

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Е.В.ЦВЕТКОВА

ИЗУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО УПРУГОГО И АБСОЛЮТНО НЕУПРУГОГО УДАРОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 110 ПО МЕХАНИКЕ

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов.

Оренбург 2005

УДК 531.3 (07)
ББК 22.251 я7
Ц 27

Рецензенты:

Старший преподаватель Михайличенко А.В., старший преподаватель
Чакак А.А.

Ц 27 **Цветкова Е.В.**
Изучение абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов: методические указания к лабораторной работе №110 по механике/Е.В.Цветкова. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 11 с.

Методические указания предназначены для студентов дневного, вечернего и заочного факультетов технических специальностей для выполнения лабораторной работы №110 "Изучение абсолютно упругого абсолютно неупругого ударов".

ББК 22.251 я7

© Цветкова Е.В., 2005

© ГОУ ОГУ, 2005

1 Лабораторная работа № 110. Изучение абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов

Цель работы:

1 Познакомиться с теоретическим описанием абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов двух шаров.

2 Проверить выполнение закона сохранения импульса при этих ударах.

3 Проверить выполнение закона сохранения механической энергии при абсолютно упругом ударе.

4 Убедиться, что при абсолютно неупругом ударе происходит потеря механической энергии сталкивающихся шаров.

Введение

В данной работе мы будем рассматривать систему двух соударяющихся шаров. Под ударом понимают кратковременное взаимодействие тел в результате столкновения. Например, удар молотка о наковальню, попадание пули в мишень и т.д. В процессе удара в течение короткого промежутка времени происходит резкое изменение состояния движения тел, что ведет к возникновению весьма значительных сил, с которыми сталкивающиеся тела действуют друг на друга. В результате этого в телах могут возникать разнообразные изменения: упругие и пластические деформации, изменение структуры и т.п.

Влиянием внешних сил в момент удара часто пренебрегают по сравнению с большими силами, возникающими при ударе, и считают систему соударяющихся тел замкнутой.

Какие бы изменения в результате удара в телах не происходили, для замкнутой системы тел всегда выполняется закон сохранения импульса.

Напомним, что импульсом \vec{P} тела массой m , движущегося со скоростью \vec{v} , называют векторную величину:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \quad (1)$$

Сформулируем закон сохранения импульса в общем виде.

При любых взаимодействиях геометрическая сумма импульсов тел замкнутой системы остается неизменной, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \text{const} \quad (i=1, 2 \dots n), \quad (2)$$

где \vec{P}_i – импульс i -го тела, кг·м/с.

В процессе удара кинетическая энергия соударяющихся тел частично или полностью может переходить в другие виды энергии, но так, что их полная энергия остается постоянной.

Перейдем к теоретическому рассмотрению двух предельных видов удара: абсолютно упругого и абсолютно неупругого.

Рассмотрим центральный удар двух шаров, движущихся навстречу друг другу. Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Абсолютно упругим называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические виды энергии; кинетическая энергия переходит полностью или частично в потенциальную энергию упругой деформации.

Таким образом, при абсолютно упругом ударе, кроме закона сохранения импульса, выполняется закон сохранения механической энергии.

В данном случае он читается так: при упругих взаимодействиях сумма кинетических и потенциальных энергий тел замкнутой системы остается постоянной, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n T_i + \sum_{i=1}^n \Pi_i = \text{const} \quad (i=1,2,\dots+n), \quad (3)$$

где T_i и Π_i – кинетическая и потенциальная энергии i -го тела системы.

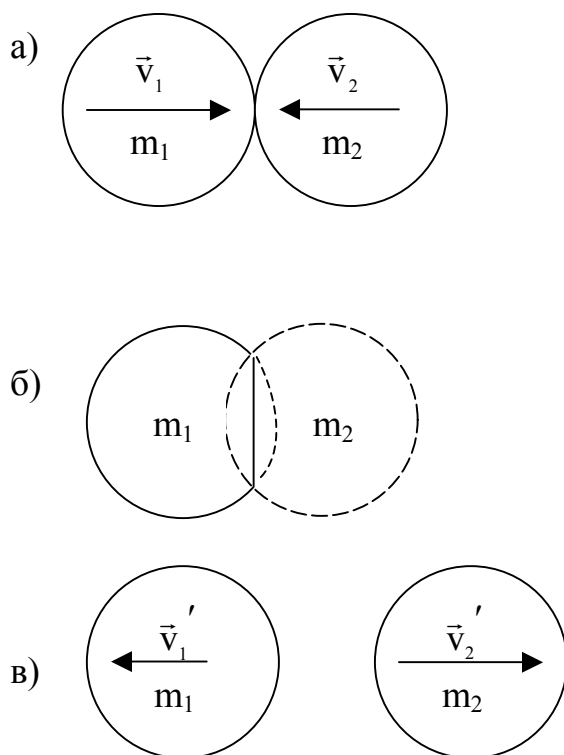


Рисунок 1

Рассмотрим подробнее преобразования энергии при абсолютно упругом центральном ударе шаров, движущихся горизонтально. С момента соприкосновения движущихся навстречу друг другу шаров, начинается их упругая деформация (см.рисунок 1а).

Кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию упругой деформации. В момент наибольшей деформации (см.рисунок 1б) упругие силы, а следовательно, потенциальная энергия максимальны. Начиная с этого момента происходит обратный процесс: под действием упругих сил восстанавливается форма тел. К концу удара (см. рисунок 1в) вся потенциальная энергия вновь переходит в кинетическую энергию, а тела разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяется условием сохранения полного импульса системы шаров.

Закон сохранения импульса и механической энергии в этом случае аналитически запишутся в виде:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2', \quad (4)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}, \quad (5)$$

где m_1 и m_2 массы соударяющихся шаров, кг; \vec{v}_1 и \vec{v}_2 их скорости до удара, м/с; \vec{v}_1' и \vec{v}_2' скорости шаров после удара, м/с.

Решая совместно уравнения (4) и (5), находим скорости шаров после удара:

$$\vec{v}_1' = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad \vec{v}_2' = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

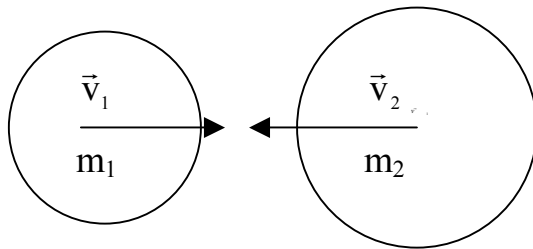
Если оба шара имеют одинаковые массы ($m_1=m_2$) и скорость одного из шаров до удара равна нулю, например, $\vec{v}_1=0$, а второй движется со скоростью \vec{v}_2 , то из формул (6) получается:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_2, \quad \vec{v}_2' = \vec{v}_1 = 0, \quad (7)$$

т.е. при упругом ударе двух шаров одинаковой массы происходит обмен скоростями.

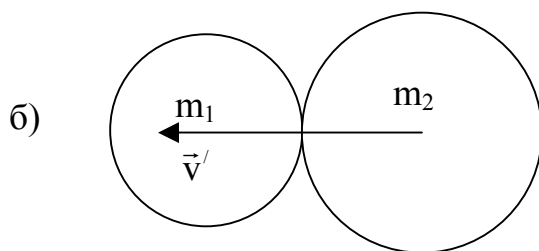
Абсолютно неупругим называется такой удар, при котором потенциальной энергии упругой деформации не возникает: кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию, после удара столкнувшиеся тела объединяются и движутся с одинаковой скоростью или покоятся. Однако закон сохранения импульса остается в силе и в этом случае запишется в виде (см. рисунок 2):

а) $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}', \quad (8)$



где \vec{v}' - скорость шаров после удара, м/с. Из формулы (8) следует, что:

$$\vec{v}' = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$



Потери механической энергии при неупругом соударении, очевидно равны убыли кинетической энергии шаров:

Рисунок 2

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}, \quad (10) \quad \Delta E = \quad = \quad \text{где } T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} -$$

кинетическая энергия 1-го шара до удара, Дж;

$T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ - кинетическая энергия 2-го шара до удара, Дж;

$T = \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}$ - кинетическая энергия двух шаров после удара. Подстав-

ляя в формулу (10) выражение для скорости \vec{v}' (9) после некоторых преобразований получим:

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \quad (11)$$

Если второе тело до удара было неподвижно ($\vec{v}_2 = 0$), то:

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} v_1^2 = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} T_1. \quad (12)$$

Неупругий удар применяется для целей двоякого рода. Во-первых, для изменения формы тела (ковка, штамповка металла, раздробление тел и т.д.). В этом случае большая часть кинетической энергии T_1 первого тела должна затрачиваться на образование остаточной деформации. Для этого необходимо, чтобы масса неподвижного тела, например, наковальни; вместе с куском металла согласно уравнения (12) была во много раз больше массы m_1 ударяющегося тела (молота).

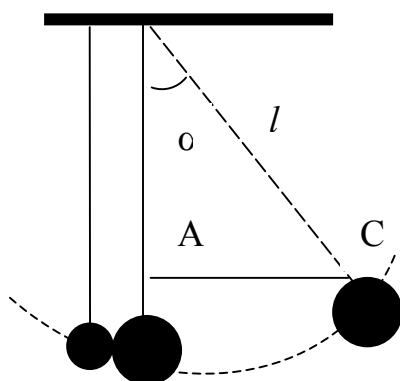
Вторая цель состоит в перемещении тел после удара и преодолении при этом сопротивлений. Теперь необходимо, чтобы энергия, затрачиваемая на деформацию ударяемого тела, была как можно меньше и чтобы общая кинетическая энергия обоих тел после удара $\frac{m_1 + m_2}{2} v^2$ была наибольшей.

Для этого нужно, чтобы масса m_1 ударяющегося тела (молотка) была во много раз больше массы m_2 второго тела (гвоздя). Тогда практически вся кинетическая энергия обоих тел после удара затрачивается на преодоление сопротивления стены или грунта.

В данной лабораторной работе ставится задача экспериментальной проверки выполнения законов сохранения импульсов и механической энергии при абсолютно неупругих ударах.

Пусть два шара висят на нитях равной длины. Если шар массой m_1 отклонить от положения равновесия на угол α (см. рисунок 4), то он поднимется на высоту h и будет обладать запасом потенциальной энергии:

$$П = m_1 g \cdot h \quad (13)$$



Перед непосредственным соударением шаров эта энергия полностью переходит в кинетическую энергию, то есть:

$$m_1 g h = \frac{m_1 v_1^2}{2} \quad (14)$$

Откуда:

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (15)$$

Рисунок 3

Из треугольника ABC следует:

$$(l - h) / l = \cos \alpha$$

Откуда:

$$h = 2l \cdot \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (16)$$

Подставив (16) в (15) получим:

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad (17)$$

Ввиду малости декремента затухания для обычных подвесов скорости шаров можно определить по формуле (17).

Подставляя выражение для скорости v (17) в уравнение (1), получим формулу, с помощью которой определяются импульсы шаров непосредственно перед ударом и после удара, т.е.:

$$P = 2m\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (18)$$

Где P – импульс шара

m – масса шара

g – ускорение свободного падения

l – длина подвеса

α – угол максимального отклонения.

Учитывая, что удар шаров центральный и бьющий шар правый, то законы сохранения импульса и механической энергии при упругом ударе запишутся в виде:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \quad (19)$$

$$\frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{(P_1')^2}{2m_1} + \frac{(P_2')^2}{2m_2} \quad (20)$$

Где \vec{P}_1 – импульс бьющего шара непосредственно перед ударом,

\vec{P}_1', \vec{P}_2' – импульс правого и левого шаров непосредственно после удара,

m_1 – масса бьющего (правого) шара,

m_2 – масса левого шара.

При абсолютно неупругом ударе закон сохранения импульса запишется в виде:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}', \quad (21)$$

а потери механической энергии определяются по следующей формуле:

$$\Delta E = \frac{P_1^2}{2m_1} - \frac{(P')^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (22)$$

где P' – импульс системы двух шаров непосредственно после удара,
 m_2 – масса пластилинового шара.

Экспериментальная часть

Краткое описание лабораторной установки.

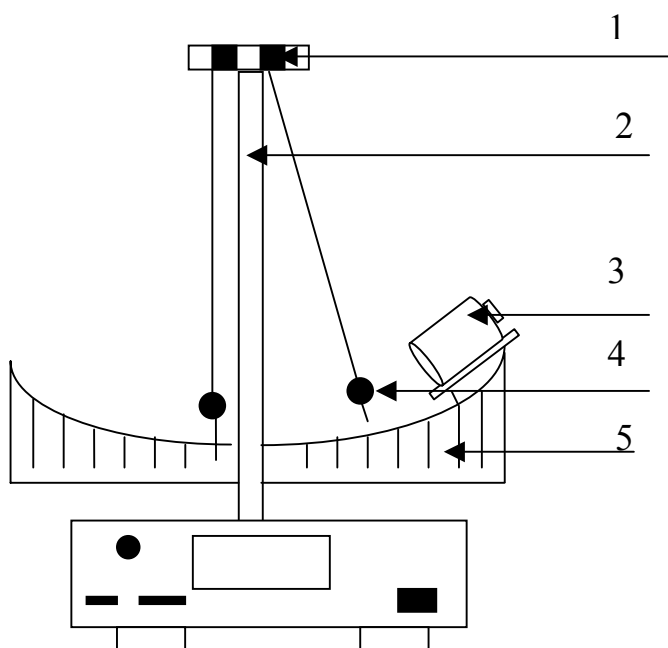


Рисунок 4

В верхней части стойки 2 (см. рисунок 3), находятся два стержня, на которые надеты держатели для крепления нитей 1. Нижние концы нитей крепятся к подвескам с заостренными винтами – указателям, на которые навинчиваются шары 4. Углы наибольшего отклонения шаров до и после соударения отсчитываются по шкалам 5. Правый (бьющий) шар удерживается в отклоненном положении электромагнитом 3. Установка электромагнита и бьющего шара выполняется лаборантом.

Задание 1. Исследование абсолютно упругого удара

- 1 Закрепите на левой подвеске стальной шар на одном уровне с бьющимся шаром. Вращением ручки приведите шары, находящиеся в равновесии, в соприкосновении друг с другом.
- 2 Подключите установку к сети 220 В. Включите кнопку СЕТЬ.
- 3 Кнопку ПУСК установите в отжатое (не утопленное) положение. Подведите правый (бьющий) шар к электромагниту. По шкале 9 против острия указателя определите α_1 – угол отклонения бьющего шара до удара.
- 4 Нажмите кнопку ПУСК (при этом отключается электромагнит) и определите углы отклонения бьющего (α_1') и ударяемого (α_2') шаров после столкновения. Данные внесите в таблицу 1.

Таблица 1

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α_1' , град.
α_2' , град.

- 5 Проведите опыт 7-10 раз. Вычислите средние значения угла отклонения бьющего ($\bar{\alpha}_1'$) и ударяемого ($\bar{\alpha}_2'$) шаров после удара. Заполните таблицу 1.
- 6 Измерьте l . По номеру на шаре определите массу бьющего (m_1) и ударяемого (m_2) шаров. Затем вычислите среднее значение импульсов и механической энергии шаров до и после удара по формулам:

$$P = 2m\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \qquad W = P^2/(2m) \qquad (23)$$

Заполните таблицу 2.

Таблица 2 - средние значения импульса и механической энергии шаров

До удара		После удара		
$\bar{P} = \bar{P}_1$, кг·м/с	$\bar{W} = \bar{W}_1$, Дж	\bar{P}_1' , кг·м/с	\bar{P}_2 , кг·м/с	$\bar{P}' = \bar{P}_1' + \bar{P}_2$, кг·м/с
				$\bar{W}' = \bar{W}_1' + \bar{W}_2'$, Дж
...

$$l = \dots \text{ м}, \quad m_1 = 0,593 \text{ кг}, \quad m_2 = 0,1618 \text{ кг}$$

- 7 Вычислите ошибку измерения суммарного импульса шаров до и после удара, приняв относительную ошибку измерения равной 5%, т.е. $\varepsilon = \Delta P / \bar{P} = 0,05$.

- 8 Сделайте заключение о выполняемости закона сохранения импульса: если доверительные интервалы для суммарного импульса шаров до и после ударов перекрываются, то опытные данные не противоречат закону сохранения импульса.
- 9 Вычислите ошибку измерения суммарной механической энергии шаров непосредственно до и после удара. Сравните полученные доверительные интервалы для механической энергии и сделайте заключение о ее сохранении.

Задание 2. Исследование абсолютно неупругого удара

- 1 Установите на левой подвеске пластилиновый шар на одном уровне с бьющим шаром.
- 2 Проведите 5 опытов по столкновению стального шара с пластилиновым шариком, каждый раз фиксируя угол отклонения шаров после удара. Вычислите среднее значение $\bar{\alpha}'_1$.

Замечание. Если после столкновения шары не слипаются, или не движутся в одну сторону, то удар нельзя считать абсолютно неупругим. Обратитесь к лаборанту. Заполните таблицы 3 и 4.

Таблица 3

Номер опыта	1	2	3	4	5
α'_1 , град.

$$\alpha_1 = \dots \text{ град}, \quad \alpha'_1 = \alpha'_2 = \dots \text{ град}$$

Таблица 4 – средние значения импульса и механической энергии шаров

До удара		После удара	
$\bar{P} = \bar{P}_1$, кг·м/с	$W = \bar{W}_1$, Дж	$\bar{P}' = \bar{P}'_1 + \bar{P}'_2$, кг·м/с	$\bar{W}' = \bar{W}'_1 + \bar{W}'_2$, Дж
...

$$l = \dots \text{ м}, \quad m_1 = 0,1593 \text{ кг}, \quad m_2 = 0,02 \text{ кг}$$

Здесь $\bar{\alpha}'_1$ – средний угол отклонения шаров, град; m_2 – масса пластилинового шара, кг; m_1 – масса бьющего (стального) шара, кг.

- 3 Вычислите убыль механической энергии.
- 4 Проверьте согласие экспериментальных данных для абсолютно неупругого удара с законом сохранения импульса (по аналогии с п.7 предыдущего задания).

Контрольные вопросы

- 1 Что называется ударом? Дать определение абсолютно упругого и абсолютно неупругого удара.
- 2 При каком условии удар тел называется центральным?
- 3 Как формулируется закон сохранения импульса?
- 4 Напишите математическое выражение закона сохранения импульса:
 - а) в общем виде;
 - б) при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударах двух тел.
- 5 Как формулируется закон сохранения механической энергии?
- 6 Как математически выразить закон сохранения механической энергии в случае упругого удара двух тел?
- 7 Чему равны потери механической энергии в случае абсолютно неупругого удара двух тел?
- 8 Чем сопровождается упругий и неупругий удары? Какие изменения претерпевает при этом кинетическая энергия?
- 9 Поясните цель, порядок выполнения работы и обработку результатов измерений.
- 10 Какие закономерности Вы подтвердили в данной работе?

Список использованных источников:

- 1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.
- 2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
- 3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.