

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра общей физики

Е.В. ЦВЕТКОВА

# ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 102 ПО МЕХАНИКЕ

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве методических указаний для студентов.

Оренбург 2005

УДК 531.768 (07)  
ББК 22.213 я7  
Ц 27

Рецензенты:

Старший преподаватель Михайличенко А.В., старший преподаватель  
Чакак А.А.

**Ц 27**      **Цветкова Е.В.**  
**Измерение ускорения свободного падения тел: методические указания к лабораторной работе №102 по механике/Е.В.Цветкова. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 9 с.**

Методические указания предназначены для студентов дневного, вечернего и заочного отделений технических специальностей для выполнения лабораторной работы №102 «Измерение ускорения свободного падения тел».

ББК 22.213 я7

© Цветкова Е.В., 2005

© ГОУ ОГУ, 2005

## **1 Лабораторная работа № 102. Измерение ускорения свободного падения тел**

Цель работы:

- 1 Познакомиться с теоретическим рассмотрением факторов, влияющих на ускорение свободного падения.
- 2 Убедиться, что свободное падение – равноускоренное движение. Определить ускорение свободного падения.

## Введение

Еще в древности Аристотелем было высказано утверждение, будто бы более тяжелые тела падают быстрее легких во столько раз, во сколько раз они тяжелее. Это ложное утверждение принималось за истинное около двух тысяч лет. Только в 1853 г. Галилей экспериментально доказал, что при отсутствии сил сопротивления (или когда они пренебрежимо малы по сравнению с весом тела) все тела падают с одинаковым ускорением. Теоретически объяснение этому факту получено Ньютоном почти сто лет спустя и опубликовано в 1687 году. Объяснение базируется на открытии Ньютоном закона всемирного тяготения и законах динамики.

Закон всемирного тяготения: «Две материальные точки массой  $m_1$  и  $m_2$  притягиваются силой  $F_r$ , прямо пропорциональной произведению их масс, и обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними»:

$$F_r = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (1)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная, равная в СИ  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Нм/кг<sup>2</sup>. Если тяготеющие тела представляют шарообразные образования со сферически симметричным распределением плотности, то сила тяготения между ними вычисляется тоже по формуле (1), но только  $r$  в этом случае есть расстояние между центрами шаров. Формула (1) применима и тогда, когда одно тело материальная точка, другое – шар со сферически симметричным распределением плотности. При этом  $r$  – это расстояние от материальной точки до центра шара. Этой особенностью сил тяготения воспользуемся ниже при определении ускорения свободного падения тела в предположении, что Земля – шар со сферически симметричным распределением плотности.

Опытным путем установлено, что  $g$  в среднем растет по мере увеличения широты места: оно изменяется от  $9,78$  м/с<sup>2</sup> на экваторе до  $9,83$  м/с<sup>2</sup> на полюсе. К тому же в пределах одной и той же широты порой заметно изменяется с долготой места, колеблясь около среднего значения.

Перейдем к теоретическому рассмотрению ускорения свободного падения  $g$ , т.е. падение тел без сопротивления, определяется относительно Земли. Поэтому мы выберем систему отсчета, жестко связанную с Землей. Начало отсчета поместим в центр Земли. Для простоты рассуждения положим сначала, что Земля – шар со сферически симметричным распределением плотности, то есть во всех точках, отстоящих на одинаковом расстоянии от центра Земли, плотность одинаковая. Обозначим радиус Земли через  $R$ , ее массу буквой  $M$ . На широте  $\varphi$  на поверхности Земли возьмем покоящееся тело массой  $m$  (см. рисунок 1). На тело действует сила тяготения  $F_r$ , направленная к центру и равная, согласно (1):

$$F_T = \frac{m \cdot M}{r^2} \quad (2)$$

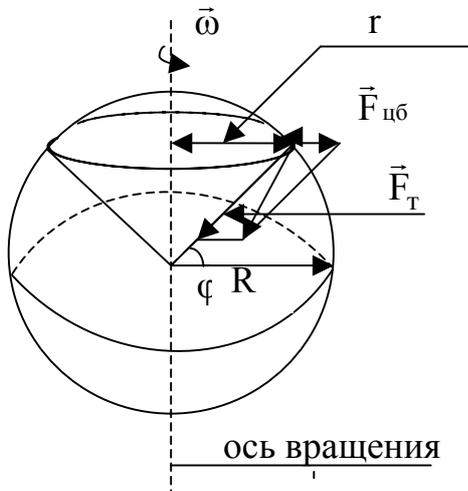


Рисунок 1

Так как Земля вращается вокруг оси, то связанная с ней система отсчета будет неинерциальной. В неинерциальных системах отсчета на тело действует еще так называемая сила инерции  $F_{ин}$ . Численно  $F_{ин}$  определяется равенством:

$$F_{ин} = -m(\bar{a} - \bar{a}^*) \quad (3)$$

где  $\bar{a}$  – ускорение тела, измеренное в инерциальной системе отсчета,  $m/c^2$ ;

$\bar{a}^*$  – ускорение того же тела, но измеренное в неинерциальной системе отсчета,  $m/c^2$ .

Тело покоится, т.е.  $a = 0$  и  $F_{ин} = -ma^*$ .

На поверхности Земли на тело в состоянии покоя, кроме силы тяготения и силы инерции, действует еще реакция опоры  $Q$ . Так как под действием всех этих трех сил тело покоится, то их сумма равна нулю:

$$\vec{Q} + \vec{F}_T + \vec{F}_{ин} = 0 \quad (4)$$

Векторная сумма сил тяготения и силы инерции, действующей на покоящееся тело, называется силой тяжести. Наряду с силой тяжести, вводится вес тела  $\vec{P}$ , как сила, с которой тело действует на опору. По третьему закону Ньютона можем записать, что  $\vec{P} = -\vec{Q}$ . В случае покоящегося тела выполняется уравнение (4). Значит  $\vec{P} = -\vec{Q} = \vec{F}_T + \vec{F}_{ин}$ . Иными словами, вес покоящегося тела численно равен силе тяжести. Например, при свободном падении вес даже обращается в ноль, так как  $\vec{Q} = 0$ .

Сила инерции, действующая на покоящееся тело на поверхности Земли, направлена в радиальном направлении от оси вращения. В данном случае (тело покоится) она называется центробежной силой инерции и обозначается  $\vec{F}_{цб}$  (см. рисунок 1). Центробежная сила вычисляется по формулам:

$$\vec{F}_{цб} = m\omega^2 \vec{r}, \quad \text{в скалярной форме: } F_{цб} = m\omega^2 r \cdot \cos \varphi, \quad (5)$$

где  $\omega$  – угловая частота вращения Земли ( $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$  рад/с),

$r$  – радиус-вектор, проведенный от оси вращения до рассматриваемого тела массой  $m$ .

Если теперь убрать опору, то есть убрать силу  $\vec{Q}$ , то тело под действием силы тяжести, то есть  $\vec{F}_T + \vec{F}_{цб}$ , начнет свободно падать с ускорением, определяемым по второму закону Ньютона:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_T + \vec{F}_{цб}}{m} \quad (6)$$

Из рисунка 1 видно, что векторная сумма  $\vec{F}_T + \vec{F}_{цб}$  по модулю меньше  $|\vec{F}_T|$ , так как угол между силами  $\vec{F}_{цб}$  и  $\vec{F}_T$  тупой. Следовательно, вращение Земли приводит к уменьшению  $g$ .

Правда, уменьшение небольшое, составляющее меньше 0,5%. Зависимость  $\vec{F}_{цб}$  от  $\varphi$  (см. формулу (4)) сказывается так, что рост  $\varphi$  сопровождается убылью  $\vec{F}_{цб}$ . На полюсе  $\vec{F}_{цб} = 0$ , на экваторе, вычисленное по формуле (5), равно примерно  $0,033 \text{ м/с}^2$ . Именно на эту величину уменьшается  $g$  на экваторе вследствие центробежной силы.

Отметим еще интересную особенность влияния  $\vec{F}_{цб}$ . Из рисунка 1 видно, что сумма  $\vec{F}_T + \vec{F}_{цб}$  не направлена к центру Земли. Значит и  $g$  не направлено точно к центру.

Другим фактором, который также приводит к монотонному увеличению  $g$  по мере роста широты, является сплюснутость Земли: расстояние от полюса до центра Земли примерно на 21,4 км меньше расстояния от центра Земли до экватора. Поэтому на полюсе  $g$  больше, чем на экваторе. В итоге, вращение Земли и ее сплюснутость приводят к тому, что среднее значение  $g$  на экваторе равно  $9,78 \text{ м/с}^2$ , а на полюсе  $9,83 \text{ м/с}^2$ .

Поясним вкратце влияние неоднородного строения земной коры на  $g$ . В области скопления тяжелых пород сила тяготения больше, значит здесь  $g$  окажется выше среднего значения для данной широты. Там, где располагаются легкие породы,  $\vec{F}_T$  уменьшится, следовательно,  $g$  понизится. Зависимость  $g$  от плотности залегающих пород позволило разработать один из методов разведки полезных ископаемых – гравитационную разведку. Он применяется для определения геологических структур, содержащих газы и нефтяные месторождения, выяснения залегания и размеров рудных тел (железистых кварцитов, хромитов, сульфидов и т.п.).

Следует также отметить зависимость  $g$  от высоты. Чем выше точка, в которой определяется  $g$ , тем меньше ускорение свободного падения. Этот вывод напрашивается непосредственно из обратной пропорциональности силы тяготения расстоянию между телом и центром Земли. Пренебрегая вкладом от  $\vec{F}_{цб}$ , сплюснутости и неоднородности Земли, получим, что ускорение свободного падения  $\vec{g}(h)$  на высоте  $h$  равно:

$$g_h = \frac{F_r}{m} = G \frac{M}{(R+h)^2} = g \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = g \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} \quad (7)$$

Вблизи поверхности Земли  $g$  в среднем уменьшается на  $3,1 \text{ м/с}^2$  при увеличении высоты на  $1 \text{ км}$ .

## Экспериментальная часть

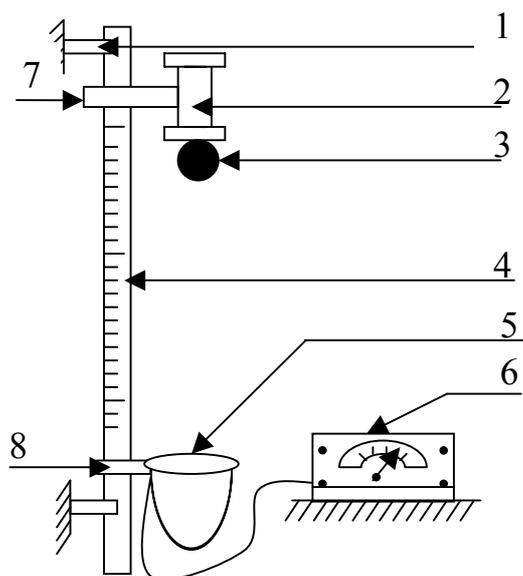


Рисунок 2

В лабораторной работе изучается свободное падение стального шарика. При свободном падении без начальной скорости за время  $t$  шарик опустится на расстояние  $h$ , вычисляемое по формуле:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (8)$$

Измерив на опыте  $h$  и  $t$ , по формуле (8) находят  $g$ . В этом состоит суть метода определения ускорения свободного падения в данной работе.

Работа выполняется на установке, схематически изображенной на рисунке 2. Она представляет собой вертикальный стальной стержень 4 с нанесенной шкалой. Стержень крепится на стене посредством двух кронштейнов 1. На нем установлены два держателя: верхний подвижный 7 и нижний, жестко закрепленный – 8. К верхнему держателю крепится электромагнит 2, удерживающий металлический шарик 3, а к нижнему – ловитель 5 с контактной заслонкой. Время падения шарика от основания электромагнита до контактной заслонки отсчитывается по секундомеру 6. Пуск секундомера с одновременным включением электромагнита производится переключением тумблера на панели секундомера. Остановка электросекундомера происходит в момент падения шарика на заслонку, размыкающую цепь секундомера.

## Экспериментальная часть

Задание 1. Убедитесь, что падение шарика – равноускоренное движение. Для этого поочередно установите электромагнит на пяти различных высотах  $h$ , начиная с 0,60-0,70 м. Каждую следующую высоту увеличьте на 0,20-0,30 м. При каждой высоте падения определите три раза  $t_i$  – время падения шарика; вычислите среднее время падения  $\bar{t}$ . Данные опыта внесите в таблицу 1.

Таблица 1

$h_i, \text{ м}$																				
$t_i, \text{ с}$																				
$\bar{t}_i, \text{ с}$																				
$\bar{t}_i^2, \text{ с}^2$																				

Постройте график зависимости  $h$  от  $\bar{t}^2$ . Примерный график изображен на рисунке 3. Сделайте вывод о виде движения шарика. Вычислите по графику  $g$ :

$$g = 2 \frac{h_2 - h_1}{\bar{t}_2^2 - \bar{t}_1^2} \quad (9)$$

Где  $h_1, \bar{t}_1^2$  и  $h_2, \bar{t}_2^2$  координаты двух произвольных точек на линии графика, далеко отстоящих друг от друга.

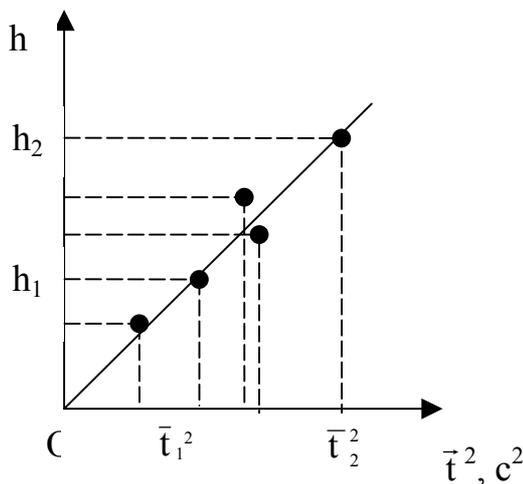


Рисунок 3

Задание 2. Определение ускорения свободного падения. В задании 1 Вами найдено  $g$  из графика зависимости  $h$  от  $\bar{t}^2$ . Но при этом Вы не нашли погрешность измерения  $g$ . Этот пробел устраняется во втором задании.

Установите электромагнит с шариком на определенной высоте в пределах от 1,80 до 2м. Измерьте время падения шарика  $t_i$  с установленной высоты 10 раз. Полученные значения внесите в таблицу 2 и обработайте в соответствии

с обработкой результатов прямых измерений. Вычислите среднее время падения  $\bar{t}$ , абсолютную  $\Delta t$  и относительную  $\epsilon$  погрешности измерения  $t$ . Среднее значение высоты падения  $h$  примите равным высоте установки электромагнита, а абсолютную погрешность (ошибку)  $\Delta h = 0,01 \text{ м}$ .

Таблица 2

$t_i, \text{с}$									
-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

$$\bar{t} = \dots \text{с}; \quad \Delta t = \sigma = \sqrt{\sigma_{\text{пр}}^2 + \frac{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2 + \dots + (t_{10} - \bar{t})^2}{n(n-1)}}, \quad (10)$$

где  $n = 10$ ,  $\sigma_{\text{пр}} = 0,01 \text{ с}$ .

Результат запишите в виде доверительного интервала:

$$t = \bar{t} \pm \Delta t \quad (11)$$

По формуле:  $\bar{g} = \frac{2\bar{h}}{\bar{t}^2}$  вычислите  $g$ . В соответствии со схемой обработки результатов косвенных измерений вычислите  $\varepsilon$  и  $\Delta g$ :

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{\bar{t}}\right)^2} \quad (12)$$

$$\Delta g = \varepsilon \cdot \bar{g} \quad (13)$$

Запишите результат в виде доверительного интервала:  $g = \bar{g} \pm \Delta g$ .

Сравните свой результат с табличным значением  $g$  для широты Оренбурга. Сделайте вывод.

## Контрольные вопросы

- 1 Что называется свободным падением тела?
- 2 Как читается и записывается закон всемирного тяготения? Кем и когда он был открыт?
- 3 Какие силы вызывают свободное падение тела? Какая из них вносит наибольший вклад?
- 4 Как учитывается то, что система отсчета, связанная с Землей, является неинерциальной?
- 5 Что такое центробежная сила инерции? Как она влияет на  $g$ ?
- 6 Что понимается под массой тела и силой тяжести?
- 7 Как сказываются сплюснутость Земли и неоднородное строение земной коры на величину  $g$ ?
- 8 Как изменяется  $g$  с высотой? Почему?
- 9 Поясните цель работы, порядок ее выполнения.

### **Список использованных источников:**

- 1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.
- 2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
- 3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.