МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Е.В. ЦВЕТКОВА

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ, БРОШЕННЫХ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №104 ПО МЕХАНИКЕ

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов.

Оренбург 2005

УДК 531.15
ББК 22.213 я7
Ц 27

Рецензенты:
Старший преподаватель Михайличенко А.В., старший преподаватель Чакак А.А.

Цветкова Е.В.
Ц 27 Изучение движения тел, брошенных под углом к горизонту: методические указания к лабораторной работе №104 по механике/Е.В.Цветкова. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 11 с.

Методические указания предназначены для студентов дневного, вечернего и заочного отделений технических специальностей для выполнения лабораторной работы №104 «Изучение движения тел, брошенных под углом к горизонту».

ББК 22.213 я7

1 Лабораторная работа № 104. Изучение движения тел, брошенных под углом к горизонту

Цель работы:

1. Изучить основные понятия раздела кинематики.
2. Познакомиться с методами определения скорости скатывающихся тел в момент отрыва от наклонной плоскости.
3. Измерить скорости в момент отрыва для двух разных тел.

Введение

Раздел механики, изучающий движение тела относительно других тел независимо от причин, вызывающих это движение, называется кинематикой. Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. При своем движении материальная точка описывает некоторую кривую, называемую траекторией. Пусть материальная точка переместилась из положения 1, характеризуемого радиус-вектором $\vec{r}_1$ (радиус-вектор, проведенный из начала координат в данную точку), в положение 2, характеризуемое радиус-вектором $\vec{r}_2$, как показано на рисунке 1.

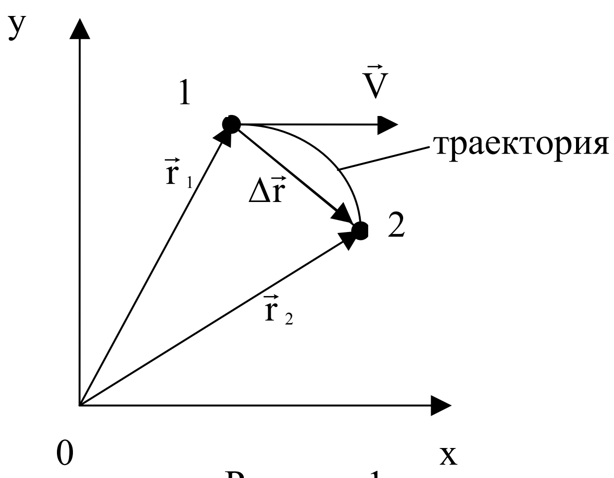


Рисунок 1

Расстояние между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется путем, обозначим его ΔS. А вектор, проведенный из точки 1 в точку 2, называется перемещением $\Delta\vec{r}$ (перемещение есть приращение радиус-вектора, см. рисунок 1).

Под средней скоростью перемещения материальной точки понимают отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt, за который произошло это перемещение:

$$\vec{V}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (1)$$

Мгновенной скоростью $\vec{V}$ материальной точки называется векторная величина, равная пределу отношения перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt, за который это перемещение произошло, когда промежуток времени стремится к нулю. Т.е. скорость есть производная радиус-вектора по времени:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}_t' \qquad (2)$$

Поскольку в пределе при $\Delta t \to 0$, перемещение совпадает с касательной к траектории, то вектор скорости направлен по касательной к траектории.

Вычислим модуль скорости (2), учтя, что в пределе бесконечно малого промежутка времени модуль вектора перемещения равен пути $\Delta S = /\Delta\vec{r}/$:

$$V = /\vec{V}/ = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \bar{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (3)$$

Таким образом, модуль скорости перемещения равен модулю мгновенной скорости (производной пути по времени).

Если модуль скорости перемещения при движении материальной точки не изменяется, то движение будет равномерным, причем направление скорости может изменяться. Когда направление вектора скорости неизменно, то движение – прямолинейное, в противном случае – криволинейное.

Скорость материальной точки может изменяться как по величине, так и по направлению. Предел отношения изменения вектора скорости $\Delta\vec{V}$ к промежутку времени Δt, за который произошло это изменение, когда промежуток времени стремится к нулю, называется ускорением; или ускорение есть производная скорости по времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} \qquad (4)$$

Вектор скорости можно представить в виде произведения модуля скорости V на единичный вектор $\vec{\tau}$, направленный вдоль вектора $\vec{V}$ (см. рисунок 2):

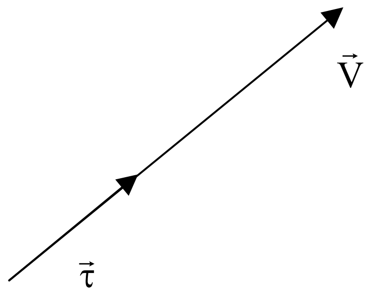


Рисунок 2

$$\vec{V} = V \cdot \vec{\tau} \qquad (5)$$

Подставив в формулу (4) выражение (5), получим:

$$\vec{a} = \frac{d(V \cdot \tau)}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{\tau} + V \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \qquad (6)$$

Т.е. вектор ускорения представим в виде суммы двух векторов. Один из них коллинеарен с вектором $\vec{\tau}$ и соответственно с вектором $\vec{V}$, и носит название тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$. Тангенциальное ускорение равно:

$$\vec{a}_\tau = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} \qquad (7)$$

А его модуль равен dV/dt, т.е. характеризует быстроту изменения величины скорости. Если dV/dt < 0, то движение является замедленным и вектор $\vec{a}_\tau$ направлен противоположно вектору $\vec{V}$; если dV/dt > 0, движение – ускоренное и вектора $\vec{a}_\tau$ и $\vec{V}$ сонаправлены.

Другое слагаемое в выражении (6), равное:

$$\vec{a}_n = V\frac{d\vec{\tau}}{dt},\qquad (8)$$

называется нормальным ускорением $\vec{a}_n$. Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению. Можно показать, что вектор $\vec{a}_n$ перпендикулярен вектору скорости $\vec{V}$. Расположение векторов $\vec{a}, \vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ показано на рисунке 3. Модуль вектора $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

Если $\vec{a}_\tau = 0$, то $\vec{a} = \vec{a}_n$ и движение будет равномерным по окружности. Величина нормального ускорения определяется формулой:

$$a_n = \frac{V^2}{R}\qquad (9)$$

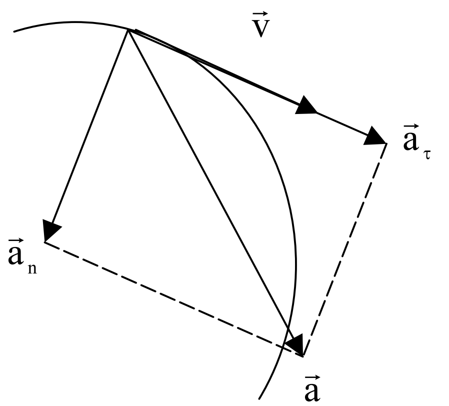


Рисунок 3

где V – величина скорости точки, R – радиус окружности, м.

Формула (9) справедлива при любом криволинейном движении, в этом случае R является радиусом кривизны траектории. Радиус кривизны представляет собой радиус окружности, которая сливается в данном месте с кривой на бесконечно малом ее участке.

В случае $\vec{a}_n = 0$, то $\vec{a} = \vec{a}_\tau$ и величина $\vec{a}_\tau$ не изменяется, движение будет прямолинейным равноускоренным. При этом зависимость скорости материальной точки и пути, пройденного ею, от времени выражается следующими формулами:

$$V = V_0 + at,\qquad (10)$$

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2},\qquad (11)$$

где V_0 – скорость материальной точки в начальный момент времени, м/с.

В качестве примера рассмотрим движение тела, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью $\vec{V}_0$ (см. рисунок 4). Движение тела происходит с ускорением свободного падения $\vec{g}$, поэтому полное ускорение тела во время движения остается постоянным по величине и направлению. А нормальное и тангенциальное

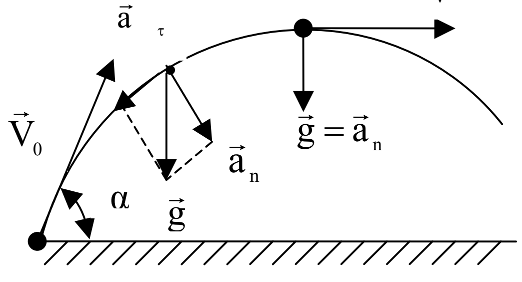


Рисунок 4

ускорения в каждой точке траектории различны. В частности, в верхней точке вектор скорости $\vec{V}$ перпендикулярен вектору $\vec{g}$, следовательно, в ней существует только нормальное ускорение $\vec{a}_n = \vec{g}$.

Методы определения скорости скатывающегося тела в момент отрыва от наклонной плоскости

После отрыва от ~~наклонной~~ плоскости движение тела является свободным падением, т.к. происходит только под действием силы тяжести. Скорость в момент отрыва будет начальной скоростью тела $\vec{V}_0$. Свяжем с точкой В на рисунке 5 систему координат. Движение тела происходит с постоянным ускорением свободного падения $\vec{g}$, направленным вдоль оси у. Поэтому вдоль оси у движение будет равноускоренным, а вдоль оси х – равномерным.

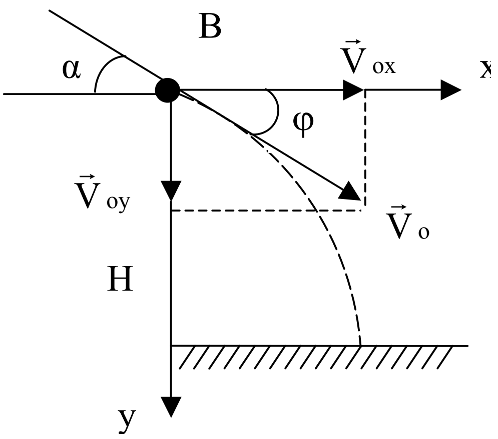


Рисунок 5

Разложим начальную скорость на две составляющие $V_{ox} = V_o \cdot \cos\ \alpha$ и $V_{ox} = V_o \cdot \sin\ \alpha$. Время падения t , высота H, связаны соотношением:

$$H = V_{oy}t + \frac{gt^2}{2} = (V_o \sin\alpha) \cdot t + \frac{gt^2}{2} \qquad (12)$$

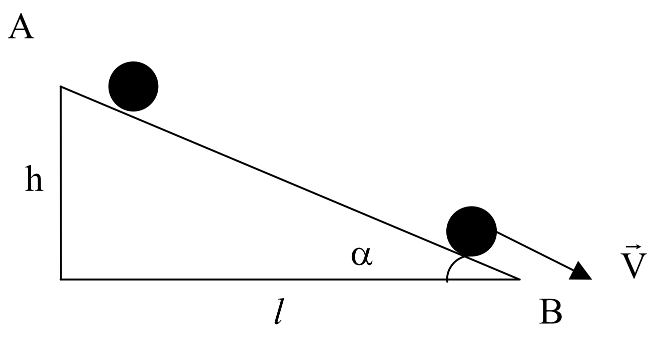
а дальность полета по горизонтали (вдоль оси х) S:

$$S = V_{ox}t = (V_o \cos\ \alpha) \cdot t \qquad (13)$$

Выражая из уравнения (13) время t и подставляя его в (12), получим формулу для вычисления начальной скорости тела:

$$V_0 = \frac{S}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(H - S \cdot tg\alpha)}} \qquad (14)$$

Таким образом, зная угол наклона плоскости α, высоту падения Н и дальность полета S, можно найти скорость тела в момент отрыва от наклонной плоскости.



Скорость в момент отрыва также можно определить, используя закон сохранения энергии. В верхней точке наклонной плоскости (в точке А на рисунке 6) тело обладает запасом потенциальной энергии:

Рисунок 6

$$E_{пот} = mgh, \qquad (15)$$

где m – масса тела, кг;
h – высота наклонной плоскости, м;
g – ускорение свободного падения, м/с^2.

В точке В скатывающееся тело обладает кинетической энергией поступательного и вращательного движений:

$$E_{кин} = \frac{mV_0^{\ 2}}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \qquad (16)$$

где ω - угловая скорость тела, рад/с^2; I – момент инерции тела, кг·м^2.

Если качение происходит без проскальзывания, то:

$$V_0 = \omega R, \qquad (17)$$

где R – радиус тела, м.

Моменты инерции сплошного цилиндра (диска), шара и полого цилиндра можно вычислить по следующим формулам:

$$I_{шара} = \frac{2}{5}\ mR^2, \qquad (18)$$

$$I_{спл.цил.} = \frac{1}{2}\ mR^2, \qquad (19)$$

$$I_{пол.цил.} = \frac{1}{2}\,(R_0^{\ 2} + R^2), \qquad (20)$$

где R_0 – внутренний радиус полого цилиндра, м.

По закону сохранения энергии (без учета потерь на трение) имеем $E_{пот} = E_{кин}$ или:

$$mgh = \frac{mV_0^{\ 2}}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \qquad (21)$$

Отсюда, используя формулу (17), можно найти скорость V в момент отрыва от наклонной плоскости:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \dfrac{I}{mR^2}}} \qquad (22)$$

В случае скатывания сплошного цилиндра и шара формулу (22) можно упростить, подставив в нее выражения для моментов инерции (18) и (19):

$$V_{шара} = \sqrt{\frac{10}{7}gh}, \tag{23}$$

$$V_{спл.цил.} = \sqrt{\frac{4}{3}gh}, \tag{24}$$

Экспериментальная часть

1. Установить по заданию преподавателя наклонную плоскость в одно из трех положений и измерить ее высоту $\overline{h}$.
2. Измерить длину основания наклонной плоскости $\overline{\ell}$.
3. Вычислить угол наклона α по формуле $\alpha = \mathrm{arctg}(\dfrac{\overline{h}}{\ell})$.
4. Пустить с вершины наклонной плоскости полый цилиндр и по следу, оставленному на песке, определить дальность полета S. Это задание проделать 7 раз.
5. Вычислить среднее значение S, абсолютную ошибку ΔS и относительную ошибку ε по формулам:

$$\overline{S} = \frac{S_1 + S_2 + ... + S_7}{7} \tag{25}$$

$$\Delta S = \sigma = \sqrt{\sigma_{пр}{}^2 + \frac{(S_1 - \overline{S})^2 + (S_2 - \overline{S})^2 + ... + (S_7 - \overline{S})^2}{7 \cdot 6}} \tag{26}$$

За $\sigma_{пр}$ принять цену деления линейки.

Относительная ошибка: $\varepsilon = \dfrac{\Delta S}{\overline{S}}$.

Результаты измерений S и вычислений $\overline{S}$, ΔS и ε занести в таблицу 1

Таблица 1

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7
S_i(м)							

$\overline{S} = ...(м)$, ΔS = … (м), ε = …, S = $\overline{S} \pm \Delta S = ... \pm ...$(м).

6. Измерить высоту падения цилиндра $\overline{H}$ и найти скорость $\overline{V}_0$ в момент отрыва по формуле:

$$\overline{V}_0 = \frac{\overline{S}}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(\overline{H} - \overline{S} \cdot \mathrm{tg}\alpha)}} \tag{27}$$

7. Принять относительную ошибку измерения скорости равной относительной ошибке измерения дальности полета, т.к. другие величины, входящие в формулу для $\overline{V}_0$, измерены с большей точностью.

Вычислить абсолютную ошибку $\Delta V_0 = \overline{V}_0 \cdot \varepsilon$ и записать результат в виде доверительного интервала $V_0 = \overline{V}_0 \pm \Delta V_0$.

8 Вычислить скорость цилиндра в момент отрыва от наклонной плоскости по формуле:

$$\overline{V}_{цил} = \sqrt{\frac{4}{3} g \overline{h}} \quad (28)$$

9 Вычислить абсолютную ошибку ΔV:

$$\Delta V = \frac{1}{2} \overline{V} \frac{\Delta h}{\overline{h}} \quad (29)$$

Абсолютную ошибку измерения высоты наклонной плоскости Δh принять равной 0,5 см. Результат записать в виде доверительного интервала:

$$V = \overline{V} \pm \Delta V \quad (30)$$

10 Сравнить полученные результаты измерений V_0 и V и сделать вывод.

11 Повторить пункты 4 – 10 для шарика. Для вычисления скорости шарика использовать формулу: $\overline{V}_{шар} = \sqrt{\frac{10}{7} g \overline{h}}$.

Контрольные вопросы

1 Дать определение траектории, пути и перемещения.
2 Что называется средней скоростью перемещения материальной точки?
3 Что называется мгновенной скоростью, как она направлена?
4 Что такое ускорение?
5 Какое ускорение называется тангенциальным, а какое нормальным? Как они направлены?
6 В каком случае движение будет равномерным по окружности, а в каком случае – прямолинейным равноускоренным?
7 Написать формулы зависимости скорости и пути от времени при прямолинейном равноускоренном движении.
8 Написать формулу для величины нормального ускорения.
9 Рассказать о двух способах определения скорости скатывающегося тела в момент отрыва от наклонной плоскости.

Список использованных источников:

1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.
2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.