торцевой, б) цилиндрический, в) игольчатый, г) счетчик с рубашкой, д) плоскопараллельный

Область применения счетчика Гейгера-Мюллера ограничена невозможностью использования счетчика для амплитудного анализа, так как амплитуда импульсов на выходе счетчика Гейгера-Мюллера, как уже говорилось, не зависит от первоначальной ионизации, вызвавшей этот импульс. Подобные ограничения не свойственны сцинтилляционным счетчикам и другим

детекторам, в которых сигнал на выходе зависит от величины энергии, потерянной частицей в детекторе.

## **3.2 Принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера**

### **3.2.1 Устройство счетчика Гейгера-Мюллера**

Счетчик Гейгера-Мюллера представляет собой газоразрядный промежуток с сильно неоднородным электрическим полем. Чаще всего применяются счетчики с коаксиально располагающимися цилиндрическими электродами: внешний цилиндр – катод, а тонкая нить, натянутая по его оси – анод. Внутренний или собирающий электрод представляет собой тонкую прямую проволоку диаметром  $\sim 0,1$  мм, оба конца которой укреплены на изоляторах. Этот электрод часто изготавливают из вольфрама, так как из этого материала можно получить прочную и однородную проволоку малого диаметра. Другой электрод (катод) составляет обычно часть внешней оболочки счетной трубки. Если стенки трубки стеклянные, то ее внутреннюю поверхность покрывают проводящим слоем (медь, вольфрам, сталь, нихром и т.д.), который служит катодом.

Электроды располагаются в герметическом резервуаре, наполненном каким-либо газом (гелий, аргон и др.) под давлением 100-200 мм рт. ст. Газы, используемые для наполнения счетчиков, должны обладать достаточно малым коэффициентом прилипания электронов, то есть, чтобы перенос отрицательных зарядов в счетчике осуществлялся свободными электронами.

Для регистрации частиц, обладающих малым пробегом ( $\alpha$ -частицы, электроны) в резервуаре счетчика делается окно, через которое частицы попадают в рабочий объем.

### **3.2.2 Схема включения счетчика**

Обычная схема включения счетчика Гейгера-Мюллера показана на рисунке 3.1. Напряжение между собирающим электродом и катодом счетчика подается от высоковольтного источника питания. Приведенная на рисунке 3.1 схема включения счетчика имеет то преимущество, что катод счетчика поддерживается под потенциалом Земли. Собирающий электрод имеет высокий положительный потенциал относительно Земли. Конденсатор  $C_3$  разделяет высоковольтную цепь питания счетчика и входную цепь электронной схемы. Сопротивление, включенное последовательно с источником питания, отделяет собирающий электрод от источника питания. Благодаря этому сопротивлению, потенциал нити во время разрядки снижается. Величина этого сопротивления ( $R \sim 10^8 - 10^9$  Ом) подбирается такой, чтобы поддержать пониженное напряжение на аноде до тех пор, пока положительные ионы не дойдут до катода и не нейтрализуются на нем.

### **3.2.3 Счетная характеристика**

Счетная характеристика представляет собой зависимость скорости счета от приложенного напряжения при неизменной интенсивности ионизирующего излучения (рисунок 3.4). При правильно выбранных рабочих условиях эта кривая имеет горизонтальный участок, называемый «плато», протяженностью в несколько сот вольт с небольшим наклоном (обычно несколько процентов на 100 вольт).

Напряжение начала счета (порог счета) соответствует минимальным

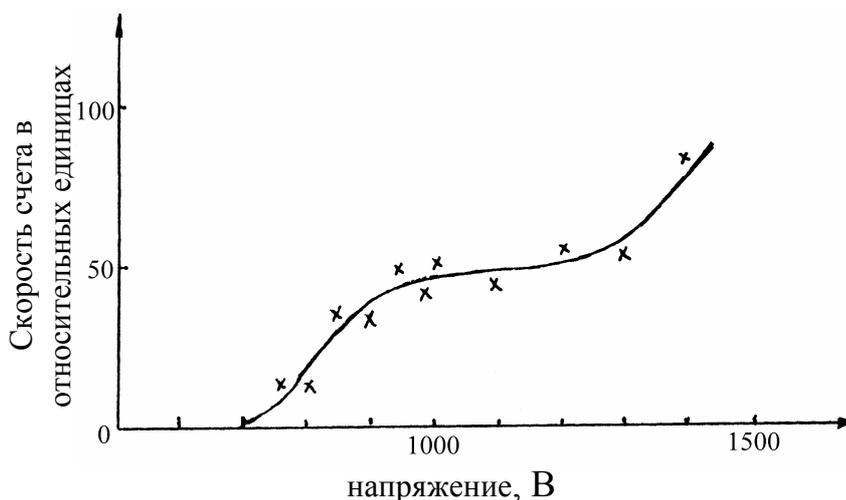


Рисунок 3.4 – Счетная характеристика счетчика Гейгера-Мюллера

амплитудам импульсов, пропускаемых дискриминатором. Величина этого напряжения зависит от многих причин, главными из которых являются диаметр нити анода, род газов, входящих в состав смеси, давление газа. На начальном участке счетной характеристики быстрый рост числа импульсов объясняется тем, что счетчик рабо-

тает в области ограниченной пропорциональности, где возникновение разряда в счетчике зависит от числа первоначально образованных пар ионов.

Начиная с некоторого напряжения, скорость счета практически не зависит от приложенного напряжения, так как здесь каждая ионизирующая частица вызывает импульс с достаточной для регистрации амплитудой (для вспышки разряда достаточно одной пары ионов). Скорость счета здесь определяется числом актов ионизации, происходящих в рабочем объеме счетчика.

Количественно правильная регистрация излучения, очевидно, может производиться только со счетчиками, имеющими плато. Наличие последнего выясняется путем снятия счетной характеристики. Полученная счетная характеристика позволяет судить о наличии рабочего напряжения, протяженности и наклоне плато.

Рабочее напряжение, протяженность и наклон плато зависят от природы газа, наполняющего счетчик, а для данного газа – от его давления и конструкции счетчика (диаметр катода, толщина нити анода). При повышении давления газа рабочее напряжение, как правило, увеличивается. Рабочее напряжение галогенных счетчиков равно обычно 300–400 В, а для счетчиков, не имеющих галогенной добавки, оно составляет 800 В и выше. Причинами наклона плато является наличие вторичных электронов, создающих ложные импульсы, и изменение чувствительности объема счетчика с ростом напряжения.

### 3.2.4 Механизм разряда в несамогасящемся счетчике Гейгера-Мюллера

При появлении в рабочем объеме счетчика ионов они начинают двигаться под действием электрического поля к электродам. Электроны, двигаясь к нити, попадают в область с большой напряженностью электрического поля, где они начинают ускоряться до скоростей, достаточных для возбуждения и ударной ионизации атомов газа, с которыми они сталкиваются.

Каждый электрон на своем пути к аноду создает некоторое количество пар ионов и возбужденных атомов. Если каждый электрон создает лавину из  $m$  электронов (в среднем), то при начальном числе  $n$  пар ионов первая лавина, приходящая на анод счетчика, состоит уже из  $nm$  электронов. В то же время возбужденные атомы и молекулы газа высвечиваются, испуская фотоны (ультрафиолетовое излучение). Если каждый электрон на своем пути к аноду создает  $\mu$  возбужденных атомов газа, то будет испущено  $n\mu$  фотонов. Некоторая доля  $\eta$  этих фотонов попадает на катод счетчика и вырывает из его поверхности фотоэлектроны. Число вырванных с поверхности катода электронов в среднем равно  $n\mu\eta = n\alpha$ . Эти электроны, двигаясь к аноду, создают вторую лавину из  $n\alpha m$  электронов, а из катода вырывается фотонами новая партия из  $n\alpha^2$  электронов и т.д. Через разрядный промежуток счетчика проходит последовательная серия электронных лавин:

$$N = nm + \alpha nm + \alpha^2 nm + \dots = nm(1 + \alpha + \alpha^2 + \dots).$$

Положительные ионы могут также вырвать с поверхности катода электроны.

В гейгеровской области  $\alpha > 1$  и ток электронов, протекающий через счетчик, сразу же после возникновения первичной ионизации начинает возрастать по экспоненциальному закону:

$$i = i_0 \exp(t/\tau),$$

где  $\tau$  - время движения электронов от катода к аноду ( $\tau \approx 10^{-8} - 10^{-7}$  с).

Так как положительные ионы в объеме счетчика (число их равно числу электронов) движутся значительно медленнее электронов, в разрядном промежутке быстро образуется большой положительный объемный заряд. Распределение поля между анодом и катодом изменяется, и коэффициенты  $m$  и  $\mu$  уменьшаются, так что  $\alpha$  делается равным или меньшим 1. Возрастание тока в счетчике прекращается. Он достигает своего максимального значения  $i = \frac{V - V_z}{R_e}$ , где  $V_z$  - начальный потенциал зажигания газового разряда (для несамогасящихся счетчиков среднего размера  $V_z=500-1000$ В),  $R_e$  - внутреннее сопротивление газоразрядного промежутка, зависящее от величины счетчика, отношения диаметров анода и катода, сорта газа и давления

( $R_e \approx 10^6 - 10^7$  Ом). Такой счетчик, очевидно, не пригоден для работы, так как он способен зарегистрировать только одну частицу. Необходимо принять специальные меры для гашения разряда, для того, чтобы счетчик мог регистрировать другие попадающие в него частицы.

### 3.2.5 Гашение разряда

#### Внешняя схема гашения разряда

В счетчиках, наполненных простыми газами, положительные ионы проходят весь путь до катода и нейтрализуются вблизи него, вырывая электроны из металла. Эти дополнительные электроны могут привести к возникновению следующего разряда, если не принять мер для его предупреждения и гашения.

К гашению разряда в счетчике, изображенном на рисунке 3.1, приводит включение в цепь анода счетчика сопротивления  $R_2$ , имеющего величину  $\sim 10^9$  Ом. При наличии такого сопротивления разряд в счетчике прекращается, когда напряжение между анодом и катодом снижается из-за собирания электронов на аноде до величин, меньших тех, которые необходимы для поддержания разряда. Это происходит благодаря тому, что постоянная времени входной цепи много больше времени собирания положительных ионов. Существенным недостатком приведенной схемы является низкая разрешающая способность, порядка  $10^{-3}$  с и более.

#### Самогасящиеся счетчики

В настоящее время несомогасящиеся счетчики применяются редко, так как разработаны хорошие самогасящиеся счетчики. Очевидно, чтобы прекратить разряд в счетчике, необходимо устранить причины, которые поддерживают разряд после прохождения ионизирующей частицы через объем счетчика. Таких причин две. Одна из них – ультрафиолетовое излучение, возникающее в процессе разряда. Фотоны этого излучения играют двойную роль в процессе разряда. Их положительная роль в самогасящемся счетчике – распространение разряда вдоль нити счетчика, отрицательная – в вырывании фотоэлектронов из катода, приводящем к поддержанию разряда. Другой причиной возникновения вторичных электронов с катода является нейтрализация на катоде положительных ионов большой энергии. В нормально работающем счетчике разряд должен обрываться на первой лавине.

Наиболее распространенный способ быстрого гашения разряда состоит в добавлении к основному газу, наполняющему счетчик, другого газа, способного гасить разряд. Счетчик с таким наполнением и называется самогасящимся. Так, при наполнении счетчика, к инертным газам добавляют некоторые органические многоатомные газы с низкими ионизационными потенциалами и малыми коэффициентами прилипания электронов (например, па-

ры спирта). Молекулы подобных газов поглощают ультрафиолетовое излучение, сопровождающее разряд, а при столкновении с положительными ионами инертных газов нейтрализуют их и переводят их из возбужденного состояния в основное (энергия ионизации аргона 15,7 эВ, паров спирта –11,3 эВ). В результате на катод счетчика поступают не ионы инертных газов, а ионы органических молекул, обладающие меньшей энергией. При подходе к поверхности катода ионы органических молекул (в дальнейшем – спирта) нейтрализуются. Остаток энергии молекула спирта могла бы отдать двумя способами: испустить фотон или затратить энергию на вырывание электрона. Однако, ни того, ни другого не произойдет, потому что время жизни возбужденной молекулы спирта, до того как она диссоциирует, всего лишь  $10^{-13}$  с. Время жизни по отношению к излучению составляет  $10^{-7}$  с, а время, необходимое для того, чтобы молекула спирта подошла к катоду –  $10^{-12}$  с. Из этого следует, что возбужденная молекула спирта распадается на составные части (отдельные атомы или более мелкие молекулы) значительно раньше, чем успевает испустить фотон или подойти к поверхности катода.

Таким образом, используя органические многоатомные газы, добиваются эффективного гашения разряда после первой лавины.

### **Галогенные счетчики**

В процессе гашения многоатомные молекулы гасящей примеси распадаются на более мелкие молекулы. Молекулы спирта распадаются на молекулы ацетилен, метана, кислорода и др. В счетчике средних геометрических размеров имеется около  $10^{20}$  молекул спирта. Так как при каждом разряде в таком счетчике диссоциирует  $\sim 10^{10}$  ионов спирта, то через  $10^{10}$  импульсов все молекулы распадутся. Это приводит к старению счетчика, которое замечается по изменению его свойств: увеличению наклона плато, увеличению потенциала зажигания разряда и др.

Свободны от этого недостатка так называемые галогенные счетчики – разновидность самогасящихся счетчиков. В галогенных счетчиках Гейгера-Мюллера к благородному газу добавляется очень малое количество галогена (брома или хлора). Типичным является добавление в неон 0,1% хлора. Механизм гашения в галогенных счетчиках аналогичен этому же процессу в счетчиках с органическими примесями с той разницей, что гасящий газ в процессе гашения не расходуется. При гашении разряда двухатомные молекулы галогена диссоциируют, однако, благодаря процессу рекомбинации, количество галогенного газа все время поддерживается, что удлиняет срок службы счетчика.

Интересным свойством галогенных счетчиков, наполненных неоном, (потенциал ионизации 21,5 эВ) является низкое рабочее напряжение  $\sim 300$  В. Эти низковольтные галогенные счетчики содержат малые примеси аргона (0,1%) и галогена (0,1%, энергия ионизации –13 эВ). В неоне первое возбужденное состояние с энергией 16,57 эВ является метастабильным. В сравнительно малых электрических полях происходит накопление возбужденных

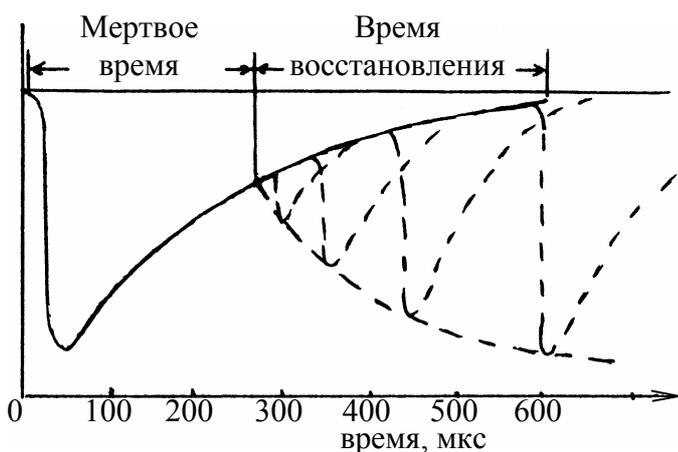
атомов неона, которые приобретают энергию в столкновениях с электронами. Возбужденные атомы неона передают энергию возбуждения атомам аргона за счет соударений второго рода. В результате атомы аргона ионизируются, что и обеспечивает нарастание числа электронов. Поэтому такой счетчик работает при низком напряжении, необходимом для перевода атомов неона в метастабильное состояние. Небольшая добавка галогена необходима для гашения разряда.

Достоинством галогенных счетчиков является также возможность включения их в токовом режиме. Счетчики в токовом режиме применяются для измерений радиоактивного излучения больших интенсивностей.

### 3.2.6 Разрешающее время счетчиков Гейгера-Мюллера

В течение некоторого промежутка времени, непосредственно следующего за разрядом, электрическое поле в счетчике из-за наличия чехла положительных ионов имеет меньшую величину. Импульсы, которые создаются частицами, попадающими в это время в счетчик, имеют соответственно меньшую амплитуду (рисунок 3.5).

Частицы, попавшие в счетчик в начальной стадии развития разряда, вообще не регистрируются. Этот интервал носит название мертвого



времени счетчика  $\tau$ . Промежуток времени, необходимый для полного восстановления величины импульса после окончания мертвого времени, носит название времени восстановления.

Мертвое время определяет минимальный промежуток времени, которым должны быть разделены пролеты ядерных частиц через счетчик для того, чтобы они были зарегистрированы отдельно.

Рисунок 3.5 – Мертвое время и время восстановления типичного счетчика Гейгера-Мюллера

Типичное значение мертвого времени – порядка  $10^{-4}$  с. Наблюдаемая скорость счета  $m$  и истинная скорость счета  $n$  (то есть та скорость, которая наблюдалась бы в том случае, если бы разрешающее время  $\tau$  имело пренебрежимо малую величину) связаны соотношением:

$$n = \frac{m}{1 - m\tau} \quad (3.1)$$

Разрешающее время счетной системы можно определить экспериментально методом нескольких источников. Пусть имеется установка с  $N$  источниками, расположенными по окружности. Счетчик располагается в центре

установки. Производится сравнение скоростей счета отдельных источников с суммарной скоростью счета от тех же источников, открытых одновременно.

Предположим, что  $n_i$ - истинная скорость счета, обусловленная  $i$ - источником за вычетом фона ( $i=1,2,\dots,N$ ). Пусть  $m_i$ - измеренная скорость счета от  $i$ -го источника за вычетом фона, а  $n_\Sigma$  и  $m_\Sigma$  - истинная и измеренная суммарная скорость счета от всех  $N$  источников за вычетом фона. Тогда

$$\sum n_i = n_\Sigma,$$

но, согласно (3.1)

$$n_i = \frac{m_i}{1 - m_i \tau}; \quad n_\Sigma = \frac{m_\Sigma}{1 - m_\Sigma \tau}.$$

Пользуясь приближенными равенствами

$$\frac{m_i}{1 - m_i \tau} \approx m_i + m_i^2 \tau \quad \text{и} \quad \frac{m_\Sigma}{1 - m_\Sigma \tau} \approx m_\Sigma + m_\Sigma^2 \tau,$$

получаем

$$\sum_{i=1}^N m_i + \tau \sum_{i=1}^N m_i^2 = m_\Sigma + m_\Sigma^2 \tau.$$

И окончательно

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^N m_i - m_\Sigma}{m_\Sigma^2 - \sum_{i=1}^N m_i^2}. \quad (3.2)$$

Если все измерения проводились за один и тот же интервал времени, то в вышеприведенной формуле скорость счета  $m_i$  и  $m_\Sigma$  можно заменить на число сосчитанных импульсов  $M_i$  и  $M_\Sigma$  за этот интервал времени

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^N M_i - M_\Sigma}{M_\Sigma^2 - \sum_{i=1}^N M_i^2}. \quad (3.3)$$

Для увеличения точности в определении величины мертвого времени необходимо измерять величины  $M_i$  и  $M_\Sigma$  с хорошей статистической точностью.

### 3.2.7 Эффективность счетчика Гейгера-Мюллера

Эффективностью счетчика называется отношение числа регистрируемых частиц или квантов к полному числу проходящих через него частиц.

Счетчики Гейгера-Мюллера не обладают 100% эффективностью при регистрации частиц или  $\gamma$ -квантов. Это обусловлено тем, что частица, прошедшая через счетчик, может не создать даже одной пары ионов (либо ионы

продиффундируют в нерабочую область). Тем не менее, эффективность счетчика к электронам может достигать высоких значений (99% и даже 99,9%).

Регистрация  $\gamma$ -лучей счетчиком Гейгера-Мюллера осуществляется через посредство быстрых электронов, образующихся при поглощении или рассеянии  $\gamma$ -квантов в основном в стенках счетчика (незначительно в газе). Эффективность счетчика для  $\gamma$ -лучей зависит от материала стенок (катода) и энергии  $\gamma$ -квантов. В области энергий от 0,1 МэВ до 1,5 МэВ, где электроны выбиваются из стенок катода главным образом в результате комптон-эффекта, материал стенок счетчика не сильно влияет на эффективность, так как пробег электронов приблизительно обратно пропорционален атомному номеру  $Z$ , а сечение комптон-эффекта пропорционально  $Z$ .

В области меньших энергий, когда основным процессом вырывания электронов  $\gamma$ -квантами является фотоэффект, целесообразно применять счетчики со стенками из материала с большим  $Z$ , так как сечение фотоэффекта пропорционально  $Z^5$ .

Эффективность счетчика для  $\gamma$ -лучей обычно составляет 1%.

### 3.3 Методика решения задач

При решении некоторых задач понадобятся следующие формулы теории ошибок.

Распределение Пуассона:

$$p(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}, \quad (3.4)$$

где  $p(n)$  – вероятность совершения  $n$  случайных событий в течение некоторого промежутка времени, среднее число событий для которого  $\langle n \rangle$ .

Гауссово (нормальное) распределение:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3.5)$$

где  $\varepsilon = |n - \langle n \rangle|$  – отклонение от среднего,  $\sigma = \sqrt{\langle n \rangle} \approx \sqrt{n}$  средняя квадратическая погрешность отдельного измерения. Если под  $n$  понимается скорость счета, то в формулу среднеквадратической погрешности нужно подставлять  $n/t$ , где  $t$  – время измерения, чтобы погрешность была той же размерности, что и скорость счета.

Средняя квадратическая погрешность суммы или разности независимых измерений:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots}, \quad (3.6)$$

где  $\sigma_i$  – средние квадратические погрешности независимых измерений.

Относительная погрешность измерения:

$$\eta = \sigma/n = 1/\sqrt{n} \quad (3.7)$$

Задача 1. Среднее значение скорости счета импульсов от исследуемого радиоизотопа с большим периодом полураспада составляет  $\langle n \rangle = 100,0$  имп/мин. Определить вероятность получения скорости счета  $n = 105,0$  имп/мин и вероятность того, что абсолютное отклонение от среднего числа имеет величину, большую  $5,0$  имп/мин.

Решение. По условию отклонение от средней скорости счета  $\varepsilon_0 = |n - \langle n \rangle| = 5,0$  имп/мин. Среднеквадратическая погрешность скорости счета  $\sigma = \sqrt{\langle n \rangle} / 1 \text{ мин} = 10,0$  имп/мин. С помощью распределения Гаусса (3.5) находим вероятность получения скорости счета  $105$  имп/мин  $p(\varepsilon_0) = 0,035$ .

Вероятность того, что абсолютное отклонение от среднего имеет значение большее  $\varepsilon_0$ , определяется интегралом

$$p(\varepsilon > \varepsilon_0) = 2 \int_{\varepsilon_0}^{\infty} p(\varepsilon) d\varepsilon = 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\varepsilon_0/\sigma} \exp(-x^2/2) dx = 0,62.$$

Задача 2. Показать, что при наличии фона, интенсивность которого равна интенсивности исследуемого излучения, необходимо зарегистрировать в 6 раз больше импульсов, чтобы обеспечить ту же точность измерения исследуемого излучения, что и без фона.

Решение. Пусть без фона зарегистрировано  $N_u$  импульсов. Соответственно относительная среднеквадратическая погрешность  $\eta_0 = 1/\sqrt{N_u}$ . С фоном регистрируется  $N_{uf}$  импульсов. По условию интенсивность фона равна интенсивности излучения, поэтому  $N_{uf} = N_u + N_\phi = 2N_\phi$ , где  $N_\phi$  — число импульсов фона. Тогда относительная погрешность измерения при наличии фона согласно формулам (3.6) и (3.7) равна

$$\eta = \frac{\sqrt{N_{uf} + N_\phi}}{N_{uf} - N_\phi} = \frac{\sqrt{N_{uf} + N_{uf}/2}}{N_{uf} - N_{uf}/2} = \sqrt{\frac{6}{N_{uf}}}.$$

Приравняв  $\eta$  и  $\eta_0$ , найдем  $N_{uf} = 6N_u$ .

Задача 3. Скорость счета импульсов фона  $n_\phi = 15$  имп/мин, а скорость счета исследуемого препарата при наличии фона  $n_{uf} = 60$  имп/мин. Пусть  $t_\phi$  и  $t_{uf}$  — время измерения фона и исследуемого препарата при наличии фона. Найти оптимальное отношение  $t_\phi/t_{uf}$ , при котором точность определения скорости счета от самого препарата будет максимальной для заданного полного времени измерения  $(t_\phi + t_{uf})$ .

Решение. Запишем выражение для среднего квадратического отклонения скорости счета исследуемого источника:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{n_{u\phi}}{t_{u\phi}} + \frac{n_\phi}{t_\phi}},$$

скорости счета импульсов фона и препарата при наличии фона необходимо разделить на время измерения, чтобы среднее квадратическое отклонение имело размерность имп/мин. Теперь вычислим полный дифференциал квадрата  $\sigma_u$

$$2\sigma_u d\sigma_u = -\frac{n_{u\phi}}{t_{u\phi}^2} dt_{u\phi} - \frac{n_\phi}{t_\phi^2} dt_\phi.$$

Так как полное время измерения задано, то  $dt_{u\phi} + dt_\phi = 0$ . Из условия минимума погрешности  $d\sigma_u = 0$  найдем  $t_\phi/t_{u\phi} = \sqrt{n_\phi/n_{u\phi}} \approx 1/2$ .

### 3.4 Задачи для самостоятельной работы

1) При измерении активности некоторого препарата счетчик дает в среднем 6 имп/мин. Оценить с помощью распределения Пуассона (3.4) вероятность того, что скорость счета будет иметь значения между 9 и 11 имп/мин.

Ответ.  $\Delta p \approx p(n)\Delta n = 0,08$ .

2) Предполагается провести 2000 измерений активности препарата в течение одинаковых промежутков времени. Среднее число импульсов за время каждого измерения равно 10,0. Считая время проведения всех измерений малым по сравнению с периодом полураспада исследуемого радиоизотопа, определить число измерений, в которых следует ожидать точно 10 и 5 импульсов.

Ответ.  $2,5 \cdot 10^2$  и  $0,8 \cdot 10^2$ .

3) Вычислить вероятность получения абсолютной погрешности измерения, превосходящей: а)  $\sigma$  и б)  $2\sigma$ , где  $\sigma$  — среднее квадратическая погрешность.

Ответ а) 0,32; б) 0,046.

4) Счетчик, находящийся в поле исследуемого излучения, зарегистрировал 3600 импульсов за 10 мин. Найти а) среднее квадратическую погрешность в скорости счета, имп/мин; б) продолжительность измерения, обеспечивающую определение скорости счета с относительной погрешностью 1,00%.

Ответ. а) 6 имп/мин; б) 28 мин.

5) При измерении интенсивности исследуемого излучения (вместе с фоном) счетчик зарегистрировал 1700 импульсов за 10,0 мин. Отдельное измерение фона дало 1800 импульсов за 15,0 мин. Найти скорость счета (имп/мин), обусловленную исследуемым излучением, и ее среднее квадратическую погрешность.

Ответ.  $50 \pm 5$  имп/мин.

б) Используя данные задачи №3 пункта 3.3, найти минимальные значения  $t_\phi$  и  $t_{u\phi}$  при которых точность определения скорости счета от самого препарата  $\eta = 0,050$ .

$$\text{Ответ. } t_\phi = \frac{n_\phi + \sqrt{n_\phi n_{u\phi}}}{\eta^2 (n_{u\phi} - n_\phi)^2} = 7 \text{ мин}, \quad t_{u\phi} = \frac{n_{u\phi} + \sqrt{n_\phi n_{u\phi}}}{\eta^2 (n_{u\phi} - n_\phi)^2} = 14 \text{ мин}.$$

7) Счетчик Гейгера - Мюллера с разрешающим временем  $\tau = 0,2$  мс зарегистрировал  $n = 3,0 \cdot 10^4$  имп/мин. Определить истинное число  $N$  частиц, прошедших через счетчик в одну минуту.

$$\text{Ответ. } N = \frac{n}{1 - n\tau} = 3,3 \cdot 10^4.$$

8) Какая доля частиц, проходящих через счетчик с разрешающим временем  $\tau = 1,0$  мкс не будет зарегистрирована при скорости счета  $n = 100$  и  $1,0 \cdot 10^5$  имп/с?

$$\text{Ответ. } 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ и } 0,09$$

9) При измерении активности некоторого препарата с фоном счетчик Гейгера — Мюллера, разрешающее время которого  $0,20$  мс, зарегистрировал  $1000$  имп/сек. Отдельное измерение фона этим же счетчиком дало  $600$  имп/сек. Определить число частиц от исследуемого препарата, которые проходят через счетчик в  $1$  с.

$$\text{Ответ. } N_u = n_{u\phi} / (1 - \tau n_{u\phi}) - n_\phi / (1 - \tau n_\phi) = 5,7 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}.$$

10) Вблизи счетчика поместили два радиоактивных источника. При попеременном закрывании экраном то одного, то другого источника счетчик дает соответственно  $n_1$  и  $n_2$  имп/с. При совместном действии обоих источников —  $n_{12}$  имп/с. Определить разрешающее время данного счетчика.

$$\text{Ответ. } \tau = \frac{1}{n_{12}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{n_{12}(n_1 + n_2 - n_{12})}{n_1 n_2}} \right) \approx \frac{n_1 + n_2 - n_{12}}{2n_1 n_2}. \quad \text{Последнее}$$

справедливо при достаточно малом  $\tau$ , когда  $n_1 + n_2$  мало отличается от  $n_{12}$ .

11) Число частиц, проходящих в единицу времени через счетчик, равно  $N$ . Определить число импульсов в единицу времени на выходе регистрирующего устройства счетчика, если известно разрешающее время счетчика  $\tau_1$  и разрешающее время регистрирующего устройства  $\tau_2$ . Рассмотреть случаи: а)  $\tau_1 > \tau_2$ ; б)  $\tau_1 < \tau_2$ .

Ответ. а) В этом случае регистрирующее устройство регистрирует все импульсы счетчика и  $n = N / (1 + \tau N)$ ;

б) Число импульсов, даваемых счетчиком  $n_1 = N / (1 + \tau_1 N)$ . Из них регистрирующее устройство регистрирует

$$n_2 = n_1 / (1 + \tau_2 n_1) = N / (1 + (\tau_1 + \tau_2) N).$$

12) В сцинтилляционном счетчике с фотоумножителем время высвечивания сцинтиллятора  $\tau_1 = 6$  нс, разрешающее время самого фотоумножителя

$\tau_2 = 30$  нс. Определить число электронов, падающих на сцинтиллятор в 1 с, если число импульсов на выходе фотоумножителя  $n = 5,0 \cdot 10^6$  имп/с.

Ответ.  $N = n / (1 - (\tau_1 + \tau_2)n) = 6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ .

### 3.5 Контрольные вопросы

- 1) Расскажите о принципе работы газонаполненных детекторов.
- 2) Каково устройство счетчика Гейгера-Мюллера?
- 3) Опишите схему включения счетчика.
- 4) Что называют счетной характеристикой?
- 5) Каков механизм разряда в несамогасящемся счетчике?
- 6) Расскажите о методах гашения разряда.
- 7) Какое время называется мертвым временем, какое – временем восстановления?
- 8) Расскажите о методе определения разрешающего времени.
- 9) Что называют эффективностью счетчика?

## 4 Прохождение тяжелых заряженных частиц через вещество

### 4.1 Взаимодействие $\alpha$ -частиц с веществом

$\alpha$ -частицы представляют собой тяжелые заряженные частицы – ядра гелия с зарядом  $Z = +2e$  и массовым числом  $A = 4$ . Двигаясь в веществе, заряженные частицы взаимодействуют с электронами и ядрами среды, через которую проходят. Основными силами взаимодействия являются кулоновские силы, основными процессами взаимодействия для тяжелой частицы – процессы упругого рассеяния и ионизационного торможения.

#### 4.1.1 Упругое рассеяние

Упругим рассеянием называется такой процесс взаимодействия двух частиц, при котором суммарная кинетическая энергия двух частиц сохраняется и происходит лишь перераспределение ее между частицами. При этом сами частицы изменяют направление своего движения, т.е. происходит процесс рассеяния.

Проходя через вещество,  $\alpha$ -частицы не рассеиваются на электронах среды из-за своей большей массы. Столкновения  $\alpha$ -частиц с ядрами, напротив, приводят к значительному рассеянию их.

Упругое рассеяние заряженной частицы на тяжелом ядре, как известно, определяется формулой Резерфорда:

$$N(\varphi) = \frac{1}{4} N n d \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\varphi}{2}}, \quad (4.1)$$

где  $N(\varphi)$  – число частиц, рассеянных в единице телесного угла под углом  $\varphi$ ,

$N$  – число частиц, падающих на  $1 \text{ см}^2$  мишени в  $1 \text{ с}$ ,

$n$  – число ядер в  $1 \text{ см}^3$ ,

$d$  – толщина мишени,

$Z_2$  – заряд ядра-рассеивателя,

$Z_1$  – заряд частицы,

$m$  – масса частицы,

$v$  – ее скорость.

Формула Резерфорда была проверена экспериментально, и оказалось, что она хорошо совпадает с опытом для широкого диапазона рассеивающих ядер, углов рассеяния и скоростей  $\alpha$ -частиц. Наблюдение процесса рассеяния производилось, обычно, либо с помощью счетчика Гейгера-Мюллера, либо, при изучении рассеяния  $\alpha$ -частиц в газах, с помощью камеры Вильсона. Одна из фотографий следов  $\alpha$ -частиц в камере Вильсона, наполненной кислородом, приведена на рисунке 4.1.

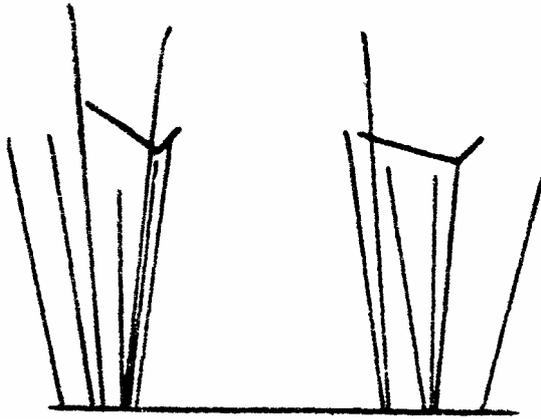


Рисунок 4.1 – Следы  $\alpha$ -частиц в кислороде в камере Вильсона

На фотографии отчетливо видны две «вилки», образованные  $\alpha$ -частицей, рассеявшейся на ядре, и ядром отдачи.

Интересно отметить, что опыты по изучению рассеяния  $\alpha$ -частиц сыграли историческую роль в развитии представлений о строении атомов. Основываясь на наблюдении больших углов рассеяния  $\alpha$ -частиц ( $>90^\circ$ ), Резерфорд выдвинул предположение о том что весь положительный заряд атома и почти вся его масса сосредоточены в очень малом объеме с радиусом порядка  $10^{-13}$  см. Отсюда и возникла впервые "ядерная" модель

атома, согласно которой атом подобен планетарной системе: в центре - ядро, вокруг которого обращаются электроны.

Вывод формулы (4.1) был основан на следующих предположениях.

1) Считалось, что между частицей и ядром действуют только кулоновские силы. В действительности помимо кулоновских сил между частицей и ядром при малых прицельных параметрах (большие углы рассеяния) могут действовать ядерные силы. Опыты по изучению рассеяния  $\alpha$ -частиц больших энергий на ядрах показали, что существуют отступления от формулы Резерфорда, и характер этих отступлений позволил сделать определенные заключения о некоторых особенностях ядерных сил.

2) В формуле (4.1) не учитывается экранирование ядра атомными электронами. Между тем это экранирование является существенным для малых углов рассеяния, когда частица пролетает на больших расстояниях от ядра. Поэтому для очень малых углов рассеяния формула (4.1) должна быть уточнена.

3) При выводе формулы (4.1) предполагалось, что масса налетающей частицы значительно меньше массы ядра. В этом случае частица при столкновении с ядром практически не теряет энергии, а лишь меняет направление движения, ядро остается неподвижным, и процесс рассеяния удобно рассматривать в лабораторной системе координат (л.с.к.). В общем случае рассеяния частиц со сравнимыми массами л.с.к. оказывается неудобной. Процесс рассеяния в этом случае удобнее анализировать в системе центра инерции (с.ц.и.). При этом формула, описывавшая рассеяние, оказывается такой же, как и в случае  $m \ll M$ , с той лишь разницей, что вместо угла  $\varphi$  должен

стоять угол  $\varphi'$  и вместо  $m$  приведенная масса  $\mu = \frac{Mm}{M + m}$ . Скорость  $v$  – ско-

рость относительного движения частиц – в обеих системах координат одинакова. Для перехода из с.ц.и. в л.с.к. нужно использовать зависимость  $\varphi$  от  $\varphi'$ .

Наиболее интересным представляется случай кулоновского рассеяния двух одинаковых частиц (например, рассеяние  $\alpha$ -частиц в гелии). В этом

случае при выводе формулы приходится учитывать два эффекта, связанных с тождественностью частиц:

а) из-за одинаковости частиц на опыте нельзя отличить случай рассеяния на угол  $\varphi$  от случая рассеяния на угол  $\pi/2 - \varphi$ . Учет этого эффекта приводит к увеличению вероятности рассеяния; в частности, вероятность рассеяния под углом  $\varphi = 45^\circ$  удваивается;

б) существует так называемый квантово-механический эффект обмена, связанный с неразличимостью обеих частиц. Суть его заключается в том, что волны, которые описывают движение рассеянной частицы и ядра отдачи, интерферируют между собой. Оказалось, что результат интерференции зависит от спина частиц. Так, например, для рассеяния  $\alpha$ -частиц в гелии (спин равен 0) учет квантово-механического эффекта приводит к увеличению сечения, для рассеяния протонов на водороде (спин равен 1/2) - к уменьшению.

Формулы, учитывающие указанные эффекты, выведены Моттом. Они хорошо подтверждаются экспериментально.

#### 4.1.2 Ионизационное торможение

В механизме ионизационного торможения энергия заряженной частицы расходуется на ионизацию и возбуждение атомов среды, через которую она проходит.

Квантово-механическое рассмотрение процесса торможения приводит к следующему выражению для потери энергии нерелятивистской частицей на единице длины пути:

$$-\frac{dT}{dx} = \frac{4\pi n e^4 Z^2}{m_e v^2} \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{J}}, \quad (4.2)$$

здесь  $Z$  – заряд частицы,

$v$  – ее скорость,

$n$  – число электронов в  $1 \text{ см}^3$ ,

$\bar{J} = (13.5Z) \text{ эВ}$  – средний ионизационный потенциал атомов поглощающего вещества с порядковым номером  $Z$ .

Зависимость  $\ln \frac{2m_e v^2}{\bar{J}}$  от скорости частицы приведена на рисунке 4.2.

Таким образом, удельная ионизационная потеря энергии заряженной частицей на ионизацию пропорциональна квадрату заряда частицы, концентрации электронов в среде, некоторой функции от скорости частицы и не зависит от массы частицы  $M$ , т.е.

$$-\frac{dT}{dx} \sim Z^2 n f(v).$$

Подобную закономерность можно понять, если рассмотреть схему взаимодействия тяжелой заряженной частицы с электронами, которые находятся на ее пути.

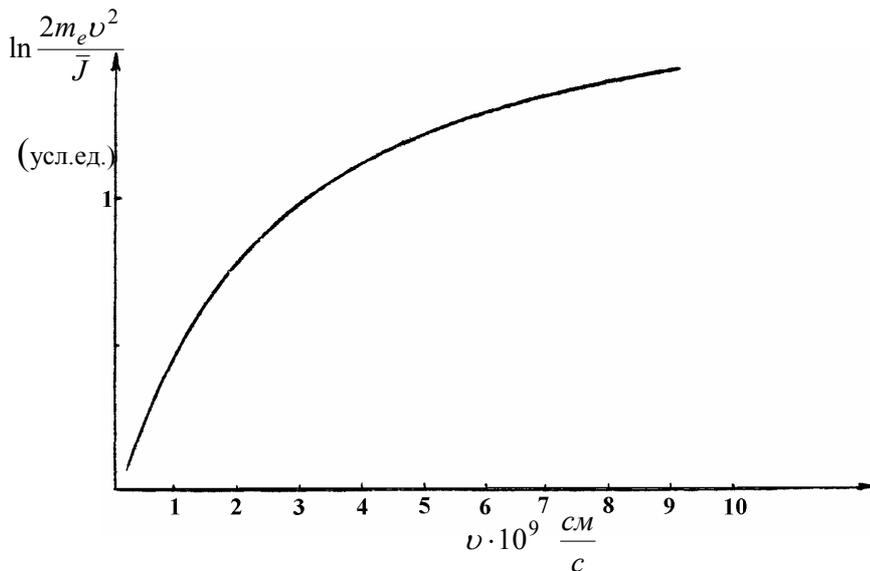


Рисунок 4.2 – Зависимость  $\ln \frac{2m_e v^2}{J}$  от скорости

Пусть частица с зарядом  $Ze$  пролетает со скоростью  $v$  на расстоянии  $r$  - от электрона с массой  $m_e$  и зарядом  $e$ . Расстояние  $r$  называется параметром удара или прицельным параметром. Если масса частицы  $M \gg m_e$ , то в этом случае, как уже говорилось, частица при столкновении с электроном практически не отклоняет-

ся от своего первоначального направления.

Столкновение частицы с электроном приводит к тому, что последний получает импульс в направлении, перпендикулярном направлению движения частицы:

$$p_{\perp} = \int F_{\perp} dt,$$

где  $\int F_{\perp} dt$  – импульс силы за время взаимодействия. Будем считать, что взаимодействие оказывается существенным на расстояниях  $\sim 2r$ . Тогда время взаимодействия  $t = 2r/v$ . Кулоновская сила равна приблизительно  $Ze^2/r^2$ . Таким образом,

$$p_{\perp} \approx \frac{Ze^2}{r^2} \frac{2r}{v} = \frac{2Ze^2}{rv}.$$

Кинетическая энергия, соответствующая этому импульсу, равна

$$T_1 = \frac{p_{\perp}^2}{2m_e} = \frac{2Z^2 e^4}{m_e r^2 v^2}.$$

Такую энергию приобретает электрон при столкновении с частицей и такую же энергию теряет частица.

Число электронов с данным параметром удара равно:

$$N = 2\pi n r dr dx,$$

где  $n$  - плотность электронов (см. рисунок 4.3).

Кинетическая энергия, потерянная частицей при взаимодействии со всеми указанными электронами будет равна:

$$-dT(r) = -T_1 N = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e v^2} \frac{dr}{r} dx.$$

Удельная потеря энергии на ионизацию:

$$-\frac{dT(r)}{dx} = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e v^2} \frac{dr}{r}.$$

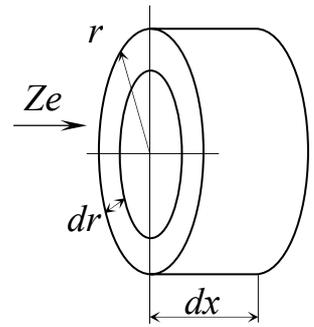


Рисунок 4.3 – Цилиндрический слой

Для получения полной удельной потери энергии частицей необходимо проинтегрировать  $-\frac{dT(r)}{dx}$  по всем возможным значениям параметра  $r$ :

$$-\frac{dT}{dx} = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{dT(r)}{dx} dr = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Задача вычисления предельных значений параметров удара  $r_1$  и  $r_2$ , является достаточно трудной, и мы на ней останавливаться не будем. Точный расчет дает для  $-\frac{dT}{dx}$  приведенную выше формулу (4.2).

Для частиц со скоростями  $v$ , близкими к скоростям света  $c$ , учет релятивистских эффектов приводит к добавочным слагаемым в формуле для удельных потерь:

$$-\frac{dT}{dx} = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e v^2} \left( \ln \frac{2m_e v^2}{J} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right), \quad (4.3)$$

где  $\beta = v/c$ .

Формула (4.3) – формула Бете.

Графическая зависимость  $\frac{dT}{dx}$  от энергии частицы представлена на рисунке 4.4.

### 4.1.3 Пробег

Пробег частицы  $R$  можно определить как расстояние, которое она проходит до момента полной потери энергии. Характерной особенностью  $\alpha$ -частиц является существование оп-

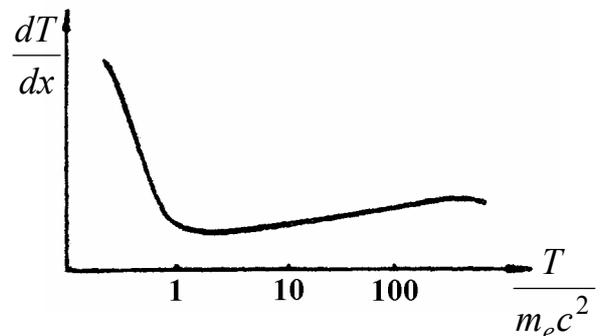


Рисунок 4.4 – Зависимость  $\frac{dT}{dx}$  от энергии  $\alpha$ -частицы

ределенного пробега; треки  $\alpha$ -частиц одной энергии в камере Вильсона представляют собой прямые линии одной и той же длины с небольшим разбросом в ту или иную сторону.

Величина пробега частиц определяется теми потерями энергии, которые происходят при ее движении. Потери эти различны для разных скоростей частиц.

1) При скоростях  $v \geq 2.5 \cdot 10^9$  см/с ( $T_\alpha \geq 15$  МэВ) величина  $\ln \frac{2m_e v^2}{J}$  в формуле (4.2) изменяется так медленно, что ее можно приближенно считать постоянной величиной (см. рисунок 4.2), обозначим ее  $A$ .

Раскроем выражение для  $-\frac{dT}{dx}$

$$-\frac{dT}{dx} = -\frac{d(Mv^2)}{2dx} = -\frac{Mv dv}{dx}.$$

Воспользовавшись формулой (4.2), получим

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{4\pi n Z^2 e^4 A}{m_e M v^3},$$

тогда

$$-v^3 dv = a dx,$$

где  $a = \frac{4\pi n Z^2 e^4 A}{m_e M}$ .

Проинтегрируем это выражение

$$\int_0^{v_0} v^3 dv = a \int_0^R dx,$$

где  $v_0$  - начальная скорость частицы,

$R$  - величина пробега.

Отсюда  $R = \frac{v_0^4}{4a}$ . Эта зависимость пробега от скорости носит название *закона Виддингтона*.

2) При скоростях  $\alpha$ -частиц  $(1-2.5) \cdot 10^9$  см/с (4-15 МэВ) нужно рассмотреть наклонную часть кривой на рисунке 4.2. Здесь мы можем приближенно считать, что  $\ln \frac{2m_e v^2}{J} = Bv$ . Тогда

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{b}{v^2},$$

где  $b = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e M} B$ ;

$$-v^2 dv = b dx.$$

Интегрируя, получим:  $R = \frac{v_0^3}{3b}$ . Этот закон носит название *закона Гейгера*.

Пробеги  $\alpha$ -частиц, испускаемых естественно-радиоактивными элементами и имеющих энергии 4 - 10 МэВ, удовлетворяют закону Гейгера.

Если рассмотреть выражения для пробегов в данной среде разных частиц, имеющих одинаковые скорости, то можно убедиться, что они относятся как соответствующие частицам значения  $M/Z^2$ .

Например, пробеги  $\alpha$ -частиц и протонов, имеющих равные скорости, относятся как:

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{M_\alpha}{M_p} \frac{Z_p^2}{Z_\alpha^2} = 1.$$

При этом энергии  $\alpha$ -частиц и протонов отличаются в 4 раза.

На рисунке 4.5 связь между пробегом и энергией частицы представлена в виде номограммы, при помощи которой по пробегу  $\alpha$ -частицы можно найти ее энергию и обратно: по энергии определять ее пробег.

Потеря энергии или торможение  $\alpha$ -частицы в веществе сопровождается ионизацией. Полной ионизацией называется число пар ионов, образованных  $\alpha$ -частицей на всем ее пути. Удельной ионизацией называют число пар ионов, образованных частицей на единице пути. Удельную ионизацию можно непосредственно измерить с помощью простого опыта. Узкий пучок  $\alpha$ -частиц впускают в маленькую ионизационную камеру, которая захватывает лишь очень малую часть полного пробега. Измеряется или ионизационный ток, созда-

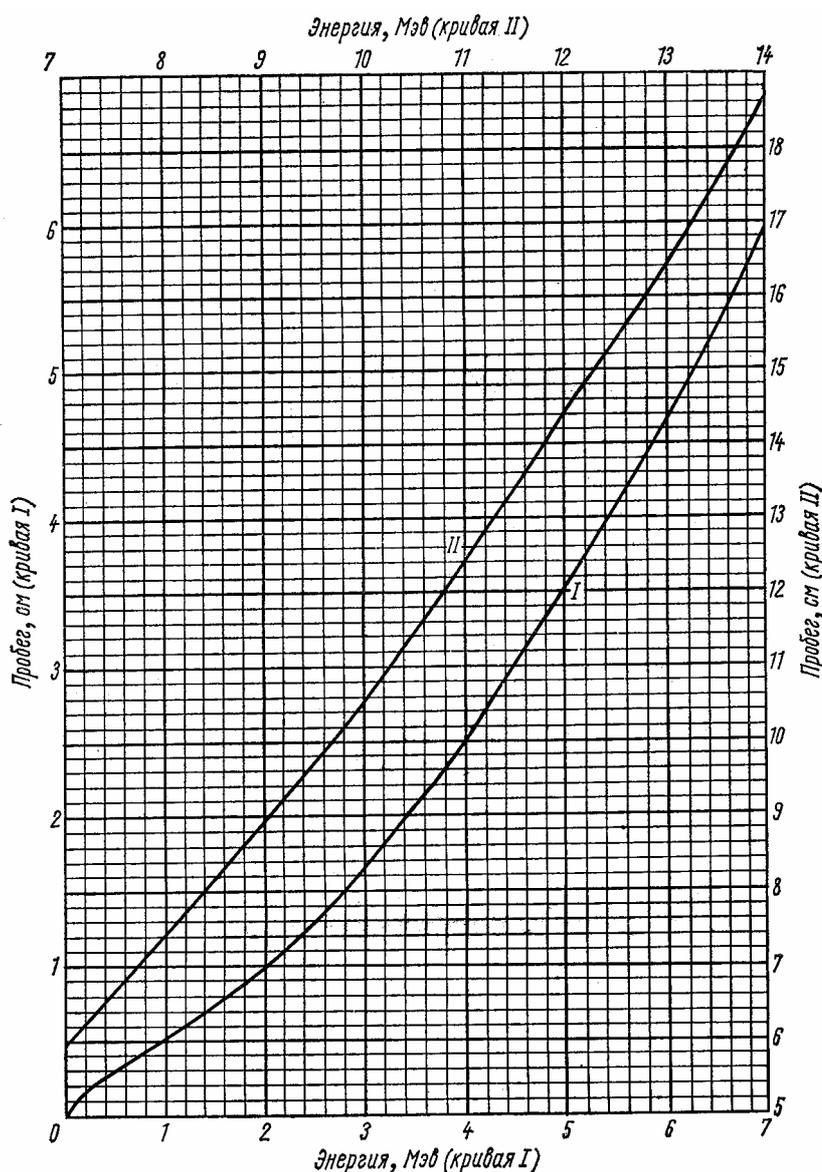


Рисунок 4.5 – Связь между энергией и пробегом для  $\alpha$ - частиц в воздухе при 760 мм рт.ст. и 15°С

ваемый большим числом частиц, или ионизация, производимая отдельной частицей (с помощью линейного усилителя).

Изменяя расстояние от источника, или помещая между источником и камерой фильтры, уменьшающие пробег, можно измерить зависимость удельной ионизации от расстояния, пройденного частицей. Кривая  $i(x)$ , дающая эту зависимость, приведена на рисунке 4.6 и называется кривой

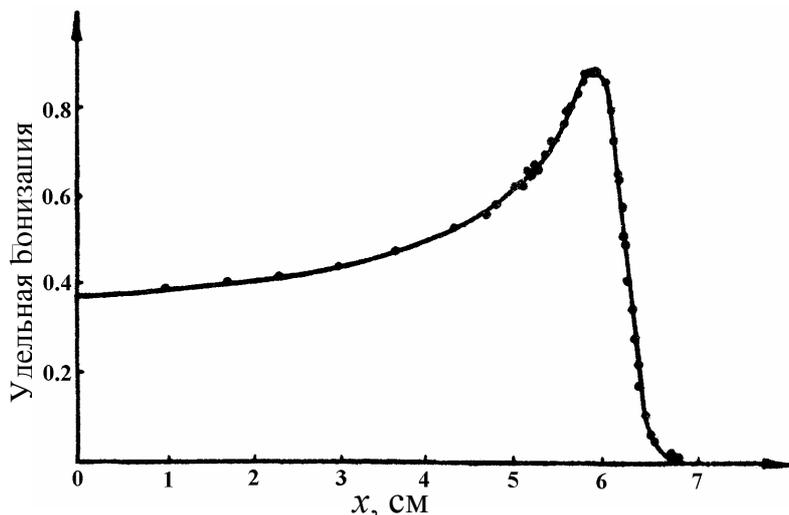


Рисунок 4.6 – Кривая Брэгга

Брэгга.

Как видно из рисунка, с уменьшением скорости удельная ионизация возрастает, достигая очень острого максимума, а затем быстро падает до нуля.

В таблице 4.1 дана зависимость удельной ионизации  $\alpha$ -частицы от расстояния  $l$  от конца пробега (при атмосферном давлении и  $15^\circ$ ). Зная энергию  $\alpha$ -частицы и число пар ионов, образованных ею на протяжении всего пути, можно определить среднюю энергию, затрачиваемую  $\alpha$ -частицей на создание одной пары ионов.

Таблица 4.1

Таблица 4.1

$l$ , см	Число пар ионов на см	$l$ , см	Число пар ионов на см
7,0	2440	2,0	3440
5,0	2540	1,0	4800
4,0	2680	0,47	6000
3,0	2880	0,21	4500

Таблица 4.2

Газ	Средние потери энергии на 1 пару ионов, эВ
$H_2$	33
$He$	27,8
$N_2$	35,0
$O_2$	33,3
$Ne$	27,4
$Ar$	25,4

Оказалось, что эта величина почти не зависит от скорости частицы, но является важной характеристикой вещества. Таблица 4.2 дает ее значения для некоторых газов.

#### 4.1.4 Разброс пробегов

Обратимся еще к одному явлению. Если мы возьмем достаточно тонкий источник  $\alpha$ -частиц, то они все выходят из него с одинаковой скоростью

( $\alpha$ -частицы, испускаемые естественно-радиоактивными источниками - монохроматичны). Между тем, как можно убедиться на опыте, их пробег оказывается не одинаковым.

Если исследовать параллельный пучок  $\alpha$ -частиц, например, при помощи флуоресцирующего экрана, и подсчитать число сцинтилляций, увеличивая постепенно расстояние между источником и экраном, т.е. заставляя  $\alpha$ -частицы проходить все больший слой воздуха, то оказывается, что число частиц в пучке остается приблизительно постоянным вплоть до определенного расстояния, а затем падает, но падает не сразу до нуля, а с некоторым наклоном (кривая "а" на рисунке 4.7).

Если эту кривую продифференцировать и построить величину  $\frac{dN}{dx}$  в зависимости от  $x$ , то получится кривая "б". Эта кривая имеет резкий максимум при  $x = R_{\text{ср}}$ , показывающий, что подавляющее большинство  $\alpha$ -частиц имеет определенный пробег, с некоторым разбросом в ту и другую сторону. Величина  $R_{\text{ср}}$  называется средним пробегом. Приведем эмпирические формулы для среднего пробега в воздухе при нормальных условиях  $\alpha$ -частицы и протона с кинетической энергией  $T$ , МэВ.

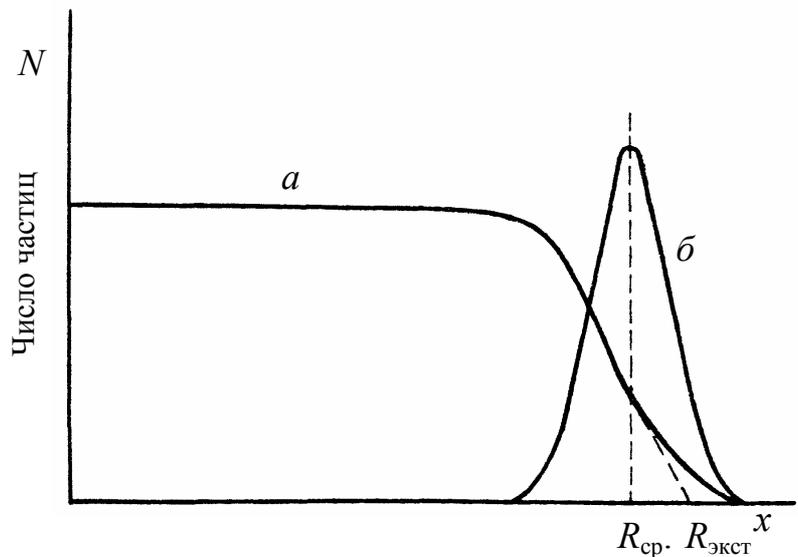


Рисунок 4.7 – Зависимость числа  $\alpha$ -частиц, прошедших через слой воздуха, от толщины этого слоя ( $x$ )

$$R_{\alpha} = 0,31T^{3/2} \text{ см}, \quad 4 \text{ МэВ} < T < 7 \text{ МэВ}; \quad (4.4)$$

$$R_p(T) = R_{\alpha}(4T) - 0,2 \text{ см} \quad T > 0,5 \text{ МэВ}, \quad (4.5)$$

где  $R_{\alpha}(4T)$  - средний пробег в воздухе  $\alpha$ -частицы с кинетической энергией  $4T$ .

Средний пробег  $\alpha$ -частицы в веществе с массовым числом  $A$  дается формулой

$$R'_{\alpha} = 0,56A^{1/3} R_{\alpha} \text{ мг/см}^2, \quad (4.6)$$

где  $R_{\alpha}$ , см, - пробег  $\alpha$ -частицы с той же энергией в воздухе (4.4).

Разброс пробегов носит название *страгглинга*. Каковы же его причины? Во-первых, дело во флуктуациях числа атомов, которые на своем пути

встречает частица. Число ионов, созданных частицей, т.е. потеря ею энергии будет зависеть от этого числа. Если среднее число ионов, образуемых  $\alpha$ -частицей на длине ее пробега, равно  $N$ , то возможное отклонение, согласно статистическому закону, равно  $\sqrt{N}$ . Среднее число пар ионов, образуемых  $\alpha$ -частицей, движущейся со скоростью  $2 \cdot 10^9$  см/с, равно  $2,8 \cdot 10^5$ . Флуктуация этого числа:

$$\sqrt{N} = 5,3 \cdot 10^2,$$

т.е. составляет 0,2 %. Однако, как показывает опыт, флуктуации в пробеге частиц составляют не 0,2%, а значительно больше - около 2%. На рисунке 4.8 дана фотография, иллюстрирующая разброс пробегов  $\alpha$ -частиц в камере Вильсона.

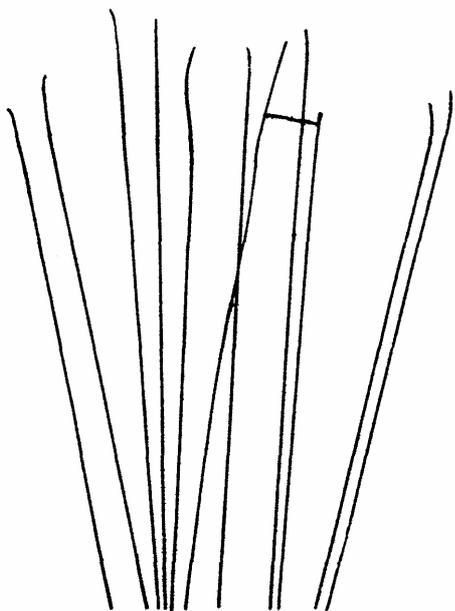


Рисунок 4.8 – Разброс пробегов  $\alpha$ -частиц

Второй причиной, вызывающей страгглинг, является перезарядка частиц при их движении через среду. Если направить пучок  $\alpha$ -частиц через камеру Вильсона с малой скоростью (пропустив их предварительно через фильтры перед камерой), то в треках  $\alpha$ -частиц можно видеть разрывы - это участки пути, на которых они являются нейтральными. При прохождении  $\alpha$ -частиц через вещество к ним могут примкнуть один или два электрона. Таким образом, на всем пути частица имеет разный заряд. Естественно, что перезарядка вызовет дополнительные флуктуации в ионизации, и значит, флуктуации в пробеге. Эта причина дает 1,5 - 1,7% разброса пробегов.

Помимо среднего пробега  $\alpha$ -частиц, существует понятие экстраполированного пробега. Кривые, подобные кривой на рисунке 4.7, почти прямолинейны на значительном расстоянии вблизи конца пробега, где имеется быстрый спад. Экстраполированный пробег получается путем продолжения этой почти прямой линии до пересечения ее с осью абсцисс, и величина, соответствующая точке пересечения, принимается за величину пробега. Этот экстраполированный пробег всегда больше, чем средний. В таблицах приводят как средний, так и экстраполированный пробеги.

## 4.2 Методы определения энергий $\alpha$ -частиц

Энергия  $\alpha$ -частиц связана с величиной их пробега. Поэтому одним из способов определения энергии является измерение пробега  $\alpha$ -частиц. Существуют разные методы экспериментального определения пробега.

Пробег  $\alpha$ -частиц можно определить электростатическим методом, помещая источник  $\alpha$ -частиц в центр пустой проводящей сферы и измеряя с по-

мощью электроскопа полную ионизацию, создаваемую  $\alpha$ -частицами при разных давлениях воздуха внутри этой сферы. Пока радиус сферы больше, чем пробег, полная ионизация при уменьшении давления будет оставаться постоянной, так как  $\alpha$ -частицы при своем торможении будут создавать всегда одинаковое количество ионов. При уменьшении давления, расстояние, проходимое  $\alpha$ -частицами, увеличивается, и существует такое давление, при котором  $\alpha$ -частицы достигают как раз внутренней поверхности сферы. По мере дальнейшего уменьшения давления полная ионизация будет убывать, так как частицы не будут полностью тормозиться в воздухе. Типичные для этого метода результаты изображены на рисунке 4.9. По величине давления, при которой начинает убывать ионизация, зная радиус сферы, можно вычислить пробег  $\alpha$ -частиц в нормальных условиях.

Пробег  $\alpha$ -частиц можно определить измерением длин следов  $\alpha$ -частиц, сфотографированных в камере Вильсона.

При определенных условиях создаваемая частицами в газе ионизация пропорциональна их энергии. Применяя ионизационную камеру, соединенную с линейным усилителем, можно определить энергию частиц по величине создаваемой ими полной ионизации. Камера должна быть устроена таким образом, чтобы частицы теряли всю свою энергию в газе камеры. Обычно производится относительное измерение энергии путем сравнения измеряемой ионизации и ионизации, создаваемой в тех же условиях частицами известной энергии.

Наиболее точное определение энергии заряженных частиц, производится с помощью магнитного анализа с использованием магнитных спектрометров различных типов. Эти приборы основаны на отклоняю-

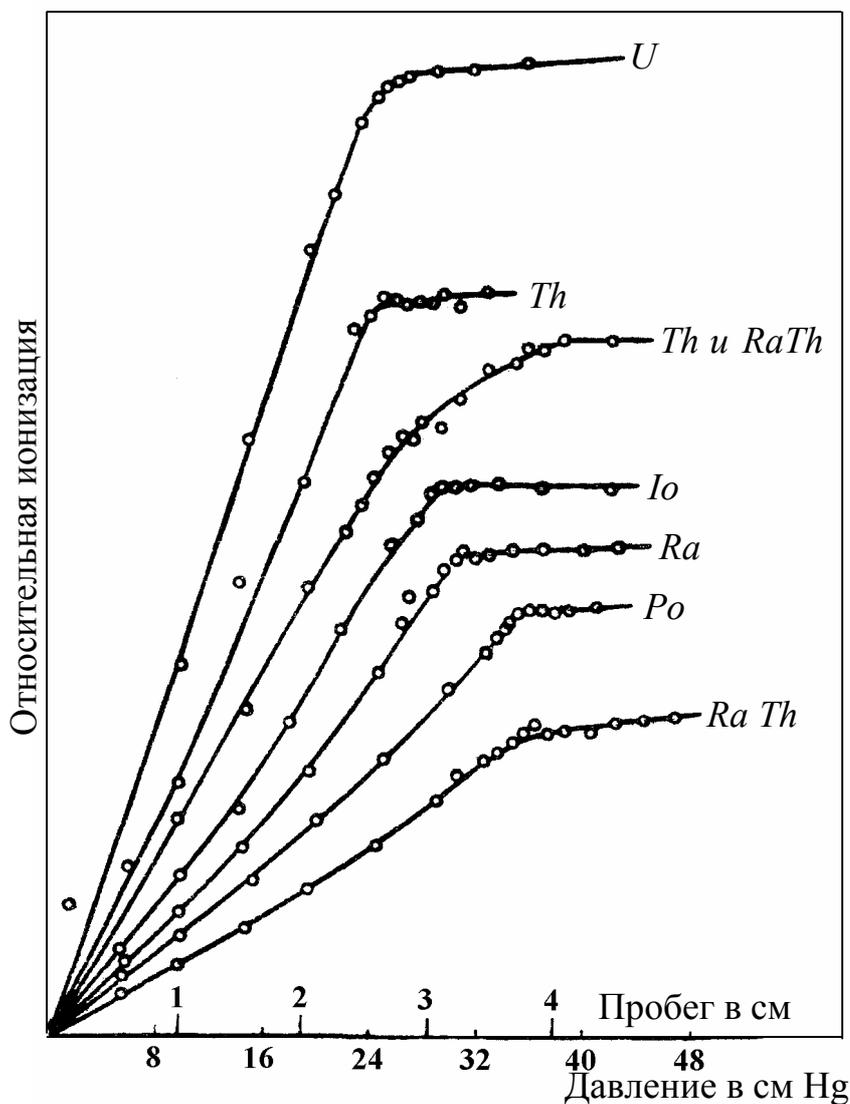


Рисунок 4.9 – Зависимость ионизации от давления

шем действии магнитного поля на движущуюся заряженную частицу.

Широкое применение магнитных спектрометров объясняется тем, что используемое в них магнитное поле, кроме разложения частиц в спектр по энергиям, производит их пространственную фокусировку. В результате этого на месте регистрации собираются частицы данной энергии, выходящие из источника в пределах довольно большого телесного угла. Чем больше этот телесный угол и чем меньше область, в которой собираются частицы данной энергии на месте регистрации, тем лучшими свойствами обладает спектрометр.

Анализ энергетических спектров различных  $\alpha$ -излучателей показал, что наряду с веществами, спектр которых состоит из одной группы  $\alpha$ -частиц, имеются вещества, обладающие сложным спектром частиц. В составе  $\alpha$ -спектров иногда наблюдаются  $\alpha$ -частицы с несколько меньшими энергиями, чем у основной наиболее интенсивной группы - это так называемая тонкая структура  $\alpha$ -спектров, а иногда наблюдаются так называемые длиннопробежные  $\alpha$ -частицы с значительно большими энергиями, нежели энергия основной группы. Интенсивность длиннопробежных  $\alpha$ -частиц очень мала. На рисунке 4.10 приведена вильсоновская фотография  $\alpha$ -частиц ThC': видно, что на громадное число частиц с нормальным пробегом приходится одна длиннопробежная частица.

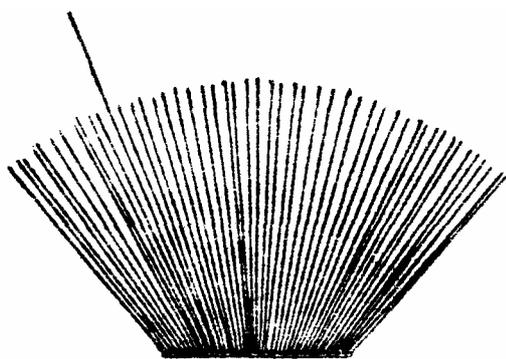


Рисунок 4.10 – Рисунок с длиннопробежной  $\alpha$ -частицей

Наличие в  $\alpha$ -спектрах разных групп  $\alpha$ -частиц соответствует энергетическим переходам между различными состояниями ядер. Испускание основной группы  $\alpha$ -частиц с одной энергией соответствует энергетическим переходам между основными состояниями исходного и конечного ядра. Если переход происходит в одно из возбужденных состояний дочернего ядра или наоборот, из возбужденного состояния материнского ядра, то энергия  $\alpha$ -частиц будет меньше или больше нормальной. Первый случай отвечает возникновению тонкой

структуры  $\alpha$ -спектра, второй - появлению длиннопробежных  $\alpha$ -частиц.

### 4.3 Методика решения задач

При решении задач следует обратить внимание, что формулы (4.2) и (4.3) написаны в гауссовой системе единиц (СГС). В системе СИ эти формулы следует умножить на квадрат коэффициента  $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$  м/Ф. В таблице А.2 приложения А приведены соотношения между единицами физических величин в СИ и СГС. В ядерной физике принято энергию выражать в

электрон-вольтах (эВ), связь этой единицы с единицами СГС и СИ следующая  $1\text{эВ} = \begin{cases} 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} \\ 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{cases}$ .

Задача 1.  $\alpha$ - частица с кинетической энергией  $T_\alpha = 25 \text{ МэВ}$  пролетела мимо покоящегося свободного электрона, имея прицельный параметр  $b = 20 \text{ пм}$ . Найти кинетическую энергию  $T_e$  электрона отдачи, считая, что траектория  $\alpha$ -частицы прямолинейная, и за время пролета электрон остается неподвижным.

Решение. В результате взаимодействия  $\alpha$ -частицы с электроном последний приобретает импульс в направлении, перпендикулярном к направлению движения  $\alpha$ -частицы (рис. 4.11):

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt, \text{ где } \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt \text{ - импульс силы за время взаимодействия, } F_{\perp} = F \cos \theta, F = qe/r^2 \text{ - сила кулоновского взаимодействия (} q \text{ - заряд альфа-частицы, } e \text{ - заряд электрона). Сделаем в интеграле замену переменных } dt = \frac{dt}{d\theta} d\theta = d\theta/\dot{\theta}, \text{ получим } p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{qec \cos \theta d\theta}{r^2 \dot{\theta}}.$$

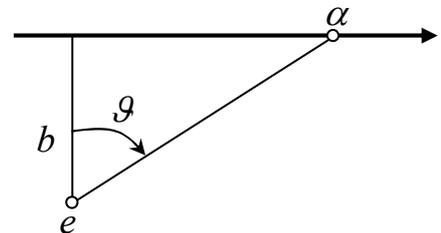


Рисунок 4.11 – Взаимное расположение  $\alpha$ -частицы и электрона

Учтем закон сохранения момента импульса  $m_\alpha r^2 \dot{\theta} = m_\alpha v b$ , где  $b$ - прицельный параметр,  $v$ - скорость  $\alpha$ -частицы. После интегрирования получим  $p = 2qe/vb$ . Теперь выразим кинетическую энергию электрона через кинетическую энергию  $\alpha$ - частицы  $T_\alpha = \frac{m_\alpha v^2}{2}$ .

$$T_e = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{2q^2 e^2}{v^2 b^2 m_e} = \frac{m_\alpha q^2 e^2}{m_e b^2 T_\alpha}.$$

Подставляя числовые данные в гауссовой системе  $m_\alpha = 4,1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ ;  $m_e = 0,911 \cdot 10^{-27} \text{ г}$ ;  $q = 2 \cdot 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГС}$ ;  $e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГС}$ ;  $b = 2 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ ;  $T_\alpha = 4 \cdot 10^{-5} \text{ эрг}$ , получаем  $T_e = 9,7 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 6 \text{ эВ}$ .

*Замечание.* В системе СИ формула для кинетической энергии электрона имеет вид  $T_e = \frac{m_\alpha q^2 e^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e b^2 T_\alpha}$ . Подставляя числовые данные в этой системе  $m_\alpha = 4,1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ;  $m_e = 0,911 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$ ;  $q = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ;  $b = 2 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ ;  $T_\alpha = 4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$ , получаем  $T_e = 9,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 6 \text{ эВ}$ .

Задача 2. Найти с помощью формулы (4.2) зависимость между пробегами в среде протона и дейтрона, скорости которых одинаковы. Воспользовавшись полученной зависимостью и эмпирическими формулами (4.4), (4.5), вычислить пробег в воздухе дейтрона с кинетической энергией  $T = 2,0$  МэВ.

Решение. Формулу (4.2) можно представить в следующем виде:

$$-\frac{dE}{dx} = Z^2 f(v), \text{ где } f(v) \text{ - функция скорости частицы. Отсюда выразим}$$

$dx$ , тогда пробег частицы за время, когда ее скорость изменяется от  $v$  до нуля определяется интегралом

$$R = -\int_v^0 dx = \int_v^0 \frac{dE}{Z^2 f(v)} = \int_v^0 \frac{m v dv}{Z^2 f(v)} = \frac{m}{Z^2} F(v),$$

где  $m$ - масса частицы,

$F(v)$  - функция, зависящая только от скорости частицы и свойств среды.

Отсюда  $R_d(v) = 2R_p(v)$ . Так как  $m_d/m_p = 2$ , при одинаковых скоростях кинетические энергии протона и дейтрона относятся как 1 : 2, тогда для пробегов получаем следующую связь

$$R_d(T) = 2R_p(T/2).$$

Согласно этому соотношению и условию задачи, по формуле (4.5) необходимо найти пробег протона с энергией 1,0 МэВ. Из (4.5) следует, что сначала нужно вычислить пробег альфа-частицы с энергией 4,0 МэВ. Используя (4.4), получаем  $R_\alpha = 0,31 \cdot 4^{3/2} = 2,48$  (см). Подставляя этот пробег в (4.5), найдем  $R_p = 2,28$  (см). Окончательно для пробега дейтрона получим  $R_d = 2R_p = 4,56$  см.

Задача 3. В центре сферической ионизационной камеры радиусом 140 мм расположен точечный источник  $\alpha$ - частиц с кинетической энергией 5,3 МэВ. При каких значениях давления воздуха в камере ток насыщения не будет зависеть от давления?

Решение. Согласно эмпирическим данным (рис. 4.9) пробег  $\alpha$ -частицы обратно пропорционален давлению. Если пробег совпадает с радиусом сферы, то увеличение давления не приведет к возрастанию ионизационного тока, т.к. весь пробег будет укладываться в камере. Запишем связь между давлением  $p$  и пробегом  $R$  в виде  $R = a/p$ , где  $a$  – некоторый коэффициент. При нормальных условиях эта формула имеет вид  $R_0 = a/p_0$ . Исключая из этих формул коэффициент  $a$ , получим

$$p = \frac{R_0 p_0}{R}.$$

Используя эмпирическую формулу зависимости пробега  $\alpha$ - частицы  $R_0$  от ее энергии  $T$  при нормальных условиях (4.4), окончательно имеем:

$$p = \frac{0,31 \cdot T^{3/2}}{R} p_0.$$

Подставив числовые данные, получим  $p \geq 0,27$  атм.

#### 4.4 Задачи для самостоятельной работы

1) Быстрая  $\alpha$ - частица проходит со скоростью  $v$  через среду, содержащую  $n$  электронов в  $1 \text{ см}^3$ . Определить энергию, теряемую  $\alpha$ - частицей на единице пути в результате взаимодействия с электронами, относительно которых ее прицельный параметр заключен в интервале  $(b, b + db)$ .

Ответ.  $\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{4\pi q^2 e^2 n db}{m_e v^2 b}$

2) Вычислить удельные ионизационные потери энергии дейтрона с энергией 4,0 МэВ в азоте при нормальных условиях.

Ответ.  $(-dE/dx)_{\text{ион}} = 0,17 \text{ МэВ/см.}$

3) Найти отношение удельных ионизационных потерь: а)  $\alpha$ -частицы и протона с энергией 5,0 МэВ в неоне; б)  $\alpha$ -частицы с энергией 10,0 МэВ в меди и алюминии.

Ответ. а)  $(-dE/dx)_{\alpha} / (-dE/dx)_p = 11;$

б)  $(-dE/dx)_{Cu} / (-dE/dx)_{Al} = 2,4.$

4) Найти с помощью эмпирических формул: а) число пар ионов, которые образует  $\alpha$ - частица с начальной энергией 5,5 МэВ на первом сантиметре своего пути в воздухе (энергию образования одной пары ионов считать равной 34 эВ); б) относительное число пар ионов, которые образует протон с начальной энергией 2,5 МэВ на первой половине среднего пробега в воздухе.

Ответ. а)  $2,8 \cdot 10^4$ ; б)  $\eta = 1 - T'/T = 0,36$ , где  $T'$ -кинетическая энергия протона, соответствующая пробегу второй половины пути.

5) Радиоактивный препарат  $^{238}\text{Pu}$ , испускающий  $\alpha$ - частицы с энергией 5,5 МэВ электролитически наносят на толстую металлическую подложку. При какой минимальной толщине слоя дальнейшее добавление  $^{238}\text{Pu}$  не приведет к увеличению интенсивности потока  $\alpha$ - частиц, испускаемых этим препаратом?

Ответ.  $14 \text{ мг/см}^2.$

6) Найти кинетическую энергию  $\alpha$ - частиц, средний пробег которых в железе равен 11,0 мкм.

Ответ. 5,5 МэВ.

7) Определить пробег  $\alpha$ - частицы в свинце, если известно, что ее энергия соответствует пробегу 17 мкм в алюминии.

Ответ. 8 мкм.

8) На алюминиевую фольгу падают нормально  $\alpha$ - частицы с кинетической энергией 13,7 МэВ. При какой толщине фольги энергия прошедших частиц равна 7,0 МэВ.

Ответ. 75 мкм.

9) На расстоянии 5,0 см от радиоактивного препарата, испускающего  $\alpha$ - частицы с энергией 9,0 МэВ помещают алюминиевую фольгу. Какой минимальной толщины должна быть эта фольга, чтобы задерживать все  $\alpha$ -частицы? Окружающая среда — воздух.

Ответ. 24 мкм.

10) Найти средний пробег протонов с энергией 3,0 МэВ в свинце.

Ответ. 42 мкм (см. решение задачи №2 пункта 4.3).

11) Найти максимальный угол, на который может отклониться  $\alpha$ -частица при соударении с покоящимся свободным электроном.

Ответ.  $\theta_{\max} = \arcsin(m_e/m_\alpha) = 0,47'$ .

12) При прохождении быстрой тяжелой заряженной частицы через фотоэмульсию на единице длины ее траектории образуется

$$N = \frac{2\pi nq^2e^2}{m_e v^2} \left( \frac{1}{T_{\text{пор}}} - \frac{1}{2m_e v^2} \right)$$

$\delta$ -электронов, где  $n$  – концентрация электронов в фотоэмульсии,  $q$  и  $v$  - заряд и скорость тяжелой частицы,  $T_{\text{пор}}$  – пороговая кинетическая энергия электрона, необходимая для образования видимого следа в эмульсии. Найти с помощью этой формулы:

а) минимальную энергию  $\alpha$ -частицы для образования  $\delta$ -электронов в фотоэмульсии, у которой  $T_{\text{пор}} = 11,0$  кэВ;

б) энергию  $\alpha$ -частицы, при которой на единице длины траектории образуется максимальное число  $\delta$ -электронов в фотоэмульсии с  $n=6,0 \cdot 10^{23}$  см<sup>-3</sup> и  $T_{\text{пор}}=17,5$  кэВ; вычислить максимальное число электронов на 0,1 мм длины траектории  $\alpha$ -частицы;

в) заряд первичной частицы, если известно, что максимальная плотность  $\delta$ -электронов, образуемых ею, в 4 раза меньше максимальной плотности  $\delta$ -электронов от  $\delta$ -частицы (в той же эмульсии).

Ответ. а)  $T_{\min} = (m_\alpha/2m_e)T_{\text{пор}} = 20$  МэВ; б) из условия  $dN/dv = 0$  получим  $T_\alpha = (m_\alpha/2m_e)T_{\text{пор}} = 64$  МэВ и  $N_{\max} = \pi nq^2e^2/T_{\text{пор}}^2 = 5,1$ ; в)  $q=e$ .

#### 4.5 Контрольные вопросы

- 1) Какой процесс называется упругим рассеянием?
- 2) Запишите формулу Резерфорда. На каких предположениях основан ее вывод?
- 3) Расскажите об ионизационных потерях энергии заряженной частицы при прохождении через вещество.
- 4) Чем определяется величина пробега  $\alpha$ -частиц?
- 5) Запишите законы Виддингтона и Гейгера.
- 6) Какая величина называется средним пробегом?
- 7) Что такое страгглинг и в чем его причина?
- 8) Расскажите о методах определения энергии  $\alpha$ -частиц.

## 5 Прохождение легких заряженных частиц через вещество

### 5.1 Введение

Во многих физических экспериментах применяются пучки электронов, причем энергия электронов может быть самой разной - от долей электрон-вольта до миллионов электрон-вольт. В ядерной физике используются как пучки электронов, полученные на ускорителе, так и пучки электронов, возникающих при бета-распаде радиоактивных ядер - бета-частиц. В обоих случаях могут быть получены сведения о свойствах атомных ядер и строении вещества.

*Бета-распадом* называется самопроизвольное превращение атомного ядра, при котором его заряд  $Z$  меняется на единицу, а массовое число  $A$  остается неизменным.

Различают три вида бета-распада:

1)  $\beta^-$  - распад, при котором из ядра испускается электрон ( $e^-$ ) и антинейтрино ( $\bar{\nu}_e$ ). При  $\beta^-$  - распаде  $\Delta Z = +1$ .

2)  $\beta^+$  - распад, при котором из ядра испускается позитрон ( $e^+$ ) и нейтрино ( $\nu_e$ ).  $\beta^+$  - распад может происходить только в случае, если масса исходного атома превышает массу конечного атома на величину  $2m_0c^2 = 1.022$  МэВ. При  $\beta^+$  - распаде  $\Delta Z = -1$ .

3) Электронный захват, при котором один из электронов атомной оболочки захватывается ядром и при этом испускается нейтрино ( $\nu_e$ ). Если энергия распада больше энергии связи  $K$ -электронов (самых близких к ядру), то происходит преимущественно  $K$ -захват (захват  $K$ -электронов). При электронном захвате  $\Delta Z = -1$ .

Бета-процессы обусловлены слабым взаимодействием - одним из четырех видов известных фундаментальных взаимодействий. Однако вероятность бета-распада, в отличие от "слабого" распада элементарных частиц, зависит от структуры ядра. Исследования бета-процессов привели к крупным открытиям в физике: обнаружению новой элементарной частицы - нейтрино и открытию несохранения четности при слабых взаимодействиях. Экспериментальное изучение бета-распада приносит много новых данных о структуре ядер.

При  $\beta^+$  - и  $\beta^-$  - распаде из ядра испускаются две частицы. В каждом единичном акте распада энергия перехода делится между бета-частицей и нейтрино (энергией отдачи ядра можно пренебречь), так что кинетическая энергия электрона (или позитрона) может принимать любые значения от нуля до максимально возможной величины  $T_{\text{макс}}$ . Для большого количества одинаковых ядер в результате статистического усреднения получается вполне определенное распределение электронов (позитронов) по энергиям. Это распределение называется бета-спектром, а величина  $T_{\text{макс}}$  - граничной энергией

бета-спектра. Значения  $T_{\text{макс}}$  для бета-распада различных радиоактивных веществ могут сильно различаться. Например, радиоактивный нуклид  $^3\text{H}$  (триций) испускает бета-частицы с  $T_{\text{макс}} = 18.60$  кэВ, в случае же  $^{12}\text{N}$  граничная энергия бета спектра равна 16600 кэВ. Большая часть значений  $T_{\text{макс}}$  лежит в интервале 10-5000 кэВ. При электронном захвате энергия делится только между нейтрино и ядром отдачи, при этом нейтрино уносит практически всю энергию распада.

Один из типичных бета-спектров показан на рисунке 5.1. Бета-распад  $^{32}\text{P}$  происходит на основное состояние  $^{32}\text{S}$  и не сопровождается  $\gamma$ -излучением (рисунок 5.2).

Во многих же случаях бета-распад происходит на возбужденные уровни ядра-продукта. В этих случаях бета-излучение сопровождается  $\gamma$ -излучением. При этом возбужденное ядро может передать энергию электронам атомных оболочек, в результате чего образуются моноэнергетические группы электронов с энергией  $T_e = h\nu - E_{\text{св}}$  где  $E_{\text{св}}$  - энергия связи электрона на одной из атомных оболочек. Это явление называется эффектом внутренней конверсии  $\gamma$ -излучения. Электроны внутренней конверсии могут затруднять измерения бета-спектров. Участок бета-спектра с линиями электронов внутренней конверсии при распаде  $^{212}\text{Pb}$  показан на рисунке 5.3.

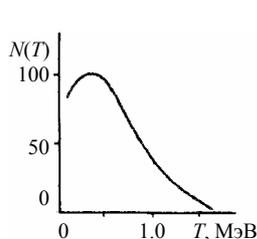


Рисунок 5.1 – Бета-спектр  $^{32}\text{P}$

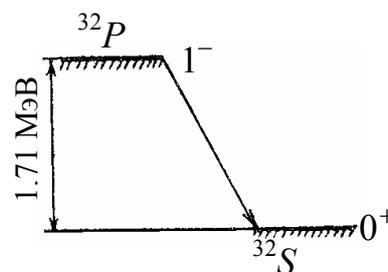


Рисунок 5.2 – Схема распада  $^{32}\text{P}$

## 5.2 Общая характеристика процессов взаимодействия электронов с веществом

Электроны, движущиеся в веществе, взаимодействуют с его атомами, в результате чего теряют свою энергию и отклоняются от первоначального направления, т.е. рассеиваются. Рассеяние называется упругим, если сохраняется сумма кинетических энергий взаимодействующих частиц. Всякое иное рассеяние называется неупругим.

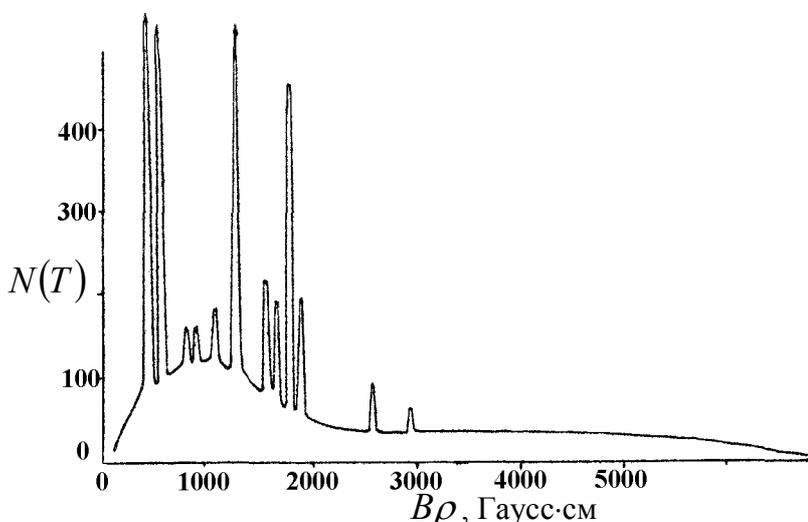


Рисунок 5.3 – Бета-спектр  $^{212}\text{Pb}$  с линиями электронов внутренней конверсии

Следует различать взаимодействие электронов с атомными электронами и атомными ядрами, хотя оба вида взаимодействия всегда происходят одновременно.

Взаимодействие электронов с атомными электронами приводит к передаче атомному электрону некоторой энергии, следствием чего является либо ионизация, либо возбуждение атома. Оба вида передачи энергии имеют примерно равную вероятность и объединяются под общим названием "ионизационные потери энергии".

Теория ионизационных потерь электронов была разработана Бором, а также Бете и Блохом, которые получили формулу для потери энергии на ионизацию на единице пути:

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4}{m_e v^2} NZ \times \left\{ \ln \frac{m_e v^2 T}{2\bar{I}^2(1-\beta^2)} - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2\right) \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8} \left(1 - \sqrt{1-\beta^2} - \Delta_{\text{поляр}}\right) \right\}, \quad (5.1)$$

где  $v$  и  $T$  - скорость и кинетическая энергия падающего релятивистского электрона,

$m_e$  и  $e$  масса покоя и заряд электрона,

$Z$  - заряд ядра,

$N$  - число атомов в  $1 \text{ см}^3$  среды,

$\bar{I}$  - средняя энергия возбуждения атома,

$\Delta_{\text{поляр}}$  - член, учитывающий поляризацию среды.

В нерелятивистском приближении ( $T \ll m_e c^2$ , т.е.  $\beta \ll 1$ ) формула (5.1) принимает вид:

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^4}{m_e v^2} NZ \ln \frac{m_e v^2}{2\bar{I}}. \quad (5.2)$$

Подставляя выражение для концентрации атомов  $N = \frac{\rho}{m_0 A}$ , где  $\rho$  - плотность вещества,  $m_0$  - атомная единица массы,  $A$  - массовое число, получим

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^4 c^2 \rho Z}{m_e m_0 A \beta^2} \ln \frac{T}{\bar{I}}. \quad (5.3)$$

В ультрарелятивистском приближении ( $T \gg m_e c^2$ )

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4 c^2 \rho Z}{m_e m_0 A \beta^2} \left( \ln \frac{T^2}{2\bar{I}^2 \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{1}{8} (1 - \Delta_{\text{поляр}}) \right). \quad (5.4)$$

Для бета-частиц важны оба случая, так как при энергии  $T = 20 \text{ кэВ}$  электрон можно считать нерелятивистским ( $T/m_e c^2 = 0.04$ ), а при  $T = 5000 \text{ кэВ}$  - ультрарелятивистским ( $T/m_e c^2 = 10$ ). Как указывалось выше, в этом интервале находится большинство значений  $T_{\text{макс}}$ .

Так как отношение  $Z/A$  для разных веществ приблизительно постоянно, то величина  $(dT/dx)$  в формулах (5.3) и (5.4) практически зависит лишь от плотности вещества  $\rho$ . Очень слабая зависимость от  $Z$  проявляется только в средней энергии возбуждения  $\bar{I}$ , которая стоит под знаком логарифма. Следовательно, пробег электронов с данной первоначальной энергией  $T$  в различных веществах с одинаковой плотностью будет приблизительно одинаковым (рисунок 5.4). Поэтому за меру толщины вещества, взаимодействующего с электронами, часто берут произведение линейной толщины и плотности вещества  $\rho$  и выражают пробег, например, в единицах  $\text{г/см}^2$  и  $\text{мг/см}^2$ .

При взаимодействии электронов с ядрами происходят процессы упругого рассеяния электронов в кулоновском поле ядра и неупругого рассеяния, сопровождаемого испусканием электромагнитного излучения.

Упругое рассеяние электронов в кулоновском поле ядра может быть условно разделено на четыре класса: однократное рассеяние, кратное рассеяние, многократное рассеяние и диффузия. Если толщина слоя мала ( $d \ll 1/\sigma N$ , где  $\sigma$  - эффективное сечение процесса), то происходит только однократное рассеяние, т.е. почти все рассеяние обусловлено только одним ядром. Для средних толщин ( $d \approx 1/\sigma N$ ) получается кратное рассеяние, т.е. угол рассеяния обязан несколькими последовательными однократными актами рассеяния. При многократном рассеянии (среднее число актов рассеяния больше 20) угловое распределение рассеянных электронов является приблизительно гауссовым до тех пор, пока средний угол рассеяния меньше  $20^\circ$ . Для еще больших толщин ( $d \gg 1/\sigma N$ ) угловое распределение рассеянных электронов принимает вид  $W(\theta) \approx \cos^2 \theta$ . Средний угол рассеяния  $\bar{\theta}$  достигает максимальной величины  $\bar{\theta} = 33^\circ$  и остается постоянным при дальнейшем увеличении толщины. Это случай полной диффузии. Электроны выходят из слоя также и со стороны падающего пучка ( $\theta > 90^\circ$ ) - это так называемое обратное рассеяние электронов.

Неупругие процессы при взаимодействии электрона с ядром связаны с испусканием электромагнитного излучения, возникающего при ускорении электрона в кулоновском поле ядра. Рожденное в таком процессе  $\gamma$ -излучение называется тормозным. Потеря энергии электрона на тормозное излучение называется радиационной. Радиационные потери на единице длины при энергии электрона много большей энергии покоя даются формулой

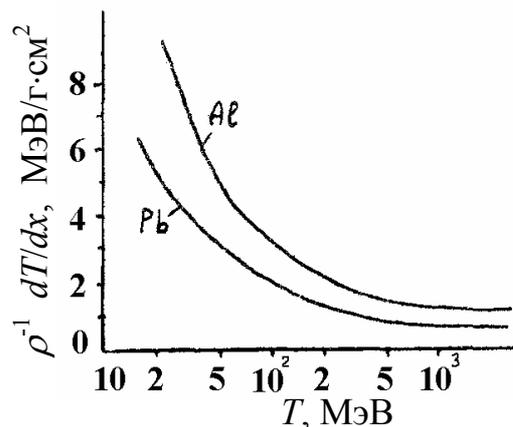


Рисунок 5.4 – Средняя потеря энергии электронами в алюминии и свинце

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{рад} = 2,32 \cdot 10^{-27} NTZ^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \text{ (МэВ/см)} \quad (5.5)$$

где  $T$ , МэВ – кинетическая энергия электрона,  
 $N$ , см<sup>-3</sup> – концентрация атомов в веществе,  
 $Z$  – порядковый номер атомов вещества.

Вероятность образования тормозного излучения пропорциональна квадрату заряда ядра, поэтому радиационные потери энергии играют большую роль в тяжелых элементах.

Сравнение формул для потери энергии на излучение и на ионизацию показывает, что потери энергии имеют разный характер. Так, потери энергии на излучение пропорциональны  $Z^2$  и увеличиваются с энергией линейно, в то время как потери на ионизацию пропорциональны  $Z$  и имеют сложную зависимость от энергии. При больших энергиях падающих электронов преобладают потери на излучение. С уменьшением энергии электрона роль ионизации (и возбуждения) увеличивается. При энергии  $T_{кр} = 600/Z$  МэВ оба вида потери энергии имеют примерно равную вероятность. Отметим, что для Al ( $Z = 13$ )  $T_{кр} = 46$  МэВ. Для электронов, испускаемых при радиоактивном распаде, радиационные потери играют незначительную роль, так как значения энергии бета-распада обычно не превышают 5 МэВ. Приближенное соотношение между радиационными и ионизационными потерями имеет вид

$$\frac{(dT/dx)_{рад}}{(dT/dx)_{ион}} = \frac{TZ}{800}, \quad (5.6)$$

где  $T$  – кинетическая энергия электрона (МэВ),  
 $Z$  – порядковый номер вещества.

Если потери электрона в основном радиационные, то кинетическая энергия электрона в веществе уменьшается по закону

$$T = T_0 \exp(-x/l_{рад}), \quad (5.7)$$

где  $l_{рад}$  – радиационная длина.

Для определенной среды величина потерь энергии  $dT/dx$  является функцией только скорости частицы и, следовательно, функцией только кинетической энергии  $dT/dx = f(T)$ . Проинтегрировав это выражение по всем значениям  $T$  от 0 до  $T_{макс}$ , можно получить полный пробег частицы  $R$ :

$$R = \int_0^{T_{макс}} \frac{dT}{f(T)}.$$

Расчетным путем и последующей экспериментальной проверкой была получена следующая формула, связывающая энергию и пробег бета-частиц в алюминии

$$R = \begin{cases} 0,407T^{1,38} & 0,15\text{МэВ} < T < 0,8\text{МэВ} \\ 0,542T - 0,133 & 0,8\text{МэВ} < T < 3\text{МэВ} \end{cases} \quad (5.8)$$

В формуле (5.8) максимальный пробег дан в граммах на квадратный сантиметр ( $\text{г/см}^2$ ) алюминиевого фильтра, способного практически полностью поглотить бета-частицы с данной энергией. Эту формулу можно использовать и для расчета пробега в других веществах, если потери энергии электрона в основном ионизационные.

Все сказанное выше применимо и для позитронов. Надо заметить, что проникающая способность позитронов немного отличается от проникающей способности электронов той же энергии ввиду того, что позитроны и электроны несколько по-разному рассеиваются в поле ядра. Вызванное этим обстоятельством различие в поведении данных частиц не является существенным.

### 5.3 Экспериментальные методы детектирования бета-частиц

Основным принципом детектирования электронов является регистрация ионов, образующихся в результате взаимодействия электронов с веществом детектора. К таким детекторам относятся ионизационные камеры, пропорциональные счетчики, счетчики Гейгера-Мюллера, сцинтилляционные кристаллы, полупроводниковые детекторы.

Так как число пар ионов, создаваемых при движении электронов в веществе детектора, сравнительно невелико, то более эффективными газонаполненными детекторами являются счетчики с газовым усилением (счетчики Гейгера-Мюллера и пропорциональные счетчики). Большой эффективностью обладают и твердотельные детекторы (сцинтилляторы и полупроводники). Например, при толщине детектирующего слоя  $\sim 10$  мм полупроводниковые детекторы регистрируют почти со стопроцентной вероятностью бета-частицы с энергией до 3 МэВ.

Достоинством пропорциональных счетчиков, сцинтилляционных и полупроводниковых детекторов является возможность получать от этих приборов электрические импульсы, амплитуда которых пропорциональна энергии бета-частицы. Это обстоятельство позволяет регистрировать спектры бета-частиц.

Из перечисленных выше приборов наилучшими спектральными характеристиками обладают полупроводниковые детекторы, на которых получают электронные линии с полушириной  $\sim 1$  кэВ. Более высокой разрешающей способностью (до 1-10 эВ) обладают электростатические и магнитные спектрометры, но эти приборы весьма сложны, дороги и, как правило, обладают малой светосилой (т.е. регистрируют лишь незначительную часть электронов, испущенных источником). Если не требуется знание спектрального распределения электронов, для их регистрации используются счетчики Гейгера-Мюллера как наиболее простые и эффективные детекторы. Для измерения

спектрального распределения бета-частиц используются сцинтилляционные кристаллы и полупроводниковые детекторы.

Из других методов детектирования электронов отметим счетчики, регистрирующие черенковское свечение, возникающее при прохождении быстрых электронов через вещество. Эти счетчики наиболее эффективны при больших энергиях электронов.

## 5.4 Определение граничной энергии бета-спектра

Знание максимальной энергии бета-излучения необходимо для решения многих научных и практических задач. Во многих важных случаях периоды полураспада оказываются очень короткими и составляют всего несколько минут или даже секунд. При этом часто приходится иметь дело с препаратами малой интенсивности. Поэтому необходимы простые и быстрые способы определения максимальной энергии бета-излучения, не требующие к тому же больших активностей. Одним из таких способов является метод поглощения, которым можно определить максимальную энергию бета-спектра с погрешностью порядка 5-10%. Такая точность часто бывает достаточной при решении прикладных задач. Точнее определить энергию бета-частиц можно с помощью пропорционального счетчика, сцинтилляционного, полупроводникового и магнитного спектрометров.

Принцип метода поглощения заключается в определении пробега электронов в каком-либо веществе.

### 5.4.1 Метод поглощения

Рассмотрим пучок электронов, падающий нормально на поверхность фильтра (рисунок 5.5). Первоначально быстрые электроны проходят в поглотителе некоторое расстояние приблизительно по прямой линии, теряя небольшие количества энергии и испытывая лишь малые отклонения.

По мере уменьшения энергии электронов их рассеяние становится более сильным. Угловое распределение электронов в пучке начинает приближаться к гауссову, характерному для многократного рассеяния. В этой области наиболее вероятный угол рассеяния увеличивается пропорционально квадратному корню из пройденной толщины фольги. При дальнейшем рассеянии угловое распределение становится настолько размытым, что нельзя говорить о каком-либо преимущественном направлении движения электронов, и их распространение можно рассматривать как диффузию.

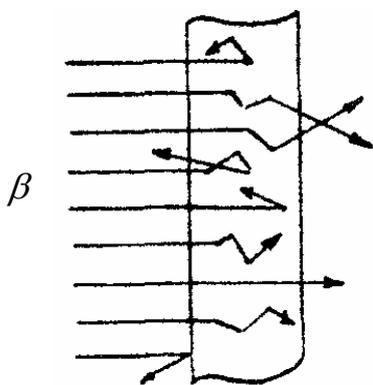


Рисунок 5.5 – Схематическое представление рассеяния параллельного пучка электронов в веществе

Число электронов, прошедших через фольгу, есть монотонно убывающая функция

толщины фольги. Для умеренных толщин уменьшение числа электронов является следствием, главным образом, обратной диффузии электронов, которые отклоняются на углы, превышающие  $90^\circ$ , в результате сложения большого числа рассеяний на малые углы. При дальнейшем увеличении толщины фольги уменьшение числа электронов происходит как вследствие рассеяния, так и по причине того, что часть из них тормозится практически до нулевой энергии и, таким образом, выбывает из пучка. Предельная толщина фольги, практически полностью задерживающая первоначально падающие электроны, называется *эффективным пробегом* электронов. Этот пробег определяется по кривым поглощения.

#### 5.4.2 Применение метода поглощения для определения энергии моноэнергетических бета-частиц

Так как теоретические расчеты эффективного пробега моноэнергетических электронов в конденсированной среде трудны, то приходится обратиться к установлению эмпирических соотношений "пробег - энергия" путем измерения пробега моноэнергетических электронов известной энергии.

Однако при этом возникает трудность экспериментального определения пробега по измеренной кривой поглощения. Экспериментально пробег не может быть определен как предельная толщина поглотителя, которую уже не могут пройти первоначально падающие электроны, так как различные электроны данного пучка рассеиваются или тормозятся по-разному и такая толщина практически не существует. Определение пробега по кривой поглощения, полученной при помощи установки, схематически изображенной на рисунке 5.6, может быть сделано следующим образом.

На рисунке 5.7 приведены типичные кривые поглощения в алюминии для моноэнергетических электронов различных энергий. По оси абсцисс отложена толщина  $d$  алюминиевого фильтра, а по оси ординат - интенсивность

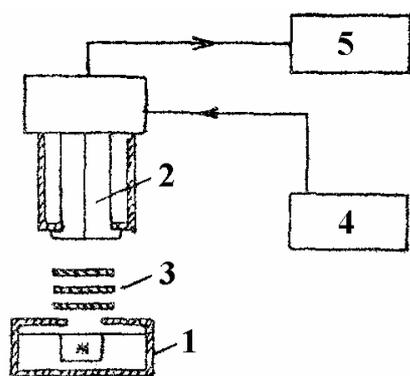


Рисунок 5.6 – Схема установки для изучения поглощения бета-частиц

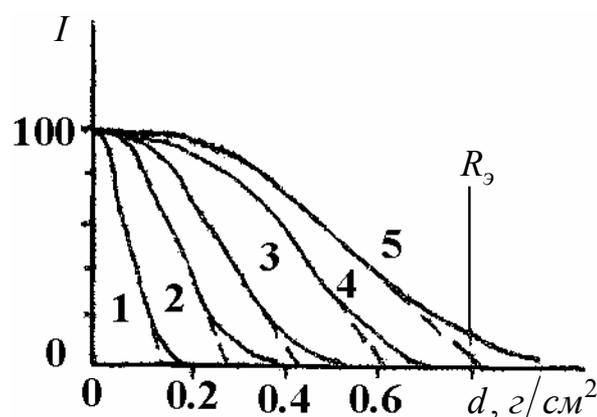


Рисунок 5.7 – Кривые поглощения моноэнергетических электронов различных энергий в алюминии:  $T=421$ кэВ (1);  $T=727$ кэВ (2);  $T=1011$ кэВ (3);  $T=1370$ кэВ (4);  $T=1696$ кэВ (5)

$I$  пучка электронов, прошедших через фильтр. Каждая кривая имеет после начальной выпуклой части довольно длинную прямолинейную часть, заканчивающуюся некоторым "хвостом". Наиболее воспроизводимой чертой кривых поглощения, снятых при различных условиях эксперимента, является точка пересечения линейной части кривой поглощения с осью абсцисс (экстраполированный пробег  $R_{\beta}$ ).

Экстраполированный пробег используется для практических целей. На рисунке 5.8 приведены экстраполированные пробеги в алюминии для моноэнергетических электронов в зависимости от их энергии согласно измерениям Маршалла и Варда.

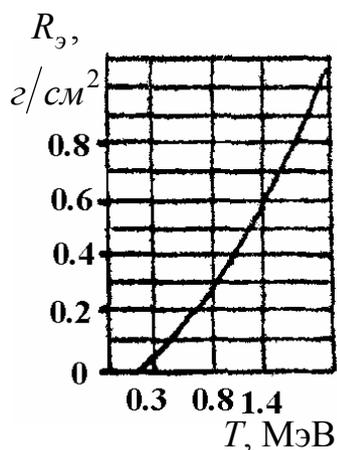


Рисунок 5.8 – Зависимость экстраполированных пробегов моноэнергетических электронов от энергии по данным различных авторов

энергетических электронов в зависимости от их энергии согласно измерениям Маршалла и Варда. Выше 0,6 МэВ связь между пробегом  $R_{\beta}$  и энергией электронов может быть выражена линейным соотношением  $R_{\beta}=AT+B$ , где  $A$  и  $B$  - константы.

### 5.4.3 Применение метода поглощения для определения энергии бета-излучения, имеющего непрерывный энергетический спектр

Кривые поглощения в случае бета-излучения, имеющего непрерывный энергетический спектр, отличаются от кривых поглощения для моноэнергетических электронов более быстрым, почти экспоненциальным спаданием. Такое спадание объясняется тем, что в пучке бета-частиц имеются электроны всевозможных энергий, в том числе и очень малых; медленные же электроны поглощаются весьма сильно. Типичная кривая поглощения бета-излучения, полученная при помощи установки, схематиче-

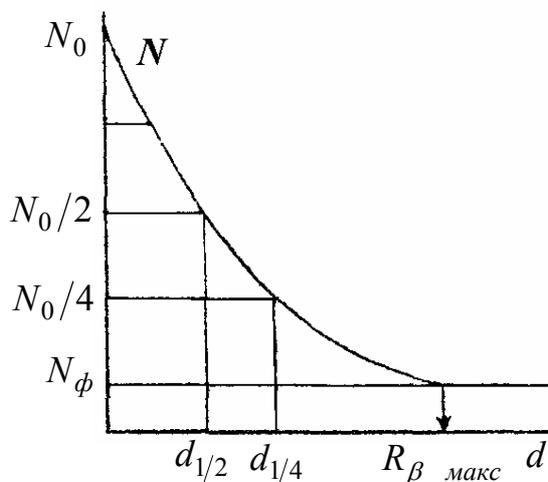


Рисунок 5.9 – Типичная кривая поглощения для непрерывного бета-спектра

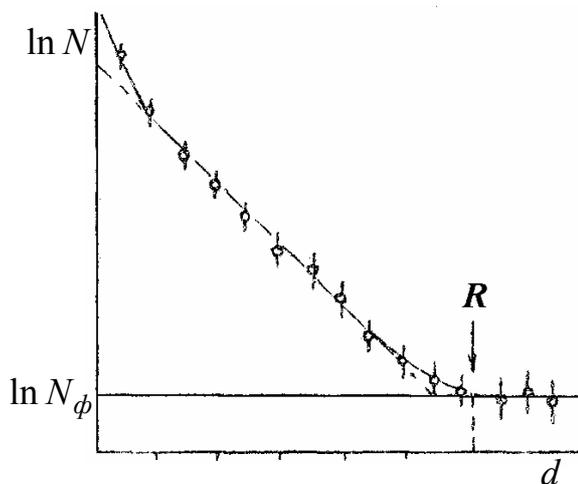


Рисунок 5.10 – Типичная кривая поглощения для непрерывного бета-спектра в полулогарифмическом масштабе

ски изображенной на рисунке 5.6, приведена на рисунке 5.9. Как видно из рисунка 5.9, конец кривой поглощения подходит к линии фона асимптотически. Такой ход кривой объясняется постепенно уменьшающимся в бета-спектре числом быстрых электронов и относительно слабым поглощением электронов максимальной энергии. По такой кривой поглощения нельзя произвести непосредственное определение пробега.

Для определения пробега целесообразно построить данную кривую в полулогарифмическом масштабе (рисунок 5.10). В этом случае можно выделить прямолинейную часть кривой поглощения и произвести определение ее конечной точки по аналогии со случаем моноэнергетических электронов.

Пробег бета-частиц, соответствующий их максимальной энергии, определяется по точке пересечения конца кривой поглощения с линией фона, как показано на рисунках 5.9 и 5.10 стрелками.

Для определения максимальной энергии бета-излучения необходимо иметь калиброванную кривую "пробег-энергия", такую же, как в случае моноэнергетических электронов. Многие исследователи занимались установлением зависимости между  $T_{\text{макс}}$  и максимальным пробегом  $R$ . Итоговая кривая показана на рисунке 5.11. Фезер предложил формулу, связывающую пробег бета-частиц в алюминии в  $\text{г/см}^2$  с максимальной энергией бета-спектра

$$R = 0,543T_{\text{макс}} - 0,163 \text{ при } 0,7\text{МэВ} < T_{\text{макс}} < 3\text{МэВ}. \quad (5.8)$$

Катц и Пенфольд нашли следующую эмпирическую формулу, связывающую пробег в алюминии с максимальной энергией

$$R = 0,412T_{\text{макс}}^n, \quad (5.9)$$

где  $n = 1,265 - 0,0954 \ln T_{\text{макс}}$  ( $R, \text{г/см}^2$ ,  $T_{\text{макс}}, \text{МэВ}$ ).

Эта формула хорошо согласуется с экспериментальными данными при  $T_{\text{макс}} < 2,5\text{МэВ}$ . Для энергий больших 2,5 МэВ они предложили формулу, аналогичную формуле Фезера, но с измененными коэффициентами

$$R = 0,530T_{\text{макс}} - 0,106. \quad (5.10)$$

#### 5.4.4 Применение метода половинного поглощения для определения энергии бета-частиц

Непрерывное энергетическое распределение бета-частиц, испускаемых

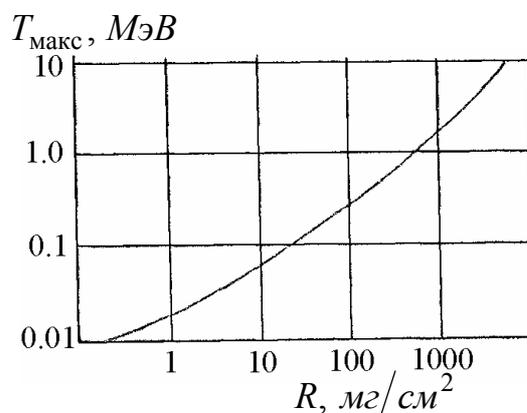


Рисунок 5.11 – Кривая, связывающая пробег бета-частиц с их максимальной энергией (по данным различных авторов)

радиоактивными веществами, и рассеяние электронов при прохождении через вещество приводит к тому, что ослабление пучка бета-частиц, идущих от источника к детектору, носит характер, близкий к экспоненциальному закону:

$$N = N_0 e^{-\mu d}, \quad (5.11)$$

где  $d$  - толщина фильтра,

$\mu$  - линейный коэффициент поглощения.

Для массового коэффициента поглощения существует формула, связывающая его с граничной энергией бета-спектра:

$$\mu/\rho = 22T_{\beta\text{макс}}^{-4/3} \text{ см}^2/\text{г}, \quad 0,5\text{МэВ} < T_{\beta\text{макс}} < 7\text{МэВ}.$$

Экспоненциальный закон хорошо совпадает с экспериментальной кривой в области средних значений толщины поглотителя. В области малых и больших значений наблюдается заметное отступление от экспоненциального закона (см. рисунок 5.10). При измерениях удобно пользоваться толщиной слоя половинного поглощения  $d_{1/2}$ , необходимого для уменьшения вдвое начальной интенсивности бета-излучения. Так как  $N = N_0 e^{-\mu d}$  и  $N = N_0/2$ , то

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}.$$

Связь между толщиной слоя алюминия, ослабляющего излучение в  $2^n$  раз, и верхней границей бета-спектра была тщательно исследована. Полученные результаты приведены на рисунке 5.12. По оси абсцисс отложена толщина алюминиевого фильтра, а по оси ординат - верхняя граница бета-спектра. Отдельные кривые изображенного на рисунке семейства относятся к случаям, когда на опыте определено уменьшение скорости счета бета-частиц в  $2^n$  раз по сравнению с первоначальной, где  $n = 1, 2, 3, \dots$

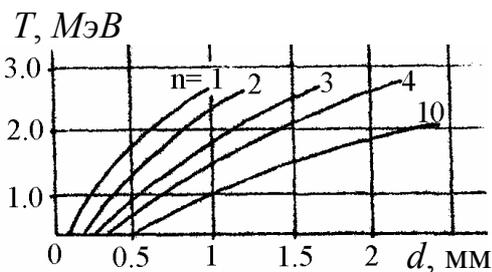


Рисунок 5.12 – Кривые, служащие для определения максимальной границы бета-спектра

Зная толщину слоя алюминия и значение  $n$ , можно по соответствующей кривой (см. рисунок 5.12) определить значение энергий.

## 5.5 Методика решения задач

Как и в предыдущем разделе, следует обратить внимание на систему единиц. Формулы (5.1)-(5.4) написаны в системе СГС. Если решать задачи в системе СИ, эти формулы нужно дополнить множителем  $1/16\pi^2 \varepsilon_0^2$ . Значения всех необходимых констант приведены в приложении. В остальных

формулах указывается, в каких единицах нужно подставлять те или иные величины.

Задача 1. Найти зависимость радиационной длины  $l_{рад}$  электрона от порядкового номера вещества  $Z$ . Вычислить  $l_{рад}$  для электрона в азоте (при нормальных условиях), алюминии и свинце.

Решение. Продифференцировав формулу (5.7), получим

$$-\partial T/\partial x = T/l_{рад}.$$

Сравнивая с формулой (5.5), найдем

$$l_{рад} = 4,31 \cdot 10^{26} / NZ^2 \ln(183/Z^{1/3}).$$

Вычислим концентрацию атомов в азоте при нормальных условиях ( $T = 273\text{К}$ ,  $p = 10^5\text{Па}$ ), для этого сначала определим концентрацию молекул  $N_1$  азота по формуле  $N_1 = p/kT$ , получим  $N_1 = 2,64 \cdot 10^{19} \text{см}^{-3}$ . Поскольку молекула азота двухатомная, то  $N = 2N_1 = 5,28 \cdot 10^{19} \text{см}^{-3}$ . Подставив в формулу для  $l_{рад}$ , найдем  $l_{рад} = 360 \text{м}$ .

Концентрацию атомов в алюминии и свинце определим из формулы  $N = \rho/m_{ам}$ , где  $\rho$  и  $m_{ам}$  – плотность и масса атома вещества. Подставляя табличные значения плотности и, вычисляя массу атома по формуле  $m_{ам} = m_0 A$ , где  $A$  – массовое число,  $m_0$  – атомная единица массы, для концентрации атомов находим следующие значения  $N_{Al} = 5,98 \cdot 10^{22} \text{см}^{-3}$ ,  $N_{Pb} = 3,26 \cdot 10^{22} \text{см}^{-3}$ . И окончательно, для радиационной длины получаем  $(l_{рад})_{Al} = 9,8 \text{см}$ ,  $(l_{рад})_{Pb} = 0,52 \text{см}$ .

Задача 2. Найти средний пробег релятивистских электронов с  $V\rho = 5,0 \text{кГс} \cdot \text{см}$  в графите.

Решение. Чтобы определить средний пробег электронов по эмпирическим формулам, нужно знать их кинетическую энергию. В условии задачи приводится произведение индукции магнитного поля на радиус окружности, которую описывает электрон в этом поле. Для того чтобы определить кинетическую энергию электронов  $T = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$  необходимо найти

скорость из второго закона Ньютона, который в данной задаче записывается в виде  $ma_{ц.с.} = F_l$ . Подставляя выражения для центростремительного ускорения, силы Лоренца и, учитывая релятивистский эффект увеличения массы с ростом скорости электрона, получим

$$\frac{m_e v^2}{\rho \sqrt{1 - v^2/c^2}} = e v B.$$

Выразим отсюда скорость

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + v_0^2/c^2}}, \text{ где } v_0 = \frac{B \rho e}{m_e}.$$

Подставляя числовые значения, определим  $v = 2,84 \cdot 10^8$  м/с и  $T = 1,07$  МэВ. Поскольку радиационные потери преобладают при энергиях много больших  $m_e c^2 = 0,511$  МэВ, в нашем случае можно считать, что потери в основном ионизационные и использовать вторую формулу (5.8). Подставив вычисленное значение энергии, находим  $R = 0,45$  г/см<sup>2</sup> или, разделив на плотность графита, 2,8 мм.

**Задача 3.** При торможении электронов достаточно больших энергий в поле ядра сечение испускания  $\gamma$ - квантов в интервале частот  $(\omega, \omega + d\omega)$  вблизи максимальной частоты тормозного излучения определяется формулой  $d\sigma = (1/nl_{\text{рад}}) d\omega/\omega$ , где  $n$ - число ядер в единице объема. Найти вероятность того, что электрон потеряет свыше 90% своей первоначальной энергии при прохождении через цинковую пластинку толщиной  $l = 1,0$  мм.

**Решение.** Вероятность испускания  $\gamma$  - квантов в интервале частот  $(\omega, \omega + d\omega)$  равна  $dw = n l d\sigma$ . Подставим выражение для  $d\sigma$  и умножим числитель и знаменатель на постоянную Планка  $\hbar$ , получим  $dw = \frac{l}{l_{\text{рад}}} \frac{d(\hbar\omega)}{\hbar\omega}$ . Согласно

условию задачи,  $\gamma$ - кванты должны унести энергию, лежащую в пределах от 0,9 до 1 энергии электрона  $T$ . Отсюда вероятность того, что электрон потеряет свыше 90 % своей первоначальной энергии, определится как интеграл

$$w = \frac{l}{l_{\text{рад}}} \int_{0,9T}^T \frac{d(\hbar\omega)}{\hbar\omega} = \frac{l}{l_{\text{рад}}} \ln(\hbar\omega) \Big|_{0,9T}^T = \frac{l}{l_{\text{рад}}} \ln 1,111.$$

Вычисление радиационной длины, так же как в задаче 1, приводит к значению 1,82 см. Подставив числовые данные в формулу для вероятности, окончательно получаем  $w = 5,79 \cdot 10^{-3}$ .

## 5.6 Задачи для самостоятельной работы

1) Вычислить радиационные потери энергии электрона с кинетической энергией 20 МэВ на единицу пути в алюминии. Во сколько раз удельные радиационные потери энергии электрона в свинце больше, чем в алюминии?

Ответ. 2,0 МэВ/см; в 19 раз.

2) Оценить кинетическую энергию электронов, при которой удельные потери энергии на тормозное излучение равны удельным ионизационным потерям в азоте (при нормальных условиях), алюминии и свинце.

Ответ. 114, 62, 9,8 МэВ.

3) Оценить кинетическую энергию электронов, при которой удельные радиационные потери энергии в алюминии составляют  $1/4$  всех удельных потерь энергии.

Ответ. 20 МэВ.

4) Оценить полную удельную потерю энергии электрона с кинетической энергией 27 МэВ в алюминии.

Ответ. 10 МэВ/см.

5) При прохождении слоя некоторого вещества толщиной 0,40 см энергия быстрых электронов уменьшилась в среднем на 25%. Найти радиационную длину электрона, если известно, что потери энергии электрона в основном радиационные.

Ответ. 14 мм.

6) Оценить первоначальную энергию электронов, если после прохождения свинцовой пластинки толщиной 5,0 мм энергия электронов в среднем составляет 42 МэВ.

Ответ. 0,11 ГэВ.

7) Вычислить с помощью эмпирических формул кинетическую энергию электронов, средний пробег которых в алюминии равен  $100 \text{ мг/см}^2$ .

Ответ. 0,36 МэВ.

8) Пучок электронов с кинетической энергией 0,50 МэВ падает нормально на алюминиевую фольгу толщиной  $50 \text{ мг/см}^2$ . Оценить с помощью эмпирических формул средний пробег электронов, прошедших эту фольгу, в воздухе.

Ответ.  $106 \text{ мг/см}^2$  или 0,8 м.

9) Оценить минимальную массовую толщину  $\beta$ -активного препарата  $^{204}\text{Tl}$ , начиная с которой дальнейшее увеличение его толщины не повышает интенсивности потока  $\beta$ -частиц, испускаемых этим препаратом. Максимальная энергия  $\beta$ -частиц равна 0,77 МэВ.

Ответ.  $0,3 \text{ г/см}^2$ .

10) Какая доля  $\beta$ -частиц, испускаемых  $^{32}\text{P}$ , поглощается в алюминиевой фольге толщиной  $20 \text{ мг/см}^2$ ? Максимальная энергия  $\beta$ -частиц, испускаемых  $^{32}\text{P}$  равна 1,71 МэВ.

Ответ. 0,2

11) При увеличении толщины окошка счетчика Гейгера — Мюллера на  $60 \text{ мг/см}^2$  скорость счета  $\beta$ -частиц уменьшилась в два раза. Какова максимальная энергия  $\beta$ -частиц исследуемого радиоактивного источника?

Ответ. 1,6 МэВ.

12) Найти толщину слоя половинного поглощения  $\beta$ -частиц, испускаемых радиоактивным препаратом  $^{32}\text{P}$ , для воздуха, алюминия и свинца. Максимальная энергия  $\beta$ -частиц равна 1,71 МэВ.

Ответ.  $50, 2,4 \cdot 10^{-2}, 5,7 \cdot 10^{-3}$  см.

### 5.7 Контрольные вопросы

- 1) Что называется  $\beta$ -распадом?
- 2) Какие виды бета-распада различают?
- 3) Почему бета-спектр сплошной?
- 4) Какие процессы взаимодействия электронов с веществом Вы знаете?
- 5) Расскажите о взаимодействии бета-частиц с атомными электронами.
- 6) Расскажите о взаимодействии бета-частиц с атомными ядрами.
- 7) В чем заключается метод поглощения, и как он применяется для определения максимальной энергии бета-излучения?

## 6 Взаимодействие гамма-лучей с веществом

### 6.1 Введение

$\gamma$ -лучи - электромагнитное излучение, возникающее в процессе разрядки возбужденных состояний атомных ядер, т.е. при переходе ядер из одних энергетических состояний в другие. Возбуждение ядра может сниматься путем излучения одного или нескольких  $\gamma$ -квантов, испускаемых каскадно. Возбужденные ядра образуются при различных превращениях: при радиоактивном распаде ядер ( $\gamma$ -лучи впервые были обнаружены в этом процессе); при ядерных реакциях; при делении ядер; при возбуждении электрическим полем налетающей частицы («кулоновское возбуждение») и в ряде других процессов. Во всех этих случаях испускание  $\gamma$ -лучей, как правило, является наиболее вероятным способом разрядки ядра-продукта.

$\gamma$ -лучи имеют еще более короткую длину волны, чем рентгеновские лучи.  $\gamma$ -лучи имеют весьма различные энергии. Известны случаи, когда энергия  $\gamma$ -кванта составляет всего лишь несколько кэВ. В некоторых ядерных реакциях испускаются  $\gamma$ -лучи с энергией, превосходящей 10 МэВ. Энергетический спектр  $\gamma$ -лучей является дискретным и в различных схемах распада бывает более или менее сложным. Например, радиоактивные изотопы  $^{203}\text{Hg}$  и  $^{137}\text{Cs}$  излучают одну  $\gamma$ -линию,  $^{60}\text{Co}$  - две линии. Во многих случаях  $\gamma$ -спектры, излучаемые атомными ядрами, содержат большое число монохроматических  $\gamma$ -линий (рисунок 6.1). Знание спектра  $\gamma$ -излучения различных радиоактивных веществ необходимо для многих научных и практических целей.

Наиболее простым методом определения энергии гамма-лучей является метод поглощения. Большая чувствительность и простота метода поглощения позволяют работать с относительно слабыми источниками, и при этом не требуется проведения длительных измерений. Поэтому данный метод вплоть до настоящего времени находит широкое применение.

Метод поглощения основан на ослаблении интенсивности пучка  $\gamma$ -лучей с помощью фильтров, помещаемых между источником и детектором гамма-лучей. Ослабление интенсивности является следствием взаимодействия  $\gamma$ -лучей с веществом фильтров. Для понимания физических основ метода поглощения необходимо рассмотреть процесс прохождения  $\gamma$ -лучей через вещество.

К основным видам взаимодействия  $\gamma$ -лучей с веществом относятся: фотоэффект, эффект Комптона и образование электронно-позитронных пар.

### 6.2 Фотоэффект

*Фотоэффект* означает вырывание связанных электронов (вообще говоря, любых частиц) под действием электромагнитного излучения. В этом процессе квант, взаимодействуя с электроном, отдает ему всю энергию, в ре-

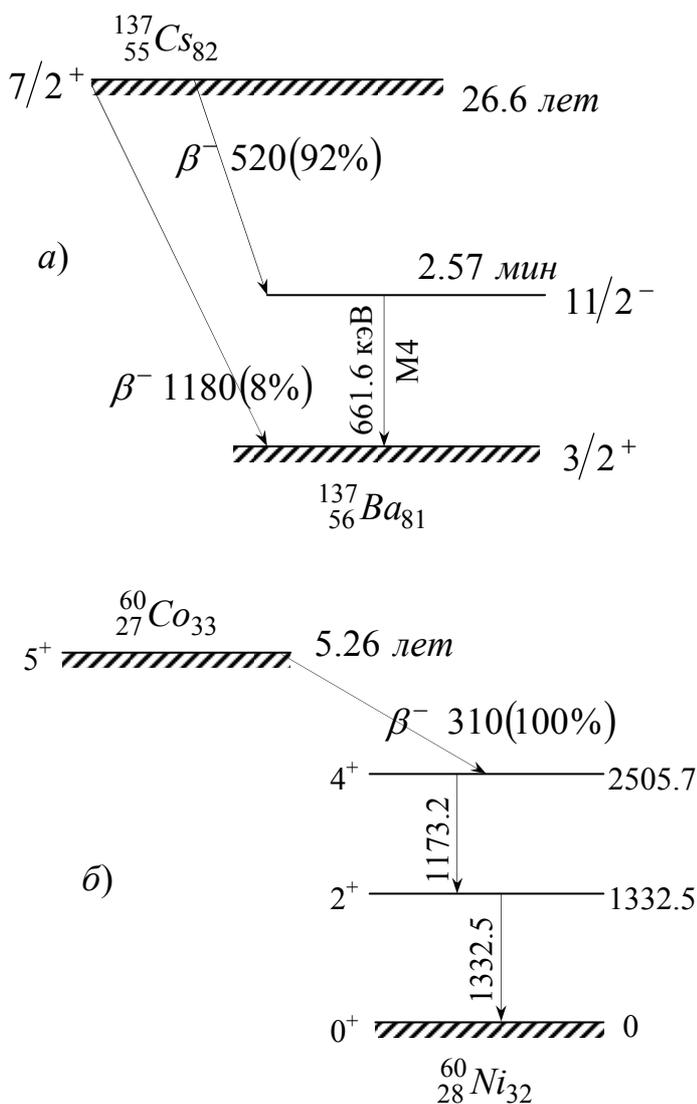


Рисунок 6.1 – Схемы распада  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{60}\text{Co}$

При прохождении  $\gamma$ -лучей через вещество фотоэлектрическое поглощение осуществляется при взаимодействии  $\gamma$ -кванта с электроном одной из внутренних оболочек атома. При этом электрон выбрасывается за пределы атома. Освободившееся на электронной оболочке место заполняется одним из электронов с вышерасположенных оболочек. Этот процесс сопровождается испусканием характеристического рентгеновского излучения или электронов Оже.

Очевидно, что для вырывания электрона с одной из оболочек атома энергия  $\gamma$ -кванта должна быть не меньше потенциала этой оболочки. Фотоэффект невозможен на свободных (несвязанных) электронах, т.к. для выполнения закона сохранения импульса, кроме фотона и электрона необходимо присутствие третьего тела - ядра. Однако, ввиду того, что масса ядра значительно превышает массу электрона, большая часть импульса  $\gamma$ -кванта передается электрону. Вероятность передачи импульса электрону зависит от

зультате чего нарушается связь электрона с ядром и электрону сообщается кинетическая энергия.

Фотоэффект - понятие широкое, применяемое к электромагнитному излучению как в области видимого спектра ( $\lambda \sim 500 \text{ нм}$ ), так и в области рентгеновских ( $\lambda \sim 0,1 - 5 \text{ нм}$ ) и  $\gamma$ -лучей ( $\lambda < 0,1 \text{ нм}$ ). Вероятность фотоэффекта тем больше, чем ближе энергия падающего кванта к энергии связи электрона. Так, при облучении поверхности металла световыми квантами (энергия кванта - порядка величины работы выхода из металла) происходит вырывание электронов с поверхности - внешний фотоэффект. При облучении полупроводника квантами с энергией, превосходящей ширину запрещенной зоны данного полупроводника, электроны валентной зоны переходят в свободную (внутренний фотоэффект) и возникает фотопроводимость.

энергии связи электрона с ядром и от энергии  $\gamma$ -кванта. Именно этим обстоятельством обусловлены все характеристики фотоэффекта в области  $\gamma$ -лучей.

Формулы для сечения фотоэффекта (величины, пропорциональной вероятности данного процесса) были получены методами квантовой электродинамики. Показано, что существует следующая зависимость сечения фотоэффекта ( $\sigma_\phi$ ) от энергии гамма-лучей  $h\nu$  и заряда  $Z$  вещества поглотителя:

$$\sigma_\phi \sim \frac{Z^5}{(h\nu)^{7/2}} \quad (h\nu > J_K) \text{ и}$$

$$\sigma_\phi \sim \frac{Z^5}{h\nu} \quad (h\nu \gg J_K),$$

где  $J_K$  – энергия связи электрона на К-оболочке.

Вероятность фотоэффекта на L- и M- и других оболочках значительно меньше, чем на K- оболочке, а именно:

$$\sigma_L/\sigma_K \sim 1/5; \quad \sigma_M/\sigma_L \sim 1/4.$$

Вероятность фотоэффекта сильно зависит от заряда ядра. Это объясняется тем, что с увеличением заряда резко возрастает величина энергии связи орбитальных электронов с ядром. На рисунке 6.2 изображена зависимость коэффициента  $\tau = n\sigma_\phi$  от энергии  $\gamma$ -квантов ( $n$  – число атомов в единице объема вещества).

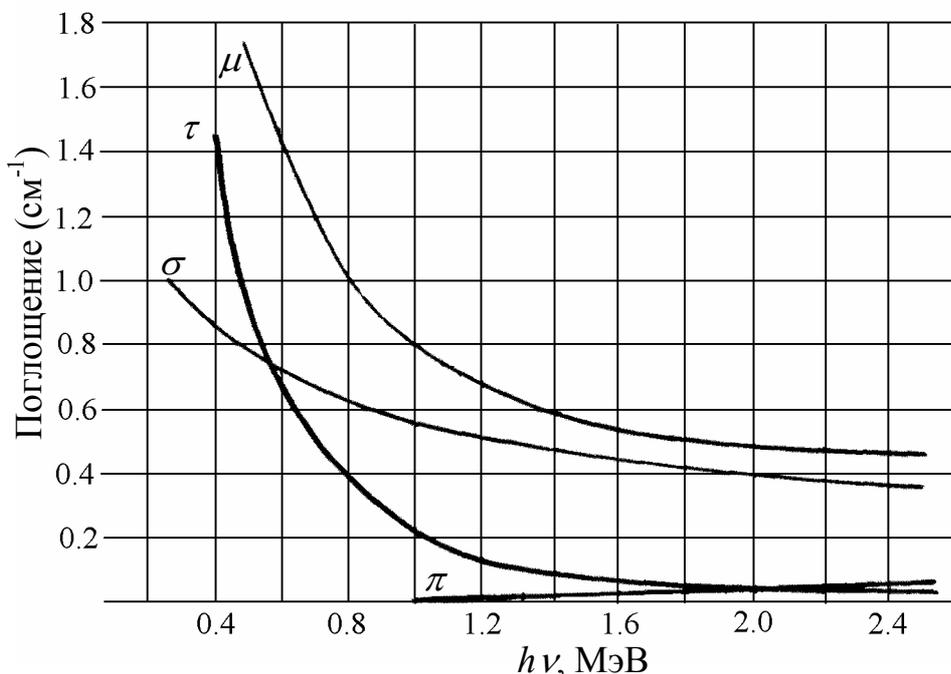


Рисунок 6.2 – Зависимость коэффициентов  $\sigma$ ,  $\tau$  и  $\mu$  для свинца от энергии  $\gamma$ -квантов

Пространственное распределение электронов, освобождающихся при фотоэффекте, подчиняется закону  $\cos^2 \varphi$  ( $\varphi$  – угол между направлением вылета электрона и электрическим вектором падающей волны). На рисунке 6.3а

показано угловое распределение фотоэлектронов для энергии  $h\nu < m_e c^2$ . При  $h\nu \gg m_e c^2$  угловое распределение фотоэлектронов становится вытянутым вперед (рисунок 6.3б).

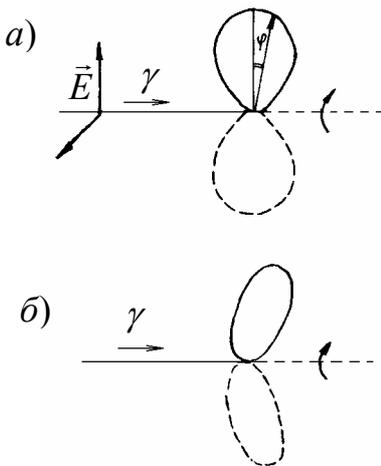


Рисунок 6.3 – Угловое распределение фотоэлектронов

### 6.3 Рассеяние $\gamma$ -лучей

При прохождении  $\gamma$ -лучей через вещество, наряду с поглощением наблюдается их рассеяние, т.е. отклонение от первоначального направления распространения.

Рассеяние бывает двух видов: с изменением и без изменения длины волны.

а) Рассеяние без изменения длины волны падающего излучения называют классическим или *томсоновским*. Оно возникает тогда, когда энергия  $\gamma$ -кванта меньше энергии связи электрона в атоме. Падающее излучение приводит в резонансные колебания связанные электроны атома, и они становятся излучателями квантов такой же частоты.

Сечение томсоновского рассеяния на один электрон:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2, \quad (6.1)$$

где  $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$  - классический радиус электрона.

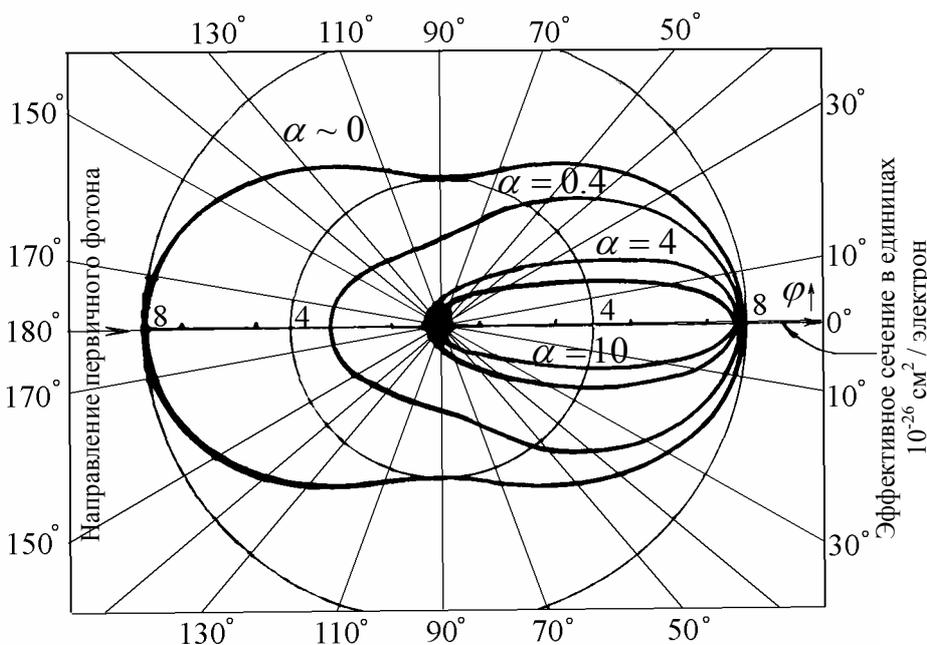


Рисунок 6.4 – Характер углового распределения рассеянного  $\gamma$ -излучения для различных значений  $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$

Угловая зависимость интенсивности рассеянного излучения имеет вид  $1 + \cos^2 \varphi$ , где  $\varphi$  - угол рассеяния (рисунок 6.4).

б) Рассеяние с изменением длины волны (*Комптон-эффект*) возникает тогда, когда энергия падающего кванта больше энергии связи электрона в атоме.

Впервые это явление наблюдал Комптон при исследовании рассеяния рентгеновских лучей. Он предложил трактовать этот эффект как упругое рассеяние частиц-фотонов на свободных электронах. В каждом отдельном акте взаимодействует один фотон и один электрон (электроны в этом случае можно считать свободными, т.к. энергия падающих квантов превосходит энергию связи электронов в атомах).

Соотношение, связывающее энергию  $h\nu'$  рассеянного  $\gamma$ -кванта с углом рассеяния  $\varphi$  (рисунок 6.5), можно получить из законов сохранения энергии и импульса:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4},$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e,$$

где  $\vec{p}_\gamma$  и  $\vec{p}_e$  - импульсы гамма-кванта и электрона. Решая эти уравнения, найдем

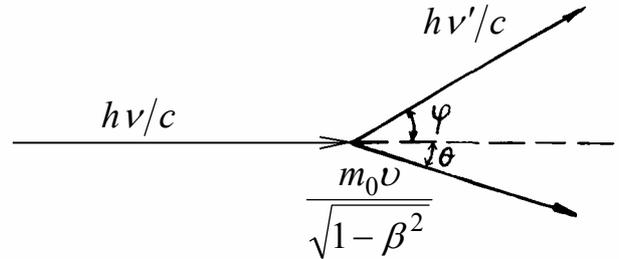


Рисунок 6.5 – Соотношения между импульсами при комптоновском рассеянии

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \varphi)}. \quad (6.2)$$

Полное эффективное сечение, определяющее число  $\gamma$ -квантов, выбывших из первичного пучка и рассчитанное на электрон, дается формулой

$$\sigma_K = \frac{3}{4} \sigma_T \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + 2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1 + 2\alpha) - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\}, \quad (6.3)$$

где  $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ .

Рассмотрим предельные случаи:

а)  $\alpha \ll 1$ ;  $\sigma_K = \sigma_T \left( 1 - 2\alpha + \frac{26}{5} \alpha^2 + \dots \right)$ ,

для малых энергий сечение убывает линейно с ростом энергии гамма-лучей.

б)  $\alpha \gg 1$ ;  $\sigma_K = \frac{3}{8} \sigma_T \frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{2} + \ln 2\alpha \right)$ ,

при очень больших энергиях число рассеянных гамма-квантов убывает с увеличением энергии падающего излучения, обратно пропорционально  $h\nu$ .

Линейный коэффициент ослабления за счет комптоновского рассеяния выражается следующей формулой:

$$\sigma = nZ\sigma_K, \quad (6.4)$$

где  $n$  - число атомов в  $1 \text{ см}^3$ ,

$Z$  - заряд ядра, т.е. число электронов на атом.

Это выражение можно записать также в виде:

$$\sigma = N_A \rho \frac{Z}{A} \sigma_K,$$

где  $N_A$  - число Авогадро,  
 $\rho$  - плотность вещества поглотителя,  
 $A$  - атомный вес.

В виду того, что  $Z/A$  мало изменяется при переходе от вещества к веществу (от 0.5 до 0.4 в пределах периодической таблицы), то линейный коэффициент ослабления за счет комптоновского рассеяния зависит практически только от плотности вещества  $\rho$ . На рисунках 6.2 и 6.3 представлена зависимость линейного коэффициента  $\sigma$  от энергии первичных  $\gamma$ -квантов для фильтров из свинца и алюминия. Если поглотитель сделан из вещества, характеризуемого малым  $Z$ , то фотоэффектом можно пренебречь. Ослабление пучка  $\gamma$ -лучей будет определяться главным образом комптоновским эффектом (при средних  $h\nu$ ). В этом случае, ввиду того, что  $\sigma$  пропорционально плотности  $\rho$ , а  $Z/A$  приблизительно постоянно, можно ввести массовый коэффициент ослабления, являющийся универсальной величиной:

$$\sigma_{\text{масс}} = \frac{\sigma}{\rho} = N_A \frac{Z}{A} \sigma_K. \quad (6.5)$$

Одно и то же значение  $\sigma_{\text{масс}}$  пригодно для любого поглотителя. Величина  $\sigma_{\text{масс}}$  является функцией только энергии  $\gamma$ -кванта.

Указанный на рисунках 6.2 и 6.6 ход кривой, изображающей зависимость  $\sigma$  от  $h\nu$ , относится к случаю бесконечно узкого пучка и точечного детектора, когда рассеянные на небольшой угол  $\gamma$ -кванты не регистрируются.

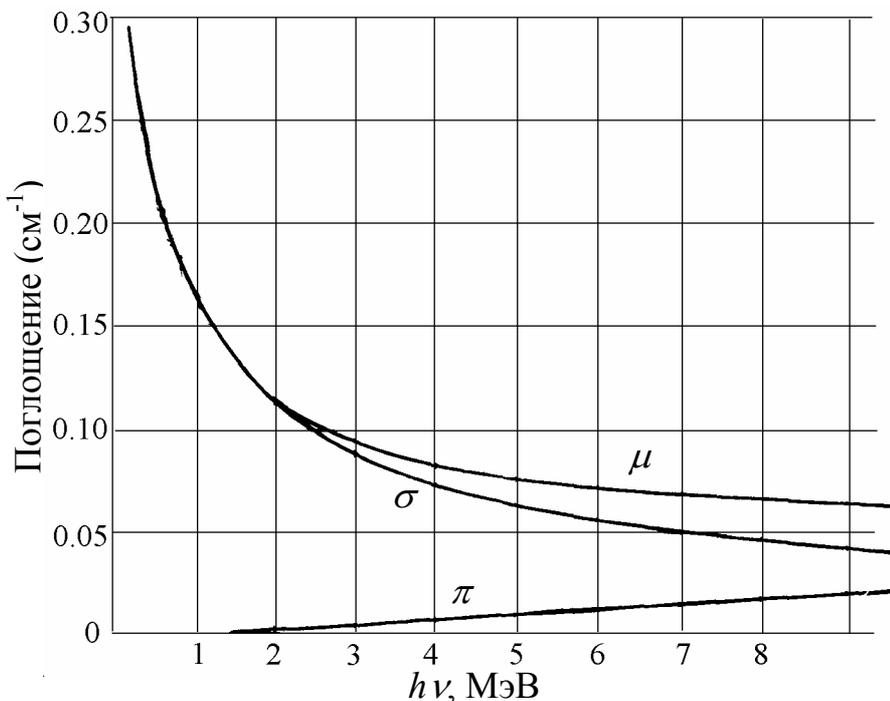


Рисунок 6.6 – Зависимость коэффициентов поглощения  $\pi$ ,  $\sigma$  и  $\mu$  для алюминия от энергии  $\gamma$ -квантов

Однако на опыте употребляются пучки с конечным углом раствора и детектор не является точечным. Поэтому весьма существенно знание углового распределения рассеянных  $\gamma$ -квантов. Последнее дается дифференциальным сечением рассеяния в теории Клейна-Нишины-Тамма. Относительное число  $\gamma$ -квантов, рассеянных в единичном телесном угле под углом  $\varphi$ , равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \frac{1 + \cos^2 \varphi}{[1 + \alpha(1 - \cos^2 \varphi)]^2} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2 (1 - \cos \varphi)^2}{(1 + \cos^2 \varphi)(1 + \alpha(1 - \cos \varphi))} \right\},$$

где  $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ .

При очень малых значениях  $\alpha$  угловое распределение следует закону  $(1 + \cos^2 \varphi)$ , характерному для классической электромагнитной теории. Это распределение симметрично относительно угла  $90^\circ$ . Вероятность рассеяния максимальна при углах  $0$  и  $180^\circ$ .

Если  $\alpha$  много превосходит единицу в релятивистской области, то угловое распределение становится все более и более резко направленным вперед. Кривые на рисунке 6.6 иллюстрируют характер углового распределения рассеянного гамма-излучения для различных значений  $h\nu$ . При  $h\nu \sim 2.5$  МэВ почти все рассеянные кванты отклоняются менее чем на  $30^\circ$ . При  $\alpha \gg 1$  практически все рассеянное излучение можно считать сосредоточенным в узком конусе с углом раствора  $\varphi = 1/\alpha$ .

При выборе геометрии опыта необходимо поэтому позаботиться о том, чтобы детектор захватывал возможно меньшую долю рассеянного в фильтрах излучения. Другими словами, угол, под которым виден детектор из фильтров, должен быть настолько малым, чтобы регистрировался лишь пренебрежимо малый процент рассеянных квантов. Захват детектором рассеянного излучения приведет, очевидно, к тому, что кривая, полученная при помощи реальной установки, пойдет ниже теоретической, причем отклонение будет увеличиваться по мере возрастания  $h\nu$ . Соответственно неправильно будет определена энергия кванта по измеренному коэффициенту ослабления (значение  $h\nu$  будет завышено). Во избежание подобных ошибок желательно проградуировать установку по известным  $\gamma$ -линиям; погрешности, связанные с нарушением идеальной геометрии, могут быть также оценены расчетным путем.

В заключение параграфа о комптоновском рассеянии следует указать на то, что с этим явлением связано не только рассеяние  $\gamma$ -квантов, но также и их поглощение. Если мы окружим источник  $\gamma$ -лучей со всех сторон блоками из легкого вещества (например, алюминия), то за пределы этих блоков  $\gamma$ -излучение уже не выйдет, если размеры блоков будут достаточно велики. Это не было бы так, если бы мы имели только явление рассеяния. Выше же указывалось, что при комптоновском эффекте часть энергии  $\gamma$ -кванта передается электрону. Поэтому, в результате многократного рассеяния в блоке,  $\gamma$ -квант постепенно потеряет свою энергию и, в конце концов, поглотится. На явлении поглощения  $\gamma$ -лучей при комптон-эффекте основано устройство защиты из бетона, кирпича, железа и т.д.

## 6.4 Образование электронно-позитронных пар

При энергиях  $\gamma$ -квантов, превышающих  $2m_e c^2$ , наблюдается процесс поглощения квантов с образованием пары электрона и позитрона. Энергия кванта тратится на создание этих двух частиц и на сообщение им кинетической энергии. Исходя из законов сохранения энергии и импульса, можно показать, что образование пары электрон + позитрон в пустом пространстве невозможно. Этот процесс может происходить только при взаимодействии  $\gamma$ -излучения с веществом. Действительно, если предположить, что образование пары электрон-позитрон наблюдается в пустоте, то в соответствии с законами сохранения энергии и импульса должны выполняться два равенства:

$$E_\gamma = \frac{m_{e^-} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}};$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+}.$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$|\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{m_{e^-} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}} > \frac{m_{e^-} \beta_{e^-} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} \beta_{e^+} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}} = |\vec{p}_{e^-}| + |\vec{p}_{e^+}|.$$

Но это невозможно, так как векторы  $\vec{p}_\gamma$ ,  $\vec{p}_{e^-}$  и  $\vec{p}_{e^+}$  в соответствии с законом сохранения импульса образуют треугольник.

В результате процесса образования пары  $\gamma$ -квантом энергия и импульс должны распределиться между тремя частицами: электроном, позитроном и какой-либо третьей частицей – ядром или электроном, в поле которого образовалась пара. Однако вероятность образования пары в поле электрона очень мала. Для образования пары в поле ядра необходимо затратить энергию  $\approx 2m_e c^2$ . Соответственно, сумма кинетических энергий  $T$  электрона и позитрона равна  $T \approx h\nu - 2m_e c^2$ . Получим выражение пороговой энергии гамма-кванта для образования пары в поле ядра массой  $M$ . Для этого воспользуемся инвариантностью величины  $E^2 - p^2 c^2 = inv$  ( $E$  и  $p$  обозначают полную энергию и суммарный импульс взаимодействующих частиц) и запишем ее в лабораторной системе координат до взаимодействия и в системе центра инерции после взаимодействия и полученные результаты приравняем

$$\left(E_{\gamma_{nop}} + Mc^2\right)^2 - \left(\frac{E_{\gamma_{nop}}}{c}\right)^2 c^2 = (M + 2m_e)^2 c^4.$$

Построение левой части очевидно. Что касается правой, то в ней нет импульса системы, потому, что в системе центра инерции он равен нулю, и нет кинетической энергии частиц, так как рассматривается процесс образования

пар на пороге, когда образующиеся частицы покоятся. Решив записанное уравнение относительно  $E_{\gamma_{пор}}$ , получим

$$E_{\gamma_{пор}} = 2m_e c^2 (1 + m_e/M). \quad (6.6)$$

Образование пар тем более вероятно, чем сильнее поле, с которым взаимодействует квант. Сечение этого процесса возрастает с увеличением атомного номера, как  $\sigma_{нар} = Z^2 F(h\nu)$ , где  $F(h\nu)$  - функция энергии  $\gamma$ -кванта. Величина  $\pi = n\sigma_{нар}$  ( $n$  - число атомов в единице объема вещества) показана на рисунках 6.2 и 6.6 для свинца и алюминия.

## 6.5 Коэффициент ослабления

При прохождении через вещество  $\gamma$ -излучение испытывает поглощение и рассеяние. Как при поглощении, так и при рассеянии  $\gamma$ -квант удаляется из падающего пучка в результате единичного акта. Число  $\gamma$ -квантов, удаляемых из пучка при прохождении поглотителя толщиной  $dx$ , пропорционально  $dx$  и числу квантов  $N$ , падающих на поглотитель. Таким образом, уменьшение числа  $\gamma$ -квантов в пучке равно

$$-dN = \mu N dx. \quad (6.7)$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu$  называется полным линейным коэффициентом ослабления. Как вытекает из приведенного уравнения, линейный коэффициент ослабления

$$\mu = \frac{(-dN/N)}{dx} \text{ (см}^{-1}\text{)}$$

имеет следующий физический смысл:  $\mu$  есть относительное ослабление пучка  $\gamma$ -лучей, приходящееся на единицу длины пути в веществе. Очевидно, коэффициенту ослабления можно придать и следующий смысл:  $\mu$  есть среднее число столкновений  $\gamma$ -кванта с атомами на единице пути в веществе, причем в результате такого столкновения  $\gamma$ -квант выбывает из пучка. Поэтому величину  $\mu$  можно истолковать как длину свободного пробега  $\gamma$ -кванта в веществе

$$R = 1/\mu. \quad (6.8)$$

Можно ввести в рассмотрение также эффективное сечение  $\sigma_{эфф}$  столкновения  $\gamma$ -кванта с атомом, величина сечения определяется из соотношения:

$$\mu = \sigma_{эфф} n$$

где  $n$  - число атомов в  $1 \text{ см}^3$ .

Ослабление пучка  $\gamma$ -лучей при прохождении через вещество определяется в основном тремя процессами: фотоэлектрическим поглощением, комптоновским рассеянием и поглощением вследствие образования пар электрон - позитрон в кулоновском поле атомных ядер.

Ослабление пучка  $\gamma$ -лучей в слое вследствие каждого из этих процессов происходит, очевидно, независимо. Следовательно, для каждого случая можно написать уравнение

$$-(dN)_\tau = \tau N dx; \quad -(dN)_\sigma = \sigma N dx; \quad -(dN)_\pi = \pi N dx;$$

где  $\tau$  и  $\pi$  - коэффициенты поглощения, отвечающие фотоэффекту и образованию пар;  $\sigma$  - коэффициент рассеяния при комптон-эффекте. Полное уменьшение числа  $\gamma$ -квантов в пучке, таким образом, равно:

$$-dN = -((dN)_\tau + (dN)_\sigma + (dN)_\pi) = (\tau + \sigma + \pi) N dx.$$

Соответственно полный коэффициент ослабления равен:

$$\mu = \tau + \sigma + \pi. \quad (6.9)$$

Коэффициенты  $\tau$ ,  $\sigma$  и  $\pi$  зависят от атомного номера вещества и энергии  $\gamma$ -кванта. В таблице 6.1 приведены значения массовых коэффициентов ослабления  $\mu/\rho$  и поглощения  $(\tau + \pi)/\rho$  для разных энергий гамма – лучей.

Таблица 6.1- Массовые коэффициенты ослабления и поглощения

Энергия, МэВ	Алюминий		Свинец		Вода		Воздух	
	$\mu/\rho,$ см <sup>2</sup> /г	$(\tau + \pi)/\rho$ см <sup>2</sup> /г	$\mu/\rho,$ см <sup>2</sup> /г	$(\tau + \pi)/\rho$ см <sup>2</sup> /г	$\mu/\rho,$ см <sup>2</sup> /г	$(\tau + \pi)/\rho$ см <sup>2</sup> /г	$\mu/\rho,$ см <sup>2</sup> /г	$(\tau + \pi)/\rho$ см <sup>2</sup> /г
0,1	0,169	0,0371	5,46	2,16	0,171	0,0253	0,155	0,0233
0,2	0,122	0,0275	0,942	0,586	0,137	0,0299	0,123	0,0269
0,4	0,0927	0,0287	0,220	0,136	0,106	0,0328	0,0953	0,0295
0,6	0,0779	0,0286	0,119	0,0684	0,0896	0,0329	0,0804	0,0295
0,8	0,0683	0,0278	0,0866	0,0477	0,0786	0,0321	0,0706	0,0288
1,0	0,0614	0,0269	0,0703	0,0384	0,0706	0,0310	0,0635	0,0276
1,5	0,0500	0,0246	0,0550	0,0280	0,0590	0,0283	0,0515	0,0254
2,0	0,0431	0,0227	0,0463	0,0248	0,0493	0,0260	0,0445	0,0236
3,0	0,0360	0,0201	0,0410	0,0238	0,0390	0,0227	0,0360	0,0211
4,0	0,0310	0,0188	0,0421	0,0253	0,0339	0,0204	0,0307	0,0193
6,0	0,0264	0,0174	0,0436	0,0287	0,0275	0,0178	0,0250	0,0173
8,0	0,0241	0,0169	0,0458	0,0310	0,0240	0,0163	0,0220	0,0163
10,0	0,0229	0,0167	0,0489	0,0328	0,0219	0,0154	0,0202	0,0156

Точно так же, как и выше, можно ввести эффективное сечение  $\sigma_{эфф}$  и длину свободного пробега  $R_{своб}$  для каждого из процессов. На рисунке 6.7 изображены графики зависимости сечений взаимодействия для каждого из процессов и суммарного сечения от энергии гамма – квантов.

## 6.6 Экспоненциальный закон поглощения $\gamma$ -лучей

Пусть мы имеем радиоактивный изотоп, излучающий монохроматические  $\gamma$ -лучи. Используя малые размеры источника и детектора, а также большое расстояние между ними, выделим узкий, почти параллельный пучок лучей. Пусть диаметр фильтров равен диаметру пучка  $d$ . В принципе можно сделать так, чтобы величина  $d$  была много меньше длины свободного пробега (в поглощающем веществе) исследуемых  $\gamma$ -квантов по отношению к комптоновскому рассеянию  $d \ll 1/\sigma$ . Тогда однажды рассеянный квант не возвратится в пучок и не попадет в детектор, в этом случае коэффициент ослабления не зависит от толщины  $x$  фильтра и мы можем проинтегрировать уравнение (6.6) по толщине фильтра:

$$N = N_0 \exp(-\mu x). \quad (6.10)$$

Мы получили хорошо известный "экспоненциальный закон поглощения  $\gamma$ -лучей". Однако в случае широкого пучка, имеющего к тому же большой угол расходимости, закон поглощения, строго говоря, уже нельзя выразить уравнением (6.7). В пучке будут встречаться многократно рассеянные  $\gamma$ -кванты, имеющие энергии меньше, чем у падающих и соответственно характеризующиеся другим значением  $\mu$ . В этом случае величина  $\mu$  будет функцией толщины фильтра. При использовании не очень узких пучков удастся все же ввести некоторое среднее или эффективное значение  $\bar{\mu}$ , позволяющее написать формулу (6.7). Однако это значение  $\bar{\mu}$  заметно отличается от  $\mu_{теор}$  и зависит от геометрии опыта. Строгое вычисление ослабления интенсивности широкого пучка  $\gamma$ -лучей при прохождении больших блоков вещества представляет собой довольно сложную математическую задачу.

Если изучаемый  $\gamma$ -спектр содержит несколько линий, т.е.

$$N = N_1 + N_2,$$

то уравнение (6.7) должно быть заменено системой уравнений. Мы можем считать, что каждая  $\gamma$ -компонента поглощается независимо

$$-dN_1 = \mu_1 N_1 dx; \quad -dN_2 = \mu_2 N_2 dx$$

и, следовательно, для узкого параллельного пучка

$$N_1 = N_{01} e^{-\mu_1 x}; \quad N_2 = N_{02} e^{-\mu_2 x}.$$

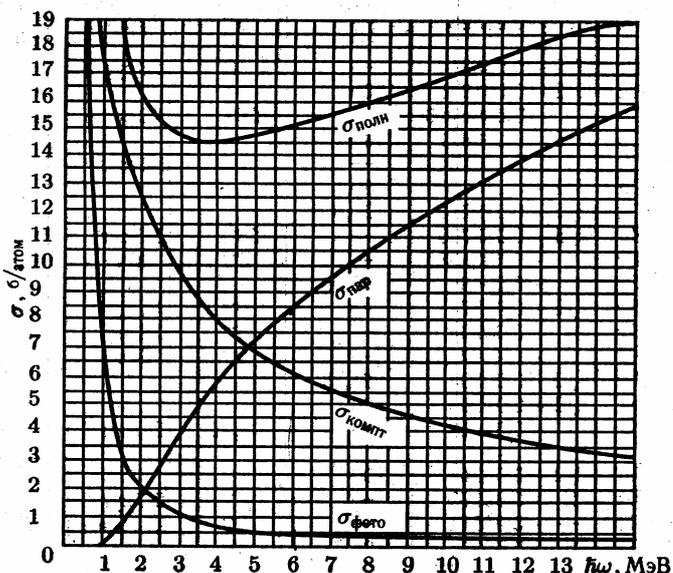


Рисунок 6.7 – Сечения взаимодействия  $\gamma$ -квантов в свинце

Отсюда интенсивность сложного пучка после прохождения фильтра, имеющего толщину  $x$ , будет равна:

$$N = N_1 + N_2 = N_{01}e^{-\mu_1 x} + N_{02}e^{-\mu_2 x}. \quad (6.11)$$

Пользуясь формулой (6.11), можно из экспериментальных кривых поглощения определить значения  $\mu_1$ , и  $\mu_2$ , а отсюда и энергию  $\gamma$ -лучей.

Типичная кривая поглощения для двух  $\gamma$ -линий изображена на рисунке 6.8 в полулогарифмическом масштабе.

При  $\mu_2 \ll \mu_1$  конец логарифмического графика при достаточно больших  $x$  представляет прямую линию, из которой непосредственно определяется

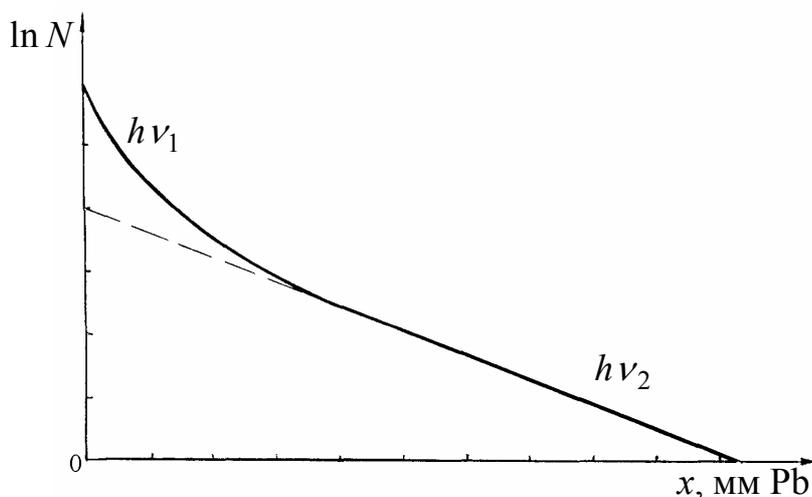


Рисунок 6.8 – Типичная кривая поглощения в случае двух  $\gamma$ -линий

ся  $\mu_2$ . Это позволяет рассчитать  $N_2(x)$ . Зная  $N_2(x)$ , определяют  $N_1(x)$

$$N_1(x) = N_{эксн}(x) - N_2(x).$$

По нескольким значениям  $N_1$  для различных  $x_1, x_2, \dots$  строят зависимость  $\ln N_1$  от  $x$  и определяют  $\mu_1$ . Величины  $\mu_1, \mu_2$  позволяют найти  $h\nu_1$  и  $h\nu_2$  по кривым на рисунках 6.2, 6.6 и 6.7. В случае большого числа  $\gamma$ -линий поступают аналогично.

## 6.7 Методика решения задач

При решении задач следует обращать внимание на размерности величин, приводимых на графиках 6.2, 6.6, 6.7 и в таблице 6.1, а также на размерности величин, подставляемых в полуэмпирические формулы. Сечения рассмотренных выше процессов  $\sigma_{\phi}$ ,  $\sigma_K$  и  $\sigma_{нар}$  измеряются в  $\text{см}^2$ . В ядерной физике принята единица измерения сечения 1барн= $10^{-24} \text{см}^2$ .

**Задача 1.** Вычислить массовый и линейный коэффициенты рассеяния для низкоэнергетического рентгеновского излучения для неона и кислорода при нормальных условиях. Иметь в виду, что атомный коэффициент рассеяния определяется формулой (6.1).

**Решение.** Проходя через вещество, низкоэнергетические рентгеновские кванты испытывают упругое томсоновское рассеяние. Линейный коэффициент рассеяния связан с атомным формулой  $\sigma = nZ\sigma_T$ . Подставив в (6.1) значения констант, найдем  $\sigma_T = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$ . Концентрацию атомов

неона вычислим по формуле  $n = p/kT$ , где  $p$  - давление газа,  $k$  - постоянная Больцмана, и  $T$  – абсолютная температура. Концентрация атомов кислорода будет в два раза больше, поскольку кислород – двухатомный газ. Подставляя числовые данные, получим  $2,65 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  для неона и  $5,31 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  для кислорода. Окончательно для линейного коэффициента найдем  $\sigma(\text{Ne}) = 1,76 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$  и  $\sigma(\text{O}_2) = 2,82 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ .

Массовый коэффициент получается в результате деления линейного на плотность газа при нормальных условиях ( $\rho(\text{Ne}) = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$  и  $\rho(\text{O}_2) = 1,41 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ ). Он для обоих газов одинаков и равен  $0,2 \text{ см}^2/\text{г}$ .

Задача 2. Узкий пучок  $\gamma$ -излучения, содержащий кванты всех энергий в интервале  $0,60 - 0,80 \text{ МэВ}$ , падает нормально на алюминиевую пластинку толщиной  $2,0 \text{ см}$ . Найти степень ослабления интенсивности пучка после прохождения пластинки, если в этом интервале коэффициент ослабления линейно зависит от энергии квантов и спектральная интенсивность падающего излучения не зависит от частоты.

Решение. Поскольку спектральная интенсивность не зависит от частоты, число частиц в пучке, приходящееся на интервал энергии  $dE$ , имеет вид

$dN = \frac{N_0}{E_2 - E_1} dE$ , где  $N_0$  - общее число  $\gamma$ -квантов в пучке. Так как коэффициент ослабления линейно зависит от энергии, это равенство можно переписать

$dN = \frac{N_0}{\mu_1 - \mu_2} d\mu$ . Тогда закон ослабления будет выглядеть следующим обра-

зом

$$N = \frac{N_0}{\mu_1 - \mu_2} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \exp(-\mu d) d\mu,$$

где  $d$  – толщина пластинки. Выполняя интегрирование и подставляя значения коэффициентов ослабления  $\mu_1 = 0,210 \text{ см}^{-1}$  и  $\mu_2 = 0,184 \text{ см}^{-1}$ , найденные по таблице 6.1, получим

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\exp(-\mu_2 d) - \exp(-\mu_1 d)}{(\mu_1 - \mu_2) d} = 0,67.$$

Задача 3. Найти с помощью графиков (6.7) вероятность фотопоглощения  $\gamma$ -кванта с энергией  $2,0 \text{ МэВ}$  в свинцовой пластинке толщиной  $2,0 \text{ мм}$ .

Решение. Закон ослабления интенсивности узкого пучка гамма квантов определяет долю прошедших через пластинку частиц  $N/N_0 = \exp(-\mu d)$ , где  $\mu = n\sigma_{\text{полн}}$  - полный линейный коэффициент ослабления,  $n$ - концентрация атомов свинца. Полное сечение взаимодействия  $\gamma$ -квантов с энергией  $2 \text{ МэВ}$  в

свинце  $\sigma_{полн} = 16,5$  барн/атом находится по графику (6.7). Концентрация атомов свинца находится по формуле  $n = \rho / m_0 A$ , где  $\rho$  - плотность свинца,  $m_0$  - атомная единица массы и  $A$  - массовое число. Вычисление дает  $n = 3,30 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ . И для полного линейного коэффициента ослабления получаем  $\mu = 0,53 \text{ см}^{-1}$ . Заметим, что этот коэффициент можно найти и по таблице 6.1.

Доля провзаимодействовавших в пластинке  $\gamma$ -квантов определяется формулой  $1 - \exp(-\mu d)$ . Чтобы найти вероятность фотопоглощения, необходимо умножить это выражение на отношение сечения фотопоглощения к полному сечению  $\sigma_{\phi} / \sigma_{полн}$

$$w_{\phi} = (1 - \exp(-\mu d)) \sigma_{\phi} / \sigma_{полн} .$$

Найдя из графика 6.7  $\sigma_{\phi} = 2$  барн/атом,  $\sigma_{полн} = 16,5$  барн/атом и подставив численные значения остальных величин, получим вероятность фотопоглощения  $w_{\phi} = 0,012$ .

Задача 4. Вычислить энергию  $\gamma$  - кванта, образовавшего в поле покоящегося тяжелого ядра пару электрон – позитрон, если известно, что для каждой частицы пары  $B\rho = 3,0$  кЭ·см.

Решение. Используя второй закон Ньютона (смотри решение задачи №2 пункта 5.5)

$$\frac{mv^2}{\rho\sqrt{1-v^2/c^2}} = e\nu B,$$

определим скорость образовавшихся частиц

$$v = \frac{B\rho e}{m\sqrt{1+(B\rho e/mc)^2}} = 2,6 \text{ м/с}$$

и их импульс

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 4,74 \cdot 10^{-22} \text{ кг·с/м.}$$

Тогда энергия  $\gamma$ - кванта найдется по формуле

$$E_{\gamma} = 2\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = 3,28 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = 2,1 \text{ МэВ.}$$

## 6.8 Задачи для самостоятельной работы

1) Для длинноволнового рентгеновского излучения дифференциальное сечение рассеяния фотона на свободном электроне описывается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \theta),$$

где  $r_e$  - классический радиус электрона;  $\theta$  - угол рассеяния фотонов. Найти с помощью этой формулы: а) полное сечение рассеяния; б) относительное число фотонов, рассеянных под углами  $\theta < 60^\circ$ .

Ответ. а)  $\frac{8}{3} \pi r_e^2$ ; б) 0,3.

2) Массовый коэффициент поглощения рентгеновского излучения с  $\lambda = 20,9$  пм для железа равен  $1,26 \text{ см}^2/\text{г}$ . Вычислить соответствующий атомный коэффициент поглощения.

Ответ.  $1,17 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2/\text{атом}$ .

3) Имея в виду, что атомный коэффициент поглощения  $\tau_a = CZ^4 \lambda^3$  при  $\lambda < \lambda_K$ , где  $\lambda_K$  - длина волны края  $K$ -полосы поглощения;  $C$  - постоянная, одинаковая для всех веществ, определить массовый коэффициент поглощения  $\tau/\rho$  ванадия для рентгеновского излучения с  $\lambda = 100$  пм, если у алюминия  $\tau/\rho = 40 \text{ см}^2/\text{г}$  для  $\lambda = 144$  пм.

Ответ.  $70 \text{ см}^2/\text{г}$ .

4) Монохроматический пучок  $\gamma$  - квантов при прохождении алюминиевой пластины толщиной  $2,9$  см ослабляется в  $2,6$  раза. Найти с помощью таблицы (6.1) соответствующий массовый коэффициент рассеяния.

Ответ.  $\sigma/\rho = 0,095 \text{ см}^2/\text{г}$ .

5) Точечный источник  $\gamma$ - квантов с энергией  $0,80$  МэВ помещен в центр сферического слоя свинца, толщина которого  $\Delta r = 3,0$  см и внешний радиус  $r = 5,0$  см. Найти плотность потока нерассеянных  $\gamma$ - квантов на внешней поверхности этого слоя, если активность источника  $A = 3,70 \cdot 10^7$  Бк, причем на каждый распад испускается один квант.

Ответ.  $J = (A/4\pi r^2) \exp(-\mu \Delta r) = 6,0 \cdot 10^3 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ .

6) Узкий пучок  $\gamma$  - квантов, содержащий в одинаковом количестве кванты с энергиями  $0,40$  и  $0,60$  МэВ, падает нормально на свинцовую пластинку толщиной  $1,00$  см. Найти отношение интенсивностей обеих компонент пучка после прохождения этой пластинки.

Ответ.  $1 : 4,7$ .

7) Определить с помощью таблицы (6.1) сечение взаимодействия (барн/атом)  $\gamma$  - квантов с энергией  $1,00$  МэВ в алюминии.

Ответ.  $2,75$  барн/атом.

8) Узкий пучок  $\gamma$  - квантов с энергией  $0,15$  МэВ при прохождении серебряной пластинки толщиной  $2,0$  мм ослабляется в четыре раза. Найти сечение взаимодействия (барн/атом) этих  $\gamma$  - квантов в серебре.

Ответ.  $1,2 \cdot 10^2$  барн/атом.

9) Вычислить с помощью таблицы (6.1) среднюю длину свободного пробега  $\gamma$  - квантов с энергией  $1,00$  МэВ в воздухе, воде и алюминии.

Ответ.  $l = \mu^{-1}$ , соответственно  $1,2 \cdot 10^4$ , 14 и 6 см.

10) Определить среднюю длину свободного пробега  $\gamma$  - квантов в среде, слой половинного ослабления которой равен 4,50 см.

Ответ.  $l = d_{1/2} / \ln 2 = 6,5$  см.

11) Найти с помощью графиков (6.7) среднюю длину свободного пробега  $\gamma$  - квантов с энергией 2,0 МэВ в свинце, а также средние пробеги этих квантов для комптоновского рассеяния, фотоэффекта и образования электронно-позитронных пар. Каким соотношением связаны эти пробеги?

Ответ.  $l = 1/n\sigma$ , где  $n$  – концентрация ядер;  $l_{полн} = 1,9$  см,  $l_{комп} = 1,5$  см;  $l_{фот} = 1,5$  см;  $l_{пар} = 1,8$  см. Связь между пробегами:

$$l_{полн}^{-1} = l_{комп}^{-1} + l_{фот}^{-1} + l_{пар}^{-1}.$$

12) Пучок монохроматического  $\gamma$  - излучения при прохождении свинцовой пластинки толщиной 3,2 см ослабляется в шесть раз. Вычислить с помощью графиков (6.7) массовый коэффициент комптоновского рассеяния этих лучей в свинце.

Ответ.  $\sigma_{полн} = 17$  барн/атом, по графику (6.7) это сечение соответствует двум энергиям 1,75 или 10,25 МэВ. Соответственно массовый коэффициент ослабления 0,039 или 0,012 см<sup>2</sup>/г.

13) Полное сечение комптоновского рассеяния  $\gamma$  - кванта на свободном электроде описывается формулой (6.3).

а) Упростить эту формулу для случаев  $\alpha \ll 1$  и  $\alpha \gg 1$ .

б) Вычислить линейный коэффициент комптоновского рассеяния  $\gamma$  - квантов с энергией  $\alpha = 3,0$  для бериллия.

в) Найти массовый коэффициент комптоновского рассеяния  $\gamma$  - квантов с энергией  $\alpha = 2,0$  для легких веществ.

Ответ. а) соответственно  $\sigma_T(1 - 2\alpha)$  и  $\sigma_T(3/8\alpha)(\ln 2\alpha + 1/2)$ ; б) 0,084 см<sup>-1</sup>; в) 0,063 см<sup>2</sup>/г.

14) Вычислить с помощью графиков (6.7) сечение образования электронно-позитронной пары  $\gamma$  - квантом с энергией 6,0 МэВ в свинцовой пластинке, толщина которой равна слою половинного ослабления.

Ответ.  $w_{пар} = \sigma_{пар} / 2\sigma_{полн} = 0,28$ .

15) При какой толщине свинцовой пластинки вероятность образования электронно-позитронной пары  $\gamma$  - квантом с энергией 7,0 МэВ равна 0,10?

Ответ. 3,5 мм.

16) Тонкую свинцовую пластинку облучали в камере Вильсона  $\gamma$  - квантами с энергией 3,0 МэВ. При этом было обнаружено, что электронных треков в 3,7 раза больше, чем позитронных. Найти отношение вероятности образования электронно-позитронной пары к суммарной вероятности других процессов в этом случае.

Ответ.  $w_{пар} / w_{фот+комп} = 1/(1 - \eta) = 0,37$ .

## 6.9 Контрольные вопросы

- 1) Что такое  $\gamma$ -излучение и когда оно возникает?
- 2) Назовите основные виды взаимодействия  $\gamma$ -лучей с веществом.
- 3) Какой процесс называется фотоэффектом?
- 4) Каковы характерные особенности фотоэффекта?
- 5) Расскажите о комптоновском рассеянии.
- 6) От чего зависит сечение комптоновского рассеяния?
- 7) При каких энергиях  $\gamma$ -квантов наблюдается образование электронно-позитронных пар?
- 8) Что называется полным коэффициентом линейного ослабления? Из чего он складывается?
- 9) Запишите экспоненциальный закон поглощения  $\gamma$ -лучей.
- 10) Как определяют коэффициенты ослабления для спектра, содержащего несколько  $\gamma$ -линий?

## 7 Взаимодействие нейтронов с веществом

### 7.1 Прохождение нейтронов через вещество

#### 7.1.1 Замедление и диффузия нейтронов

В прикладной ядерной физике и в ядерной технике приходится иметь дело с движением очень большого количества нейтронов внутри различных веществ. Проходя сквозь вещества, нейтроны вызывают в них различные ядерные реакции, а также претерпевают упругое рассеяние на ядрах. Интенсивностью этих микроскопических процессов, в конечном счете, определяются все макроскопические свойства прохождения нейтронов через вещество, такие, как замедление, диффузия, поглощение и т.д.

В свою очередь сечения различных нейтронно-ядерных реакций сильно зависят от энергии нейтронов. В ядерной энергетике в основном приходится иметь дело с нейтронами обладающими энергиями примерно от 0,025 эВ до 10 МэВ. Нейтроны разделяются на две большие группы – медленных и быстрых нейтронов. Граница между этими группами не является четкой, она лежит примерно в области 1000 эВ.

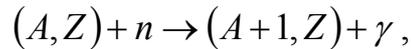
Медленные нейтроны принято подразделять на «ультрахолодные», «холодные», «тепловые» и «резонансные». Ультрахолодными называются нейтроны с энергией, меньшей  $3 \cdot 10^{-7}$  эВ. Холодными называются нейтроны с энергиями ниже 0,025 эВ. У холодных и ультрахолодных нейтронов крайне велико сечение захвата ядрами. Энергия 0,025 эВ определяет порядок энергий тепловых нейтронов. В температурной шкале  $E = kT$ , где  $k$ - постоянная Больцмана, для абсолютной температуры, соответствующей энергии тепловых нейтронов, получается 300К, т.е. комнатная температура. Т.о., энергия тепловых нейтронов это энергия нейтронов, находящихся в тепловом равновесии со средой при комнатной температуре.

Нейтроны с энергиями от 0,5 эВ до 1кэВ называют резонансными, так как в этой области для средних и тяжелых ядер полное сечение реакций с нейтронами довольно велико и график его зависимости от энергии представляет собой густой частокол острых резонансов. Нейтроны с энергиями от 1 до 100 кэВ называют промежуточными. К быстрым относят нейтроны с энергиями примерно от 100 кэВ до 14 МэВ.

Рассмотрим процессы, происходящие при прохождении нейтронов через вещество. Из-за своей электрической нейтральности нейтрон обычно практически не взаимодействует с электронами атомных оболочек. Поэтому атомные характеристики среды не играют никакой роли в распространении нейтронов в веществе. При столкновении с ядром нейтрон может поглотиться, рассеяться и размножиться. Размножение нейтронов может происходить только в веществах, содержащих делящиеся изотопы, такие как  $U^{235}$ .

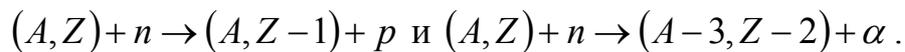
Отдельные акты поглощения, суммируясь, приведут к некоторому поглощению нейтронного потока, а суммарное действие большого числа актов рассеяния приведет к замедлению нейтронов и их диффузии.

Одним из наиболее распространенных видов ядерных реакций под действием нейтронов являются реакции вида



в результате которых обычно образуется  $\beta^-$  – радиоактивное ядро  $(A + 1, Z)$ . Эти реакции носят название реакций радиационного захвата нейтрона. Они с большой вероятностью идут под действием медленных нейтронов с энергией от 0 до 500 кэВ.

Под действием нейтронов с энергией 0.5 – 10 МэВ часто идут реакции с испусканием протонов и альфа-частиц:



В некоторых случаях энергия реакции оказывается настолько велика, а кулоновский барьер, который должна преодолеть вылетающая частица, настолько мал, что эти реакции идут с большой вероятностью и на тепловых нейтронах.

При  $T_n > 10$  МэВ становятся возможными реакции вида



и другие.

Чтобы понять основные закономерности процесса замедления, рассмотрим сначала среднюю потерю энергии быстрого нейтрона при столкновении с ядром водорода – протоном. Запишем закон сохранения энергии, учтя примерное равенство масс протона и нейтрона.

$$T_0 = \frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv_n^2}{2} + \frac{Mv_p^2}{2},$$

где  $T_0$  и  $v$  – начальные энергия и скорость нейтрона,

$v_n$   $v_p$  – скорости нейтрона и протона после столкновения.

Поскольку в системе центра инерции рассеяние изотропно, то в среднем протон и нейтрон и в лабораторной системе имеют после столкновения одинаковые энергии (благодаря равенству их масс):

$$T_1 = \frac{Mv_n^2}{2} = \frac{Mv_p^2}{2} = \frac{T_0}{2}, \quad (7.1)$$

где  $T_1$  – средняя энергия нейтрона после столкновения. Таким образом, в водороде энергия нейтрона в среднем уменьшается вдвое при каждом столкновении. Если нейтрон сталкивается не с протоном, а с более тяжелым ядром, то средняя потеря энергии при столкновении уменьшается (при рассеянии на бесконечно тяжелых ядрах замедления вообще не будет). Можно

показать, что при рассеянии нейтрона на ядре с массовым числом  $A$  средняя потеря энергии определяется соотношением

$$T_1 = (1 - a/2)T_0, \quad \text{где } a = \frac{4A}{(A+1)^2} \quad (7.2)$$

Например, если замедлителем является углерод  ${}^{12}_6\text{C}$ , то  $a = 0.284$  и  $T_1 = 0.86T_0$ .

Таким образом, в углероде энергия нейтрона в среднем будет уменьшаться вдвое лишь после трех столкновений. Отсюда видно, что замедление идет тем эффективнее, чем легче ядра замедлителя. Кроме того, от хорошего замедлителя требуется, чтобы он слабо поглощал нейтроны. Прекрасным замедлителем является тяжелая вода  $\text{D}_2\text{O}$ . Приемлемым, но несколько худшим замедлителем является обычная вода  $\text{H}_2\text{O}$ , так как водород поглощает нейтроны заметно интенсивнее, чем дейтерий. Неплохими замедлителями являются также углерод, бериллий, двуокись бериллия.

Важной чертой процесса замедления является то, что потеря энергии за столкновение согласно (7.1), (7.2) пропорциональна самой энергии. Поэтому длительность замедления и проходимый при замедлении путь обычно слабо зависят от начальной энергии нейтрона.

В теории замедления нейтронов используется понятие среднелогарифмической потери энергии при одном соударении

$$\xi = \overline{\ln(T_0/T_1)} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln\left(\frac{A-1}{A+1}\right). \quad (7.3)$$

Эта величина является одной из важнейших характеристик замедлителя. Чем больше  $\xi$ , тем лучше (при прочих равных условиях) замедлитель. Заметим, что при достаточно больших  $A$  ( $A \geq 12$ )  $\xi \approx 2/(A + 2/3) \approx 2/A$ .

Важнейшей характеристикой процесса замедления является *длина замедления*, обозначаемая через  $\sqrt{\tau}$ . Величина  $\tau$  носит не соответствующее ее размерности название *возраста нейтронов*. Смысл этой величины состоит в том, что

$$\tau = \frac{1}{6} \overline{r_3^2},$$

где  $\overline{r_3^2}$  – средний квадрат расстояния, на которое нейтрон уходит от источника в процессе замедления в интервале энергий от 1 МэВ до 1 эВ. Длина замедления в хороших замедлителях имеет порядок десятков сантиметров. Поглощение нейтронов замедлителем существенного влияния на процесс замедления не оказывает, так как для быстрых нейтронов сечение поглощения ничтожно мало по сравнению с сечением рассеяния.

Точный расчет процесса замедления очень труден. Даже если источник моноэнергетичен, в процессе замедления разные нейтроны приобретают разные скорости и уходят от источника на разные расстояния. Общая картина движения нейтронов описывается функцией распределения  $f(r, v, t)$ , дающей плотность вероятности в пространстве координат и скоростей нейтронов. Как

правило, в реальных ситуациях это распространение даже локально является резко неравновесным. Поэтому для функции распределения получается громоздкое интегро-дифференциальное уравнение.

Распределение нейтронов по энергиям, напротив, имеет простой вид

$$\frac{dN}{dE} \sim \frac{1}{Ev}, \text{ для } 1\text{эВ} \leq E \leq 1\text{МэВ}, \quad (7.4)$$

где  $v$  – скорость нейтрона.

Для энергий меньших 1 эВ, при столкновениях нейтронов с ядрами становится существенной тепловая энергия атомов. Распределение нейтронов начинает стремиться к равновесному, т. е. максвелловскому:

$$\frac{dN}{dE} \approx \exp(-E/kT)\sqrt{E}, \quad E \leq 1\text{эВ}. \quad (7.5)$$

Этот процесс называется *термализацией* нейтронов. Практически тепловое равновесие полностью установиться не успевает, так как тепловые нейтроны сильно поглощаются и в среде все время существует заметное количество замедляющихся нейтронов, порождаемых источником.

Замедленные до тепловых энергий нейтроны начинают диффундировать, распространяясь по веществу во все стороны от источника. Этот процесс уже приближенно описывается обычным уравнением диффузии с обязательным учетом поглощения, которое для тепловых нейтронов всегда велико. Основной характеристикой среды, описывающей процесс диффузии, является длина диффузии  $L$ , определяемая соотношением

$$L^2 = \frac{1}{6} r_d^2,$$

где  $r_d^2$  – средний квадрат расстояния, на которое уходит тепловой нейтрон в веществе от места рождения до поглощения.

Длина диффузии имеет примерно тот же порядок, что и длина замедления  $\sqrt{\tau}$ . Обе эти величины определяют расстояния от источника, на которых в веществе будет заметное количество тепловых нейтронов. В таблице 7.1 приведены величины  $\tau$  и  $L$  для наиболее употребительных замедлителей. Из этой таблицы видно, что у обычной воды  $\sqrt{\tau} > L$ , что указывает на сильное поглощение. У тяжелой воды, наоборот,  $\sqrt{\tau} < L$ , поэтому она и является лучшим замедлителем.

Дополнительной независимой характеристикой диффузии является среднее время  $\tau_d$  жизни диффундирующего нейтрона.

Таблица 7.1 – Значения  $\tau$  и  $L$  для наиболее употребительных замедлителей

Замедлители	$\tau$ , см <sup>2</sup>	$L$ , см
H <sub>2</sub> O(вода)	31	2,72
D <sub>2</sub> O(тяжелая вода)	125	159
Be(бериллий)	86	21
C(углерод)	313	58

Интересным свойством нейтронов является их способность отражаться от различных веществ. Это отражение не когерентное, а диффузное. Его механизм таков. Нейтрон, попадая в среду, испытывает беспорядочные столкнове-

ния с ядрами и после ряда столкновений может вылететь обратно. Вероятность такого вылета носит название *альbedo* нейтронов для данной среды. Очевидно, что альbedo тем выше, чем больше сечение рассеяния и чем меньше сечение поглощения нейтронов ядрами среды. Хорошие отражатели отражают до 90% попадающих в них нейтронов, т. е. имеют альbedo до 0,9. В частности, для обычной воды альbedo равно 0,8. Отражатели нейтронов широко применяются в ядерных реакторах и других нейтронных установках.

### 7.1.2 Нейтронные волны

Согласно квантовомеханическим представлениям нейтрон, как и любая другая частица, обладает волновыми свойствами. Эти волновые свойства будут влиять на процесс распространения нейтронов в веществе только в том случае, если дебройлевская длина волны  $\lambda$  по порядку величины равна или превышает межатомные расстояния, т. е. когда  $\lambda \geq 10^{-8}$  см. При  $\lambda = 10^{-8}$  см энергия нейтрона равна 0,08 эВ, так что волновые свойства отчетливо сказываются у тепловых нейтронов и еще более сильно у холодных и ультрахолодных. Влияние волновых свойств проявляется в том, что рассеянные разными ядрами нейтронные волны могут интерферировать друг с другом. В результате получается, в общем, довольно сложная картина углового и энергетического распределения рассеянных нейтронов, существенно отличная от соответствующего распределения при рассеянии нейтронов на изолированных атомах.

Процесс распространения нейтронных волн в веществе, как и всякий волновой процесс, во многом аналогичен распространению электромагнитных, в частности, световых волн. Нейтронные волны в веществе могут испытывать дифракцию, преломление, отражение (в том числе полное внутреннее), могут поляризоваться и т. д. Эта аналогия часто приводит к тому, что и методы расчета в ряде случаев аналогичны в нейтронной и обычной оптике. Длины волн холодных нейтронов ненамного превышают межатомные расстояния. Поэтому распространение волн тепловых и холодных нейтронов в веществе более похоже на прохождение жестких рентгеновских волн, чем на распространение видимого света.

С другой стороны, нейтрон по своим физическим свойствам сильно отличается от  $\gamma$ -кванта. Поэтому нейтронная оптика имеет ряд совершенно своеобразных черт. Отличие нейтронной оптики от обычной обусловлено следующими основными причинами. Во-первых, электромагнитное излучение взаимодействует с электронами атомных оболочек, а нейтроны в основном взаимодействуют с ядрами. Во-вторых, нейтрон имеет большую массу покоя, в то время как масса покоя фотона равна нулю. На волновом языке это означает, что у нейтронов связь частоты с длиной волны и скорость распространения совершенно иные, чем у электромагнитного излучения. Именно, для нейтронов

$$E_n = \hbar\omega_n = \frac{p_n^2}{2M} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2M\lambda_n^2},$$

в то время как у фотона

$$E_\gamma = \hbar\omega_\gamma = cp_\gamma = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_\gamma}.$$

Отсюда, например, следует, что при одной и той же длине волны  $\lambda_n = \lambda_\gamma = 10^{-8}$  см энергия нейтрона равна 0,08 эВ, а энергия фотона равна 12,5 кэВ (жесткое рентгеновское излучение). Скорость такого нейтрона  $3 \cdot 10^5$  см/с, т. е. в  $10^5$  раз меньше скорости света.

Проходя через кристалл, тепловые нейтроны, подобно рентгеновским лучам, претерпевают дифракционное рассеяние. Это рассеяние проявляется в том, что при попадании пучка нейтронов в кристалл возникают новые пучки, идущие в направлениях, отличающихся от первоначального. Возможные направления этих дифрагированных пучков рассчитываются для нейтронов совершенно так же, как и для рентгеновских лучей. Упрощенный, но, как показывает более точное рассмотрение, в общем правильный механизм явления дифракции таков. На кристалл падает плоская нейтронная волна. Ядра, расположенные в определенной кристаллической плоскости, отражают эту волну. Параллельных кристаллических плоскостей очень много. Волны, отраженные в каждой из них, будут интерферировать друг с другом. В результате от кристалла в целом волна будет распространяться лишь в тех направлениях, в которых волны, отраженные различными параллельными кристаллическими плоскостями, усиливают друг друга. Для этого разность  $AO+OB$  хода лучей, отраженных разными плоскостями, должна равняться целому числу полуволен (рисунок 7.1)

$$2d \sin \vartheta = m\lambda, \quad (7.6)$$

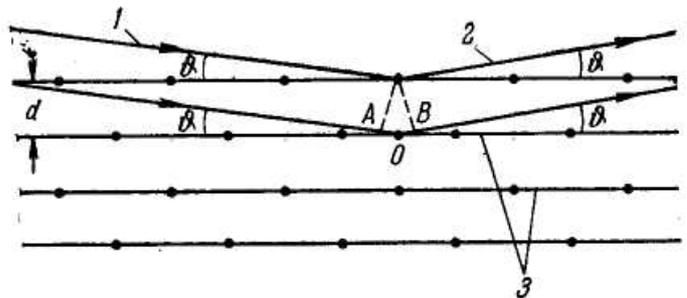
где  $d$  – межплоскостное расстояние,

$\vartheta$  – угол скольжения (между отражающей плоскостью и падающим пучком),

$m$  – положительное целое число, называемое порядком отражения.

Соотношение (7.5) называется *условием Брэгга – Вульфа*. Оно применимо для дифракции на кристалле волн любой природы – рентгеновских, электронных, нейтронных.

Очевидно, что при  $\lambda > 2d$  условие Брэгга – Вульфа не будет выполняться ни при каком угле скольжения, так что дифракционное отражение станет невозможным. Энергия нейтрона, при которой исчезает брэгговское отражение, называется *энергией брэгговского скачка*. Она различна для разных кристаллов и по порядку величины равна  $10^3$  эВ. Наличие этого скачка



1, 2 – падающая и отраженная волны, 3 – кристаллические плоскости

Рисунок 7.1 – Иллюстрация к закону Брэгга–Вульфа

используется для отфильтровывания холодных нейтронов путем отражения пучка нейтронов от монокристаллов.

Интенсивность отражения нейтронов, конечно, определяется тем, насколько интенсивно рассеиваются нейтроны отдельными ядрами, т. е. сечением  $\sigma_{\text{упр}}$  упругого рассеяния нейтрона ядром. Согласно общим свойствам ядерных реакций при низких энергиях сечение упругого рассеяния нейтрона является константой, не зависящей ни от углов, ни от энергий. Это сечение можно представить в виде

$$\sigma_{\text{упр}} = 4\pi a^2, \quad (7.7)$$

где  $a$  – константа размерности длины, называемая *длиной рассеяния* или, что здесь то же самое, амплитудой рассеяния. Амплитуда  $a$  нерегулярно меняется при переходе от ядра к ядру и в среднем имеет один и тот же порядок величины ( $3 \cdot 10^{-13}$ — $10^{-12}$  см) для всех ядер – от самых легких до самых тяжелых. Если ядро обладает ненулевым спином, то амплитуда зависит от взаимной ориентации спинов нейтрона и ядра. Если в состав кристалла входит элемент, имеющий несколько стабильных изотопов, то амплитуда различна для разных изотопов. Зависимость амплитуды рассеяния нейтрона от ориентации спина ядра и от изотопного состава приводит к тому, что кристалл отражает нейтроны в различных направлениях, а не только в тех, которые разрешены условием (7.6) Брэгга – Вульфа. Это дополнительное отражение будет уже не когерентным, а диффузным.

Очевидно, что для полного описания рассеяния нейтронов на кристалле определенного элемента надо знать амплитуды рассеяния на всех стабильных изотопах как при параллельных, так и при антипараллельных спинах нейтрона и ядра. Однако обычно такая полная информация не требуется. Если изотопный состав элемента фиксирован (за некоторыми исключениями он постоянен не только в земной коре, но и во всех известных галактиках) и если спины ядер и нейтронов ориентированы хаотично, то все нейтронно-оптические явления выражаются через две независимые величины: когерентную амплитуду  $a_{\text{к}}$  и некогерентную амплитуду  $a_{\text{нк}}$ . Обе эти амплитуды получаются посредством усреднения амплитуд, соответствующих рассеянию на определенном изотопе с определенной ориентацией спинов. Полное сечение  $\sigma$  рассеяния на  $N$  ядрах равно сумме сечений когерентного  $\sigma_{\text{к}}$  и некогерентного  $\sigma_{\text{нк}}$  рассеяний:

$$\sigma = \sigma_{\text{к}} + \sigma_{\text{нк}}.$$

При этом когерентное сечение определяется через квадрат суммы когерентных амплитуд

$$\sigma_{\text{к}} = 4\pi \left( \sum_{\text{N}} a_{\text{к}} \right)^2,$$

а некогерентное – через сумму квадратов некогерентных амплитуд

$$\sigma_{\text{нк}} = 4\pi \sum_{\text{N}} (a_{\text{нк}})^2.$$

В интерференционных явлениях участвует только когерентная амплитуда. Некогерентная амплитуда создает диффузный фон, обычно лишь затрудняющий исследования. С когерентной амплитудой  $a_k$  непосредственно связан коэффициент преломления  $n$  нейтронных волн веществом. Эта связь носит универсальный характер (одинакова для нейтронов и рентгеновских лучей) и имеет вид

$$n = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 a_k N}{\pi}}, \quad (7.8)$$

где  $N$  – число рассеивателей в  $1 \text{ см}^3$  вещества.

Показатель преломления для холодных нейтронов мало отличается от единицы. Положив, например,  $\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $|a| = 10^{-23} \text{ см}$ ,  $N = 10^{23}$ , получим, что  $|n - 1| = 10^{-6}$ . Для большинства ядер амплитуда  $a$  положительна, так что преломляющая среда оказывается оптически менее плотной, чем воздух. Поэтому при очень малых углах скольжения (порядка нескольких минут) наблюдается полное внутреннее отражение. При увеличении угла скольжения интенсивность отраженного пучка падает скачком при критическом угле  $\theta_{\text{кр}}$ , определяемом соотношением

$$\cos \theta_{\text{кр}} = n,$$

так как коэффициент отражения при  $\theta > \theta_{\text{кр}}$  очень мал. По наличию полного внутреннего отражения можно определять знак амплитуды рассеяния, так как при отрицательной амплитуде этот эффект отсутствует.

Дифракция нейтронов на кристаллах в настоящее время является не только хорошо изученным явлением, но и эффективным методом исследования, получившим название *нейтронографии* (по аналогии с рентгенографией). В самой ядерной физике нейтронография используется для определения знаков и абсолютных значений когерентных амплитуд рассеяния нейтронов на различных ядрах. В физике твердого тела и смежных с ней областях нейтронография используется для получения информации о структуре кристаллов.

Основных методов исследования в нейтронографии два. В одном методе измеряют полное сечение упругого рассеяния как функцию энергии нейтронов. В другом – снимают нейтронограмму образца, т. е. получают угловое распределение для рассеяния пучка моноэнергетических нейтронов монокристаллами или поликристаллами. Как и в рентгенограмме, положение максимумов нейтронограммы определяется структурой кристаллической решетки (в соответствии с условием (7.6) Брэгга – Вульфа), а величина этих максимумов зависит от амплитуд рассеяния.

Наряду с большим сходством между нейтронографическими и рентгенографическими методами имеются следующие важные различия:

а) Рентгеновские лучи рассеиваются на электронах, а нейтроны – на ядрах. Тем самым дифракция нейтронов дает информацию не об электронной, а о ядерной, т. е. атомно-молекулярной конфигурации.

б) Сечения взаимодействия рентгеновских лучей с атомами пропорциональны  $Z$ , т. е. сильно различаются для легких и тяжелых элементов. Ядерные сечения, напротив, имеют одинаковый порядок для всех ядер – от самых тяжелых до самых легких. Поэтому в соединениях, содержащих как легкие, так и тяжелые элементы ( $H_2O$ ,  $PbS$ ,  $ThD_2$  и т. д.), эффект дифракции на легких элементах на рентгенограмме практически не заметен, а на нейтронограмме легко различим.

в) В одном и том же диапазоне длин волн рентгеновские волны рассеиваются преимущественно вперед, а нейтронные – во все стороны изотропно. Поэтому при переходе к большим углам рассеяния интенсивность дифракционных пиков резко падает на рентгенограмме и почти не меняется на нейтронограмме.

г) Нейтроны имеют в тысячи раз большую проникающую способность, чем рентгеновские лучи той же длины волны. Поэтому нейтронографические методы более эффективны, чем рентгеновские, для исследования внутренних областей образцов.

К недостаткам нейтронографии относится то, что у рассеянных нейтронных лучей есть значительная по величине некогерентная амплитуда, не зависящая от кристаллической структуры и создающая равномерный фон, смазывающий картину. Также получение достаточно мощных и монохроматических нейтронных пучков – дорогое и сложное дело.

В целом рентгенографические и нейтронографические методы хорошо дополняют друг друга. В качестве примера эффективного использования нейтронографии приведем расшифровку структуры льда. Структура, образуемая кислородными атомами, была сравнительно хорошо выяснена рентгенографически. Она оказалась гексагональным вариантом тетраэдрической структуры: каждый атом кислорода окружен четырьмя соседями, расположенными в вершинах тетраэдра (рисунок 7.2). О положениях протонов рентгенограмма сведений не содержит. Для протонных структур было предложено несколько моделей, отражающих различные варианты кристаллических связей. В одной модели протон находился посередине между каждыми двумя примыкающими друг к другу атомами кислорода (рисунок 7.2, а), в другой – протоны находились ближе к одному из атомов кислорода (рисунок 7.2, б). В

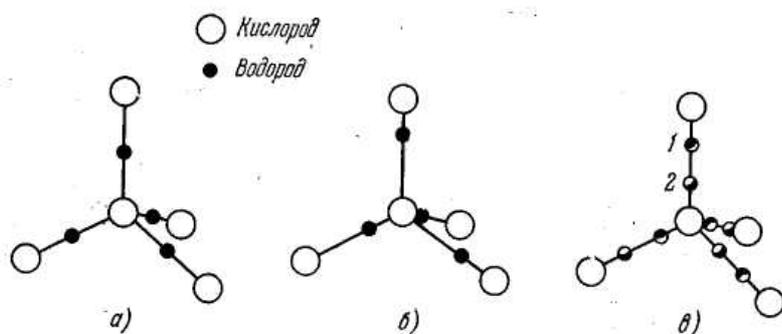


Рисунок 7.2 – Возможные структурные модели кристалла льда

результате же нейтронографического исследования было однозначно установлено, что каждый протон в кристалле льда половину времени проводит около одного атома кислорода, а половину – около другого (рисунок 7.2, в).

## 7.2 Практическое задание

В практическом задании используется программа «Метод Монте-Карло», входящая в пакет программ «Физика микромира на компьютере».

### 7.2.1 Сущность метода

Метод статистических испытаний – метод Монте-Карло – известен достаточно давно, однако широкое распространение его началось с 1949 года, что связано с появлением и развитием электронных вычислительных машин. Метод нашел применение в различных областях науки, особенно в математике, нейтронной физике, ядерной физике, квантовой хромодинамике и других.

Суть метода статистических испытаний состоит в том, что на основании известных законов прослеживается некоторое элементарное событие от начала до конца. Далее рассматривается некоторое, достаточно большое, число событий ("испытаний") – случайная выборка из генеральной совокупности. Проводится статистический анализ случайной выборки с целью оценить различные параметры вероятностной модели изучаемого явления: математическое ожидание, дисперсию и др.

Метод можно рассматривать как моделирование некоторого эксперимента с использованием случайных чисел. Привлекательной стороной метода является простота алгоритмов, реализующих моделирующую программу. Метод статистических испытаний широко применяется и к объектам, не имеющим вероятностного характера. В этом случае для решения задачи используется подходящая фиктивная вероятностная модель.

Для практической реализации моделей необходимо иметь наборы случайных чисел с различными законами распределения.

Наиболее общим рецептом получения случайных чисел с необходимым законом распределения является преобразование распределений. Причем, как правило, за исходное распределение выбирается равномерное распределение в интервале  $[0,1]$  – распределение  $\gamma$ . Возможность получать распределение  $\gamma$  имеется в большинстве вычислительных систем (псевдослучайные числа). Требуемые распределения можно получить по определенным формулам. Например: экспоненциальное распределение можно получить по формуле

$$y_i = \frac{\ln(1 - \gamma_i)}{\Sigma}$$

( $\Sigma$  – параметр распределения), а равномерное распределение числа на интервале  $[a,b]$  – по формуле

$$y_i = \gamma_i(b - a) + a.$$

Очень широко применяется метод Монте-Карло при решении задач прохождения нейтронов через вещество.

При известных законах взаимодействия нейтронов со средой – сечениях взаимодействия с ядрами, угловых распределениях вторичных частиц, потерях энергии при столкновении с ядрами, – модель, описывающая процесс,

очень проста: рассматриваются последовательно столкновения нейтрона с ядрами и прослеживается его история. Судьба нейтрона "разыгрывается" в каждом столкновении со случайным выбором параметров: типом взаимодействия (упругие, неупругие столкновения), углов разлета и др. Набрав, таким образом, достаточно большое число траекторий, можно чисто математически смоделировать эксперимент.

### **7.2.2 Содержание пунктов меню программы**

#### *Введение*

В этом пункте дается определение метода и перечисляются наиболее типичные задачи, решаемые методом Монте–Карло.

#### *Этапы решения задачи*

В этом пункте дается описание этапов решения стандартной задачи.

#### *Случайные числа*

Раздел состоит из нескольких подразделов.

*Равномерно распределенные случайные числа.* На качественном уровне производится знакомство с датчиком псевдослучайных чисел. Строятся гистограммы для различных количеств случайных чисел и разного числа интервалов разбиений (бинов).

#### Упражнение 1

- 1) При заданном числе бинов (например, 5, 10, 30) получить гистограммы для различных количеств случайных чисел;
- 2) При заданном количестве случайных чисел (например, 100, 1000, 10000) получить гистограммы для разного числа бинов.

*Случайные числа с заданным законом распределения.* Описывается способ получения случайных чисел методом преобразования распределений.

*Распределение Гаусса.* Напоминается вид распределения Гаусса. Для этого строятся гистограммы: для различных значений стандартного отклонения – параметра  $\sigma$  и различных количеств случайных чисел.

#### Упражнение 2

- 1) При заданном числе бинов (например, 3, 5, 10, 15, 20, 30) получить гистограммы для различных количеств случайных чисел (например, 100, 1000, 10000,...);
- 2) При заданном количестве случайных чисел (например, 100, 1000, 1000, ...) получить гистограммы для различного числа бинов.

*Экспоненциальное распределение.* Цели и упражнения аналогичны предыдущему пункту (см. описание пункта "Распределение Гаусса").

#### *Вычисление площадей плоских фигур*

Основные сведения

Определение площади произвольного треугольника

Определение площади произвольной фигуры

Некоторые замечания

*Прохождение нейтронов через вещество*

В данном пункте рассматривается классическая задача о прохождении нейтронов через плоскую бесконечную пластину (толщины  $D$ ). Допускается, что имеют место два процесса: рассеяние (макроскопическое сечение – обозначение  $SS$  ( $\text{см}^{-1}$ )) и захват (макроскопическое сечение – обозначение  $SA$  ( $\text{см}^{-1}$ )). Макроскопическое сечение равно микроскопическому сечению, умноженному на число ядер в единице объема. Оно имеет размерность линейного коэффициента ослабления ( $\text{см}^{-1}$ ).

Задаваемыми параметрами задачи являются толщина  $D$ , сечение рассеяния  $SS$ , сечение захвата  $SA$ , и  $NH$  (число разыгрываемых "историй" нейтронов). Возможны различные варианты работы программы – пошаговый, набор статистики и др. При пошаговом режиме можно наблюдать акты рассеяния и захвата для каждой "истории". В режиме набора статистики после "розыгрыша"  $NH$  "историй" нейтронов можно получить коэффициенты прохождения, поглощения, отражения и угловое распределение прошедших нейтронов. Коэффициент прохождения сравнивается с величиной, рассчитанной по экспоненциальному закону поглощения  $\exp[-(SS+SA)D]$ . Экспоненциальный закон верен, если в веществе происходит не более одного столкновения.

### Упражнение 3.

1) При первоначальных (предлагаемых программой) значениях параметров проанализировать отдельные траектории. Повторить, меняя одно из значений и оставляя неизменным другое;

2) При разных значениях  $SS$  и  $SA$  определить коэффициенты прохождения, поглощения и отражения. Сравнить коэффициенты поглощения с экспоненциальным законом ослабления;

3) Отдельно исследовать случай  $SA=0$ .

*Прохождение газа сквозь трубу*

Выход

### 7.3 Методика решения задач

При решении задач на прохождение нейтронов через вещество необходимо знать закон их убывания вследствие процессов, рассмотренных в пункте 7.1. Обозначим за  $-dN$  уменьшение числа нейтронов при прохождении слоя вещества  $dx$ . Убыль нейтронов пропорциональна толщине слоя, концентрации ядер в веществе  $n$  и сечению взаимодействия нейтрона с ядром  $\sigma$

$$-dN = \sigma n dx.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$N = N_0 \exp(-\sigma n l),$$

где  $N_0$  – первичное число нейтронов,

$N$  – число нейтронов, прошедших слой толщины  $l$ .

Задача 1. Разрешение по пролетному времени механического селектора нейтронов равно  $\Delta\tau/L$ , мкс/м. Найти зависимость разрешающей способности этого селектора по энергиям  $\Delta T/T$  от энергии нейтронов  $T$ , эВ. Полагая  $\Delta\tau/L = 1,0$  мкс/м, найти  $\Delta T/T$  для  $T = 5,0$  эВ, а также максимальное значение  $T$ , при котором  $\Delta T/T$  не хуже 10%.

Решение. При движении нейтрона с кинетической энергией  $T$ , время пролета им механического селектора длины  $L$  равно  $\tau = L/\sqrt{2T/m}$ , здесь  $m$  – масса нейтрона. Найдем дифференциал этой величины

$$d\tau = -\frac{\sqrt{m}L}{2\sqrt{2}(T)^{3/2}} dT.$$

Выразив из полученной формулы модуль отношения  $dT/T$ , равный разрешающей способности по энергиям  $\Delta T/T$ , получим

$$\Delta T/T = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{m}} \frac{\Delta\tau}{L} \sqrt{T} = 2,77 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta\tau}{L} \sqrt{T},$$

где  $T$  в эВ,  $\Delta\tau/L$  в мкс/м. Подставляя числовые данные из условия задачи, получаем  $\Delta T/T = 6,2 \cdot 10^{-2}$  и  $T_{\text{макс}} = 13$  эВ.

Задача 2. Монохроматором с кристаллом LiF, в котором используется отражение нейтронов в первом порядке от системы плоскостей с  $d = 232$  пм, необходимо разрешить две группы резонансных нейтронов с кинетическими энергиями 0,49 и 0,51 эВ. При какой угловой расходимости падающего пучка нейтронов это возможно осуществить?

Решение. Нейтроны с кинетической энергией  $T$ , имеют длину волны  $\lambda = h/\sqrt{2mT}$ , где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса нейтрона. Согласно формуле Брейта-Вигнера (7.6), синус угла отражения нейтронов в первом порядке равен

$$\sin \theta = \frac{h}{2d\sqrt{2mT}}.$$

Найдем угловую расходимость, продифференцировав эту формулу по энергии и взяв абсолютное значение

$$\Delta\theta = \frac{h}{2d \cos\theta \sqrt{2mT^3}} \Delta T.$$

Умножив и разделив полученное выражение на  $\sin\theta$ , преобразуем его к виду

$$\Delta\theta = \frac{\Delta T}{2T} \operatorname{tg}\theta.$$

Подставив числовые данные  $T = 0,5$  эВ и  $\Delta T = 0,02$  эВ, найдем  $\theta = 5^\circ$  и  $\Delta\theta = 0,1^\circ$ .

**Задача 3.** Узкий пучок нейтронов с кинетической энергией 10 эВ проходит  $l = 15$  см вдоль оси счетчика, наполненного газообразным  $\text{BF}_3$  при нормальных условиях (бор естественного изотопного состава  $^{10}\text{B} - 20\%$ ,  $^{11}\text{B} - 80\%$ ). Определить эффективность счетчика, если известно, что сечение реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$  подчиняется закону  $1/v$  и при скорости нейтронов  $v_0 = 2200$  м/с равно  $\sigma_0 = 3813$  барн.

**Решение.** Эффективность счетчика определяется отношением числа нейтронов  $N_1$ , вступивших в реакцию  $(n, \alpha)$ , к числу прошедших через счетчик нейтронов  $N_0$ . Так как число нейтронов в пучке уменьшается по закону  $N = N_0 \exp(-\sigma nl)$ , то  $N_1 = N_0 - N = N_0(1 - \exp(-\sigma nl))$  и эффективность равна

$$w = \frac{N_1}{N_0} = 1 - \exp(-\sigma nl).$$

Определим сечение реакции при энергии нейтронов  $T = 10$  эВ. Для этого вычислим скорость нейтронов при этой энергии  $v = \sqrt{2T/m_n} = 43774$  м/с. Согласно условию задачи

$$\sigma = \sigma_0 v_0 / v = 191,6 \text{ барн.}$$

Концентрация молекул  $\text{BF}_3$  находится по формуле  $n_1 = p/kT = 2,65 \cdot 10^{19}$  см $^{-3}$ . С учетом естественного изотопного состава концентрация  $^{10}\text{B}$  равна  $n = 0,2n_1 = 5,3 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$ . Подставляя все найденные величины в формулу для эффективности, получаем  $w = 0,015$ .

**Задача 4.** Найти среднее время замедления нейтрона от энергии  $T_0 = 2,0$  МэВ до  $T_1 = 0,025$  МэВ в бериллии, считая средний свободный пробег нейтрона между двумя соударениями не зависящим от энергии и равным  $\lambda = 15$  см.

**Решение.** Нейтрон, движущийся со скоростью  $v$ , за время  $dt$  испытывает  $vdt/\lambda_s$  соударений. Если средняя логарифмическая потеря энергии за одно соударение равна  $\xi$ , то для приращения логарифма кинетической энергии можно записать

$$-d \ln T = \xi v dt / \lambda_s = -\frac{\xi}{\lambda_s} \sqrt{\frac{2T}{m}} dt.$$

Интегрируя это выражение, получаем

$$t = \sqrt{2m} \left( \frac{1}{\sqrt{T_1}} - \frac{1}{\sqrt{T_0}} \right) \frac{\lambda_s}{\xi} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

## 7.4 Задачи для самостоятельной работы

1) Какую долю первоначальной кинетической энергии теряет нейтрон при:

а) упругом лобовом соударении с первоначально покоившимися ядрами  $^2\text{H}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{238}\text{U}$ ;

б) упругом рассеянии под углом  $\theta$  на первоначально покоившемся дейтроне, если  $\theta$  равен  $30^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $150^\circ$ ?

Ответ. а) соответственно 0,89; 0,284; 0,0167; б)

$$\eta = \frac{2(A + \sin^2 \theta - \cos \theta \sqrt{A^2 - \sin^2 \theta})}{(A + 1)^2} = 0,127; 0,67; 0,87. \text{ Здесь } A \text{ – массовое число}$$

рассеивающего ядра.

2) Определить среднее число упругих соударений нейтрона при замедлении его от энергии 2,00 МэВ до 0,025 эВ в уране, графите и тяжелой воде.

Ответ.  $z = \xi^{-1} \ln(T_0/T)$ , соответственно 2200, 120, 31.

3) Механический селектор нейтронов представляет собой два диска, которые укреплены на одной оси и вращаются с частотой  $n$ . Расстояние между дисками  $L$ . На каждом диске имеется по одной радиальной щели, которые смещены относительно друг друга на угол  $\alpha$ . Найти энергию нейтронов, пропускаемых таким селектором, если  $n = 100$  об/с,  $L = 54$  см и  $\alpha = 8^\circ$ .

Ответ.  $T = \frac{2\pi^2 n^2 L^2 m}{\alpha^2} = 0,03 \text{ эВ.}$

4) Пригоден ли механический селектор нейтронов с разрешением по пролетному времени 0,50 мкс/м для исследования формы резонансной кривой серебра при 5,0 эВ с полушириной 0,20 эВ?

Указание. Воспользоваться решением задачи 1 пункта 7.3.

Ответ. Не пригоден.

5) Суммарная ширина нейтронного импульса и канала временного анализатора в установке с мигающим циклотроном равна 1,0 мкс. Оценить расстояние от замедлителя до временного анализатора в этой установке, необходимое для разрешения двух резонансов с интервалом 0,50 эВ вблизи энергии 50 эВ.

Указание. Воспользоваться решением задачи 1 пункта 7.3.

Ответ.  $L = \frac{0,0277 \Delta \tau (T)^{3/2}}{\Delta T} = 19,6 \text{ м.}$

6) Вычислить энергию нейтронов, испытывающих отражение от системы плоскостей кристалла NaCl с  $d = 325$  пм под углом скольжения  $4,0^\circ$ . В падающем пучке содержатся нейтроны с энергиями не более 3,0 эВ.

Ответ. 0,4 и 1,6 эВ.

7) В монохроматоре с кристаллом бериллия используется отражение нейтронов в первом порядке от системы плоскостей с  $d = 75$  пм. Оценить разрешающую способность этого монохроматора по энергиям  $\Delta T/T$  для нейтронов с энергией вблизи  $T = 0,30$  эВ, если падающий пучок нейтронов коллимирован до  $\Delta\theta = 0,5^\circ$ .

Указание. Воспользоваться решением задачи 2 пункта 7.3.

Ответ.  $\Delta T/T = 2\text{ctg}\theta \Delta\theta \approx 0,05$ .

8) При пропускании пучка тепловых нейтронов через толстый слой прессованного кристаллического порошка нейтроны с достаточно большой длиной волны проходят блок, не испытывая отражений от кристаллических плоскостей. Найти кинетическую энергию нейтронов, проходящих через толстый блок графита. Максимальное межплоскостное расстояние графита  $d = 335$  пм.

Ответ.  $T < \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} = 1,8$  МэВ.

9) Какова должна быть толщина кадмиевой пластинки, чтобы поток тепловых нейтронов при прохождении через нее уменьшился в 100 раз? Сечение захвата нейтронов кадмием 2540 барн.

Ответ. 0,4 мм.

10) Во сколько раз ослабится пучок тепловых нейтронов при прохождении слоя тяжелой воды толщиной 1,0 см? Сечение рассеяния нейтронов молекулами D<sub>2</sub>O равно 13,6 барн.

Ответ. Примерно в 1,6 раза.

11) Оценить, во сколько раз ослабится узкий пучок быстрых нейтронов с кинетической энергией 10 МэВ при прохождении свинцовой пластинки толщиной 4,0 см. Считать, что эффективное сечение ядра  $\sigma = 2\pi(R + \lambda/2\pi)^2$ ;  $R$  - радиус ядра,  $\lambda$  - длина волны нейтрона.

Ответ. В 2,3 раза.

12) В центре сферического слоя графита, внутренний и внешний радиусы которого  $r_1 = 1,0$  см и  $r_2 = 10,0$  см находится точечный источник нейтронов с кинетической энергией 2,0 МэВ. Интенсивность источника  $I_0 = 2,0 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup>. Сечение взаимодействия нейтронов данной энергии с ядрами углерода  $\sigma = 1,6$  барн. Определить плотность потока нейтронов на внешней поверхности графита, проходящих данный слой без столкновений.

Ответ.  $J = \frac{I_0}{4\pi r_2^2} \exp(-\sigma n(r_2 - r_1)) = 5$  см<sup>-2</sup>·с<sup>-1</sup>, где  $n$  - концентрация ядер

углерода.

13) Интенсивность узкого пучка медленных моноэнергетических нейтронов уменьшается в 20 раз при прохождении через пластинку из естественного изотопного состава бора. Массовая толщина пластинки  $1,0 \text{ г/см}^2$ . Определить энергию нейтронов, имея в виду справедливость в данном случае закона  $1/v$ . Сечение поглощения бором нейтронов с энергией  $0,025 \text{ эВ}$  равно  $755 \text{ барн}$ .

Ответ.  $5 \text{ эВ}$ .

14) Найти уменьшение эффективности детектора нейтронов – тонкого слоя  $^{10}\text{B}$ , который облучали в течение недели потоком тепловых нейтронов с плотностью  $J = 1,00 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . Сечение реакции  $(n, \alpha)$  равно  $3813 \text{ барн}$ .

Ответ.  $\Delta w/w = (n_0 - n)/n_0 = 1 - \exp(-J\sigma t) = 0,023$ , где  $n_0$  и  $n$  – начальное число ядер бора и число ядер к моменту времени  $t$ .

### 7.5 Контрольные вопросы

- 1) Расскажите о классификации нейтронов по энергии.
- 2) Перечислите наиболее распространенные ядерные реакции под действием нейтронов.
- 3) Опишите процесс замедления нейтронов веществом.
- 4) Каковы основные характеристики процесса замедления и диффузии.
- 5) Расскажите об отражении нейтронов.
- 6) Расскажите об основных особенностях дифракции нейтронов.
- 7) Сравните нейтронографический и рентгенографический методы исследования твердого тела.
- 8) Прокомментируйте результаты, полученные в практической части работы.

## 8 Ядерные реакции

### 8.1 Общие закономерности ядерных реакций

#### 8.1.1 Основные понятия теории ядерных реакций

В самом широком смысле ядерной реакцией называется любой процесс, начинающийся столкновением двух, редко нескольких, микрочастиц (простых или сложных) и идущий, как правило, с участием сильных взаимодействий. В экспериментальных установках обычно более тяжелая из сталкивающихся частиц покоится, а более легкая на нее налетает. Покоящаяся частица называется частицей мишени (или, если это ядро, ядром мишени). Налетающие частицы в русском языке специального названия не получили (в английском языке употребляется термин *projectile* – снаряд). В ускорителях на встречных пучках обе сталкивающиеся частицы движутся, так что разделение на мишень и пучок налетающих частиц теряет смысл.

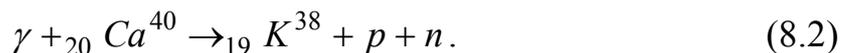
Изучение ядерных реакций необходимо для получения информации о свойствах новых изотопов, новых частиц, возбужденных состояний ядер и элементарных частиц. В прикладном отношении ядерные реакции нужны для использования внутриядерной энергии, а также для получения радиоактивных изотопов.

Для записи ядерных реакций в литературе используется несколько способов. Наиболее наглядной и универсальной является запись, аналогичная принятой в химии: слева пишется сумма начальных частиц, затем ставится стрелка, указывающая направление течения процесса, после чего справа пишется сумма конечных продуктов реакции. Например, в форме



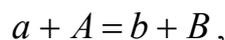
записывается реакция столкновения протона с ядром лития  ${}_3\text{Li}^7$ , и приводящая к образованию двух  $\alpha$ -частиц.

Таким способом, конечно, можно описывать реакции не только с двумя, но и с несколькими частицами в конечном состоянии. Например, реакция отщепления протона и нейтрона  $\gamma$ -квантом от ядра  ${}_{20}\text{Ca}^{40}$  записывается в форме



Для ядерных реакций часто используется иная форма записи, в которой сначала пишется ядро-мишень затем в скобках налетающая частица и отделенные запятой частицы, получающиеся в результате реакции. В конце пишется ядро-продукт. Реакция (8.2) в этих обозначениях имеет соответственно вид  $\text{Ca}^{40}(\gamma, pn)\text{K}^{38}$ .

Для количественного изучения свойств ядерных реакций необходимы какие-то численные величины, описывающие интенсивность и другие характеристики реакции. Реакция



в которой в начальном и конечном состояниях имеются по две частицы, полностью характеризуется *дифференциальным эффективным сечением*  $d\sigma/d\Omega$  рассеяния в область телесного угла  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ , где  $\theta$ ,  $\varphi$  – азимутальный и полярный углы вылета одной из частиц (угол  $\theta$  отсчитывается от направления движения налетающей частицы), обычно легкой.

Если частицы бесспиновые или если в начальном состоянии спины налетающей частицы и мишени ориентированы хаотично, то весь процесс обладает цилиндрической симметрией относительно оси, проходящей через мишень в направлении движения падающих частиц. Поэтому дифференциальное сечение будет зависеть только от угла  $\theta$ , и его можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{\sin\theta d\theta} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\varphi = 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}.$$

Форма зависимости дифференциального сечения от угла называется *угловым распределением*. Часто используется понятие *интегрального сечения*, получающегося из дифференциального интегрированием по углам:

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}.$$

Интегральное сечение характеризует интенсивность реакции. Так, если в реакции получается новый изотоп, то его количество пропорционально интегральному сечению соответствующей реакции. Дифференциальное сечение рассеяния, в отличие от интегрального, зависит от выбора системы координат. Подавляющее большинство экспериментальных исследований проводится в лабораторной системе координат (ЛС), в которой мишень покоится. Теоретические исследования удобнее производить в системе центра инерции (СЦИ), в которой покоится центр инерции сталкивающихся частиц. Существуют формулы перехода из одной системы в другую. В ядерных реакциях в узком смысле слова обычно масса налетающей частицы во много раз меньше массы ядра, так что при не очень высоких энергиях центр инерции почти совпадает с координатой ядра, т. е. ЛС и СЦИ практически совпадают.

Совокупность значений масс, энергий и импульсов, участвующих в реакции частиц часто называют кинематикой процесса.

При одних и тех же начальных условиях ядерная реакция может идти различными способами:

$$a + A = \begin{cases} a + A - \text{упругое рассеяние} \\ a + A^* - \text{неупругое рассеяние} \\ b + B \\ b + c + D \\ \text{и т.д.} \end{cases}$$

Эти конечные состояния называются *выходными каналами* реакции. Различным каналам соответствуют различные эффективные сечения. Среди этих сечений особую роль играет сечение упругого рассеяния  $\sigma_{упр}$ , при котором ни налетающая частица, ни мишень не претерпевают никаких изменений. Сумма  $\sigma_{неупр}$  сечений реакции по всем открытым неупругим каналам носит название *сечения неупругого рассеяния*. Сумма  $\sigma_t = \sigma_{упр} + \sigma_{неупр}$  называется *полным сечением*.

Если в реакции участвуют частицы с ненулевыми спинами, то сечение зависит от ориентации спинов. Поэтому, если налетающие частицы или частицы мишени поляризованы, т. е. имеют спины, ориентированные не хаотично, а хотя бы частично упорядоченно, то сечение уже будет зависеть от ориентации спинов. Количественно ориентация спинов пучка (и вообще любой системы) частиц описывается *вектором поляризации*, который равен среднему значению вектора спина, деленному на максимальное значение проекции этого спина. Абсолютную величину вектора поляризации часто называют просто *поляризацией*. Если вектор поляризации не параллелен импульсу налетающей частицы, то угловое распределение может быть азимутально несимметричным, т. е. зависеть от полярного угла  $\varphi$ .

Для осуществления реакций с ядрами используются разнообразные частицы: протоны, нейтроны, дейтроны,  $\alpha$ -частицы, фотоны, электроны, тяжелые ионы (например многократно ионизированные  $N^{14}$ ,  $O^{16}$ ), а также пионы, нейтрино, мюоны, каоны, гипероны, антинуклоны. В качестве мишеней могут использоваться любые достаточно долго живущие ядра, а также протоны. Не существует нейтронных мишеней. Поэтому такой фундаментальный процесс, как нейтрон-нейтронное рассеяние, до сих пор почти не изучен экспериментально.

### 8.1.2 Законы сохранения в ядерных реакциях

В физике ядерных реакций очень существенны законы сохранения. Каждый закон сохранения состоит в том, что определенная физическая величина должна быть одинаковой до и после столкновения. Тем самым требование сохранения всегда накладывает какие-то ограничения, или, как их называют, запреты, на характеристики конечных продуктов. Так, из закона сохранения электрического заряда следует, что суммарный заряд продуктов реакции должен равняться суммарному заряду исходных частиц. Аналогично проявляется закон сохранения барионного заряда, действие которого для ядерных реакций при низких энергиях сводится к тому, что суммарное число нуклонов не меняется при реакции.

Перейдем теперь к законам сохранения энергии и импульса в реакциях. Эти законы имеют одинаковую форму в квантовой и неквантовой теориях, но меняются при переходе от нерелятивистской теории к релятивистской. В наиболее общем случае релятивистской теории эти законы имеют соответственно вид

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= E'_1 + E'_2 + \dots + E'_n, \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \dots + \vec{p}'_n, \end{aligned} \quad (8.3)$$

где  $E_{1,2} = \sqrt{m_{1,2}^2 c^4 + \vec{p}_{1,2}^2 c^2}$  – полные энергии,

$\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$  – импульсы сталкивающихся частиц.

Штрихами отмечены соответствующие величины для частиц, возникающих в результате реакции. Соотношения (8.3) написаны в произвольной инерциальной системе координат.

Запишем закон сохранения энергии, используя кинетическую энергию  $T = E - mc^2$ , и перенесем все слагаемые, содержащие массы, в правую часть. В результате закон сохранения энергии примет вид

$$T_1 + T_2 = T'_1 + T'_2 + \dots + T'_n - Q, \quad (8.4)$$

где

$$Q = (m_1 + m_2 - m'_1 - m'_2 - \dots - m'_n) c^2.$$

Величина  $Q$  представляет собой выделяющуюся *энергию реакции*. Как и в химии, энергию  $Q$  часто вводят в обозначение реакции, записывая реакцию  $A(a, b)B$  в виде

$$a + A = b + B + Q.$$

Если  $Q > 0$ , то реакция называется *экзотермической*, т. е. идущей с выделением энергии. Если  $Q < 0$ , то реакция идет с поглощением энергии и называется *эндотермической*. При упругом рассеянии, разумеется,  $Q = 0$ .

Экзотермическая реакция, как и упругое рассеяние, может идти при сколь угодно малой энергии налетающих частиц. Эндотермическая реакция обладает *порогом*. Порогом называется минимальная кинетическая энергия сталкивающихся частиц, начиная с которой реакция становится энергетически возможной.

Порог обычно задается в лабораторной системе где  $\vec{p}_2 = 0$ , но  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1 \neq 0$ . Поэтому в ЛС центр инерции системы движется и имеет импульс, равный  $\vec{p}_1$ , а соответствующая этому движению кинетическая энергия  $p_1^2 / 2(m_1 + m_2)$  бесполезна для создания реакции. Действительно, кинетическая энергия движения центра инерции может быть сколь угодно велика, но если, например, частицы покоятся друг относительно друга, то эндотермическая реакция не пойдет. Необходимо, чтобы энергия относительного движения частиц была не меньше  $|Q|$ . Поэтому порог определяется соотношением

$$T_{\text{пор}} = \frac{p_1^2}{2(m_1 + m_2)} + |Q|.$$

С другой стороны, по определению этот порог равен кинетической энергии первой частицы

$$T_{\text{пор}} = \frac{p_1^2}{2m_1}.$$

Исключив теперь  $p_1^2$  из этих формул, получим окончательное выражение для порога нерелятивистской реакции

$$T_{\text{пор}} = |Q| \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right). \quad (8.5)$$

Таким образом, порог всегда больше энергии реакции.

Для протекания реакций при низких энергиях большое значение имеет закон сохранения момента количества движения. Так как орбитальный момент относительного движения двух частиц может принимать только дискретные значения, то при низких энергиях и при ограниченном радиусе действия сил реакция возможна лишь при небольших значениях орбитального момента. Оценку этого предельного значения проще всего получить из следующего полуклассического рассмотрения в духе квантовых орбит Бора (рисунок 8.1). Момент налетающей на ядро частицы равен  $pb$ , где  $p$  – импульс частицы, а  $b$  ее прицельный параметр, т. е. наименьшее расстояние, на которое приблизилась бы к частице-мишени налетающая частица, двигаясь по прямой. В квантовой механике момент равен  $\hbar\sqrt{l(l+1)}$ , где  $l=0,1,\dots$  – орбитальное число. Реакция может произойти лишь в том случае, если  $b$  не будет превышать радиуса действия  $R$  сил между частицами (траектория 2 на рисунке 8.1). Отсюда для  $l$  получается следующее ограничение

$$l \leq \frac{pb}{\hbar} = \frac{2\pi R}{\lambda},$$

где  $\lambda$  – дебройлевская длина волны налетающей частицы.

При точном квантовомеханическом рассмотрении реакция оказывается в принципе возможной при любых значениях  $l$ , но при нарушении полученного неравенства интенсивность реакции резко падает.

Отметим еще закон сохранения четности, справедливый с высокой точностью для ядерных реакций. Согласно этому закону вычисленная четность начального состояния не должна измениться при реакции.

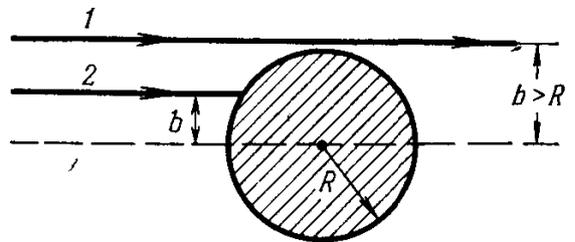


Рисунок 8.1 – Схематическое изображение столкновения «классической» частицы с атомным ядром.

## 8.1.2 Механизмы ядерных реакций

Важную роль в ядерных реакциях играет введенный Нильсом Бором (1936) *механизм составного ядра*, согласно которому реакция протекает в две стадии с образованием промежуточного ядра  $C$



Понятие составного ядра применимо только в тех случаях, когда время жизни составного ядра достаточно велико, т. е. значительно больше характерного ядерного времени  $\tau_{\text{ядерн}}$ . Таким образом, ядерная реакция идет через составное ядро, если время ее протекания значительно превышает  $\tau_{\text{ядерн}} \approx 10^{-21}$  с.

Укажем причины, по которым составное ядро является долгоживущим (разумеется, в масштабах ядерных, а не макроскопических промежутков времени). Во-первых, из-за короткодействия ядерных сил движение нуклонов в ядре может быть сильно запутанным. Вследствие этого энергия влетевшей в ядро частицы быстро распределяется между всеми частицами ядра. В результате часто оказывается, что ни одна частица уже не обладает энергией, достаточной для вылета из ядра. В этом случае ядро живет до флуктуации, при которой одна из частиц приобретает достаточную для вылета энергию.

Во-вторых, эффект кулоновского отталкивания между протонами из-за малой проницаемости кулоновского барьера на несколько порядков уменьшает вероятность вылета протонов из средних и тяжелых ядер.

В-третьих, вылет частиц из составного ядра может затрудняться различными правилами отбора.

В-четвертых, реакции с испусканием  $\gamma$ -квантов, например  $(n, \gamma)$  для средних и тяжелых ядер часто затрудняются тем, что ядру приходится очень сильно перестраивать свою структуру при испускании  $\gamma$ -кванта. На эту перестройку уходит время порядка  $10^{-13} - 10^{-14}$  с, а то и больше, что значительно превышает характерное ядерное время  $10^{-21}$  с.

Перейдем теперь к рассмотрению характерных особенностей реакций, идущих через составное ядро. Важнейшей особенностью является независимость процесса распада от способа образования составного ядра. Составное ядро живет настолько долго, что практически полностью «забывает», каким способом оно образовалось. Вероятность распада составного ядра в единицу времени определяется выражением  $w = 1/\tau = \Gamma/\hbar$ , где  $\tau$  – время жизни промежуточного ядра, а  $\Gamma$  – полная ширина уровня составного ядра. Ядро может распасться различными путями, поэтому вероятность распада можно представить в виде суммы парциальных вероятностей, каждая из которых характеризует один из путей распада

$$w = w_a + w_b + \dots = \Gamma_a/\hbar + \Gamma_b/\hbar + \dots,$$

где  $\Gamma_a, \Gamma_b, \dots$  – парциальные ширины. Сечение  $\sigma_{ab}$  реакции (8.6) можно представить в виде произведения двух сомножителей: сечения  $\sigma_{aC}$  образования составного ядра и  $w_b/w = \Gamma_b/\Gamma$  относительной вероятности распада составного ядра по каналу  $b$ :

$$\sigma_{ab} = \sigma_{aC} \Gamma_b / \Gamma. \quad (8.7)$$

Парциальные ширины, а, следовательно, и полная ширина не зависят от того, какой канал является входным. Поэтому сечение реакции с тем же составным ядром, но другим входным каналом



имеет вид

$$\sigma_{b'b} = \sigma_{b'C} \Gamma_b / \Gamma \quad (8.8)$$

с тем же множителем  $\Gamma_b / \Gamma$ . Записав формулы, аналогичные формулам (8.7) и (8.8) для реакций  $a + A \rightarrow C \rightarrow b' + B'$  и  $b' + B' \rightarrow C \rightarrow b + B$ , можно увидеть, что отношение сечений реакций для различных выходных каналов одинаково для различных входных каналов, т.е.

$$\sigma_{ab} : \sigma_{ab'} = \sigma_{b'b} : \sigma_{b'b'}.$$

Второй характерной особенностью механизма составного ядра является то, что угловое распределение продуктов реакций, идущих через составное ядро, в СЦИ симметрично относительно угла  $\theta = 90^\circ$  (так называемая симметрия вперед-назад). На рисунке 8.2 приведено угловое распределение, типичное для реакций, идущих через составное ядро.

Симметрия вперед-назад доказывается в теории ядерных реакций. Ее можно пояснить следующим образом. Исходная система налетающая частица – ядро симметрией вперед-назад не обладает. Физической величиной, искажающей эту симметрию, является импульс налетающей частицы в СЦИ. Но этот импульс исчезает после того, как налетающая частица поглотится ядром. Составное ядро уже характеризуется только одной векторной величиной – полным моментом. Посмотрим теперь, из каких величин составляется этот полный момент, и какими свойствами симметрии обладают составляющие его величины. Полный момент составного ядра складывается из спинов исходных частиц и орбитального момента относительного движения. Спины исходных частиц ориентированы хаотично, т.е. симметрично по всем направлениям, а относительный орбитальный момент перпендикулярен импульсу налетающей частицы и хаотично ориентирован в плоскости, перпендикулярной этому импульсу. Таким образом, все характеризующие составное ядро векторные величины обладают симметрией вперед-назад. При распаде эта симметрия сохраняется, что и приводит к симметрии углового распределения реакции.

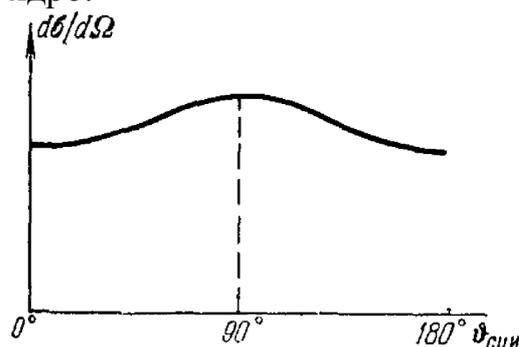


Рисунок 8.2 – Схематическое изображение угловых распределений продуктов реакции, идущей через составное ядро

Реакции, идущие через составное ядро, подразделяются на *резонансные* и *нерезонансные*. Составное ядро может образоваться лишь в том случае, ес-

ли энергия налетающей частицы попадает в интервал  $\Gamma$  неопределенности положения уровня. Если ширины уровней составного ядра меньше расстояний между ними, то при фиксированной энергии падающих частиц реакция может идти лишь через одиночный уровень. Зависимость сечения реакции от энергии будет носить резонансный характер. Соответственно этому и реакции такого типа называются *резонансными*.

Если же уровни расположены настолько густо, что расстояния между ними меньше их ширин, то уровни сливаются друг с другом. В этом случае реакция будет идти при любой энергии. Такие реакции называются *нерезонансными*.

Рассмотренные выше свойства присущи как резонансным, так и нерезонансным реакциям. Перейдем к особенностям резонансных реакций. В области расположения изолированного уровня  $E_0$  эффективное сечение  $\sigma_{ab}$  реакции должно иметь резонансный максимум, форма которого описывается формулой Брейта-Вигнера

$$\sigma_{ab} = \pi \lambda_a^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (8.9)$$

Из этой формулы видно, что резонанс тем острее, чем меньше величина  $\Gamma$ , которая тем самым имеет смысл ширины уровня, через который идет реакция. Сложив сечения (8.9) по всем возможным каналам, включая упругий, мы получим для полного сечения образования составного ядра формулу

$$\sigma_{aC} = \pi \lambda_a^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (8.10)$$

Ядерные реакции будут резонансными до тех пор, пока соблюдается условие  $\Gamma < D$ , где  $D$  – расстояние между уровнями энергии ядра. Это расстояние резко уменьшается и с ростом массового числа, и с ростом энергии ядра. Ширины уровней в среднем растут с ростом энергии и уменьшаются с ростом массового числа. Особенно четко резонансные реакции проявляются на легких ядрах.

При больших энергиях возбуждения составного ядра его уровни перекрываются, и говорить об отдельных резонансах уже нельзя. Однако концепцию составного ядра можно сохранить и здесь, дополнив ее статистическими соображениями. В результате получается статистическая теория ядерных реакций или, что то же самое, модель испарения. Согласно модели испарения реакция протекает следующим образом. Попавшая в ядро частица быстро тратит энергию, передавая ее всем нуклонам ядра. Таким путем возникает термодинамически равновесное состояние ядра, т. е. ядро приобретает некоторую температуру (температура невозбужденного ядра равна нулю). Далее в течение некоторого времени (это и есть время жизни составного ядра) каждый нуклон имеет энергию, недостаточную для вылета, хотя ядро в целом возбуждено сильно. Наконец, в результате достаточно сильной флуктуации один из нуклонов приобретает необходимую для вылета энергию и испаряется из ядра.

Перейдем к предсказаниям, вытекающим из статистической теории. Во-первых, в модели испарения угловое распределение должно быть изотропным, а не только симметричным вперед-назад, поскольку в процессе установления теплового равновесия ядро полностью «забывает», каким образом оно образовалось. Во-вторых, испаряемые ядром низкоэнергетические нейтроны должны иметь максвелловский спектр. Наконец, в-третьих, вылет заряженных частиц из составного ядра должен быть, как правило, сильно подавлен, поскольку вылет медленных частиц затруднен кулоновским барьером, а быстрых – резким уменьшением плотности уровней конечного ядра при уменьшении энергии возбуждения  $E_f$ . Разумеется, сохраняются и более общие предсказания модели составного ядра, такие как независимость процентной доли распада по определенному каналу от способа образования составного ядра.

Посмотрим, как согласуются эти предсказания с экспериментальными данными. Экспериментальные сечения взаимодействия нуклонов со средними и тяжелыми ядрами обладают следующими свойствами. Во-первых, угловое распределение вылетающих частиц, как правило, имеет анизотропную часть, причем даже не обладающую симметрией вперед-назад. Обычно больше частиц летит вперед. Во-вторых, энергетическое распределение вылетающих нейтронов в низкоэнергетической части имеет горб максвелловского типа, но при высоких энергиях спадает медленно (как говорят, имеет «немасвелловский» хвост). В-третьих, во многих реакциях из средних и даже тяжелых ядер с заметной интенсивностью вылетают протоны. Наконец, в-четвертых, независимость распада от способа образования составного ядра обычно выполняется лишь приближенно. Следовательно, кроме механизма составного ядра с испарением существенную роль играют и другие механизмы.

Если время взаимодействия налетающей частицы с ядром не превышает характерного ядерного времени, то механизм реакции существенно меняется. Важнейшую роль здесь играют *прямые процессы*, в которых налетающая частица эффективно сталкивается с одним – двумя нуклонами ядра, не затрагивая остальных. Например, реакция  $A(p, n)B$  может произойти в результате столкновения протона с одним нейтроном ядра.

Прямые реакции имеют ряд особенностей. Во-первых, из того, что падающий нуклон передает свой импульс в основном одному нуклону, следует, что нуклоны должны вылетать из ядра преимущественно вперед в направлении этого импульса. Во-вторых, из того, что падающий нуклон передает одному нуклону почти всю энергию, следует, что вылетающие из ядра нуклоны должны иметь довольно большие энергии, близкие к максимально возможным. Наконец, третьей существенной особенностью прямых процессов является то, что при них из ядра с равной интенсивностью могут вылетать как протоны, так и нейтроны, поскольку при больших энергиях вылетающих частиц влияние кулоновского барьера становится несущественным.

Наиболее изучены следующие прямые реакции:

а) реакции срыва  $(d, p)$   $(d, n)$  и реакции подхвата  $(p, d)$ ,  $(n, d)$ .

Механизм срыва состоит в том, что дейтрон при столкновении с ядром «зацепляется» за него лишь одним из своих нуклонов. Этот нуклон поглощается, а второй свободно уходит, почти не меняя направления движения. Реакция подхвата обратна реакции срыва: падающий нуклон слегка касается ядра и вырывает из него другой нуклон.

б) Квазиупругое выбивание ( $p, 2p$ ), ( $p, pn$ ). Если энергия падающего нуклона намного превосходит энергию связи нуклона в ядре, т. е. если  $T > 100$  МэВ, то становится возможным процесс, в котором падающий нуклон сталкивается с одним нуклоном ядра, причем взаимодействие этих двух сталкивающихся нуклонов с остальными играет второстепенную роль. Происходит как бы свободное упругое столкновение двух нуклонов, в результате которого оба нуклона разлетаются, т. е. уходят из ядра. Это и есть реакция квазиупругого выбивания нуклонов.

в) Прямые процессы с участием сложных частиц – тритонов,  $\alpha$ -частиц и др. Изучались такие реакции, как ( $n, t$ ), ( $n, {}_2\text{H}^3$ ), ( $n, \alpha$ ), ( $p, \alpha$ ), ( $t, \alpha$ ) и т. д., а также реакции с вылетом из ядра двух и большего количества сложных частиц.

Большинство прямых процессов происходит на поверхности ядра. Поэтому прямые реакции называются часто поверхностными реакциями. Эта особенность прямых процессов обусловлена тем, что при не очень высокой энергии ( $< 100$  МэВ) вероятность пролететь через ядро и не поглотиться им является малой.

Прямые реакции срыва и подхвата широко используются для изучения структуры атомного ядра. Свойственное прямым реакциям однократное взаимодействие начальных и конечных частиц с ядром–мишенью и конечным ядром приводит к сильной зависимости угловых распределений продуктов реакции от квантовых чисел уровня, на который «срывается», либо с которого «подхватывается» нуклон. По угловому распределению можно, следовательно, определить эти квантовые числа, что было впервые сделано Батлером в 1951 г. для реакции срыва ( $d, p$ ). Однократное взаимодействие влечет за собой также зависимость сечения от степени заполнения уровня другими нуклонами. В общем случае сечение реакции срыва прямо пропорционально числу дырок, а сечение реакции подхвата – числу нуклонов в подблочке  $nlj$ .

При энергиях падающих нуклонов свыше 100 МэВ дебройлевская длина волны становится значительно меньше не только размеров ядра, но и среднего расстояния между нуклонами. При столь высоких энергиях прямые реакции уже могут идти не только на поверхности, но и в более глубоких областях ядра. На это прямо указывает тот факт, что в реакциях квазиупругого выбивания ( $p, 2p$ ), ( $p, pn$ ) и других нуклон может быть выбит не только из наружных, но и из внутренних оболочек ядра. Поэтому реакции квазиупругого выбивания дают уникальную возможность изучения характеристик внутренних оболочек в ядрах. Такое исследование проведено для легких ядер вплоть до ядра кальция  ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ . При изучении более тяжелых ядер и соответственно более глубоких оболочек метод реакций квазиупругого выбивания

становится менее эффективным, так как выбивание глубинного нуклона одним ударом становится слишком редким событием.

## 8.2 Практическое задание

Предлагаемые упражнения содержатся в программе «Ядерные реакции» из пакета «Физика микромира на персональном компьютере».

### Содержание пунктов меню

#### *Введение*

Формулируются цели программы и даются советы общего характера.

#### *Энергия реакции и порог реакции*

Этот и следующий разделы носят контролирующий характер: с помощью предлагаемых тестов студент может оценить свои знания и понимание базисных принципов физики ядерных реакций. В данном разделе на основе закона сохранения энергии по предлагаемым реальным схемам уровней ядер или по таблице масс атомов требуется решить, какая из реакций является эндотермической (идет с поглощением тепла), а какая экзотермической.

### Упражнение 1

Решить предлагаемые программой задачи на определение энергии и порога реакции.

#### *Правила отбора*

Как и в предыдущем разделе, здесь предложен ряд тестов на основе реальных схем уровней конкретных ядер.

#### *Составное ядро. Резонансные реакции*

Раздел посвящен изучению одного из важнейших типов ядерных реакций – резонансных реакций, идущих через стадию составного ядра. Раздел состоит из нескольких подразделов.

*Понятие о механизме составного ядра.* Поясняется основная идея двухступенчатости реакции (стадия формирования составного ядра, стадия его распада). Предлагается сделать простейшие оценки времени протекания реакции и ширины уровня составного ядра.

*Формула Брейта-Вигнера.* Исследуется форма резонансной кривой зависимости сечения реакции от энергии налетающей частицы (формула Брейта-Вигнера). На экране воспроизводится кривая Брейта-Вигнера с заданными параметрами.

### Упражнение 2

1) При фиксированном положении резонанса (фиксировано положение уровня составного ядра) исследовать характерные формы энергетической зависимости сечения реакции для различных полной и парциальных ширин. Обратите внимание на подъем кривой сечения при малых энергиях. Чем он объясняется? Обратите также внимание на смещение положения максимума кривой сечения при изменении ширины. Максимум сечения не совпадает с положением уровня  $E_0$ .

2) При фиксированных ширинах с помощью курсора можно изменять энергетическое положение резонансного уровня. Постройте серию резонансных кривых при различных энергиях  $E_0$ . Обратите внимание на резкое увеличение сечения резонансной реакции при малых энергиях резонанса (для наглядности вы можете изменять масштаб по оси ординат в 2, 4, 8 раз). Чем объясняется это увеличение?

*"Измерение" сечения резонансной реакции.* В этом разделе моделируется реальный эксперимент по измерению сечения резонансной реакции  $p + B^{10} \rightarrow C^{11} \rightarrow Li^7 + \alpha$ .

### Упражнение 3

Определить с заданной точностью энергию резонанса и его ширину. Задавая исследуемый интервал энергии протона, шаг по энергии, энергетическое разрешение детектора и количество детектируемых частиц, с помощью программы получают "экспериментальную" гистограмму. На втором этапе полученную гистограмму аппроксимируют кривой Брейта-Вигнера. Подбирая параметры кривой, получают "экспериментальные" значения положения и ширины резонанса. Прodelать "эксперимент" несколько раз с различным разрешением детектора и с различной статистикой.

*"Измерение" углового распределения.* Моделируется измерение углового распределения альфа-частиц в той же, что и в предыдущем разделе, резонансной реакции при резонансной энергии протонов.

### Упражнение 4

Задавая исследуемый интервал углов, шаг по углу и угловое разрешение детектора, получить угловое распределение в виде гистограммы. Анализируя полученную гистограмму с помощью первых трех членов ряда Фурье, исследовать симметрию углового распределения относительно  $90^\circ$ . Рекомендуется проделывать "эксперимент" несколько раз с различным разрешением детектора и различной статистикой. Убедитесь в симметрии углового распределения относительно  $90^\circ$ .

### *Прямые ядерные реакции*

Раздел посвящен изучению другого типа ядерных реакций, так называемым прямым реакциям. Раздел состоит из 3 подразделов.

*Понятие о механизме прямой ядерной реакции.* На примере реакции подхвата иллюстрируется основная идея механизма реакции, как быстрого поверхностного процесса передачи энергии одному или малому числу нуклонов ядра.

*"Измерение" углового распределения прямой реакции.* Моделируется измерение углового распределения протонов в реакции срыва  $O^{16}(d,p)O^{17}$ .

## Упражнение 5

Задавая энергию дейтрона, интервал углов, в котором производится измерение, шаг по углу, угловое распределение детектора и число детектируемых частиц, получить угловое распределение в виде гистограммы. Обратите внимание на характерную вытянутость углового распределения "вперед", по направлению падающего пучка.

Полученную гистограмму проанализировать с помощью теоретической кривой, следующей из простейшей теории прямых ядерных реакций Батлера. Поверхностный характер реакции отражается в том, что единственным параметром кривой является радиус ядра-мишени, который и следует определить, подгоняя теоретическую кривую под экспериментальную гистограмму. Рекомендуется проделать "эксперимент" для разных энергий дейтрона. Обратите внимание на резкую направленность вперед вылетающих протонов при больших энергиях дейтронов.

*Сопоставление двух механизмов реакции.* Этот подраздел носит контролирующий и закрепляющий характер. С помощью нескольких контрольных вопросов проводится сопоставление двух важнейших механизмов ядерных реакций – механизма составного ядра и механизма прямой ядерной реакции.

### 8.3 Контрольные вопросы

- 1) Что называется ядерной реакцией?
- 2) Какие законы сохранения выполняются в ядерных реакциях?
- 3) Запишите законы сохранения энергии и импульса. Что называется энергией реакции?
- 4) Что такое порог реакции и как он связан с энергией реакции?
- 5) Какие механизмы ядерных реакций Вы знаете?
- 6) Каковы особенности реакций идущих через составное ядро?
- 7) Запишите и прокомментируйте формулу Брейта-Вигнера.
- 8) Каковы характерные особенности прямых ядерных реакций?
- 9) Прокомментируйте результаты упражнений.

## Список использованных источников

- 1 **Широков, Ю.М.** Ядерная физика/ Ю.М.Широков, Н.П.Юдин - М.:Наука,1980.-728с.
- 2 **Мухин, К.Н.** Экспериментальная ядерная физика. Т1/К.Н.Мухин- М.:Атомиздат, 1974.-584с.
- 3 **Мухин, К.Н.** Экспериментальная ядерная физика. Т2/К.Н.Мухин- М.:Атомиздат, 1974.-336с.
- 4 **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики. Т5,Часть2/Д.В.Сивухин - М.:Наука,1989.-416с.
- 5 Физика микромира на компьютере./Под ред. Квливидзе В.А.- М.:УНЦ ДО,2004.-127с.
- 6 **Иродов, И.Е.** Атомная и ядерная физика: сборник задач/И.Е.Иродов – СПб.:Лань,2002.-288с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

Таблица А.1 – Основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c=2,998 \cdot 10^{10}$ см/с
Гравитационная постоянная	$G=6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$
Постоянная Авогадро	$N_A=6,023 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Универсальная газовая постоянная	$R=8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$
Постоянная Больцмана	$k = \begin{cases} 1,3807 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/К} \\ 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \\ 0,8617 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/К} \end{cases}$
Элементарный заряд	$e = \begin{cases} 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ} \\ 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \end{cases}$
Масса покоя электрона	$m_e = \begin{cases} 0,911 \cdot 10^{-27} \text{ г} \\ 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.} \\ 0,511 \text{ МэВ} \end{cases}$
Масса покоя протона	$m_p = \begin{cases} 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 1,007276 \text{ а.е.м.} \\ 938,28 \text{ МэВ} \end{cases}$
Постоянная Планка	$\hbar = \begin{cases} 1,0546 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с} \\ 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ 0,6582 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с} \end{cases}$
Классический радиус электрона	$r_e = e^2 / m_e c^2 = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см
Магнетон Бора	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = \begin{cases} 0,9274 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/Гс} \\ 0,5788 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/Гс} \end{cases}$
Ядерный магнетон	$\mu_Y = \frac{e\hbar}{2m_p c} = \begin{cases} 5,051 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/Гс} \\ 3,152 \cdot 10^{-8} \text{ эВ/Гс} \end{cases}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = \begin{cases} 1,660 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 931,50 \text{ МэВ} \end{cases}$

Таблица А.2 – Соотношения между единицами физических величин в системах СИ и СГС

Наименование величины	Обозначение	СИ	СГС
Длина	$l$	1 м (метр)	$10^2$ см
Масса	$m$	1 кг (килограмм)	$10^3$ г
Время	$t$	1 с (секунда)	1 с
Сила	$\vec{F}$	1 Н (ньютон)	$10^5$ дин
Работа, энергия	$A, W$	1 Дж (джоуль)	$10^7$ эрг
Сила электрического тока	$I$	1 А (ампер)	$3 \cdot 10^9$ ед.СГС
Электрический заряд	$q$	1 Кл (кулон)	$3 \cdot 10^9$ ед.СГС
Напряженность электрического поля	$\vec{E}$	1 В/м	$1/3 \cdot 10^{-4}$ ед.СГС
Электрический потенциал	$\varphi$	1 В (вольт)	1/300 ед.СГС
Электрическая индукция	$\vec{D}$	1 Кл/м <sup>2</sup>	$12\pi \cdot 10^5$ ед.СГС
Емкость	$C$	1 Ф (фарад)	$9 \cdot 10^{11}$ см
Электрическое сопротивление	$R$	1 Ом (ом)	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \frac{с}{см}$
Магнитный поток	$\Phi$	1 Вб (вебер)	$10^8$ Мкс(максвелл)
Магнитная индукция	$\vec{B}$	1 Тл (тесла)	$10^4$ Гс (гаусс)
Напряженность магнитного поля	$\vec{H}$	1 А/м	$4\pi \cdot 10^{-3}$ Э (эрстед)
Индуктивность	$L$	1 Гн (генри)	$10^9$ см

Таблица А.3 – Плотность некоторых веществ

Вещество	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Вещество	Плотность, г/см <sup>3</sup>
Алюминий	2,7	Олово	7,4
Бериллий	1,85	Платина	21,5
Бор	2,45	Плутоний	19,8
Ванадий	5,87	Ртуть	13,6
Вода	1,0	Свинец	11,3
Воздух (н.у.)	$1,293 \cdot 10^{-3}$	Серебро	10,5
Графит	1,6	Тяжелая вода	1,1
Железо	7,8	Уран	19,0
Золото	19,3	Фосфор	1,83
Кремний	2,35	Цезий	1,87
Медь	8,9	Цинк	7,0