МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Л.В. ШАШКОВА

ОБЩАЯ ФИЗИКА

Рекомендовано к изданию Ученым советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов нефизических специальностей

Оренбург 2005

УДК 53 (07)
ББК 22.3 я 7
Ш 32

Рецензент
доктор физ.-мат. наук, профессор Манаков Н.А.

Шашкова Л.В.
Ш **Общая физика: учебное пособие/Л.В.Шашкова. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 235 с.**
ISBN

Учебное пособие включает в себя теоретический материал по основным разделам общей физики. В конце каждого раздела даются контрольные вопросы, тестовые задания с ответами для самоподготовки. В конце учебного пособия приведены контрольные экзаменационные тестовые задания, а также контрольные задания для выполнения контрольной работы своего варианта. В каждом разделе приведены примеры решения тестовых контрольных заданий.

Учебное пособие предназначено для студентов нефизических специальностей.

Ш $\frac{1604010000}{}$

ISBN

Введение

Физика - самая фундаментальная, самая всеобъемлющая из всех наук. «Физика» - по-гречески «природа». Она изучает свойства окружающего нас мира, строение и свойства материи, законы взаимодействия и движения материальных тел. Законы физики применяются повсеместно и везде, мы сталкиваемся с их проявлениями как в технике, так и в окружающем нас быту. Изучение физики имеет большое значение для формирования представлений о явлениях, происходящих в природе, т. е. для выработки научного мировоззрения. Физика является базовой дисциплиной для общеинженерных и специальных дисциплин. Развитие любой отрасли современного производства тесно переплетается с физикой.

Поэтому изучение основных разделов общей физики необходимо не только специалистам технического профиля, но и специалистам других направлений, которые сталкиваются в процессе своей работы с любыми производственными и технологическими циклами: экономисты, бухгалтера и т.д. В данном учебном пособии, из большого числа физических законов и явлений, приведены лишь некоторые из основных, знание которых поможет грамотно решать вопросы, которые всегда возникают в процессе практической деятельности специалиста.

Учебное пособие предназначено для самостоятельного изучения дисциплины «Общая физика» студентами заочной формы обучения нефизических специальностей высших учебных заведений. Кроме этого, данное учебное пособие может служить хорошим тренингом студентам любой специальности для проверки знаний, полученных при изучении данной дисциплины.

Содержание

Введение……………………………………………………………………...3
1 Основы механики ……… ………………………………………....7
1.1 Кинематика…………………………………………………………......7
1.1.1 Кинематика поступательного движения. …………………………….7
1.1.2 Равномерное прямолинейное движение……….. …………………… 8
1.1.3 Неравномерное движение………………………………......................10
1.1.4 Равнопеременное прямолинейное движение…..................................13
1.1.5 Свободное падение. Движение тела, брошенного вертикально вверх…...15
1.1.6 Движение тела, брошенного под углом к горизонту и брошенного горизонтально с некоторой высоты…………………………………………..17
1.1.7 Равномерное движение точки по окружности ……………………..20
1.1.8 Вращательное движение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси……………………………………………………...22
1.2 Динамика……………………………………………………………….24
1.2.1 Законы Ньютона……………………………………………………....24
1.2.2 Контактные силы (силы реакции и трения)……………………………27
1.2.3 Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести……29
1.2.4 Силы упругости. Закон Гука. Модуль Юнга. Пластичность…………….31
1.2.5 Практическое применение законов Ньютона…………………………..33
1.2.6 Механические системы. Закон сохранения импульса……………….. 35
1.2.7 Работа. Мощность. К.П.Д………………………………………………..38
1.2.8 Кинетическая и потенциальная энергии системы. Закон сохранения механической энергии…………………………………………………40
1.2.9 Применение законов сохранения к столкновению упругих и неупругих тел…………………………………………...........................45
1.2.10 Основные динамические характеристики. Связь между ними…………48
1.2.11 Работа и кинетическая энергия вращающегося тела……………………..50
1.2.11 Момент импульса и закон его сохранения………………………………...52
1.3 Основы гидромеханики……………………………………………………..54
1.3.1 Основные понятия……………………………………………………….54
1.3.2 Закон Паскаля……………………………………………………………..55
1.3.3 Закон Архимеда…………………………………………………………...56
1.3.4 Уравнение Бернулли………………………………………………………..58
1.3.5 Следствия уравнения Бернулли………………………………………...59
1.4 Контрольные вопросы к разделу 1……………………………………60
1.5 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 1……………………..61
2 Основы молекулярной физики и термодинамики…………………….....64
2.1 Газовые законы……………………………………………………………64
2.1.1 Опытные законы идеального газа…………………………… …..……….65
2.1.2 Уравнение состояния идеального газа Менделеева-Клапейрона………..67
2.2 Молекулярно-кинетическая теория………………………………………..69
2.2.1 Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории……….70

2.3 Основы термодинамики …………………………………………………74
2.3.1 Первое начало термодинамики……………………………………..74
2.3.2 Применение первого начала термодинамики к изопроцессам …………..76
2.3.3 Второе начало термодинамики. Тепловая машина. Цикл Карно…………78
2.4 Контрольные вопросы к разделу 2…………………………………….82
2.5 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 2……………………...82
3 Основы электродинамики……………………………………………...84
3.1 Электростатика (основные понятия)…………………........... ……84
3.1.1 Закон Кулона………………………………………………………...85
3.1.2 Электростатическое поле. Напряженность. Поток вектора напряженности……………………………………………………………87
3.1.3 Принцип суперпозиции электростатических полей. Теорема Остоградского-Гаусса………………………………………………89
3.1.4 Примеры вычисления электростатических полей с помощью теоремы Остроградского-Гаусса……………………………………………...92
3.1.5 Работа электростатического поля при перемещении заряда. Потенциал и разность потенциалов……………………………………95
3.1.6 Связь между напряженностью и потенциалом……………………98
3.1.7 Электроемкость уединенного проводника, шара…………………99
3.1.8 Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия конденсатора……………………………………………………..101
3.2 Постоянный электрический ток……………………………………...106
3.2.1 Основные понятия и определения……………………………………...106
3.2.2 Закон Ома для однородного участка цепи………………………… .107
3.2.3 Последовательное и параллельное соединение сопротивлений………...108
3.2.4 Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи………………...109
3.2.5 Закон Ома для неоднородного участка цепи……………………… .111
3.2.6 Последовательное и параллельное соединение источников тока…….. 112
3.2.7 Правила Кирхгофа…………………………………………………112
3.2.8 Тепловое действие тока…………………………………………115
3.3 Магнитное поле постоянного тока……………………………..117
3.3.1 Магнитное поле и его характеристики…………………………117
3.3.2 Магнитное поле токов различной конфигурации……………………..119
3.3.3 Закон Ампера……………………………………………………..120
3.3.4 Взаимодействие двух прямолинейных проводников с током…………..121
3.3.5 Движение частиц в магнитном поле………………………………...122
3.3.6 Магнитный поток……………………………………………………..125
3.4 Электромагнитная индукция…………………………………………126
3.4.1 Явление и закон электромагнитной индукции…………………………...126
3.4.2 Явление самоиндукции……………………………………………128
3.4.3 Энергия магнитного поля тока……………………………………129
3.5 Контрольные вопросы к разделу 3…………………………………..130
3.6 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 3……………………132
4 Колебания и волны……………………………………………………134

4.1 Механические колебания……………………………………………………134
4.1.1 Характеристики механических колебаний…………………………………134
4.1.2 Кинематика гармонических колебаний……………………………………..135
4.1.3 Динамика гармонических колебаний………………………………………..136
4.1.4 Преобразование энергии при гармонических колебаниях………………137
4.1.5 Сложение колебаний, направленных вдоль одной прямой……………...139
4.1.6 Затухающие колебания……………………………………………………….139
4.1.7 Вынужденные колебания……………………………………………………..140
4.2. Упругие механические волны……………….. …………………………..142
4.3 Интерференция волн…………………………………………………………..144
4.4 Электромагнитные колебания ……………………………...146
4.5. Переменный ток……………………………………………….. ………...148
4.6 Электромагнитные волны………. ……………………………………...149
4.6.1 Свойства электромагнитных волн……………………………………...150
4.6.2 Шкала электромагнитных волн…………………………………………151
4.7 Контрольные вопросы к разделу 4……………………………………...151
4.8 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 4……………………153
5 Элементы волновой и квантовой оптики………………………………155
5.1 Волновая оптика…………………………………………………………155
5.1.1 Интерференция света……………………………………………………155
5.1.2 Дифракция света…………………………………………………………157
5.2 Квантовая оптика…………………………………………………………160
5.2.1 Основные понятия квантовой оптики…………………………………..160
5.2.2 Фотоэффект………………………………………………………………161
5.2.3 Законы Столетова. Уравнение Энштейна для фотоэффекта……………162
5.3 Контрольные вопросы к разделу 5……………………………………...164
5.4 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 5……………………164
6 Элементы атомной и квантовой физики………………………………..167
6.1 Строение атомов…………………………………………………………167
6.1.1 Линейчатый спектр атома водорода……………………………………167
6.1.2 Постулаты Бора …………………………………………………………169
6.1.3 Спектр атома водорода по Бору ………………………………………..171
6.2 Строение и основные свойства атомных ядер…………………………174
6.2.1 Строение ядра …………………………………………………………...174
6.2.2 Энергия связи атомных ядер. Дефект массы…………………………..175
6.2.3 Радиоактивность. Правила радиоактивного смещения …………………177
6.2.4 Закон радиоактивного распада. Энергетический выход реакции………179
6.3 Контрольные вопросы к разделу 6……………………………………..180
6.4 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 6……………………181
7 Экзамены…………………………………………………………………183
7.1 Общие положения………………………………………………………183
7.2 Экзаменационные тестовые задания……………………………………183
7.3 Номера экзаменационных заданий в вариантах………………………....206
8 Контрольная работа ……………………………………………………..208
8.1 Общие положения………………………………………………………..208

8.2 Контрольные задачи……………………………………………………..209
8.3 Номера задач в вариантах………………………………………………231

1 Основы механики

Механика - раздел физики, изучающий движение тел, т. е. изменение их положения в пространстве с течением времени.

В большинстве случаев при изучении движения тел их деформации не учитываются, - тела рассматриваются как абсолютно твердые. **Абсолютно твердое тело** - такое тело, у которого взаимное расположение частиц остается при движении тела неизменным. Часто, рассматривая движение тела, можно пренебречь его размерами и особенностями формы. В таких случаях изучение движения абсолютно твердого тела может быть заменено изучением движения материальной точки. Под **материальной точкой** понимают тело, размерами которого можно в данной задаче пренебречь.

Как следует из определения механического движения, оно представляет собой изменение положения тела относительно других тел. Следовательно, понятие относительности движения входит уже в само понятие механического движения. Сущность относительности движения заключается в том, что описать какое – либо движение можно только сделав выбор тела, относительно которого данное движение будет рассматриваться, т.е. выбрав **тело отсчета**.
Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов образует **систему отсчета**.

Движение одного и того же тела описывается по-разному относительно различных систем отсчета, причем эти системы могут двигаться друг относительно друга. В этом случае применяется **классический закон сложения скоростей**: скорость движения тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости этого тела относительно подвижной системы отсчета и скорости подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы.

Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений. **Поступательное движение** - это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. **Вращательное движение** - это движение при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

1.1 Кинематика

Кинематика изучает различные механические движения тел без рассмотрения причин вызывающих эти движения.

1.1.1 Кинематика поступательного движения

При поступательном движении тела все точки тела движутся одинаково, и, вместо того чтобы рассматривать движение каждой точки тела, можно рассматривать движение только одной его точки.

Основные характеристики движения материальной точки: траектория движения, перемещение точки, пройденный ею путь, координаты, скорость и ускорение.

Линию, по которой движется материальная точка в пространстве, называют **траекторией.**

Перемещением материальной точки за некоторый промежуток времени называется вектор перемещения $\Delta \bar{r} = \bar{r} - \bar{r}_0$, направленный от положения точки в начальный момент времени к ее положению в конечный момент.

Скорость материальной точки представляет собой вектор, характеризующий направление и быстроту перемещения материальной точки относительно тела отсчета. **Вектор ускорения** характеризует быстроту и направление изменения скорости материальной точки относительно тела отсчета.

1.1.2 Равномерное прямолинейное движение

Равномерным прямолинейным движением называется такое прямолинейное движение, при котором материальная точка (тело) движется по прямой и в любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Вектор скорости равномерного прямолинейного движения материальной точки направлен вдоль ее траектории в сторону движения. Вектор скорости при равномерном прямолинейном движении равен вектору перемещения за любой промежуток времени, поделенному на этот промежуток времени:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}}$$

Примем линию, по которой движется материальная точка, за ось координат OX, причем за положительное направление оси выберем направление движения точки. Тогда, спроецировав векторы $\bar{r}$ и $\bar{v}$, на эту ось, для проекций $\Delta r_x = |\Delta \bar{r}|$ и $\Delta v_x = |\Delta \bar{v}|$ этих векторов мы можем записать:

$$\boxed{v_x = \frac{\Delta r_x}{\Delta t}},$$

отсюда получаем **уравнение равномерного движения:**

$$\Delta r_x = v_x \cdot t$$

Т.к. при равномерном прямолинейном движении $S = |\Delta \bar{r}|$, можем записать:

$$S_x = v_x \cdot t.$$

Тогда для **координаты тела** в любой момент времени имеем:

$$x = x_0 + S_x = x_0 + v_x t,$$

где x_0 – координата тела в начальный момент $t = 0$

Пример 1. Уравнение движения тела дано в виде $x = 4 - 3t$. Определить начальную координату тела, скорость движения и перемещения тела за 2 секунды.

Дано: $x = 4 - 3t$, $t_1 = 2c$; x_0 - ? v_x - ? S - ?

Решение: Сравним данное уравнение движения тела с уравнением движения в общем виде: $x = x_0 + v_x t$ и $x = 4 - 3t$

Очевидно, что $x_0 = 4$м, $v_x = -3$м/с (знак «-» означает, что направление скорости не совпадает с направлением оси ОХ, т.е. они противоположно направлены). Перемещение тела найдем по формуле: $S = x - x_0$. конечную координату х можно определить, подставляя в уравнение движения время t_1: $x = 4 - 3t_1$. В общем виде формула перемещения: $S = 4 - 3t_1 - x_0 = 4 - 3t_1 - 4 = -3t_1 = -3 \cdot 2 = -6$ м.(Тело движется в отрицательном направлении оси ОХ).

Ответ: $x_0 = 4$м; $v_x = -3$м/с; $S = -6$м.

Пример 2. Лодочник перевозит пассажиров с одного берега на другой за время t =10 мин по траектории АВ. Скорость течения реки $v_p = 0{,}3$ м/с, ширина реки 240 м. С какой скоростью v относительно воды и под каким углом α к берегу должна двигаться лодка, чтобы достичь другого берега за указанное время?

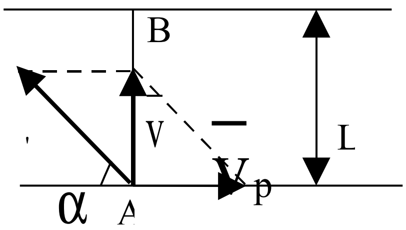


Рисунок 1.1

Дано:

$v_p = 0{,}3$ м/с.

$L = 240$ м.

$t = 10$мин $= 660$ с.

α -? v′ -?

Решение: Примем берег за неподвижную систему отсчета. Тогда относительно берега скорость лодки равна: $\boxed{v = \frac{l}{t}}$. Эта скорость (рисунок 1.1), является суммой двух скоростей: скорости лодки относительно воды $\bar{v}'$ (скорости относительно подвижной системы отсчета) и скорости реки $\bar{v}_p$ (скорости самой подвижной системы отсчета относительно неподвижной). По закону сложения скоростей: $\bar{v} = \bar{v}_p + \bar{v}'$. Так как по условию задачи скорость лодки относительно берега направлена вдоль АВ, а скорость реки перпендикулярно АВ, то скорость лодки относительно воды: $v' = \boxed{\sqrt{v^2 + v_p^2}}$

. $v' = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)^2 + v_p^2} = \sqrt{\left(\frac{240}{600}\right)^2 + 0{,}3^2} = 0{,}5 \text{ м/с}$. Искомый угол можно найти из выражения:

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v}{v_p} = \frac{1}{t \cdot v_p}$; $\mathrm{tg}\alpha = \frac{240}{600 \cdot 0{,}3} = \frac{0{,}4}{0{,}3} = \frac{4}{3}$; $\alpha = \mathrm{arctg}$ [illegible] $\approx 53^0$

Ответ: $v' = 0.5$ м /с, $\alpha = \mathrm{arctg} \approx 53^0$

1.1.3 Неравномерное движение

Движение, при котором за равные промежутки времени тело совершает неравные перемещения называют **неравномерным** или **переменным. Средней скоростью** $\bar v_{ср}$ называется величина, равная отношению перемещения тела $\Delta \bar r$ за некоторый промежуток времени Δt к этому промежутку:

$$\bar v_{ср} = \frac{\Delta \bar r}{\Delta t}.$$

Модуль средней скорости определяется как отношение пути ΔS, пройденного телом за некоторый промежуток времени, к этому промежутку:

$$V_{ср} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

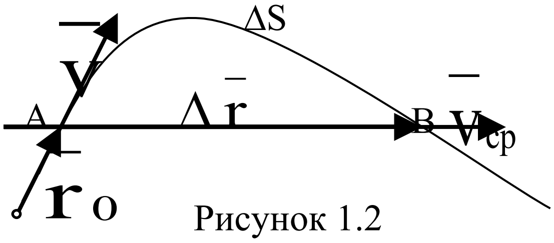


Рисунок 1.2

Направление вектора средней скорости $\bar v_{ср}$ совпадает с направлением $\Delta \bar r$ (рисунок 1.2). При неограниченном уменьшении Δt [illegible] стремится к предельному значению, которое называется **мгновенной** скоростью. Итак, **мгновенная** $\bar{\mathbf{v}}$ есть предел, к которому стремится средняя скорость $\bar v_{ср}$, когда промежуток времени движения стремится к нулю:

$$\bar v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar r}{\Delta t}$$

Из курса математики известно, что предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последний стремится к нулю представляет собой первую производную этой функции по данному аргументу. Поэтому:

$$[illegible] = [illegible]$$

Мгновенная скорость $\bar{\mathbf{v}}$ есть векторная величина, равная первой производной радиуса – вектора движущейся точки по времени. Так как секущая в пределе совпадает с касательной, то **вектор скорости** $\bar{\mathbf{v}}$ **направлен по касательной** к траектории в сторону движения (рисунок 1.2).

По мере уменьшение Δt путь ΔS все больше будет приближаться к $|\Delta \bar{r}|$, поэтому **модуль мгновенной скорости:**

$$v = |\bar{v}| = \boxed{|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \bar{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}}$$

Таким образом, **модуль мгновенной скорости v** равен первой производной пути по времени:

$$v = \boxed{\frac{dS}{dt}}.$$

При неравномерном движении тела его скорость непрерывно изменяется. Как быстро изменяется скорость тела, показывает величина, которая называется **ускорением.**

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t+\Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости Δv к интервалу времени Δt:

$$a_{ср} = \boxed{\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}}.$$

Мгновенным ускорением $\bar{a}$ в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$\bar{a} = \boxed{\lim_{\Delta t \to 0} \bar{a}_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}}.$$

Таким образом, **ускорение** $\bar{a}$ есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени. В данной системе отсчета вектор ускорения может быть задан проекциями на соответствующие координатные оси (проекциями a_x, a_y, a_z).

Составляющая $\mathbf{a}_\tau$ вектора ускорения, направленная вдоль касательной к траектории в данной точке, называется **тангенциальным (касательным) ускорением.** Тангенциальное ускорение характеризует изменение вектора скорости **по модулю.** Вектор $\bar{a}_\tau$ направлен в сторону движения точки при возрастании ее скорости (рисунок 1.3а) и в противоположную сторону – при убывании скорости (рисунок 1.3б).

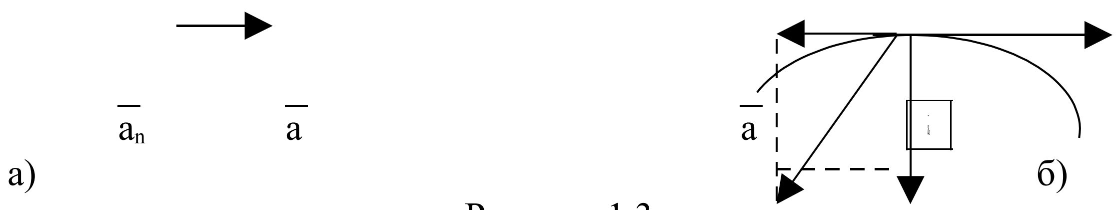


Рисунок 1.3

Тангенциальная составляющая ускорения a_τ равна первой производной по времени от модуля скорости, определяя тем самым быстроту изменения скорости по модулю:

$$a_\tau = \boxed{\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}.$$

Вторая составляющая ускорения, равная:

$$a_n = \boxed{\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}}$$

называется **нормальной составляющей ускорения** и направлена по нормали к траектории к центру ее кривизны (поэтому ее называют так же **центростремительным** ускорением).

Полное ускорение есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$a = \boxed{\frac{d\overline{v}}{dt} = \overline{a}_\tau + \overline{a}_n;\ a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}}.$$

Пример 1. Пусть x возрастает пропорционально квадрату времени, т.е. $x = At^2$. Чему равна мгновенная скорость в момент времени t_1 - ?

Дано: $x = At^2$; v - ?

Решение: В общем случае производная от степенной функции t^n записывается в виде: $\boxed{\frac{d}{dt}(t^n) = nt^{n-1}}$. Мгновенная скорость определяется:

$$V = \boxed{\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(at^2) = a\frac{d(t^2)}{dt} = 2at}$$

Ответ: В момент времени t_1 имеем $v = 2at_1$.

Пример 2. Зависимость пройденного телом пути S от времени t задается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где A = 2 м/с, B = 3 м/с^2, C = 4 м/с^3.
Найти: а) зависимость скорости v и ускорения a тела от времени t; б) расстояние S, скорость v и ускорение a тела через время t =2 с после начала движения.

Дано: $S = At - Bt^2 + Ct^3$, A = 2 м/с, B = 3 м/с^2, C = 4 м/с^3; а) v(t) -?, *a*(t) -?
б) S -? , V -? , a-? при t = 2 с.

***Решение*:** а) Скорость тела: $v = ds/dt$; $v = A - 2Bt + 3Ct^2$; $v = 2 - 6t + 12t^2$ м/с. Ускорение тела: $a = dv/dt$; $a = -2B + 6Ct$; $a = -6 + 24t$ м/с^2.

б) Расстояние, пройденное телом, $S = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Тогда через время t = 2с имеем: $S = 24$ м; $v = 38$ м/с; $a = 42$ м/с^2.

Ответ: $v = 2 - 6t + 12t^2$; $a = -6 + 24t$ м/с^2; $S = 24$ м; $v = 38$ м/с; $a = 42$ м/с^2.

1.1.4 Равнопеременное прямолинейное движение

Равнопеременным называется движение, при котором скорость тела (материальной точки) за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, т.е. на равные величины. Это движение может быть **равноускоренным** и **равнозамедленным.**

Если направление ускорения $\bar{a}$ совпадает с направлением скорости $\bar{v}$ точки, движение называется **равноускоренным.** Если направление векторов $\bar{a}$ и $\bar{v}$ противоположны, движение называется **равнозамедленным.**

При равнопеременном прямолинейном движении ускорение остается постоянным и по модулю и по направлению **($\bar{a}$ = const).** При этом **среднее** ускорение $\bar{a}_{ср}$ равно **мгновенному** ускорению $\bar{a}$ вдоль траектории точки. Нормальное ускорение при этом отсутствует ($a_n = 0$).

Изменение скорости $\Delta v = \bar{v} - v_0$ в течении промежутка времени $\Delta t = t - t_0$ при равнопеременном прямолинейном движении равно:

$$\Delta v = \bar{a}\,\Delta t,$$

или $\bar{v} - \bar{v}_0 = \bar{a}(t - t_0)$. Если в момент начала отсчета времени (t_0) скорость точки равна $\bar{v}_0$ (начальная скорость) и ускорение $\bar{a}$ известно, то **скорость** $\bar{v}$ в произвольный момент времени t:

$$\mathbf{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t.$$

Проекция вектора скорости на ось OX связана с соответствующими проекциями векторов начальной скорости и ускорения уравнением:

$$v_x = v_{0x} \boxed{} a_x t.$$

Аналогично записываются уравнения для проекций вектора скорости на другие координатные оси.

Вектор перемещения $\Delta\,\bar{r}$ точки за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ при равнопеременном прямолинейном движении с начальной скоростью $\bar{v}_0$ и ускорением $\bar{a}$ равен:

$$\Delta\,\bar{r} = \bar{v}_0\Delta t \pm \boxed{\frac{\bar{a}(\Delta t)^2}{2}},$$

а его проекция на ось OX (или перемещение точки вдоль соответствующей оси координат) при $t_0 = 0$ равна:

$$\Delta r_x = v_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}.$$

Путь S_x, пройденный точкой за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ в равнопеременном прямолинейном движении с начальной скоростью $\bar{v}_0$ и ускорением $\bar{a}$, при $t_0 = 0$ равен: $S_x = v_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}$.

Так как координата тела равна $x = x_0 + S$, то **уравнение движения тела** имеет вид:

$$x = \pm x_0 \pm v_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}.$$

Возможно так же при решении задач использовать формулу: $S = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$.

Пример 1. Ускорение автомобиля равно $a = -4$ м/с^2. Что это означает?

Решение: Ускорение автомобиля отрицательно, следовательно, скорость его уменьшается, т.е. автомобиль тормозит. Его скорость уменьшается на 4 м/с за каждую секунду.

Пример 2. Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один, имея скорость 18 км /ч, движется равнозамедленно, с ускорением 20 см/с^2, другой, имея скорость 5,4 км /ч, движется равноускоренно с ускорением 0,2 м/с^2. Через какое время велосипедисты встретятся и какое перемещение совершит каждый из них до встречи, если расстояние между ними в начальный момент времени 130 м?

Дано:

$v_{01} = 18$ км /ч = 5 м /с
$a_1 = 20$ см /с^2 = 0,2м /с^2
$v_{02} = 5,4$ км /ч = 1,5 м /с
$a_2 = 0,2$м /с^2
$x_{02} = 130$ м
S_1 - ? S_2 - ? t_1 - ?

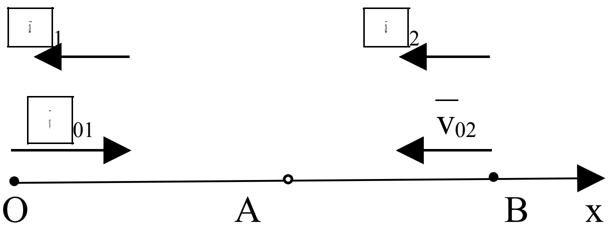


Рисунок 1.4

Решение:

Пусть ось OX совпадает с направлением движения первого велосипедиста, а начало координат с точкой O, в которой он находился в момент времени $t = 0$ (рисунок 1.4).

Тогда уравнения движения велосипедиста таковы: $x_1 = v_{01}t - \frac{a_1 t^2}{2}$ (т.к. $a_{1x} = -a_1$; $x_{01} = 0$);

$x_2 = x_{02} - v_{02}t - \frac{a_2t^2}{2}$ (т.к. $v_{2x} = - v_{02}$ и $a_{2x} = - a_2$). В момент встречи в точке А: $t = t_1$; $x_1 = x_2$. Тогда получим равенство: $v_{01}t_1 - \frac{a_1t_1^2}{2} = x_{02} - v_{02}t - \frac{a_2t_1^2}{2}$, откуда $v_{01}t_1 + v_{02}t_1 = x_{02}$, т.к. $a_1 = a_2$ $t_1 = \frac{x_{02}}{v_{01} + v_{02}}$; $t_1 = \frac{130}{5 + 1,5} = 20c$. Определим перемещение каждого до встречи: $S_1 = x_1 - x_{01} = v_{01}t - \frac{a_1t_1^2}{2} = 5\cdot 20 - \frac{0,2\cdot 20^2}{2} = 60$ м.

$S_2 = | x_2 - x_{02}| = v_{02}t_1 + \frac{a_2t_1^2}{2} = 1,5\cdot 20 + \frac{0,2\cdot 20^2}{2} = 70$ м.

Ответ*:* $S_1 = 60$ м; $S_2 = 70$ м; $t_1 = 20$ с.

1.1.5 Свободное падение тел. Движение тела, брошенного вертикально вверх.

Свободным падением называется движение, которое совершило бы тело только под действием силы тяжести без учета сопротивления воздуха. При свободном падении тела с небольшой высоты h от поверхности Земли ($h \ll R_з$, где $R_з$ – радиус Земли) оно движется с постоянным ускорением $\bar{g}$, направленным вертикально вниз.

Ускорение g называется ускорением свободного падения. Оно одно и тоже для всех тел и зависит лишь от высоты над уровнем моря и от географической широты. Если в момент начала отсчета времени ($t_0 = 0$) тело имело скорость $\bar{v}_0$, то по истечении произвольного промежутка времени $\Delta t = t - t_0$ **скорость** тела при свободном падении будет:

$$v = \bar{v}_0 + \bar{g}t.$$

Путь h, пройденный телом в свободном падении**,** к моменту времени t:

$$h = v_0t + \frac{gt^2}{2}.$$

Модуль скорости тела после прохождения в свободном падении пути h находится из формулы : $S = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Т.к. $v_к^2 - v_0^2 = 2gh$, то

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Продолжительность $\boxed{\ }$ **свободного падения** без начальной скорости ($v_0 = 0$) с высоты h:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

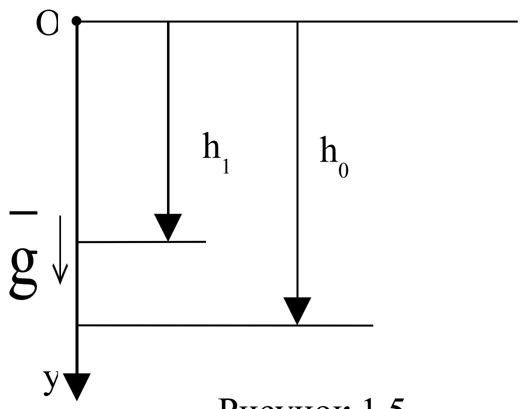


Рисунок 1.5

Пример 1. Тело падает вертикально вниз с высоты 20 м без начальной скорости. Определить:
1) путь h, пройденный телом за последнюю секунду падения;
2) среднюю скорость падения $v_{ср}$;
3) среднюю скорость на второй половине пути $v_{ср2}$.

Дано: $h_0 = 20$м; $\Delta t = 1$с;

h -? $v_{ср}$ -? $v_{ср2}$ -?

Решение: Направим ось y вертикально вниз, и пусть начало координат совпадает с начальным положением тела (рисунок 1.5).

1) Согласно формуле: $h = \frac{gt^2}{2}$, уравнение движения запишется в виде: $y = \frac{gt^2}{2}$; в момент падения на землю $y = h_0$. Отсюда время движения тела: $t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$. За время $(t - \Delta t)$ тело прошло путь $h_1 = \frac{g(t - \Delta t)^2}{2}$. Путь за последнюю секунду равен

$$h_0 - h_1 = h_0 - \frac{g}{2}\left(\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \Delta t\right)^2; \quad h = 20 - \frac{10\left(\sqrt{2 \cdot 20/10} - 1\right)^2}{2} = 15м.$$

2) Тело прошло путь h_0. Время движения $t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$. Тогда средняя скорость падения $v_{ср} = h_0/t$; или $v_{ср} = \sqrt{\frac{gh_0}{2}}$, $v_{ср} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{2}} = 10м/с$.

3) Для определения средней скорости на второй половине пути необходимо узнать время, за которое эта часть пути пройдена. Время движения на второй половине пути равно полному времени полета t минус время t_1, затраченное на прохождение первой половины пути. Время t_1 находится из уравнения $\frac{h_0}{2} = \frac{gt_1^2}{2}$, т.е. $t_1 = \sqrt{\frac{h_0}{g}}$. Таким образом, $t_2 = t - t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \sqrt{\frac{h_0}{g}} = \sqrt{\frac{h_0}{g}}\left(\sqrt{2} - 1\right)$.

Следовательно, $v_{ср2} = \frac{h_0}{2t_2} = \sqrt{\frac{gh_0}{2}}\left(\sqrt{2} - 1\right) = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{2}}\left(\sqrt{2} - 1\right) \approx 17м/с$

Ответ: h = 15м; $v_{ср} = 10$м/с; $v_{ср2} = 17$м/с.

При движении тела вертикально вверх с начальной скоростью $\bar{v}_0$, ускорение тела равно ускорению свободного падения $\bar{g}$. На участке до наивысшей точки подъема движение тела является равнозамедленным, а после достижения этой точки – свободным падением без начальной скорости.

Скорость тела в произвольный момент времени t от начала движения независимо от того, рассматривается лишь подъем тела или его опускание после достижения наивысшей точки, равна

$$\boxed{\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{g}t}.$$

Вектор перемещения тела за произвольный промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ при условии $t_0 = 0$ равен

$$\boxed{\Delta \bar{r} = \bar{v}_0 t + \frac{\bar{g}t^2}{2}}.$$

В момент времени $t_{под}$, соответствующий наибольшему подъему тела над точкой бросания (когда $y = y_{мах}$ или высота подъема тела максимальна $h = h_{мах} = y_{мах} - y_0$) скорость тела станет равна нулю: $v = v_0 - gt_{под} = 0$, откуда

$$t_{под} = v_0 / g,$$

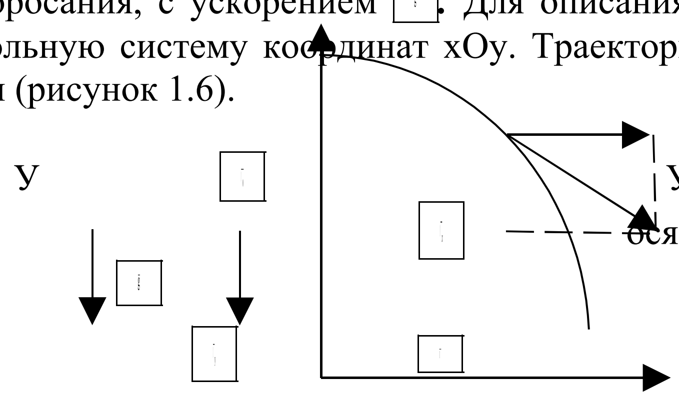
в этот момент направление движения тела изменяется на противоположное.

Максимальная высота подъема тела над точкой бросания

$$h_{мах} = y_{мах} - y_0 = \frac{v_0^2}{2g}$$

1.1.6 Движение тела, брошенного под углом к горизонту и брошенного горизонтально с некоторой высоты

Движение тела, брошенного с некоторой высоты, можно разложить на два независимых движения: равномерное прямолинейное, происходящее в горизонтальном направлении со скоростью υ_x , равной начальной скорости бросания υ_0 ($\upsilon_x = \upsilon_0$), и свободное падение с высоты, на которой находилось тело в момент бросания, с ускорением . Для описания этого движения выбирают прямоугольную систему координат xOy. Траектория движения является ветвь параболы (рисунок 1.6).



Уравнение движения по осям Ох и Оу:

$$x = x_0 + \upsilon_0 t$$

$$y = y_0 - g$$

Скорость тела **в любой**

O x точке траектории можно

Рисунок 1.6 определить по формуле:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$$

При этом **время полета** связано с вертикальной составляющей движения. **Дальность полета** – с горизонтальной**.**

Пример 1. С башни высотой H = 25 м горизонтально брошен камень со скоростью υ_0 = 15 м/с. Найти: сколько времени камень будет в движении; на каком расстоянии S_x от основании башни он упадет на землю; с какой скоростью υ он упадет на землю; какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю.

Дано: h = 25 м , $\upsilon_0 = \upsilon_x$ = 15 м/с; t -?, L -?, v -?, φ -?

Решение: Перемещение брошенного горизонтально камня можно разложить на два: горизонтальное S_x и вертикальное S_y - (рисунок 1.7). Применяя закон независимости движения, имеем

$S_y = H = \frac{gt^2}{2}$, $S_x = \upsilon_0 t$, отсюда, 1) t =

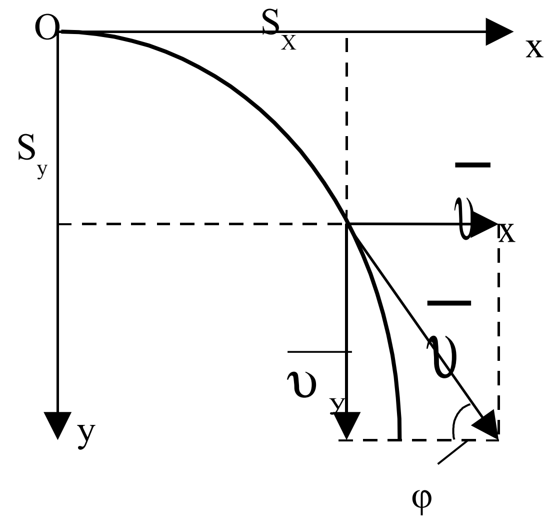


Рисунок 1.7

$\sqrt{\frac{2S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}25}{9{,}81}} = 2{,}26$ с;

2) $S_x = L = v_0 t = 15 \cdot 2{,}26 = 33{,}9$ м; 3) $v_y = g\,t = 9{,}81 \cdot 2{,}26 = 22{,}1$ м/с; v = $\sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{15^2 + 22{,}1^2} = 26{,}7$ м/с; 4) $\sin\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} = 0{,}827$ $\varphi = 55^0 48^I$

Ответ: t =2,26 с; L =33,9 м; v =26,7 м/с; $\varphi = 55^0 48^I$

Движение тела, брошенного под углом к горизонту, также можно разложить на два независимых движения: равномерное прямолинейное, происходящее в горизонтальном направлении с начальной скоростью $v_{0x} = v_0 \cos$ и свободное падение с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin$, (рисунок 1.8). где -

угол между направлениями вектора скорости $\square$ и осью Ох. Траекторией такого движения является парабола. Уравнения движения примут вид:

Ох: $x_0 + \upsilon_0 t$

Оу: $y_0 + \upsilon_0 t - \boxed{\frac{gt^2}{2}}$

Скорость тела в любой точке тректории:

$$\boxed{\sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}};$$

где $\upsilon_x = \upsilon_{0x}$, $\upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt$.

Пример 2. Тело брошено под углом $\square$ к горизонту с начальной скоростью $\square$. Определить время полета t, максимальную высоту H подъема и дальность L полета.

Дано: $\square$, υ_0; t-?, H-?, L-?

Решение: Как обычно задача начинается с выявлением **сил,** действующих на тело. На тело действует только **сила тяжести**, поэтому в **горизонтальном** направлении оно перемещается **равномерно, а в вертикальном** направлении – **равнопеременно** с ускорением $\square$**.** Будем рассматривать вертикальную и горизонтальную составляющие движения тела по отдельности, для этого разложим вектор начальной скорости на вертикальную ($\upsilon_0 Sin\square$) и горизонтальную ($\upsilon_0 Cos\square$) составляющие (рис. 1.8). Начнем рассматривать вертикальную составляющую движения. Время полета $t = t_1 + t_2$, где t_1 – время подъема (тело движется по вертикали равнозамедленно), t_2 - время спуска (тело движется по вертикали равнозамедленно).

Вертикальная скорость тела в **наивысшей** точке траектории (при $t = t_1$) равна очевидно **нулю.** С другой стороны, эта скорость может быть выражена при помощи формулы зависимости скорости равнозамедленного движения от времени. Отсюда, получаем: $O = \upsilon_0 Sin\alpha - g t_1$ или $t_1 = \boxed{\frac{\upsilon_0 Sin\alpha}{g}}$ - (1.1)

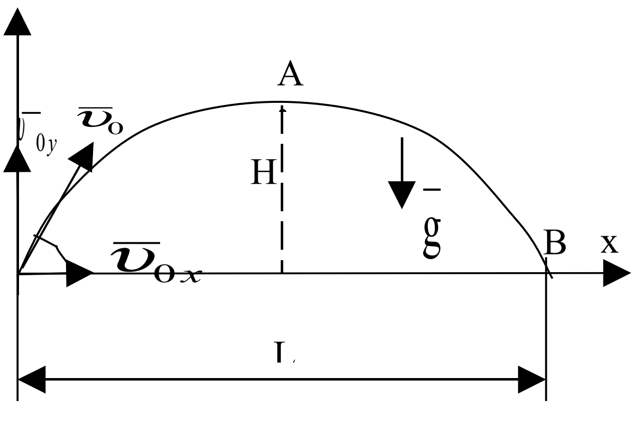


Рисунок 1.8

Зная t_1, **находим H:** $H = \upsilon_0 Sin\square t_1 - \boxed{\frac{gt_1^2}{2}}$ - (1.2)

Подставим (1.1) в (1.2)

$$H = (\upsilon_0 Sin\alpha)\left(\frac{\upsilon_0 Sin\alpha}{g}\right) - \frac{g\left(\frac{\upsilon_0 Sin\alpha}{g}\right)^2}{2} = \frac{\upsilon_0^2 Sin^2\alpha}{g} - \frac{\upsilon_0^2 Sin\alpha}{2g} = \frac{\upsilon_0^2 Sin^2\alpha}{2g}$$

Время спуска t_2 можно вычислить, рассмотрев падение тела с известной высоты H без начальной вертикальной скорости: $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{\upsilon_0 Sin\alpha}{g}$,

отсюда следует, что $t_1 = t_2$.

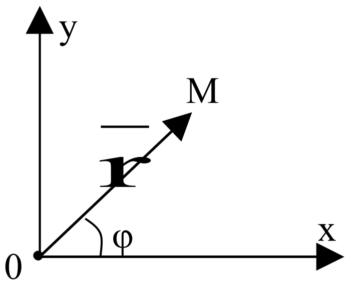


Рисунок 1.9

Полное время полета: $t = \frac{2\upsilon_0 Sin\alpha}{g}$ **.**

Для нахождения **дальности полета L** необходимо обратиться к **горизонтальной составляющей** движения тела. Как уже отмечалось, по горизонтали тело перемещается равномерно.

L=

$$(\upsilon_0 Cos\alpha)t = (\upsilon_0 Cos\alpha)\left(\frac{2\upsilon_0 Sin\alpha}{g}\right) = \frac{\upsilon_0^2 Sin2\alpha}{g}$$

Ответ: $t = \frac{2\upsilon_0 Sin\alpha}{g}$; $H = \frac{\upsilon_0^2 Sin^2\alpha}{2g}$; $L = \frac{\upsilon_0^2 Sin2\alpha}{g}$.

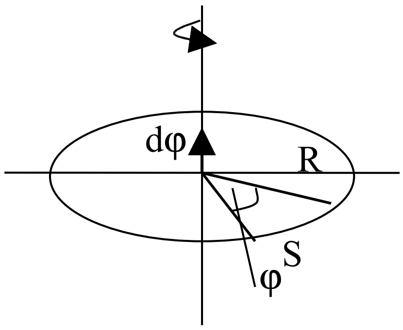
1.1.7 Равномерное движение точки по окружности

Движение по окружности является простейшим примером криволинейного движения. **Скорость** движения по окружности называется **линейной (окружной)** скоростью. При равномерном движении по окружности модуль мгновенной скорости материальной точки с течением времени не изменяется. Движущаяся точка за равные промежутки времени проходит равные по длине дуги окружности. **Тангенциальное ускорение** при равномерном движении точки по окружности отсутствует (**$\alpha_\tau = 0$**). Изменение вектора скорости по направлению характеризуется **нормальным ускорением**, которое называется также **центростремительным ускорением.** В каждой точке траектории вектор направлен по радиусу к центру окружности, а его модуль равен

$$\alpha_n = \frac{\upsilon^2}{R}$$

При описании механического движения, в частности движения по окружности, наряду с прямоугольной декартовой системой координат используется полярная система координат. Положение точки М на какой-то плоскости (например, XОУ) определяется двумя полярными координатами: **модулем r радиуса вектора точки** и **углом φ - угловой координатой, или полярным углом** (рисунок 1.9).

Угол φ отсчитывается от оси OX до радиуса-вектора □ против часовой стрелки. Точку O в этом случае называют **полюсом** системы координат. Совместим полюс координат системы с центром окружности, по которой движется материальная точка; тогда r = R (рисунок 1.10), а изменение положения точки на окружности может быть охарактеризовано изменением Δφ угловой координаты точки: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Угол □φ называется **углом поворота радиуса – вектора** точки. Элементарные **(**бесконечно малые**)** углы поворота рассматриваются как векторы.



Модуль вектора dφ равен углу поворота. Направление вектора dφ совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого, вращается в направлении движения точки по окружности, т.е. подчиняется правилу правого винта (рисунок 1.11).

Средней угловой скоростью движения точки по окружности вокруг оси называется величина ω□**,** равная отношению угла поворота □φ радиус-вектора точки за промежуток времени □к длительности этого промежутка:

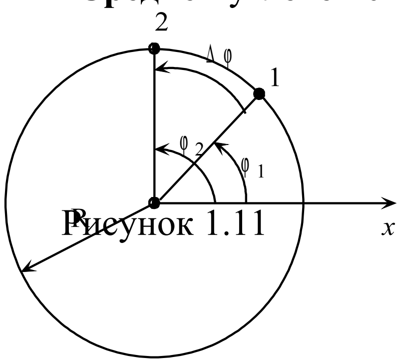


Рисунок 1.11

Рисунок 1.12

Рисунок 1.10

$$\omega_{ср} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Угловой скоростью (мгновенной угловой скоростью**) ω** называется предел, к которому стремится средняя угловая скорость при бесконечном уменьшении промежутка времени □, или первая производная от угла поворота по времени:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Вектор □ **направлен** вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. также как и d□ (рисунок 1.12). При **равномерном** движении точки по окружности за любые равные промежутки време ни углы поворота ее радиус-вектора одинаковы. Следовательно, при таком движении мгновенная угловая

Рисунок 1.11

скорость равна средней угловой скорости: ω = ω . Угол поворота радиус-вектора точки, равномерно движущейся по окружности, равен

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega\Delta t}.$$

Промежуток времени T, в течении которого точка совершает один полный оборот по окружности, называется **периодом обращения (периодом вращения)** , а величина ν, обратная периоду:

$$\nu = \boxed{},$$

частотой обращения (частотой вращения). За один период угол поворота радиус-вектора точки равен 2π рад, поэтому 2π = ωT, откуда T = 2π /ω, или

$$\omega = 2\pi /T = 2\pi\nu.$$

Линейная и угловая скорости связаны соотношением:

$$\upsilon = \omega R.$$

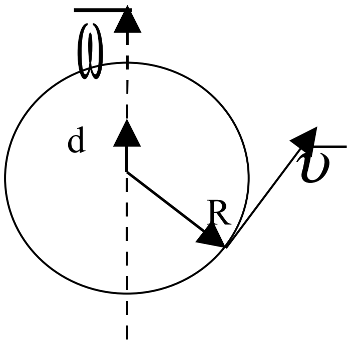


Рисунок 1.12

Это видно из следующего вывода:

$$\upsilon = \boxed{\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega}.$$

Пример 1. Определить модуль скорости и центростремительного ускорения точек земной поверхности на экваторе. Радиус Земли принять равным 6400 км.

Дано: R = 6400 км = $6{,}4\cdot 10^6$ м; T = 24 ч = $8{,}64\cdot 10^4$ с; υ - ? $a_{цс}$ - ?

Решение: Точки земной поверхности на экваторе движутся по окружности радиуса R, поэтому модуль их скорости:

$$\upsilon = \boxed{\frac{2\pi R}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 6{,}4\cdot 10^6}{8{,}64\cdot 10^4} = 465}\ \text{м /с}.$$

Центростремительное ускорение:

$$a_{цс} = \boxed{\frac{\upsilon^2}{R} = \frac{4{,}65\cdot 10^2}{6{,}4\cdot 10^6} = 0{,}034}\ \text{м /с}^2.$$

Ответ: υ = 465 м /с, $a_{цс}$ = 0,034 м /$с^2$.

1.1.8 Вращательное движение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси

Для кинематического описания вращательного движения **абсолютно твердого тела** вокруг какой-то неподвижной оси используются **те же величины** (и уравнения связи между ними), что и для описания движения точки по окружности. При вращательном движении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси за промежуток времени **углы поворота радиус-векторов различных точек тела одинаковы**. Угол поворота , средняя и мгновенная ω угловые скорости характеризуют вращательное движение всего абсолютно твердого тела в целом.

Линейная скорость какой-либо точки абсолютно твердого тела пропорционально расстоянию R точки от оси вращения:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi\nu R = \frac{2\pi}{T}R.$$

При равномерном вращательном движении абсолютно твердого тела углы поворота тела за любые равные промежутки времени одинаковы ($\Delta\varphi = \mathrm{const}$) и мгновенная угловая скорость тела равна средней угловой скорости ($\omega = \omega_{ср}$). Тангенциальные ускорения у различных точек абсолютно твердого тела отсутствуют ($\overline{\alpha}_\tau = 0$), а нормальное (центростремительное) ускорение какой-либо точки тела зависит от ее расстояния R до оси вращения:

$$\alpha_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = 4\pi^2\nu^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2}R.$$

Вектор направлен в каждый момент времени по радиусу траектории точки к оси вращения.

При **неравномерном** вращательном движении абсолютно твердого тела углы поворота тела за любые равные промежутки времени неодинаковы. Угловая скорость тела ω с течением времени изменяется.

Средним угловым ускорением $\varepsilon_{ср}$ в промежутке времени $t = t_2 - t_1$ называется физическая величина, равная отношению изменения угловой скорости $\omega = \omega_2 - \omega_1$ вращающегося тела за промежуток времени t к длительности этого промежутка:

$$\varepsilon_{ср} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Если угловая скорость за произвольные одинаковые промежутки времени изменяется одинаково ($\Delta\omega_{12} = \Delta\omega_{34}$ и т.д.), то **$\varepsilon_{ср}$ = const (**равнопеременное вращение).

Угловым ускорением (мгновенным угловым ускорением) вращающегося тела в момент времени t называется величина **ε**, равная пределу, к которому стремится среднее угловое ускорение за промежуток времени от t до t + t при бесконечном уменьшении Δt, или, угловое ускорение – это первая производная от угловой скорости по времени или вторая производная от угла поворота по времени:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \varepsilon_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Изменение $\Delta\omega$ угловой скорости абсолютно твердого тела за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ при равнопеременном вращательном движении с угловым ускорением ε: $\Delta\omega = \varepsilon\Delta t = \varepsilon(t - t_0)$.Если при $t_0 = 0$ начальная **угловая скорость тела** равна ω_0, то в произвольный момент времени t угловая скорость тела будет

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

Угол поворота $\Delta\varphi$ тела вокруг оси за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ при равнопеременном движении:

$$\Delta\varphi = \omega_0\Delta t + \frac{\varepsilon(\Delta t)^2}{2}.$$

Тангенциальная составляющая ускорения: $\alpha_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$; $\upsilon = \omega R$, поэтому

$$\alpha_\tau = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\upsilon}{dt} = R\varepsilon$$

Нормальная составляющая ускорения:

$$\alpha_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

Таким образом, **связь между линейными и угловыми** величинами выражается следующими формулами:

$$S = R\varphi; \quad \upsilon = \omega R; \quad \alpha_\tau = R\varepsilon; \quad \alpha_n = \omega^2 R.$$

1.2 Динамика

Динамика (по-гречески «сила») – раздел механики, изучающий механические движения тел в связи с их взаимодействием. Основной задачей динамики является определение движения тел по заданным законам взаимодействия. Изменение движения тел или изменение их формы происходит в результате взаимодействия по меньшей мере двух тел.

Все тела находятся в движении, абсолютно покоящихся тел в природе нет. Тела могут находиться в покое только относительно какого-нибудь тела или системы тел, условно принятых за неподвижные. Таким образом, покой – понятие относительное, а движение – абсолютное. Поэтому можно сказать, что динамика изучает причины, ведущие к изменению состояния движения.

Основные положения динамики были установлены Галилеем и окончательно сформулированы И. Ньютоном в 1687 г. в виде трех законов.

1.2.1 Законы Ньютона

Законы Ньютона представляют собой обобщение опытных фактов. Решение задач на законы Ньютона предполагает, естественно, использование всех трёх законов в своей совокупности независимо от конкретного вида задачи.

Первый закон Ньютона говорит о том, что существуют такие системы отсчета, в которых тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела, или действие этих тел скомпенсировано.

Математически I закон Ньютона можно записать: $\boxed{\bar{a}=0}$, если $\boxed{\bar{F}_{рез}=0}$,где $\bar{F}_{рез}$ – равнодействующая сила, которая находится как геометрическая сумма всех сил: $\boxed{\bar{F}_{рез}=\sum\limits_{i=1}^{n}\bar{F}_i}$. Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии воздействия на него других тел над **инертностью**. Поэтому I закон Ньютона называется также **законом инерции**.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется называются инерциальными системами отсчета. **Инерциальной системой отсчета** является такая система, которая либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно относительно какой-то другой инерциальной системы. Например, тело, лежащее на полу движущегося вагона, покоится по отношению к системе отсчета, связанной с вагоном, но движется по отношению к системе отсчета, связанной с полотном дороги. Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

При решении практических задач мы будем считать инерциальной всякую систему отсчета, связанною с поверхностью земли или с какими-либо телами, которые по отношению к земной поверхности покоятся или движутся прямолинейно и равномерно. К неинерциальным системам отсчета относятся системы, движущиеся с ускорением, например, вращающиеся системы, замедляющиеся и ускоряющиеся лифты и т.д.

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в I законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорение, либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры. В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, **сила** – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры. Единица силы в системе СИ – **ньютон** (Н): 1 Н – сила, которая массе в 1 кг сообщает ускорение 1 м /с^2 в направлении действия силы: 1 Н = 1кг·м /с^2.

Импульс силы – векторная величина, Н· с (специального обозначения не имеет). В случае постоянной силы импульс силы равен $\boxed{\overline{F}(t_2 - t_1) = \overline{F}\Delta t}$.

Если сила действовала бесконечно малое время dt, то говорят, что подействовал импульс силы $\boxed{\;}$dt.

Для переменной силы (сила действовала в промежуток времени от t_1 до t_2 и при этом сама изменялась) полный импульс силы равен $\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \overline{F}(t)\,dt}$.

Импульс тела (материальной точки) – векторная величина [$\boxed{\;}$] =1 Н· с. Импульс тела совпадает по направлению со скоростью тела $\boxed{\;}$. $\boxed{\overline{P} = m\overline{v}}$.

Изменение импульса тела равно импульсу силы: $\boxed{\Delta \overline{P} = \overline{P}_2 - \overline{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \overline{F}(t)dt}$

Для бесконечно малого приращения: $\boxed{d\overline{P} = \overline{F}dt}$.

Импульс системы, состоящей из N материальных точек, – векторная величина, равная геометрической сумме импульсов всех материальных точек системы:

$$\boxed{\overline{P} = \sum_{i=1}^{N} \overline{P}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \overline{v}_i}.$$

II закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения – отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

$$\boxed{\overline{a} = k\frac{\overline{F}}{m}}$$

Данное соотношение выражает **II закон Ньютона**: ускорение, приобретаемое телом (точкой), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе тела (точки). В системе СИ к = 1, тогда $\boxed{\overline{a} = \frac{\overline{F}}{m}}$ или $\boxed{\overline{F} = m\overline{a} = m\frac{d\overline{v}}{dt}}$, т.к. m = const в классической механике, ее можно внести под знак производной:

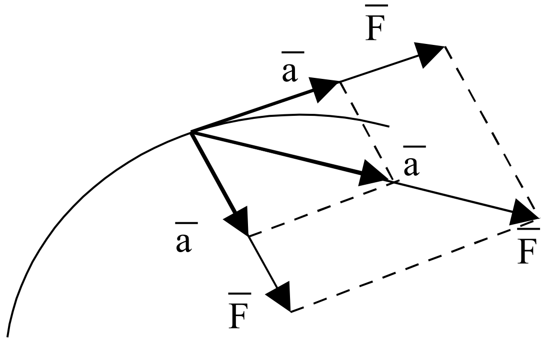


Рисунок 1.13

$$\overline{F} = \frac{d}{dt}(m\overline{v}) = \frac{d\overline{P}}{dt}.$$

Это выражение – **более общая формулировка II закона Ньютона**: скорость изменения импульса тела (материальной точки) равна действующей на него силе. Или d **P** = **F** dt, где **F**dt – импульс силы. Поэтому II закон Ньютона можно сформулировать следующим образом: Изменение импульса тела под действием приложенной к нему силы равно импульсу этой силы за тот же промежуток времени.

Существует **принцип независимости действия сил,** согласно которому: если на тело действуют одновременно несколько сил, действие каждой из них можно рассматривать независимо от действия остальных. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач. Например, разложим действующую силу $\overline{F} = m\overline{a}$ на две составляющие: тангенциальную силу (направленную по касательной к траектории) и нормальную силу (направленную по нормали к центру кривизны) (рисунок 1.13).

Используя выражения: $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ и $a_n = \frac{v^2}{R}$, а также v = ω R можно записать:

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{dv}{dt} = m\varepsilon R, \qquad F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Пример 1. На тело массой m действует сила F, направленная под углом α к направлению движения (рисунок 1.14). Определить ускорение. Трение не учитывать.

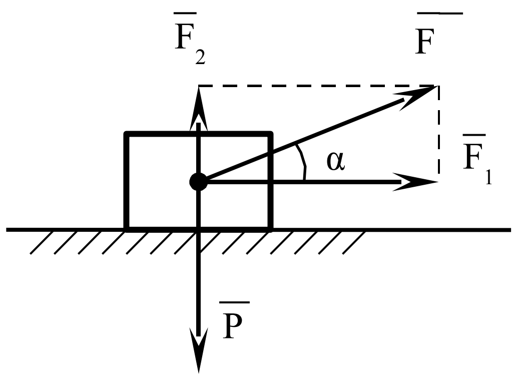


Рисунок 1.14

Решение: Разложим силу F на две составляющие F_1 и F_2. Если $P \geq F_2$, то тело не будет отрываться от поверхности. $F_2 = F\cdot\sin\alpha$, следовательно $P \geq F\cdot\sin\alpha$. Ускорение a сообщается телу силой $F_1 = F\cdot\cos\alpha$. Согласно II закону Ньютону имеем: $ma = F_1 = F\cdot\cos\alpha$, откуда $a = \frac{F\cdot\cos\alpha}{m}$.

Ответ: $a = \frac{F\cdot\cos\alpha}{m}$.

Взаимодействие между материальными точками или телами определяется **III законом Ньютона**: Всякие действия материальных точек или тел друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга тела (материальные точки), всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела (точки):

$$\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21},$$

где – сила, действующая на первое тело (материальную точку) со стороны второго. – сила, действующая на второе тело (материальную точку) со стороны первого. Эти силы приложены к **разным** материальным точкам (телам), всегда действуют **парами** и являются силами одной природы. Применяя III закон Ньютона, всегда следует помнить, что равные по модулю и противоположно направленные силы действия и противодействия приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга.

1.2.2 Контактные силы (силы реак-

Если создать контакт между двумя телами, например, прижав брусок к столу ил[illegible] о возникнут силы вз[illegible]. При этом не только брусок действует на стол, но в соответствии с III законом Ньютона возникает сила, действующая на брусок со стороны стола (рисунок 1.15). Подобные силы называются **контактными**. Они обусловлены отталкиванием атомов. Контактные силы, направленные перпендикулярно (по нормали) к поверхности контакта между двумя телами называются **силами реакции.** Кроме того, контактная сила может иметь составляющую вдоль поверхности. Сила взаимодействия, параллельная поверхности, называется **силой трения.** Рассмотрим лежащее на плоскости тело, к которому приложена горизонтальна сила (рисунок 1.16).

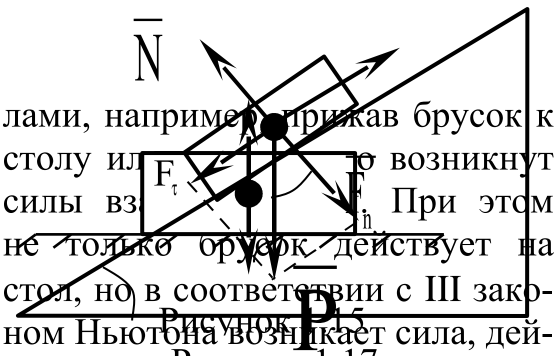


Рисунок 1.17

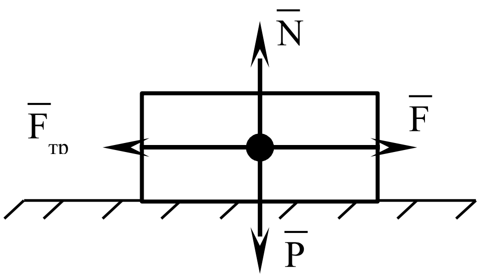


Рисунок 1.16

Если при этом тело сохраняет состояние покоя (неподвижно относительно поверхности, на которой оно находится), то это означает, что на тело одновременно действует сила, равная по величине и противоположная по направлению, – **сила трения покоя.** При увеличении силы , если тело сохраняет состояние покоя, то увеличивается и сила трения покоя**.** Сила трения покоя всегда равна по величине и противоположна по направлению действующей силе: $F_{тр.покоя} = -F$.

$\overline{F}_{тр}$

α

α

Тело придет в движение лишь тогда, когда приложенная сила $\bar{F}$ будет больше $\bar{F}_{тр}$. Чем более гладкой является поверхность, тем раньше тело придет в движение, таким образом, **трение скольжения –** это трение при относительном движении соприкасающихся тел. Французские физики Г. Амонтон и Ш. Кулон опытным путем установили следующий **закон**: сила трения скольжения $\bar{F}_{тр}$ пропорциональна силе $\bar{N}$ нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{тр} = f \cdot N,$$

где f – коэффициент трения скольжения. Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную скорости движения тела относительно поверхности, по которой оно движется. Сила трения скольжения равна максимальной силе трения покоя. Найдем значение коэффициента трения f. Тело находится на наклонной плоскости с углом наклона α. Рассмотрим силы, приложенные к телу (рисунок 1.17). При этом надо помнить, что сила возникнет в результате взаимодействия тел. Поэтому, чтобы показать силы, приложенные к телу, надо предварительно ответить на вопрос, какие тела взаимодействуют с данным телом? Повидимому, два тела: Земля и наклонная плоскость. Отсюда выявляем силы, приложенные к телу. Земля обусловливает силу тяжести $\bar{P}$, а наклонная плоскость – силу трения скольжения $\bar{F}_{тр}$ и силу $\bar{N}$ – реакции опоры. Очевидно, что тело придет в движение, когда тангенциальная составляющая $\bar{F}_{\tau}$ силы тяжести $\bar{P}$ будет больше силы трения $\bar{F}_{тр}$. Следовательно, в пре дельном случае (начало скольжения): $F_{\tau} = F_{тр}$, или $P \cdot \sin\alpha = f \cdot N = f \cdot P \cdot \cos\alpha,$ откуда

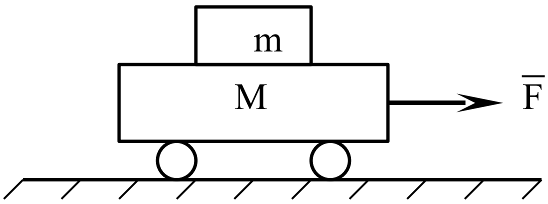


Рисунок 1.18

$$f = \frac{P \cdot \sin\alpha}{P \cdot \cos\alpha} = tg\alpha.$$

Таким образом, коэффициент трения f равен тангенсу угла α, при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Пример 1. Тело массой m лежит на теле массой M. Максимальное значение силы трения покоя между этими телами характеризуется коэффициентом k_0. Между телом M и поверхностью Земли трения нет. Найти максимальную силу F, при действии которой на тело M происходит сдвиг верхнего тела относительно нижнего (рисунок 1.18).

***Решение*:** Будем полагать, что сила F достаточно мала: тело m не сдвигается относительно тела M. В этом случае оба тела имеют ускорение $\boxed{a = \frac{F}{M+m}}$. Это ускорение сообщает телу m сила трения покоя $F_{тр} = m\,a$, т.е. $\boxed{F_{тр} = m \cdot \frac{F}{M+m}}$. Отсюда следует, что с увеличением силы F сила трения покоя $F_{тр}$ тоже должна возрастать. Однако она не может возрастать бесконечно. Ее максимальное значение: $\boxed{F_{тр.max} = k_0 N = k_0 mg}$. Следовательно, максимальное значение силы F, при котором оба тела еще могут двигаться вместе как единое тело, определяется из условия $\boxed{k_0 mg = \frac{F_m}{M+m}}$. Отсюда находим F = (M + m) k_0 g. Эта и есть искомая минимальная сила, обуславливающая сдвиг тела m по отношению к телу M.

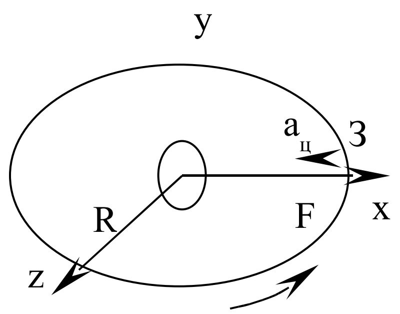


Рисунок 1.19

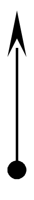
Ответ: F = (M + m) k_0 g.

1.2.3. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела.

Модули гравитационных сил (сил всемирного тяготения), действующих между двумя любыми частицами вещества, находятся по закону:

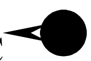
$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{R^2},}$$

где m_1 и m_2 – массы тел или частиц вещества, R – расстояние между ними, G – гравитационная постоянная или постоянная всемирного тяготения.



$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг. Эта формула выражает **закон всемирного тяготения:** Два тела (материальные точки) притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Эту силу называют **силой тяготения** или **гравитационной** силой.

Пример 1. Скорость обращения Земли вокруг Солнца – 30 км/с, радиус земной орбиты $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м. Определить массу Солнца.

C


***Дано*:** $v = 3 \cdot 10^4$ м/с ; $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг; M_C - ?

Решение: Начало координат совместим с центром Солнца (рисунок 1.19), ось x направим по радиусу земной орбиты. Сила взаимодействия Земли и Солнца направлена к центру окружности по радиусу. Это и есть сила всемирного тяготения между телами. Согласно II закону Ньютона: $\boxed{\bar{F} = m\bar{a}_ц}$. В проекции на ось x: $-F = -ma_ц$ или $F = ma_ц$. Т.к. $\boxed{F = G\frac{M_C M_З}{R^2};}$ $\boxed{a_ц = \frac{v^2}{R},}$ то $\boxed{G\frac{M_C M_З}{R^2} = \frac{M_З \cdot v^2}{R}}$, где M_C – масса Солнца, $M_З$ – масса Земли. Следовательно,

$$\boxed{M_C = \frac{v^2 R}{G} = \frac{(3\cdot 10^4)^2 \cdot 1{,}5\cdot 10^{11}}{6{,}67\cdot 10^{-11}} \approx 2\cdot 10^{30}} \text{ кг}$$

Ответ: $M_с \approx 2\cdot 10^{30}$ кг.

На любое тело, расположенное вблизи Земли, действует сила тяготения $\boxed{\bar{F}_{тяг}}$, под влиянием которой, согласно II закону Ньютона, тело начнет двигаться с ускорением свободного падения g. Таким образом, в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила, называемая **силой тяжести** $\boxed{\bar{F}_{тяж} = m\bar{g}}$. Она приближенно равна силе гравитационного тяготения. Различие между силой тяжести и силой тяготения обусловлено тем, что система отсчета, связанная с Землей не вполне инерциальна. Это различие настолько мало (оно не превышает 0,36%), что если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то силу тяжести можно считать равной силе гравитационного тяготения: $\boxed{\bar{F}_{тяж} = m\bar{g} = \bar{F} = GmM/R^2}$

Пример 2. На сколько уменьшается сила тяжести, действующая на космический аппарат массой 750 кг, при достижении им поверхности Луны? (Ускорение свободного падения на Луне принять 1,6 м /с^2).

Решение: Для любого тела на Земле сила тяготения (сила тяжести) $F_З = mg_З$; для Луны $F_Л = mg_л$. Изменение силы тяжести

$$\boxed{\Delta F = F_з - F_л = mg_з - mg_л = m(g_з - g_л) = 750(9{,}8 - 1{,}6) = 6150} \text{ Н} = 6{,}15 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Ответ: ΔF = 6,15 кН.

Сила тяжести действует на все тела, находящиеся в поле тяготения Земли, однако не все тела падают на Землю. Движению многих тел препятствуют другие тела, например, опоры, нити подвеса и т.д. Тела, ограничивающие движение других тел, называются **связями.** Под действием силы тяжести связи деформируются и сила реакции деформированной связи по III закону Ньютона уравновешивает силу тяжести: $\boxed{\bar{F}_{тяж} = -\bar{Q}}$. По III закону Ньютона тело действует на подвес или опору с силой P, которую называют весом тела.

Итак, **вес тела** – это сила, с которой тело действует на подвес или опору вследствие гравитационного притяжения к Земле. В отличии от силы тяжести, являющейся гравитационной силой, приложенной к телу, вес – это упругая сила, приложенная к опоре или подвесу, т. е. к связи.

1.2.4 Силы упругости. Закон Гука.

Силы упругости – силы, возникающие при деформации тела и направленные в сторону, противоположную деформации. Деформация называется **упругой,** если после снятия внешнего воздействия тело возвращается в исходное состояние, т. е. восстанавливает прежнюю форму и размеры. При небольших деформациях растяжения или сжатия силу упругости можно определить по закону Гука:

$$F_{упр} = -kx,$$

где x – удлинение тела; k – коэффициент пропорциональности, называемый **жесткостью** тела. Коэффициент k зависит от упругих свойств материала, его начальной длины и сечения: $\boxed{k = ES/l_0}$. Знак «–» означает, что сила упругости всегда направлена в сторону, противоположную деформации.

Пример 1. Какой груз нужно подвесить к пружине, жесткость которой 1000 Н /м, чтобы растянуть ее на 10 см?

Дано: К = 1000Н /м = 10^3 Н /м, Х = 10 см = 10^{-1} м = 0,1 м; m = ?

Решение: При растяжении пружины возникают силы упругости, для которых справедлив закон Гука: $F_{упр} = -kx$. По III закону Ньютона сила упругости равна весу тела, т. е. $\boxed{\bar{F}_{упр} = \bar{P}}$. Груз, подвешенный на нити, находится в покое, следовательно, вес груза равен силе тяжести, т. е. P = mg или $\boxed{\bar{F}_{упр} = m\bar{g}}$.

Если направить координатную ось ох вниз, то проекция силы тяжести mg_x = mg, а $\boxed{F_{упр} = -F_{упр}.}$ Тогда можно записать kx = mg, откуда $\boxed{m = \frac{kx}{g} = \frac{10^3 \cdot 10^{-1}}{9{,}8} \approx 10}$ кг.

Ответ: m ≈ 10 кг.

Для характеристики упругих свойств вещества материала вводится вели чина Е, называемая **модулем Юнга. Напряжение σ,** возникающее в твердом теле, равно:

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{S}},$$

где S – площадь поперечного сечения твердого тела, на которое действует сила F.

Относительная деформация $\boxed{\varepsilon = \frac{x}{l_0}}$, где $\boxed{l_0}$ – длина тела до деформации, пропорциональна напряжению, возникшему в твердом теле $\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E}}$. Преобразовав уравнение, получим математическое выражение закона Гука:

$$\sigma = E\,\varepsilon,$$

откуда видно, что модуль Юнга определяется напряжением, вызывающим относительное удлинение, равное единице.

Предельная величина деформации, до которой тело сохраняет упругие свойства, называется **пределом упругости**. Каждый материал в данном физическом состоянии имеет свой определенный предел упругости. Если деформация превышает предел упругости, свойственный материалу деформируемого тела, то тело, по прекращению действия деформирующих сил не восстанавливает полностью первоначальную форму, остается так называемая "остаточная деформация". Деформация тела за пределом упругости называется **пластической**, в отличии от **упругой деформации**, имеющей место в пределах упругости. Тела, имеющие весьма малые пределы упругости (тела из свинца, глины, воска и т. д.) называются **пластичными;** прочие – **упругими** телами.

Пример 2. Какой наибольшей высоты H можно выложить массивную кирпичную колонну постоянного по высоте поперечного сечения S, чтобы под действием только силы тяжести деформация колонны оставалась в пределах упругости? Каково при этом будет наибольшее относительное сжатие кирпичной кладки? Принять модуль Юнга кирпича $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м², плотность кирпича $\rho = 1{,}8 \cdot 10^3$ кг/м³. Напряжение на пределе упругости: $\sigma_{упр} = 3 \cdot 10^6$ Н/м².

***Решение*:** Наибольшее напряжение и наибольшее относительное сжатие будет иметь место в сечении у основания колонны: $\sigma = \boxed{\frac{Mg}{S}}$, где $M = \rho \cdot V = \rho SH$ – масса колонны. Следовательно, $\boxed{\sigma = \frac{\rho gSH}{S} = \rho gH}$, откуда $\boxed{H = \frac{\sigma}{\rho g}}$.

Наибольшая высота колонны $\boxed{H = \frac{\sigma_{упр}}{\rho g} = \frac{3 \cdot 10^6}{1{,}8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} \approx 160}$ м.

Наибольшее относительное сжатие $\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma_{упр}}{E} = \frac{3 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^9} = 0{,}001.}$

Ответ: $H = 160$ м; $\varepsilon = 0{,}001$

1.2.5 Практическое применение законов Ньютона

При решении задач о движении тела под действием сил полезно применять следующую программу:

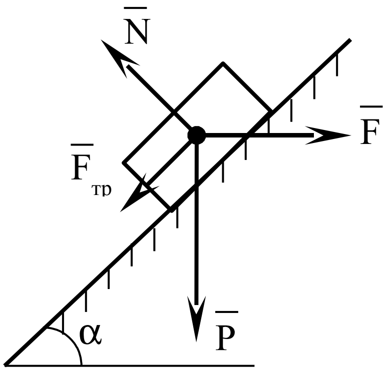
1) Выделить рассматриваемое тело.
2) Найти все силы, действующие на тело.
3) Если силы не направлены вдоль одной прямой, то следует разложить силы на два взаимно перпендикулярных направления и рассмотреть составляющие сил отдельно для каждого из этих направлений, которые будем называть, «направлениями разложения». При этом, при выборе «направлений разложения» надо обратить внимание на характер движения тела. Возможны два варианта:

а) **Тело покоится или движется равномерно и прямолинейно**. В этом случае Вы можете выбирать направления разложения произвольно, например, вертикальное и горизонтальное направление (рисунок 1.21б), но обычно выбирают направления вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно к ней (рисунок 1.21в). После того, как разложение выполнено, надо приравнять нулю алгебраические суммы составляющих сил для каждого из направлений разложения и получить систему уравнений. Из системы уравнений получить значение интересующей нас величины.

Пример 1. Пусть, например, в случае, изображенном на рисунке 1.20а тело равномерно перемещается вверх по наклонной плоскости под действием горизонтальной силы . В этом случае с одинаковым успехом можно выбрать в качестве направлений разложения как вертикальное и горизонтальное направление (рисунок 1.20б), так и направления вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно к ней (рисунок 1.20в).

После того, как разложение выполнено, надо приравнять нулю алгебраические суммы составляющих сил для каждого из направлений разложения (напомним, что пока рассматривается случай движения тела без ускорения).

В случае, изображенном на рисунке 1.20б, получим систему уравнений:



$$\begin{cases} N \cdot \cos\alpha - F_{тр} \cdot \sin\alpha - P = 0 \\ F - F_{тр} \cdot \cos\alpha - N \cdot \sin\alpha = 0 \end{cases} \tag{1.3}$$

В случае, изображенном на рисунке 1.20в, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} N - F \cdot \sin\alpha - P \cdot \cos\alpha = 0 \\ F_{тр} + P \cdot \sin\alpha - F \cdot \cos\alpha = 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

Рисунок 1.20а

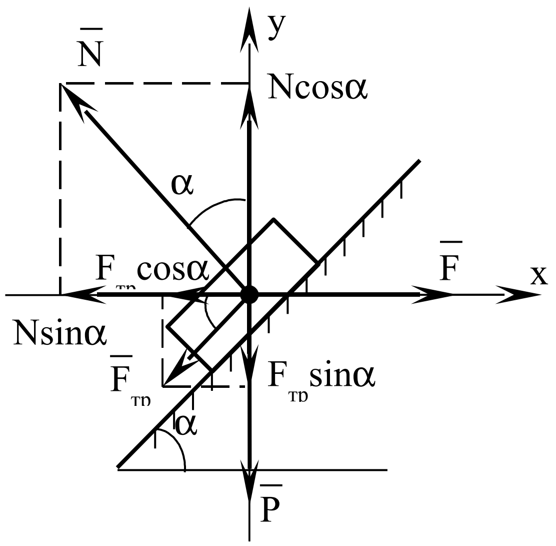


Рисунок 1.20б

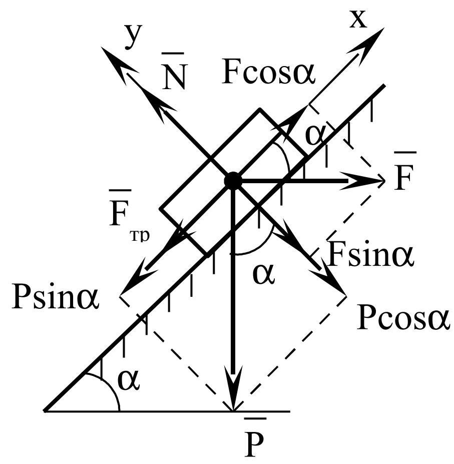


Рисунок 1.20в

Системы (1.3) и (1.4) различны, но они приводят, как нетрудно убедиться, к одинаковым результатам.

Предположим, что в задаче требуется найти силу F, обеспечивающую равномерное движение тела по наклонной плоскости вверх. Известно, что

$$\boxed{F_{тр} = к \cdot N} \tag{1.5}$$

Подставляем (1.5) в (1.3), получим:

$$\boxed{\begin{cases} N(\cos\alpha - k \cdot \sin\alpha) - P = 0 \\ F - N(k \cdot \cos\alpha - \sin\alpha) = 0 \end{cases}}$$

Из первого уравнения находим $N = P(\cos\alpha - k \cdot \sin\alpha)^{-1}$.

Подставляя этот результат во второе уравнение, получим ответ:

$$\boxed{F = P\frac{k \cdot \cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha - k \cdot \sin\alpha}}$$

Такой же точно ответ получается из уравнения (1.4), в чем нетрудно убедиться самостоятельно.

б) **Тело движется ускоренно**.

Когда тело движется ускоренно, выбор направлений разложения сил зависит от направления ускорений тела. Следует разлагать силы на направления вдоль ускорения и перпендикулярно к нему. При этом алгебраическая сумма составляющих сил на направление, перпендикулярное к ускорению, приравнивается **нулю**, а алгебраическая сумма составляющих сил на направление вдоль ускорения, согласно II закону Ньютона, равна произведению массы тела на ускорение **ma.**

Обратимся к рисунку 1.20 в, полагая теперь, что тело движется по наклонной плоскости с **ускорением** вверх. При этом вместо системы (1.4) будем иметь следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} N - P\cdot\cos\alpha - F\cdot\sin\alpha = 0 \\ F\cdot\cos\alpha - F_{тр} - P\cdot\sin\alpha = ma = \dfrac{P}{g}\cdot a \end{cases}$$

Определим ускорение **a** тела: $a = \dfrac{g[F\cdot\cos\alpha - (P\cdot\cos\alpha + F\cdot\sin\alpha)k - P\cdot\sin\alpha]}{P}$

1.2.6 Механическая система. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия.

Совокупность материальных точек или тел, рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называется **внутренними ( ).** Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними** ( ). Механическая система тел, на которые не действуют внешние силы, называется **замкнутой** или **изолированной.**

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны $m_1, m_2 \ldots m_n$ и $v_1, v_2 \ldots v_n$. Пусть $F'_1, F'_2, \ldots, F'_n$ – равнодействующие **внутренних** сил, действующих на каждое из этих тел. $F_1, F_2, \ldots, F_n$ – равнодействующие **внешних** сил. Запишем II закон Ньютона для каждого из n тел механической системы:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d}{dt}(m_1\overline{v}_1) = \overline{F'_1} + \overline{F}_1 \\ \dfrac{d}{dt}(m_2\overline{v}_2) = \overline{F'_2} + \overline{F}_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{d}{dt}(m_n\overline{v}_n) = \overline{F'_n} + \overline{F}_n \end{array}\right\}$$

Складывая почленно эти уравнения, получим:

$$\frac{d}{dt}(m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2 + \ldots + m_n\overline{v}_n) = \overline{F'_1} + \overline{F'_2} + \ldots + \overline{F'_n} + \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \ldots + \overline{F}_n.$$

Геометрическая сумма внутренних сил механической системы по III закону равна нулю, т. к. эти силы равны по величине и противоположно направлены. Поэтому

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots + m_n\bar{v}_n) = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n}$$ или

$$\boxed{\frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n,}$$

где $\boxed{\bar{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i\bar{v}_i}$ - импульс всей системы.

Таким образом, производная по времени от импульса всей механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему. Другими словами, полный импульс незамкнутой системы изменяется только под действием внешних сил. В случае отсутствия внешних сил (замкнутая система):

$$\boxed{\frac{d\bar{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}(m_i\bar{v}_i) = 0,}$$ т. е.

$$\boxed{\bar{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i\bar{v}_i = const}$$

Это выражение является **законом сохранения импульса для замкнутой системы:** импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Пример 1. Граната, летевшая со скоростью v = 15 м /с, разорвалась на две части с массами m_1 = 6 кг и m_2 = 14 кг. Скорость большого осколка v_2 = 24 м /с направлена также, как и скорость гранаты до взрыва. Найти направление и абсолютную величину скорости меньшего осколка.

***Решение*:** За время разрыва гранаты ее импульс меняется из-за действия силы тяжести незначительно, т. к. изменение импульса гранаты равно FΔt (F – сила тяжести), а время Δt разрыва очень мало. Поэтому гранату и ее осколки во время разрыва можно считать изолированной системой. На основании закона сохранения импульса $\boxed{(m_1 + m_2)\bar{v} = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2}$. Т. к. направления векторов скоростей $\boxed{}$ и $\boxed{}$ совпадают, то вектор скорости $\boxed{}$ будет иметь либо то же направление, либо противоположное ему. Совместим с этим направлением ось координат, принимая направление векторов $\boxed{}$ и $\boxed{}$ за положительное направление оси. В проекциях на ось ох получим уравнение: $\boxed{(m_1 + m_2)v = m_1v_1 + m_2v_2.}$ Отсюда

$$\boxed{v_1 = \frac{(m_1 + m_2)v - m_2v_2}{m_1} = \frac{(6+14)\cdot 15 - 14\cdot 24}{6} = -6} \text{ м /с}$$

Знак «–» указывает, что вектор скорости $\boxed{}$ направлен в сторону, противоположную направлению полета гранаты.

Ответ: v_1 = - 6 м/с.

Реактивное движение возникает, когда от тела отделяется и движется с некоторой скоростью какая-то его часть.

Первоначально система покоится, т.е. ее полный импульс равен нулю. Когда из системы начинает выбрасываться с некоторой скоростью часть ее массы, то, так как полный импульс замкнутой системы по закону сохранения импульса должен оставаться неизменным, система получает скорость, направленную в противоположную сторону. Действительно, т.к. $m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 = 0,$ то $m_1\bar{v}_1 = -m_2\bar{v}_2,$ т.е. $v_2 = -v_1\frac{m_1}{m_2}$. Из этой формулы следует, что скорость $\bar{v}_2$, получаемая системой с массой m_2, зависит от выброшенной массы m_1 и скорости $\bar{v}_1$ ее выбрасывания.

Тепловой двигатель, в котором сила тяги, возникающая за счет реакции струи вылетающих раскаленных газов, приложена непосредственно к его корпусу, называют **реактивным.**

Т.к. система начала двигаться, т.е. изменилась ее скорость, то это означает, что на нее при отделении части массы, действовала сила. Эту силу называют **реактивной**, ее можно найти из равенства: $m_2v_2 = Ft,$ откуда $F = \frac{m_2v_2}{t} = -\frac{m_1v_1}{t}$. Реактивная сила направлена в сторону движения системы и противоположно отделившейся массы.

Пример 2. В ракете общей массы 600 г содержится 350 г взрывчатого вещества. На какую высоту поднимется ракета, если выход газов произойдет со скоростью 300 м/с мгновенно? Сопротивление воздуха уменьшает в 6 раз рассчитанную высоту подъема.

Решение: Рассмотрим движение ракеты без учета сопротивления воздуха. Тогда систему «ракета – взрывчатое вещество» можно считать замкнутой и применить закон сохранения импульса: $m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 = m_1\bar{v}_1' + m_2\bar{v}_2'.$

Т.к. до сгорания вещества ракета покоилась, начальный импульс системы был равен нулю: $0 = m_1\bar{v}_1' + m_2\bar{v}_2'$, где $m_1 = M - m_2$ – масса ракеты, тогда $v_1' = \frac{m_2v_2'}{M - m_2}.$ Высоту подъема можно определить по формуле перемещения для равноускоренного движения: $h = \frac{v_1^2}{2g}$ - высота подъема ракеты теоретическая, без учета сопротивления воздуха. Тогда ракета практически достигнет высоты: $h = \frac{v_1^2}{2g\cdot 6} = \frac{(m_2v_2')^2}{(M - m_2)^2\cdot 12g} = \frac{35^2\cdot 16^4\cdot 3^2\cdot 10^4}{(0{,}6 - 0{,}35)^2\cdot 12\cdot 9{,}8} \approx 1470$ м $\approx$ 1,5 км.

Ответ: h = 1470 м.

Пример 3. Человек держит шланг, из которого в стенку бьет струя воды и стекает по ней (рисунок 1.21). Скорость истечения воды v_1 = 10 м/с, диаметр шланга d = 20 мм. Считая струю горизонтальной, определить силу, с которой вода давит на стену, и силу, необходимую для удержания шланга.

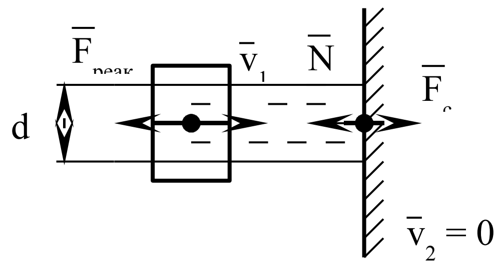


Рисунок 1.21

Решение: Сила давления на стену равна по модулю силе реакции стены на воду: $|\bar{N}| = |\bar{F}_c|$. Т.к. скорость истечения постоянна, то согласно закону сохранения импульса: $\bar{N}\Delta t = \Delta p = m\bar{v}_2 - m\bar{v}_1$. Поскольку $\bar{v}_2 = 0$, то в проекции на ось x имеем: $-mv_1 = N\Delta t$, но $F_c = -N$ по III закону Ньютона, откуда $mv_1 = F_c\Delta t$, где m – масса воды, ударяющая о стенку за время Δt со скоростью Выражая массу через плотность $\rho_в$ и объем $V = \frac{\pi d^2}{4}$ находим $m = \rho_в \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_1 \Delta t$. Отсюда

$$F_c = \frac{mv_1}{\Delta t} = \frac{\rho_в \pi d^2 \cdot v_1 \cdot \Delta t \cdot v_1}{4 \cdot \Delta t} = \rho_в \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_1^2 = \frac{10^3 \pi (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10^2}{4} = 31{,}4$$

Н. Сила, необходимая для удержания шланга, равна по модулю реактивной силе $\bar{F}_{реак}$.

Применительно к данному случаю имеем: $\bar{F}_{реак} = -\frac{mv_1}{\Delta t} = -\rho_в \frac{\pi d^2}{4} v_1^2 = 31{,}4$ Н.

Таким образом, установлено, $\bar{F}_{реак} = -\bar{F}_c$. Это согласуется с III законом Ньютона. Данный пример интересен тем, что взаимодействие шланга и стены осуществляется не через какое-либо промежуточное неподвижное тело, а через текущую воду.

Ответ: F_c = 31,4 Н.

1.2.7 Работа. Мощность. КПД

Если действующая на тело сила вызывает его перемещение S, то действие этой силы характеризуется величиной, называемой механической работой или просто работой. **Работой** называют скалярную величину, равную произведению силы на перемещение и на косинус угла между ними:

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Так определяется работа постоянной силы F, действующей на тело, движущееся поступательно и прямолинейно. В общем случае тело может двигаться произвольно, достаточно сложным образом, а сила $\boxed{\;}$ изменяется как по модулю, так и по направлению. Поэтому пользоваться данной формулой в этом случае нельзя. Однако, если рассмотреть **элементарное перемещение** $\boxed{\;}$, то силу $\boxed{\;}$ можно считать постоянной, а движение точки ее приложения – прямолинейным (рисунок 1.22). **Элементарной работой силы** $\boxed{\;}$ на перемещение $\boxed{\;}$ называется скалярная величина $\boxed{dA = \bar{F}\cdot d\bar{r} = F\cdot\cos\alpha\cdot dS = F_S\cdot dS}$, где α – угол между векторами $\boxed{\;}$ и $\boxed{\;}$; $\boxed{dS = |d\bar{r}|}$ – элементарный путь; F_S – проекция вектора $\boxed{\;}$ на $\boxed{\;}$. Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Для бесконечно малых dS сумма превращается в определенный интеграл от $F_S dS$ в пределах от точки 1 до точки 2. Знак интегрирования можно понимать как видоизмененный знак суммы.

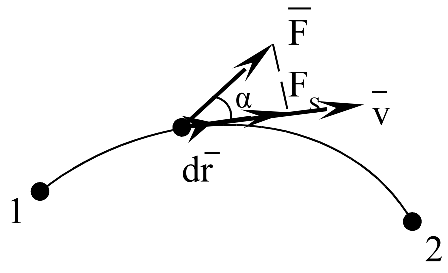


Рисунок 1.22

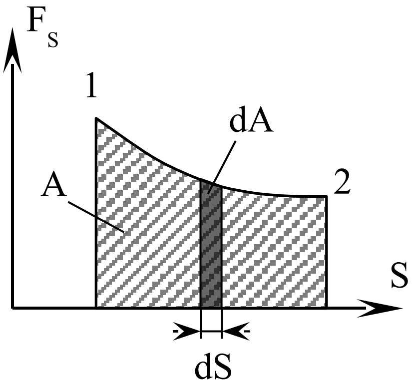


Рисунок 1.23

$$\boxed{A = \int_1^2 F\cos\alpha\, dS = \int_1^2 F_S dS}$$

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость F_S от S вдоль траектории 1–2. Пусть зависимость представлена графически, тогда искомая работа A определяется на графике площадью заштрихованной фигуры (рисунок 1.23). Единица работы **– Джоуль**: 1Дж – работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м. (1Дж = 1 Н·м).

Пример 1. На тело массой 10 кг, движущееся по горизонтальной плоскости, действует сила F = 100 Н под углом α = 30°. Определить работы всех сил, действующих на тело, а также их суммарную работу при перемещении тела вдоль плоскости на S = 10 м. Коэффициент трения между телом и плоскостью k = 0,1.

Решение: На рисунке 1.24 показаны силы, действующие на тело: сила тяжести $\boxed{\bar{F}_т = m\bar{g}}$, сила $\boxed{\;}$, сила нормальной реакции $\boxed{\;}$, сила трения $\boxed{F_{тр} = kN}$. Выберем систему координат, как показано на рисунке. Работа силы $\boxed{\;}$ при перемещении тела на S равна $\boxed{A_F = F\cdot S\cdot\cos\alpha}$.

Работа силы трения $\boxed{A_{тр} = F_{тр} \cdot S \cdot \cos\alpha_1}$,где $\alpha_1 = 180°$ – угол между направлением силы трения и перемещением. Следовательно, $\boxed{A_{тр} = -F_{тр} \cdot S = -kNS}$. Силу N определяем из рассмотрения проекций сил на ось у: $\boxed{N + F\sin\alpha - mg = 0}$; $\boxed{N = mg - F\sin\alpha}$ и окончательно $\boxed{A_{тр} = -k(mg - F\sin\alpha)S}$.

Работа силы нормальной реакции есть $\boxed{A_N = N \cdot S \cdot \cos\alpha_2}$, где $\alpha_2 = 90°$ – угол между N и S, таким образом, $A_N = 0$.

Работа силы тяжести $\boxed{A_т = mg \cdot S \cdot \cos\alpha_3}$, где $\alpha_3 = -90°$, откуда $A_т = 0$.

Суммарная работа A всех сил, действующих на тело, равна:

$$\boxed{A = A_F + A_{тр} + A_N + A_т = A_F + A_{тр} = [F \cdot \cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha)]S =}$$

$$= \left[100 \cdot \sqrt{3/2} - 0{,}1(10 \cdot 9{,}8 - 100 \cdot 0{,}5)\right] \cdot 10 = 815 \text{ Дж.}$$

Ответ: A = 815 Дж.

Чтобы охарактеризовать скорость и быстроту совершения работы, вводят понятие **мощности**

$$\boxed{N = \frac{dA}{dt} = \frac{\overline{F} \cdot d\overline{r}}{dt} = \overline{F} \cdot \overline{v}}.$$

Мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.

Единица мощности – **ватт** (Вт): 1 Вт – мощность, при которой за время 1с совершается работа в 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

Совершение работы механизмами и машинами связано с неизбежными потерями части их энергии на преодоление сил сопротивления движению, сил трения и т.д. Поэтому для характеристики машин как преобразователей энергии введен коэффициент полезного действия (сокращенно КПД).

Коэффициентом полезного действия η называют величину, равную отношению полезной работы $A_п$, совершенной машиной ко всей затраченной (полной) работе $A_з$, т.е.

$$\boxed{\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%}.$$

Поскольку A = N t, то η можно определить как отношение полезной мощности $N_п$ ко всей затраченной (полной) мощности $N_з$, т.е.

$$\boxed{\eta = \frac{N_п}{N_з} \cdot 100\%}.$$

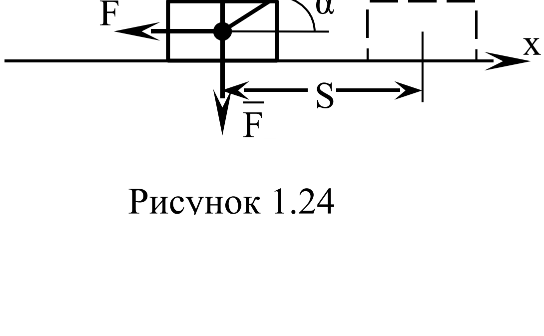


Рисунок 1.24

1.2.8 Кинетическая и потенциальная энергии системы. Закон сохранения механической энергии

Кинетическая энергия механической системы – это энергия движения этой системы. Сила $\boxed{\;}$, действующая на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, работа dA силы $\boxed{\;}$ на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до $\boxed{\;}$, идет на увеличение кинетической энергии dT тела, т.е. $\boxed{dA = dT}$. По II закону Ньютона имеем $\boxed{\overline{F} = m\frac{d\overline{v}}{dt}}$, умножим на dr, получим $\boxed{F \cdot dr = m\frac{d\overline{v}}{dt} \cdot d\overline{r} = dA}$, т.к. $\boxed{\overline{v} = \frac{d\overline{r}}{dt}}$, то

$$\boxed{dA = m\overline{v} \cdot d\overline{v} = mv \cdot dv = dT \;\Rightarrow\; T = \int_0^v mvdv = m\int_0^v v \cdot dv = m\left[\frac{1}{2}v^2\right]_0^v =}$$

$\boxed{= \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{mv^2}{2}}$. Т.е. тело массой m, движущееся со скоростью v, обладает кинетической энергией

$$\boxed{T = \frac{mv^2}{2}}$$

Из формулы видно, что T зависит только от m и v, т.е. кинетическая энергия T системы есть функция состояния ее движения.

Потенциальная энергия – это энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил или поля гравитационных сил), и характеризуется тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются **потенциальными**, а силы, действующие в них – **консервативными**. Если же работа A, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то сила называется **диссипативной** (пример – сила трения).

Тело, находясь в потенциальном поле сил обладает потенциальной энергией П. Потенциальную энергию можно представить себе как энергию, запасенную для дальнейшего использования. Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком «–», т.к. работа A совершается за счет **убыли** потенциальной энергии: $\boxed{dA = -d\Pi}$ или $\boxed{\overline{F} \cdot d\overline{r} = -d\Pi}$, откуда

$$\boxed{\Pi = -\int \overline{F} \cdot d\overline{r} + C},$$

где C – постоянная интегрирования, т.е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Конкретный вид функции П зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой m, поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна:

$$\boxed{П = F_{тяж} \cdot h = mgh},$$

где h – высота, отсчитывается от нулевого уровня, для которого $П_0 = 0$. Выражение вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия П равна работе А силы тяжести при падении тела с высоты h на поверхность Земли.

Найдем П упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации : $\boxed{F_{упр} = -kx}$, где k – коэффициент упругости (для пружины – жесткость); знак «–» указывает, что сила упругости направлена в сторону, противоположную деформации x. По III закону Ньютона деформирующая сила F_x равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена, т.е. $\boxed{F_x = -F_{упр} = kx}$.Элементарная работа dA, совершаемая силой F_x при бесконечно малой деформации dx равна $\boxed{dA = F_x \cdot dx = kxdx}$, а полная работа $\boxed{A = \int_0^x kx\,dx = k\int_0^x x\,dx = \frac{kx^2}{2}}$ идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела:

$$\boxed{П = \frac{kx^2}{2}}.$$

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Полная механическая энергия системы – энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = T + П,$$

т.е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

Рассмотрим систему материальных точек массами m_1, $m_2 \ldots m_n$, движущихся со скоростями , ... Пусть , ... **– равнодействующие внутренних консервативных сил**, действующих на каждую из этих точек, , ... – **равнодействующие внешних сил**, которые также будем считать **консервативными**. Кроме того будем считать, что на материальные точки действуют еще и **внешние неконсервативные силы** , ...Уравнения II закона Ньютона для этих точек следующие:

$$\boxed{m_1 \frac{d\bar{v}_1}{dt} = \bar{F}_1' + \bar{F}_1 + \bar{f}_1}$$

$$\boxed{m_2 \frac{d\bar{v}_2}{dt} = \bar{F}_2' + \bar{F}_2 + \bar{f}_2}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$m_n \frac{d\bar{v}_n}{dt} = \bar{F}'_n + \bar{F}_n + f_n$$

Двигаясь под действием сил, точки системы за интервал времени dt совершают перемещения, соответственно равные $d\bar{r}_1$, $d\bar{r}_2$… $d\bar{r}_n$.

Умножим каждое из уравнений скалярно на dr и учитывая, что $d\bar{r}_i = \bar{v}_i \cdot dt$, получим

$$\left.\begin{aligned} &m_1(\bar{v}_1 \cdot d\bar{v}_1) - (\bar{F}'_1 + \bar{F}_1)d\bar{r}_1 = \bar{f}_1 \cdot d\bar{r}_1 \\ &m_2(\bar{v}_2 \cdot d\bar{v}_2) - (\bar{F}'_2 + \bar{F}_2)d\bar{r}_2 = \bar{f}_2 \cdot d\bar{r}_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &m_n(\bar{v}_n \cdot d\bar{v}_n) - (\bar{F}'_n + \bar{F}_n)d\bar{r}_n = \bar{f}_n d\bar{r}_n \end{aligned}\right\}$$

Сложив эти уравнения, получим

$$\sum_{i=1}^{n} m_i(\bar{v}_i \cdot d\bar{v}_i) - \sum_{i=1}^{n} (\bar{F}'_i + \bar{F}_i)d\bar{r}_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{f}_i d\bar{r}_i$$

Первый член этого равенства $\sum_{i=1}^{n} m_i(\bar{v}_i d\bar{v}_i) = \sum d(\frac{m_i \bar{v}^2}{2}) = dT$,

где dT – приращение кинетической энергии системы.

Второй член $\sum_{i=1}^{n} (\bar{F}'_i + \bar{F}_i)d\bar{r}_i$ равен элементарной работе внутренних и внешних консервативных сил, взятой со знаком «–», т.е. равен элементарному приращению потенциальной энергии dП системы. Правая часть равенства задает элементарную работу неконсервативных сил, действующих на систему. Таким образом, имеем:

$$d(T + \Pi) = dA$$

При переходе системы из состояния 1 в какое-либо состояние 2

$$\int_1^2 d(T + \Pi) = A_{12},$$

т.е. изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами. Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то $d(T + \Pi) = 0$, откуда $T + \Pi = const$, т.е. полная механическая энергия системы сохраняется постоянной. Выражение

$$T + П = E = const$$

представляет собой **закон сохранения механической энергии:** в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы, называются **консервативными системами**.

Закон сохранения механической энергии можно сформулировать и так: в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется. Закон сохранения механической энергии связан с однородностью времени: не меняется со временем.

Существует еще один вид систем **– диссипативные системы**, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название диссипации (рассеяния) энергии. Строго говоря, все системы в природе являются диссипативными. В диссипативных системах закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество другого вида. Таким образом, **энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой**. В этом и заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии – сущность неуничтожимости материи и ее движения.

Пример 1. Груз массой m = 1 кг, падая с высоты H = 120 м, углубляется в песчаный грунт на глубину h = 0,2 м. Определить силу сопротивления грунта, если начальная скорость падения груза v = 14 м/с. Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения, силу сопротивления грунта считать постоянными (рисунок 1.25).

Дано:

m = 1кг

H = 120 м

h = 0,2 м

v_0 = 14 м/с

F_c = ?

Решение:

На груз действует сила тяжести $m\bar{g}$ (консервативная) и сила сопротивления груза (неконсервативная) на последнем участке пути, т.е. $A_{F_c} = E_{II} - E_I$.

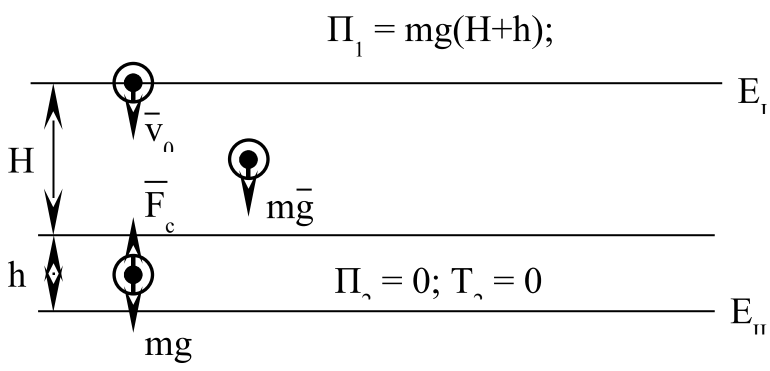


Рисунок 1.25

$F_c \cdot h \cdot \cos180° = 0 - \left[\frac{mv_0^2}{2} + mg(H+h)\right]$, откуда $F_c = \frac{mv_0^2 + 2mg(H+h)}{2h} = 6500$ Н.

Ответ: $F_c = 6500$ Н.

1.2.9 Применение законов сохранения к столкновению упругих и неупругих тел

Рассмотрим подробно применение законов сохранения энергии и импульса при решении задач на удар.

Удар (или соударение) – это столкновение 2-ух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

При ударе в телах возникают столь значительные внутренние силы, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет рассматривать соударяющиеся тела как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения.

Тела во время удара претерпевают деформацию. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время частично или полностью преобразуется в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел.

Во время удара имеет место перераспределение энергии между соударяющимися телами. Рассмотрим два предельных вида соударения – абсолютно-упругий и неупругий удар.

Абсолютно упругим ударом называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется. Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую и тела разлетаются со скоростями, определяемыми двумя условиями – сохранением суммарной энергии и суммарного импульса тел.

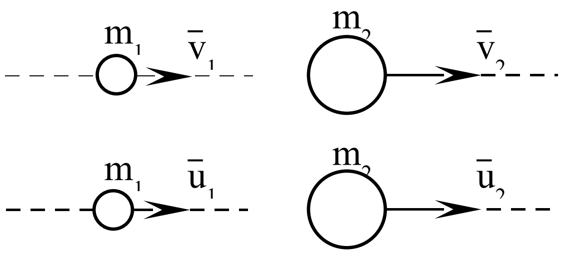


Рисунок 1.26

Мы ограничимся рассмотрением центрального удара двух однородных шаров. Удар называется **центральным,** если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Обозначим массы шаров m_1 и m_2, скорости шаров до удара v_1 и v_2, скорости после удара u_1 и u_2.

Начнем с абсолютно упругого удара. При прямом центральном ударе векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой линии, соединяющей их центры. Проекции этих векторов на линию равны модулям скорости. Их направление учтем знаками: положительное значение припишем движению вправо, отрицательное – движению влево (рисунок 1.26).

Напишем уравнения сохранения импульса и энергии:

$$\boxed{m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2} \qquad (1.6)$$

$$\boxed{\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}} \qquad (1.7)$$

Преобразуем эти уравнения следующим образом:

$$\boxed{m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2)} \qquad (1.8)$$

$$\boxed{m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2)} \qquad (1.9)$$

Разделив (1.9) на (1.8), получим: $\boxed{v_1 + u_1 = u_2 + v_2}$ (1.10)

Выразим скорость первого шара после удара u_1 из уравнения (1.10) и подставим в уравнение (1.9):

$$\boxed{m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_1v_2 - m_1v_1 + m_2u_2} \qquad (1.11)$$

Из уравнения (1.11) получаем выражение для u_2 и, подставляя его в (1.10), - выражение для u_1:

$$\boxed{u_1 = \frac{2m_2v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}} \qquad (1.12)$$

$$\boxed{u_2 = \frac{2m_1v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}} \qquad (1.13)$$

Абсолютно неупругим ударом называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает, кинетическая энергия тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию; после удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) либо покоятся. При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса, закон же сохранения механической энергии не соблюдается – механическая энергия частично или полностью переходит во внутреннюю.

При абсолютно неупругом ударе тела объединяются и движутся с одной скоростью. Примером может служить удар двух шаров из пластилина.

Закон сохранения импульса требует, чтобы суммарный импульс шаров после удара был таким же, как до удара:

$$\boxed{m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u} \qquad (1.14)$$

При неупругом ударе механическая энергия системы уменьшается. Действительно, если T_1 и T_2 – кинетические энергии шаров до удара, то убыль энергии:

$$\boxed{\Delta E = T_2 - T_1,}$$

где $T_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$, а $T_1 = \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2}$,

выражая u из (1.14) ,получим:

$$\Delta E = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} < 0$$

Уменьшение механической энергии системы двух шаров сопровождается возрастанием внутренней энергии системы, т.е. ее нагревом.

Закон сохранения полной энергии для абсолютно неупругого удара имеет вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + Q \qquad (1.15)$$

Система уравнений (1.14) и (1.15) позволяют полностью описать абсолютно неупругий удар.

Пример 1. Горизонтально летящая со скоростью v = 500 м /с пуля массой m = 9 г попадает в ящик с песком массой M = 15 кг и застревает в нем. Ящик стоит на колесиках на полу и связан со стеной пружиной жесткости k = 100 Н/м. Определить максимальное смещение ящика от положения равновесия (рисунок 1.27).

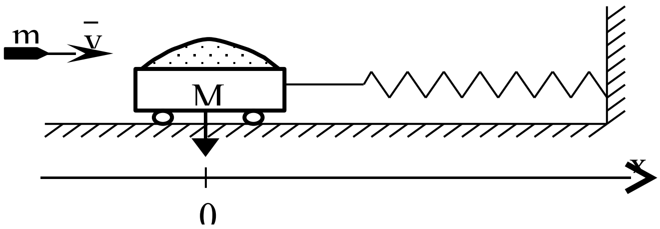


Рисунок 1.27

Дано: v = 500 м/с; m = $9 \cdot 10^{-3}$ кг; M = 15 кг; k = 100 Н/м; x_{max} – ?

Решение: Поскольку скорость пули велика, то за время движения пули в песке ящик не успевает сколько-нибудь заметно сместиться, а значит и деформировать пружину. Это позволяет считать систему «ящик – пуля» в момент удара замкнутой. По закону сохранения импульса имеем: $m\bar{v} = (m + M)\bar{v}'$ или на оси ox: $mv = (m + M)v'$. Тогда $v' = \dfrac{mv}{m + M}$. В результате ящик начинает двигаться в положительном направлении оси ox, сжимая пружину. К моменту остановки ящика пружина будет максимально сжата, и вся кинетическая энергия ящика (но не пули до удара) перейдет в потенциальную энергию сжатой пружины: $\dfrac{M + m}{2} \cdot \left(\dfrac{mv}{m + M} \right)^2 = \dfrac{k\Delta x^2}{2}$, откуда

$$x_{max} = \Delta x = v\sqrt{\frac{m^2}{(m + M) \cdot k}} = 500\sqrt{\frac{(9 \cdot 10^{-3})^2}{(9 \cdot 10^{-3} + 15) \cdot 100}} = 0{,}116 \text{ м.}$$

1.2.10 Основные динамические характеристики: момент инерции и момент сил. Связь между ними (уравнение динамики вращательного движения твердого тела)

Динамическими характеристиками вращающегося твердого тела являются момент инерции и момент сил. **Моментом инерции материальной точки** относительно оси вращения называется физическая величина, равная произведению массы этой точки на квадрат расстояния от точки до оси вращения

$$\boxed{I = mr^2}$$

(рисунок 1.28**).** Момент инерции твердого тела – величина аддитивная. Это означает, что момент инерции нескольких тел, вместе взятых равен сумме моментов инерции каждого из тел. Основываясь на этом, строится теоретический способ вычисления момента инерции твердого тела произвольной формы. Тело мысленно расчленяется на мелкие части, каждая из которых заменяется материальной точкой, вычисляется момент инерции каждой точки, после чего находится сумма.

Таким образом, **моментом инерции тела** относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек на квадраты их расстояний до оси:

$$\boxed{I_т = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2},$$

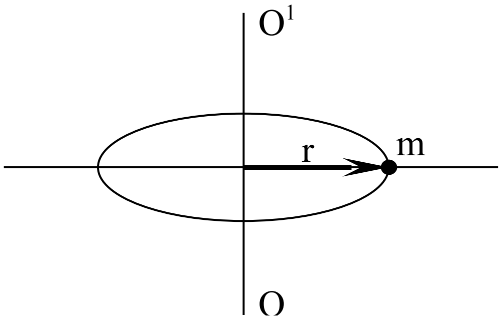


Рисунок 1.28

отсюда видно, что I зависит не только от m, но и от распределения массы тела около оси. Чем дальше отстоят отдельные части тела от оси вращения, тем больше I, тем труднее раскрутить тело. В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу, где интегрирование производится по всему объему тела.

$$\boxed{I = \int_V r^2 dm}$$

Производя интегрирование, можно получить следующие формулы:

1) момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$\boxed{I = \frac{1}{2} mR^2},$$

где R – радиус цилиндра и m – его масса;

2) момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра

$$\boxed{I = m\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}}$$

для тонкостенного полого цилиндра $R_1 \cong R_2 = R$

$$\boxed{I \cong mR^2};$$

3) момент инерции однородного шара радиуса R относительно оси, проходящей через его центр:

$$\boxed{I = \frac{2}{5}mR^2};$$

4) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно его длине L,

$$\boxed{I = \frac{1}{12}mL^2}$$

Если для какого-либо тела известен момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через его центр тяжести, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера

$$\boxed{I = I_0 + md^2},$$

где m – масса тела и d – расстояние от центра тяжести тела до оси вращения.

Таким образом, момент инерции I тела количественно характеризует инертность тела при вращательном движении, т.е. способность тела препятствовать вращению вокруг оси.

В физике вводятся два момента силы: момент силы **относительно полюса M_0** и **момент силы относительно оси M_Z**. Точка О, относительно которой определяется момент силы, называется полюсом (рисунок 1.29).

Момент силы $\bar{M}_0$ относительно полюса – это векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\bar{r}$ на силу $\bar{F}$:

$$\boxed{\bar{M}_0 = \bar{r} \times \bar{F} = [\bar{r} \cdot \bar{F}]}$$

При векторном произведении двух векторов, третий вектор всегда перпендикулярен плоскости, в которой лежат эти два вектора (т.е. $\bar{r}$ и $\bar{F}$) и его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от к . Модуль момента сил равен произведению модулей умножаемых векторов на синус угла между ними:

$$\boxed{M_0 = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot h},$$

где $h = r \cdot \sin\alpha$ – плечо силы – кратчайшее расстояние между линией действия силы и полюсом О.

Момент силы относительно оси – это проекция на ось момента силы относительно полюса. Например, M_z – момент силы относительно оси z.

$$M_z = M_0 \cdot \cos\gamma$$

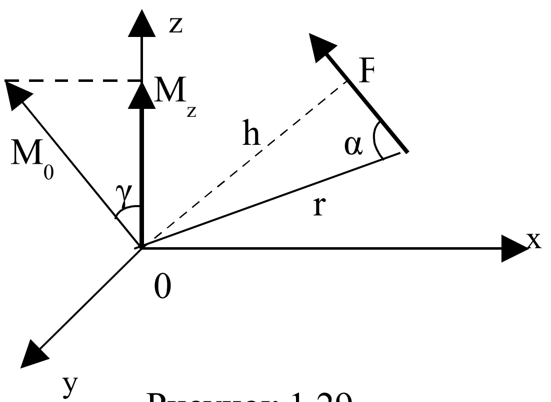


Рисунок 1.29

Момент силы относительно оси M_z и момент инерции I связаны соотношением:

$$\bar{M}_z = I \cdot \bar{\varepsilon}$$

Это уравнение называют **основным уравнением динамики вращательного движения твердого тела**. Если сравнить его со II законом Ньютона $\bar{F} = m\bar{a}$, то нетрудно видеть, что основное уравнение $\bar{M}_z = I \cdot \bar{\varepsilon}$ является вторым законом Ньютона для вращательного движения. Действительно, роль линейного ускорения играет угловое ускорение , силы – момент силы $\bar{M}_z$. Момент инерции I является мерой инертности тела при вращательном движении, точно так же, как масса, которая является мерой инертности при поступательном движении.

1.2.11 Работа и кинетическая энергия вращающегося тела

Определим теперь работу A, совершаемую моментом силы M при повороте тела на определенный угол Δφ вокруг неподвижной оси OO'. Пусть к точке A приложена сила , под действием которой точка A перемещается на дугу ΔS $\Delta S = r\Delta\varphi$ (рисунок 1.30):

$$A = F \cdot S = F \cdot r\Delta\varphi = M\Delta\varphi,$$

при повороте тела на конечный угол φ:

$$A = M\varphi$$

Определим кинетическую энергию T тела, вращающегося с угловой скоростью :

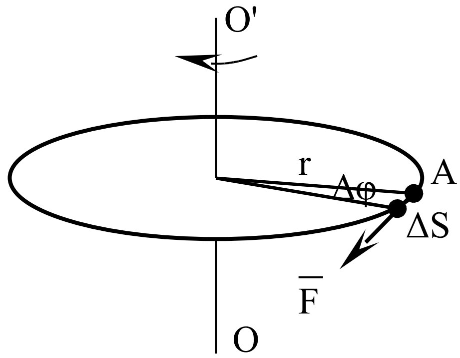


Рисунок 1.30

$$\Delta T = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2}.$$

Применим формулу, связывающую линейную и угловую $\overline{\omega}_i$ скорости: $v_i = \omega R_i$. Подставим значение в формулу кинетической энергии:

$$\Delta T = \frac{\Delta m_i(\omega R_i)^2}{2} = \frac{\Delta m_i R_i^2 \omega^2}{2}$$

Но $\Delta m_i R_i^2 = I$ – момент инерции материальной точки (каждого элемента тела). Поэтому

$$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i R_i^2 = \frac{\omega^2}{2} I$$

Таким образом, кинетическая энергия вращающегося тела:

$$T = \frac{I\omega^2}{2}$$

Если тело одновременно участвует во вращательном и поступательном движении (рисунок 1.31), то полная кинетическая энергия тела равна

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Пример 1. Найти относительную ошибку δ, которая получится при вычислении кинетической энергии T катящегося шара, если не учитывать вращение шара.

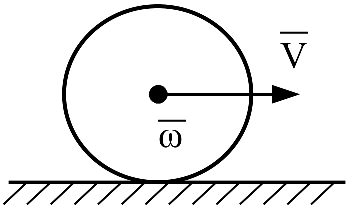


Рисунок 1.31

Решение: Кинетическая энергия шара с учетом вращения: $T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$; без учета вращения: $T' = \frac{mv^2}{2}$. Относительная ошибка $\delta = \frac{T - T'}{T'} = \frac{I\omega^2/2}{mv^2/2} = \frac{I\omega^2}{mv^2}$,

где $I = \frac{2}{5}mR^2$; $\omega = \frac{v}{R}$.

Отсюда $\delta = \frac{2mR^2v^2}{5R^2mv^2} = \frac{2}{5} = 40\%$

Ответ: $\delta = 40$ %

1.2.12 Момент импульса и закон его сохранения

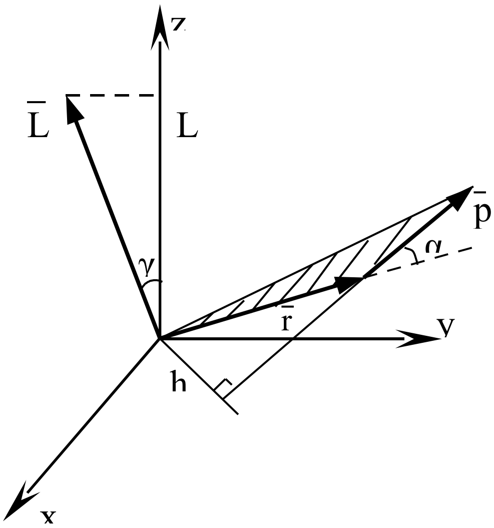
При сравнении законов вращательного и поступательного движений, просматривается аналогия между ними, только во вращательном движении вместо силы «выступает» ее момент, роль массы играет момент инерции. Какая же величина будет аналогом импульса тела? Ею является момент импульса тела относительно оси (рисунок 1.32). **Моментом импульса относительно полюса** называется вектор , определяемый векторным произведением:

$$\boxed{\overline{L}_0 = \overline{r}\times\overline{p} = [\overline{r}\cdot\overline{p}] = [\overline{r}\cdot m\overline{v}]}.$$

Направление определяется по правилу правого винта при вращении от к . Модуль вектора

$$\boxed{L = r\cdot p\cdot\sin\alpha = p\cdot h}$$

Соответственно, **момент импульса относительно оси** равен проекции момента импульса относительно полюса:



Рисунок

$$\boxed{L_z = L\cdot\cos\gamma}.$$

Закон сохранения момента импульса: Изменение момента импульса твердого тела $\boxed{\Delta L = \Delta(I\omega)}$ численно равно импульсу момента $M\Delta t$, приложенных к нему сил:

$$\boxed{\Delta L = \Delta(I\omega) = M\Delta t} \qquad (1.16)$$

Уравнение (1.16) можно записать в виде:

$$\boxed{\frac{dL}{dt} = M} \qquad (1.17)$$

Уравнение (1.17) – еще одна форма уравнения (закона) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси. В замкнутой системе момент внешних сил $\boxed{\overline{M} = 0}$ и

$$\boxed{\frac{d\overline{L}}{dt} = 0},$$

откуда

$$\boxed{\bar{L} = \text{const}} \tag{1.18}$$

Выражение (1.18) представляет собой **закон сохранения импульса**: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Пример 1. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается около вертикальной оси с частотой n = 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость v относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Дано: R = 1,5 м; m_1 = 180 кг; n_1 = 10 мин$^{-1}$ = 0,17 сек$^{-1}$; m_2 = 60 кг; V – ?

Решение: Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция L_z момента импульса системы платформа - человек остается постоянной:

$$L_z = J_z\omega = \text{const},$$

где J_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω - угловая скорость платформы. Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии $\boxed{J_z = J_1 + J_2}$, а в конечном состоянии $\boxed{J'_z = J'_1 + J'_2}$. С учетом этого

$$(J_1 + J_2)\omega = (J'_1 + J'_2)\omega',$$

где значения моментов инерции J_1 и J_2 платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы; [illegible] и [illegible] – к конечному. Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $J_1 = J'_1 = \frac{1}{2}m_1R^2$.

Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $\boxed{J'_2 = m_2R^2}$.

Подставим выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком $\boxed{\omega = 2\pi n}$ и конечной угловой скорости $\boxed{\omega' = v/R}$, где v – скорость человека относительно пола) получим:

$$\boxed{\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right)2\pi n = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)\frac{v}{R}}$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость:

$$\boxed{v = 2\pi n R m_1/(m_1 + 2m_2) = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}17 \cdot 1{,}5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1} \text{ м/с.}$$

Ответ: V = 1 м/с.

1.3 Основы гидромеханики

1.3.1 Основные понятия

В гидромеханике изучаются условия равновесия и движения так называемой **сплошной среды.** Хотя любое вещество, тело, среда состоят из молекул, и, следовательно, дискретны, в гидромеханике рассматриваются объекты таких размеров, при которых этой дискретностью можно пренебречь. До сих пор мы имели дело с сосредоточенными силами, т. е. силами, которые имеют определенную точку приложения. Мы предполагали, что все силы, действующие на тело, приложены к центру тяжести, хотя, очевидно, что сама сила тяжести является результирующей всех действующих на элементарные массы сил тяжести.

В гидродинамике в основном мы будем иметь дело только с **распределенными силами,** т. е. силами, которые действуют на каждый элемент площади выделенного объема жидкости и твердого тела (**поверхностные силы**) или каждую элементарную массу тела (**массовые силы**).

Заметим, что под жидкостью мы понимаем капельные жидкости, а также газы. Одним из основных понятий гидромеханики является **давление.** Выделим в жидкости некоторую поверхность. S - ее площадь, нормаль к которой n. В общем случае на нее может действовать сила F, направленная под углом к нормали α. Разложим эту силу на две составляющие: F_τ и F_n (касательную и нормальную к поверхности).

В случае покоящейся жидкости сколь угодно малая сила F_τ вызовет ее движение, т. е. в жидкостях отсутствует сила трения покоя. Поэтому при рассмотрении покоящейся жидкости (гидростатика) или **идеальной жидкости** (отсутствует трение, вязкость) касательная составляющая F_τ равна нулю; Следовательно, в этих случаях сила, действующая на выделенную поверхность, должна быть ей перпендикулярна. Это - сила давления.

Давление определяется отношением силы F_n к площади поверхности S на которую эта сила действует: $P = F_n /S$.

В СИ единицей давления является **паскаль** (Па): 1Па = 1Н /м^2. Через основные единицы СИ килограмм, метр и секунду паскаль выражается в ви - де [Па] = кг/м с^2.

Давление может изменяться при переходе от одной точки жидкости к другой и, следовательно, давление является функцией координат x, y, z - P(x, y, z). Для определения давления в заданной точке М берем элемент поверхности (ΔS - его площадь) и находим давление как предел отношения силы F к ΔS при стремлении ΔS к нулю:

$$P = \lim_{\Delta S \to 0} F_n / \Delta S,$$

причем M принадлежит ΔS.

1.3.2 Закон Паскаля

Твердые тела передают производимое на них извне давление по направлению действия силы, вызывающей это давление. Совсем иначе передают внешнее давление жидкости и газы. Паскаль установил, что неподвижная жидкость, находящаяся в замкнутом сосуде, передает производимое на нее внешнее давление по всем направлениям одинаково (т.е. без изменения).

Наблюдения показывают, что также передают внешнее давление и газы, находящиеся в закрытом сосуде. На каждую молекулу жидкости, находящуюся в поле тяготения Земли, действует сила тяжести. Под действием этих сил каждый слой жидкости давит на расположенные под ним слои. По закону Паскаля это давление передается жидкостью по всем направлениям одинаково. Следовательно, в жидкостях существует давление, обусловленное силой тяжести. Давление, оказываемое покоящейся жидкостью на любую соприкасающуюся с ней поверхность, называют **гидростатическим.**

Так, если в сосуд налита жидкость, то давление определится как сумма атмосферного давления $P_{атм}$ и давления столба жидкости P на дно сосуда, которое равно:

$$P = mg/S = \rho hSg/S = \rho gh,$$

где S - площадь основания сосуда, ρ - плотность жидкости.

Давление $P = \rho gh$ называется **гидростатическим давлением**. Итак,

$$P = P_{атм} + \rho gh$$

Атмосферное давление - это гидростатическое давление столба воздуха, которое равно давлению столбика ртути высотой $h_o = 760$ мм.

$$P_{атм} = \rho_{рт}\, h_o = 1{,}36 \cdot 10^4 кг/м^3 \cdot 9{,}81\ м/с^2 \cdot 0{,}76\ м = 1{,}013 \cdot 10^5\ Па.$$

Пример 1. Какую силу давления испытывает боковая стенка сосуда длиной 2 м, если ее угол наклона $\alpha = 30^0$, а высота столба воды в сосуде 10 м?

Дано: $P_{атм} \approx 10^5$ Па, l= 2м, h = 10м, $\alpha = 30^0$, $\rho = 10^3$ кг/м^3; F -?

Решение. Давление изменяется с высотой по линейному закону $P = P_{атм} + \rho gh$, поэтому для определения силы давления на стенку возьмем среднее давление: $P_{ср} = P_{атм} + \rho gh /2$. Сила давления на стенку сосуда: $F = P_{ср}S = (P_{атм} + pgh /2)l\ h /\cos\alpha$. Откуда: $F = 6 \cdot 10^6$ Н. Если перевернуть сосуд, то сила давления на стенку по величине не изменится, если высота воды останется прежней, т. е.

сила F также будет равна: $F = (P_{атм} + pgh/2)\ l\ h/\cos\alpha$. Обратим внимание на то, что направление силы давления всегда перпендикулярно стенке и в первом случае жидкость будет "давить" на стенки, а во втором их "поддерживать".

Ответ: $F = 6 \cdot 10^6$ Н.

Вследствие разности давлений на различных уровнях в жидкости на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила.

1.3.3 Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу того количества жидкости или газа, которое вытеснено погруженной частью тела.

Погрузим в жидкость цилиндр высотой h и площадью основания S. Давление на глубине h_1 равно:

$$P_1 = P_{атм} + pgh_1,$$

а на глубине h_2:

$$P_2 = P_{атм} + pgh_2.$$

Силы давления, действующие на основание цилиндра, равны:

$$F_1 = P_1S = (P_{атм} + pgh_1)S,$$

$$F_2 = P_2S = (P_{атм} + pgh_2)S$$

Суммарная сила давления на боковую поверхность в силу симметрии равна нулю. Отсюда результирующая сила давления, действующая на цилиндр, есть:

$$F = F_2 - F_1 = p\ g\ V$$

и равна весу вытесненной жидкости ($V = hS$ - объем вытесненной жидкости). Эта сила называется **выталкивающей силой $F_{выт}$**.

Обратим внимание на то, что выталкивающая сила равна весу вытесненной жидкости, а не силе тяжести. Если сосуд с жидкостью будет падать с ускорением свободного падения, то верхние слои жидкости не будут давить на нижние и $F_{выт}$ будет равна нулю. Если же, наоборот, сосуд поднимать вверх с ускорением a, то выталкивающая сила, действующая на рассматриваемый цилиндр, равна:

$$F_{выт} = pV(g + a)$$

Точка приложения выталкивающей силы не обязательно должна совпадать с центром масс тела. Выталкивающая сила приложена к телу в точке, совпадающей с центром масс объема вытесненной жидкости, эту точку называют

центром давления. Направления силы тяжести тела и выталкивающей силы, вообще говоря, не совпадают. Сумма моментов этих сил относительно любой оси вращения, перпендикулярной плоскости чертежа, не равна нулю. Так как в жидкостях нет силы трения покоя, то под действием этих моментов тело поворачивается в жидкости таким образом, чтобы силы были направлены вдоль одной прямой. Тогда суммарный момент сил станет равным нулю.

Равнодействующая выталкивающей силы и силы тяжести называется **подъемной силой**. Если плотность тела ρ больше плотности жидкости $\rho_ж$, то выталкивающая сила $F_{выт}$ меньше силы тяжести $F_т$ и тело тонет.

$$F_{выт} < F_т \quad (\rho_ж Vg < \rho Vg)$$

Если плотность тела равна плотности жидкости, то тело находится в состоянии безразличного равновесия:

$$F_{выт} = mg \qquad (\rho = \rho_ж)$$

Если же плотность тела меньше плотности жидкости, то выталкивающая сила больше силы тяжести:

$$F_{выт} > F_т \ (\rho_ж Vg > \rho Vg)$$

Для того чтобы тело удержать под водой, должна действовать **внешняя** сила. Тело может находиться в равновесии, если оно не полностью погружено в жидкость. Условие равновесия:

$$F_{выт} = F_т, \text{ т. е. } \rho_ж V_1 g = \rho Vg,$$

где V_1 - объем погруженной в жидкость части тела.

Тело находится в состоянии **устойчивого равновесия**, если центр тяжести лежит ниже точки приложения выталкивающей силы. При отклонении тела от положения равновесия момент сил, действующих на тело, стремится вернуть тело к положению равновесия.

Пример 1. Вес однородного тела в воде в три раза меньше, чем в воздухе. Чему равна плотность тела, если плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3?

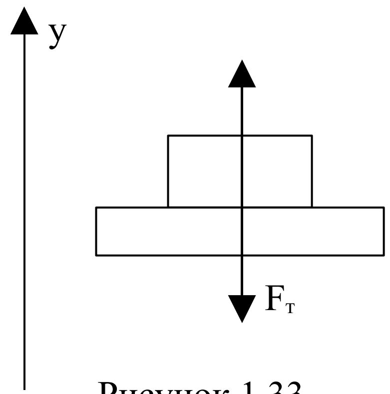


Рисунок 1.33

Дано: $P_1 = 3P_2$, $\rho_в = 1000$ кг /м^3; $\rho_т$ -?

Решение. Определим вес тела его давлением на опору.

В **воздухе** на тело действуют две силы: сила тяжести $F_т = mg$ и сила реакции опоры $N_1 = -P_1$ (выталкивающей силой в воздухе можно пренебречь). Запишем условие равновесия тела:

$$\mathbf{N}_1 + m\mathbf{g} = 0.$$

Уравнение в проекции на ось y имеет вид: $N_1 - mg = 0$,

$P_1 = N_1 = mg = \rho_т Vg$, где V - объем тела (рисунок 1.33).

В воде на тело действуют три силы: сила тяжести $F_т = mg$, сила реакции опоры $N_2 = - P_2$ и выталкивающая сила $F_{выт}$. Условие равновесия тела в воде: $\mathbf{N}_2 + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{выт} = 0$. Уравнение в проекции на ось y имеет вид $N_2 + F_{выт} - mg = 0$, откуда $F_{выт} = mg - N_2 = P_1 - P_2 = P_1 - P_1/3 = (2/3)P_1 = (2/3)\rho_т Vg$. Так как $F_{выт} = \rho_в Vg$, то $\rho_т = (3/2)\rho_т$, $\rho_т = 1500$кг/м^3.

Ответ: $\rho_т = 1500$кг/м^3.

1.3.4 Уравнение Бернулли

Рассмотрим один частный случай движущейся жидкости. Соотношение между скоростью течения и давлением описывается **уравнением Бернулли.** Сделаем ряд предположений:

1) жидкость идеальная, т. е. отсутствует трение (вязкость);
2) жидкость несжимаемая, т. е. плотность жидкости остается постоянной,
3) течение стационарное (скорость и давление не зависят от времени);

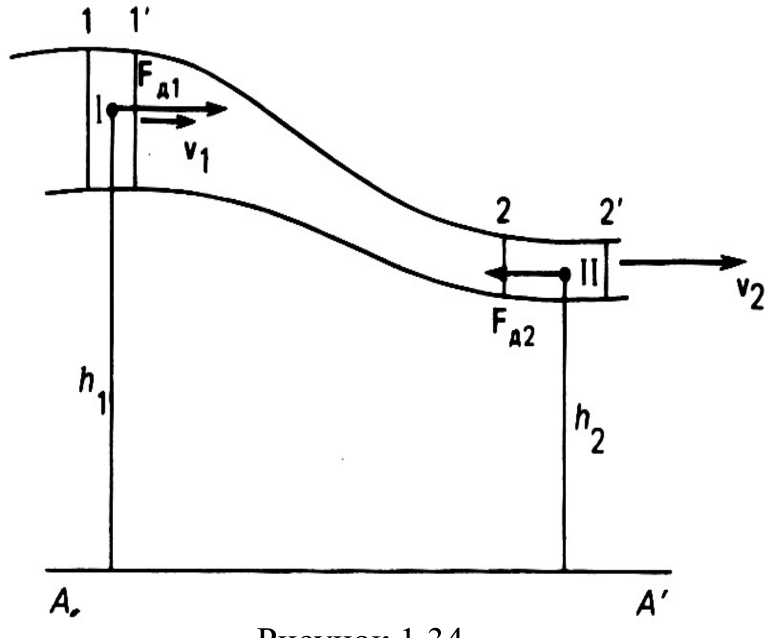


Рисунок 1.34

4) при своем движении различные слои жидкости не смешиваются, т. е. считаем, что жидкость состоит из набора несмешивающихся струй. Тогда выделим в жидкости некоторый объем между сечениями 1 и 2, при этом перетекание жидкости через боковую поверхность отсутствует (рисунок 1.34).

За промежуток времени Δt происходит перемещение выделенного объема и он будет находиться между сечениями 1'-2'. Тогда механическая энергия выделенного объема жидкости увеличится на энергию объема жидкости между сечениями 2 - 2', но уменьшится на энергию объема жидкости между сечениями 1

- 1', энергия же жидкости, заключенной между сечениями l' - 2, останется без изменений. Изменение энергии определяется формулами:

$\Delta E_{мех} = E_{мехII} - E_{мехI}$, , где: $E_{мехI} = m_I v_1^2 / 2 + m_I g h_1$, $E_{мех\ II} = m_{II} v_2^2/2 + m_{II} g h_2$,

где m_I и m_{II} - массы жидкости между сечениями 1 - l' и 2 - 2' соответственно,

$$m_I = \rho V_I = \rho S_1 v_1 \Delta t, \quad m_{II} = \rho V_{II} = \rho S_2 v_2 \Delta t,$$

v_1 и v_2 - скорость жидкости в сечениях 1 и 2, при этом считается, что скорость по сечению практически не изменяется, h_1 и h_2 - положение центров тяжести жидкостей между сечениями 1 - 1' и 2 - 2', S_1 и S_2 - площади сечений 1 и 2. Так как жидкость несжимаема, то количества жидкости, перетекающие через сечения 1 и 2 за один и тот же промежуток времени, должны быть равны, т. е.

$$\rho S_1 v_1 \Delta t = \rho S_2 v_2 \Delta t, \text{ или } v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

Тогда изменение механической энергии запишется в виде

$$\Delta E_{мех} = v_1 S_1 \Delta t (\rho v_1^2/2 + \rho g h_1 - \rho v_2^2/2 - \rho g h_2).$$

Изменение механической энергии равно алгебраической сумме работ сил, действующих на выделенный объем жидкости, в данном случае сил давления. Сила давления $F_{д1} = P_1 S$ совершает положительную работу, равную $A_1 = P_1 S_1 v_1 \Delta t$, сила давления $F_{д2} = P_2 S$ совершает отрицательную работу $A_2 = - P_2 S_2 v_2 \Delta t$. Итак:

$$\Delta E_{мех} = \sum A_i$$

или

$$v_1 S_1 \Delta t (\rho v_1^2/2 + \rho g h_1 - \rho v_2^2/2 - \rho g h_2) = (P_1 - P_2) S_1 v_1 \Delta t.$$

Окончательно

$$\rho v_1^2 /2 + \rho g h_1 + P_1 = \rho v_2^2/2 + \rho g h_2 + P_2.$$

Так как сечения 1 и 2 выбраны произвольно, для любого сечения можно записать

$$\rho v^2/2 + \rho g h + P = \text{const}.$$

Это уравнение называется **уравнением Бернулли.**

1.3.5 Следствия уравнения Бернулли

1. Закон Бернулли*:* Если жидкость течет по горизонтальному каналу, то, чем больше скорость течения жидкости, тем меньше давление.

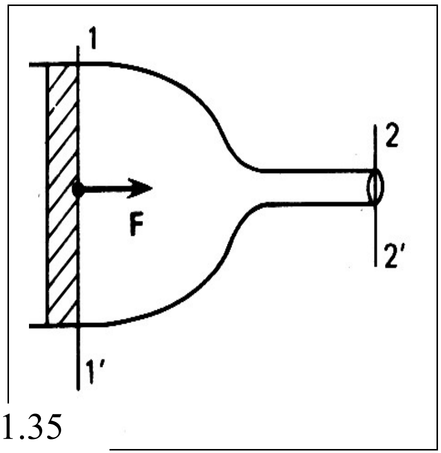


Рисунок 1.35

2. Формула Торичелли. Если в сосуде есть отверстие, через которое течет жидкость (см. рисунок 1.35), то, записывая уравнение Бернулли для сечений 1 - 1' и 2 - 2', получим:

$$P_{атм} + \rho v_1^2 + \rho g h = P_{атм} + \rho v_2^2/2 + 0.$$

Так как $v_1 << v_2$, для скорости струи, вытекающей из отверстия, имеем

$$v_2 = 2 g h$$

3. Пусть имеется трубка переменного сечения (см. рисунок 1.36), в одном из сечений находится поршень, на который давят с силой F. Если площадь сечения 1 - 1' есть S, то давление жидкости в этом сечении равно $P_1 = F/S + P_{атм}$. Тогда уравнение Бернулли запишется в виде

$$F/S + P_{атм} + \rho v_1^2/2 = P_{атм} + \rho v_2^2/2.$$

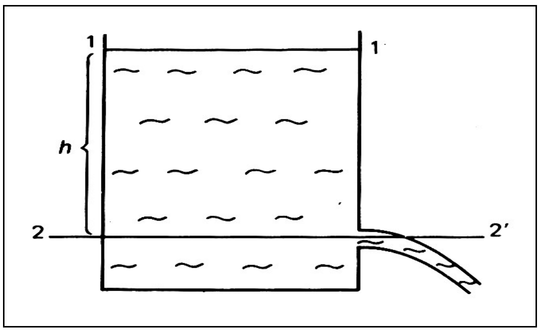
Рисунок 1.36

1.4 Контрольные вопросы к разделу 1

1 Какое движение называется механическим? поступательным? вращательным? Какие модели применяются в механике?

2 Что называют траекторией? длиной пути? перемещением? Ответ сопроводите пояснительным рисунком и формулами.

3 Что называют средней и мгновенной скоростью поступательного движения? вращательного движения? Какие формулы выражают смысл этих понятий? Как направлены векторы этих скоростей?



4 Что называют средним и мгновенным ускорением поступательного движения? вращательного движения? Какие формулы выражают смысл этих понятий? Какие составляющие имеет ускорение, как они определяются? Как направлены векторы этих ускорений?

5 Какое движение называют равномерным? неравномерным? равнопеременным? Как записываются кинематические уравнения этих движений при а) движении материальной точки по прямой; б) движении материальной точки по окружности?

6 Что называют свободным падением тел? Какие формулы описывают свободное падение тел?
7 Как формулируется первый Ньютона? Какие системы отсчета являются инерциальными? неинерциальными?
8 Как формулируется второй закон Ньютона? Что называют импульсом силы? импульсом тела? импульсом системы?
9 Как формулируется третий закон Ньютона?
10 Какие силы называют силами трения? Охарактеризуйте трение покоя и трение скольжения. Напишите формулу, определяющую модуль силы трения покоя и модуль силы трения скольжения. Что представляет коэффициент трения покоя? трения скольжения?
11 Какие силы называют силами реакции? Как связаны силы реакции и силы трения?
12 Какие силы называют гравитационными? Как формулируется закон всемирного тяготения? Что называют весом тела? силой тяжести? Что такое невесомость? перегрузка?
13 Что такое деформация? Какую деформацию называют упругой? пластической? Что такое сила упругости? Как формулируется и записывается закон Гука? Что называют напряжением? абсолютным и относительным удлинением? модулем Юнга? Какие формулы выражают смысл этих понятий?
14 Какую систему называют замкнутой? незамкнутой? Какие силы называют внутренними? внешними? Сформулируйте закон сохранения импульса. Какое движение называют реактивным?
15 Что называется механической работой? элементарной работой? мощностью? к.п.д.? Какие формулы выражают смысл этих понятий?
16 Какую энергию называют кинетической? потенциальной? механической? Какие формулы выражают смысл этих понятий?
17 Какие силы называются консервативными? неконсервативными? Какие системы называются диссипативными? Как формулируют закон сохранения механической энергии? полной энергии?
18 Что характеризует и как определяется момент инерции материальной точки? твердого тела? Как определить модуль и направление момента сил относительно полюса? относительно оси вращения? Как связаны момент сил и момент инерции? Запишите основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
19 Как определяется работа и кинетическая энергия вращательного движения?
20 Как определить модуль и направление момента импульса относительно полюса? относительно оси вращения? Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
21 Что такое давление? гидростатическое давление? Сформулируйте и запишите закон Паскаля. Установите формулу зависимости высот столбов жидкостей в сообщающихся сосудах от плотностей этих жидкостей.
22 Как формулируется и записывается закон Архимеда? В чем сущность закона Бернулли? Перечислите и сформулируйте следствия, вытекающие из уравнения Бернулли.

1.5 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 1

1 Радиус - вектор точки **r** изменяется только по модулю. Что можно сказать о траектории?
а) это прямая линия, выходящая из начала координат
б) это линия, все точки которой лежат на сфере радиуса **r** с центром в начале координат
в) это прямая, параллельная оси ОХ

2 Может ли приращение модуля вектора Δа оказаться равным модулю приращения вектора $|\mathbf{a}|$?
а) может
б) не может
в) может, если векторы **а** и Δ**а** имеют одинаковое направление

3 При равномерном движении точки по окружности
а) $a_\tau = 0$
б) $a_n = 0$
в) $a = 0$

4 На самолет действует четыре силы: по вертикали - сила тяжести - 200 кН и подъемная сила 210 кН; по горизонтали - сила тяги мотора 20 кН и сила лобового сопротивления воздуха 10 кН. Чему равна равнодействующая всех сил?
а) $R = 0{,}8\cdot10^4$ Н
б) $R = 1{,}4\cdot10^4$ Н
в) $R = 3{,}5\cdot10^4$ Н

5 Груз массой 50 кг равноускоренно поднимают с помощью каната вертикально вверх в течение 2 с на высоту 10 м. Определить силу натяжения каната.
а) Т = 620 Н
б) Т = 740 Н
в) Т = 860 Н

6 Закон сохранения механической энергии для открытых систем формулируется:
а) энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой
б) изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами
в) в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

7 Автомобиль массой 5 т движется с постоянной скоростью по прямой горизонтальной дороге. Коэффициент трения шин о дорогу равен 0,03. Определить силу тяги, развиваемую двигателем.
а) F = 597 Н
б) F = 892 Н
в) F = 1470 Н

8 Ведерко с водой вращают в вертикальной плоскости на веревке длиной 0,5 м. С какой наименьшей скоростью нужно его вращать, чтобы при прохождении через верхнюю точку удержать воду в ведерке ?
а) ν = 1,8 м /с
б) ν = 2,2 м /с
в) ν = 4,1 м /с

9 Шар катится по инерции по горизонтальной поверхности. Совершается ли при этом работа какой - либо силой?
а) совершается силой тяжести
б) совершается силой трения
в) работа не совершается

10 Два шара движутся навстречу друг другу. Масса и скорость первого шара равны 4 кг и 8 м /с, второго шара 6 кг и 2 м /с. Как будут двигаться шары после абсолютно неупругого столкновения?
а) оба шара будут двигаться со скоростью 2 м /с в направлении, в котором до соударения двигался первый шар
б) оба шара будут двигаться со скоростью 3 м /с в направлении, в котором до соударения двигался второй шар
в) оба шара будут двигаться со скоростью 4 м /с в направлении, в котором до соударения двигался первый шар

11 Как изменится давление жидкости на дно сосуда при погружении в него шара, прикрепленного к нити? (Шар не должен касаться ни дна, ни стенок сосуда.)
а) увеличится
б) уменьшится
в) не изменится

12. Кусок мрамора в воздухе весит 5,4 Н, а когда его поместили в жидкость, то динамометр показал 3,8 Н. Объем мрамора 0,2 дм^3. В какую жидкость был помещен кусок мрамора?
а) бензин
б) керосин
в) глицерин

13 У нижнего отверстия вертикальной трубы с уменьшающимся вверх сечением скорость потока 1 м/с и давление в потоке 2 атм, а у верхнего отверстия скорость потока 2 м/с и давление 0,5 атм. Какова высота трубы?
а) h = 5 м
б) h = 10 м
в) h = 15 м

14 Максимально допустимая скорость течения воды в трубе 3 м/с. Чему равен минимальный диаметр трубы при расходе воды $5 \cdot 10^3$ $м^3$ за один час?
а) d_{min} = 0,17 м
б) d_{min} = 0,57 м
в) d_{min} = 0,77 м

Правильные ответы: 1-а; 2-в; 3-а; 4-б; 5-б; 6-б; 7-в; 8-б; 9-б; 10-а; 11-а; 12-б; 13-в; 14-в.

2 Основы молекулярной физики и термодинамики

2.1 Газовые законы

Все тела состоят из молекул. Молекулярная физика, изучая поведение молекул, объясняет состояние системы и процессы, протекающие в системе. Молекулы находятся в непрерывном движении. Хаотическое движение молекул обычно называется тепловым движением. Интенсивность теплового движения возрастает с увеличением температуры.

Молекулы взаимодействуют друг с другом. Между ними действуют силы притяжения и силы отталкивания, которые быстро убывают при увеличении расстояний между молекулами. Силы отталкивания действуют только на очень малых расстояниях. Практически поведение вещества и его агрегатное состояние определяются тем, что является доминирующим: силы притяжения или хаотическое тепловое движение. В твердых телах, где концентрация молекул n (n - число молекул в единице объема) относительно велика, доминируют силы взаимодействия и твердое тело сохраняет свои размеры и форму. Жидкости, где концентрация меньше, а, следовательно, меньше силы взаимодействия, сохраняют свой объем, но принимают форму сосуда, в котором они находятся. В газах, где концентрация молекул еще меньше, силы взаимодействия малы, поэтому газ занимает весь предоставленный ему объём.

Силы, действующие между молекулами газа, малы и поэтому часто ими можно пренебречь. Кроме того, можно пренебречь объемом, который занимают молекулы. Газ, для которого это справедливо, называется **идеальным газом.** Любой газ при давлениях, меньших 10 атм, можно рассматривать как **идеальный.** Газ характеризуется тремя параметрами: **объёмом V, давлением P и температурой T**. Температура может быть измерена по разным температурным шкалам. **Абсолютная температура** связана с температурой по шкале

Цельсия соотношением: $T = t^0C + 273^0C$, изменение температуры по шкале Кельвина равно изменению температуры по шкале Цельсия: $\Delta t^0C = \Delta T$.

Если значения температуры и давления в различных точках объема разные, то температура и давление являются функциями координат, т. е. T(x,y,z), P(x,y, z). В этом случае газ (система) находится в неравновесном состоянии и мы не можем назвать значения давления и температуры, определяющие состояние системы. Если систему, находящуюся в неравновесном состоянии, предоставить самой себе, то температура и давление постепенно выравниваются, система приходит в равновесное состояние. **Равновесное состояние** - это состояние, при котором температура и давление во всех точках объема одинаковы. Состояние газа может быть определено, если он находится в равновесном состоянии.

На графиках зависимости P-V, T-V и P-T мы можем изображать только такие процессы, при которых каждое промежуточное состояние является равновесным. Такие процессы называются **обратимыми.** Экспериментально исследовались процессы, при которых один из трех параметров и масса газа оставались неизменными. Эти законы называются **газовыми законами**, и если газ подчиняется газовым законам, его можно считать **идеальным.**

2.1.1 Опытные законы идеального газа

Закон Бойля-Мариотта. Для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления на объём остаётся величиной постоянной:

$$PV = const.$$

Зависимость давления от объема изображена на рисунке 2.1.

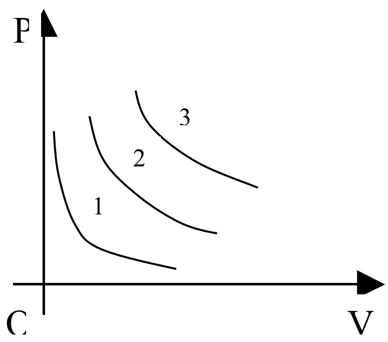


Рисунок 2.1

Пример 1. За сколько ходов поршня с рабочим объемом V можно понизить давление в сосуде объемом V_0 от атмосферного P_0 до P?

Дано: V, V_0, P_0, n - ?

Решение: В первый момент давление в рабочем объеме поршня практически равно нулю. Поршень начинает двигаться вверх, открывается клапан, соединяется рабочий объем поршня с объемом сосуда, и газ занимает объем $V + V_0$, давление понижается. Когда поршень идет вниз, рабочий объем изолирован от сосуда и газ удаляется из него. При первом ходе поршня газ расширяется изотермически согласно закону Бойля – Мариотта: $P_0V_0 = P_1(V_0 + V)$. Давление газа в сосуде становится равным: $P_1 = P_0V_0 / (V_0 + V)$.

При втором ходе давление газа становится равным P_2 и определяется уравнением: $P_1V_0 = P_2(V_0 + V)$; $P_2 = P_1 \boxed{\left(\frac{V_0}{V_0 + V}\right) = P_0\left(\frac{V_0}{V_0 + V}\right)^2}$

Очевидно, после n ходов давление в сосуде становится равным: $P_n = P_0 \boxed{\left(\frac{V_0}{V + V_0}\right)^n}$. Примем P_n равным конечному давлению $P_n = P$, тогда: $\boxed{\frac{P}{P_0} = \left(\frac{V_0}{V + V_0}\right)^n}$. Прологарифмировав, получим: $\lg (P/P_0) = n \lg \boxed{V_o/[(V + V_o)]}$.

Окончательно, $n = \lg (P/P_0) \cdot \lg \boxed{V_o/[(V + V_o)]}$.

Ответ: $n = \lg (P/P_0) \cdot \lg \boxed{V_o/[(V + V_o)]}$.

Процессы, происходящие при постоянной температуре, называются **изотермическими**, а кривые, изображающие процессы при T = const, называются **изотермами**. Поскольку $P = C/V$ (C = const), изотермы являются гиперболами.

Закон Гей-Люссака. Для данной массы газа при постоянном давлении объем изменяется при увеличении температуры по линейному закону:

$$V = V_o(1 + \alpha t^0C),$$

где $\alpha = 1/273^0C$. Подставив α, получаем: $V = V_0\,(273^0C + t^0C)\,/273^0C$. Введём абсолютную температуру $T = 273^0C + t^0C$, откуда:

$$V/T = V_0/273^0C = \text{const}.$$

Закон Гей-Люссака можно сформулировать следующим образом: отношение объема к абсолютной температуре для данной массы газа при постоянном давлении остается постоянным. Процессы, происходящие при постоянном давлении, называются **изобарными**, а кривые, изображающие изобарный процесс, **изобарами**. На рисунке 2.2 показаны две изобары при различных давлениях $P_1 < P_2$ (очевидно, что при данной температуре, чем больше объем, тем меньше давление). Около точки $t^0 \to -273^0C$ ($T \to 0$) зависимости изображены пунктирными линиями. Это понятно, так как при низких температурах газ превращается в жидкость и законы, найденные экспериментально для газа, не работают. Продолжив экспериментальные зависимости $V(t^0C)$ до пересечения с осью абсцисс, найдем, что они пересекаются в одной точке $T = 0$.

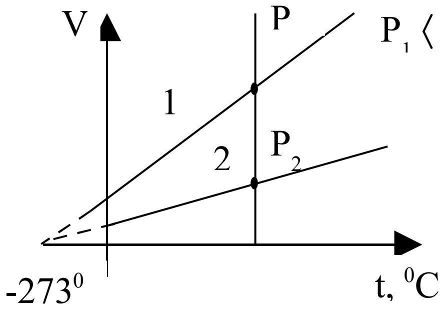


Рисунок 2.2

Закон Шарля. Для постоянной массы газа при постоянном объеме отношение давления газа к его температуре остается постоянным:

$P / T = const$

при $m = const$, $V = const$.

Процессы, происходящие при постоянном объеме, называются изохорными, и кривые их изображающие - изохорами.

Пример 2. При нагревании газа при постоянном объёме на 1К давление увеличилось на 0,2%. Какова начальная температура газа?

Дано: $\Delta T = 1К$, $(P_2 – P_1) / P_1 = 0{,}002$; Т-?

Решение. Нагревание газа при постоянном объёме – процесс изохорный. По закону Шарля: $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$, где $T_2 = T_1 + \Delta T$.
Из условия следует, что
$P_2 = P_1 \cdot 1{,}002$, т.е. $P_1 / T_1 = (P_1 \cdot 1{,}002) / (T_1 + \Delta T)$,
откуда: $T_1 = \Delta T / 0{,}002 = 500К$.

Ответ: $T_1 = 500К$.

2.1.2 Уравнение состояния идеального газа Менделеева-Клапейрона

Уравнение, устанавливающее связь всех трёх параметров при постоянной массе газа, называется **объединённым газовым законом.** Пусть система, находящаяся в состоянии 1 (рисунок 2.3), характеризующемся параметрами P_1, V_1, T_1, перешла в состояние 2 характеризующееся параметрами P_2, V_2, T_2. Переведем систему из состояния 1 в 2 следующим образом: сначала газ изотермически расширяется до объема V_2 (кривая $1 \rightarrow 1'$), а затем изохорно нагревается до температуры T_2 (отрезок $1' \rightarrow 2$). Итак, промежуточное состояние газа 1' характеризуется параметрами P', V_2, T_1.

При изотермическом расширении справедливо выражение:

$$P_1 V_1 = P' V_2 \qquad (2.1)$$

(закон Бойля-Мариотта). При изохорном нагревании (закон Шарля):

$$P' / T_1 = P_2 / T_2 \qquad (2.2)$$

Выразив P' из (2.1) и (2.2) и приравняв выражения для P' получаем:

$$P_1 V_1 / T_1 = P_2 V_2 / T_2,$$

т.е. при $m = const$

$$PV / T = B = const \qquad (2.3)$$

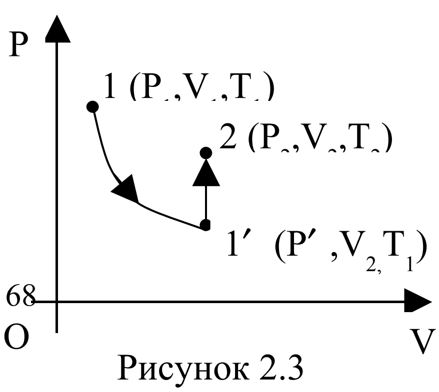


Рисунок 2.3

Уравнение (2.3) носит название **уравнения Клапейрона** . Значение постоянной B в уравнении Клапейрона зависит от химического состава газа и его количества (а также от используемых единиц измерения), что создает неудобства при расчетах. Поэтому Менделеев преобразовал уравнение Клапейрона, использовав **закон Авогадро**: при одинаковых давлениях и температурах объемы одного моля всех газов одинаковы. В частности, 1 моль любого газа при нормальных условиях ($P_0 = 1$ атм $= 1{,}013\cdot 10^5$ Па и $t^0 = 0^0$C или $T_0 = 273$ К) занимает объем $V_0 =$ 22,4 л. **Моль** равен количеству вещества, содержащему столько же молекул, сколько их содержит 0,012 кг углерода (C^{12}). В одном моле любого вещества число молекул равно **числу Авогадро**: $N_A = 6{,}022\cdot 10^{23}$моль$^{-1}$. **Масса моля M** равна произведению массы одной молекулы m_0 на число Авогадро N_A:

$$M = m_o N_A.$$

Для одного моля можно записать уравнение:

$$PV/T = P_0V_0/T_0 = \mathrm{const}$$

Величина $R = P_0 V_0/T_0$ называется **универсальной (**одинаковой для всех газов**) газовой постоянной:**

$$R = 1\text{атм}\cdot 22{,}4\text{ л} / 1\text{ моль}\cdot 273\text{ К} = 0{,}082\text{ атм}\cdot\text{л/(моль}\cdot\text{К)} = 8{,}31\text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$$

Итак, $PV/T = R$, или $PV = RT$. Если в объеме V содержится m/M молей, то

$$PV = (m/M)\cdot RT \tag{2.4}$$

(2.4) - **уравнение Клапейрона – Менделеева.** Это уравнение, или **уравнение состояния идеального газа**, связывает термодинамические параметры и массу газа. Все выше перечисленные газовые законы являются частным случаем уравнения Клапейрона – Менделеева.

Пример 1. В комнате объёмом 64 м^3 находится воздух при 17^0C. Какая масса воздуха выйдет через форточку, если температура в комнате повышается до 20^0C?

Дано: $V = 64$ м^3, $t^0_1 = 17^0$C ($T_1 = 290$ К), $t^0_2 = 20^0$C (T_2=293К), $M =$ 0,029кг/моль, $P = 10^5$ Па , m – ?

Решение. По условию задачи масса воздуха изменяется, поэтому нельзя пользоваться газовыми законами, но можно записать уравнение Клапейрона – Менделеева для воздуха в комнате при разных температурах:

$PV = (m_1/M)RT_1$, $PV = (m_2/M)RT_2$. Откуда: $m_1 = PVM/RT_1$, $m_2 = PVM/RT_2$

Следовательно:

$$m = m_1 - m_2 = \boxed{\frac{PVM}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)};\quad m = \boxed{\frac{10^5\cdot 64\cdot 0{,}029}{8{,}31}\left(\frac{1}{290} - \frac{1}{293}\right)}\text{ кг} = 0{,}79\text{ кг}.$$

Ответ: m = 0,79 кг.

Газовая постоянная R связана с числом Авогадро и постоянной Больцмана k:

$$R = k\,N_A$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ Дж /К. Подставив это выражение в (2.4), получим $P\,V = N\,k\,T$, где N - число молекул газа. Величина $n_0 = N/V$ называется **концентрацией молекул**. Таким образом,

$$P = n_0\,k\,T \qquad (2.5)$$

Уравнения (2.4) и (2.5) называются **уравнениями состояния идеального газа**.

Если в сосуде находится смесь газов, то давление смеси определяется **законом Дальтона***:* давление смеси газов равно сумме парциальных давлений: $P = P_1 + P_2 + P_3\ldots$

Парциальное давление – это давление компоненты смеси, если бы она занимала весь объём ,т.е.

$$P_i = m_i\,/M_i \cdot\ RT\,/V\ ,$$

где m_i и M_i – масса и масса моля i-й компоненты смеси соответственно. Итак, если в сосуде находится смесь газов, состоящая из n компонентов, то:

$$P = \boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i} = (RT/V)\boxed{\sum_{i=1}^{n} m_i M_i}$$

Так как $m_i\,/V = \rho_i$ – плотность i-й компоненты,

$$P = RT\boxed{\sum_{i=1}^{n} \rho_i\,/M_i}$$

Атмосферное давление также определяется суммой парциальных давлений компонентов, из которых состоит воздух: кислорода, углекислого газа, азота, паров воды:

$$P_{атм} = (m_1\,/M_1 + m_2\,/M_2 + \ldots + m_n\,/M_n)\,RT\,/V = m\,/M_{эфф} \cdot\ RT\,/V\ ,$$

где m_1, m_2, m_n и M_1, M_2, M_n – массы и массы молей кислорода, углекислого газа, азота и паров воды в объёме V, $M_{эфф}$ – эффективная масса моля воздуха, $M_{эфф}$ = (0,029кг/моль).

Пример 2. В баллоне емкостью 110 л помещено m_l = 0,8 г водорода H_2 и m_2 = 1,6г кислорода O_2. Определить давление смеси на стенки сосуда, если температура окружающей среды $t = 27^0$ C.

Дано: V = 110 л ($1{,}1 \cdot 10^{-1}$ м^3), $m_1 = 0{,}8$ г, $m_2 = 1{,}6$ г. Молярные массы водорода $M_1 = 0{,}002$ кг/моль, кислорода $M_2 = 0{,}032$ кг/моль, $t^0 = 27^0$C (T =300К); P-?

Решение. Согласно закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений: $P = P_1 + P_2$,

где P_1 – парциальное давление водорода, равное : $P_1 = m_1/M_1 \cdot RT/V$,

где P_2 – парциальное давление кислорода, равное: $P_2 = m_2/M_2 \cdot RT/V$,

тогда: $P = RT/V \cdot (m_1/M_1 + m_2/M_2)$

$$P = \boxed{\frac{8{,}31 \cdot 300}{1.1 \cdot 10^{-1}}\left(\frac{0{,}8}{0{,}02} + \frac{1{,}6}{0{,}32}\right)} \text{Па} = 1{,}02 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

***Ответ*:** $P = 1{,}02 \cdot 10^4$ Па.

2.2. Молекулярно-кинетическая теория газов

Остановимся на общих свойствах молекул газа.

1) Молекула - наименьшая частица вещества, состоящая из атомов и обладающая его основными химическими свойствами. Размеры молекул тем больше, чем больше число атомов в них, и лежат в пределах от 10^{-8} до 10^{-5} см.

2) Молекулы газа находятся в непрерывном хаотическом движении. Слово "хаотическое" показывает, что не существует избранного, преимущественного направления движения молекул, все направления равновероятны. Хаотическое движение молекул подтверждаются в частности броуновским движением – движением очень маленьких частиц, находящихся во взвешенном состоянии в жидкости или газе, под действием ударов молекул, и диффузией - проникновением молекул одного вещества в другое. (Например, диффузией обусловлено распространение запахов.)

3) Скорости молекул различны по величине.

Одной из основных задач молекулярной физики является установление связи микропараметров газа (скорости молекул, их массы, концентрации) с макропараметрами (давлением, температурой). Объясним, что такое давление газа, как оно возникает с точки зрения молекулярной физики. Молекулы ударяются о стенки сосуда и взаимодействуют с ними по закону абсолютно упругого удара. В результате удара молекула массой m_0, летевшая к стенке со скоростью v, отскакивает от стенки со скоростью v', причем, поскольку удар абсолютно упругий, v = v' (рисунок 2.4). Изменение импульса молекулы

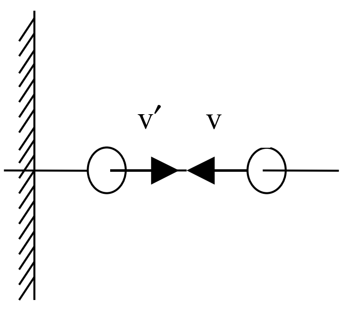


Рисунок 2.4

$$\Delta p' = p' - p = m_o v' - (-m_o v) = 2 m_o v.$$

Импульс молекулы изменился, это означает, что на молекулу со стороны стенки подействовал импульс силы, по 2-му закону Ньютона равный $f' \Delta t_o = 2m_o v$, где Δt - время взаимодействия молекулы со стенкой Δt мало. По 3-му закону Ньютона на стенку со стороны молекулы подействовал импульс, равный по величине и противоположный по направлению:

$$f_{ст} \Delta t_o = -2\, m_o\, v.$$

Следовательно, давление возникает в результате толчков, которые испытывает стенка со стороны молекул.

2.2.1. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории

Сделаем ряд вспомогательных предположений:

1) Газ идеальный.

2) Молекулы можно разделить на группы. Пусть N_1 молекул имеют скорость v_1, N_2 - скорость v_2,..., N_n - скорость v_n. Концентрация молекул первой группы $n_1 = N_1/V$, второй - $n_2 = N_2/V$, $N_n = N_n/V$, где V - объем сосуда. Очевидно $N_1 + N_2 +... + N_n = N$, где N - общее число молекул, $n_1 + n_2 + . . . + n_n = n$, где n - концентрация молекул в сосуде. Это предположение, строго говоря, неверно, так как в силу непрерывного хаотического движения число молекул, имеющих данную скорость, может непрерывно изменяться. Можно указать число молекул, скорости которых изменяются в некотором интервале скоростей, например, ΔN_1 молекул, скорости которых изменяются от v_1 до $v_1 + v_2$, ΔN_2 молекул, скорости которых изменяются в пределах от v_1 до $v_2 + \Delta v$ и т. д. Однако при выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории некорректность этого предположения не играет существенной роли.

3) Направления движения молекул равновероятны. Пусть молекулы движутся по трем взаимно-перпендикулярным' направлениям. В среднем в каждом направлении движется N /6 частиц.

Рассмотрим молекулы i-й группы, движущиеся вдоль оси X. В результате удара о стенку одной молекулы этой группы на стенку действует импульс силы: $f_{ст\, i}\, \Delta t_o = 2\, m_o\, v_i$.

За некоторый промежуток времени Δt о стенку площадью S ударится не одна молекула, а Z_i молекул: $Z_i = n_i\, S\, v_i\, \Delta t\, /6$, т. е. все молекулы, движущиеся по направлению к стенке (т. е. 1/6) и находящиеся в объеме $S\, v_i\; \Delta t$ (рисунок 2.5).

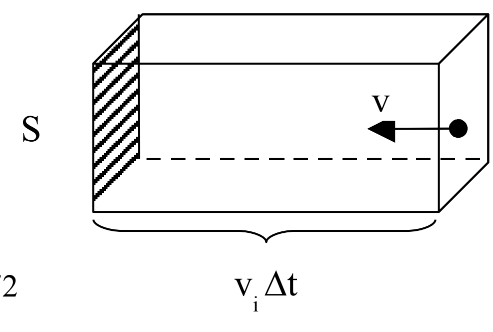


Рисунок 2.5

Итак, средний импульс силы, подействовавший на стенку в результате удара о нее молекул i-й группы, за время Δt равен:

$$F_i\, \Delta t = (2/6) n_i\, S\, m_o\, v_i^2\, \Delta t\, .$$

Давление равно $P = F/S$, отсюда давление на стенку, оказываемое молекулами i-группы, есть:

$$P_i = F_i/S = n_i\, m_o\, v_i^2/3.$$

На стенку налетают молекулы всех групп, следовательно, суммарное давление равно

$$P = (1/3)\, m_0 \sum n_i v_i^2$$

Введем понятие средне-квадратичной скорости:

$$v^2_{\text{ср кв}} = n_1v_1^2 + n_2v_2^2 \ldots + n_nv_n^2 /n = \sum n_i v_i^2 /n$$

откуда:

$$P = n\, m_o\, v^2_{\text{ср кв}} /3.$$

Средняя кинетическая энергия молекулы равна: $\bar{E} = m_o\, v^2_{\text{ср кв}}/2$, таким образом,

$$P = (2/3)\, n\, \bar{E} \qquad (2.6)$$

Уравнение (2.6) есть **основное уравнение молекулярно-кинетической теории**. Давление газа пропорционально концентрации молекул и средней кинетической энергии поступательного движения молекулы.

Из уравнения Клапейрона - Менделеева следует:

$$P = n\, k\, T. \qquad (2.7)$$

Приравняем выражения (2.6) и (2.7) получим

$$\bar{E} = (3/2)\, k\, T. \qquad (2.8)$$

Абсолютная температура - мера кинетической энергии поступательного движения молекул. Если $T \to 0$, то $\bar{E} \to 0$. **Абсолютный нуль температуры** это температура, при которой прекращается поступательное движение молекул. Для одноатомного газа формула (2.8) определяют полную механическую энергию молекулы.

Выразим средне-квадратичную скорость через T:

$$v_{\text{ср кв}} = \boxed{\sqrt{3kT/m_0}}$$

Если бы все молекулы газа двигались со среднеквадратичной скоростью, то давление и температура такого газа были бы такими же, как у реального газа. Среднеквадратичная скорость определяет термодинамические параметры: давление и температуру.

Пример 1. Оцените число молекул воздуха N, попадающих на 1см^2 стены комнаты за 1с. Давление $P_{атм} = 1\cdot 10^5$ Па /м^2, $t^0 = 27^0$C, масса моля воздуха M = 0,029 кг/моль.

Дано: S = 1см^2 ($1\cdot 10^{-4}$ м^2), t = 1с, $P_{атм} = 1\cdot 10^5$ Па /м^2, t = 27^{0}C; T = 300K; T-? ***Решение.*** Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева, P = n k T. Следовательно, концентрация молекул воздуха n = P /k T. Число молекул, ударяющихся о стенку за 1с, есть $N = n\, v_{ср\,кв}\, S/6$. Средне-квадратичная скорость равна

$$\boxed{V_{ср.кв.} = \sqrt{3RT/M}}$$

Окончательно:

$$\boxed{N = \frac{P}{kT}\cdot\frac{1}{6}\sqrt{\frac{3RT}{M}}\cdot S = \frac{P}{6}\sqrt{\frac{3R}{TM}}\cdot S}$$

$$\boxed{N = \frac{1\cdot 10^5}{6\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}}\cdot\sqrt{\frac{3\cdot 8{,}31}{300\cdot 0{,}029}}\cdot 10^{-4} = 2\cdot 10^{23}\,c^{-1}}.$$

Ответ: $N = 2\cdot 10^{23}$ с$^{-1}$.

Пример 2. Средняя энергия молекулы идеального газа равна E = $6{,}4\cdot 10^{21}$ Дж. Давление газа P = 4 мПа. Найти число молекул газа в единице объема.

Дано: E= $6{,}4\cdot 10^{-21}$ Дж, P = 4мПа ($4\cdot 10^{-3}$ Па); n –?

Решение: Средняя энергия поступательного движения идеального газа E = (3/2)kT. Давление P = n k T, где n — концентрация молекул, k — постоянная Больцмана и T — абсолютная температура газа. Решая совместно эти два уравнения, получаем: n = $\boxed{\frac{P}{kT} = \frac{3P}{2E}}$. Подстановка в расчётную формулу числовых данных задачи даёт: n = $\boxed{\frac{3\cdot 4\cdot 10^{-3}}{2\cdot 6{,}4\cdot 10^{-21}}\cdot\frac{1}{м^3} = 9{,}38\cdot 10^{17}\,м^{-3}}$.

Ответ: $n = 9{,}38\cdot 10^{17}$ м$^{-3}$

Пример 3. Два одинаковых сосуда, содержащих одинаковое число молекул азота, соединены краном. В первом сосуде $v_{сркв1}$ = 400м /с, во втором сосуде $v_{сркв2}$ = 500 м /с. Кран открывают. Чему будет равна среднеквадратичная скорость молекул после того, как установится равновесие?

Дано: $v_{сркв1}$ = 400м /с, $v_{сркв2}$ = 500м /с; $v_{сркв}$ - ?

Решение: Разные скорости молекул в сосудах объясняются разными температурами азота в них. Так как по условию задачи число молекул, имеющих скорость v_1, равно числу молекул, имеющих скорость v_2 ($N_1 = N_2$), то среднеквадратичная скорость равна

$$V^2_{ср\,кв} = \boxed{\frac{N_1 v^2_1 + N_2 v^2_2}{N_1 + N_2} = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2}}$$

Отсюда

$$V_{ср\ кв} = \boxed{\sqrt{\frac{v_1^2+v_2^2}{2}}\ \frac{м}{с}} = 453\ м/с.$$

Ответ: $V_{ср\ кв}$ =453 м/с.

Пример 4. Откаченная лампа накаливания объемом V = 10см^3 имеет трещину, в которую проникает 10^6 частиц газа за 1с. Сколько времени понадобиться, чтобы в лампе установилось нормальное давление? Температура 0^0С.

Дано: V = 10 см^3 (10^{-5} м^3), N = 10^6 с$^{-1}$, P = 1,013· 10^5 Па, T = 273 К; t – ?

Решение: Определим, сколько молекул газа должно быть в лампе при нормальном давлении: $N_0 = n_0V$, где: n_0 – концентрация молекул, определяемая из уравнения: $P = n_0 k T$, $n_0 = P / k T$

Число молекул будет равно: $N_0 = n_0 V = PV / kT$. Следовательно, считая скорость проникновения молекул в сосуд постоянной, определяем t:

$$t = N_0 / N = P V / k T N;\ t = \boxed{\frac{1{,}013\cdot 10^5\cdot 10^{-5}}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 273\cdot 10^6}}\ с = 2{,}69\cdot 10^{14}\ с = 8{,}53\cdot 10^6\ лет.$$

Ответ: t = 8,53· 10^6 лет.

2.3 Основы термодинамики

2.3.1. I начало термодинамики

Первое начало (закон) термодинамики — одна из частных формулировок закона сохранения энергии для систем, в которых существенную роль играют тепловые процессы.

1. **Внутренняя энергия системы** складывается из кинетической энергии хаотического теплового движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия. Каждая система обладает внутренней энергией. Внутреннюю энергию идеального газа составляет только кинетическая энергия теплового движения молекул.

Средняя кинетическая энергия теплового движения молекулы одноатомного газа (энергия поступательного движения):

$$\bar{E} = (3/2)\ kT.$$

Внутренняя энергия газа равна:

$$U = N\ (3/2)\ kT,$$

где N — число молекул газа:

$$N = (m / M)\ N_A,$$

откуда

$$U = (3/2)\ (m / M)\ RT,$$

(kN_A= R универсальная газовал постоянная).

Внутренняя энергия газа является функцией его абсолютной температуры Т. Изменение внутренней энергии зависит от начального и конечного состояний системы и не зависит от процесса, с помощью которого система переходит из первого во второе состояние. Если газ состоит из сложных молекул (двух-, трех- и многоатомных), то внутренняя энергия также прямо пропорциональна Т, но коэффициент пропорциональности будет другим. Сложные молекулы одновременно участвуют в поступательном и во вращательном движениях, поэтому их средняя кинетическая энергия будет больше.

2. **Количество теплоты Q** — это количество энергии, получаемой или отдаваемой системой при теплообмене. Если привести в контакт два тела с разными температурами, то от более нагретого тела менее нагретому будет передано количество теплоты Q, т. е. более нагретое тело отдает часть своей энергии.

Для изменения температуры различных тел одинаковой массы на одну и ту же величину требуется разное количество теплоты

$$Q = c\, m\, \Delta T$$

где с — удельная теплоемкость.

Удельная теплоемкость численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить 1 кг вещества для изменения его температуры на 1 К. Количество теплоты, необходимое для изменения температуры термодинамической системы, зависит от процесса, поэтому и теплоемкость одного и того же вещества различна при разных процессах.

3. **Работа газа**. Если газ находится под поршнем массой m и площадью сечения S, то давление газа определяется атмосферным давлением и давлением поршня:

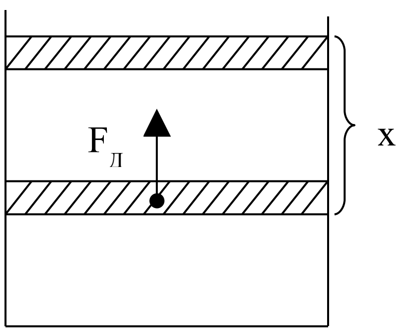


Рисунок 2.6

$$P = P_{атм} + mg/S,$$

Давление остается постоянными при нагревании или охлаждении газа, изменяется объем (рисунок 2.6). Если газ расширяется и поршень поднимается на Δx, то работа силы давления положительна и равна:

$$A = F_Д\, \Delta x = P\, S\, \Delta x$$

Так как $S\,\Delta x = V_2 - V_1$, это произведение равно изменению объема газа, и работа газа равна:

$$A = P\,(V_2 - V_1)$$

В случае расширения работа газа положительна, в случае сжатия — отрицательна. (Когда мы говорим о работе газа, мы имеем в виду, что работу совершает сила давления газа.)Если газ совершает положительную работу, то работа внешней силы отрицательна, так как условие равновесия поршня $F_Д + F_{внеш} = 0$.

Работа силы давления при расширении газа:

$$A = F_Д\,\Delta x \cos 0^0 = P\,S\,\Delta x$$

Работа внешней силы:

$$A' = F_{внеш}\,\Delta x \cos 180^0 = F_{внеш}\,\Delta x$$

откуда $A = -A'$.

Работа всегда зависит от характера процесса.

Первое начало термодинамики формулируется следующим образом: Изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме количества теплоты, сообщенного системе, и работы внешних сил, совершаемой над системой, т. е.

$$\Delta U = Q + A'$$

Работа внешних сил равна работе системы с обратным знаком: $A' = -A$, откуда

$$Q = \Delta U + A$$

Первое начало термодинамики можно также сформулировать следующим образом: количество теплоты, сообщаемое системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой механической работы.

2.3.2 Применение I начала термодинамики к изопроцессам

Рассмотрим известные процессы в газах в рамках первого закона термодинамики.

1.**Изотермический процесс (T = const).** Так как температура остается постоянной, то не изменяется внутренняя энергия газа: $Q = A$

т. е. все количество теплоты, сообщаемое системе, идет на совершение механической работы. Если газ отдает тепло ($Q < 0$), газ сжимается, работа внешних сил при этом $A' > 0$. Удельная теплоемкость при изотермическом процессе

$$C_т = Q / m\,\Delta T \to \infty$$

(Изотермически газ нагреть нельзя.)

2. **Изобарный процесс (P = const).** В этом случае, если $Q > 0$, то газ и нагревается и совершает механическую работу:

$$Q = \Delta U + A, \quad A = P\,\Delta V$$

Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева

$$A = P\,\Delta V = (m / M)\,R\,\Delta T$$

(работа при изобарном процессе). Для одноатомного газа имеем

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M} R\,\Delta T$$

следовательно,

$$Q = \frac{m}{M} R\,\Delta T \left(\frac{3}{2} + 1\right) = \frac{5}{2}\frac{m}{M} R\,\Delta T,$$

откуда теплоемкость газа при постоянном давлении (для одноатомного газа) равна

$$C_P = Q / m\,\Delta T = \frac{5}{2}\frac{R}{M}$$

Пример 1. Пусть азот нагревается при постоянном давлении. Зная, что масса азота $m = 280$ г, количество затраченного тепла равно $Q = 600$ Дж и $C_v = 745$ Дж./кг· К, найти повышение температуры азота.

Дано: $m = 280$ г (0, 28кг), $C_v = 745$ Дж/кг· К, $Q = 600$ Дж, $M = 0{,}028$кг; Т-? ***Решение.*** Согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$

Изменение внутренней энергии равно $\Delta U = C_v\,m\,\Delta T$, работа при изобарном процессе $A = P\Delta V = (m / M)\,R\,\Delta T$. Следовательно , $Q = m\,\Delta T\,(c_v + R / M)$,

откуда $\Delta T = \dfrac{Q}{m(C_v + R/M)}$, $\quad \Delta T = \dfrac{600}{0{,}28(745 + 8{,}31/0{,}028)} = 2{,}1$ К.

Ответ: $\Delta T = 2.1$ К.

3.**Изохорный процесс (V = const).** При изохорном процессе механическая работа газом не совершается. Следовательно, $Q = \Delta U$, т.е., все количество теплоты идет на изменение внутренней энергии. Удельная теплоемкость при V = const для одноатомного газа равна

$$C_v = Q / m\,\Delta T = \Delta U / m\,\Delta T = \boxed{\frac{3R}{2M}}$$

Следовательно, $C_p > C_v$,

или $C_p = C_v + R/M$.

Отсюда очевиден физический смысл R. **Универсальная газовая постоянная R численно равна работе, которую совершает 1 моль идеального газа при изобарическом нагревании на 1 К.**

Пример 2. Для нагревания 10г неизвестного газа на 1 К при постоянном давлении требуется 9,12 Дж, при постоянном объёме 6,49 Дж. Что это за газ?

Дано: Q_p = 9,12 Дж, Q_v = 6,49 Дж, m = 10г (0,01 кг), ΔT = 1К; М –?

Решение. Количество теплоты, требуемое для нагревания газа, зависит от условий нагревания: $Q_x = C_x\, m\, \Delta T$. При P = const $Q_p = C_p\, m\, \Delta T$, при V = const $Q_v = C_v\, m\, \Delta T$, откуда: $C_P = Q_p / m\,\Delta T$, $C_V = Q_V / m\,\Delta T$. Так как $C_P - C_V = R / M$ следует, что

$$\boxed{\frac{Q_p - Q_v}{m\Delta T} = \frac{R}{M};} \quad \boxed{M = \frac{Rm\Delta T}{Q_p - Q_v}}; \quad \boxed{M = \frac{8{,}31\cdot 10^{-2}\cdot 1}{2{,}63}\,\frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 0{,}032\text{кг / моль.}}$$

Следовательно, нагреваемый газ – кислород.

Ответ: кислород.

4. **Адиабатический процесс** - процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой: $Q = 0$, следовательно, $\Delta U = -A$. Если газ расширяется адиабатически, $A > 0$, $\Delta U < 0$, то происходит охлаждение газа; если газ адиабатически сжимается, $A < 0$, $\Delta U > 0$, то газ нагревается. Теплоемкость при адиабатическом процессе равна

$$C_{ад} = Q / m\,\Delta T = 0$$

Очевидно, что адиабатический процесс на опыте при отсутствии идеальной теплоизоляции должен быть осуществлен достаточно быстро, чтобы за это время не успел произойти теплообмен с окружающей средой.

При адиабатном расширении газа уменьшение давления происходит быстрее, чем при изотермическом процессе: $P = n\,k\,T$. При изотермическом расширении уменьшение давления происходит только за счет уменьшения концентрации (T = const), при адиабатическом уменьшается концентрация и понижается температура.

2.3.3 II Начало термодинамики. Тепловая машина. Цикл Карно

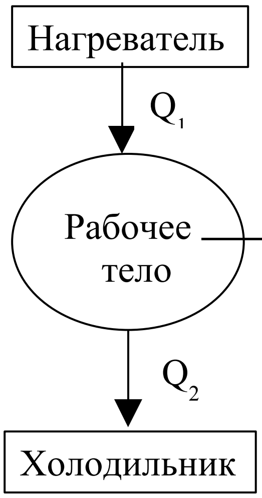


Рисунок 2.7

С точки зрения первого начала термодинамики возможны все процессы, при которых сохраняется энергия. Например, не запрещается переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому, только при этом необходимо, чтобы количество теплоты, отданное одним телом, было передано полностью другому телу. На самом деле это невозможно. Все процессы имеют направленность, второе начало термодинамики определяет условия, при которых возможны превращения энергии из одних видов в другие, т. е. **указывает направленность процесса**. Одна из формулировок **второго начала** термодинамики: невозможен самопроизвольный переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Второе начало термодинамики формулируется также следующим образом: невозможно создание вечного двигателя второго рода, т. е. периодически действующего устройства, которое позволяло бы полностьюпревращать количество теплоты, сообщенное системе, в механическую работу, часть теплоты должна быть передана холодильнику.

Принципиальная схема **тепловой машины** изображена на рисунке 2.7. Тепловая машина (двигатель) состоит из нагревателя, рабочего тела и холодильника. Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \left|\frac{A}{Q_1}\right| 100\% = \left|\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\right| \cdot 100\%$$

где Q_1 — количество теплоты, передаваемое нагревателем рабочему телу, Q_2 количество теплоты, передаваемое рабочим телом холодильнику.

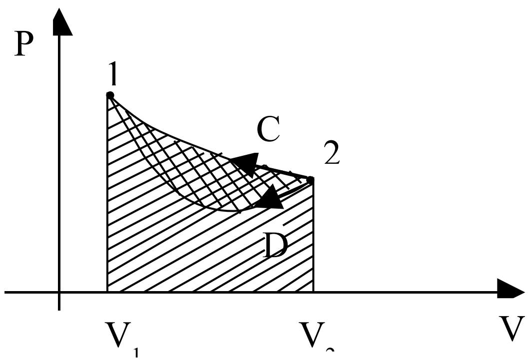


Рисунок 2.8

Опишем работу тепловой машины. Если рабочее тело (например, сосуд с поршнем) получает тепло, то газ начинает расширяться – газ совершает положительную механическую работу. Например, при изотермическом процессе (рисунок 2.8) работа равна площади заштрихованной фигуры 1 – 2 – V_2 – V_2. Тепловая машина работает циклически. **Цикл** – это последовательность процессов, в результате которой система возвращается в исходное состояние. Если система возвращается в исходное состояние по кривой 2 – C – 1, то суммарная работа газа за цикл будет равна нулю. Следовательно, возвращение в исходное состояние должно осуществляться по кривой, проходящей ниже 1 – С – 2, чтобы работа за цикл была больше нуля. Коэффициенты полезного действия первых тепловых машин были очень малы.

Французский инженер **Сади Карно** показал, что самым выгодным был бы тепловой двигатель, работающий по циклу, состоящему из двух изотерм и двух адиабат (рисунок 2.9), причем, все процессы обратимы. Кривая **1 – 2** — **изотермический процесс**, при котором $Q_1 = A_1$, все тепло, сообщенное рабочему телу, переходит в механическую работу. Кривая **3 – 4** — **изотермическое сжатие** газа, при котором $Q_1 = A_2$, **2 – 3, 4 – 1** — **адиабаты,** при этих процессах теплообмена не происходит.

Цикл Карно **обратим,** т. е. его можно провести как в прямом, так и в обратном направлении через одни и те же промежуточные состояния и при этом не происходит изменений в окружающих телах. Процесс 1–2, например, является обратимым, так как при расширении система получает количество теплоты Q_1 при изотермическом сжатии по кривой 2 – 1 она отдает количество теплоты, также равное Q_1. Обратимых процессов в природе не существует. Работа "идеальной" тепловой машины Карно на самом деле реализована быть не может. Коэффициент полезного действия "идеального" теплового двигателя (машины) равен

$$\eta = \boxed{\frac{T_1 - T_2}{T_1}} \cdot 100\%$$

Пример 1. В котле паровой машины температура равна 160°С, а температура холодильника 10°С. Какую максимальную работу можно теоретически получить от машины, если в топке, коэффициент полезного действия которой 60%, сожжено 200 кг угля с удельной теплотой сгорания $2,9 \cdot 10^7$ Дж/кг?

Дано: $T_1 = 160^0C$ (433 К), $T_2 = 10^0C$ (283 К), $q = 2,9 \cdot 10^7$ Дж/кг, $\eta = 60\%$, $m = 200$ кг, А - ?

Решение. Максимальную работу может произвести идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, КПД которой $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$, где T_1 и T_2 — абсолютные температуры нагревателя и холодильника. Для любой тепловой машины КПД определяется по формуле: $\eta = A/Q_1$, где А – работа, совершаемая тепловой машиной, Q_1 – теплота, полученная машиной от нагревателя. Из условия задачи ясно, что Q_1 – это часть тепла, выделившегося при сгорании топлива: $Q_1 = \eta_1 m q$. Окончательно имеем $\boxed{\frac{T_1 - T_2}{T_1} =}$ $A / \eta_1 m q$, откуда $\mathbf{A} = \eta_1 m q (1 - T_2/T_1)$; $A = 0,6 \cdot 200 \cdot 2,9 \cdot 10^7 (1 - 283/433)$Дж =

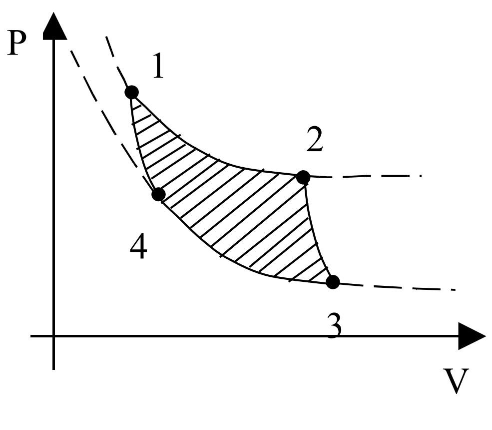


Рисунок 2.9

$1,2 \cdot 10^9$ Дж.

Ответ: **А** = $1,2 \cdot 10^9$ Дж.

Коэффициент полезного действия любого теплового двигателя, работающего в том же диапазоне температур, всегда меньше $\eta_{ид}$ т. е.

$$\boxed{\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}} \le \boxed{\frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

Перепишем в виде

$$\eta_{ид} = (1 - T_2 / T_1) \cdot 100\%$$

откуда ясно, что КПД можно повысить при уменьшении температуры холодильника или увеличении температуры нагревателя. В качестве холодильника обычно используется окружающий воздух, поэтому как правило идут по пути увеличения температуры нагревателя, работая с перегретым паром. Например, для паровой турбины с T_1 = 800 К, T_2 = 300 К имеем $(КПД)_{ид}$ = 62%. У реальных турбин КПД порядка 40%. Заметим, что КПД идеальной тепловой машины не зависит от рабочего вещества (газ, пар), а зависит только от температур нагревателя и холодильника, что позволило ввести абсолютную температурную шкалу, называемую шкалой Кельвина. Введение любой эмпирической шкалы связано с рабочим телом (ртутные, спиртовые термометры и т. д.).

Пример 2. Идеальная тепловая машина с КПД η работает по обратному циклу. Какое максимальное количество теплоты можно забрать от холодильника, совершив механическую работу А?

Дано: η, А; Q_2 - ?

Решение. Поскольку холодильная машина работает по обратному циклу, то для перехода тепла от менее нагретого тела к более нагретому необходимо, чтобы внешние силы совершили положительную работу. Принципиальная схема холодильной машины: от холодильника отбирается количество теплоты Q_2, внешними силами совершается работа и нагревателю передается Q_1. Следовательно,

$$\eta = \boxed{\frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}}$$. Откуда $Q_2 = Q_1(1 - \eta)$, $Q_1 = A / \eta$

Окончательно имеем: $Q_2 = (A / \eta) \cdot (1 - \eta)$

Ответ: $Q_2 = (A / \eta) \cdot (1 - \eta)$

2.4 Контрольные вопросы к разделу 2

1 Какой газ называют идеальным? Что является моделью идеального газа? При каких условиях газ по своим свойствам близок к идеальному? Что такое параметры состояния? Какие величины относятся к их числу?
2 Что называют изопроцессами? Какими законами описываются: изотермический процесс? изобарный процесс? изохорный процесс? Как формулируют и записывают эти законы? Начертите и объясните их графики.
3 Выведите состояние идеального газа Клапейрона. Как оно читается? От чего зависит числовое значение постоянной, входящей в это уравнение? Как формулируется закон Авогадро? Чему равен объем одного моля любого газа при нормальных условиях?
4 Выведите уравнение Менделеева - Клапейрона для одного моля идеального газа. Каков физический смысл универсальной газовой постоянной? Выведите уравнение Менделеева - Клапейрона для произвольной массы газа.
5 Выведите формулу зависимости давления газа от концентрации молекул и температуры. Что такое парциальное давление? Как записывают и формулируют закон Дальтона для парциальных давлений? Как определить атмосферное давление?
6 Что такое давление газа? Как оно возникает с точки зрения молекулярной физики? Какую скорость движения молекул называют средне - квадратичной скоростью? Выведите основное уравнение молекулярно - кинетической теории.
7 Что называется внутренней энергией тела? как она определяется? Что называется количеством теплоты? удельной теплоемкостью? Как определяется работа газа? Запишите и сформулируйте первое начало термодинамики.
8 Как записывается первый закон термодинамики для изотермического процесса? изобарного? изохорного? адиабатического? Как определяется теплоемкость газа во всех перечисленных процессах?
9 Как формулируют второе начало термодинамики? Что называют тепловой машиной (двигателем)? Из каких частей она состоит? Что называют циклом? Опишите работу тепловой машины.
10 Что называют циклом Карно? Из каких процессов он состоит? Начертите и объясните его диаграмму. По какой формуле вычисляют кпд цикла Карно? Каковы пути повышения кпд?

2.5 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 2

1 Как изменится давление газа при увеличении его объема в 4 раза?
а) увеличится в 4 раза
б) уменьшится в 4 раза
в) не изменится

2 При нагревании газа до температуры 474К давление его увеличилось вдвое при том же объеме. Найти начальную температуру газа.
а) Т = 164 К
б) Т = 237К

в) $T = 397К$

3 Углекислый газ при температуре $30^0С$ занимает объем 600 $см^3$. Каков будет объем этого газа при том же давлении и температуре 0^0 ?
а) $V = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ м^3$
б) $V = 3{,}2 \cdot 10^{-4}\ м^3$
в) $V = 5{,}4 \cdot 10^{-4}\ м^3$

4 Газ изотермически сжат от первоначального объема 0,15 $м^3$ до объема 0,10 $м^3$. Давление его при этом повысилось на 2 кг /$см^2$. Каково первоначальное давление газа?
а) $P_1 = 3{,}9 \cdot 10^5$ н /$м^2$
б) $P_1 = 3{,}9 \cdot 10^6$ н /$м^2$
в) $P_1 = 3{,}9 \cdot 10^7$ н /$м^2$

5 Определить концентрацию молекул водорода при давлении 100 кПа, если среднее значение скорости теплового движения молекул равно 450 м /с.
а) $n = 2{,}8 \cdot 10^{26}\ м^{-3}$
б) $n = 4{,}5 \cdot 10^{26}\ м^{-3}$
в) $n = 6{,}9 \cdot 10^{26}\ м^{-3}$
6 В баллоне емкостью 25,6 л находится 1,04 кг азота при давлении 3,5 МПа. Определить температуру газа.
а) $T = 290^0К$
б) $T = 340^0К$
в) $T = 480^0К$

7 Какой объем занимает газ в количестве 10^3 моль при давлении 1 МПа и температуре $100^0С$?
а) $V = 1{,}8\ м^3$
б) $V = 2{,}5\ м^3$
в) $V = 3{,}1\ м^3$

8 В сосуде вместимостью 500 $см^3$ содержится 0,89 г водорода при температуре $17^0С$. Определите давление газа.
а) $P = 1{,}74$ МПа
б) $P = 2{,}14$ МПа
в) $P = 3{,}89$ МПа

9 Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объемом 50 $м^3$ при давлении 80 кПа ?
а) $U = 3$ МДж
б) $U = 6$ МДж
в) $U = 9$ МДж

10 1 $м^3$ воздуха при 0^0C находится в цилиндре под давлением 2 кг /$см^2$. Какая работа будет совершена при изобарическом нагревании воздуха на 10^0?
а) А = 3800 Дж
б) А = 5300 Дж
в) А = 7200 Дж

11 При изотермическом расширении идеальным газом совершена работа 15 кДж. Какое количество теплоты сообщено газу?
а) Q = 15 кДж
б) Q = 25 кДж
в) Q = 35 кДж

12 Идеальная тепловая машина получает от нагревателя (T_1=500^0К) за один цикл 3360 Дж теплоты. Найти количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику (T_2=400^0К).
а) Q = 1591 Дж
б) Q = 2688 Дж
в) Q = 3546 Дж

Правильные ответы: 1-б; 2-б; 3-в; 4-а; 5-б; 6-а; 7-в; 8-б; 9-б; 10-в; 11-а; 12-б.

3. Основы электродинамики

3.1 Электростатика (основные понятия)

Электростатика – это раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействия неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

Электрический заряд – это физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитных взаимодействий, подобно тому как масса определяет интенсивность гравитационных взаимодействий.

Масса и заряд частицы имеют определенные численные значения, которые свидетельствуют о том, насколько сильно на частицу действуют соответственно гравитационная и электростатическая сила. В отличие от массы электрический заряд может быть как положительным, так и отрицательным. Два заряда противоположного знака притягиваются, а два заряда с одинаковыми знаками, отталкиваются.

Эксперименты показывают, что ни у одной из заряженных частиц не встречается заряд, который был бы меньше заряда протона или электрона. Электрический заряд протона и электрона по абсолютному значению равен $\boxed{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл} = 4{,}8 \cdot 10^{-10}\,\text{ед.СГСЭ}_q}$.

Электрический заряд любого заряженного тела равен целому числу элементарных зарядов. В электрически нейтральной (незаряженной) системе содержится равное число элементарных зарядов противоположного знака. Электрически нейтральными являются атомы, молекулы и их коллективы – макроскопические тела.

Все тела в природе способны **электризоваться,** т.е. приобретать электрический заряд. Чтобы наэлектризовать тело, нужно отделить часть отрицательного заряда от связанного с ним положительного. Проще всего это сделать с помощью трения. При электризации трением всегда заряжаются оба притираемых тела и притом равными по величине, но разноименными зарядами. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами. Следовательно, при электризации тел выполняется **закон сохранения электрического заряда**: в изолированной системе полная алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной; заряды могут передаваться от одного тела данной системы другому или смещаться внутри одного тела.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const}}.$$

Единица электрического заряда (производная единица, т.к. определяется через единицу силы тока) **– кулон (Кл) –** электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1А за время 1с. 1Кл = 1А·1с.

3.1.1 Закон Кулона

Закон Кулона (1785г.) – это закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов. **Точечным** называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

Закон Кулона: Сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\boxed{F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}}$$

Сила **F** называется кулоновской силой, k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. В системе СИ $\boxed{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$, где $\boxed{}$– электрическая постоянная; $\boxed{\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}}$; (в дальнейшем будет показано, что единицей измерения $\boxed{}$ является Ф/м). $\boxed{k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}}$. В СИ закон Кулона в рационализованной форме запишется:

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}}$$

Часто применяется **абсолютная электростатическая система единиц (СГСЭ),** в которой основными единицами являются сантиметр, грамм и секунда. За единицу электрического заряда в СГСЭ принят такой заряд, который в вакууме действует на равный ему заряд, расположенный на расстоянии 1 см с силой в 1 дину.

$$\boxed{1\text{едСГСЭ}_q = \frac{1}{3\cdot 10^9}\,\text{Кл}}\,; \qquad \boxed{1\text{Кл} = 3\cdot 10^9\,\text{СГСЭ}_q}\,.$$

При таком выборе единиц. k = 1 и в СГСЭ закон Кулона запишется:

$$\boxed{F = \frac{q_1\cdot q_2}{r^2}}$$

Опыт показывает, что сила взаимодействия электрических зарядов в какой-либо диэлектрической среде меньше, чем в вакууме. Величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия между электрическими зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме, называется **относительной диэлектрической проницаемостью среды.** ε всегда > 1.

Для газов и воздуха $\varepsilon = 1$, для керосина $\varepsilon = 2$, для стекла $\varepsilon = 7$, для воды $\varepsilon = 81$ и т.д. С учетом ε, закон Кулона для любой среды:

$$\boxed{F = \frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}} \quad \text{в (СИ);} \qquad \boxed{F = \frac{q_1\cdot q_2}{\varepsilon r^2}} \quad \text{в (СГСЭ)}$$

Пример 1. Два шарика, имеющие заряды $q_1 = 10^{-3}$ Кл и $q_2 = -10^6$ ед.СГСЭ$_q$, приведены в соприкосновение и затем раздвинуты на расстояние r = 20 см. Найти силу взаимодействия между ними. Решить задачу в двух системах: в СИ и СГСЭ.

Решение: 1) **В системе СИ:**

$$\boxed{q_2 = -10^6\cdot\frac{1}{3\cdot 10^9}\ \text{Кл} = -\frac{10^6}{3\cdot 10^9}\ \text{Кл} = -\frac{1}{3\cdot 10^3}\ \text{Кл}}$$

2) **В системе СГСЭ**$_q$: $q_1 = 10^{-3}\cdot 3\cdot 10^9$ ед.СГСЭ$_q$ = $3\cdot 10^6$ ед.СГСЭ$_q$

После соприкосновения заряды на обоих шариках стали одинаковыми, т.к. одинакова ёмкость шариков. Однако суммарный заряд шариков не изменился согласно закона сохранения заряда. Поэтому заряд каждого из шариков будет: $\boxed{q_3 = \frac{q_1 + q_2}{2}}$.

В системе СИ:

$$q_3 = \frac{10^{-3} + \left(-\frac{1}{3\cdot 10^3}\right)}{2} = \frac{\frac{1}{10^3} - \frac{1}{3\cdot 10^3}}{2} = \frac{\frac{1}{10^3}\left(1-\frac{1}{3}\right)}{2} = \frac{\frac{2}{3\cdot 10^3}}{2} = \frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\ \text{Кл}$$

Найдем силу взаимодействия между зарядами (силу Кулона):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_3^2}{r^2} = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{\left(\frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\right)^2}{0{,}2^2} = 25000\ \text{Н}.$$

Ответ: F = 25000 Н.

В системе СГСЭ$_q$:

$$q_3 = \frac{3\cdot 10^6 - 10^6}{2} = \frac{2\cdot 10^6}{2} = 10^6\ (\text{ед.СГСЭ}_q).$$

Найдем силу взаимодействия между зарядами (силу Кулона):

$$F = \frac{q_3^2}{r^2} = \frac{\left(10^6\right)^2}{20^2} = 2{,}5\cdot 10^9\ \text{дин}.$$

Ответ: F = $2{,}5\cdot 10^9$ дин.

3.1.2 Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Поток вектора напряженности

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов был установлен экспериментально. Но оставался нерешенным вопрос, как осуществляется это взаимодействие?

Если мы наблюдаем действие одного тела на другое, находящееся на некотором расстоянии от него, то прежде чем допустить, что это действие прямое и непосредственное, мы склонны сначала исследовать, нет ли между телами какой-либо материальной связи: нитей, стержней и т.д. Предположение, что взаимодействие между удаленными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность **теории близкодействия**. Согласно ей, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создает в окружающем пространстве **электрическое поле**. Поле одного заряда действует на другой заряд и, наоборот. Т.о. материальная среда, посредством которой осуществляется взаимодействие зарядов, называется **электромагнитным полем.** Поле неподвижных зарядов называется **электростатическим.** Оно не меняется со временем.

Главное свойство электрического поля – действие его на электрические заряды с некоторой силой. По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают все его характеристики. Если поочередно помещать в одну и ту же точку поля небольшие заряженные тела, то обнаружится, что сила, действующая на заряд со стороны поля, прямо пропорциональна этому заряду. Обычно для обнаружения и исследования поля используется **пробный точечный положительный заряд** (он не искажает исследуемое поле). Если в поле, создаваемое зарядом q, поместить пробный заряд q_0, то на него действует сила [illegible], различная в разных точках поля и пропорциональная пробному заряду q_0, согласно закону Кулона, поэтому отношение $\bar{F}/q_0$ не зависит от заряда q_0 и характеризует электрическое поле в той точке, где q_0 находится. Эта величина называется **напряженностью** и является **силовой** характеристикой электростатического поля:

$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q_0}$, т.к. $\bar{F} = k\frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \frac{\overline{r^2}}{r}$,

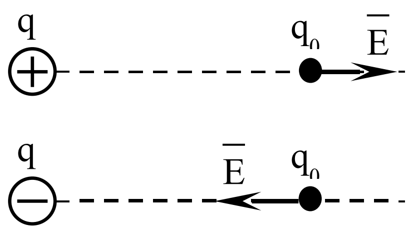


Рисунок 3.1

то напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$\bar{E} = k\frac{q}{r^2} \cdot \frac{\bar{r}}{r},$$

или в скалярной форме: $E = k\frac{q}{r^2}$.

Направление вектора [illegible] совпадает с направлением силы [illegible], действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то [illegible] направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то [illegible] направлен к заряду (рисунок 3.1).

Напряженность поля в единицах СИ: 1Н /Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности или силовых линий.** Это – линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности [illegible].Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен. Силовые линии не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных (рисунок 3.2).

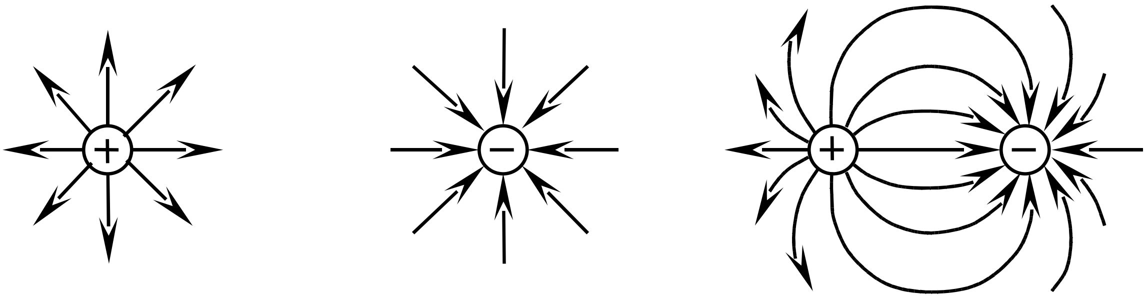


Рисунок 3.2

В случае плоского конденсатора (две параллельные металлические пластины, заряженные разноименными зарядами) все силовые линии, исходящие из одной пластины, заканчиваются на второй (рисунок 3.3). Это означает, что при заряжении одной пластины на другой возникает индуцированный заряд равной величины. Далее, в средней части конденсатора силовые линии имеют вид параллельных линий, расположенных одинаковой густотой.

Следовательно, напряженность поля в плоском конденсаторе одинакова в разных точках поля. Такое поле является простейшим и называется **однородным**. Вблизи краев пластин силовые линии искривляются, т.е. поле делается неоднородным.

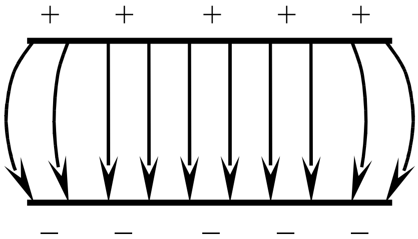


Рисунок 3.3

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой: число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, должны быть равны модулю вектора .Введем далее понятие потока вектора напряженности. Рассмотрим в электростатическом поле элементарную плоскую поверхность dS и выберем определенное направление нормали к ней. Будем считать сначала, что поле однородно, но составляет произвольный угол α с направлением нормали. (рисунок 3.4). Величину

$$\boxed{d\Phi_E = E_n\, dS = \bar{E}\, d\bar{S}}$$

называют потоком вектора напряженности. Здесь E_n – проекция вектора напряженности на нормаль . Т.к. густота линий напряженности равна E, то можно сказать также, что поток вектора напряженности равен полному числу линий, проходящих через эту поверхность:

$$EdS \cdot \cos\alpha = E_n dS$$

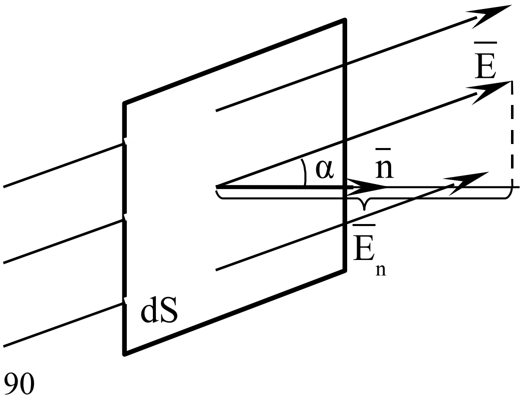


Рисунок 3.4

$\overline{dS} = dS \cdot \bar{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали n к площадке.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора через эту поверхность:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \oint_S \overline{E} \cdot d\overline{S},$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S. Отметим, что поток вектора , определяющий число проходящих линий напряженности через площадку, есть **скаляр**. Поток может быть как положительным, так и отрицательным. Если направление линий E составляет острый угол с направлением нормали (cosα > 0), то Ф будет положительным.

3.1.3 Принцип суперпозиции электростатических полей. Теорема Остроградского-Гаусса

Предположим, что электростатическое поле создано системой зарядов q_1, q_2, q_3, …q_n. Опыт показывает, что к кулоновским силам применим, рассмотренный в механике, **принцип независимости действия сил,** т.е. результирующая сила , действующая со стороны поля на пробный заряд q_0, равна векторной сумме сил F_i, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов q_i:

$$\overline{F} = \sum_{i=1}^{n} F_i,$$

т.к.

$$\overline{F}_i = q_0 \overline{E}_i$$

где – напряженность результирующего поля, – напряженность поля, создаваемая зарядом q_i, то

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i$$

Формула выражает **принцип суперпозиции** (наложения) электростатических полей, согласно которому напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Пример 1. Два одинаковых заряда $q_1 = q_2 = 10^{-6}$ Кл находятся на расстоянии R = 0,06 м один от другого. Определить напряженность: 1) в точке, находящейся на середине отрезка, соединяющем данные заряды; 2) в точке А, находящейся на перпендикуляре, восстановленном в центре отрезка, соединяющего заряды, на расстоянии h = 4см от этого отрезка (рисунок 3.5).

Решение: 1) Т.к. заряды положительные, то векторы напряженностей и направлены в разные стороны от точки В по прямой, соединяющей заряды. Т.к. $q_1 = q_2$, то

$$E_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^2} - \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^2} = 0$$

2) $E_A = E_1\cos\alpha + E_2\cos\alpha$, т.к. $q_1 = q_2$, то

$$E_1 = E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2}.$$

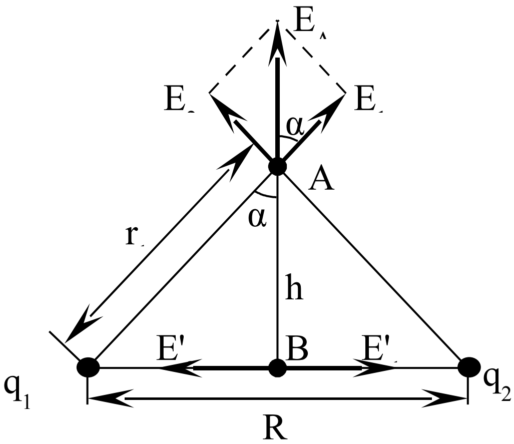


Рисунок 3.5

Тогда $r_1^2 = h^2 + \frac{R^2}{4}$; $\cos\alpha = \frac{h}{r_1} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}}}$.

$$E_A = 2E_1\cos\alpha = 2\frac{q_1 h}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0(h^2 + \frac{R^2}{4})\sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}}} =$$

$$E_A = \frac{10^{-6}\text{Кл}\cdot 0{,}04\text{м}}{2\pi\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\text{Кл}/(\text{Н}\cdot\text{м})\left[(0{,}04)^2 + \frac{(0{,}06)^2}{4}\right]\text{м}^2\sqrt{(0{,}04)^2 + \frac{(0{,}06)^2}{4}}\text{м}}$$

$\approx 3\cdot 10^6$ Н/Кл.

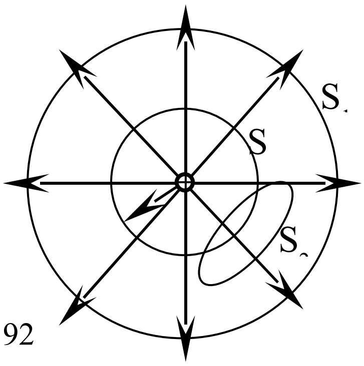
Ответ: $E_A \approx 3\cdot 10^6$ Н /Кл.

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции можно значительно упростить, используя выведенную немецким ученым К.Гауссом теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность. Рассмотрим точечный положительный заряд. Как было указано выше, модуль напряженности точечного заряда равен:

$$E = \frac{F}{|q_0|} = k\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$$

Вычислим поток вектора через замкнутую сферическую поверхность S, окружающую этот заряд и имеющую центр в точке нахождения заряда (рисунок 3.6). За положительное направление нормали выберем направление внешней нормали. В этом случае напряженность E во всех точках сферы одинакова и кроме того, $\cos\alpha = 1$, поэтому

$$E_n = E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



$$\Phi_E = \oint E_n \cdot dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Рисунок 3.6

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Из формулы видно, что поток Φ_E через сферическую поверхность не зависит от радиуса сферы r и одинаков для сферы S и любой другой концентрической с нею сферы S_1, т.к. каждая линия напряженности, пронизывающая S, пройдет и сквозь S_1.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и включает в себя точечный заряд q, поток вектора E будет равен q /ε_0, т.е.

$$\boxed{\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0}} \qquad (3.1)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда. Из формулы видно, что поток не зависит от расположения заряда внутри поверхности. Это значит, что полученный результат справедлив не только для одного заряда, но и для какого угодно числа произвольно расположенных зарядов, находящихся внутри поверхности.

Рассмотрим общий случай произвольно расположенной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность поля , создаваемого всеми зарядами равна сумме напряженностей i, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\boxed{\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E_i}}$. Поэтому:

$$\boxed{\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i\right) d\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \overline{E}_i d\overline{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i}$$

Согласно (3.1), каждый из интервалов, стоящих под знаком равен .

Следовательно,
$$\boxed{\Phi_E = \oint_S \overline{E}\,d\overline{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i} \qquad (3.2)$$

Формула (3.2) выражает **теорему Остроградского-Гаусса:** поток вектора напряженности сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

3.1.4 Примеры вычисления электрического поля с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

1 Равномерно заряженная бесконечная плоскость.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = \boxed{\frac{dq}{dS}}$ – заряд, приходящийся на единицу поверхности). Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от неё в обе стороны. В этом случае в качестве замкнутой поверхности в теореме Остроградского-Гаусса удобно выбрать прямой цилиндр, перпендикулярный к заряженной плоскости (рисунок 3.7). Т.к. образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора E сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания $E_n = E$), т.е. равен 2ES. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности равен $q = \sigma S$. Согласно теореме Остроградского-Гаусса:

$$\boxed{2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}}, \quad \text{откуда} \quad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}.$$

Из формулы следует, что E не зависит от длины цилиндра, т.е. напряженность на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами поле равномерно заряженной плоскости однородно.

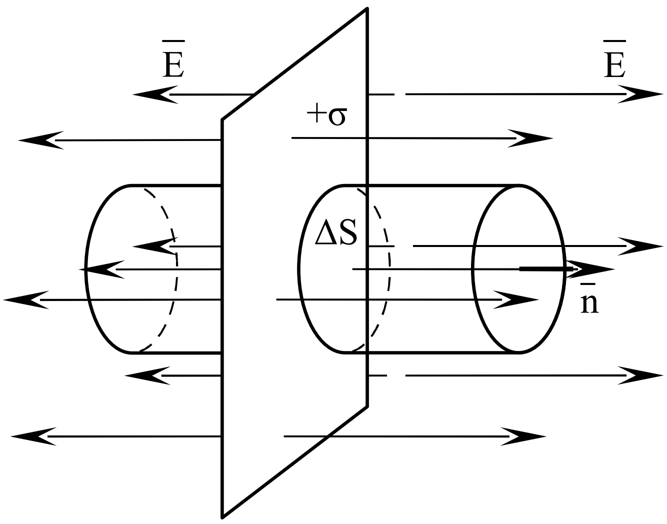


Рисунок 3.7

Пример 1. Какая сила действует на заряд q = 0,1 нКл, помещенный в поле равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-5}$ Кл /м^2? Относительная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 5$.

Решение: Сила, действующая на заряд, $F = qE$, где $\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}}$ – напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной плоскостью. Поэтому $\boxed{F = q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}}$; $F = \boxed{\frac{10^{-10}\cdot 10^{-5}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 5}}$ Н = $1{,}13\cdot 10^{-5}$ Н.

Ответ: $F = 1{,}13\cdot 10^{5}$ Н.

2 Две параллельные разноименно заряженные плоскости.

Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными

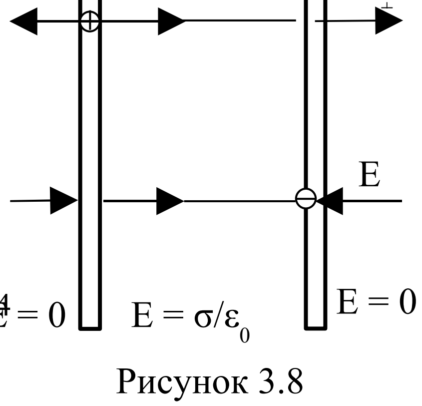


Рисунок 3.8

плотностями +σ и –σ. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей. На рисунок 3.8 верхние стрелки – поле от положительно заряженной плоскости, нижние – от отрицательно заряженной плоскости. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены друг к другу), поэтому здесь E = 0. В области между плоскостями

$$E = E_{+} + E_{-} = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}};$$

$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$ – результирующая напряженности поля в области между плоскостями.

Пример 2. Определить напряженность электрического поля, создаваемого тремя бесконечными параллельными плоскостями в точках A, B, C, D (рисунок 3.9). Поверхностные плотности зарядов плоскостей равны σ, 2σ и -3σ.

Решение: Поле, создаваемое каждой из плоскостей однородно и равно: $\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$, поэтому $\boxed{E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$; $\boxed{E_2 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$; $\boxed{E_3 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}}$.

В точках A, B, C, D напряженность равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемой каждой из плоскостей: $\boxed{\overline{E} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3}$.

$$E_A = -E_1 - E_2 + E_3 = \boxed{-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 0}$$

$$E_B = E_1 - E_2 + E_3 = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$E_C = E_1 + E_2 + E_3 = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{6}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$E_D = E_1 + E_2 - E_3 = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{3\sigma}{2\varepsilon} = \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{3}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 0}.$$

Ответ: $E_A = 0$; $E_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_C = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_D = 0$.

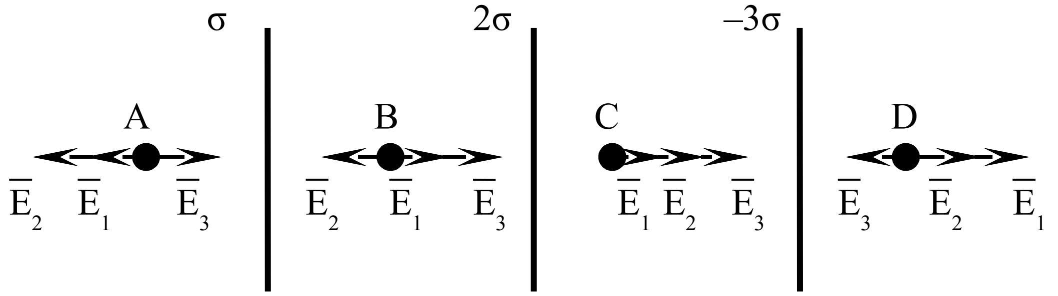


Рисунок 3.9

3 Равномерно заряженный шар

Аналогичным образом, применяя теорему Остроградского-Гаусса, можно получить формулу для равномерно заряженного шара. Без вывода примем, что напряженность электростатического поля шара радиусом R с зарядом q, равномерно распределенным по его поверхности равна

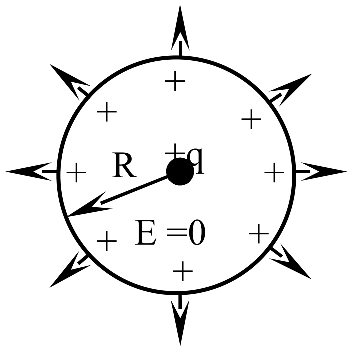


Рисунок 3.10

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}},$$

где r – радиус-вектор, проведенный из центра шара в исследуемую точку поля. Элеткростатическое поле вне заряженного шара совпадает с полем точечного заряда (равного заряду шара), помещенного в центр шара (рисунок 3.10). Напряженность элеткростатического поля внутри шара, заряженного по поверхности, равна нулю.

Пример 3. Поверхностная плотность заряда на равномерном заряженном шаре $\sigma = 6{,}4\cdot10^{-8}$ Кл/м^2. Определить напряженность электрического поля в точке, отстоящей от центра шара на 6 радиусов.

Решение: Элеткростатическое поле заряженного по поверхности шара вне шара анологично полю точечного заряда, расположенного в его центре:

$E = \boxed{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}}$. Заряд на шаре $q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$, где R – радиус шара, $\varepsilon = 1$;

тогда: $E = \boxed{\dfrac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon 36R^2} = \dfrac{\sigma}{36_0}}$, $E = \boxed{\dfrac{6{,}4\cdot10^{-8}}{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot36}} \approx 2{,}0\cdot10^{-2}$ В/м

Ответ: $E \approx 2\cdot10^{-2}$ В /м.

3.1.5 Работа электростатического поля при перемещении заряда. Потенциал и разность потенциалов.

При перемещении заряженных тел, действующие между ними силы совершают работу. Известно, что тела, способные совершать работу за счет сил взаимодействия друг с другом, обладают потенциальной энергией. Следовательно, находящийся в электростатическом поле заряд обладает потенциальной энергией, которую называют электростатической или электрической.

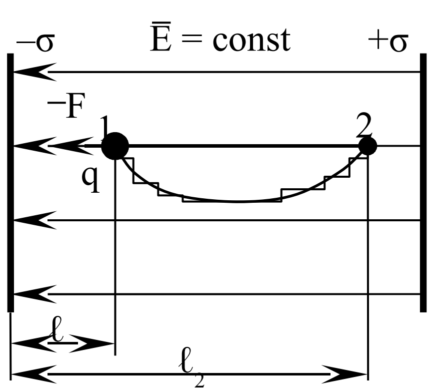


Рисунок 3.11

Поскольку работа является мерой изменения энергии, для определения потенциальной энергии заряда в электростатическом поле необходимо сначала подсчитать работу, совершаемую силами такого поля при перемещении заряда.

Поместим заряд +q в точку 1 однородного электростатического поля, существующего

между разноименно заряженными металлическими пластинами (рисунок 3.11). Так как поле однородное, т.е. во всех его точках E = const, то в каждой точке поля на заряд q действует постоянная сила $\vec{F} = q\vec{E}$. Будем перемещать заряд q из точки
1 в точку 2 вдоль линии напряженности . Как известно, работа постоянной силы определяется как $A = F\ell\cos\alpha$. Направление силы , действующей на заряд q, противоположно направлению перемещения (т.е. α = 180º), поэтому

$$A = -F\ell = -qE(\ell_2 - \ell_1) = -(qE\ell_2 - qE\ell_1). \tag{3.3}$$

Вычислим теперь работу A вдоль произвольной кривой, соединяющей точку 1 и точку 2. Перемещение по плавной кривой можно представить в виде перемещения по ступенчатой ломаной линии со сколь угодно малыми участками. При перемещении q вдоль вертикальных участков ломаной, перпендикулярных напряженности работа не совершается (т.к. α = 90º). На ступеньках параллельных будет совершаться работа (3.3), так как сумма таких участков равна $\ell_2 - \ell_1$. Следовательно, в однородном электростатическом поле работа, совершаемая при перемещении заряда из одной точки поля в другую, не зависит от того, по какой траектории движется заряд, а зависит только от положения этих точек в поле. Из механики известно, что силы, обладающие подобным свойством, называются **консервативными**, а поля этих сил – **потенциальными.** Работа сил потенциального поля при перемещении заряда по замкнутому контуру равна нулю. Мы знаем, что работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n2} - W_{n1}) \tag{3.4}$$

Сравнивая (3.3) и (3.4) видно, что

$$W_{n2} - W_{n1} = qE\ell_2 - qE\ell_1$$

Следовательно, в однородном электростатическом поле потенциальная энергия заряда

$$W_n = qE\ell \tag{3.5}$$

Из (3.5) видно, что потенциальная энергия заряда в электростатическом поле пропорциональна заряду q. Это справедливо не только для однородного, но и для любого электростатического поля. Следовательно, отношение потенциальной энергии к заряду не зависит от помещенного в поле заряда. Это позволяет ввести новую количественную характеристику поля – **потенциал.**

$$\varphi = \frac{W_n}{q} \tag{3.6}$$

Из (3.6) видно, что потенциал электростатического поля в данной точке есть скалярная величина, численно равная потенциальной энергии единичного заряда, помещенного в эту точку поля.

Таким образом, для описания электростатического поля используют две основные характеристики: **напряженность** $\boxed{\vec{E}}$ является вектором и представляет собой силовую характеристику; она определяет силу, действующую на заряд q в данной точке поля. **Потенциал φ** – скаляр, это энергетическая характеристика поля; она определяет потенциальную энергию заряда q в данной точке поля. Подобно потенциальной энергии, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчета потенциала. Практическое значение имеет не сам потенциал в точке, а **изменение потенциала**, которое не зависит от выбора нулевого уровня отсчета потенциала. Из (3.6) $\boxed{W_п = q\varphi}$, следовательно работа

$$\boxed{A = -(W_{п2} - W_{п1}) = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q\Delta\varphi} \qquad (3.7)$$

В дальнейшем вместо изменения потенциала $\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$, представляющего собой разность значений потенциала в конечной и начальной точках траектории, будем использовать другую величину – **разность потенциалов.**

Под разностью потенциалов понимают разность значений потенциала в начальной и конечной точках траектории: $\boxed{U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi}$, следовательно формула (3.7) примет вид:

$$\boxed{A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\Delta\varphi = qU} \qquad (3.8)$$

Для электростатического поля напряжение U равно разности потенциалов Согласно (3.8)

$$\boxed{U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}} \qquad (3.9)$$

Таким образом, разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равно отношению работы поля по перемещению заряда из начальной точки в конечную к этому заряду. Или иначе говоря, численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда. Из (3.9) устанавливают единицу потенциала и разности потенциалов. В СИ работу выражают в джоулях, заряд в кулонах. Следовательно, 1Дж /1К = 1В. За единицу потенциала и разности потенциалов в СИ, называемую **вольтом**, принята разность потенциалов таких двух точек электростатического поля, при перемещении между которыми заряда 1Кл совершается работа 1 Дж.

Если потенциал бесконечно удаленных точек принят за нулевой, потенциал поля точечного заряда имеет простой физический смысл. Подставляя в (3.9) $\boxed{\varphi_2 = 0}$ (потенциал бесконечно удаленной точки), получим

$$\varphi_1(r) = \frac{A_\infty}{q} = k\frac{q}{\varepsilon r} \qquad (3.10)$$

т.е. потенциал данной точки поля, созданного точечным зарядом, численно равен работе, которую производят силы поля при перемещении положительного единичного заряда из данной точки в бесконечно удаленную.

Пример 1. Поле образовано точным зарядом $q = 1{,}2\cdot 10^{-7}$ Кл. Какую работу совершит поле при переносе одноименного заряда $q_1 = 1{,}5\cdot 10^{-10}$ Кл из точки B, удаленной от заряда q на расстояние r_B = 0,5 м, в точку A, удаленную от q на расстояние r_A =2 м. (рисунок 3.12). Среда – воздух.

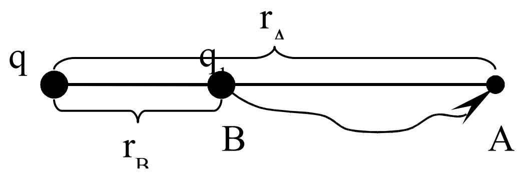


Рисунок 3.12

Решение: Работа поля при переносе заряда q_1 по любому пути из точки B в точку A определяются по формуле: $A = q(\varphi_B - \varphi_A)$. Потенциалы точек A и B: $\varphi_A = k\frac{q}{r_A}$; $\varphi_B = k\frac{q}{r_B}$. Тогда работа поля: $A = q_1\left(k\frac{q}{r_B} - k\frac{q}{r_A}\right) = q_1 kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = 1{,}5\cdot 10^{-9}\cdot 9\cdot 10^{9}\cdot 1{,}2\cdot 10^{-7}\left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{2}\right) =$

$= 2{,}43\cdot 10^{-7}$ Дж = 0,243 мкДж.

Ответ: A = 0,243 мкДж.

Формула (3.10) справедлива также и для определения потенциала в точке поля, создаваемого равномерно заряженной сферой или шаром на расстояниях, больших или равных его радиусу, т.к. поле такой сферы вне ее и на ее поверхности совпадает с полем точечного заряда.

3.1.6 Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов. Эквипотенциальные поверхности.

Если известно распределение потенциала, т.е. его значение в каждой точке поля, то можно найти и напряженность этого поля в каждой точке.

Рассмотрим в однородном электростатическом поле две точки 1 и 2 и предположим, что заряд q = +1 переходит из точки 1 в точку 2 вдоль Δx (рисунок 3.13). Согласно (3.3), $A = qE_x\Delta x = E_x\Delta x$, где E_X – проекция вектора на направление Δx. С другой стороны $A = -q\Delta\varphi = -\Delta\varphi$. Приравняв оба выражения для работы, получим $E_X = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$, переходя к пределу при $\Delta x \to 0$, получим

$$E_X = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad (3.11)$$

Производная, стоящая в правой части, выражает быстроту изменения потенциала в направлении x. Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z, можем найти вектор $\boxed{\;}$:

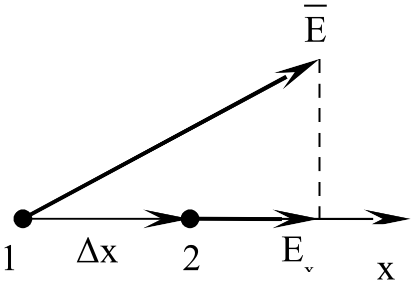


Рисунок 3.13

$$\vec{E} = \left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k} \right), \tag{3.12}$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей x, y, z. Вектор $\boxed{\;}$, определяемый выражением (3.12) называется градиентом скаляра φ (наряду с grad, применяется обозначение $\boxed{\;}$ – «набла»). То есть напряженность поля $\boxed{\;}$ равна градиенту потенциала со знаком «–».

$$\vec{E} = \mathrm{grad}\,\varphi \quad \text{или} \quad \vec{E} = -\nabla\varphi. \tag{3.13}$$

Знак минус определяется тем, что вектор $\boxed{\;}$ направлен в сторону убывания потенциала. Таким образом, зная распределение потенциала, можно определить и проекцию напряженности поля на любое направление, а значит и проекции E_x, E_y, E_z на оси.

Пример 1. Разность потенциалов точек, отстоящих от заряженной поверхности на расстояниях $x_1 = 5$ см и $x_2 = 10$ см, равна $\varphi_1 - \varphi_2 = 5$ В. Чему равен заряд плоскости в вакууме, если ее площадь $S = 400$ см^2?

Решение: Напряженность и разность потенциалов электростатического поля связаны выражением $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{(\varphi_2 - \varphi_1)}{(x_2 - x_1)}$, отсюда

$\varphi_1 - \varphi_2 = E(x_2 - x_1) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}(x_2 - x_1)$, где $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ – напряженность равномерно заряженной плоскости, $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда,

откуда $q = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\cdot 2\varepsilon_0\varepsilon S}{x_2 - x_1} = \frac{5\cdot 2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-2}}{1\cdot 10^{-1} - 5\cdot 10^{-2}} = 7\cdot 10^{-11}$ Кл.

Ответ: $q = 7\cdot 10^{-11}$Кл.

Если поле однородно, т.е. создается плоским конденсатором, а U – напряжение между пластинами, d – расстояние между ними, то

$$E = \frac{U}{d} \tag{3.14}$$

Формулу (3.14) используют для определения единицы напряженности поля. Напряженность электростатического поля равна единице, если разность потенциалов между двумя точками на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В. Эту единицу называют «вольт на метр».

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются **эквипотенциальными поверхностями** – поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Через каждую точку поля проходит одна силовая линия и одна эквипотенциальная поверхность. В каждой точке поля силовая линия и эквипотенциальная поверхность взаимно перпендикулярны друг другу.

3.1.7 Электроемкость уединенного проводника, шара. Единицы электроемкости

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, согласно (3.10), пропорционален заряду $\varphi \sim q$. Из опыта известно, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, принимают различные потенциалы. Поэтому, для уединенного проводника можно записать

$$q = C \cdot \varphi$$

Величину

$$C = q / \varphi$$

называют **электроемкостью** (или емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Единица электроемкости в системе СИ – **фарад** (Ф): 1 Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Как отмечалось ранее, потенциал уединенного шара определяется по той же формуле (3.10), что и потенциал поля точечного заряда

$$\boxed{\varphi_ш = k\frac{q}{\varepsilon R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}},$$

отсюда емкость шара будет:

$$\boxed{C_ш = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}.$$

Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме ($\varepsilon = 1$), и имеющий радиус $R = C/4\pi\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^6$ км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C \approx 0{,}7$ мФ). Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы – миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ) и т.д.

В системе СГСЭ единица электроемкости называется **сантиметром** (см).

Физический смысл этого наименования в том, что емкость уединенного сферического проводника (шара) в вакууме $C_{см} = R_{см}$, в среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε

$$C_{см} = \varepsilon R_{см}.$$

Соотношение между единицами электроемкости СИ и СГСЭ такое:

$$\boxed{1Ф = \frac{1Кл}{1В} = \frac{3\cdot 10^{9}\,ед.СГСЭзаряда}{\frac{1}{300}ед.СГСЭпотенциала} = 9\cdot 10^{11}\,ед.СГСЭемкости},$$

$$1Ф = 9\cdot 10^{11}см,\ 1мкФ = 9\cdot 10^{5}см,\ 1пФ = 0{,}9\ см$$

Пример 1. Две металлические концентрические сферы, расположенные в воздухе, имеют радиусы $r_1 = 20$ см и $r_2 = 40$ см. На внутренней сфере находится заряд $q_1 = -90$ ед. СГСЭ$_q$, внешняя сфера заряжена до потенциала $\varphi_2 = 600$ В. Найти напряженность и потенциал поля в точках А, В и С (рисунок 3.14), расположенных на расстоянии $\ell_A = 10$ см, $\ell_B = 25$ см, $\ell_C = 50$ см от центра сфер.

Решение: Заряд, равномерно распределенный по поверхности сферы, создает вне сферы такое же поле, как и точечный заряд. Расположенный в центре сферы. Внутри сферы напряженность равна нулю, а потенциал равен потенциалу на поверхности сферы. На основании этого найдем выражение для напряженности и потенциала (в системе СГСЭ). Предварительно найдем заряд внешней сферы: $q_2 = \varphi_2\cdot C$, т.е. $q_2 = \varphi_2\cdot r_2 = \boxed{\frac{600\ В}{300\ едСГСЭ}}\cdot 40$ см $= 80$ ед.СГСЭ$_q$

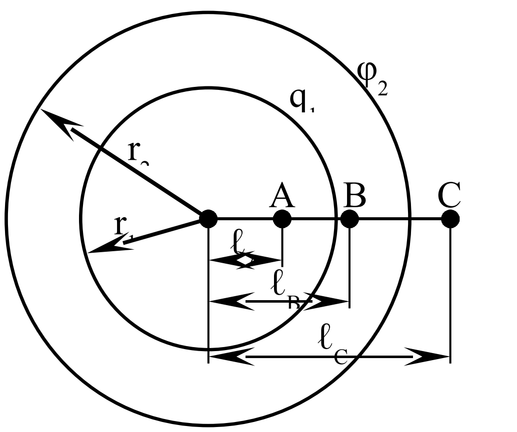


Рисунок 3.14

Вне обеих сфер

$$\boxed{E_C = \frac{q_1}{\ell_C^2} + \frac{q_2}{\ell_C^2} = \frac{q_1 + q_2}{\ell_C^2}},$$

$$\boxed{\varphi_C = \frac{q_1}{\ell_C} + \frac{q_2}{\ell_C} = \frac{q_1 + q_2}{\ell_C}},$$

где ℓ_C – расстояние точки С поля от общего центра обеих сфер. Между сферами

$$\boxed{E_B = 0 + \frac{q_1}{\ell_B^2} = \frac{q_1}{\ell_B^2}};\qquad \boxed{\varphi_B = \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_1}{\ell_B}}.$$

Внутри малой сферы

$$E_A = 0;\qquad \boxed{\varphi_A = \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}}.$$

Подставляем в эти формулы заданные величины. При этом, если вектор напряженности направлен вправо (от общего центра сфер), то напряженность будем считать положительной, в данном случае это напряженность поля отрицательного заряда q_1, а напряженность поля положительного заряда q_2, вектор напряженности которого направлен влево (к общему центру сферы), будем считать отрицательной. Получим:

$$\boxed{E_C = \frac{-90+80}{50^2} = -\frac{1}{250}} \text{ ед СГСЭ}_E = -120 \text{ В/м},$$

$$\boxed{\varphi_C = \frac{-90+80}{50} = -\frac{1}{5}} \text{ ед СГСЭ}_\varphi = -60 \text{ В},$$

$$\boxed{E_B = -\frac{90}{25^2} = -0{,}144} \text{ едСГСЭ}_E = -4320 \text{ В/м},$$

$$\boxed{\varphi_B = \frac{80}{40} - \frac{90}{25} = -1{,}6} \text{ ед СГСЭ}_\varphi = -480 \text{ В},$$

$E_A = 0$ В/м,

$$\boxed{\varphi_A = -\frac{90}{20} + \frac{80}{40} = -2{,}5} \text{ ед СГСЭ}_\varphi = -750 \text{ В}.$$

Знак «–» при E_B и E_C показывает, что векторы напряженности направлены к центру сферы.

3.1.8 Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия конденсатора.

Как видно из формулы для емкости шара, чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов.**

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные заряды, причем ближайшими к наводящему заряду q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом q, т.е. понижают потенциал φ проводника, что приводит к повышению его электроемкости С.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую формулу, что поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. В зависимости от формулы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению зарядов q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между его обкладками

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}}$$

Выведем формулу плоского конденсатора.

Т.к. поле между обкладками является однородным, то q = σ·S. Напряженность поля двух разноименно заряженных параллельных пластин (поле плоского конденсатора) равно $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, напряжение U = E·d , где S – площадь пластин, d – расстояние между ними. Окончательно получим

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\sigma \cdot S \cdot \varepsilon\varepsilon_0}{\sigma \cdot d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Отсюда видно, что электрическая емкость не зависит от вещества, из которого изготовлен конденсатор, а зависит от его формы, размеров и диэлектрической проницаемости среды.

Пример 1. Определить электроемкость конденсатора, для изготовления которого использовали ленту алюминиевой фольги длиной ℓ = 157 см и шириной h = 90 мм. Толщина парафинированной бумаги d = 0,1 мм.

Решение: Электроемкость плоского конденсатора:

$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$, где S = ℓ·h – площадь пластины равна площади алюминиевой фольги. Тогда $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon \ell h}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 1{,}57 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{0{,}1 \cdot 10^{-3}} = 25 \cdot 10^{-9}\,\Phi = 25 \cdot 10^{-3}$ мкФ.

Ответ: $C = 25 \cdot 10^{-3}$ мкФ.

Если напряжение на конденсаторе сделать слишком большим, то конденсатор «пробивается», т.е. между его обкладками возникает искра (внутри диэлектрика или по его поверхности) и конденсатор портится вследствие нарушения изоляции. Поэтому каждый конденсатор характеризуется не только своей емкостью, но и ещё максимальным рабочим напряжением.

Для того чтобы, располагая определенными конденсаторами, осуществить желаемую емкость при нужном рабочем напряжении, конденсаторы соединяют в батареи. Возможны три типа соединения конденсаторов – последовательное, параллельное и смешанное.

1 Последовательное соединение конденсаторов

При таком соединении (рисунок 3.15) на обкладках каждого конденсатора окажется одинаковый по модулю заряд, т.е. $q_1 = q_2 = q_3 = \ldots = q_n = q$, где q заряд всей батареи. Можно записать $U_1 = q/C_1$, $U_2 = q/C_2$, … $U_n = q/C_n$. Напряжение же батареи будет равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, т.е.

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} = q\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_n}.$$

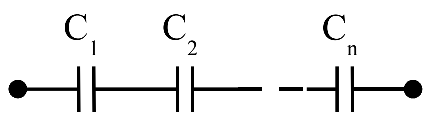


Рисунок 3.15

Поэтому для емкости C всей батареи, находим

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}.$$

При последовательном соединении конденсаторов суммируются обратные величины емкости. В этом случае напряжение на каждом конденсаторе будет меньше напряжения на батарее, и поэтому допустимое рабочее напряжение будет больше, чем у одного конденсатора.

Пример 2. Конденсаторы емкостью C_1 = 2 мкФ и C_2 = 8 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения 200 В. Определить разность потенциалов на каждом конденсаторе.

Решение: При последовательном соединении заряды на конденсаторах будут одинаковыми. Разность потенциалов на конденсаторах: $\boxed{U_1 = \frac{q}{C_1}}$ и $\boxed{U_2 = \frac{q}{C_2}}$, где q – заряд, q = CU, C – емкость соединенных последовательно конденсаторов. При последовательном соединении: $\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ или $\boxed{C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$. Тогда: $\boxed{q = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} U}$ и

$$\boxed{U_1 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot U}{(C_1 + C_2) \cdot C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U = \frac{8 \cdot 200}{2 + 8} = 160} \text{ В},$$

$$\boxed{U_2 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot U}{(C_1 + C_2) \cdot C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U = \frac{2 \cdot 200}{2 + 8} = 40} \text{ В}.$$

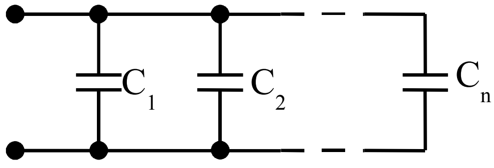
Ответ: U_1 = 160В, U_2 = 40В.

2 Параллельное соединение конденсаторов

При таком соединении (рисунок 3.16) напряжения на каждом конденсаторе U_i одинаковы и равны напряжению U на батарее: $U_1 = U_2 = \ldots U_n = U$.

Заряд такой батареи q будет равен сумме зарядов на всех параллельно соединенных конденсаторах: $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$, …, $q_n = C_nU$;

$$\boxed{q = \sum_{i=1}^{n} q_i = U\sum_{i=1}^{n} C_i}.$$



Поэтому емкость батареи:

Рисунок 3.16

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = \sum_{i=1}^{n} C_i} \, .$$

Емкость батареи конденсаторов, соединенных параллельно, равна сумме емкостей отдельных конденсаторов. Т.к. в этом случае напряжение на каждом конденсаторе равно напряжению на батарее, то и допустимое рабочее напряжение батареи будет таким же, как и у одного конденсатора.

Пример 3. Конденсатор емкостью C_1 = 3мкф заряжен до разности потенциалов U_1 = 300В, конденсатор емкостью C_2 = 2мкф – до U_2 = 200В. Оба конденсатора соединены после зарядки параллельно одноименными полюсами. Какая разность потенциалов установиться на обкладках конденсаторов после их соединения?

Решение: Заряд первого конденсатора $q_1 = C_1U_1$, заряд второго конденсатора $q_2 = C_2U_2$. После соединения заряд батареи конденсаторов будет: $q_1 = q_1 + q_2 = C_1U_1 + C_2U_2$. Емкость конденсаторов при параллельном соединении $C = C_1 + C_2$. Разность потенциалов после соединения:

$$\boxed{U = \frac{q}{C} = \frac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \cdot 10^{-6}\Phi \cdot 300В + 2 \cdot 10^{-6}\Phi \cdot 200В}{3 \cdot 10^{-6}\Phi + 2 \cdot 10^{-6}\Phi} = 260} \text{ В.}$$

Ответ: U = 260В.

Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии, эта работа равна энергии, приобретаемой конденсатором.

Выведем формулу для **энергии** плоского конденсатора. Напряженность поля, созданного зарядом одной из пластин, равна $\boxed{\frac{E}{2}}$, где Е – напряженность поля в конденсаторе. В одном поле одной пластины находится заряд q, расположенный по поверхности другой пластины. Согласно формуле для потенциальной энергии заряда в одном поле **энергия** конденсатора равна:

$$W = q\boxed{\frac{E}{2}d},$$

где q – заряд конденсатора, а d – расстояние между пластинами.

Так как E d = U – разность потенциалов между обкладками конденсатора, то его **энергия** равна:

$$W = \boxed{\frac{qU}{2}} \qquad (3.15)$$

Эта энергия равна работе, которую совершит электрическое поле при сближении пластин вплотную. Заменив в формуле (3.15) либо разность потенциалов $U = \boxed{\frac{q}{C}}$, либо заряд q = CU получим:

$$W = \boxed{\frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}} \qquad (3.16)$$

Можно доказать, что эти формулы справедливы для энергии любого конденсатора, а не только плоского.

Согласно теории близкодействия вся энергия взаимодействия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел. Значит, энергия может быть выражена через основную характеристику поля – напряженность.

Подставим в формулу (3.16) значение электроемкости плоского конденсатора и выразим разность потенциалов в формуле через напряженность поля: U = E d. Тогда энергия конденсатора будет равна:

$$W = \boxed{\frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd} \qquad (3.17)$$

Разделив (3.17) на объем Sd, занятый полем, получим энергию, приходящуюся на единицу объема, т.е. **плотность энергии**:

$$W = \boxed{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}}$$

Эта формула справедлива не только для однородного поля плоского конденсатора, но и для любого другого электростатического поля. Более того, полученное выражение для плотности энергии оказывается справедливым и для переменных электрических полей.

3.2 Постоянный электрический ток

3.2.1 Основные понятия и определения

Ток – это направленное движение заряженных частиц. В металлах носителями тока являются свободные электроны, в электролитах – отрицательные и положительные ионы, в полупроводниках – электроны и дырки, в газах – ионы и электроны. Количественной характеристикой тока является **сила тока**. Сила тока I определяется количеством электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за 1 секунду

$$I = dq / dt$$

Согласно классической электронной теории металлов, при наложении внешнего электрического поля электроны начинают двигаться направленно, однако скорость хаотичного теплового движения $\boxed{\;}$ больше, чем скорость направленного $\boxed{\upsilon_н (\upsilon_н << \upsilon_т)}$. Пусть концентрация свободных электронов в проводнике n_e, заряд их q_e. За промежуток времени $\boxed{\;}$ через поперечное сечение проводника пройдет N электронов:

$$\boxed{N = n_e \cdot \upsilon_н \cdot \Delta t \cdot S},$$

где S – поперечное сечение проводника. Количество электричества, прошедшее за время $\boxed{\ }$ через сечение S, равно:

$$\boxed{\Delta q = q_e \cdot n_e \cdot \upsilon_н \cdot S \cdot \Delta t},$$

откуда сила тока равна:

$$\boxed{I = \Delta q / \Delta t = q_e \cdot n_e \cdot \upsilon_н \cdot S}$$

Ток, сила и направление которого не изменяется со временем, называется **постоянным**. Единица тока в системе СИ - 1ампер (определяется на основании электромагнитного взаимодействия двух параллельных прямолинейных постоянных токов).

$$1А = 1К / 1с = 3 \cdot 10^9\ СГСЭ_q = 3 \cdot 10^9\ СГСЭ_I$$

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется **плотностью тока**

$$j = dI / dt$$

Сила тока I через произвольную поверхность S определяется как поток вектора плотности тока j

$$I = \boxed{\int \bar{j} \cdot d\bar{S}}$$

3.2.2 Закон Ома для однородного участка цепи

Если к проводнику приложить разность потенциалов $\boxed{\varphi_1 - \varphi_2}$, то по проводнику потечет электрический ток. Сила тока прямо пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на концах проводника, то есть: $I \sim U$ или $I = к\,U$, где к = 1 / R - коэффициент пропорциональности, характеризует электропроводность проводника; R – омическое (активное) сопротивление. Тогда

$$I = U / R \tag{3.18}$$

(3.18) иногда называют **законом Ома в интегральной форме**: Ток, идущий в проводнике, численно равен отношению приложенного напряжения к сопротивлению проводника.

Сопротивление R зависит от свойств проводника и от его геометрических размеров:

$$\boxed{R = \rho \cdot l / S}, \tag{3.19}$$

где **ρ – удельное сопротивление**, то есть сопротивление проводника длиной один метр с единичной площадью поперечного сечения, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения. Подставив (3.19) в (3.18) получим

$$I / S = 1 / \rho \cdot U / l$$

где $I / S = j$ - плотность тока; $1 / \rho =$ **σ - удельная проводимость**; $U / l =$ E - напряженность электрического поля в проводнике. Окончательно получаем

$$j = \sigma E \tag{3.20}$$

(3.20) выражает закон Ома в **дифференциальной форме.**

Сопротивление зависит от **температуры**, при увеличении температуры увеличивается вероятность столкновения электронов с колеблющимися ионами кристаллической решетки, так как с ростом температуры амплитуда колебаний увеличивается. Сталкиваясь с ионами, электроны теряют скорость направленного движения ($\upsilon_н = 0$). Удельное сопротивление зависит от температуры:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t^\circ C),$$

где - удельное сопротивление при $0C$; - термический коэффициент сопротивления, зависящий от свойств проводника. Размерность удельного сопротивления $Ом \cdot м$. Удельное сопротивление, например, медной проволоки $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м = 1{,}7 \cdot 10^{-2} Ом \cdot мм^2 / м$, таким сопротивлением обладает проволока длиной 1 метр и площадью поперечного сечения 1 мм^2. За направление электрического тока принято направление движения положительных зарядов. Поэтому ток течет от большего потенциала к меньшему. Произведение силы тока на сопротивление иногда называется **падением напряжения:** $U = I \cdot R$.

3.2.3 Последовательное и параллельное соединение сопротивлений

На рисунке 3.17 изображены три **последовательно** соединенных сопротивления R_1, R_2, R_3. Найти эквивалентное сопротивление – это значит найти такое сопротивление $R_{экв}$, которое при той же разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ пропускает тот же ток I, что и три сопротивления:

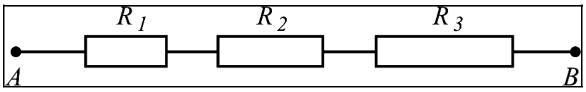
$$\varphi_A - \varphi_B = I \cdot R_{экв}.$$

Сила тока, текущего через последовательно соединенные сопротивления, одинакова. Разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ равна сумме падений напряжений на сопротивлениях R_1, R_2, R_3:

$$\boxed{\varphi_A - \varphi_B = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3},$$

следовательно, $\boxed{R_{экв} = R_1 + R_2 + R_3,}$

или в общем случае при соединении n сопротивлений:



$$\boxed{R_{экв} = \sum_{i=1}^{n} R_i.}$$

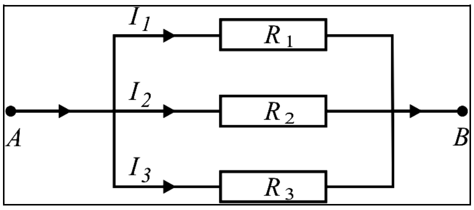
Рисунок 3.17

(3.21)

При **параллельном** соединении (в соответствии с рисунком 3.18) все сопротивления находятся под одной разностью потенциалов, но токи, текущие через разные сопротивления будут различны. Ток, текущий через эквивалентное сопротивление, должен быть равен сумме токов, текущих через R_1, R_2, R_3:

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_3}. \quad (3.22)$$

Из (3.18) и (3.22) следует: $\boxed{\dfrac{\varphi_A - \varphi_B}{R_{экв}} = \dfrac{\varphi_A - \varphi_B}{R_1} + \dfrac{\varphi_A - \varphi_B}{R_2} + \dfrac{\varphi_A - \varphi_B}{R_3},}$ или



$$\boxed{\frac{1}{R_{экв}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.}$$

В общем случае при параллельном соединении n сопротивлений: $\boxed{\dfrac{1}{R_{экв}} = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{R_i}.}$

Пример 1. На рисунке 3.19 все сопротивления равны R. Определить эквивалентное сопротивление.

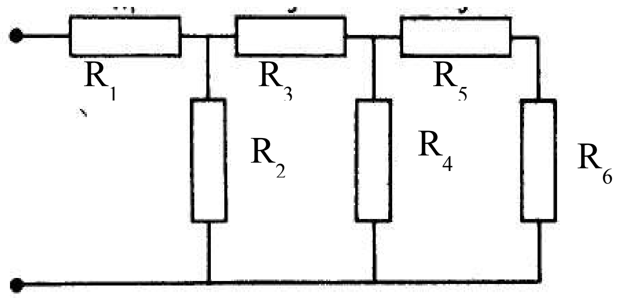


Рисунок 3.19

Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$; $R_{экв}$ - ?

Решение. Трудно определить, как соединены сопротивления R_1 - R_3 последовательно, или параллельно. В подобных схемах всегда ищем сопротивления, соединения которых очевидны. Так, очевидно, что сопротивления R_5 и R_6 соединены последовательно. Значит, $R_{5,6} = R_5 + R_6 = 2R$. Сопротивление $R_{5,6}$ соединено параллельно с сопротивлением R_4. Отсюда

$$\boxed{\frac{1}{R_{4,5,6}} = \frac{1}{R_{5,6}} + \frac{1}{R_4}}\ ; \qquad \boxed{R_{4,5,6} = \frac{2RR}{2R + R} = \frac{2}{3}R}$$. Сопротивление $R_{4,5,6}$ в свою очередь соединено последовательно с сопротивлением R_3:

$R_{3\text{-}6} = R_3 + R_{4,5,6} = R + (2/3)R = (5/3)R$,

а $R_{3\text{-}6}$ параллельно с R_2: $R_{2\text{-}6} = \boxed{\frac{R_{3\text{-}6}R_2}{R_{3\text{-}6} + R_2} = \frac{(5/3)RR}{(5/3)R + R} = \frac{5}{8}R}$.

И, наконец, $R_{2\text{-}6}$ подключено последовательно к R_1, так что

$R_{экв} = R_1 + R_{2\text{-}6} = R + \boxed{\frac{5}{8}}R = \boxed{\frac{13}{8}}R.$

Ответ: $R_{экв} = \boxed{\frac{13}{8}}R.$

3.2.4 Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи

Для поддержания постоянного электрического тока в цепи необходимо подключить источник. При этом очевидно, что кулоновские силы не могут поддерживать ток, так как работа этих сил по замкнутому контуру равна нулю, а известно, что когда по цепи течет электрический ток, выделяется тепло. Следовательно, в цепи должны действовать электрические силы некулоновского происхождения, работа которых по замкнутому контуру не равна нулю. Устройство, в котором эти силы возникают, называется **источником**. Это могут быть химические силы (гальванические элементы), силы со стороны магнитного поля и так далее. Источники тока характеризуются **электродвижущей силой** (эдс). **Эдс –** физическая величина, равная работе сторонних сил $A_{ст}$ по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой цепи:

$$\boxed{\varepsilon = A_{ст} / q_0}. \qquad (3.23)$$

Полная электрическая цепь состоит из источника с эдс ε и внутренним сопротивлением r и внешнего сопротивления R (рисунок 3.20).

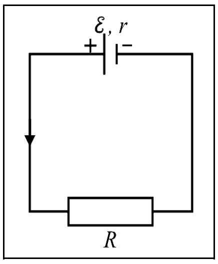


Рисунок 3.20

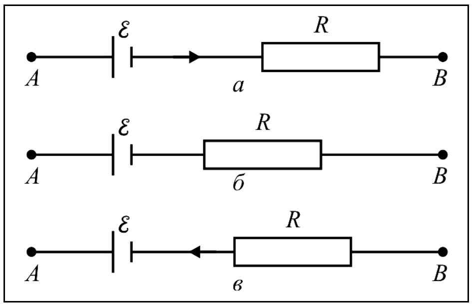


Рисунок 3.21

Сила тока, текущего по цепи, прямо пропорциональна эдс и обратно пропорциональна полному сопротивлению, то есть:

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{(R + r)}}, \tag{3.24}$$

(**закон Ома для полной цепи**). Линии тока замкнуты. Во внешней цепи ток течет от плюса к минусу, во внутренней цепи, то есть в самом источнике от минуса к плюсу.

Пример 1. При подключении вольтметра с сопротивлением R_v = 200 Ом непосредственно к зажимам источника он показывает U = 20 В. Если же этот источник замкнуть на сопротивление R = 8 Ом, то ток в цепи становится равным 0,5 А. Найти эдс и внутреннее сопротивление источника.

Дано: R_v = 200 Ом, U = 20 В, R = 8 Ом, I_2 = 0,5 А; ε - ? r - ?

Решение. По закону Ома для замкнутой цепи в первом случае в цепи течет ток $I_1 = \varepsilon/(R_v + r)$, во втором случае - $I_2 = \varepsilon/(R + r)$, отсюда $I_1(R_v + r) = I_2(R + r)$. Показания вольтметра дают падение напряжения на сопротивлении самого вольтметра, т. е. $U = I_1 R_v$. Для внутреннего сопротивления источника тока, используя полученные равенства, запишем:

$$\boxed{r = \frac{I_1R_v - I_2R}{I_2 - I_1} = \frac{U - I_2R}{I_2 - \frac{U}{R_v}} = \frac{(U - I_2R)R_v}{I_2R_v - U},}$$

а эдс ε равна

$$\boxed{\varepsilon = I_1R_v\frac{(I_2R_v - I_2R)}{I_2R_v - U} = U\frac{I_2(R_v - R)}{I_2R_v - U}.}$$

Подставим числовые данные в полученные выражения:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{20\cdot(0.5\cdot 200 - 0.5\cdot 8)}{0.5\cdot 200 - 20}}\ \text{В} = 24(\text{В})$$

$$\boxed{r = \frac{(20 - 0.5\cdot 8)\cdot 200}{0.5\cdot 200 - 20}\,\text{Ом} = 40(\text{Ом})}$$

Ответ: ε = 24 В; r = 40 Ом.

3.2.5 Закон Ома для неоднородного участка цепи

Сторонние силы могут действовать и вызывать скачки потенциала не только в источнике тока, но и на отдельных участках цепи. Такие участки называют **неоднородными.** В частности, неоднородным является участок цепи, образованный при соединении проводников из различных металлов. При контакте между собой двух разнородных металлов они электризуются и в месте их контакта возникает скачок потенциала, называемый **контактной разностью потенциалов**. Появление контактной разности потенциалов обусловлено двумя причинами: различие в работе выхода электронов из различных металлов и неоднородностью концентрации носителей зарядов в различных металлах. Неоднородный участок цепи состоит из источника и сопротивления R (в соответствии с рисунком 3.21). Падение напряжения на сопротивлении R равно сумме удельных работ кулоновских сил и сил стороннего поля:

$$\boxed{IR = \varepsilon + (\varphi_A - \varphi_B)}.$$

Если $\boxed{\varphi_A - \varphi_B > \varepsilon}$ (рисунок 3.21а), то ток течет от точки А к точке В, кулоновские силы больше сил стороннего поля; если $\boxed{\varphi_A - \varphi_B = \varepsilon}$ (рисунок 3.21б), то сила тока равна нулю; если $\boxed{\varphi_B > \varphi_A}$ (рисунок 3.21в), то заряды движутся и под действием кулоновских сил и под действием сторонних сил в одном направлении.

Закон Ома для неоднородного участка цепи является самым общим видом записи закона Ома для постоянного тока. Покажем это:

а) если участок однородный, т.е. ε = 0, то I = U / R, т. е. получается формула закона Ома для однородного участка цепи постоянного тока;

б) если концы проводника соединить между собой, образовав замкнутую цепь, то $\boxed{\varphi_A = \varphi_B}$, т. е. $\boxed{\varphi_a - \varphi_в = 0}$, следовательно, $I = \varepsilon / R_{общ}$, т. е. получается формула закона Ома для полной цепи постоянного тока, содержащего ЭДС.

3.2.6 Последовательное и параллельное соединение источников тока

При **последовательном** соединении нескольких источников тока (в соответствии с рисунком 3.22а) полная эдс батареи равна алгебраической сумме всех источников, а суммарное сопротивление равно сумме сопротивлений, то есть:

$$\boxed{\varepsilon_\Sigma = \sum_i \varepsilon_i,} \quad \boxed{r_\Sigma = \sum_i r_i}. \qquad (3.25)$$

При **параллельном** подключении n источников с одинаковым эдс и внутренними сопротивлениями r (в соответствии с рисунком 3.22б) суммарная эдс равна эдс одного источника

$$\boxed{\varepsilon_\Sigma = \varepsilon},$$

а внутреннее сопротивление

$$\boxed{r_\Sigma = \frac{r}{n}}.$$

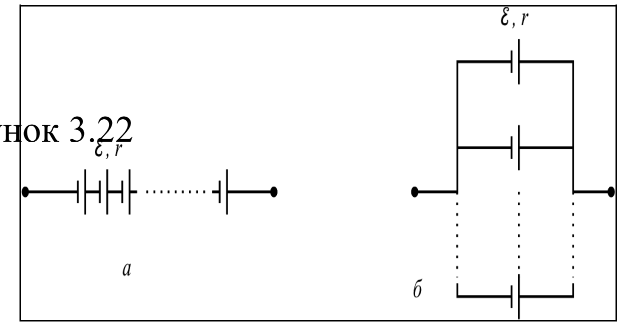


Рисунок 3.22

Если эдс источников различны, то для расчетов значений сил токов в различных участках цепи удобно пользоваться правилами Кирхгофа.

3.2.7 Правила Кирхгофа

Электрические цепи обычно состоят из источников, проводников и потребителей электрического тока. Мы будем называть **элементом электрической цепи** любое устройство, проводящее ток, включенное в эту цепь. Точка соединения нескольких проводников называется **узлом электрической цепи**. **Ветвью электрической цепи** называют участок цепи, расположенный между двумя соседними ее узлами. Замкнутую электрическую цепь, в которой каждые два соседних элемента цепи соединены между собой последовательно, называют **неразветвленным (простым) контуром**. Для расчета разветвленных цепей постоянного тока используют **правила (законы) Кирхгофа.**

Первое правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\boxed{\sum_i I_i = 0} \tag{3.26}$$

Токи, текущие к узлу, будем считать положительными, от узла отрицательными. Тогда для узла, изображенного на рисунке 3.23а, первое правило Кирхгофа запишется в виде:

$$\boxed{I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.}$$

Второе правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма падений напряжений на замкнутом контуре разветвленной цепи равна алгебраической сумме эдс:

$$\boxed{\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_i \varepsilon_i.} \tag{3.27}$$

Запишем второе правило Кирхгофа для контура, изображенного на рисунке 3.23б. Пусть токи направлены так, как показано на рисунке. Если направления токов выбраны неверно, то значения сил токов получатся отрицательными, и, следовательно, они текут в направлении, противоположном выбранному.

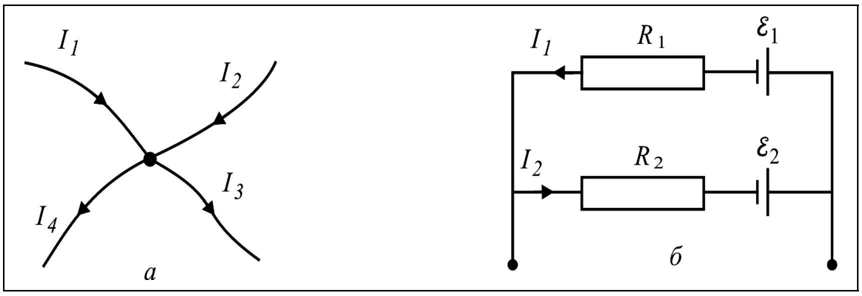


Рисунок 3.23

Выберем направление обхода контура против часовой стрелки. Тогда второе правило Кирхгофа запишется в виде:

$$\boxed{I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2},$$

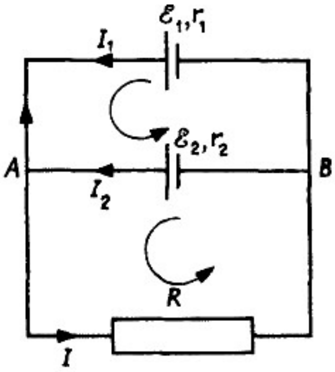


Рисунок 3.24

(берется со знаком минус, так как она вызывает движение зарядов в направлении, противоположном выбранному направлению обхода контура).

Пример 1. Рассчитать токи во всех участках цепи, изображенной на рис. 3.24, если $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $r_1 = r_2 = 2$ Ом, $R = 9$ Ом.

Дано: = 2 В, = 4 В, $r_1 = r_2 = 2$ Ом, $R = 9$ Ом; I_1 - ? I_2 -? I_3 - ?

Решение: Выберем направление токов, как указано на рисунке 3.24. Для узла A запишем первое правило Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 - I = 0 \qquad (3.28)$$

Рассмотрим замкнутый контур ε_1, R, направление обхода контура - против часовой стрелки. Запишем второе правило Кирхгофа:

$$I_1 r + I R = \varepsilon \qquad (3.29)$$

Также для контура ε_2 R имеем

$$I_2 r + I R = \varepsilon_2 \qquad (3.30)$$

Уравнения (3.28), (3.29), (3.30) — система трех уравнений относительно трех неизвестных. Отметим, что можно записать первое правило Кирхгофа для узла B и второе правило для контура ε_1, ε_2. Однако эти два уравнения и уравнения (3.28), (3.29) и (3.30) будут линейно зависимыми. Решим систему уравнений:

$$\boxed{I_1 = \frac{\varepsilon_1 - IR}{r_1}; I_2 = \frac{\varepsilon_2 - IR}{r_2}}; \quad \boxed{I\left(1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2}\right) = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}}.$$

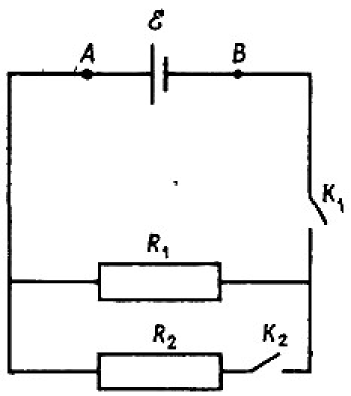


Рисунок 3.25

Окончательно, $I = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$

$$I = \frac{2\cdot 2 + 4\cdot 2}{4 + 9\cdot 4}A = \frac{12}{40}A = 0.3A$$

$$I_1 = \frac{2 - 2.7}{2}A = -0.35A$$

$$I_2 = \frac{4 - 2.7}{2} = 0.65A$$

Знак минус означает, что ток по участку цепи A ε_1B течет в направлении, обратном выбранному.

Пример 2. Источник с эдс 4 В, r = 4 Ом подключен к сопротивлениям $R_1 = 20$ Ом и $R_2 = 30$ Ом, как показано на рисунке 3.25. Определить разность потенциалов на зажимах источника эдс: а) при разомкнутой цепи; б) при замыкании только ключа K_1; в) при замыкании ключей K_1, K_2.

Дано: $\varepsilon = 4$ В, $r = 4$ Ом, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$Ом;

$\boxed{(\varphi_A - \varphi_B)_1 - ?}$ $\boxed{(\varphi_A - \varphi_B)_2 - ?}$ $\boxed{(\varphi_A - \varphi_B)_3 - ?}$

Решение: а) При разомкнутой цепи $\boxed{\varphi_A - \varphi_B}$ равно эдс, так как ток не течет и не происходит падения напряжения: $\boxed{\varphi_A - \varphi_B = \varepsilon}$ = 4 В.

б) При замыкании ключа K_1 по цепи потечет ток. По закону Ома $\boxed{I_1 = \frac{\varepsilon}{(R_1 + r)}}$; $\boxed{\varphi_A - \varphi_B = I_1 R_1 = \frac{\varepsilon \cdot R_1}{(R_1 + r)}}$; $\boxed{\varphi_A - \varphi_B = \frac{(4 \cdot 20)}{24В} = 3.33В}$.

в) При замыкании ключей K_1 и K_2 внешнее сопротивление цепи равно $\boxed{R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$;

$\boxed{I_2 = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}}}$. Откуда

$$\varphi_A - \varphi_B = \varepsilon - \frac{\varepsilon_r}{r + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = 4 - \frac{4 \cdot 4}{4 + \frac{20 \cdot 30}{(20 + 30)}} В = (4 - 1)В = 3В$$

3.2.8 Тепловое действие тока

Если через сопротивление R течет ток I, то кулоновские силы совершают положительную работу:

$$\boxed{A = q \cdot U = I \cdot U \cdot t},$$

где q – количество электричества, протекшее через поперечное сечение проводника за промежуток времени t:

$$\boxed{q = I \cdot t}.$$

При этом происходит выделение тепла Q. Очевидно, что Q = A, или

$$\boxed{Q = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t},$$

(**закон Джоуля – Ленца**). **Мощность тока** – работа, совершенная за единицу времени и равная

$$\boxed{P = \frac{A}{t} = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}.} \qquad (3.31)$$

Полная мощность P_0, развиваемая источником, идет на выделение тепла во внешнем и внутреннем сопротивлениях и равна:

$$\boxed{P_0 = I^2 \cdot (R + r) = I \cdot \varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}.} \qquad (3.32)$$

Мощность, выделяемая во внешнем сопротивлении, называется **полезной** мощностью (это понятие используется в электронагревательных и осветительных приборах) и равна

$$P_{полез} = I^2 R = I U = \varepsilon^2 R / (R + r)^2 \qquad (3.33)$$

Мощность, выделяемая во внутреннем сопротивлении, использована быть не может и называется **теряемой** мощностью

$$P_{тер} = I^2 r = \varepsilon^2 r / (R + r)^2 \qquad (3.34)$$

В этом случае кпд равен

$$\eta = P_{полез} / P_0 \cdot 100\% = R / (R + r) \cdot 100\%$$

Из выражения (3.33) следует, что $P_{полез}$ зависит от двух переменных: I и U или I и R. Для исследования зависимости $P_{полез}$ перепишем выражение для полезной мощности, как функции одной переменной, например, I:

$$P_{полез} = I U = I (\varepsilon - I r)$$

На рисунке 3.26 изображена зависимость $P_{полез}$ (I). Ясно, что кривая, выражающая зависимость $P_{полез}$ (I), - парабола, ветви параболы направлены вниз.

Максимум находим из условия обращения в нуль первой производной

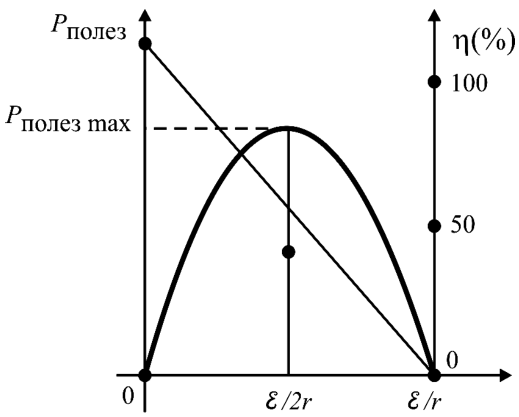


Рисунок 3.26

$P'_{полез} = 0$, или $\varepsilon - 2IR = 0$, $I = \varepsilon / 2r$, а так как $I = \varepsilon / (R + r)$, то очевидно, что полезная мощность будет максимальна при r = R и равна $P_{полез} = \varepsilon^2 / 4r$. При $I_{мах} = \varepsilon / r$ (короткое замыкание) $P_{полез} = 0$, также $P_{полез} = 0$ при $R \to \infty$ (разомкнутая цепь). На рисунке 3.26 изображена также зависимость кпд от тока. При разомкнутой цепи кпд равен 100% (ток не течет и нет потерь). При короткозамкнутой цепи кпд равен нулю (ток течет, но нет внешнего сопротивления, полезной мощности негде выделится) и при r = R кпд = 50%. Подчеркнем, что когда выделяется максимальная полезная мощность, это не означает, что кпд максимален.

Пример 1. Определить ток короткого замыкания $I_{к.з.}$ для источника, который при токе в цепи $I_1 = 10$ А имеет полезную мощность $P_1 = 500$ Вт, а при токе $I_2 = 5$ А - мощность $P_2 = 375$ Вт.

Дано: $I_1 = 10$ А, $P_1 = 500$ Вт, $I_2 = 5$ А, $P_2 = 375$ Вт; $I_{к.з.}$ -?

Решение. Ток короткого замыкания равен $I_{к.з} = \varepsilon / r$ и является характеристикой источника. Полезная мощность $P = I\,U$, где U - напряжение на зажимах источника или падение напряжения на внешнем сопротивлении. Напряжения на зажимах источника в первом и во втором случаях равны

$$U_1 = P_1 / I_1 = \varepsilon - I_1 r, \tag{3.35}$$

$$U_2 = P_2 / I_2 = \varepsilon - I_2 r \tag{3.36}$$

Вычтем почленно из выражения (3.35) выражение (3.36):

$$\boxed{\frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2} = (\varepsilon - I_1 r) - (\varepsilon - I_2 r) = (I_2 - I_1) r}$$ откуда получаем для r: $$\boxed{r = \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)}}.$$

Эдс источника тока: $$\boxed{\varepsilon = U_1 + I_1 r = \frac{P_1}{I_1} + \frac{I_1 (P_1 I_2 - P_2 I_1)}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} = \frac{P_1}{I_1} + \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_2 (I_2 - I_1)}}$$

Подставив числовые данные в расчетные формулы, имеем

$$\boxed{r = \frac{500 \cdot 5 - 375 \cdot 10}{10 \cdot 5(5 - 10)} Ом = 5 Ом};$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{500}{10} - \frac{500 \cdot 5 - 375 \cdot 10}{5 \cdot (10 - 5)} В = 100 В}$$

и окончательно $I_{к.з.} = 100 / 5 = 20$ А.

3.3 Магнитное поле постоянного тока

3.3.1 Магнитное поле и его характеристики

Вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует магнитное поле. **Магнитное поле** есть вид материи, посредством которого взаимодействуют между собой движущиеся электрические заряды. Оно возникает вокруг любого направленно движущегося электрического заряда, а также при наличии переменного во времени электрического поля (и в вакууме, и в диэлектриках) и действует только на **движущиеся** электрические заряды. Неподвижные заряды магнитного поля не создают и не испытывают силового воздействия со стороны магнитного поля.

Магнитное поле можно **обнаружить**, помещая в него магнитные стрелки или проводники с током, так как оно оказывает на них ориентирующее действие. Магнитное поле можно **исследовать** с помощью **замкнутого контура (**рамки) с током. Геометрические размеры контура должны быть настолько малы, чтобы в его пределах поле не изменялось. Ориентация контура в пространстве характеризуется **направлением нормали к контуру**. В качестве **положительного** направления нормали принимается направление, связанное с током **правилом правого винта,** т. е. за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке. На контур в магнитном поле действует **механический вращательный момент.** Отношение максимального вращательного момента $\mathbf{M}_{мах}$ к произведению силы тока I, текущего по контуру, и площади поверхности S, охватываемой этим контуром, величина постоянная:

$$\mathbf{M}_{max} / I\,S = const.$$

Этим отношением определяется основная силовая характеристика магнитного поля - **вектор магнитной индукции В**. Произведение I S называется **магнитным моментом контура с током**:

$$\mathbf{P}_{м} = I\,S.$$

Направление магнитного момента совпадает с направлением индукции магнитного поля, создаваемого в центре контура текущим по нему током. **Направление вектора В** определяется по правилу: если направление вращения винта совпадает с направлением тока в контуре, то его поступательное движение укажет направление индукции магнитного поля и, соответственно, магнитного момента (рисунок 3.27) (следствие **правила правого винта**).

Итак, **вектор магнитной индукции** определяется максимальным вращательным моментом, действующим на контур с током, магнитный момент которого равен единице:

$$\mathbf{B} = \mathbf{M}_{max} / \mathbf{P}_{м} \qquad (3.37)$$

Магнитная индукция измеряется в **теслах** (Тл). Тесла — это индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с максимальным вращательным моментом 1Н·м на контур с током, магнитный момент которого равен 1А·м^2.

Индукция магнитного поля — экспериментально измеряемая величина, зависящая от токов, создающих поле, и свойств среды, в которой оно создано.

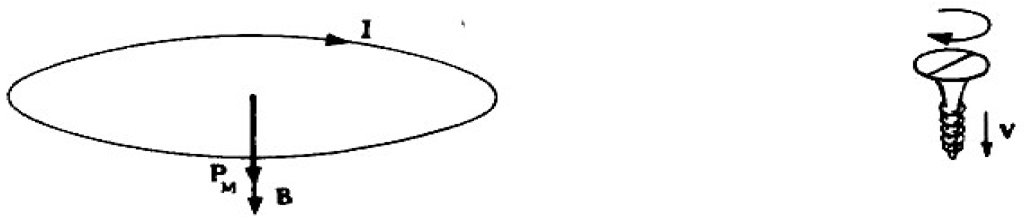


Рисунок 3.27

Магнитное поле, так же как и электрическое, изображается **силовыми линиями.** Это линии, касательная в каждой точке которых совпадает с вектором магнитной индукции **В**. Однородное магнитное поле изображается параллельными линиями, отстоящими на равном расстоянии друг от друга. Направление линий магнитной индукции поля, созданного током, определяется по правилу **правого винта**.

Пример 1. Квадратная рамка со стороной 5 см, имеющая 10 витков, находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Плоскость рамки составляет угол 0°с направлением магнитного поля. Определить вращающий момент сил, действующих на рамку, если ток в рамке равен 4А.

Дано: $B = 0{,}1$ Тл, $a = 5$ см ($5 \cdot 10^{-2}$ м), $N = 10$, $I = 4$ А; $M_{вр}$ - ?

Решение. Механический момент сил, действующий на рамку, определяется из формулы (3.37), и так как рамка состоит из N витков можно записать $M_{вр} = N\, I\, S\, B \sin a$,

где $S = a^2$ - площадь рамки, $a = \pi/2$ — угол между нормалью к плоскости рамки и направлением магнитного поля. Имеем

$$M_{вр} = 10 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}1\ (Н \cdot м) = 10^{-2}\ Н \cdot м.$$

Ответ: $M_{вр} = 10^{-2}$ Н · м.

Наряду с вектором магнитной индукции **B** вводится еще одна силовая характеристика магнитного поля - **напряженность магнитного поля H**. Векторы **B** и **H** связаны соотношением

$$\mathbf{B} = \mu\, \mu_0\, \mathbf{H} \qquad (3.38)$$

Напряженность магнитного поля измеряется в амперах на метр (А/м), **μ_0 - магнитная постоянная, равная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, μ - относительная магнитная проницаемость среды,** показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в данной среде больше или меньше, чем в вакууме. Напряженность магнитного поля определяется только конфигурацией проводников, создающих поле, и токами, текущими по этим проводникам, т. е. макроисточниками поля, и не зависит от магнитных свойств среды, в которой поле создается.

3.3.2 Магнитное поле токов различной конфигурации

Индукция магнитного поля, создаваемого проводниками с током различной конфигурации, определяется по закону Био - Савара - Лапласа. Дальнейшие формулы приводим без вывода.

1) Индукция магнитного поля, создаваемого бесконечным прямым проводником с током (рисунок 3.28.), равна:

$$\boxed{B = \mu_0 \mu I / 2\pi d} \qquad (3.39)$$

2) Индукция магнитного поля в центре кругового витка с током (рисунок 3.29)

$$\boxed{B = \mu_0 \mu / 2r} \qquad (3.40)$$

где r — радиус витка.

3) Индукция магнитного поля в центре соленоида (вдали от краев соленоида, где поле существенно неоднородно) равна (рисунок 3.30):

$$\boxed{B = \mu_0 \mu I n}$$

где n - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида.

Если поле создается несколькими источниками, то вектор магнитной ин-

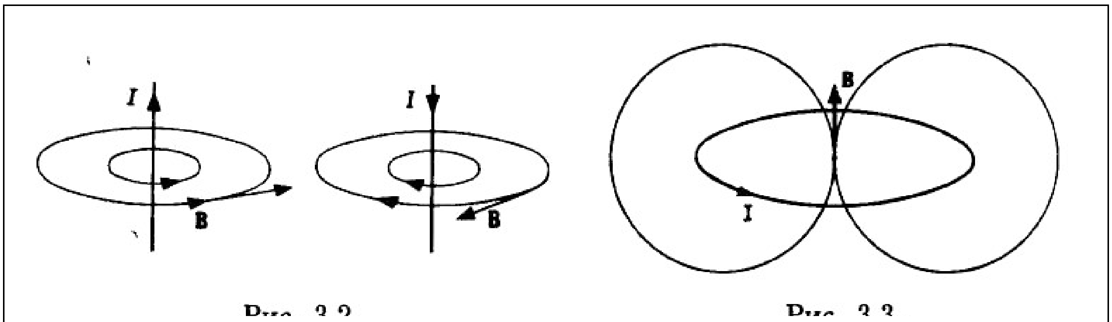


Рисунок 3.28 Рисунок 3.29

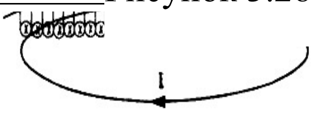
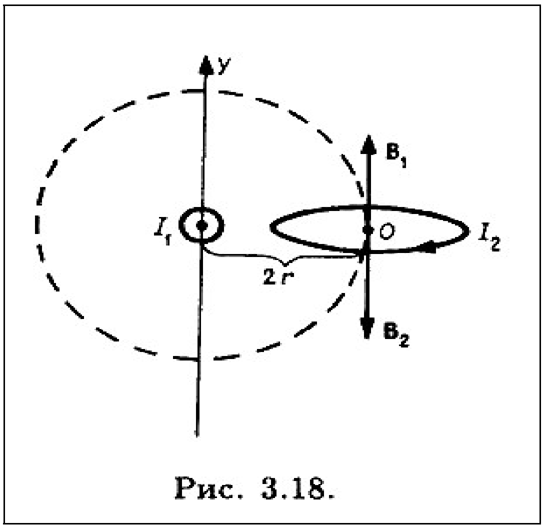


Рисунок 3.30

дукции в данной точке определяется, как векторная сумма векторов магнитной индукции полей, создаваемых каждым источником в отдельности **B**$_i$, (**принцип суперпозиции**):

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \ldots + B_n = \boxed{\sum_{i=1}^{n} B_i}$$



Заметим, что силовые линии магнитного поля замкнуты, так как в природе не существует положительных и отрицательных магнитных зарядов.

Пример 1. Круговой виток радиуса r, по которому течет ток I_2, находится вблизи бесконечного прямого провода, по которому течет ток I_1 . Проводник и виток лежат в одной плоскости (рисунок 3.31). Расстояние от центра витка до проводника равно 2r. Определите индукцию магнитного поля в центре витка. Как должна измениться сила тока I_2, чтобы индукция магнитного поля в центре витка стала равна нулю?

Дано: I_1, r, I_2, 2r; B -? I_2 -?

Рисунок 3.31

Решение. Магнитное поле создается прямым проводником с током и круговым витком. Вектор индукции поля $\mathbf{B}_1$, создаваемого прямым проводником с током (рисунок 3.34), лежит в плоскости чертежа. Вектор индукции магнитного поля витка с током $\mathbf{B}_2$ также перпендикулярен плоскости витка. Согласно принципу суперпозиции полей, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$, или в проекции на ось y: $B = B_1 - B_2$, где $B_1 = \mu_0 I_1/2r$, $B_2 = \mu_0 I_2/4\pi r$.

Рисунок 3.31

Итак, $B = (\mu_0/2r)(I_1 - I_2/2\pi)$. Индукция магнитного поля в центре витка обращается в нуль, если $I_1 = I'_2/2\pi$, откуда $I'_2 = 2\pi I_1$. Сила тока, текущего по прямому проводнику, должна измениться на величину $\Delta I_1 = I'_2 - I_1 = 2\pi I_1 - I_1$.

3.3.3 Закон Ампера

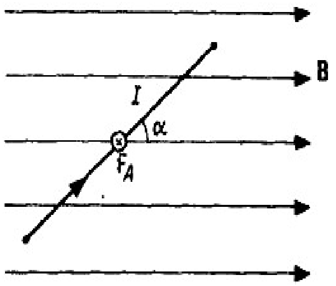


Рисунок 3.32

Поместим в магнитное поле проводник длиной L, по которому течет ток I (рисунок 3.32). На проводник действует сила, прямо пропорциональная силе тока, текущего по проводнику, индукции магнитного поля, длине проводника, и зависящая от ориентации проводника в магнитном поле. Закон **Ампера**:

$$|\mathbf{F}| = I\,\mathbf{B}\,L \sin\alpha \qquad (3.41)$$

где α - угол между направлением тока в проводнике и направлением вектора магнитной индукции B.

Направление **силы Ампера** определяется по **правилу левой руки**: если левую руку расположить так, что магнитные силовые линии входят в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по току, то отогнутый большой палец укажет направление силы. Очевидно, что сила Ампера равна нулю, если проводник расположен вдоль силовых линий поля и максимальна, если проводник перпендикулярен силовым линиям.

Пример 1. В однородном магнитном поле, индукция которого равна $4\cdot10^{-2}$ Тл и направлена под углом $\alpha = 30°$ к вертикали, по вертикальным проводам без трения вверх движется прямой проводник массой 10 г, по которому течет ток 3 А. Через 5 с после начала движения проводник имеет скорость 20 м/с. Определить длину проводника.

Дано: $B = 4\cdot10^{-2}$ Тл, $\alpha = 30°$, m=10г (10^{-2} кг), I = 3 А, t = 5с, v = 20 м/с; l -?

Решение. На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила Ампера $|\mathbf{F}| = I\,\mathbf{B}\,L \sin\alpha$, где $\alpha = \pi/2$, направленная, как указано на рисунке 3.33. Движение проводника осуществляется только в вертикальном направлении. Ускорение проводника найдем из второго закона Ньютона ma = F_{AX} - mg, где F_{AX} - $F_A \cos 60°$ — проекция силы Ампера на вертикальную ось:

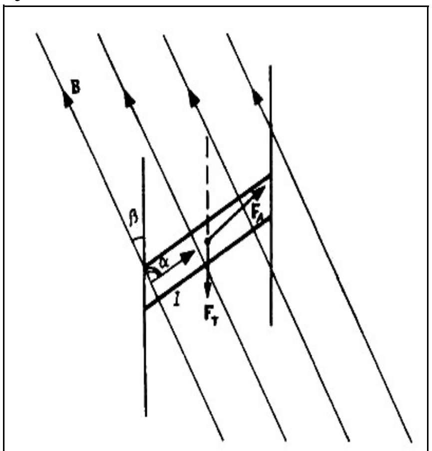


Рисунок 3.33

$$ma = F_A \cos 60° - mg = I\,B\,l \cos 60° - mg.$$

Скорость проводника равна $\boxed{v = at = \frac{IBl\cdot\cos 60^0 - mg}{m}t}$, откуда

$$\boxed{\begin{aligned} l &= \frac{mv + mgt}{t\cdot\cos 60^0 IB} = \frac{m(v+gt)}{t\cdot\cos 60^0 IB} \\ l &= \frac{10^{-2}(20+10\cdot 5)}{5\cdot 0.5\cdot 3\cdot 4\cdot 10^{-2}}\,\text{м} = \frac{7}{3}\,\text{м} \end{aligned}}$$

Ответ: $l = \boxed{\;}$ м.

3.3.4 Взаимодействие двух прямолинейных проводников с током

Пусть по двум параллельным проводникам, отстоящим друг от друга на расстоянии d, текут токи в одном направлении I_1 и I_2 (рисунок 3.34). Рассмотрим проводник 2 в поле проводника с током I_1. Индукция магнитного поля, созданного проводником с током I_1 на расстоянии d,согласно (3.39), равна $\boxed{B_1 = \frac{\mu_0\mu I_1}{2\pi d}}$. По закону Ампера на проводник 2 действует сила: $\boxed{F_A = I_2 B_1 \Delta l}$, где Δl — элемент длины проводника 2:

$$\boxed{F_A = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{d}\Delta l} \qquad (3.42)$$

На такой же элемент длины проводника 1 действует сила, равная по величине (3.42) и противоположная по направлению.

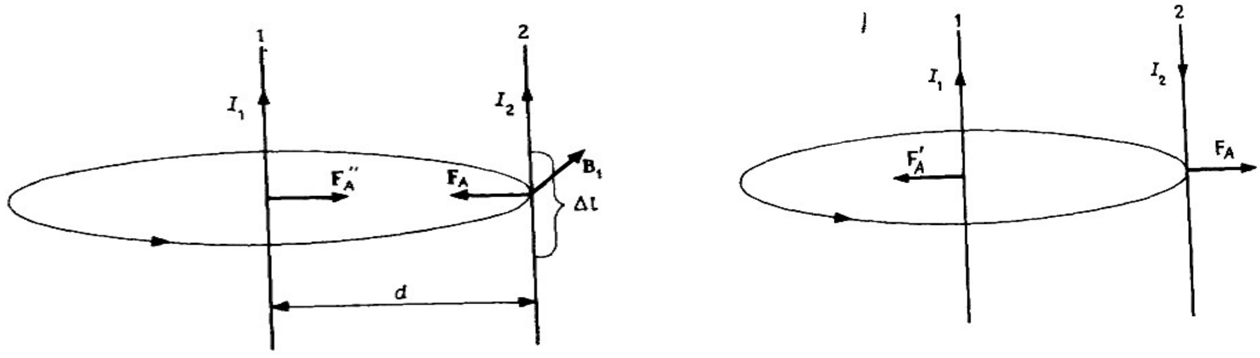


Рисунок 3.34

Поскольку закон (3.42) легко проверить опытным путем, то из него может быть выведена основная электрическая единица СИ — **ампер.**

1 ампер — это сила такого тока, при протекании которого по двум бесконечным параллельным проводникам ничтожно малого сечения, расположенным друг от друга на расстоянии 1 м в вакууме, проводники взаимодействуют с силой $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводника. Из рисунка следует, что токи, текущие в одном направлении, притягиваются, в противоположных — отталкиваются.

3.3.5 Движение заряженных частиц в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера

$$F_A = I\,B\,\sin\alpha.$$

Ток, в свою очередь, это направленное движение заряженных частиц. Сила тока равна

$$I = q\,n\,v\,S,$$

где q - заряд частицы, n - концентрация движущихся заряженных частиц, v - средняя скорость их направленного движения, S - площадь поперечного сечения проводника. Подставив I в выражение для F_A, получим

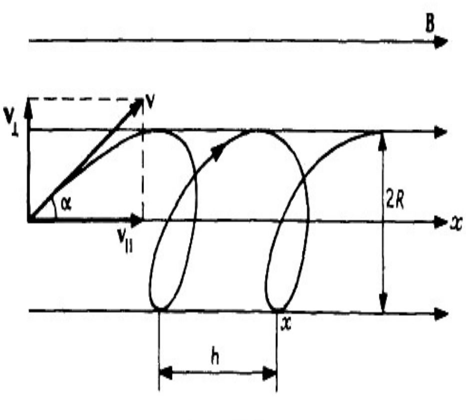


Рисунок 3.35

$$F_A = q\;n\,v\,S\,l\,B\,\sin\alpha,$$

где nSl = N - общее число частиц, создающих ток. Тогда сила, действующая на отдельный движущийся заряд **- сила Лоренца**, равна

$$F_л = q\,v\,B\,\sin\alpha \qquad (3.43)$$

где -α угол между векторами скорости и магнитной индукции.

Направление силы Лоренца определяется для положительно заряженной частицы по правилу **левой руки.** Если левую руку расположить так, что силовые линии поля входят в ладонь, вытянутые четыре пальца направлены вдоль скорости, то отогнутый большой палец укажет направление силы Лоренца. Для частицы с отрицательным зарядом направление силы противоположно. Из формулы (3.43) для силы Лоренца следует, что магнитное поле не действует 1) на неподвижную частицу (при v = 0 $F_л$ = 0); 2) на нейтральную частицу (при q = 0 $F_л$ = 0); 3) если скорость частицы направлена вдоль линий индукции поля (при $\square$= 0, $\square$, $F_л$ = 0). Так как сила Лоренца направлена перпендикулярно скорости, то эта сила не изменяет величины скорости, а изменяет только ее направление, частица движется с центростремительным (нормальным) ускорением $a_п$.

Пусть заряженная частица, масса и заряд которой т и q, влетает перпендикулярно вектору **B** со скоростью **v**. На частицу действует сила Лоренца

$$F_л = q\, v\, B.$$

Основной закон динамики для частицы, движущейся по окружности, имеет вид:

$$m\, v^2 / R = q\, v\, B$$

откуда радиус окружности, по которой движется частица, равен

$$R = m\, v / q\, B \qquad (3.44)$$

Как видим, в однородном магнитном поле R = const и, следовательно, траектория частицы — дуга окружности. Период движения частицы по окружности равен

$$T = 2\, \Pi\, R / v = 2\, \Pi\, m / q\, B.$$

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости, а следовательно, и элементарному перемещению. Поэтому работа силы Лоренца равна нулю.

Если частица влетает под углом α к линиям индукции магнитного поля $\Box$(рисунок 3.35), то она участвует в сложном движении. Разложим вектор скорости на две составляющие $v_{\|}$ и $\Box$, очевидно, что частица будет двигаться равномерно вдоль силовых линий магнитного поля со скоростью $v_{\|}$ (на частицу, движущуюся вдоль силовых линий, магнитное поле не действует) и равномерно двигаться по окружности со скоростью $\Box$ в плоскостях, перпендикулярных вектору B (на частицу действует сила Лоренца $F_л$ = q $\Box$ B). В результате сложения этих движений частица будет двигаться по винтовой линии.

Пример 1. Протон влетает в область однородного магнитного поля шириной l, индукция магнитного поля **B**. Скорость протона перпендикулярна индукции поля **B** и границе области. Под каким углом α к первоначальному направлению движения протон вылетит из области поля?

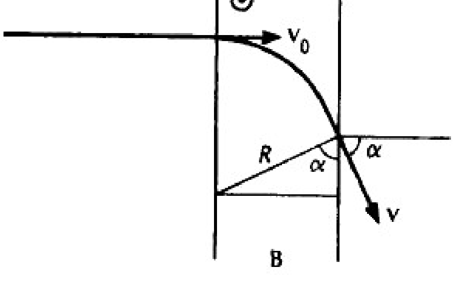


Рисунок 3.36

Дано: **B**, l, q_p, m_p; α - ?

Решение: Из рисунка 3.36 следует, что синус искомого угла α равен sin α = l /R, где R — радиус окружности, по которой движется протон в магнитном поле. По формуле

(3.44) определим радиус траектории движения протона: $R = m_p v / q_p B$, откуда $\sin \alpha = l\, q_p B / m_p v$;

$$\alpha = \arcsin l\, q_p B / m_p v.$$

Пример 2. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 10^{-2} Тл. В некоторый момент вектор его скорости, равной 10^6 м/с, составляет угол 30° с направлением магнитного поля. Вычислить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой движется электрон. Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, его заряд $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Дано: $B = 10^{-2}$ Тл, $\alpha = 30°$, $v = 10^6$ м/с, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; R - ? h — ?

Решение: Воспользуемся законом независимости движений и будем рассматривать сложное движение как сумму независимых движений вдоль силовых линий магнитного поля и в плоскости, перпендикулярной направлению линий индукции. Разложим вектор скорости электрона v на две составляющие - вдоль магнитного поля $v_{\parallel}$ и перпендикулярно ему $\square$: $v_{\parallel} = v \cos \alpha$, $\square = v \sin \alpha$ (рисунок 3.35). Вдоль поля электрон движется равномерно. На частицу действует сила Лоренца, равная $F_л = q \square B$. Под действием этой силы частица движется по окружности, в плоскости, перпендикулярной направлению поля, с периодом T. В результате сложения этих движения частица будет двигаться по винтовой линии, причем радиус окружности равен: $R = m_e \square / q B = m_e v \sin \alpha / q_e B$. За время, равное периоду, частица вдоль поля проходит путь h (шаг винтовой линии):. $\boxed{h = v_{\shortparallel} T = (v \cos \alpha) 2\pi m_e / q_e B}$. Подставив численные данные получим:

$$R = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6 \cdot 0{,}5}{10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} м = 2{,}8 \cdot 10^{-4} м$$

$$h = \frac{10^6 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} м = 3{,}09 \cdot 10^{-4} м$$

3.3.6 Магнитный поток

Магнитным потоком Ф через некоторую поверхность S (рис. 3.37) называется скалярная величина, равная произведению модуля вектора магнитной индукции на площадь этой поверхности и косинус угла между нормалью **n** к ней и направлением вектора магнитной индукции **B**:

$$Ф = B\, S \cos \alpha = B_n S \qquad (3.45)$$

где α - угол между направлениями векторов **n** и **B**, B_n - проекция вектора В на нормаль. Если магнитное поле неоднородно, то поверхность S разбивают на элементарные площадки ΔS_i, (рис. 3.38), в пределах каждой из которых поле можно считать однородным. Тогда полный поток через эту поверхность равен сумме потоков вектора магнитной индукции через элементарные площадки:

Рисунок 3.37 Рисунок 3.38

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \Phi_i = \sum_{i=1}^{n} |B_i| \Delta S_i \cos\alpha_i = \lim_{\Delta S \to 0} \sum_{r=1}^{n} B_i \Delta S$$

Для бесконечно малых величин можно записать:

$$\Phi = \int B\, dS \cos\alpha = \int B_n\, dS$$

В СИ единицей магнитного потока является 1 **вебер** (Вб)— магнитный поток через поверхность площадью 1м^2, расположенную перпендикулярно направлению однородного магнитного поля, индукция которого равна 1 Тл:

$$1\ \text{Вб} = 1\ \text{Тл}\cdot\text{м}^2 = 1\ (\text{В}\cdot\text{с}/\text{м}^2)\cdot\text{м}^2 = 1\ \text{В}\cdot\text{с}.$$

3.4 Электромагнитная индукция

3.4.1 Явление и закон электромагнитной индукции

Возникновение эдс в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром, называется электромагнитной индукцией. Также эдс индукции, а следовательно, разность потенциалов возникает на концах разомкнутого проводника, движущегося в магнитном поле и пересекающего силовые линии поля.

Опыт показывает, что эдс индукции не зависит от причин изменения магнитного потока, а определяется скоростью его изменения.

Согласно **закону Фарадея**, эдс индукции определяется как предел отношения изменения магнитного потока $\Delta\Phi$ к промежутку времени Δt, за которое это изменение произошло, при стремлении Δt к нулю, или производной по вре-

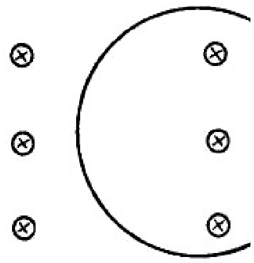


Рисунок 3.39

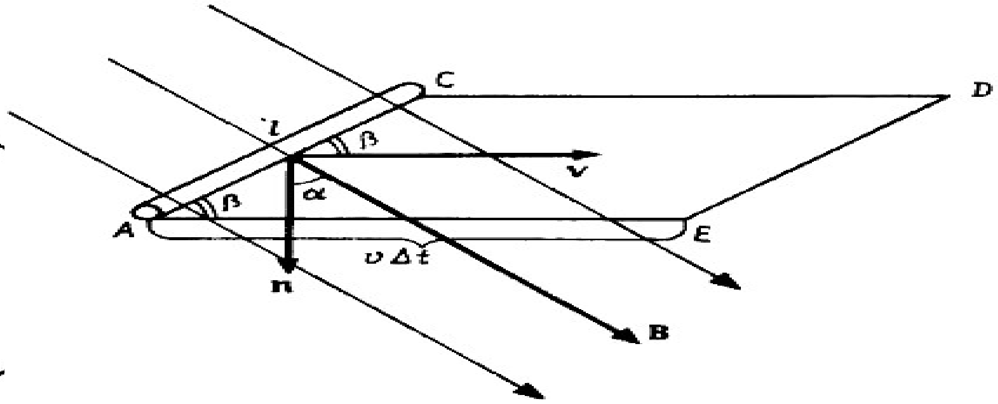


Рис. Рисунок 3.40

мени магнитного потока

$$\varepsilon_{инд} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\Phi / \Delta t = - d\Phi / dt \qquad (3.46)$$

Если проводник движется в магнитном поле, то под $\Delta\Phi$ понимаем магнитный поток, "заметенный" проводником за промежуток времени Δt. Сила индукционного тока, текущего по контуру, равна

$$I_{инд} = \varepsilon_{инд} / R = |\Phi'| / R \qquad (3.47)$$

Знак минус в формуле (3.46) позволяет определить направление индукционного тока, если предварительно задать направление нормали к площади, ограниченной контуром. При решении задач удобнее пользоваться правилом Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы препятствовать причине, его вызывающей.

Если, например, круговой виток помещен в однородное магнитное поле, как показано на рисунке 3.39, индукция которого уменьшается, следовательно, уменьшается магнитный поток через площадь витка, то индукционный ток на правлен по часовой стрелке. Магнитное поле, создаваемое индукционным током, направлено так, чтобы увеличивать магнитный поток, сцепленный с контуром,

так как сам ток вызван уменьшением магнитного потока через площадь контура.

Рассмотрим проводник длиной l, движущийся поступательно со скоростью v в магнитном поле (рисунок 3.40). За время Δt он "заметает" поверхность ACDE площадью $S = l\, v\, t \sin\beta$, где β - угол между сторонами AC и AE. На концах проводника наводится эдс индукции:

$$\mathcal{E}_{инд} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{B\Delta S\cos\alpha}{\Delta t}$$

где α — угол между векторами n и B, n — нормаль к поверхности, "заметаемой" проводником. Окончательно,

$$\mathcal{E}_{инд} = - B\, v\, l \sin\beta \cos\alpha \qquad (3.48)$$

При движении проводника в магнитном поле со скоростью v вместе с ним движутся находящиеся в нем положительные и отрицательные заряды. На эти заряды действует сила Лоренца. Свободные заряды (электроны в металле) под действием силы Лоренца перераспределяются, сосредотачиваясь на концах проводника. Разделение зарядов происходит до тех пор, пока сила Лоренца, действующая на свободный заряд в проводнике, не уравновесится силой электрического поля, созданного зарядами, сосредоточенными на концах проводника. Если этот проводник входит в состав замкнутой цепи, то в цепи возникает индукционный ток, направление которого определяется законом Ленца: направление тока таково, что механическая сила, действующая на движущийся проводник с током в магнитном поле, направлена в сторону, противоположную скорости движения проводника. Еще раз подчеркнем, что возникновение эдс индукции связано с любым изменением во времени магнитного потока через контур.

Изменение магнитного потока может происходить вследствие изменения магнитного поля, вследствие изменения площади поверхности, ограниченной контуром, а также при повороте контура в поле, когда изменяется угол между нормалью к поверхности и направлением магнитного поля.

Пример 1. Прямоугольная проводящая рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле с угловой скоростью ω. Индукция магнитного поля **B**, площадь рамки S. Определите эдс индукции и постройте графики зависимости эдс индукции и магнитного потока от времени.

Дано: B, ω, S; $\mathcal{E}$(t) - ? Φ (t) - ?

Решение. Рассмотрим равномерное вращение прямоугольной проводящей рамки в однородном магнитном поле. Магнитный поток через рамку Φ = $\Phi_0 \cos\alpha$, где Φ_0 - максимальный магнитный поток через рамку, равный BS, α - угол между нормалью к поверхности рамки и вектором B (рисунок 3.41). Если рамка

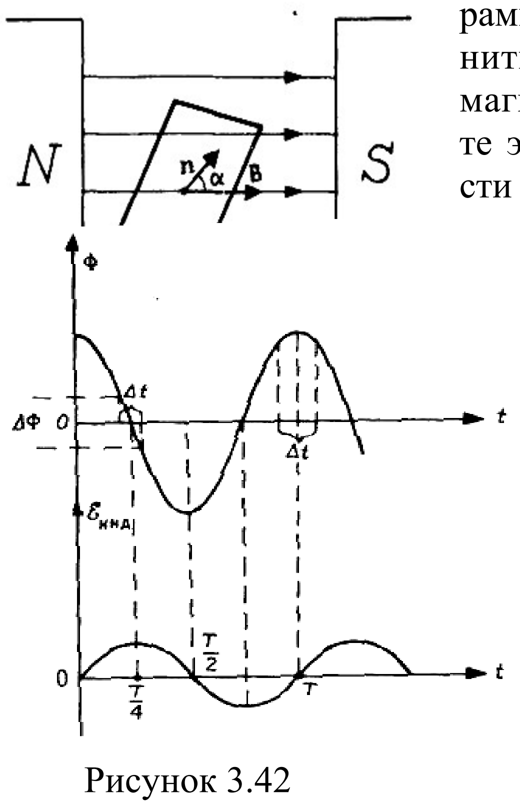


Рисунок 3.42

вращается равномерно с угловой скоростью ω, то $\alpha = \omega t$ и $\Phi = B\ S \cos \omega t$ ($\alpha = 0$ при $t = 0$). Следовательно, $\square_{\textbf{инд}} = -\ \Phi' = B\ S\ \omega \sin \omega t\ = \square_{мах} \sin \omega t$, где $\square_{мах} = B\ S\ \omega$ амплитудное значение эдс индукции в рамке.

На рисунке 3.42 изображены графики зависимости Φ(t) и $\square_{\textbf{инд}}(t)$ Еще раз подчеркнем, что эдс индукции определяется скоростью изменения магнитного потока и не зависит от величины потока. Так, при $t = T/4$ поток $\Phi = 0$. но скорость изменения магнитного потока максимальна, эдс индукции максимальна.

При $t = T/2$ магнитный поток максимален, но скорость изменения магнитного потока равна нулю и $\square_{\textbf{инд}} = 0$.

3.4.2 Явление самоиндукции

Ток, текущий по проводящему контуру, создает вокруг него магнитное поле. Магнитный поток Φ, сцепленный с контуром, прямо пропорционален силе тока в этом контуре

$$\Phi = L\ I \qquad (3.49)$$

где L — индуктивность контура. Индуктивность проводника зависит от его формы, размеров, а также от свойств окружающей среды. Если сила тока изменяется со временем, то изменяется и магнитный поток, сцепленный с контуром. Изменение магнитного потока, в свою очередь, вызывает появление в проводнике индукционного тока. Так как индукционный ток вызван изменением силы тока в самом проводнике, то данное явление возникновения индукционного тока называется **самоиндукцией**, а возникающая эдс - **эдс самоиндукции**. Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции. Если I изменяется со временем по линейному закону, то

$$\boxed{\varepsilon_{си} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}} \qquad (3.50)$$

где $\square I / \square t$ — скорость изменения силы тока. Формула (3.50) справедлива только при L = const, т. е. в том случае, когда размеры и форма контура не изменяются, и отсутствует ферромагнитная среда.

Из (3.50) ясно, что индуктивность — величина, численно равная эдс самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока в нем на единицу за единицу времени. В СИ за единицу индуктивности принимают индуктивность такого проводника, в котором при изменении силы тока на 1А за 1с возникает эдс самоиндукции 1 В. Эта единица называется генри (Гн): 1 Гн = 1 В / 1 А/с = 1 В · с/А

Пример 1. Соленоид - длинная катушка с большим числом витков в обмотке. Определите индуктивность соленоида, если N - число витков, S - площадь витков, l - длина соленоида.

Дано: N, S, l ; L - ?

Решение. У длинного соленоида с плотной обмоткой магнитное поле внутри практически однородно. Индукция магнитного поля направлена вдоль оси соленоида и равна $B = \mu_0 I N / l$. Магнитный поток, сцепленный с соленоидом, определяется выражением $Ф = B S N = \mu_0 (S N^2/ l) I$

Так как магнитный поток связан с силой тока и индуктивностью соотношением $Ф = L I$, индуктивность соленоида имеет вид: $L = \mu_0 S N^2 / l$

Ответ: $L = \mu_0 S N^2 / l$

3.4.3 Энергия магнитного поля тока

Энергия магнитного поля, созданного током, по закону сохранения энергии равна энергии, затраченной источником на создание тока. При замыкании цепи ток в цепи вследствие самоиндукции не сразу достигает максимального значения I_0, а постепенно. При размыкании цепи ток также исчезает не сразу, а постепенно, при этом в проводнике выделяется тепло. Так как цепь разомкнута, то это тепло не может выделяться за счет работы источника, а может быть только следствием энергии, накопленной в соленоиде, энергии магнитного поля. Энергия магнитного поля соленоида, когда ток полностью прекратится, переходит в джоулево тепло. Выражение для магнитного поля соленоида имеет вид:

$$W_м = LI^2 /2. \tag{3.51}$$

3.5 Контрольные вопросы к разделу 3

1 Что такое электрический заряд? Какой заряд называется элементарным? точечным? Как формулируется закон сохранения электрических зарядов? В чем состоит явление электризации?

2 Как формулируется и записывается закон Кулона в системе СИ? СГСЭ? в векторной форме? Что такое электрическая постоянная? абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества? Какова единица электрического заряда в СИ? СГСЭ? Каково значение коэффициента пропорциональности в законе Кулона в СИ? СГСЭ?

3 Что такое электрическое поле? Что называется напряженностью электрического поля? Как определяется значение и направление вектора напряженности? Что называется линиями напряженности?

4 В чем состоит сущность принципа суперпозиции электрических полей? Дайте понятие потока вектора напряженности. Выведите теорему Остроградского - Гаусса для точечного заряда; для системы зарядов.

5 Чему равна работа электростатического поля по перемещению заряда? Что называется потенциалом электрического поля? Чем отличается разность потенциалов от приращения потенциала? Какая формула выражает связь между напряженностью и потенциалом?

6 Чему равна напряженность и потенциал точечного заряда? равномерно заряженной бесконечной плоскости? двух разноименно заряженных плоскостей? равномерно заряженного шара?

7 Какие поверхности называют эквипотенциальными? Каково взаимное расположение линий напряженности и эквипотенциальных поверхностей?

8 Что называют электроемкостью уединенного проводника? шара? Каковы единицы измерения электроемкости в системе СИ? СГСЭ? Что называют конденсатором? зарядом конденсатора? емкостью конденсатора? Как вычисляется емкость плоского конденсатора?

9 Нарисуйте схемы последовательного и параллельного соединения конденсаторов в батареи. По каким формулам вычисляется емкость таких соединений? Как определяется энергия и плотность энергии заряженного конденсатора? Где применяются конденсаторы?

10 Что такое электрический ток? сила тока? плотность тока? Как записывают и формулируют закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме? дифференциальной форме? Что называют падением напряжения?

11 Что называют сопротивлением? удельным сопротивлением? удельной электропроводностью? Каков характер зависимости сопротивления металлов от температуры? Как определяется общее сопротивление последовательно соединенных проводников? параллельно соединенных проводников?

12 Что представляет собой источник тока, каковы его роль в замкнутой электрической цепи? Что называют ЭДС источника тока? Каков физический смысл ЭДС? В каких единицах ее выражают? Нарисуйте схему полной цепи. Как читается и записывается закон Ома для полной цепи?

13 Какой участок цепи называют неоднородным? Каковы причины возникновения контактной разности потенциалов на границе соприкосновения двух разнородных металлов? Как читается и записывается закон Ома для неоднородного участка цепи? Покажите, что закон Ома для неоднородного участка цепи является самым общим выражением закона Ома для постоянного тока.

14 Как определяется общая ЭДС последовательно соединенных источников тока? параллельно соединенных источников тока?

15 Что называют элементом электрической цепи? узлом цепи? ветвью цепи? неразветвленным контуром? (Ответы иллюстрируйте рисунком.) Сформулируйте и запишите первое и второе правила Кирхгофа.

16 Как определяется работа постоянного тока? Запишите закон Джоуля-Ленца. Что такое мощность постоянного тока? Чему равна полная мощность? полезная мощность? теряемая мощность? Как определить кпд (η) источника тока ?

17 Какими средствами можно исследовать свойства магнитного поля? Что называют положительной нормалью к плоскости рамки с током?
18 Как определяется направление и модуль магнитного момента контура? вектора магнитной индукции? Какова единица магнитной индукции в СИ? Что называют линиями магнитной индукции? Чем они отличаются от линий напряженности электростатического поля?
19 Какой векторной величиной характеризуется магнитное поле в среде? Что называют напряженностью магнитного поля? магнитной постоянной? абсолютной магнитной проницаемостью вещества?
20 Чему равна индукция магнитного поля, создаваемого бесконечным пря мымпроводником с током? индукция в центре кругового витка с током? индукция в центре соленоида?
21 Сформулируйте и запишите закон Ампера. Как определяют направление силы Ампера? Выведите формулу по которой определяют силу взаимодействия параллельных токов. Как устанавливают единицу силы тока - ампер по магнитному взаимодействию токов? Сформулируйте определение этой единицы.
22 Получите формулу для определения силы, с которой магнитное поле действует на движущийся в нем заряд. Как называют эту силу? От чего зависит ее направление и по какому правилу его определяют? Чему равна работа, совершаемая силой Лоренца?
23 Как движется заряженная частица в однородном магнитном поле в случаях, когда направление ее скорости перпендикулярно магнитной индукции? не перпендикулярно ей (объяснение сопроводите рисунками)? Как определяют период обращения заряженной частицы по окружности в магнитном поле?
24 Что называют магнитным потоком? Какова единица измерения магнитного потока в СИ? В чем сущность явления электромагнитной индукции? Как формулируется и записывается закон Фарадея для электромагнитной индукции? Как формулируется правило Ленца? закон Ленца?
25 Что называют явлением самоиндукции? По каким формулам определяется ЭДС самоиндукции? Что называют индуктивностью? Какова единица индуктивности в СИ?

3.6 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 3

1 С какой силой взаимодействуют два заряда по 1 Кл каждый на расстоянии 1км друг от друга в вакууме ?
а) F = 6 кН
б) F = 9 кН
в) F = 16 кН

2 Какой величины заряд сосредоточен на каждой из обкладок конденсатора емкостью 10 мкФ, заряженного до напряжения 100 В?
а) q = 1 мКл
б) q = 5 мКл

в) q = 10 мКл

3 Определите силу тока в электрической лампе, если через ее спираль за 10 минут проходит электрический заряд в 300 Кл.
а) I = 0,3 А
б) I = 0,5 А
в) I = 0,9 А

4 Сила тока, протекающего по спирали электрической плитки, равна 5 А. Сколько электронов проходит через поперечное сечение спирали в течение 1секунды ?
а) $N = 3{,}125 \cdot 10^{16}$
б) $N = 3{,}125 \cdot 10^{19}$
в) $N = 3{,}125 \cdot 10^{21}$

5 Определите сопротивление телеграфного провода между городами, если расстояние между ними 650 км, провода сделаны из железной проволоки площадью поперечного сечения 10 мм^2.
а) R = 3500 Ом
б) R = 6500 Ом
в) R = 9500 Ом

6 Последовательно с нитью накала радиолампы сопротивлением 3,9 Ом включен резистор, сопротивление которого 2,41 Ом. Определите их общее сопротивление.
а) R = 3,31 Ом
б) R = 6,31 Ом
в) R = 9,31 Ом

7 Определите количество теплоты, выделяющееся за каждые 10 мин в электрической печи, включенной в сеть напряжением 220 В, если сила тока в обмотке печи составляет 2 А.
а) $Q = 2{,}64 \cdot 10^5$ Дж
б) $Q = 2{,}64 \cdot 10^6$ Дж
в) $Q = 2{,}64 \cdot 10^7$ Дж

8 Определить модуль силы, действующей на проводник длиной 20 см при силе тока 10 А в магнитном поле с индукцией 0,13 Тл, если угол между вектором В и проводником равен 90^0.
а) F = 0,13 Н
б) F = 0,26 Н
в) F = 0,38 Н

9 Какой величины ЭДС индукции возбуждается в контуре, если в нем за 0,1 секунды магнитный поток равномерно изменяется на 0,05 Вб ?

а) ε_i = 0,05 В
б) ε_i = 0,5 В
в) ε_i = 1,05 В

10 Какая ЭДС самоиндукции возникает в катушке с индуктивностью 68 мГн, если ток 3,8 А исчезает в ней за 0,012 с ?
а) ε_i = 21,5 В
б) ε_i = 31,5 В
в) ε_i = 41,5 В

11 Определить энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока 4 А возникает магнитный поток 0,5 Вб.
а) W = 0,1 Дж
б) W = 0,5 Дж
в) W = 1,0 Дж

Правильные ответы: 1-б; 2-а; 3-б; 4-б; 5-б; 6-б; 7-а; 8-б; 9-а; 10-а; 11-в.

4 Колебания и волны

Движения или процессы, обладающие свойством повторяемости во времени, называются **колебаниями**. Колебания, при которых смещение изменяется по закону синуса или косинуса, называются **гармоническими.**

Любой произвольный колебательный процесс молено представить как сумму гармонических колебаний. (Любую периодическую функцию, согласно теореме Фурье, можно представить как сумму гармонических функций.)

4.1 Механические колебания

Пусть к пружине с коэффициентом упругости k прикреплен груз массой m, находящийся на идеально гладкой поверхности (рисунок 4.1). При растяжении пружины на тело начинает действовать сила упругости $F_{упр} = - k\ x$ (сила тяжести и сила нормальной реакции равны и направлены в противоположные стороны). Если тело отпустить, то под действием силы упругости оно начинает двигаться в сторону, противоположную смещению. Проходя положение равновесия, тело будет обладать максимальной скоростью и по инерции продолжит движение, сжимая пружину. Под действием силы упругости, возникающей при деформации сжатия, тело остановит-

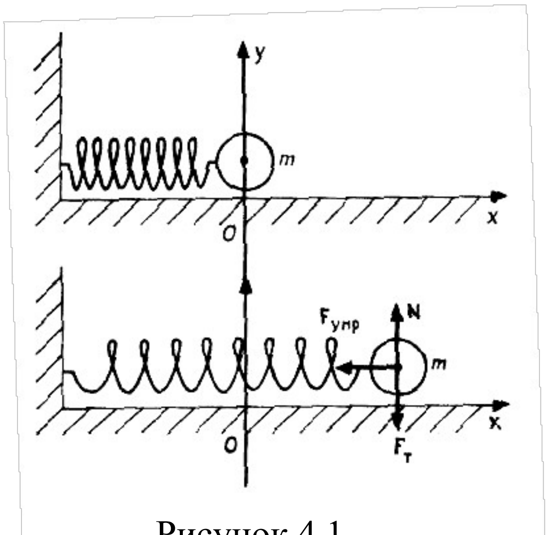


Рисунок 4.1

ся и начнет двигаться к положению равновесия и т. д. При этом х - смещение тела от положения равновесия О -изменяется по закону

$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0), \qquad (4.1)$$

где А, ω , не зависят от времени. Уравнение (4.1) называется уравнением колебаний.

4.1.1 Характеристики гармонических колебаний

В уравнении (4.1) **амплитуда А** - максимальное значение изменяющейся величины, в нашем примере А - максимальное смещение от положения равновесия. Амплитуда зависит от энергии, сообщенной системе в начальный момент времени (покажем ниже). **Циклическая (или круговая) частота** — число полных колебаний, совершаемых системой за, промежуток времени 2 с. **Частота** — число полных колебаний, совершаемых системой за 1 с. **Период колебаний Т** — промежуток времени, за который совершается одно полное колебание:

$$\nu = 1/T, \omega = 2\pi\nu = 2\pi/T, \qquad (4.2)$$

где , , Т определяются параметрами колеблющейся системы.

Фаза колебаний ($\omega t + \varphi_0$**)** определяет положение колеблющегося тела в данный момент времени, **- начальная фаза,** определяющая положение колеблющегося тела в момент времени $t = 0$. Фаза обычно измеряется в радианах.

Пример 1. Колебания материальной точки происходят относительно положения равновесия 0 по закону $x = A \sin$ t с периодом 12 с. Определите, за какой наименьший промежуток времени t_1 точка удалится от положения равновесия на расстояние, равное половине амплитуды. За какой промежуток времени t_2 она пройдет оставшуюся часть пути до максимального отклонения?

Дано: $x = A/2$, $T = 12$ с; t_1 - ? t_2 - ?

Решение. В момент времени t_1 смещение равно А/2: $A/2 = A\sin$, или $\sin \omega t_1 = 1/2$, откуда $\omega t = \pi/6;$ $2\pi t_1/T = \pi/6$. Окончательно, $t_1 = T/12 = 1$ с.

Расстояние от точки равновесия до точки максимального отклонения материальная точка проходит за $t = T/4$. Следовательно, $t_2 = T/4 - T/12 = 2$с.

Ответ: $t_1 = 1$с; $t_2 = 2$с.

4.1.2 Кинематика гармонических колебаний

Если **x** = A sin ($\omega t + \varphi_0$), то **скорость** равна

$$\nu_x = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) = \nu_0\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (4.3)$$

где $\nu_0 = A\omega$ - амплитудное значение скорости. **Ускорение** изменяется по закону

$$a_x = \nu'_x = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) = -a_0\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (4.4)$$

где $a_0 = A\omega^2$ - амплитудное значение ускорения. Значения скорости и ускорения, так же как и смещения, изменяются по гармоническому закону. Из (4.1), (4.3) и (4.4) следует, что изменения скорости отстают на $\pi/2$ по фазе от смещения, а изменение ускорения происходит в противофазе со смещением:

$$a_x = -\omega^2 x, \quad \text{или} \quad x'' = -\omega^2 x. \qquad (4.5)$$

Из сказанного выше следует, что если материальная точка совершает гармонические колебания, то справедливо уравнение (4.5). Эта связь ускорения и смещения, как можно показать, используя методы высшей математики, является необходимым и достаточным условием для того, чтобы тело совершало гармонические колебания около положения равновесия. Следовательно, если при анализе поставленной задачи будет найдено, что $a_x = -cx$, где c - положительная постоянная величина, то тело будет совершать гармонические колебания около положения равновесия с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{c}$$

Пример 1. Тело совершает колебания по закону x = 0,3 sin(t + 0,5) м. Найти амплитуду, период, начальную фазу колебаний и ускорение в момент времени t = 0,5с.

Дано: t = 0,5 с; T, , A, a_x - ?

Решение. Уравнение гармонического колебания имеет вид

x = A sin ($\omega t + \varphi_0$).

По условию задачи x = 0,3 sin (t + 0,5) м, следовательно, амплитуда колебаний A = 0,3 м, циклическая частота $\omega = \pi c^{-1}$ и начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0{,}5\pi$. Период колебаний определяется по формуле $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\pi = 2c.$ Ускорение связано со смещением по формуле

$a_x = -\omega^2 x = -A\pi^2\sin(\omega t + \varphi_0)$, $a_x = -0{,}3\pi\sin(\pi + 0{,}5)$ м/с^2

В момент времени $t = 0{,}5$ с ускорение будет равно

$$a_x = -0{,}3\boxed{}\sin(0{,}5\boxed{} + 0{,}5\boxed{})\ \text{м/с}^2 = 0$$

Ответ : $a_x = 0$

4.1.3 Динамика гармонических колебаний

Согласно 2-му закону Ньютона, $\boxed{ma_x = F}_{рез\ x}$, где $F_{рез\ x}$ - проекция на ось x результирующей всех сил, действующих на тело. Поскольку $\boxed{a_x = -\omega^2 x,}$

$$F_{рез\ x} = \boxed{-m\omega^2 x,} \qquad (4.6)$$

где $F_{рез\ x}$ - проекция сил на ось x, вдоль которой совершаются колебания.

Из (4.6) следует, что равнодействующая сил, действующих на тело, совершающее гармоническое колебание, прямо пропорциональна смещению и направлена в сторону, противоположную смещению. Силы, прямо пропорциональные смещению и направленные в сторону, противоположную смещению, т. е. удовлетворяющие условию $F_x = -kx$, но имеющие иную природу, чем упругие силы, называются квазиупругими. Гармонические колебания совершаются под действием упругих или квазиупругих сил.

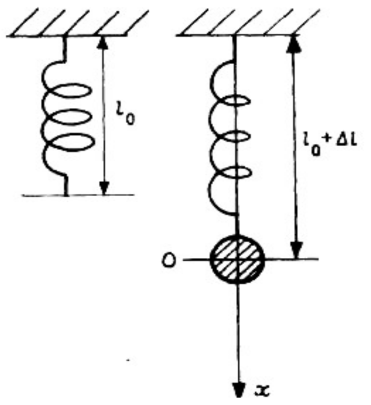


Рисунок 4.2

Пример 1. Тело массой m подвешено на пружине l_0 с коэффициентом упругости k (рисунок 4.2). Определить частоту ω, период колебаний T и положение равновесия l, относительно которого эти колебания происходят.

Дано : m, k, l_0, ω, T, l - ?

Решение **:** Условие равновесия тела, подвешенного на пружине: $F_т = F_{упр}$, или $mg = k\,\Delta l$, следовательно, деформация пружины равна $\Delta l = mg / k$. Таким образом, при равновесии длина пружины равна

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + mg / k$$

Выберем за начало отсчета x = 0 положение равновесия. При отклонении тела от положения равновесия основной закон динамики имеет вид $ma_x = -kx$, $a_x = -(k / m)\,x$. Частота колебаний $\boxed{\omega = \sqrt{k/m}}$, период колебаний T $\boxed{= 2\pi\sqrt{m/k}}$.

4.1.4 Преобразования энергии при гармонических колебаниях

Если колебания тела происходят по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, то кинетическая энергия тела равна:

$$W_{кин} = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} \qquad (4,7)$$

Потенциальная энергия равна

$$W_{пот} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\sin^2(\omega t + \varphi^0)}{2} \qquad (4,8)$$

так как $k = m\omega^2$,

$$W_{пот} = \frac{m\omega^2 A^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$$

При этом за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии выбирается положение равновесия (x = 0). Полная механическая энергия системы равна

$$W_0 = W_{кин} + W_{пот} = m\omega^2 A^2/2 \qquad (4.9)$$

Амплитуда колебаний равна $A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2W_0}{m}}$

и определяется энергией, сообщенной системе. Потенциальная и кинетическая энергии изменяются по гармоническому закону с частотой 2$\square$. Выражения для потенциальной и кинетической энергий можно переписать в виде:

$$W_{пот} = (mA^2\omega^2/4)[1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)],$$

$$W_{кин} = (mA^2\omega^2/4)[1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

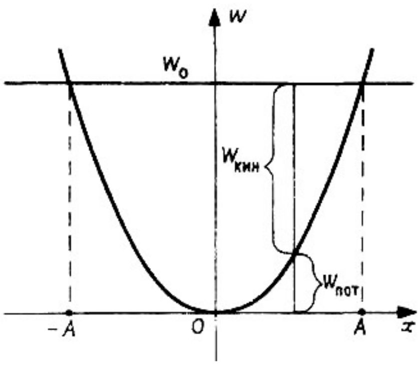


Рисунок 4.3

График зависимости потенциальной энергии колеблющегося тела от смещения x изображен на рисунке 4.3. На рисунке показаны кинетическая и потенциальная энергия тела при x < A, полная механическая энергия тела при любом x рана W_0 При этом $W_0 = W_{пот} + W_{кин} = const$, если в системе отсутствует трение (сопротивление).

Пример 1. Шарик массой 10г совершает гармонические колебания с амплитудой A = 0,2 м и периодом T = 4 с. В момент $t_0 = 0$ x =A. Найти кинетическую и потенциальную энергию в момент времени t = 1 с.

Дано: m = 10 г (10^{-2}кг), A = 0,2м, T = 4с; $W_{кин} - ?, W_{пот} - ?$

Решение. Запишем уравнение гармонических колебаний: x = A cos ($\omega t + \varphi_0$), где $\omega = 2\pi/T$. Так как по условию при t = 0 смещение x = A, определим начальную фазу: $x = A\cos[(2\pi/T)\cdot 0 + \varphi_0] = A$, $\cos\varphi_0$ = 1, откуда φ_0 = 0. Окончательно имеем $x = 0{,}2\cos\left(\frac{2\pi}{4}t\right)м = 0{,}2\cos\frac{\pi}{2}tм$

Кинетическая энергия шарика определяется по формуле:

$$W_{кин} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\sin^2\omega t}{2} = \frac{mA^2 4\pi^2 (2\pi/T)t}{2T^2}$$

Подставим числовые значения и получим

$$W_{кин} = \frac{10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 4\pi^2 \sin^2/2\cdot 1}{2\cdot 16} Дж = 5\cdot 10^{-3} Дж$$

Потенциальная энергия шарика равна

$$W_{пот} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\cos^2\omega t}{2} = \frac{m\omega^2 A^2\cos^2\omega t}{2} = \frac{mA^2 4\pi^2\cos^2(2\pi/T)t}{2},$$

$$W_{пот} = \frac{10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 4\pi^2\cos^2\pi/2\cdot 1}{2\cdot 16} Дж = 0.$$

Ответ : $W_{кин} = 5\cdot 10^{-3}$ Дж; $W_{пот} = 0$

4.1.5 Сложение колебаний, направленных вдоль одной прямой

Пусть материальная точка одновременно участвует в двух колебаниях, происходящих вдоль одной прямой, например, вдоль оси x. Частоты колебаний одинаковы, а разность фаз есть $\Delta\varphi$. Тогда уравнения колебаний имеют вид

$$x_1 = A_1\sin\omega t, \qquad x_2 = A_2\sin(\omega t + \Delta\varphi).$$

При сложении этих двух колебаний получим

$$x = x_1 + x_2 = A_1\sin\omega t + A_2\sin(\omega t + \Delta\varphi)$$

Очевидно, что амплитуда результирующего колебания будет зависеть от разности фаз. Так, если $\Delta\varphi = \pm 2\pi n$, где = 0,1,2,…,n, то x = (A_1 + A_2) sin t, т. е. амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд складываемых колебаний. Если = ±(2n + 1), то x = (A_1 – A_2) sin , т. е. амплитуда результирующего колебания равна разности амплитуд и колебания происходят с минимальной амплитудой. Если амплитуды складываемых колебаний равны, то в этом случае колебаний вообще происходить не будет.

4.1.6 Затухающие колебания

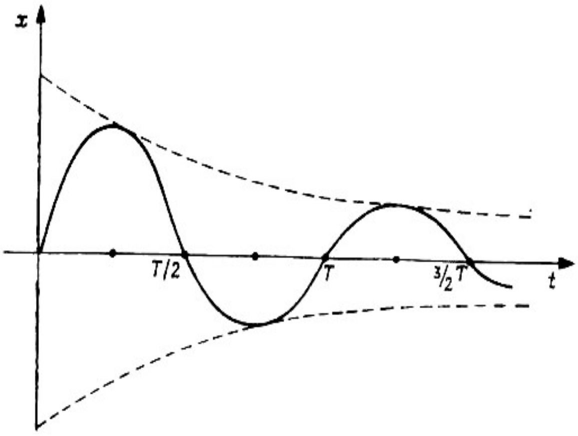


Рисунок 4.4

Выше был рассмотрен случай, когда сопротивление отсутствует и на тело действует только сила $F_1 = - kx$. Во всех реальных случаях помимо этой силы на тело действует сила сопротивления, которая обычно считается пропорциональной скорости и направленной в сторону, противоположную скорости: $F_2 = - r v$, где r — постоянный коэффициент. Тогда из 2-го закона Ньютона имеем

$$ma = - kx - r v, \tag{4.10}$$

Или $\boxed{a = -\omega_0^2 x - \beta v,}$ причем $\boxed{\omega_0^2 = k/m, \omega_0}$ - частота собственных колебаний системы в отсутствие затухания, $\boxed{r/m = 2\beta}$, где β- коэффициент зату хания. Очевидно, чем больше r и чем меньше m, тем быстрее будут затухать колебания. Решение уравнения (4.10) имеет вид:

$$\boxed{x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)} \tag{4.11}$$

где $\boxed{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$. Колебания, описываемые уравнением, строго говоря не являются периодическими. Такие колебания принято называть **затухающими** колебаниями с периодом

$$\boxed{T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

На рисунке 4.4 приведен график зависимости x (t). Амплитуда изменяется по экспоненциальному закону (штриховая линия). Если силой сопротивления пренебречь нельзя, то механическая энергия в процессе колебаний непрерывно уменьшается, переходя во внутреннюю энергию. Амплитуда колебаний будет уменьшаться и колебания постепенно затухнут.

4.1.7 Вынужденные колебания

Для поддержания колебаний в системе необходимо, чтобы действовала сила, работа которой компенсировала бы уменьшение механической энергии. Эта сила должна быть переменной, так как постоянная сила может только изменить положение равновесия, но не может способствовать поддержанию колебаний в системе. Таким образом, на систему, совершающую колебания должна действовать вынуждающая сила

$$F_з = F_0 \sin \Omega t,$$

где — амплитуда вынуждающей силы, — ее частота. Помимо вынуждающей силы на тело действуют сила упругости (или квазиупругая сила) $F_1 = -kx$ и сила сопротивления $F_2 = -rv$. Из 2-го закона Ньютона в этом случае имеем

$$ma = -kx - rv + F_0 \sin \Omega t \qquad (4.12)$$

Собственные колебания в системе затухнут, следовательно, вынужденные колебания происходят с частотой вынуждающей силы. Колебания, происходящие под действием вынуждающей силы, называются **вынужденными** колебаниями. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$x = A \sin(\Omega t = \alpha_0), \qquad (4.13)$$

где A - амплитуда вынужденных колебаний, - фаза, определяемые соотношениями

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 = 4\beta^2\Omega^2}}$$

$$tg\alpha_0 = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \qquad (4.14)$$

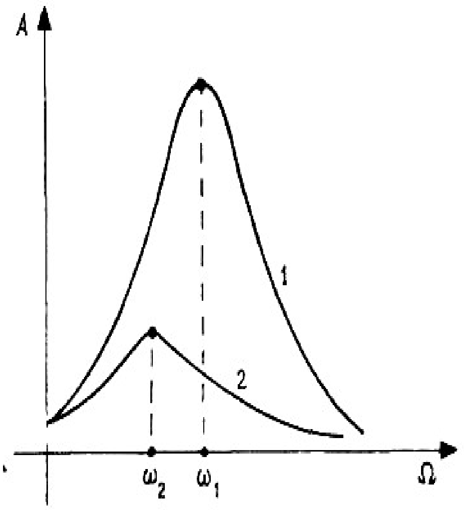


Рисунок 4.5

Из (4.14) видно, что амплитуда и фаза зависят от соотношения между частотой собственных колебаний и частотой вынуждающей силы . При совпадении этих частот амплитуда колебаний будет резко возрастать. Это явление получило название **резонанса**. Резонансная амплитуда зависит от сопротивления среды (рисунок 4.5). Кривой 1 соответствует меньшее сопротивление среды, чем кривой 2. При $\omega_0 = \Omega arctg\alpha_0 \rightarrow -\pi/2$, и соответственно уравнение колебаний имеет вид

$$x = -A \cos \Omega.$$

Тогда скорость изменяется по закону

$$\boxed{v_x = x' = A\sin\Omega t}.$$

Из последнего равенства очевидно, что скорость изменяется в фазе с вынуждающей силой. Возрастание амплитуды при резонансе объясняется тем, что при $\boxed{\omega_0 = \Omega}$ направление вынуждающей силы все время совпадает с перемещением, и следовательно, вынуждающая сила будет непрерывно совершать положительную работу. Таким образом, механическая энергия, а соответственно, и амплитуда будут расти. При отсутствии сопротивления среды амплитуда стремится к бесконечности. При $\boxed{\omega_0 \neq \Omega}$, вынуждающая сила на одних перемещениях совершает положительную, а на других отрицательную работу, и поэтому амплитуды вынужденных колебаний невелики.

4.2 Упругие (механические) волны

Процесс распространения колебаний в пространстве называется **волновым процессом**. Механические волны могут распространяться только в упругих средах, т. е. в средах, в которых возникают силы, препятствующие 1) деформации растяжений (сжатий) или 2) деформации сдвига.

В первом случае распространяется **продольная волна**, т. е. волна, вызывающая в пространстве колебания частиц среды вдоль направления распространения волны. Продольные волны могут распространяться в твердых, жидких и газообразных средах.

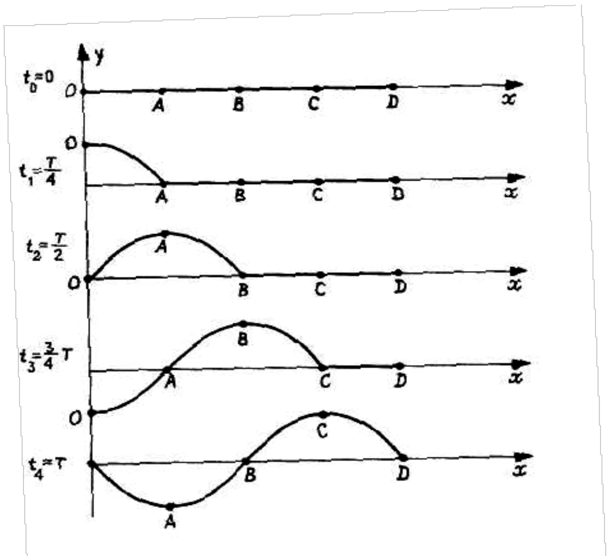


Рисунок 4.6. а

Во втором случае в пространстве существует **поперечная волна,** т. е. волна, вызывающая в пространстве колебания частиц среды перпендикулярно направлению распространения волны. Поперечные волны могут распространяться только в твердых телах.

Пусть колебания точки 0 упругого шнура происходит по закону $\boxed{y_0 A\sin\omega t}$ (рисунок 4.6 а), ось x указывает направление распространения волны. В начальный момент времени точка 0 начинает двигаться вверх, увлекая соседние части шнура. В момент t_1 = T /4 смещение точки 0 будет максимальным. За время T /4 в колебательный процесс будет вовлечена часть шнура 0A. К моменту времени t_4 = T точка 0 шнура завершит полное колебание, причем фазы колебаний точек 0 и D одинаковы. Кратчайшее расстояние между точками, колеблющимися в одной фазе, называется длиной волны λ.

Длина волны - это расстояние, на которое распространяется волна за время, равное одному периоду:

$$\boxed{\lambda = vT} \tag{4.15}$$

Рисунок 4.6. б

где v— скорость распространения волны, зависящая от свойств среды. В однородной среде скорость постоянна. Скорость распространения продольных волн в твердых средах

$$\boxed{v = \sqrt{E/\rho}} \tag{4.16}$$

где E — модуль Юнга, $\boxed{\ }$ — плотность среды. Скорость звука в газе (продольная механическая волна) есть

$$\boxed{v = \sqrt{\gamma RT/M}}, \tag{4.16a}$$

где $\boxed{\ }$ — отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме $\boxed{c_P/c_V}$, M — молекулярная масса воздуха.

Фронтом волны называется геометрическое место точек, через которое проходит возмущение в данный момент времени. Форма фронта определяется источником. Так, фронт волны, генерируемой точечным источником, имеет форму сферы, и говорят, что распространяется сферическая волна.

Волна называется **плоской**, если фронт плоский. При распространении плоской волны все точки в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, колеблются в одинаковой фазе, поэтому, зная закон колебаний в одной точке, мы тем самым можем описать колебательный процесс во всех точках плоскости Фронт волны всегда перпендикулярен направлению ее распространения.

Пусть вдоль оси x распространяется плоская волна (рисунок 4.6б). В точке 0 находится источник колебаний, уравнение смещения в точке 0 $\boxed{y_0 = A\sin\omega t'}$, где t' - время, отсчитываемое с момента начала колебаний в точке 0.

В точке M колебания происходят по аналогичному закону: $\boxed{y_M = A\sin\omega t}$, где t — время, **отсчитываемое** с момента начала колебаний в точке M. Очевидно, t' меньше t на промежуток времени $\boxed{\ }$, за который волна успевает пройти расстояние OM = x_M, т. е. $\boxed{\tau = x_M / v}$. Таким образом,

$$y_M = A\sin\omega(t - x_M/v)$$

Так как точка М произвольна, можно записать

$$y = A\sin\omega(t - x/v) \tag{4.17}$$

Уравнение (4.17) представляет собой **уравнение бегущей волны.** Оно позволяет определить смещение в любой точке среды в любой момент времени. Уравнение (4.17) можно переписать в виде

$$y = A\sin 2\pi(t/T - x/\lambda) \tag{4.18}$$

4.3 Интерференция волн

Интерференция — сложение волн с образованием устойчивой картины максимумов и минимумов амплитуды колебаний. Необходимым условием интерференции является когерентность источников. **Когерентными** называются источники, вызывающие в каждой точке пространства колебания, разность фаз которых остается постоянной во времени. Такие источники излучают когерентные волны.

Очевидно, что только источники, возбуждающие колебания с одинаковыми частотами, могут быть когерентными, так как, если $\boxed{\omega_1 \neq \omega_2}$, то разность фаз равна

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega_2 t + \varphi_{02} - \omega_1 t - \varphi_{01} = (\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

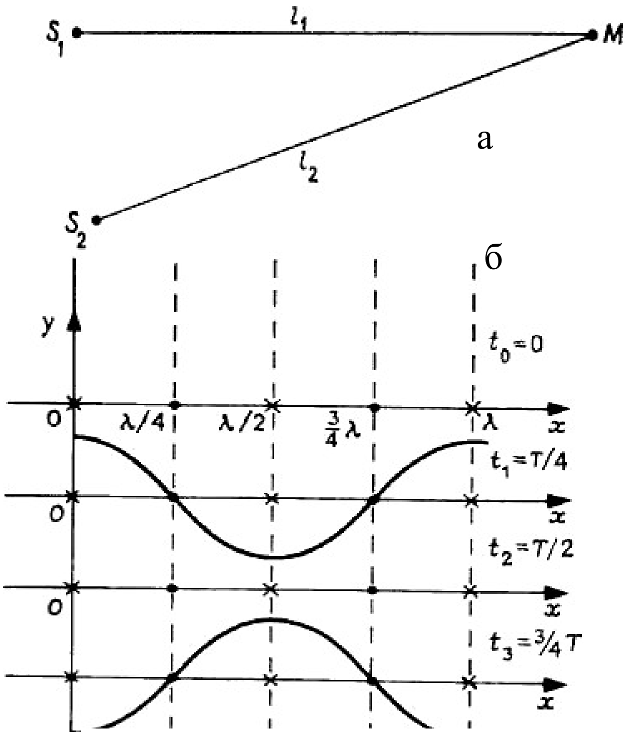


Рисунок 4.7 а,б

и зависит от времени. Если источники **некогерентны**, то во всех точках пространства будут возбуждаться колебания, разность фаз которых изменяется со временем. Изменяется со временем и амплитуда результирующего колебания, т. е. интерференции не будет. На рисунке 4.7 а источники S_1 и S_2 - когерентные и вызывают колебания частиц в одном направлении. Рассмотрим сложение колебаний, возбуждаемых этими источниками в точке М:

$$y_1 = A_1 \sin 2\pi(t/T - l_1/\lambda),$$

$$y_2 = A_2 \sin 2\pi(t/T - l_2/\lambda),$$

Рис. 4 6б

где l_1 и l_2 - расстояния от источников до точки М. Разность фаз складываемых колебаний:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi(l_1 - l_2)/\lambda = (2\pi/\lambda)\Delta l \tag{4.19}$$

Напомним, что если разность фаз складываемых колебаний равна 0, 2 , 4 и т. д., т. е. $\Delta\varphi = \pm(2n+1)\pi$, где = 0, 1, 2, 3,..., то эти колебания вызывают смещение в одном направлении и амплитуда результирующего колебания будет равна **сумме** амплитуд складываемых колебаний. Если разность фаз складываемых колебаний равна , 3 , 5 и т. д., т. е. $\Delta l = \pm(2n+1)\pi$, то эти колебания вызывают смещение в противоположных направлениях и амплитуда результирующего колебания равна **разности** амплитуд исходных колебаний. Приняв $\Delta\varphi = \pm 2\pi n$, из выражения (4.19) получим $2\pi\Delta l = \pm 2\pi n,$

$$\Delta l = \pm n\lambda \tag{4.20}$$

Таким образом, **в точках пространства, где разность хода** $\Delta l = l_1 - l_2$ **равна целому числу длин волн, наблюдаются интерференционные максимумы и** $A = A_1 + A_2$**.** Сделав аналогичные выкладки, получим, **что если разность хода равна нечетному числу длин полуволн то в этих точках пространства находятся интерференционные минимумы** $A = |A_1 - A_2|$

$$\Delta l = \pm(2n+1)\lambda/2 \tag{4.21}$$

При интерференции происходит перераспределение энергии в пространстве, так что в точках максимумов $A = 2A_1$ (для простоты будем считать, что $A_1 = A_2$), и энергия колебаний $W \sim A^2 = 4A_1^2$, в точках минимумов $W = 0$.

Если складываются две волны, идущие навстречу друг другу (прямая и отраженная), то образуется стоячая волна:

$$y_{пр} = A\sin 2\pi(t/T - x/\lambda), \qquad y_{отр} = A\sin 2\pi(t/T + x/\lambda),$$

$$y_{ст} = y_{пр} + y_{отр} = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\sin\omega t \tag{4.22}$$

(4.22) есть **уравнение стоячей волны.** Из уравнения (4.22) следует, что амплитуда колебаний при возбуждении стоячей волны

$$A_{ст} = 2A\cos(2\pi x/\lambda)$$

зависит от положения колеблющейся точки. В точках, для которых $2\pi x/\lambda = \pi n$, т.е. $x = n\lambda/2$, колебания происходят с удвоенной амплитудой: $A_{СТ}$ = 2А (**пучности** волны). В точках, для которых $2\pi x/\lambda = (2n+1)\pi/2$, т. е $x = (2n+1)\pi/4$, колебаний не происходит, $A_{СТ}$ = 0 (**узлы** стоячей волны). Расстояние между двумя соседними пучностями или двумя соседними узлами равно $\lambda/2$.

На рисунках 4.6а и 4.7б изображены "мгновенные снимки" бегущей и стоячей волн в моменты времени t = 0, $t_1 = T/4$, $t_2 = T/2$, $t_3 = (3/4)T, t_4 = T$. Для сравнения стоячей и бегущей волн приведем таблицу.

	Бегущая волна	Стоячая волна
Уравнение	y = $A\sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$	y =2Acos(2 /)sin t
Амплитуда	Одинакова во всех точках и равна А	Зависит от положения колеблющейся точки 0 $A_{СТ}$ 2A
Фаза	Зависит от положения колеблющейся точки	Одинакова между двумя соседними узлами
Энергия	Переносит энергию	Не переносит энергии (в прямом и обратном направлениях за один и тот же промежуток времени переносятся равные порции энергии)

4.4 Электромагнитные колебания

Колебательный контур состоит из катушки индуктивности L и конденсатора C (рисунок 4.8). Если зарядить конденсатор до напряжения U_0, то в начальный момент времени t_1 = 0 на обкладках конденсатора будут амплитудные (максимальные) значения напряжения U_0 и заряда $q_0 = CU_0$. Полная энергия системы равна энергии электрического поля конденсатора:

$$W = W_{эл} = CU_0^2/2 = q_0^2/2C$$

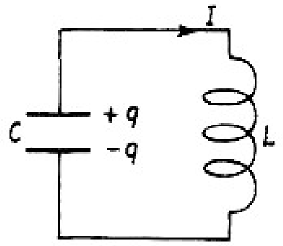


Рисунок 4.8

По цепи начинает течь ток, так как обкладки конденсатора накоротко замкнуты на индуктивность, однако вследствие самоиндукции конденсатор разряжается не мгновенно, а постепенно. Ток через индуктивность увеличивается, достигая максимального значения I_0. В момент времени t_2 = T/4 заряд конденсатора станет равным нулю, а ток достигнет максимального значения I_0. Энергия системы будет равна энергии магнитного поля соленоида:

$$\boxed{W = W_м LI_0^2/2}$$

Когда напряжение обращается в нуль, ток в цепи должен прекратиться, однако вследствие самоиндукции ток будет продолжать течь, что вызовет перезарядку конденсатора. Постепенно ток уменьшится до нуля. В момент времени $t_3 = T/2$, $q = q_0$, $U = U_o$, $I = 0$. Затем конденсатор начинает разряжаться, причем ток через индуктивность течет в обратном направлении, и т. д. Через промежуток времени, равный T, система приходит в исходное состояние. Напряжение на обкладках конденсатора равно эдс самоиндукции:

$$\boxed{q/C = -LI'}$$

где I'- производная силы тока по времени, откуда

$$\boxed{q'' = -q/CL.}$$

Сравнив с (4.5) $\boxed{(x'' = -\omega^2 x)}$ для частоты колебаний имеем

$$\boxed{\omega = 1/\sqrt{LC}}$$

Период колебаний равен $\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}}$ (4.23)

Заряд на обкладках конденсатора со временем изменяется по закону

$$\boxed{q = q_0 \sin(\omega t = \varphi_0)} \tag{4.24}$$

Напряжение на обкладках равно

$$\boxed{U = q/C = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0)} \tag{4.25}$$

Выражение для тока, равного I = q', имеет вид

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0), I_0 = \omega q_0 \qquad (4.26)$$

Таким образом, в колебательном контуре по гармоническому закону изменяются заряд, напряжение на обкладках конденсатора и сила тока в контуре. Так же происходит превращение энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно.

Если в цепи колебательного контура сопротивление R не равно нулю, то в процессе колебаний часть энергии непрерывно будет переходить во внутреннюю (в тепло) и колебания затухнут. Для поддержания колебаний необходимо в цепь колебательного контура подключить переменную эдс:

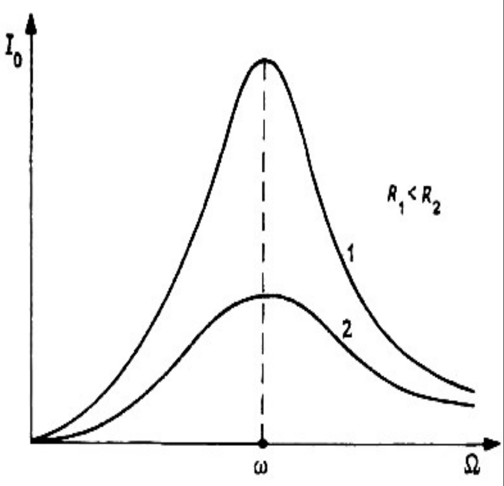


Рисунок 4.9

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \Omega t$$

где - амплитудное значение эдс, - ее частота. При совпадении собственной частоты колебаний с частотой внешней эдс амплитудные значения заряда, напряжения и тока резко увеличиваются (**резонанс**). Электрический резонанс используется для настройки на определенную длину электромагнитной волны. В колебательном контуре индуктивность или емкость берутся переменными, что позволяет настроить контур на нужную частоту. При совпадении частоты сигнала с собственной частотой колебательного контура ток в контуре становится достаточно большим. Сигналы всех остальных частот вызывают в цепи слабые токи (рисунок 4.9).

4.5 Переменный ток

Переменный ток - ток, изменяющийся во времени. Будем рассматривать ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi_0) \qquad (4.27)$$

и возникающий в цепи, подключенной к источнику эдс:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t,$$

где I_0 - амплитудное значение силы тока, — циклическая частота, - начальная фаза.

Эффективное, или действующее, **значение силы тока $I_э$** - это значение силы такого постоянного тока, который за промежуток времени, равный одному периоду, вызовет в омическом сопротивлении выделение такого же количества теплоты, что и переменный ток:

$$\boxed{I_э = I_0/\sqrt{2}}. \qquad (4.28)$$

Аналогично, **эффективные значения напряжения $U_э$ и эдс $\varepsilon_э$** равны соответственно

$$\boxed{U_э = U_0/\sqrt{2}}, \qquad \varepsilon_э = \varepsilon_0/\sqrt{2}$$

Если цепь состоит из омического сопротивления R, электрической емкости C и индуктивности L, то сопротивление этого участка цепи равно

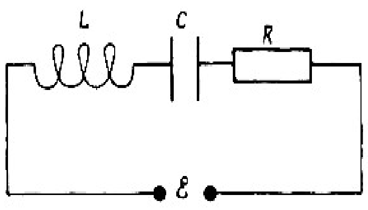


Рисунок 4.10

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \qquad (4.29)$$

где ωL — **реактивное индуктивное сопротивление**

$1/\omega C$ — **реактивное емкостное сопротивление.** Если в цепь включена эдс (рисунок 4.10) $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t}$, то сила тока равна

$$\boxed{I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)} \qquad (4.30)$$

где

$$\boxed{I_0 = \varepsilon_0/Z,} \boxed{\varphi = \operatorname{arctg} X/R} \qquad (4.31)$$

Величина

$$\boxed{X = \omega L - 1/\omega C} \qquad (4.32)$$

называется **реактивным сопротивлением** и определяет отставание по фазе тока от эдс. Среднее за период значение мощности переменного тока

$$\boxed{P = I_э \varepsilon_э \cos\varphi}$$

Если X = 0, т. е. отсутствует реактивное сопротивление, получаем формулу для мощности постоянного тока:

$$P = I$$

4.6 Электромагнитные волны

Согласно теории Максвелла, переменное магнитное поле вызывает появление переменного вихревого электрического поля, которое, в свою очередь, вызывает появление переменного магнитного поля и т. д. Таким образом, происходит распространение электромагнитных возмущений в пространстве, т. е. распространяется **электромагнитная волна.** Силовые линии электрического поля в этом случае являются замкнутыми. Источником

Рисунок 4.11

этого поля является переменное магнитное поле, а не положительные и отрицательные заряды. Электрическое поле в электромагнитной волне - **вихревое,** силовые линии этого вихревого поля лежат в плоскостях, перпендикулярных вектору **B**.

4.6.1 Свойства электромагнитных волн

Перечислим основные свойства электромагнитных волн.

1.Электромагнитная волна - **поперечная** (рисунок 4.11). Вектора **E, B** и **v** взаимно перпендикулярны и составляют правовинтовую тройку векторов.

2.Скорость электромагнитных волн в вакууме равна $\boxed{\upsilon = c = 3\cdot 10^8 \text{ м/с}}$ и совпадает со скоростью света. В среде $\boxed{\upsilon = c/\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где $\boxed{}$ и $\boxed{}$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Напряженность электрического поля **E** и индукция магнитного поля **B** изменяются в фазе:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_o} \sin 2\pi\ (t\,/T - x\,/\lambda), \qquad \mathbf{B} = \mathbf{B_o} \sin 2\pi\ (t\,/T - x\,/\lambda).$$

1.Электромагнитные волны переносят энергию.
2.Электромагнитные волны отражаются от проводящих поверхностей и преломляются на границе двух диэлектриков.
3.Электромагнитные волны оказывают давление на тела.
4.Если электромагнитная волна оказывает давление на тела, т. е. сообщает им импульс, следовательно, она также обладает импульсом.
7. Наблюдаются дифракция, интерференция и поляризация электромагнитных волн.

4.6.2 Шкала электромагнитных волн

Электромагнитные волны генерируются в широком диапазоне частот. Каждый участок спектра имеет свое название (рисунок 4.12). Так, **видимому** свету соответствует довольно узкий диапазон частот и соответственно длин волн: от 4 $\cdot 10^{-7}$ до 7,5$\cdot$ 10^{-7}м. С коротковолновой стороны от видимой области спектра (рисунок 4.12) находится **ультрафиолетовая** область, с длинноволновой - **инфракрасная.** За ультрафиолетовым диапазоном идет **рентгеновский,** а затем $\boxed{\gamma}$**-излучение**. $\boxed{}$-лучи - электромагнитное излучение самой большой частоты ν $\boxed{}$ 10^{20} Гц ($\lambda \approx 10^{-12}$м). Радиоволны лежат в диапазоне $\boxed{}\boxed{\geq 10^{-2}}$м. Отметим, что $\boxed{}$- лучи излучаются при распаде радиоактивных ядер, электромагнитные волны $\boxed{10^{-6} - 10^{-2}}$м излучаются атомами. Радио- и микроволновое излучение генерируются макротелами - системами. Несмотря на кажущееся различие излучений в разных диапазонах, все они обладают свойствами электромагнитных волн.

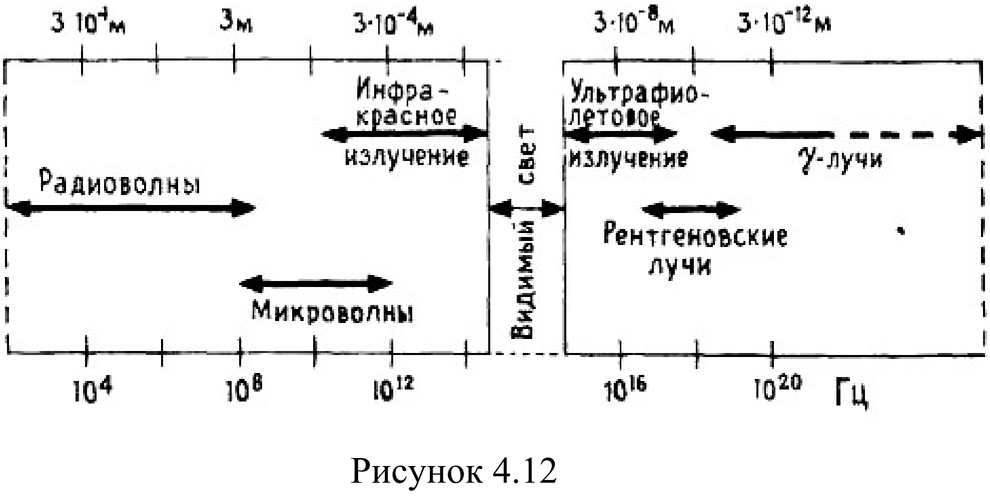


Рисунок 4.12

4.7 Контрольные вопросы к разделу

1 Что называют колебаниями? гармоническими колебаниями? Напишите уравнение гармонического колебания.
2 Что называют амплитудой? частотой? циклической частотой? периодом колебаний? фазой колебаний? начальной фазой?
3 Выведите формулы скорости и ускорения при гармоническом колебатель ном движении. Какой сдвиг фаз имеют колебания скорости и ускорения относительно колебаний смещения?
4 Опишите процесс превращения энергии при гармоническом колебательном движении на примере пружинного маятника. Выведите формулы кинетической, потенциальной, полной механической энергии гармонического колебания.
5 От чего зависит амплитуда результирующего колебания при сложении колебаний, направленных вдоль одной прямой? В каком случае результирующая амплитуда равна сумме амплитуд? разности амплитуд?
6 Какие колебания называются затухающими? Почему свободные колебания затухают? Что такое коэффициент затухания? Как определяются частота и период затухающих колебаний?
7 При каких условиях колебания могут стать незатухающими? Что такое вынуждающая сила? Какие колебания называют вынужденными? Напишите уравнение вынужденных колебаний. Как определяются и от чего зависят амплитуда и фаза таких колебаний? Что называют механическим резонансом?
8 Что такое волна? упругая волна? Какие волны называют поперечными? продольными? В каких средах они могут распространяться? Объясните процессы образования поперечной и продольной упругих волн и начертите стадии этих процессов за один период через каждую четверть периода.
9 Что называют периодом волны? частотой? длиной волны? Что принимают за скорость распространения волны, от чего она зависит?
10 Что называют фронтом волны? Какие волны называют сферическими? плоскими? Какой вид имеет уравнение бегущей волны в записи, включающей в себя скорость волны? длину волны?
11 Дайте определение явления интерференции. Какие волны называют когерентными? Что называют геометрической разностью хода волн?
12 Установите и сформулируйте условия образования интерференционных максимумов и минимумов при суперпозиции когерентных волн. Чему равна энергия в точках максимумов и минимумов, образующихся при интерференции волн (ответ обоснуйте).
13 Какая волна называется стоячей? Напишите уравнение стоячей волны. От чего зависит амплитуда стоячей волны? Что такое узлы и пучности стоячей волны?
14 Что такое колебательный контур? Опишите и объясните все стадии процесса превращения энергии при свободных электромагнитных колебаниях в колебательном контуре в течении одного полного колебания (т.е. одного периода).

15 Что называют периодом? частотой электромагнитных колебаний? Как изменяются заряд, напряжение на обкладках конденсатора и сила тока в контуре с течением времени? Приведите формулы этих зависимостей.
16 Что такое переменная ЭДС? Как она зависит от времени? Что такое электрический резонанс? Где используется электрический резонанс?
17 Что такое переменный ток? Что называют эффективным или действующим значением переменного тока? Какие формулы выражают связь действующих значений ЭДС, напряжения и силы тока с их амплитудными значениями?
18 Что называют реактивным индукционным сопротивлением? реактивным емкостным сопротивлением? реактивным сопротивлением? средним за период значением мощности переменного тока?
19 Что называют электромагнитным полем? электромагнитной волной? Чем характеризуется вихревое поле? Могут ли электрические и магнитные поля существовать обособленно друг от друга?
20 Перечислите основные свойства электромагнитных волн. Зарисуйте и объясните шкалу электромагнитных волн.

4.8 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 4

1 Уравнение движения гармонического колебания имеет вид:
$x = 0{,}02 \cos \pi/2\ t$. Найти координату тела через 0,5 с.
а) x = 1,4 см
б) x = 3,7 см
в) x =5,9 см

2 Как изменится период колебаний маятника, если его перенести из воздуха в воду ?
а) увеличится
б) уменьшится
в) не изменится

3 Точные астрономические часы с секундным маятником установлены в подвале главного здания МГУ. Изменится ли ход часов, если их перенести на верхний этаж ?
а) ход часов не изменится
б) начнут отставать
в) начнут спешить

4 Частица совершает гармоническое колебание с амплитудой a и периодом T. Найти время t, за которое смещение частицы изменяется от 0 до a /2.
а) t = T / 12
б) t = T / 6
в) t = T / 4

5 Какую волну - продольную или поперечную - описывает уравнение

$y = a \cos(\omega t - kx)$
а) продольную
б) поперечную
в) и продольную и поперечную

6 Упругая волна переходит из среды, в которой фазовая скорость волны равна v, в среду, в которой фазовая скорость в 2 раза больше. Что происходит при этом с частотой волны?
а) останется прежней
б) увеличится в 2 раза
в) уменьшится в 2 раза

7 Вдоль оси x распространяется плоская волна с длиной λ. Чему равно наименьшее расстояние Δx между точками среды, в которых колебания совершаются в противофазе ?
а) $\Delta x = \lambda$
б) $\Delta x = \lambda / 2$
в) $\Delta x = \lambda / 4$

8 Колебания с частотой 5 Гц распространяются в пространстве со скоростью 3 м /с. Найти разность фаз двух точек, отстоящих друг от друга на расстоянии 20см.
а) $\Delta\varphi = \pi$
б) $\Delta\varphi = 2\pi$
в) $\Delta\varphi = 2\pi /3$

9 Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется в зависимости от времени по закону: $I = 0{,}1\cos 6\cdot10^5\pi t$. Найти длину излучаемой волны.
а) $\lambda =$ 1 км
б) $\lambda =$ 2 км
в) $\lambda =$ 3 км

10 Определите длину волны радиопередатчика, если период его электрических колебаний равен 10^{-6} с.
а) $\lambda = 200$ м
б) $\lambda = 300$ м
в) $\lambda = 400$ м

11 В какой момент времени, считая от начала колебаний, мгновенное значение силы переменного тока будет равно его действующему значению? Перод колебаний тока считать известным.
а) $t = T/2$
б) $t = T/4$
в) $t = T/8$

12 Через какое время, считая от начала колебаний, заряд на обкладках конденсатора станет равен половине амплитудного заряда? Частота колебаний в контуре ν = 10 МГц.
а) $t = 1{,}7\cdot10^{-2}$ с
б) $t = 1{,}7\cdot10^{-5}$ с
в) $t = 1{,}7\cdot10^{-8}$ с

Правильные ответы: 1-а; 2-а; 3-б; 4-а; 5-в; 6-а; 7-б; 8-в; 9-а; 10-б; 11-в; 12-в.

5 Элементы волновой и квантовой оптики

5.1 Волновая оптика.

5.1.1 Интерференция света.

Интерференция света - это явление наложения волн с образованием устойчивой картины максимумов и минимумов. При интерференции света на экране наблюдается чередование светлых и темных полос, если свет **монохроматический** (излучаются электромагнитные волны одной длины волны), или цветных полос, если свет белый или состоит из волн разной длины. При рассмотрении интерференции механических волн мы говорили, что необходимым условием наблюдения интерференционной картины является **когерентность** волн. Два различных источника света не могут быть когерентны. Свет излучается возбужденными атомами, время излучения атома длится ~ 10^{-8} с, период колебаний, возбуждаемых световой волной, ~ 10^{-15} с. Невозможно согласовать излучение двух атомов одного источника, тем более невозможно согласовать излучение двух разных источников. (Исключение составляют лазеры, так как разность фаз колебаний, возбуждаемых излучением двух лазеров в данной точке, не зависит от времени, а зависит только от расстояния до точки.)

Каждый атом излучает короткий цуг волн, который можно представить как сумму монохроматических волн с начальной фазой, определяемой моментом излучения. Поэтому интерферировать могут лишь волны, испускаемые в одном и том же акте излучения.

Для получения интерференционной картины видимого света необходимо разделить излучение от одного источника на два потока, эти потоки направить по двум разным траекториям, а затем соединить их в некоторой области пространства. В этом случае в данной точке пространства будут сходиться волны, испущенные одним атомом в одном акте излучения, и разность фаз колебаний, возбуждаемых в этой точке этими волнами, будет определяться только разностью хода волн. Например, луч, падающий непосредственно на экран, SA,

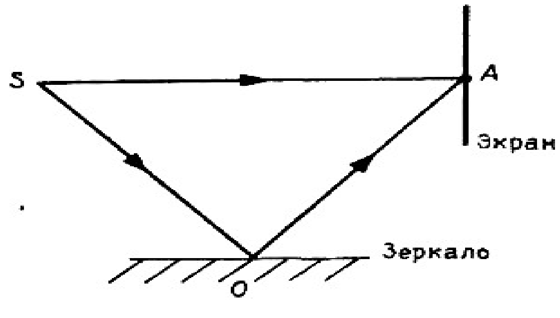


Рисунок 5.1

и луч, отразившийся от зеркала, OA, будут когерентны (рисунок 5.1). Разность геометрических длин в данном случае является **разностью хода волн** Δ = (SO + OA) - SA.

Очевидно, что разность хода волн не должна превышать 3 м. Если $\Delta > 3$ м, то в точке А встречаются волны, из лученные разными атомами, так как за время 10^{-8} с одним атомом излучается цуг волн длиной l = ct = 3 м, где c — скорость света, равная 300 000 км/с. Если волны распространяются в среде с показателем преломления n, то длина волны изменяется (пример 1.) и в условиях берется **оптическая** разность хода волн. Для того же примера (рисунок 5.1) имеем Δ = [{SO + OA) - AS] n.

Если лучи распространяются в различных оптических средах с показателями преломления $\mathbf{n_1}$ и $\mathbf{n_2}$ и проходят расстояния $\mathbf{l_1}$ и $\mathbf{l_2}$ то оптическая разность хода волн равна $\Delta = n_1 l_1 - n_2 l_2$

Если разность хода волн равна **четному** числу длин полуволн или целому числу длин волн $\Delta = \pm n\lambda$, то в этих точках пространства наблюдаются интерференционные **максимумы** (яркие полосы). Если же разность хода волн равна **нечетному** числу длин полуволн $\Delta = \pm(2n+1)\lambda/2$, где n = 0, 1, 2,..., то в этих точках пространства наблюдаются интерференционные **минимумы** (темные полосы).

Если в данной точке пространства накладываются некогерентные волны, то они возбуждают колебания, разность фаз между которыми будет непрерывно изменяться во времени. В результате сложения этих колебаний амплитуда результирующего колебания будет изменяться. В результате глаз зафиксирует среднюю освещенность экрана, равную сумме освещенностей, создаваемых каждым источником в отдельности (интерференции нет).

Пример 1. Как изменяется длина волны при нормальном падении света на границу раздела сред воздух - стекло? Показатель преломления стекла n, длина волны в воздухе λ_o.

Решение. Частота колебаний при распространении электромагнитной волны во всех средах одинакова. Скорость распространения волны зависит от показателя преломления среды: $\upsilon = c / n$. Длина волны равна

$$\boxed{\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}.}$$

Следовательно, при переходе в оптически более плотную среду длина волны уменьшается в n раз.

Пример 2. В опыте Юнга (рисунок 5.2) расстояние между двумя щелями S_1 и S_2 равно d, а расстояние от щелей до экрана равно L(d < L). Найти расстояние x до первого интерференционного максимума.

Дано : d, L, n = 1; x - ?

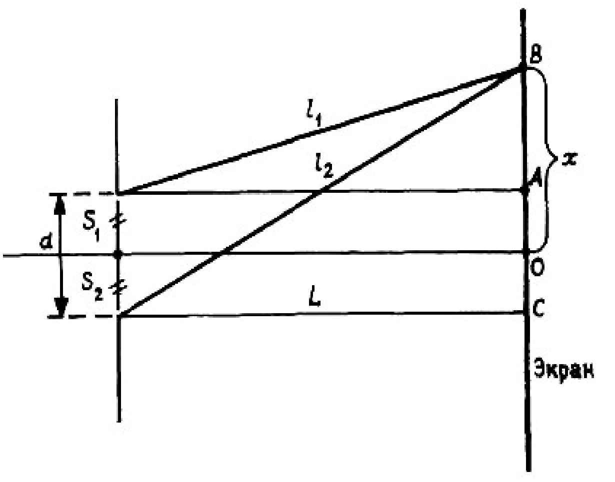


Рисунок 5.2

Решение. Опыт Юнга (1801 г.) подтвердил волновую природу света. Свет от источника (параллельные лучи) проходит через щель S, а затем падает на непрозрачный экран, в котором прорезаны две щели S_1 и S_2, параллельные S и находящиеся на малом расстоянии друг от друга. На экране наблюдается интерференционная картина в виде чередующихся ярких линий.
Точка O, равноудаленная от щелей S_1 и S_2, является центральным максимумом. Определим оптическую разность хода лучей S_1B и S_2B, равную $\Delta = l_2 - l_1$. Из треугольника S_1AB имеем $l_1^2 = L^2 + (x - d/2)^2$, из треугольника S_2BC имеем: $l_2^2 = L^2 + (x + d/2)^2$, следовательно, $l_2^2 - l_1^2 = 2xd$ или $(l_1 + l_2)(l_1 - l_2) = 2xd$. Поскольку $l_1 + l_2 \approx 2L$, $\Delta = x\,d / L$. Для первого максимума можно записать $\Delta = n\lambda = \lambda$ или $x\,d / L = \lambda$, $x = \lambda L / d$.

Ответ: $x = \lambda L / d$.

Пример 3. В некоторую точку пространства приходит излучение с оптической разностью хода волн 1,8 мкм. Определить, усилится или ослабнет свет в этой точке с длиной волны 1) 600 нм; 2) 400 нм.

Дано: $\lambda_1 = 600$ нм ($6 \cdot 10^{-7}$ м), $\lambda_2 = 400$ нм ($4 \cdot 10^{-7}$ м), $\Delta = 1{,}8$ мкм ($1{,}8 \cdot 10^{-6}$ м).

Решение. Максимум или минимум интерференционной картины зависит от числа полуволн, укладывающихся на разности хода. Для λ_1 и λ_2 получим

$$\frac{\Delta}{\lambda_1} = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-7}} = 3, \quad \frac{\Delta}{\lambda_2} = \frac{1.8 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-7}} = 4{,}5,$$

т. е. для излучения с длиной волны 600 нм в этой точке будет наблюдаться усиление света, а для излучения с длиной волны 400 нм, для которого разность хода составляет нечетное число полуволн, будет наблюдаться ослабление света.

5.1.2 Дифракция света

Явление огибания волнами препятствий и попадания света в область геометрической тени называется **дифракцией.**

Пусть плоская волна падает на щель в плоском экране AB. Согласно **принципу Гюйгенса — Френеля,** каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн, причем все эти вторичные источники когерентны. Огибающая к фронтам волн от вторичных источников дает положение нового фронта волны. На рисунок 5.3 видно, что после прохождения отверстия волны будут распространяться в область геометрической тени. Явление дифракции наблюдается при условии соизмеримости препятствия с длиной волны $\Delta \sim d$.Все вторичные источники когерентны и распределение интенсивности есть результат интерференции волн, излучаемых вторичными источниками.

Дифракционная решетка состоит из чередующихся прозрачных и непрозрачных полос. Суммарная ширина прозрачной и непрозрачной полос называется **периодом** (постоянной) дифракционной решетки d. Если N - число штрихов на 1 мм, то период решетки равен $d = 1 / N$. Так как ширина щелей и непрозрачных полос постоянна, то достаточно рассмотреть интерференцию параллельных пучков от двух соседних щелей. Пусть на решетку падает плоская волна. Так как $d \sim \Delta$, то лучи начинают отклоняться от первоначального направления распространения. Щели являются когерентными источниками. Рассмотрим два луча от соответствующих точек двух соседних щелей, отклонившиеся на одинаковый угол φ (φ -угол дифракции)(рисунок 5.4).

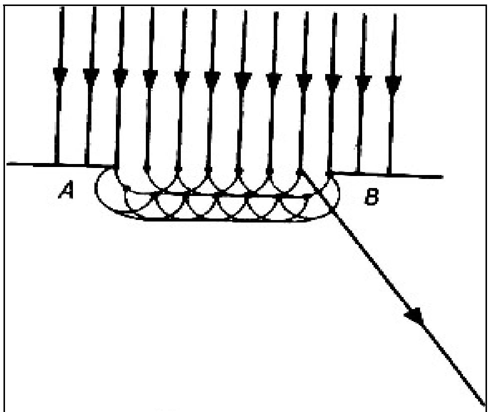


Рисунок 5.3

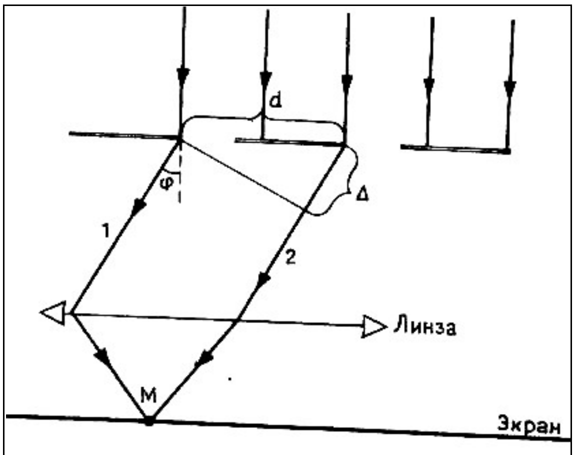


Рисунок 5.4

Заметим, что угол φ принимает любое значение в пределах $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. Разность хода лучей 1 и 2 равна $\boxed{\ }$ = $d \sin \varphi$. После дифракционной решетки установлена собирающая линза, в фокальной плоскости которой помещен экран. Лучи собираются в фокальной плоскости в точке M. Линза не изменяет разность хода волн.

Если разность хода волн $d \sin \varphi = \pm n \lambda$, то на экране появится светлая полоса, если $d \sin \varphi = \pm (2n + 1) \lambda /2$, то на экране появится темная полоса. Следовательно, на экране будут видны чередующиеся светлые и темные полосы, если источник света монохроматический.

Если источник является источником белого света, то на экране будут видны полосы разного цвета. Монохроматические пучки, относящиеся к различным значениям n, называются **порядками** спектра, а создаваемые ими изображения - **спектральными линиями**. Все порядки, соответствующие $\pm n$, симметричны относительно спектра нулевого порядка. Если n - порядок спектра, то при $n = 0$ (спектр нулевого порядка) в центре экрана будет белая полоса, так как условие максимума $d \sin \varphi = 0\lambda$ выполняется для всех длин волн. Условие максимума в спектре первого порядка $d \sin \varphi = \pm \lambda$. Фиолетовый цвет имеет наименьшую длину волны и, соответственно, условие максимума выполняется для фиолетовой области спектра при наименьшем угле

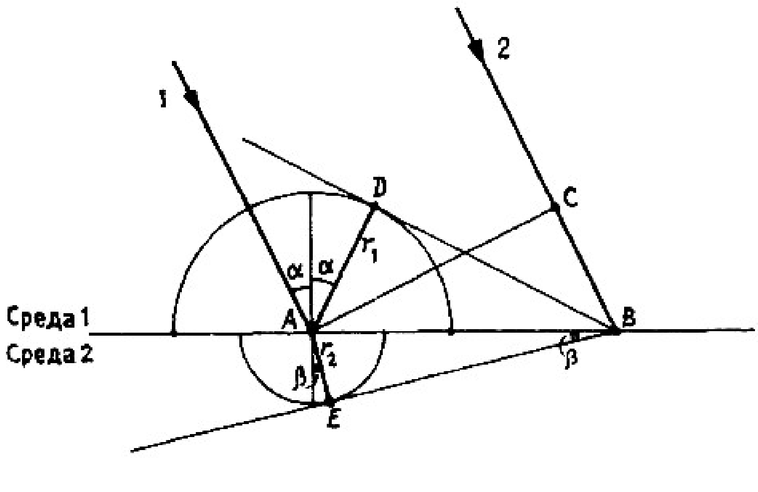


Рисунок 5.5

отклонения. Для больших углов последовательно выполняются условия максимума для синей, голубой, зеленой, желтой, оранжевой, красной полос. Также очевидно, что в спектре ближайшей к центру будет фиолетовая полоса, а наиболее удаленной красная и т. д.

Пример 1. С помощью принципа Гюйгенса-Френеля докажите, что при падении плоской волны на границу раздела сред 1)угол падения равен углу отражения; 2) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления.

Решение. Пусть угол падения лучей равен α (рисунок 5.5). Точка A является источником вторичных волн. За промежуток времени Δt фронт волны в среде 1 будет иметь форму сферы радиуса $r_1 = v_1\Delta t$, а в среде 2 - $r_2 = v_2\Delta t$. За это время луч 2 только дойдет до границы раздела в точке B. Из точки B проведём касательные к фронтам волны в первой и второй средах BD и BE. Очевидно, что BD даст положение фронта отраженной волны, а BE - положение фронта преломленной волны, причем $AD = CB = v_1\Delta t$, откуда треугольник ADB равен треугольнику ACB. Следовательно, угол CBA равен углу DAB и угол между нормалью и отраженным лучом 1 равен углу падения α. Из треугольника AEB (угол AEB прямой) следует, что сторона AB равна

$$\boxed{AB = \frac{AE}{\sin\beta} = \frac{\upsilon_2\Delta t}{\sin\beta}}$$

Из треугольника ACB следует, что $\boxed{AB = \dfrac{CB}{\sin\beta} = \dfrac{\upsilon_1\Delta t}{\sin\alpha}}$.

Приравняв эти выражения для AB, получим

$$\boxed{\frac{\upsilon_2\Delta t}{\sin\beta} = \frac{\upsilon_1\Delta t}{\sin\alpha}}, \qquad \text{откуда} \qquad \boxed{\frac{\sin\alpha}{\mathrm{sib}\beta} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = n}$$

где n относительный показатель преломления.

Пример 2. Падая на две щели, расположенные на расстоянии 0,0026 мм друг от друга, монохроматический свет образует полосу четвертого порядка под углом $\varphi = 6{,}4°$. Чему равна длина волны падающего света.

Дано: $d = 0{,}0026$ мм ($2{,}6\cdot10^{-6}$ м), $\varphi = 6{,}4°$, $n = 4$; λ - ?

Решение. Две щели можно рассматривать как когерентные источники.

Разность хода лучей, идущих от них, равна $\boxed{}$ = d sin φ. Условие наблюдения интерференционного максимума $\Delta = \pm n\lambda$, следовательно, $d \sin\varphi = \pm n\lambda$.

По условию задачи n = 4, отсюда $d \sin\varphi = 4\boxed{}$. Окончательно имеем

$\lambda = (d/4)\sin\varphi$, $\boxed{\lambda = \dfrac{2{,}6\cdot10^{-6}\cdot\sin 6{,}4°}{4}\text{м} = \dfrac{2{,}6\cdot10^{-6}\cdot 0{,}11}{4}\text{м} = 7{,}15\cdot10^{-7}\text{м.}}$

Ответ: $\lambda = 7{,}15\cdot10^{-7}$м

Пример 3. Период дифракционной решетки 3 мкм. Найдите наибольший порядок спектра для желтого света (длина волны 580 нм).

Дано : d =3 мкм ($3\cdot10^{-6}$ м), λ = 580 нм ($5{,}8\cdot10^{-7}$ м); n_{max} - ?

Решение. Запишем формулу дифракционной решетки: $d \sin \varphi = n \lambda$. Очевидно, что максимальный порядок спектра n_{max} достигается при максимальном значении $\sin \varphi$. Положим $\sin \varphi \sim 1$, тогда $d = n \lambda$, $n_{max} = d / \lambda < 6$, $n_{max} = 5$.

Ответ: , $n_{max} = 5$.

Пример 4. Сколько штрихов на 1мм должна иметь дифракционная решетка, если зеленая линия ртути (λ = 5461 Å) в спектре первого порядка наблюдается под углом $19^0\ 08^/$?

Дано: λ = 5461 Å = $5461 \cdot 10^{-7}$ мм, $\varphi = 19^0\ 08^/$, N - ?

Решение. Из формулы дифракционной решетки $d \sin \varphi = n \lambda$ определим постоянную решетки $d = 1 / N = n \lambda / \sin \varphi$, откуда $N = \sin \varphi / n \lambda = 0{,}328 / 5461 \cdot 10^{-7} \approx 600$ (мм$^{-1}$)

Ответ: $N \approx 600$ (мм$^{-1}$)

5.2 Квантовая оптика

5.2.1 Основные положения квантовой оптики

Квантовой оптикой называется раздел учения о свете, в котором изучается дискретный характер излучения, распространения и взаимодействия света с веществом. В квантовой оптике свет рассматривается как поток особых частиц - **фотонов,** не обладающих массой покоя и движущихся со скоростью с, равной скорости света в вакууме. Основными характеристиками фотона являются его **энергия ε** и его **импульс p**:

$$\varepsilon = h \nu = h c / \lambda_0, \qquad p = h \nu / c = h / \lambda_0 \qquad (5.1)$$

где ν - частота световой электромагнитной волны, λ_0 - длина волны в вакууме, h - постоянная Планка.

Вектор импульса фотона **p** имеет направление, совпадающее с направлением **волнового вектора k**:

$$\mathbf{p} = h\,\mathbf{k} / 2\pi$$

Вектор **k** имеет модуль, равный волновому числу k: $k = 2\pi / \lambda$, и направление, совпадающее с направлением скорости волны.

Фотон имеет **массу**

$$m = \varepsilon / c^2 = h \nu / c^2,$$

которая является массой электромагнитного поля и не связана с массой покоя, ибо покоящихся фотонов не существует. В монохроматическом свете с частотой ν все фотоны имеют одинаковую энергию, импульс и массу.

Фотоны возникают (излучаются) при переходах атомов, молекул, ионов и атомных ядер из возбужденных энергетических состояний в состояния с меньшей энергией. Фотоны излучаются также при ускорении и торможении заряженных частиц, при распадах некоторых частиц и уничтожении пары электрон - позитрон. Процесс поглощения света веществом сводится к тому, что фотоны целиком передают свою энергию частицам вещества. Процесс поглощения света в квантовой оптике рассматривается как прерывный и в пространстве, и во времени.

В формуле (5.1) свойства фотона: энергия, импульс и масса - выражены через характеристики электромагнитной волны: частоту или длину волны в вакууме. В этом проявляется **корпускулярно - волновой дуализм** (двойственность) свойств света. С одной стороны, свет обладает волновыми свойствами, которые обнаруживаются в явлениях интерференции, дифракции и поляризации; а с другой стороны, свет представляет собой поток фотонов. При малых частотах ν преобладающую роль играют волновые свойства света, при больших ν - квантовые свойства света.

Пример 1. Определите массу фотона красного света $\lambda = 6{,}3\cdot10^{-5}$ см

Дано: $\lambda = 6{,}3\cdot10^{-5}$ см $(6{,}3\cdot10^{-7}$ м); m — ?

Решение. Согласно теории относительности Эйнштейна, энергия и масса связаны соотношением $E = m c^2$. Энергия фотона равна $E = m c^2 = h c / \lambda$,

откуда $m = h / c\ \lambda$, $$\boxed{m = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{3\cdot10^{8}\cdot6{,}3\cdot10^{-7}}\text{ кг} = 3{,}5\cdot10^{-36}\text{кг.}}$$

Ответ: $m = 3{,}5\cdot10^{-36}$ кг.

5.2.2 Фотоэффект

Явления дифракции и интерференции, как мы видели, хорошо объясняются волновой природой света. Изучение фотоэффекта выявило корпускулярную природу света. **Фотоэлектрическим эффектом** называется испускание электронов с поверхности металла под действием света **(внешний фотоэффект**, или **фотоэлектронная эмиссия).** Если к электродам откачанной трубки приложить напряжение, ток по цепи не потечет, так как в пространстве между катодом и анодом нет носителей тока. Но при облучении катода световым потоком в цепи появится ток. Зависимость силы тока от напряжения представлена на рисунке 5.6. При увеличении напряжения сила тока растет, большее число электронов, покинувших катод под действием света, достигает анода. Начиная с некоторого значения напряжения U_1 сила тока в цепи не изменяется. Это означает, что все электроны, вышедшие из катода за 1 с, достигают анода. Этот ток $I_н$ называется **фототоком насыщения.** Он позволяет определить количество электронов,

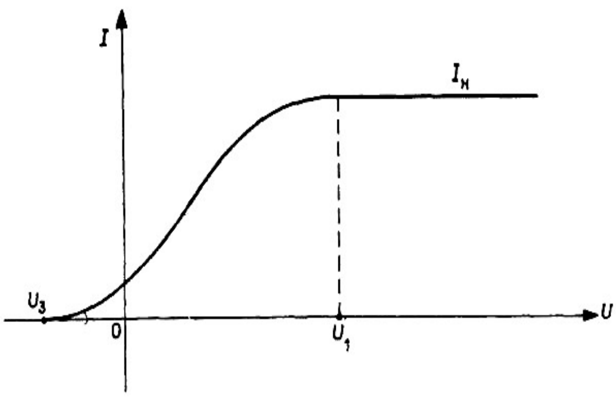


Рисунок 5.6

покидающих катод за 1 с. При U, равном нулю, фототок отличен от нуля. Это объясняется тем, что электроны вылетают из металлической пластинки с некоторой скоростью и не нужно создавать электрического поля для того, чтобы они достигали анода. Для того чтобы фототок был равен нулю, надо создать поле, препятствующее движению электронов к аноду. Разность потенциалов, при которой электроны не достигают анода, называется **задерживающим напряжением $U_з$.** Изменение кинетической энергии электрона должно быть равно работе электростатических сил поля, созданного между электродами:

$$q_eU_з = m\,v^2/2, \tag{5.2}$$

где q_e и $U_з < 0$.

5.2.3 Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

1 Сила фототока насыщения тем больше, чем больше падающий на катод световой поток (средняя по времени энергия, падающая на поверхность катода, за единицу времени). С увеличением падающего потока возрастает количество электронов, покидающих катод.

2 Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

3 Фотоэффект наблюдается, если длина волны падающего излучения меньше некоторой определенной длины волны, называемой **красной границей фотоэффекта**, т. е. при $\lambda < \lambda_{кр}$. Длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта, зависит от свойств металла.

Согласно Эйнштейну, энергия фотона, падающего на металл, идет на **работу выхода** электрона из металла и на сообщение электрону кинетической энергии. **Уравнение Эйнштейна** имеет вид

$$h\,\nu = A_{вых} + m\,v^2/2. \tag{5.3}$$

С учетом (5.2) можно записать

$$h\,\nu = A_{вых} + q\,U_з, \tag{5.4}$$

где $A_{вых}$ - работа выхода электрона из металла.

Работой выхода $A_{вых}$ называется минимальная энергия, которую надо сообщить электрону, чтобы он покинул металл. Свободные электроны, выходя за пределы кристаллической решетки металла, образуют вокруг него **электронное облако.** Между ним и кристаллической решеткой создается электрическое поле, препятствующее дальнейшему выходу электронов из металла. Для того, чтобы электрон покинул металл, он должен обладать достаточной энергией для преодоления этого поля. Скорости электронов в системе различны. Электрону с меньшей энергией надо сообщить большую порцию энергии, чем электрону с большей энергией, для того, чтобы они покинули металл.

Работа выхода $A_{вых}$ зависит только от химического состава металла и от состояния его поверхности. Из определения работы выхода ясно, что в формуле (5.3) m $v^2/2$ представляет собой максимальную кинетическую энергию выбитого электрона. Из формулы (5.3) очевидно также, что фотоэффект наблюдается, если $\nu > \nu_{кр}$, где $\nu_{кр} = A_{вых} / h$. Соответственно,

$$\boxed{\lambda_{кр} = \frac{c}{\nu_{кр}} = \frac{ch}{A_{вых}}}$$

Пример 1. Определите наибольшую скорость электрона, вылетевшего из цезия при освещении его светом длиной волны λ = 3310 Å. Работа выхода $A_{вых}$ = 2 эВ, масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Дано: λ = 3310 Å ($3{,}31 \cdot 10^{-7}$ м), $A_{вых}$ = 2 эВ ($2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж),
m = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг; ν_{max} - ?

Решение. Из формулы Эйнштейна для фотоэффекта $\boxed{h\frac{c}{\lambda} = A_{вых} + \frac{mv^2}{2}}$

Имеем $\boxed{\upsilon = \sqrt{\frac{2(hc/\lambda - A_{вых})}{m}}}$, $\boxed{\upsilon = \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3{,}31 \cdot 10^{-7}} - 3{,}2 \cdot 10^{-19}\right)} =}$

$\boxed{= \sqrt{0{,}615 \cdot 10^{15}}}$ = $2{,}5 \cdot 10^7$ м/с.

Ответ: $\upsilon = 2{,}5 \cdot 10^7$ м/с.

Пример 2. На рисунке 5.7,а дана вольт-амперная характеристика фотоэффекта. Начертить вольт-амперные характеристики 1) при увеличении частоты падающего излучения, 2) при увеличении падающего светового потока.

Решение. 1) При увеличении частоты растет скорость электронов и соответственно увеличивается задерживающее напряжение. При том же световом потоке сила тока насыщения останется прежней (рисунок 5.7,б кривая 1).

2)При увеличении падающего светового потока и при той же частоте растет ток насыщения (рисунок 7.2,б кривая 2).

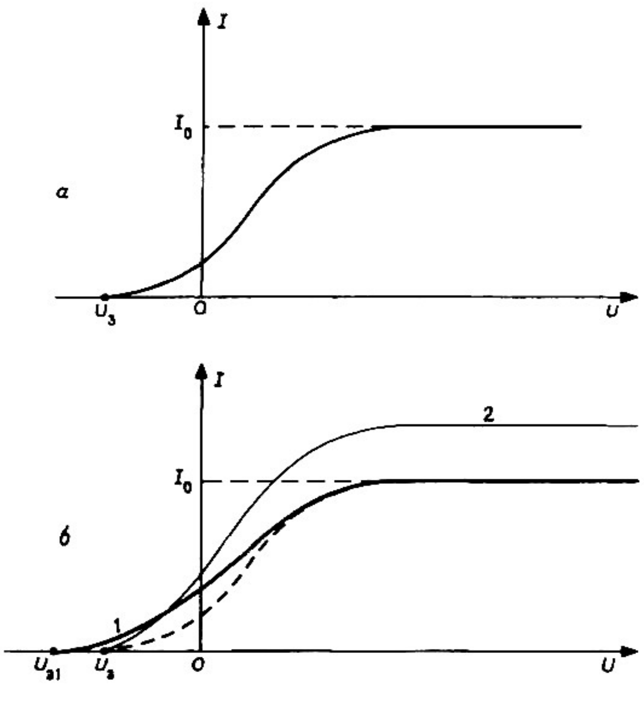


Рисунок 5.7

Пример 3. Отрицательно заряженная цинковая пластинка освещалась монохроматическим светом длиной волны

300 нм. Красная граница для цинка составляет $\lambda_{кр}$ = 332 нм. Какой максимальный потенциал приобретет цинковая пластинка?

Дано *:* $\lambda_{кр} = 332$ нм ($3{,}32\cdot10^{-7}$м), $\lambda = 300$ нм ($3{,}0\cdot10^{-7}$м); $U_з$ - ?

Решение. Согласно формуле Эйнштейна, $\boxed{\dfrac{mv^2_{мах}}{2} = \dfrac{hc}{\lambda} - A_{вых}}$

Максимальный потенциал цинковой пластинки $U_з$ определяется из выражения $m\,v^2/2 = q_e U_з$ (условие прекращения фототока):

$$\boxed{U_з = \frac{hc/\lambda - A_{вых}}{q_e} = \frac{hc}{q_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda кр}\right)},$$

$$U_з = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{1{,}6\cdot10^{-19}}\left(\frac{1}{3\cdot10^{-7}} - \frac{1}{3{,}32\cdot10^{-7}}\right)В = 0{,}4\ В$$

Ответ: $U_з = 0{,}4$ В.

5.3 Контрольные вопросы к разделу 5

1 Что называют интерференцией света? При каких условиях ее наблюдают?

2 Что называется оптической разностью хода? Какая формула выражает сущность этого понятия? По какой формуле вычисляют оптическую разность хода волн, идущих в одной среде? в оптически разных средах?

3 Как записывают условия образования интерференционных максимумов и минимумов для световых волн?

4 Как объясняют световую окраску интерференционных полос при интерференции белого света?

5 Что называют дифракцией света? При каких условиях ее наблюдают? Как формулируется принцип Гюйгенса - Френеля?

6 Что называют дифракционной решеткой? Сделав пояснительный рисунок, опишите дифракцию света на плоской дифракционной решетке. Что называют постоянной решетки? Какие формулы выражают условие образования дифракционных максимумов и минимумов?

7 Как выглядит дифракционный спектр видимого света? Чем он отличается от призматического спектра?

8 Что представляют собой фотоны? Каковы их основные характеристики? Каковы причины возникновения фотонов?

9 Какие формулы выражают связь между корпускулярными и волновыми свойствами света? В чем сущность корпускулярно - волнового дуализма света?

10 Что называется фотоэлектрическим эффектом? фототоком насыщения? задерживающим напряжением?

11 Сформулируйте законы Столетова для фотоэффекта.

12 Дайте объяснение законов фотоэффекта на основе квантовой теории света. Напишите формулу Эйнштейна и формулу для красной границы фотоэффекта.

13 Что называется работой выхода? От чего зависит работа выхода?

5.4 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 5

1 Какая частота колебаний соответствует крайним красным ($\lambda_{кр}$ = 760·10^{-9} м) лучам видимого света?
а) $\nu = 3{,}95 \cdot 10^{14}$ сек$^{-1}$
б) $\nu = 3{,}95 \cdot 10^{15}$ сек$^{-1}$
а) $\nu = 3{,}95 \cdot 10^{16}$ сек$^{-1}$

2 Длина волны фиолетовых лучей света в воздухе 400 нм. Какова длина волны этих лучей в воде?
а) λ = 201 нм
б) λ = 301 нм
в) λ = 401 нм

3 При переходе желтого света из вакуума (λ_0 = 0,589 мкм) в жидкость длина его волны уменьшается на 0,147 мкм. Определить абсолютный показатель преломления жидкости.
а) n = 1,1
б) n = 1,3
в) n = 1,6

4 На плоскую щель шириною 0,01000 мм перпендикулярно к щели падает пучок лучей монохроматического света, длина волны которого 5,89·10^{-7}м. Найти угол, под которым на экране будет располагаться первый дифракционный минимум.
а) $\varphi = 3^0\,22^/$
б) $\varphi = 6^0\,46^/$
в) $\varphi = 10^0\,10^/$

5 На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на 1мм, падает плоская монохроматическая волна (λ = 5·10^{-5}см). Определить наибольший порядок спектра n, который можно наблюдать при нормальном падении лучей на решетку.
а) n = 2
б) n = 3
в) n = 4

6 Определить энергию фотона видимого света с длиной волны λ = 500 нм.
а) $E = 4 \cdot 10^{-18}$ Дж
б) $E = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж
в) $E = 4 \cdot 10^{-20}$ Дж

7 Определить массу фотона красных лучей света (λ = 700 нм).
а) $m = 3{,}2 \cdot 10^{-36}$ кг
б) $m = 8{,}8 \cdot 10^{-32}$ кг

в) $m = 1{,}8 \cdot 10^{-30}$ кг

8 Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта для натрия.
а) $\lambda_0 = 5{,}17 \cdot 10^{-7}$ м
б) $\lambda_0 = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м
в) $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м
г) $\lambda_0 = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м

9 Найти напряжение, при котором должна работать рентгеновская трубка, чтобы минимальная волна излучения была равна 1 нм.
а) U = 1,24 кВ
б) U = 2,24 кВ
в) U = 3,24 кВ

10 Чему равна длина волны λ кванта с энергией ε, равной средней кинетической энергии $E_к$ атома гелия при температуре $t = 100^0$C?
а) $\lambda = 5{,}17 \cdot 10^{-7}$ м
б) $\lambda = 9{,}98 \cdot 10^{-6}$ м
в) $\lambda = 2{,}60 \cdot 10^{-5}$ м

11 Определить длину волны света, кванты которого имеют такую же энергию, какую приобретет электрон, пролетевший из состояния покоя разность потенциалов 4,1 В.
а) $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м
б) $\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$ м
в) $\lambda = 8 \cdot 10^{-5}$ м

12 Источник света мощностью P = 100 Вт испускает $5 \cdot 10^{20}$ фотонов за 1 секунду. Найти длину волны излучения.
а) $\lambda = 5{,}1 \cdot 10^{-6}$ м
б) $\lambda = 9{,}9 \cdot 10^{-7}$ м
в) $\lambda = 7{,}3 \cdot 10^{-8}$ м

13 Красная граница фотоэффекта для металла $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-5}$ см. Найти величину запирающего напряжения $U_{зап}$ для фотоэлектронов при освещении металла светом с длиной волны $\lambda = 3300$ Å.
а) $U_{зап} = 1{,}76$ В
б) $U_{зап} = 5{,}76$ В
в) $U_{зап} = 15{,}76$ В

14 Рентгеновская трубка, работающая под напряжением U = 50 кВ и потребляющая ток I = 2 мА, излучает $5 \cdot 10^{13}$ фотонов за t = 1 с. Считая длину волны излучения λ равной 0,1 нм, найти КПД η трубки.
а) $\eta = 0{,}1$ %

б) $\eta = 5$ %
в) $\eta = 9$ %

Правильные ответы: 1-а; 2-б; 3-б; 4-а; 5-в; 6-б; 7-а; 8-б; 9-а; 10-в; 11-а; 12-б; 13-а; 14-а.

6 Атомная и ядерная физика

6.1 Строение атомов

Атомы состоят из положительного ядра и обращающихся вокруг него электронов (**планетарная модель атома**). Атомы электрически нейтральны, следовательно, заряд ядра по модулю равен суммарному заряду электронов. Размеры атома малы, порядка ~ 10^{-10} м, размеры ядра порядка 10^{-14} м, т. е. существенно меньше размеров атома. Движущийся по круговой орбите с нормальным ускорением электрон должен излучать энергию (согласно законам электродинамики, при любом неравномерном движении заряженной частицы будет излучаться электромагнитная волна и частица будет терять энергию), при этом кинетическая энергия электрона, его скорость и радиус орбиты должны уменьшаться и он должен упасть на ядро. Однако известно, что атомы устойчивы и излучают линейчатые спектры. Таким образом, попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: планетарная модель атома Резерфорда оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой - квантовой теории атома.

6.1.1 Линейчатый спектр атома водорода

Из-за малых размеров атом нельзя увидеть. Как устроены атомы, удается понять косвенным образом, исследуя их реакцию на различные физические воздействия. На атомы можно воздействовать: а) нагревая вещество, т.е. усиливая беспорядочные столкновения атомов друг с другом; б) облучая вещесво электромагнитными волнами разных частот (светом, рентгеновскими и γ - лучами); в) бомбардируя вещество пучками микрочастиц (электронами, α - частицами, нейтронами и др).

Во всех случаях реакция атомов состоит в испускании частиц и электромагнитного излучения. Количественной характеристикой процесса электромагнитного излучения является **спектр излучения** - распределение интенсивности излучения тела по частотам этого излучения. Опытное изучение спектров излучения показало, что все атомные спектры **линейчаты** или дискретны: распределение по частотам интенсивности излучения представляет собой набор острых пиков интенсивности, между которых интенсивность очень мала. Пики интенсивности называются **спектральными линиями.** Часто говорят о расположении спектральных линий в спектре. Расположение линий определяется частотой на которую данный пик приходится. Расположение линий спектров разных элементов различно.

Самым изученным является спектр наиболее простого атома - атома водорода. Швейцарский ученый Бальмер (1825-1898) подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в **видимой** области спектра. Длина волны λ любой из спектральных линий этой серии удовлетворяет соотношению

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad (6.1)$$

где $k = 3, 4, 5\ldots$,
R' - постоянная Ридберга, равная $R' = 1{,}10 \cdot 10^7 м^{-1}$. Т.к. $\nu = c / \lambda$, то

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad (6.2)$$

где $R = R' \cdot c = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ $с^{-1}$ - также постоянная Ридберга.

Спектральные линии, отличающиеся различными значениями k, образуют серию линий, называемую **серией Бальмера**. Подставив, например, в формулы (6.1) и (6.2) $k = 3$, мы получим длину волны λ или частоту ν первой спектральной линии серии Бальмера; при $k = 4$ - λ или ν второй спектральной линии и т.д.

В дальнейшем (в начале XX века) в спектре атома водорода было обнаружено еще несколько серий. В **ультрафиолетовой** области спектра находится серия **Лаймана**:

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad k = 2, 3, 4\ldots$$

В **инфракрасной** области спектра были также обнаружены:
серия **Пашена:**

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad k = 4, 5, 6\ldots$$

серия **Брэкета:**

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad k = 5, 6, 7\ldots$$

серия **Пфунда:**

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad k = 6, 7, 8\ldots$$

серия **Хэмфри:**

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{k^2}\right)} \qquad k = 7, 8, 9\ldots$$

Швейцарский ученый **Ридберг** объединил все вышеперечисленные формулы в одну общую формулу, получившую название обобщенной формулы **Бальмера - Ридберга:**

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)}$$

где n имеет в каждой серии постоянное значение (для серии Лаймана - 1, Бальмера - 2, Пашена - 3, Брэкета - 4, Пфунда - 5, Хэмфри - 6), а k принимает целочисленные значения начиная с n + 1 (определяет отдельные линии этой серии).

Приведенные выше сериальные формулы подобраны эмпирически и долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально с очень большой точностью. Ясно, что возможность описания всех спектральных линий во всех спектрах излучения атомного водорода одной простой формулой не могла быть случайностью. Очевидно, тогда, в конце XIX века ученые обнаружили какую - то фундаментальную закономерность в микромире, которую в то время объяснить не смогли.

Пример 1. Определите, на какую орбиту с основной (n = 1) перейдет электрон в атоме водорода при поглощении фотона энергией $E_ф = 2{,}46 \cdot 10^{-18}$ Дж.

Дано: $E_ф = 2{,}46 \cdot 10^{-18}$ Дж, n = 1; к - ?

Решение. Переход электрона с первой орбиты на более высокую происходит при поглощении фотона. Энергия фотона связана с длиной волны формулой $\boxed{E_ф = h\nu = hc/\lambda}$.

Согласно формуле Бальмера $\boxed{\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2}\right)}$, где $R = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$

$$\boxed{k = \frac{1}{\sqrt{1 - R\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{1 - Rhc/E_ф}},} \qquad \boxed{к = \frac{1}{\sqrt{1 - 1{,}10 \cdot 10^7 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, 3 \cdot 10^8 / 2{,}46 \cdot 10^{-18}}} = 3.}$$

Ответ: к = 3.

Пример 2. В результате поглощения фотона электрон в атоме водорода перешел с первой боровской орбиты на вторую. Определить частоту этого фотона.

Дано: n = 1, к = 2; ν - ?

Решение. Длину волны поглощенного фотона можно определить по формуле Бальмера $\boxed{\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)}$. Частота фотона ν = c / λ, где c - скорость света,

равная $3 \cdot 10^8$ м/с, следовательно, $\boxed{\nu = cR(1/n^2 - 1/k^2)}$;

$$\boxed{\nu = 3\cdot 10^{8}\cdot 1{,}10\cdot 10^{7}(1/1^{2} - 1/2^{2})\text{Гц} = 2{,}5\cdot 10^{15}\text{Гц}.}$$

Ответ: $\nu = 2{,}5\cdot 10^{15}$ Гц.

6.1.2 Постулаты Бора

Первая попытка построить качественно новую квантовую теорию атома была предпринята в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором. Он поставил перед собой цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, планетарную модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света.

Нельзя считать, утверждал Бор, что в микромире действуют те же законы, которые описывают поведение макроскопических тел. Бор предположил, что величины, характеризующие микромир, должны квантоваться, т.е. они не могут принимать любые значения, а им свойственны только определенные дискретные значения, целые кратные **постоянной Планка h** = 6, 626$\cdot$ 10^{-34} Дж$\cdot$с.

Следовательно, законы микромира - это **квантовые** законы. Поскольку в то время эти законы не были установлены наукой, то Бор положил в основу своей теории постулаты.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний).
В атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния в которых он не излучает энергии, несмотря на происходящее в нем движение электронов. В каждом стационарном состоянии атом обладает определенным квантованным значением энергии.

Второй постулат Бора (условие квантования круговых орбит).
В стационарном состоянии атома электроны, двигаясь по стационарным круговым орбитам, должны иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию:

$$m\, v_n r_n = n\,\hbar, \tag{6.3}$$

где $\hbar = \boxed{h/2\pi} = 1{,}054\cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$с, v_n и $r_п$ - скорость и радиус электрона на n-й орбите. Величина $(mv_n)\, r_n$ - момент импульса электрона, n - положительное число, называемое **главным** квантовым числом **(**n = 1, 2, 3…).

Третий постулат Бора (правило частот)
Излучение или поглощение энергии атомом происходит в момент скачкообразного перехода атома из одного стационарного состояния в другое (при этом электрон скачком переходит с одной стационарной орбиты на другую). При переходе излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$\varepsilon = h\,\nu = E_2 - E_1, \tag{6.4}$$

где ν - частота испускаемого (поглощаемого) фотона.

Если электрон переходит с более удаленной от ядра орбиты на более близкую, то при этом **излучается** фотон, обратный переход может произойти при **поглощении** фотона. Набор возможных дискретных частот квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома

$$\nu = (E_2 - E_1) / h$$

Пример 1. На сколько изменилась энергия электрона в атоме водорода при излучении фотона с длиной волны $4{,}8 \cdot 10^{-7}$ м?

Дано: $\lambda = 4{,}8 \cdot 10^{-7}$ м; $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$ с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с ; ΔE-?

Решение: При переходе атома из одного стационарного состояния в другое излучается фотон, энергия которого: $h\nu = E_2 - E_1 = \Delta E$. Длина волны излучения $\lambda = \boxed{\frac{c}{\nu}}$, откуда $\boxed{\nu = \frac{c}{\lambda}}$. Следовательно, изменение энергии атома при излучении фотона $\Delta E = \boxed{\frac{hc}{\lambda}}$; $\Delta E = \boxed{\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4{,}8 \cdot 10^{-7}} = 4{,}1 \cdot 10^{-19}\text{ Дж.}}$

Ответ: $\Delta E = 4{,}1 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Пример 2. Определите длину волны излучения при переходе атома водорода из одного энергетического состояния в другое. Разница в энергиях этих состояний 1,89 эВ.

Дано: $\Delta E = 1{,}89$эВ $= 1{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$Дж; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$Дж; λ –?

Решение: Изменение энергии при излучении фотона: $\Delta E = E_к - E_n = h\nu$.

Так как длина волны излучения $\lambda = \boxed{\frac{c}{\nu}}$, то $\nu = \boxed{\frac{c}{\lambda}}$. Следовательно,

$\Delta E = \boxed{\frac{hc}{\lambda}}$, отсюда $\lambda = \boxed{\frac{hc}{\Delta E}}$. $\boxed{\lambda = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3.024 \cdot 10^{-19}} \approx 6.6 \cdot 10^{-7}}$.

Ответ: $\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м.

6.1.3. Спектр атома водорода по Бору

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных систем, а также теоретически вычислить постоянную Ридберга.

Рассчитаем радиусы возможных орбит электронов в водородоподобном атоме, т. е. атоме, потерявшем все электроны, кроме одного. На электрон действует кулоновская сила

$$\boxed{F_К = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Zq_e^2}{r_n^2},}$$

где Z - число положительных зарядов в ядре, равное числу электронов, $Z\left|q_e\right|$ - заряд ядра. Основной закон динамики имеет вид

$$\boxed{\frac{m\upsilon_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Zq_e^2}{r_n^2}.} \qquad (6.5)$$

Уравнения (6.3) и (6.5) образуют систему двух уравнений относительно двух неизвестных r_n и v_n. Решая ее, получим

$$\boxed{r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi mZq_e^2}.} \qquad (6.6)$$

Расчеты показывают, что радиус первой орбиты равен $r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м, $\boxed{r_n = r_1 n_2.}$ Энергия электрона на n-й орбите равна сумме потенциальной и кинетической энергий:

$$\boxed{E_n = E_{\text{пот}\,n} + E_{\text{кин}\,n} = -\frac{Zq_e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} + \frac{mv_n^2}{2}}.$$

(Потенциальная энергия электрона в атоме отрицательна, так как нулевой уровень отсчета берется на бесконечности, а по мере приближения электрона к ядру его потенциальная энергия уменьшается). Из (6.3) следует

$$\boxed{\frac{mv_n^2}{2} = \frac{Zq_e^2}{4\pi\varepsilon_0 2r_n}.}$$

Откуда

$$\boxed{E_n = -\frac{Zq_e^2}{4\pi\varepsilon_0 2r_n}.}$$

Подставив в это выраж:ение r_n из (6.6), получим

$$\boxed{E_n = -\frac{Z^2q_e^4m}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2},} \qquad n = 1, 2, 3\ldots \qquad (6.7)$$

При переходе электрона с к-й орбиты на n-ю будет излучаться фотон, энергия которого $h\nu$ равна

$$\boxed{h\nu = E_к - E_n = \left(\frac{Z^2q_e^4m}{8\varepsilon_0^2h^2}\right)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)}$$

Длина волны излучения определяется соотношением

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \qquad (6.8)$$

Формула (6.8), полученная теоретически на основании модели атома Бора, совпадает с **формулой Бальмера,** полученной экспериментально на основе изучения спектров излучения атомов:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \qquad (6.9)$$

Для атома водорода при Z = 1, постоянный коэффициент в формуле (6.8)

$$\frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$$

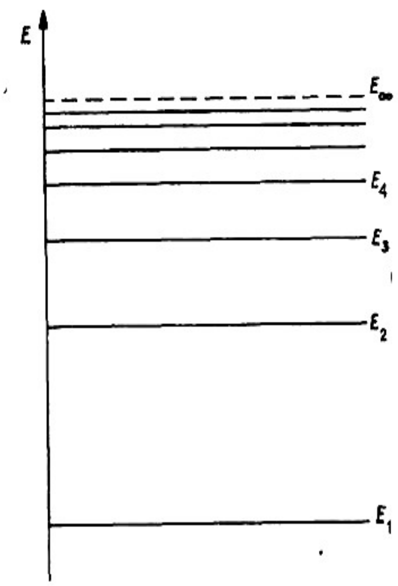


Рисунок 6.1

совпадает по величине с R. Формула (6.7) показывает, что энергия электрона в атоме может принимать **дискретный набор** значений, т. е. энергия **квантуется**.

Наименьшее значение энергии имеют электроны, вращающиеся по **первой** боровской орбите. На рисунке 6.1 изображена схема энергетических уровней электрона в атоме водорода. Расчеты и эксперименты показывают, что видимой области спектра соответствуют переходы электронов на вторую боровскую орбиту. В атомной и ядерной физике энергия измеряется в **электронвольтах.** Энергия 1эВ - это значение энергии, которую приобретает электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 1В:
1 эВ = $1{,}6\cdot 10^{-19}$Дж.

Пример 1. Найти энергию ионизации иона гелия He^+.

Дано: n = 1, Z = 2; E_1 - ?

Решение. У Не два электрона, заряд ядра равен $Z = 2q_e$. Электрон в атоме гелия, находящийся на ближайшей к ядру орбите (n = 1), имеет энергию

$$E_1 = -\frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2},$$

у гелия Z = 2. Будем считать, что энергия электрона, вырванного из атома, равна 0. Следовательно, энергия, которую надо сообщить электрону, чтобы он покинул атом - энергия ионизации - равна

$$E_и = 0 - E_1 = -\frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2},$$

$E_н$ = 54,4 эВ.

Ответ: $E_н$ = 54,4 эВ.

Пример 2. Электрон в атоме водорода с первой орбиты переходит на орбиту, радиус которой в девять раз больше. Какую энергию ΔE должен поглотить атом?

***Дано*:** $r = 9\,r_1$; ΔE -?

Решение. Радиусы разрешенных орбит $r_n = r_1 n^2$, следовательно, электрон переходит на третью боровскую орбиту. Атом при этом должен поглотить энергию

$$\Delta E = E_3 - E_1 = \left(-\frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{3^2}\right) - \left(\frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{1^2}\right) = \frac{Z^2 q_e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{8}{9} = \frac{Z^2 q 4_e m}{9\varepsilon_0^2 h^2},$$

$$\Delta E = \frac{\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^4 \cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{9\left(8{,}85\cdot 10^{-12}\right)^2\cdot\left(6{,}62\cdot 10^{-34}\right)}\text{Дж} = 1{,}91\cdot 10^{-18}$$ Дж.

Ответ: $\Delta E = 1{,}91\cdot 10^{-18}$ Дж.

6.2 Строение и основные свойства атомных ядер

6.2.1 Строение ядра

Ядро атома состоит из протонов и нейтронов. Масса **протона** $m_p = 1{,}673\cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона равен по величине заряду электрона $q_p = 4\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл. Масса **нейтрона** $m_n = 1{,}\ 675\cdot 10^{-27}$ кг. Нейтрон - электрически нейтральная частица.

Нейтроны и протоны, составляющие ядро, называются **нуклонами.** Между нуклонами в ядре действуют силы, удерживающие их на малом расстоянии друг от друга - **ядерные силы**. Ядерное взаимодействие гораздо сильнее кулоновского и гравитационного взаимодействий. Ядерные силы - **короткодействующие,** это значит, что они действуют только на малых расстояниях порядка размеров ядра, т. е. на 10^{-10} см. Общее число нуклонов в ядре равно числу целых единиц атомной массы элемента и называется **массовым числом A.** Число протонов в ядре обозначается буквой **Z** и называется **зарядовым числом.** Очевидно, что число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$. Элемент принято обозначать ${}^{A}_{Z}X$, где X - символ химического элемента.

Масса покоя ядра меньше массы покоя нейтрального атома на массу электронов, входящих в состав электронной оболочки атома: $M_я = M_а - Zm_e$, где $M_я$ - масса ядра, $M_а$ - масса нейтрального атома; m_e - масса электрона.

Элементарные частицы имеют следующие символические обозначения:

${}^{0}_{-1}e$ -электрон (заряд его равен -1, а масса настолько мала, что принимается за нуль)

${}^{0}_{+1}e$ - позитрон;

${}^{1}_{0}n$ - нейтрон (заря равен нулю, то есть нейтральная частица);

${}^{1}_{1}p$ - протон (ядро атома водорода ${}^{1}_{1}H$);

${}^{4}_{2}\alpha$ - а-частица (ядро атома гелия ${}^{4}_{2}He$);

- частица (электрон).

Ядра одного и того же химического элемента, содержащие одинаковое числопротонов, но разное число нейтронов, называются **изотопами.** Например, водород имеет три изотопа: $^{1}_{1}H, ^{2}_{1}H, ^{3}_{1}H.$ Существует около трехсот устойчивых и около двух тысяч неустойчивых (радиоактивных) изотопов всех известных химических элементов.

Пример 1. Каково строение ядра атома магния? алюминия?

Дано: $^{24}_{12}Mg$; $^{27}_{13}Al$; Z-? N-?

Решение: Ядро состоит из протонов и нейтронов. Заряд ядра обусловлен количеством протонов в ядре, следовательно, он равен порядковому номеру элемента Z. Из символической записи атома магния $^{24}_{12}Mg$ ($^{A}_{Z}X$) следует, что Z = 12. Таким образом, в ядре атома магния 12 протонов. По массовому числу A определяют количество нуклонов – сумму протонов и нейтронов. Количество нейтронов в ядре: N = A - Z. Ядро атома магния состоит из 24 нуклонов (A = 24), нейтронов в ядре магния: N = 24 - 12 = 12. Из символической записи ядра атома алюминия $^{27}_{13}Al$ следует, что ядро атома алюминия состоит из 27 нуклонов (A = 27), 13 протонов (Z = 13) и 14 нейтронов (N = A - Z = 27 - 13).

Ответ: В ядре магния: Z = 12- протонов, N = 12- нейтронов. В ядре алюминия: Z = 13- протонов, N = 14- нейтронов.

6.2.2 Энергия связи атомных ядер. Дефект массы

Если подсчитать суммарную массу частиц, составляющих ядро, и сравнить ее с массой ядра, то оказывается, что первая больше второй. Разность этих масс

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я$$

называется дефектом массы. Таким образом, **дефектом массы** Δm называется разность между суммарной массой всех нуклонов ядра в свободном состоянии и массой ядра $m_я$. Из формулы Эйнштейна, связывающей массу и энергию $E = mc^2$определим энергию, необходимую для того, чтобы разделить ядро на составляющие его частицы - **энергию связи:**

$$\Delta E_{св} = \Delta m c^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_я] c^2.$$

Таким образом, **энергия связи атомного ядра** $\Delta E_{св}$ (отрицательная по знаку) по абсолютной величине равна работе, которую надо совершить для расщепления ядра на составляющие его нуклоны без сообщения им кинетической энергии. Энергия связи атомного ядра является разностью между энергией протонов и нейтронов в ядре и их энергией в свободном состоянии. При расчете дефекта массы атомных ядер пользуются значениями следующих величин:

масса протона m_p = 1,00728 а.е.м. = $1{,}6724 \cdot 10^{-27}$ кг;

масса нейтрона m_n = 1,00866 а.е.м. = $1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ кг;

масса электрона m_e = $5.486 \cdot 10^{-4}$ а.е.м. = $9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ кг;

1 а.е.м. = $1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ кг

Массе в 1 а.е.м. соответствует энергия в 931,5 **МэВ.**

Пример 1. Вычислить дефект массы (в а.е.м.) и энергию связи ядра бора $^{11}_{5}B$ (в МэВ).

Дано: $^{11}_{5}B$; m_p = 1,00728 а.е.м.; m_n = 1,00866 а.е.м.; M_a = 11,00931 а.е.м.; m_e = $5{,}486 \cdot 10^{-4}$ а.е.м.; 1 а.е.м.= $1{,}66057 \cdot 10^{-27}$кг; Δm - ? $E_{св}$ - ?

Решение: Дефект массы атомного ядра определяется по формуле:

$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - M_я$, где N = (A - Z) – число нейтронов. Масса ядра $M_я = M_a - Zm_e$, где M_a- масса нейтрального атома, m_e - масса электрона.

Тогда $\Delta m = (Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - (M_a - Zm_e)$ или

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_a + Zm_e = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - M_a.$$

Решение задачи можно упростить, если принять во внимание, что масса атома водорода ^1_1H складывается из массы протона и электрона, тогда $m_p + m_e = m(^1_1H)$, в ядре водорода нет нейтронов, следовательно, $\Delta m = Zm(^1_1H) + (A - Z)m_n - M_a$

Находим в таблице m (^1_1H) = 1.00783 а.е.м. Энергия связи $E_{св} = \Delta m\ c^2$. Из символической записи ядра бора $^{11}_{5}B$ следует, что Z = 5; A = 11, то есть ядро атома бора состоит из 11 нуклонов: 5 протонов и 6 нейтронов.

$\Delta m = 5 \cdot 1{,}00783 + 6 \cdot 1{,}00866 - 11{,}00931 = 0{,}08186$ а.е.м.

$E_{св} = 0{,}08186 \cdot 1{,}66057 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 1{,}223 \cdot 10^{11}$ Дж ≈ 76,3 МэВ.

Ответ: Δm = 0,08186а.е.м.; $E_{св} \approx$ 76,3 МэВ.

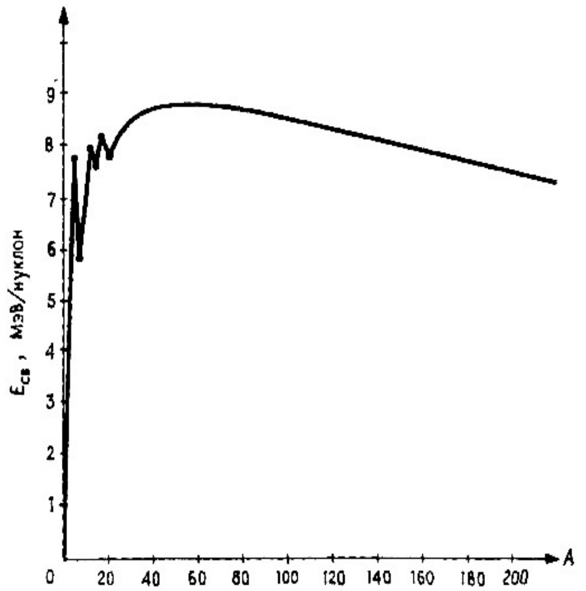


Рисунок 6.2

На рисунке 6.2 представлен график зависимости **удельной энергии связи** (энергии связи на один нуклон) от массового числа А. Видно, что наиболее стабильными являются ядра с А = 56. Анализ графика зависимости $E_{св}$ от А показывает, что возможно выделение энергии при синтезе (соединении) легких ядер или при делении тяжелых. Первая реакция называется **реакцией термоядерного синтеза,** так как для того, чтобы ядра приблизились друг к другу на расстояние меньше 10^{-14} м и преодолели силы кулоновского отталкивания, они должны иметь очень большую энергию. Энергия, выделяемая при термоядерной реакции соединения дейтерия с тритием , составляет 3,5 МэВ/нуклон. Эта реакция имеет вид

$$H + H \rightarrow He + n \qquad (6.10)$$

Наиболее распространенной реакцией **деления** является деление ядер урана $^{235}_{92}U$. Запишем типичную реакцию деления:

$$U + n \rightarrow U \rightarrow Ba + Kr + 3n \qquad (6.11)$$

Ядро урана U сначала поглощает нейтрон, образуя промежуточное ядро, U существующее 10^{-12} с, затем это ядро распадается на два осколка. Реакция деления происходит практически мгновенно.

При реакции деления на один нуклон приходится энергия, равная 1 МэВ. Выделяющиеся при реакции деления нейтроны могут поглощаться другими ядрами, что вызывает дальнейшие реакции деления. Так происходит цепная реакция, при которой выделяется огромная энергия (атомная бомба). В ядерном реакторе осуществляется управляемая реакция деления. Среднее число нейтронов при каждом акте деления, вызывающих деление других ядер, называется **коэффициентом размножения нейтронов f.** В реакторах f ~ 1, при взрыве атомной бомбы f > 1. В ядерных реакторах используются стержни из кадмия, которые поглощают нейтроны и поддерживают реактор в рабочем состоянии. Если стержни вынуть, то произойдет цепная реакция, если их вставить полностью, то реакции деления прекращаются.

6.2.3 Радиоактивность. Правила радиоактивного смещения

Радиоактивностью называется самопроизвольное превращение одних ядер в другие, сопровождаемое испусканием различных частиц.

Радиоактивные вещества могут испускать три вида излучения: α- излучение, β- излучение и γ- излучение. **α- излучение** представляет собой полностью ионизированные атомы гелия (т.е. ядра гелия), движущиеся со скоростью 10^7 м /с; **β- излучение** является потоком релятивистских электронов (т.е. электронов, движущихся со скоростью, близкой к скорости света), а **γ- излучение** - это электромагнитное излучение с длиной волны меньшей, чем у рентгеновских лучей. Из данных видов радиоактивного излучения наибольшей ионизационной способностью обладает α- излучение, а наибольшей проникающей способностью - **γ-** излучение.

Превращения атомных ядер подчиняются определенным закономерностям, которые были впервые установлены Содди и получили название **правил радиоактивного смещения.** Для α- распада правило смещения может быть сформулировано так: **при α-распаде ядро теряет положительный заряд 2е и массу, примерно равную четырем атомным единицам массы (а.е.м.), то есть элемент смещается на две клетки к началу периодической системы**, что символически записывают:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He, $$

где X, Y – символы элемента; Z - порядковый номер элемента в таблице Менделеева; A - масса в а.е.м.(массовое число). Примером α-распада является превращение радия в родон:

Ra + Rn + He. (6.12)

Дочернее ядро Rn возникло из материнского ядра радия. Отметим, что при всех ядерных превращениях сохраняются массовые и зарядовые числа. При всех ядерных превращениях выполняются все известные законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса, заряда, а также закон сохранения нуклонов.

Пример 1. Протактиний ${}^{231}_{91}Pa$ α- радиоактивен. Определите, какой элемент получится с помощью этого распада.

Дано: ${}^{231}_{91}Pa$; ${}^{A}_{Z}X$ - ?

Решение: Запишем ядерную реакцию: ${}^{231}_{91}Pa \rightarrow {}^{2}_{4}He + {}^{A}_{Z}X$, так как α- частиц – это ядро атома гелия. При α- распаде заряд ядра уменьшается на 4 единицы, то есть Z = 91 - 2 = 89, A = 231- 4 = 227. Таким образом, получается элемент ${}^{227}_{89}X$. Обращаемся к периодической системе химических элементов Менделеева и находим элемент с порядковым номером 89. Это актиний ${}^{227}_{89}Ac$.

Ответ: ${}^{227}_{89}Ac$

Для β- распада правило смещения имеет следующую формулировку: **при β- распаде заряд ядра увеличивается на единицу, а масса остается постоянной, то есть элемент смещается на одну клетку ближе к концу периодической системы**, что может быть записано так:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e. $$

При β-распаде происходит излучение электронов. Пример β- распада - распад ядра углерода:

C → N + -e +

Дополнительная частица - антинейтрино - обеспечивает выполнение фундаментальных законов сохранения энергии и импульса. При γ - распаде происходит излучение фотонов очень высокой энергии. (Энергия фотонов от нескольких кэВ до МэВ.)

Пример 2. В какой элемент превращается $^{239}_{92}U$ после двух β-распадов и одного α-распада?

Дано: $^{239}_{92}U$. $^{A}_{Z}X - ?$

Решение: После α-распада массовое число ядра уменьшается на 4 единицы, а заряд уменьшается на 2 единицы. Элемент сдвигается в периодической системе на две клетки к её началу. При β-распаде массовое число практически не изменяется, заряд увеличивается на 1 единицу и элемент сдвигается на одну клетку к концу периодической системы. Таким образом, определим массовое число и заряд после двух β-распадов и одного α-распада.
A = 239 - 0 - 0 - 4 = 235 (или A = 239 - 4 = 235), Z = 92 + 1 + 1 - 2 = 92.
Таким образом, получился элемент $^{235}_{92}X$. По периодической системе элементов устанавливаем, что изотоп урана 235, то есть $^{235}_{92}U$.

Ответ: изотоп урана 235 - $^{235}_{92}U$.

При γ - **распаде** не происходит превращение одного элемента в другой.

6.2.4 Закон радиоактивного распада. Энергетический выход ядерной реакции

При **радиоактивном распаде** число радиоактивных (не распавшихся) атомов убывает со временем по закону:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

где N_0 – число радиоактивных атомов в начальный момент времени; N их число по истечении времени t; T – период полураспада элемента.

Период полураспада T – это время, в течении которого распадается половина начального числа радиоактивных атомов, способных к распаду.

Пример 1. Имелось некоторое количество радиоактивного радона. Количество радона уменьшилось в 8 раз за 11,4 дня. Каков период полураспада радона?

Дано: $\frac{N_0}{N} = 8$, t = 11.4 дня; T - ?

Решение: Согласно закону радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где N_0 – число радиоактивных атомов в начальный момент времени; N их число по истечении времени t; T – период полураспада элемента. Известно, что количество радона уменьшилось в 8 раз или в 2^3 раз. Тогда $\frac{N_0}{N}$ = 2^3. Из закона радиоактивного распада $\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T}}$. Отсюда, приравнивая эти выражения, получим: $\boxed{\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T}}} = 2^3 \Rightarrow \boxed{\frac{t}{T} = 3 \Rightarrow T = \frac{t}{3}}$ - период полураспада. Так как за период T количества вещества уменьшается вдвое, за 2T – вчетверо (2^2), а в 8 раз (2^3) уменьшается количество вещества за время t = 3T. Период полураспада радона:

$T = \boxed{\frac{11{,}4}{3} = 3{,}8}$ дня.

Ответ: $T_{Ra} = 3.8$ дня.

Пример 2. Закон радиоактивного распада можно записать в виде: $N = N_o\ e^{-\lambda t}$, где λ - известная постоянная распада. Определите период полураспада T.

Дано: λ; T - ?

Решение. За время T распадется $N_o/2$ ядер и останется $N_o/2$ ядер: $N_o/2 = N_o e^{-\lambda T}$, отсюда $2^{-1} = e^{-\lambda T}$

Прологарифмируем левую и правую части/равенства по основанию e (натуральный логарифм): $1 = \lambda T$. Окончательно имеем $T = 1/\lambda$.

Ответ: $T = 1/\lambda$.

Энергетическим выходом ядерной реакции называют разность энергий покоя ядер и частиц до реакции и после нее, то есть

$$\boxed{\Delta E = (\sum m_i - \sum m_j) \cdot c^2},$$

где $\sum m_i$- сумма масс частиц до реакции; $\sum m_j$- сумма масс частиц после реакции. Если $\sum m_i > \sum m_j$, то реакция идет с выделением энергии, если же $\sum m_i < \sum m_j$, то с поглощением. Если в записанных выше формулах энергия выражена в мега-электрон-вольтах, а масса – в атомных единицах массы, то $c^2 = 931{,}4$ МэВ/а.е.м.

Пример 3 .Определите, выделяется или поглощается энергия при реакции

$$Li + H \rightarrow He + He.$$

Решение. Ядро изотопа лития состоит из трех протонов и трех нейтронов, водорода - из одного протона. Таким образом, масса ядер, вступивших в реакцию: $m_1 = 3m_n + 3m_p + m_p = 4\ m_p + 3m_n$,

$m_1 = 4 \cdot 1{,}007276$ а.е.м. + $3 \cdot 1{,}008665$ а.е.м. = 7,055099 а.е.м.

Ядро изотопа He состоит из двух протонов и двух нейтронов, ядро изотопа He - из двух протонов и одного нейтрона. Масса ядер, образовавшихся в результате реакции, равна $m_2 = 2m_p + 2m_n + 2m_p + m_п = 4m_p + 3m_n$,

$m_2 = 4 \cdot 1{,}008665$ а.е.м. + $3 \cdot 1{,}007276$ а.е.м. = 7,056488 а.е.м.

Таким образом, масса $m_2 > m_1$, следовательно, при реакции произошло поглощение энергии $\Delta E = (m_2 - m_1)c^2$, 1 а.е.м. = $1{,}66056 \cdot 10^{-27}$ кг,

$\Delta m = m_1 - m_2 = 0{,}001389 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг $= 1{,}481 \cdot 10^{-30}$ кг. Итак,

$\Delta E = 1{,}481 \cdot 10^{-30} (3 \cdot 10^8)^2$ Дж $= 13{,}33 \cdot 10^{-14}$Дж $= 8{,}33 \cdot 10^5$ эВ = 833 кэВ.

Ответ: ΔE = 833 кэВ.

При поглощении частиц стабильными атомными ядрами они могут стать **радиоактивными.** Такая радиоактивность называется **искусственной.**

Например, при поглощении ядрами алюминия α-частиц образуется радиоактивный изотоп фосфора, который затем распадается, испуская **позитрон** (античастица электрона):

$$^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \qquad {}^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

6.3 Контрольные вопросы к разделу 6

1 В чем сущность планетарной модели атома? Какие факты свидетельствуют о несостоятельности планетарной модели атома Резерфорда?

2 Какие закономерности были обнаружены в спектре излучения атомарного водорода? Как называются серии спектральных линий в этом спектре? Какими формулами их описывают?

3 Как записывается обобщенная формула Бальмера - Ридберга? Чему равна постоянная Ридберга? О чем свидетельствует возможность описания всех спектральных серий атома водорода одной общей формулой?

4 Сформулируйте постулаты Бора. Запишите условие квантования круговых орбит и правило частот.

5 В чем сущность метода расчета, использованного Бором при создании теории атома водорода? Выведите формулы, по которым определяют скорость электрона на стационарной круговой орбите и радиус этой орбиты.

6 Выведите формулы для кинетической и потенциальной энергий электрона на стационарной орбите. Какую энергию называют энергией стационарного состояния атома? Напишите формулу по которой определяют эту энергию.

7 Опишите характер зависимости энергии стационарного состояния атома от главного квантового числа. Как теория Бора объясняет процесс излучения энергии атомом и образование спектральных серий атомарного водорода?

8 Как символически обозначают атомные ядра и элементарные частицы? Приведите примеры таких обозначений. Что называют массовым числом? зарядовым числом?

9 Что называют дефектом массы? Какая формула выражает смысл этого понятия? Объясните причину появления дефекта массы при образовании ядра из отдельных нуклонов.

10 Что называют энергией связи? удельной энергией связи атомного ядра? Какие формулы выражают смысл этих понятий? Начертите график зависимости удельной энергии связи от массового числа для элементов периодической системы Менделеева. Какими особенностями обладает этот график?

11 Что называют радиоактивностью? искусственной радиоактивностью?

12 Какие виды излучений испускают радиоактивные вещества? Каковы свойства этих излучений и их природа?

13 Сформулируйте и запишите правила смещения для α- и β- распадов. Приведите примеры таких ядерных превращений.
14 Что такое период полураспада? Что он характеризует? Как записывается закон радиоактивного распада?
15 Что называется энергетическим выходом ядерной реакции? В каком случае реакция происходит с выделением тепла? поглощением тепла?

6.4 Тестовые задания для самоподготовки по разделу 6

1 В инфракрасной области спектра находится серия
а) Лаймана
б) Бальмера
в) Пфунда

2 На какие стационарные орбиты переходят электроны в атоме водорода при испускании ультрафиолетовых лучей ?
а) с третьей и более удаленных орбит на вторую
б) с любой орбиты на первую
в) с более удаленных орбит на третью

3 Определите радиус первой стационарной орбиты атома водорода (по Бору)
а) $r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м
б) $r = 0{,}53 \cdot 10^{-9}$ м
в) $r = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ м

4 Определите скорость электрона на первой стационарной орбите атома водорода (по Бору)
а) $v = 2{,}19 \cdot 10^{6}$ м /с
б) $v = 2{,}19 \cdot 10^{7}$ м /с
в) $v = 2{,}19 \cdot 10^{8}$ м /с

5 Определите полную энергию электрона в атоме водорода на первой стационарной орбите
а) E = - 11.6 эВ
б) E = - 13.6 эВ
в) E = - 15.6 эВ

6 Какая энергия соответствует 1 а.е.м.?
а) E = 420 Мэв
б) E = 783 Мэв
в) E = 931 Мэв

7 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра изотопа лития $\boxed{^{7}_{3}Li}$.

а) $E_{св}$ = 39,3 МэВ
б) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
в) $E_{св}$ = 227 МэВ

8 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре $\boxed{{}^{238}_{92}U}$.
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 7,62 МэВ

9 Ядро какого элемента получается при взаимодействии нейтрона с протоном (сопровождающимся выделением γ- кванта)?
а) H $\boxed{{}^{1}_{1}}$
б) H $\boxed{{}^{2}_{1}}$
в) H $\boxed{{}^{3}_{1}}$

10 Сколько атомов полония распадается за одни сутки из $N = 10^6$ атомов?
а) ΔN = 5025 $сут^{-1}$
б) ΔN = 7025 $сут^{-1}$
в) ΔN = 9025 $сут^{-1}$

Правильные ответы: 1-в; 2-б; 3-а; 4-а; 5-б; 6-в; 7-а; 8-в; 9-б; 10-а;

7. Экзамены

7.1 Общие положения

После изучения курса общей физики студент должен выполнить экзаменационные тестовые задания. Каждый вариант включает в себя 20 (двадцать) тестовых заданий, номера которых определяются номером варианта.

Номер варианта определяется по двум последним цифрам номера зачетной книжки. Номера заданий, относящиеся к данному варианту, приведены в конце данного раздела.

Оформление экзаменационного теста производится либо в электронном виде (на дискете), либо в тетради. При оформлении записываются номера тестовых заданий и звездочкой отмечаются правильные ответы. Критерии экзаменационной оценки следующие:

“отлично” - более 18 правильных ответов;
“хорошо” - 16-18 правильных ответов;
“удовлетворительно” - 12-15 правильных ответа;
“неудовлетворительно” - менее 12 правильных ответов.

7.2 Экзаменационные тестовые задания

1 Равномерное движение - это движение, при котором

а) тангенциальное ускорение отсутствует
б) модуль тангенциального ускорения постоянен во времени
в) направление ускорения постоянно во времени

2 При прямолинейном равнопеременном движении отсутствует
а) полное ускорение
б) тангенциальное ускорение
в) нормальное ускорение

3 Модуль перемещения при прямолинейном движении в одном направлении
а) равен пройденному пути
б) больше пройденного пути
в) меньше пройденного пути

4 Перемещение - это
а) линия, вдоль которой движется материальная точка
б) длина линии, по которой движется материальная точка
в) направленный отрезок прямой линии, соединяющий начальное и конечное положение материальной точки

5 Вектором перемещения называется
а) вектор, направленный из начальной в конечную точку движения
б) радиус - вектор точки при ее движении
в) вектор, направленный из конечной точки в начальную

6 Модули векторов перемещения разных точек тела
а) равны только при вращательном движении
б) всегда равны между собой
в) равны между собой только при поступательном движении

7 Нормальная составляющая ускорения направлена
а) вдоль касательной к траектории в данной ее точке
б) перпендикулярно к касательной в сторону вогнутости кривой
в) произвольно

8 Тангенциальная составляющая ускорения направлена
а) вдоль касательной к траектории в данной ее точке
б) перпендикулярно к касательной в сторону вогнутости кривой
в) произвольно

9 Радиус - вектор точки $\mathbf{r}$ изменяется только по направлению. Что можно сказать о траектории?
а) это прямая линия, выходящая из начала координат
б) это линия, все точки которой лежат на сфере радиуса $\mathbf{r}$ с центром в начале координат
в) это прямая, параллельная оси OX

10 Вектор $\mathbf{a}$ изменил направление на обратное. Найти $\Delta\mathbf{a}$.
а) $\Delta\mathbf{a} = -2\mathbf{a}$
б) $\Delta\mathbf{a} = 2\mathbf{a}$
в) $\Delta\mathbf{a} = 0$

11 Вектор $\mathbf{a}$ изменил направление на обратное. Найти $|\Delta\mathbf{a}|$.
а) $|\Delta\mathbf{a}| = -2\mathbf{a}$
б) $|\Delta\mathbf{a}| = 2\mathbf{a}$

в) $|\Delta \mathbf{a}| = 0$

12 Вектор **а** изменил направление на обратное. Найти Δа**.**

а) $\Delta a = -2a$

б) $\Delta a = 2a$

в) $\Delta a = 0$

13 По какой траектории движется частица, если $a_\tau = 0$, $a_n = const$?

а) по прямой, параллельной оси ОХ

б) по прямой, параллельной оси ОУ

в) по окружности или винтовой линии

14 Выберите формулу, описывающую равномерное прямолинейное движение.

а) $\boxed{\varphi = \omega t}$

б) $S = \upsilon t$

в) $\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}}$

15 Выберите формулу мгновенной скорости вращательного движения.

а) $\varepsilon = \boxed{\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}$

б) $\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}}$

в) $\boxed{\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t}$

16 Выберите формулу мгновенной скорости поступательного движения.

а) $\boxed{\upsilon = \upsilon_0 \pm \alpha t}$

б) $\boxed{\upsilon = \frac{dS}{dt}}$

в) $\boxed{\upsilon_к^2 - \upsilon_0^2 = 2\alpha S}$

17 Выберите формулу, описывающую равномерное вращательное движение.

а) $\boxed{\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}}$

б) $\boxed{\varphi = \omega t}$

в) $S = \boxed{\upsilon_0 t \pm \frac{\alpha t^2}{2}}$

18 Выберите формулу, описывающую равнопеременное прямолинейное движение.

а) $\boxed{\omega_к^2 - \omega_0^2 = 2\varphi\varepsilon}$

б) $\varepsilon = \boxed{\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}$

в) $S = \boxed{\upsilon_0 t \pm \frac{\alpha t^2}{2}}$

19 Выберите формулу, описывающую равнопеременное вращательное движение.

а) $\boxed{\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}}$

б) $\varepsilon = \boxed{\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}$

в) $\boxed{\upsilon_к^2 - \upsilon_0^2 = 2\alpha S}$

20 Выберите формулу мгновенного ускорения поступательного движения.

а) $\boxed{\alpha = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}}$

б) $\varepsilon = \boxed{\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}$

в) $\boxed{\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t}$

21 Выберите формулу мгновенного ускорения вращательного движения.

а) $\boxed{\alpha = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}}$

б) $\varepsilon = \boxed{\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}$

в) $\boxed{\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t}$

22 Сокол, пикируя отвесно на свою добычу без начальной скорости, достигает скорости 100 м / с. Какое расстояние проходит при этом хищник?

а) h = 400 м
б) h = 500 м
в) h = 600 м

23 Найти конечную скорость тела, свободно падающего с высоты 45 м.

а) ν = 29,4 м / с
б) ν = 37,8 м / с
в) ν = 48,7 м / с

24 Тело массой 0,2 кг падает с высоты 1 м с ускорением 8 м / с^2. Найти изменение импульса тела.

а) Δ(m ν) = 0,8 кг м / с
б) Δ(m ν) = 1,5 кг м / с
в) Δ(m ν) = 2,1 кг м / с

25 Тело массой m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью v_0. Спустя время t тело упало на Землю. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить приращение импульса тела Δ**p** за время полета.

а) Δ**p** = mgt
б) Δ**p** = mv_0
в) Δ**p** = mv_0 + mgt /2

26 Тело массой m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью v_0. Спустя время t тело упало на Землю. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить среднее значение импульса **p**$_{ср}$ за время полета.

а) **p**$_{ср}$ = mgt
б) **p**$_{ср}$ = mv_0

в) $\mathbf{p}_{ср} = mv_0 + mgt/2$

27 Определить работу, совершенную краном при равномерном подъеме тела массой 3 т на высоту 7 м.

а) A = 200 Дж

б) A = 210 Дж

в) A = 220 Дж

28 Сила тяги трактора при пахоте равна 10 кН, а скорость - 7 км / ч. Какую работу совершает трактор за 8 ч?

а) A = 510 МДж

б) A = 560 МДж

в) A = 610 МДж

29 При равномерном подъеме из шахты нагруженной углем бадьи массой 10,5 т произведена работа 6200 кДж. Какова глубина шахты?

а) h = 50 м

б) h = 60 м

в) h = 70 м

30 Давление воды в цилиндре нагнетательного насоса 1200 кПа. Чему равна работа при перемещении поршня площадью 400 см^2 на расстояние 50 см?

а) A = 15 кДж

б) A = 24 кДж

в) A = 37 кДж

31 Мощность тягового электродвигателя троллейбуса равна 86 кВт. Какую работу может совершить двигатель за 2 ч?

а) A = 538100 кДж

б) A = 619200 кДж

в) A = 846400 кДж

32 Камень массой 1 кг падает с высоты 20 м в течение 2 с. Какую мощность он при этом развивает?

а) N = 53 Вт

б) N = 79 Вт

в) N = 98 Вт

33 Тепловоз ТЭ - 3 при скорости 21,6 км / ч развивает силу тяги 461 кН. Какая работа совершается по перемещению поезда в течение 1ч?

а) A = 4326890 кДж

б) A = 9764900 кДж

в) A = 9957600 кДж

34 Процесс работы - это

а) любой процесс превращения энергии

б) процесс превращения энергии, не связанный с движением тел

в) процесс превращения энергии при действии сил на движущееся тело

35 Во сколько раз возрастает импульс тела при увеличении его кинетической энергии в 3 раза?

а) в $\boxed{\sqrt{2}}$ раз

б) в $\boxed{\sqrt{3}}$ раз

в) в 2 раза

36 Закон Гука устанавливает связь между

а) силой упругости и относительным удлинением

б) напряжением и относительным удлинением при деформации

в) абсолютным и относительным удлинением

37 Какой груз нужно подвесить к пружине, жесткость которой 1000 Н / м, чтобы растянуть ее на 10 см?

а) m = 5 кг

б) m = 10 кг

в) m = 15 кг

38 Канат удерживает тело весом не более 2500 Н. На канате поднимают груз массой 200 кг. При каком ускорении канат разорвется?

а) $a = 1,5$ м /с^2

б) $a = 2,7$ м /с^2

в) $a = 3,9$ м /с^2

39 Определить скорость движения автомобиля массой 2 т по вогнутому мосту радиусом 100 м, если он давит на середину моста с силой 25 кН.

а) $v = 6$ м /с

б) $v = 16$ м /с

в) $v = 26$ м /с

40 Чему равен момент инерции однородного круглого прямого цилиндра (диска) массы m и радиуса R относительно оси цилиндра?

а) $J = mR^2 / 2$

б) $J = 2 mR^2 / 5$

в) $J = mR^2$

41 Чему равен момент инерции однородного шара массы m и радиуса R относительно оси, проходящей через центр шара?

а) $J = mR^2 / 2$

б) $J = 2 mR^2 / 5$

в) $J = mR^2$

42 Чему равен момент инерции тонкостенного полого цилиндра (обруча) массы m и радиуса R относительно оси цилиндра?

а) $J = mR^2 / 2$

б) $J = 2 mR^2 / 5$

в) $J = mR^2$

43 Чему равна кинетическая энергия тела, движущегося поступательно?

а) $T = mv^2 / 2$

б) $T = J\omega^2 / 2$

в) $T = = mv^2 / 2 + J\omega^2 / 2$

44 Чему равна кинетическая энергия вращающегося тела?

а) $T = mv^2 / 2$

б) $T = J\omega^2 / 2$

в) $T = = mv^2 / 2 + J\omega^2 / 2$

45 Чему равна кинетическая энергия катящегося шара?

а) $T = mv^2 / 2$

б) $T = J\omega^2 / 2$
в) $T = = mv^2 / 2 + J\omega^2 / 2$

46 Площадь малого поршня гидравлического пресса равна 10 см^2, большого - 50 см^2. На малый поршень поместили гирю массой 1кг. Какой груз нужно поместить на большой поршень, чтобы жидкость осталась в равновесии?
а) $m_2 = 10$ кг
б) $m_2 = 8$кг
в) $m_2 = 5$кг

47 В цилиндр, площадь основания которого 50 см^2, налита ртуть, высота столба которой 12 см. Определить давление на дно сосуда.
а) P = 16000 Па
б) P = 10000 Па
в) P = 5000 Па

48 Рыба камбала находится на глубине 1200 м и имеет площадь поверхности 560 см^2. С какой силой она сдавливается водой?
а) P = 582 кН
б) P = 678 кН
в) P = 798 кН

49 На какой глубине давление воды в море равно 412 кПа?
а) h = 40 м
б) h = 50 м
в) h = 60 м

50 Какую высоту должен иметь столб нефти, чтобы уравновесить в сообщающихся сосудах столб ртути высотой 16 см?
а) h = 2 м
б) h = 2,5 м
в) h = 2,7 м

51 С какой силой тело объемом 1 дм^3 будет выталкиваться из ртути?
а) F = 111.1 Н
б) F = 133,3 Н
в) F = 155.5 Н

52 Вес тела в воздухе равен 26 кН, а в воде - 16 кН. Каков объем тела?
а) V = 1 м^3
б) V = 2 м^3
в) V = 3 м^3

53 Какую силу нужно приложить, чтобы удержать в воде кусок гранита объемом 40 дм^3?
а) F = 453,7 Н
б) F = 598,3 Н
в) F = 627,2 Н

54 Что покажет динамометр, к которому подвешен алюминиевый цилиндр массой 540 г, если его опустить в керосин?
а) F = 3,7 Н
б) F = 4,9 Н
в) F = 5,6 Н

55 Определите объем куска меди, который при погружении в керосин выталкивается силой 160 Н.
а) $V = 0{,}01$ м^3
б) $V = 0{,}02$ м^3
в) $V = 0{,}03$ м^3
56 В трубе переменного сечения в сечении площадью 15 см^2 скорость потока воды 2 м/с. Определить скорость в сечении площадью 10 см^2.
а) $\nu = 3$ м/с
б) $\nu = 5$ м/с
в) $\nu = 6$ м/с
57 По горизонтальной трубе в широкой ее части вода течет под давлением $1{,}5 \cdot 10^5$ Па и со скоростью 8 см/с. Какова скорость ее течения в узкой части трубы, где давление $1{,}4 \cdot 10^5$ Па?
а) $\nu_2 = 8{,}6$ см/с
б) $\nu_2 = 9{,}8$ см/с
в) $\nu_2 = 10{,}4$ см/с
58 В полете давление воздуха под крылом самолета 97,8 кН/м^2, а над крылом 96,8 кН/м^2. Площадь крыла 20 м^2. Определить подъемную силу.
а) $F = 20$ кН
б) $F = 30$ кН
в) $F = 40$ кН
59 Тело плавает внутри жидкости, если его плотность
а) меньше плотности жидкости
б) больше плотности жидкости
в) равно плотности жидкости
60 Рассчитайте вес троса, который мог бы удержать наполненный водородом аэростат объемом 1000 м^3, если его оболочка весит 2000 Н.
а) $P = 10$ кН
б) $P = 15$ кН
в) $P = 17$ кН
61 В три сосуда налили три разных жидкости: бензин, ртуть, масло до одного уровня. В каком сосуде давление жидкости на дно сосуда наименьшее?
а) в первом
б) во втором
в) в третьем
62 Одинаковы ли выталкивающие силы, действующие в воде на брусок дерева объемом 100 см^3 и на железный предмет такого же объема?
а) у бруска дерева больше
б) у железного предмета больше
в) одинаковы
63 В воду опущен медный кубок массой 10 г и тонкая медная пластинка массой 10 г. Одинакова ли выталкивающая сила в обоих случаях?
а) у кубка больше
б) у пластинки больше
в) одинакова

64 К одной чашке рычажных весов подвешен на нитке цилиндрик из алюминия, а к другой оловянный такого же веса. Нарушится ли равновесие весов, если под чашки весов поставить стаканы с водой так, чтобы оба тела были погружены в воду полностью, но не касались стенок и дна стаканов?
а) перетянет алюминиевый цилиндрик
б) перетянет оловянный цилиндрик
в) равновесие не нарушится

65 К чашам весов подвешены два одинаковых железных шарика одного веса. Нарушится ли равновесие весов, если один из шариков опустить в сосуд с водой, а второй - с керосином?
а) равновесие не нарушится
б) перетянет шарик, погруженный в воду
в) перетянет шарик, погруженный в керосин

66 Каким видом механической энергии обладает каждая молекула вещества вследствие своего движения?
а) внутренней
б) потенциальной
в) кинетической

67 Какой вид энергии приобретает молекула вследствие того, что существуют силы взаимодействия с другими молекулами?
а) внутренней
б) потенциальной
в) кинетической

68 Как называют общую энергию всех молекул тела?
а) внутренней
б) потенциальной
в) кинетической

69 Основное уравнение МКТ идеального газа связывает
а) микропараметры газа в одном состоянии
б) макропараметры газа в одном состоянии
в) микро- и макропараметры газа в одном состоянии

70 Как изменится давление идеального газа, если его концентрацию уменьшить в 4 раза, а среднюю кинетическую энергию движения молекул увеличить в 4 раза?
а) увеличится в 4 раза
б) уменьшится в 4 раза
в) не изменится

71 Уравнение Менделеева-Клапейрона связывает
а) микропараметры газа в одном состоянии
б) макропараметры газа в одном состоянии
в) макропараметры газа в разных состояниях

72 В результате охлаждения давление газа в закрытом сосуде уменьшилось в 2 раза. Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость?
а) уменьшилась в 2 раза
б) уменьшилась в $\boxed{\sqrt{2}}$ раз

в) увеличилась в $\boxed{\sqrt{2}}$ раз

73 В сосуде находится газ. Какое давление он производит на стенки сосуда, если масса газа 5 г, его объем 1 л, средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с?

а) P = 420000 Па

б) P = 570000 Па

в) P = 690000 Па

74 Определить давление азота в ампуле, если в 1 м^3 находится $3{,}5 \cdot 10^{14}$ молекул, средняя скорость теплового движения которых равна 490 м /с.

а) P = 1,3 мкПа

б) P = 2,3 мкПа

в) P = 3,3 мкПа

75 Определить давление водорода, если средняя квадратичная скорость его молекул 800 м /с, а его плотность 2,4 кг /м^3.

а) P = 0,367 МПа

б) P = 0,512 МПа

в) P = 0,784 МПа

76 Найти температуру газа при давлении 100 кПа и концентрации молекул n = 10^{25} м$^{-3}$.

а) T = 473 К

б) T = 658 К

в) T = 724 К

77 Определить температуру газа, если средняя кинетическая энергия поступательного движения его молекул равна $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

а) T = 7729 К

б) T = 8953 К

в) T = 9638 К

78 Средняя квадратичная скорость молекулы углекислого газа при 0^0C равна 360 м /с. Какова скорость молекул этого газа при температуре 127^0C?

а) v = 378 м /с

б) v = 436 м /с

в) v = 528 м /с

79 Каково давление газа, если в каждом см^3 его содержится 10^6 молекул, а температура 87^0C?

а) $P = 4{,}97 \cdot 10^{-7}$ Па

б) $P = 4{,}97 \cdot 10^{-8}$ Па

в) $P = 4{,}97 \cdot 10^{-9}$ Па

80 Во сколько раз скорость молекул газов в пламени горелки (t = 1600^0C) больше, чем в комнатном воздухе?

а) в 1,5 раза

б) в 2,5 раза

в) в 3,5 раза

81 Выберите формулу, выражающую закон Бойля - Мариотта.

а) $P_1V_1 = P_2V_2$

б) $V_1 /V_2 = T_1 /T_2$

в) $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$

82 Выберите формулу, выражающую закон Гей-Люссака.

а) $P_1V_1 = P_2V_2$

б) $V_1 / V_2 = T_1 / T_2$

в) $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$

83 Выберите формулу, выражающую закон Шарля.

а) $P_1V_1 = P_2V_2$

б) $V_1 / V_2 = T_1 / T_2$

в) $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$

84 Найти плотность водорода при температуре 15^0С и давлении 98 кПа.

а) $\rho = 0{,}082$ кг / м^3

б) $\rho = 0{,}105$ кг / м^3

в) $\rho = 0{,}169$ кг / м^3

85 При какой температуре 1см^3 газа содержит 10^{19} молекул, если давление газа равно 10^4 Па?

а) $T = 72^0$К

б) $T = 156^0$К

в) $T = 230^0$К

86 При нормальных условиях масса газа 738,6 мг, а его объем 8,205л. Какой это газ?

а) водород

б) кислород

в) азот

87 Газ занимает объем 2 м^3 при температуре 273^0С. Каков будет его объем при температуре 546^0С и прежнем давлении?

а) $v = 1$ м^3

б) $v = 2$ м^3

в) $v = 3$ м^3

88 Во сколько раз увеличится давление газа в колбе электрической лампочки, если после ее включения температура газа повысилась от 15^0С до 300^0С?

а) в 2 раза

б) в 3 раза

в) в 4 раза

89 Как изменится внутренняя энергия идеального газа, если его объем увеличится в 2 раза, а температура останется неизменной?

а) останется неизменной

б) увеличится в 2 раза

в) уменьшится в 4 раза

90 Как изменится внутренняя энергия идеального газа, если его давление и объем уменьшаются в 2 раза?

а) останется неизменной

б) увеличится в 2 раза

в) уменьшится в 4 раза

91 Какова внутренняя энергия 5 моль одноатомного газа при 10^0С?

а) $U = 17{,}6$ кДж

б) U = 23,9 кДж
в) U = 29,5 кДж

92 В стальном баллоне находится гелий массой 0,5 кг при температуре 10^0C. Как изменится внутренняя энергия гелия, если его температура повысится до 30^0C?
а) ΔU = 27,4 кДж
б) ΔU = 31,2 кДж
в) ΔU = 44,7 кДж

93 Каково давление одноатомного газа, занимающего объем 2л, если его внутренняя энергия 300 Дж?
а) Р = 100 кПа
б) Р = 200 кПа
в) Р = 300 кПа

94 Какую работу совершает идеальный газ в количестве 2 кмоль при его изобарном нагревании на 5^0C?
а) А = 35,9 кДж
б) А = 67,4 кДж
в) А = 83,1 кДж

95 В закрытом баллоне находится газ. При охлаждении его внутренняя энергия уменьшилась на 500 Дж. Какое количество теплоты отдал газ?
а) Q = - 500 Дж
б) Q = - 800 Дж
в) Q = - 1000 Дж

96 Вычислите увеличение внутренней энергии кислорода массой 0,5 кг при изохорном повышении его температуры на 15^0C.
а) ΔU = 6900 Дж
б) ΔU = 7900 Дж
в) ΔU = 8900 Дж

97 Чтобы осуществить изотермический процесс необходимо:
а) сжимать или расширять газ очень медленно
б) сжимать или расширять газ очень быстро
в) нагревать или охлаждать газ не закрепляя поршень

98 Чтобы осуществить изобарный процесс необходимо:
а) сжимать или расширять газ очень медленно
б) сжимать или расширять газ очень быстро
в) нагревать или охлаждать газ не закрепляя поршень

99 Чтобы осуществить изохорный процесс необходимо:
а) сжимать или расширять газ очень медленно
б) сжимать или расширять газ очень быстро
в) нагревать или охлаждать газ при закрепленном поршне

100 Чтобы осуществить адиабатный процесс необходимо:
а) сжимать или расширять газ очень медленно
б) сжимать или расширять газ очень быстро
в) нагревать или охлаждать газ при закрепленном поршне

101 Согласно 1 закону термодинамики при изотермическом процессе:

а) внутренняя энергия не меняется; количество теплоты, сообщаемое системе, идет на совершение механической работы

б) механическая работа не совершается; количество теплоты идет на изменение внутренней энергии

в) не происходит теплообмена с окружающей средой; работа совершается за счет изменения внутренней энергии

102 Согласно 1 закону термодинамики при изобарном процессе:

а) внутренняя энергия не меняется; количество теплоты, сообщаемое системе, идет на совершение механической работы

б) если $Q > 0$, то газ и нагревается, и совершает механическую работу

в) механическая работа не совершается; количество теплоты идет на изменение внутренней энергии

103 Согласно 1 закону термодинамики при изохорном процессе:

а) внутренняя энергия не меняется; количество теплоты, сообщаемое системе, идет на совершение механической работы

б) механическая работа не совершается; количество теплоты идет на изменение внутренней энергии

в) не происходит теплообмена с окружающей средой; работа совершается за счет изменения внутренней энергии

104 Согласно 1 закону термодинамики при адиабатном процессе:

а) внутренняя энергия не меняется; количество теплоты, сообщаемое системе, идет на совершение механической работы

б) механическая работа не совершается; количество теплоты идет на изменение внутренней энергии

в) не происходит теплообмена с окружающей средой; работа совершается за счет изменения внутренней энергии

105 Тепловой двигатель получает от нагревания за одну секунду 7200 кДж теплоты и отдает холодильнику 5600 кДж. Каков КПД теплового двигателя?

а) $\eta = 22{,}2$ %

б) $\eta = 33{,}3$ %

в) $\eta = 44{,}4$ %

106 Как изменится сила взаимодействия между двумя точечными зарядами, если величину каждого заряда увеличить в 4раза, а расстояние между ними уменьшить вдвое?

а) в 16 раз

б) в 38 раз

в) в 64 раза

107 Напряженность поля в некоторой точке 0,4 кН /Кл. Определить величину силы, с которой поле в этой точке будет действовать на заряд 4,5 мкКл.

а) F = 0,5 мН

б) F = 1,1 мН

в) F = 1,8 мН

108 Какую скорость приобретает электрон, пролетающий ускоряющую разность потенциалов 10^4 В?

а) $v = 6 \cdot 10^6$ м /с

б) $v = 6 \cdot 10^7$ м /с
в) $v = 6 \cdot 10^8$ м /с

109 Какова емкость конденсатора, если он получил заряд $6 \cdot 10^5$ Кл от источника напряжения 120 В?
а) C = 0,5 мкФ
б) C = 1,0 мкФ
в) C = 1,5 мкФ

110 Что покажет гальванометр, если через него за 10 минут прошел заряд, равный 18 Кл?
а) I = 0,03 A
б) I = 0,13 A
в) I = 0,23 A

111 Какой электрический заряд протекает в катушке гальванометра, включенного в цепь на 2 мин, если сила тока 12 мА?
а) q = 0,14 Кл
б) q = 1,44 Кл
в) q = 2,94 Кл

112 Сколько времени длится молния, если при ее электрическом разряде протекает заряд 25 Кл при силе тока 25 кА?
а) t = 0,0001с
б) t = 0,001с
в) t = 0,01с

113 При напряжении на зажимах электрической лампы, равном 220 В, сила тока 0,1 А. Какое напряжение подано на эту лампу, если сила тока в ней стала равна 0,05 А?
а) U = 110 В
б) U = 150 В
в) U = 175 В

114 Сколько метров никелированного провода сечением 0,1 мм^2 потребуется для изготовления реостата сопротивлением 180 Ом?
а) L = 20 м
б) L = 45 м
в) L = 60 м

115 Сопротивление вольтметра равно 12000 Ом. Какова сила тока, протекающего через вольтметр, если он показывает напряжение, равное 120 В?
а) I = 0,01 A
б) I = 0,03 A
в) I = 0,06 A

116 В паспорте амперметра написано, что сопротивление его равно 0,1 Ом. Определите напряжение на зажимах амперметра, если он показывает силу тока 10 А.
а) U = 1 В
б) U = 5 В
в) U = 10 В

117 Определите сопротивление электрической лампы, сила тока в которой 0,5 А при напряжении 120 В.

а) R = 120 Ом

б) R = 240 Ом

в) R = 420 Ом

118 Два проводника соединены параллельно. Сила тока в первом проводнике 2 А, а во втором - 1 А. Какова сила тока в общей цепи?

а) I = 1 А

б) I = 2 А

в) I = 3 А

119 К проводнику сопротивлением 4 Ом подключили параллельно проводник сопротивлением 2 Ом. Каково их общее сопротивление?

а) R = 0,3 Ом

б) R = 1,3 Ом

в) R = 2,3 Ом

120 Изменяется ли внутренняя энергия проводника, по которому протекает электрический ток?

а) уменьшается

б) увеличивается

в) не изменяется

121 Какое количество теплоты выделяет за 10 мин проволочная спираль сопротивлением 15 Ом, если сила тока в цепи 2 А?

а) $Q = 2{,}6\cdot 10^4$ Дж

б) $Q = 3{,}6\cdot 10^4$ Дж

в) $Q = 4{,}6\cdot 10^4$ Дж

122 В спирали электроплитки, включенной в розетку 220 - вольтовой сети, при силе тока 3,5 А выделилось 690 кДж теплоты. Сколько времени была включена в сеть плитка?

а) t = 100с

б) t = 500с

в) t = 900с

123 Как изменится количество теплоты, выделяемое электрической плиткой, если ее спираль укоротить вдвое?

а) увеличится в 2 раза

б) уменьшится в 2 раза

в) не изменится

124 По проводнику длиной 45 см протекает ток силой 20 А. Чему равна индукция магнитного поля, в которое помещен проводник, если на проводник действует сила 9 мН?

а) В = 1 мТл

б) В = 4 мТл

в) В = 7 мТл

125 Определить модуль силы, действующей на проводник длиной 20 см при силе тока 10 А в магнитном поле с индукцией 0,13 Тл, если угол между вектором В и проводником равен 30^0.

а) F = 0,13 Н
б) F = 0,26 Н
в) F = 0,38 Н

126 За какой промежуток времени магнитный поток изменится на 0,04 Вб, если в контуре возбуждается ЭДС индукции 16 В?
а) Δt = 2,5 мс
б) Δt = 4,8 мс
в) Δt = 8,6 мс

127 Магнитный поток от полюса прямого магнита равен 0,004 Вб, а магнитная индукция стали, из которой он изготовлен, 0,2 Тл. Определить площадь поперечного сечения магнита.
а) S = 100 см^2
б) S = 200 см^2
в) S = 300 см^2

128 Рамка расположена так, что ее нормаль совпадает с направлением вектора магнитной индукции. Как изменится магнитный поток, пронизывающий рамку, если рамку повернуть на 90^0
а) увеличится
б) уменьшится
в) станет равным нулю

129 Уравнение движения гармонического колебания имеет вид:
$x = 0{,}02 \cos \pi/2\ t$. Найти координаты тела через 2 с.
а) х = - 1см
б) х = - 2 см
в) х = - 3 см

130 Частица совершает гармоническое колебание с амплитудой а и периодом Т. Найти время, за которое смещение частицы изменяется от а /2 до а.
а) t = T / 12
б) t = T / 6
в) t = T / 4

131 Частица колеблется вдоль оси х по закону $x = 0{,}100\sin 6{,}28t$. Найти среднее значение модуля скорости частицы за период колебания Т.
а) v = 0,40 м /с
б) v = 0,57 м /с
в) v = 0,23 м /с

132 Частица колеблется вдоль оси х по закону $x = 0{,}100\sin 6{,}28t$. Найти среднее значение модуля скорости частицы за первую 1/8 часть периода колебаний Т.
а) v = 0,40 м /с
б) v = 0,57 м /с
в) v = 0,23 м /с

133 Частица колеблется вдоль оси х по закону $x = 0{,}100\sin 6{,}28t$. Найти среднее значение модуля скорости частицы за вторую 1/8 часть периода колебаний Т.
а) v = 0,40 м /с

б) v = 0,57 м /с
в) v = 0,23 м /с

134 Какова длина математического маятника, совершающего гармонические колебания с частотой 0,5 Гц на поверхности Луны? Ускорение свободного падения на поверхности Луны 1,6 м /с^2.
а) l = 0,12 м
б) l = 0,16 м
в) l = 0,21 м

135 Груз массой 0,4 кг, подвешенный к невесомой пружине, совершает 30 колебаний в минуту. Чему равна жесткость пружины?
а) к = 4 Н / м
б) к = 7 Н/ м
в) к = 9 Н /м

136 Груз массой 400 г совершает колебания на пружине с жесткостью 250 Н / м. Амплитуда колебаний 15см. Найти полную механическую энергию колебаний.
а) Е = 2,8 Дж
б) Е = 4,9 Дж
в) Е = 6,7 Дж

137 Груз массой 400 г совершает колебания на пружине с жесткостью 250 Н / м. Амплитуда колебаний 15см. Найти наибольшую скорость движения груза.
а) ν = 3,7 м / с
б) ν = 7,8 м / с
в) ν = 10,4 м / с

138 Два маятника отклонены от своих положений равновесия и одновременно отпущены. Первый маятник с длиной подвеса 2 м совершил за некоторый промежуток времени 15 колебаний. Второй за это же время совершил 10 колебаний. Какова длина второго маятника?
а) l = 2,5 м
б) l = 4,5 м
в) l = 6,5 м

139 Груз массой 0,2 кг колеблется на пружине с жесткостью $\boxed{\sqrt{2}}$ Н /м с амплитудой 2 м. Каково ускорение груза в момент времени t = Т /8 от начала колебаний?
а) а = - 5 м / с^2
б) а = - 10 м / с^2
в) а = - 15 м / с^2

140 Расстояние между ближайшими гребнями волны в море 20 м. С какой скоростью распространяется волна, если период колебания частиц в волне 10 с?
а) ν = 2 м / с
б) ν = 5 м / с
в) ν = 10 м / с

141 Рыболов заметил, что за 5 с поплавок совершил на волнах 10 колебаний, а расстояние между соседними гребнями волн 1м. Какова скорость распространения волн?

а) ν = 2 м / с

б) ν = 5 м / с

в) ν = 10 м / с

142 Какова длина волны на воде, если при скорости распространения волны 2,4 м / с плавающее на воде тело совершает 20 колебаний за 10 с?

а) λ = 1,2 м

б) λ = 2,1 м

в) λ = 3,1 м

143 Расстояние между ближайшими гребнями волн в море 6 м. Лодка качается на волнах, распространяющихся со скоростью 2 м /с. Какова частота ударов волн о корпус лодки?

а) ν = 0,3 Гц

б) ν = 0,6 Гц

в) ν = 0,9 Гц

144 Волна от катера, проходящего по озеру, дошла до берега через 1 мин, причем расстояние между соседними гребнями оказалось равным 1,5 м, а время между двумя последовательными ударами волн о берег - 2с. Как далеко от берега проходил катер?

а) l = 30 м

б) l = 45 м

в) l = 55 м

145 Какова частота колебаний камертона, если длина звуковой волны 50 см, а скорость распространения волн 330 м /с?

а) ν = 330 Гц

б) ν = 660 Гц

в) ν = 990 Гц

146 Скорость звука в воде 1450 м /с. На каком расстоянии находятся ближайшие точки, совершающие колебания в противоположных фазах, если частота колебаний равна 725 Гц?

а) x = 1м

б) x = 2м

в) x = 3м

147 На каком расстоянии от корабля находится айсберг, если посланный гидролокатором ультразвуковой сигнал был принят обратно через 3 с? (Скорость звука в воде 1500 м /с).

а) l = 1,75 км

б) l = 2,25 км

в) l = 3,45 км

148 Найти длину волны λ колебания, период которого $T = 10^{-14}$ с. Скорость распространения колебаний $c = 3 \cdot 10^{8}$ м /с.

а) λ = 3 мкм

б) λ = 30 мкм

в) $\lambda = 300$ мкм
149 Упругая волна переходит из среды, в которой фазовая скорость волны равна v, в среду, в которой фазовая скорость в 2 раза больше. Что происходит при этом с длиной волны?
а) останется прежней
б) увеличится в 2 раза
в) уменьшится в 2 раза
150 Чему равна разность фаз между колебаниями заряда на обкладках конденсатора и силой тока в катушке?
а) 0
б) π
в) $\pi/2$
151 Частота электромагнитных колебаний, создаваемых передатчиком радиостанции, 6 МГц. Какова длина электромагнитных волн, излучаемых радиостанцией?
а) $\lambda = 20$ м
б) $\lambda = 30$ м
в) $\lambda = 50$ м
152 Определите частоту волны радиопередатчика, если период его электрических колебаний равен 10^{-6}с.
а) $\nu = 1$ МГц
б) $\nu = 2$ МГц
в) $\nu = 3$ МГц
153 На каком расстоянии от радиолокатора находится самолет, если отраженный от него сигнал принят через 0,2 мс после момента посылки этого сигнала?
а) S = 10 км
б) S = 20 км
в) S = 30 км
154 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C = 888 пФ и катушки с индуктивностью L = 2 мГн. На какую длину волны настроен контур?
а) $\lambda = 1839$ м
б) $\lambda = 2512$ м
а) $\lambda = 3470$ м
155 Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости C = 2 мкФ получить частоту $\nu = 1000$ Гц?
а) L = 12,66 мГн
б) L = 22,99 мГн
в) L = 33,66 мГн
156 Как изменится период электромагнитных колебаний в контуре LC, если электроемкость конденсатора увеличить в 4 раза?
а) уменьшится в 2 раза
б) увеличится в 2 раза
в) увеличится в 4 раза

157 Частота вынужденных колебаний зависит от

а) частоты внешней периодической ЭДС

б) величины напряжения

в) силы тока

158 Определить скорость света в воде красных лучей ($n_{кр}$ = 1,329).

а) $\nu = 1{,}157 \cdot 10^8$ м /с

б) $\nu = 2{,}257 \cdot 10^8$ м /с

в) $\nu = 3{,}357 \cdot 10^8$ м /с

159 При переходе желтого света из вакуума (λ_0 = 0,589 мкм) в жидкость длина его волны уменьшается на 0,147 мкм. Определить скорость распространения света в жидкости.

а) $\nu = 2{,}26 \cdot 10^8$ м/с

б) $\nu = 2{,}26 \cdot 10^9$ м/с

в) $\nu = 2{,}26 \cdot 10^{10}$ м/с

160 Интерференцией волн называется явление

а) происходящее при суперпозиции когерентных волн и состоящее в перераспределении энергии колебаний по волновому фронту, в результате чего в пространстве образуется устойчивая картина чередования областей усиленных и ослабленных колебаний

б) отклонения волн от первоначального направления распространения и огибания волнами препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны

в) ориентации колебаний в поперечной волне в определенных направлениях

161 Дифракцией волн называется явление

а) происходящее при суперпозиции когерентных волн и состоящее в перераспределении энергии колебаний по волновому фронту, в результате чего в пространстве образуется устойчивая картина чередования областей усиленных и ослабленных колебаний

б) отклонения волн от первоначального направления распространения и огибания волнами препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны

в) ориентации колебаний в поперечной волне в определенных направлениях

162 На щель шириной $a = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

а) $\varphi = 10^0$

б) $\varphi = 20^0$

в) $\varphi = 30^0$

163 Какое число штрихов на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути (λ = 546,1 нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^0 8^1$.

а) $N_0 = 400$ мм$^{-1}$

б) $N_0 = 500$ мм$^{-1}$

в) $N_0 = 600$ мм$^{-1}$

164 Найти наибольший порядок к спектра для желтой линии натрия (λ = 589 нм), если постоянная дифракционной решетки d = 2 мкм.

а) к = 3

б) к = 4

в) к = 5

165 На плоскую щель шириною 0,01000 мм перпендикулярно к щели падает пучок лучей монохроматического света, длина волны которого $5{,}89 \cdot 10^{-7}$м. Найти угол, под которым на экране будет располагаться второй дифракционный минимум.

а) $\varphi = 3^0 22^/$

б) $\varphi = 6^0 46^/$

в) $\varphi = 10^0 10^/$

166 На плоскую щель шириною 0,01000 мм перпендикулярно к щели падает пучок лучей монохроматического света, длина волны которого $5{,}89 \cdot 10^{-7}$м. Найти угол, под которым на экране будет располагаться третий дифракционный минимум.

а) $\varphi = 3^0 22^/$

б) $\varphi = 6^0 46^/$

в) $\varphi = 10^0 10^/$

167 На дифракционную решетку, имеющую 600 штрихов на 1 мм, нормально падает свет от газоразрядной трубки. Дифракционный спектр рассматривается через зрительную трубу, установленную на лимбе. Зеленая линия в спектре первого порядка видна под углом $19^0 8^/$. Определить длину волны этой линии.

а) λ = 4780 Ǻ

б) λ = 5460 Ǻ

в) λ = 6500 Ǻ

168 Найти импульс фотона, если соответствующая ему длина волны λ = 1,6 пм.

а) $p = 1{,}3 \cdot 10^{-20}$ кг м /с

б) $p = 4{,}1 \cdot 10^{-22}$ кг м /с

в) $p = 9{,}3 \cdot 10^{-28}$ кг м /с

169 Какова скорость электрона, обладающего энергией 1 эВ?

а) $v = 6 \cdot 10^5$ м /с

б) $v = 6 \cdot 10^6$ м /с

в) $v = 6 \cdot 10^7$ м /с

170 Определить массу фотона видимого света с длиной волны λ = 500 нм.

а) $m = 4{,}4 \cdot 10^{-36}$ кг

б) $m = 4{,}4 \cdot 10^{-37}$ кг

в) $m = 4{,}4 \cdot 10^{-38}$ кг

171 Определить импульс фотона видимого света с длиной волны λ = 500 нм.

а) $p = 1{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг м /с

б) $p = 1{,}3 \cdot 10^{-27}$ кг м /с

в) $p = 1{,}3 \cdot 10^{-28}$ кг м /с

172 Определить массу фотона рентгеновских лучей света (λ = 25 пм).

а) $m = 3{,}2 \cdot 10^{-36}$ кг

б) $m = 8{,}8 \cdot 10^{-32}$ кг

в) $m = 1{,}8 \cdot 10^{-30}$ кг

173 Определить массу фотона гамма - лучей ($\lambda = 1{,}24$ пм).

а) $m = 3{,}2 \cdot 10^{-36}$ кг

б) $m = 8{,}8 \cdot 10^{-32}$ кг

в) $m = 1{,}8 \cdot 10^{-30}$ кг

174 Найти энергию фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda = 1{,}6$ пм.

а) $E = 1{,}15 \cdot 10^{-13}$ Дж

б) $E = 1{,}74 \cdot 10^{-15}$ Дж

в) $E = 1{,}24 \cdot 10^{-18}$ Дж

175 Найти массу фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda = 1{,}6$ пм.

а) $m = 1{,}38 \cdot 10^{-30}$ кг

б) $m = 6{,}83 \cdot 10^{-37}$ кг

в) $m = 4{,}45 \cdot 10^{-38}$ кг

176 С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

а) $v = 9{,}2 \cdot 10^{4}$ м /с

б) $v = 9{,}2 \cdot 10^{5}$ м /с

в) $v = 9{,}2 \cdot 10^{6}$ м /с

177 С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

а) $v = 1{,}4 \cdot 10^{3}$ м /с

б) $v = 1{,}4 \cdot 10^{5}$ м /с

в) $v = 1{,}4 \cdot 10^{7}$ м /с

178 Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта для лития.

а) $\lambda_0 = 5{,}17 \cdot 10^{-7}$ м

б) $\lambda_0 = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м

в) $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м

179 Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта для калия.

а) $\lambda_0 = 5{,}17 \cdot 10^{-7}$ м

б) $\lambda_0 = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м

в) $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м

180 Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта для цезия.

а) $\lambda_0 = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м

б) $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м

в) $\lambda_0 = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м

181 Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275$ нм. Найти минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект.

а) $E = 7{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж

б) $E = 9{,}3 \cdot 10^{-17}$ Дж

в) $E = 9{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж

182 Определить наибольшую длину волны света, при которой может происходить фотоэффект для платины.
а) $\lambda_{мах}$ = 234 нм
б) $\lambda_{мах}$ = 324 нм
в) $\lambda_{мах}$ = 432 нм
183 Какова наименьшая частота света, при которой еще наблюдается фотоэффект, если работа выхода электрона из металла $3{,}3\cdot10^{-19}$ Дж?
а) $\nu_{min} = 5\cdot10^{14}$ Гц
б) $\nu_{min} = 5\cdot10^{15}$ Гц
в) $\nu_{min} = 5\cdot10^{16}$ Гц
184 На какие стационарные орбиты переходят электроны в атоме водорода при испускании видимых лучей?
а) с третьей и более удаленных орбит на вторую
б) с любой орбиты на первую
в) с более удаленных орбит на третью
185 На какие стационарные орбиты переходят электроны в атоме водорода при испускании инфракрасных лучей?
а) с третьей и более удаленных орбит на вторую
б) с любой орбиты на первую
в) с более удаленных орбит на третью
186 Любой химический элемент обозначают символом $^{A}_{Z}X$, где Z - это
а) зарядовое число (атомный номер, число протонов в ядре)
б) массовое число (атомная масса элемента, число нуклонов в ядре)
в) число нейтронов в ядре
187 Любой химический элемент обозначают символом $^{A}_{Z}X$, где A - это
а) зарядовое число (атомный номер, число протонов в ядре)
б) массовое число (атомная масса элемента, число нуклонов в ядре)
в) число нейтронов в ядре
188 При радиоактивном превращении из ядра исходного химического элемента могут образовываться
а) изотопы химических элементов, элементарные частицы и гамма-кванты
б) только другие изотопы химического вещества
в) только изотопы химических элементов и элементарные частицы
189 При радиоактивном превращении из ядра исходного изотопа образуются
а) могут образовываться изотопы и исходного химического элемента, и изотопы нового химического элемента
б) только изотопы исходного химического элемента
в) только изотопы нового химического элемента
190 Ядерные реакции могут происходить
а) и с выделением и с поглощением энергии
б) только с поглощением энергии
в) только с выделением энергии
191 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра атома гелия $^{4}_{2}He$.
а) $E_{св}$ = 39,3 МэВ

б) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
в) $E_{св}$ = 227 МэВ

192 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра атома алюминия $\boxed{{}^{27}_{13}Al}$
а) $E_{св}$ = 393 МэВ
б) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
в) $E_{св}$ = 227 МэВ

193 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра $\boxed{{}^{3}_{1}H}$.
а) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
б) $E_{св}$ = 227 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,52 МэВ

194 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра $\boxed{{}^{3}_{2}He}$
а) $E_{св}$ = 39,3 МэВ
б) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
в) $E_{св}$ = 7,81 МэВ

195 Найти энергию связи $E_{св}$ ядра дейтерия $\boxed{{}^{2}_{1}H}$
а) $E_{св}$ = 39,3 МэВ
б) $E_{св}$ = 28,6 МэВ
в) $E_{св}$ = 2,25 МэВ

196 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре лития $\boxed{{}^{7}_{3}Li}$.
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,75 МэВ

197 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре $\boxed{{}^{14}_{7}N}$.
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,75 МэВ

198 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре $\boxed{{}^{27}_{13}Al}$
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,35 МэВ

199 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре $\boxed{{}^{40}_{20}Ca}$.
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,55 МэВ

200 Найти энергию связи $E_{св}$, приходящуюся на один нуклон в ядре $\boxed{{}^{63}_{29}Cu}$.
а) $E_{св}$ = 5,62 МэВ
б) $E_{св}$ = 7,53 МэВ
в) $E_{св}$ = 8,75 МэВ

7.3. Номера экзаменационных заданий в вариантах

№ ва-ри-анта	**Номера задач**
01	1,11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141,151,161,171,181,191
02	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
03	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
04	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
05	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
06	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
07	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
08	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
09	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
10	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
11	1,12,23,34,45,56,67,78,89,100,101,112,123,134,145,156,167,178,189,200
12	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
13	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
14	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
15	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
16	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
17	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
18	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
19	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
20	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
21	1,12,23,34,45,56,67,78,89,100,101,112,123,134,145,156,167,178,189,200
22	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
23	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
24	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
25	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
26	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
27	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
28	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
29	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
30	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
31	1,11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141,151,161,171,181,191
32	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
33	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
34	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
35	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
36	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
37	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
38	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
39	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
40	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200

41	1,12,23,34,45,56,67,78,89,100,101,112,123,134,145,156,167,178,189,200
42	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
43	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
44	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
45	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
46	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
47	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
48	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
49	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
50	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
51	1,11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141,151,161,171,181,191
52	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
53	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
54	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
55	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
56	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
57	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
58	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
59	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
60	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
61	1,12,23,34,45,56,67,78,89,100,101,112,123,134,145,156,167,178,189,200
62	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
63	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
64	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
65	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
66	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
67	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
68	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
69	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
70	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
71	1,11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141,151,161,171,181,191
72	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
73	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
74	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
75	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
76	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
77	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
78	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
79	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
80	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
81	1,12,23,34,45,56,67,78,89,100,101,112,123,134,145,156,167,178,189,200
82	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
83	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
84	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
85	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195

86	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
87	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
88	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
89	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
90	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200
91	1,11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141,151,161,171,181,191
92	2,12,22,32,42,51,62,72,82,93,102,112,122,132,142,152,162,172,182,192
93	3,13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,123,133,143,153,163,173,183,193
94	4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,104,114,124,134,144,154,164,174,184,194
95	5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,105,115,125,135,145,155,165,175,185,195
96	6,16,26,36,46,56,66,76,86,96,106,116,126,136,146,156,166,176,186,196
97	7,17,27,37,47,57,67,77,87,97,107,117,127,137,147,157,167,177,187,197
98	8,18,28,38,48,58,68,78,88,98,108,118,128,138,148,158,168,178,188,198
99	9,19,29,39,49,59,69,79,89,99,109,119,129,139,149,159,169,179,189,199
100	10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200

8. Контрольная работа

8.1 Общие положения

При изучении в ВУЗе курса «Физика» студент выполняет по данной дисциплине одну контрольную работу. Контрольная работа включает в себя 15 заданий, охватывающие основные разделы дисциплины.

Контрольная работа может быть оформлена либо письменно на листах формата А4, либо в электронном виде. Титульный лист включает в себя следующие пункты, расположенные по высоте страницы в следующей последовательности (сверху вниз):

- Министерство образования и науки Российской Федерации;
- Федеральное агенство по образованию;
- Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»;
- Контрольная работа по дисциплине «Физика»;
- Фамилию и инициалы студента, группа, номер зачетной книжки;
- Номер варианта.

Номер варианта определяется по двум последним цифрам номера зачетной книжки. Номера заданий, относящиеся к данному варианту, приведены в конце раздела.

При выполнении контрольного задания необходимо указать его номер, переписать условие и записать весь ход решения. При всех вычислениях необходимо вначале записать формулу, подставить в нее числовые значения и записать конечный результат. В конце задания отдельно пишется ответ.

Если контрольная работа выполняется письменно, то:

1 Каждое задание должно начинаться с новой страницы.

2 При оформлении контрольной работы на каждой странице необходимо оставлять поля шириной 3…3,5 см для заметок преподавателя.

3 В конце контрольной работы необходимо оставить 1…2 чистых страницы, предназначенных для замечаний рецензента.

После проверки контрольная работа возвращается студенту. Если у рецензента имеются замечания, то студент исправляет их и вновь направляет на проверку. Если на контрольной работе стоит отметка рецензента «Допущена к защите», то студент с данной контрольной работой должен явиться на сессию.

При изучении курса «Физика» и выполнения контрольных работ рекомендуется использование следующей учебной литературы:

1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник /И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.

2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник /Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.

3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике: справочное издание /Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.

8.2. Контрольные задачи

1 Зависимость пройденного телом пути S от времени t дается уравнением $S = A – Bt + Ct^2$, где A = 6 м, B = 3 м/с и C = 2 м/с^2. Найти среднюю скорость □ и среднее ускорение □ тела для интервала времени 1□ t □ 4 с.

2 Зависимость пройденного телом пути S от времени t дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где A = 3 м, B = 2 м/с, C = 1 м/с^2. Найти среднюю скорость □ и ускорение □ тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

3 Зависимость пройденного пути от времени $S = A + Bt + Ct^2 + Дt^3$, где C = 0,14 м/с^2 и Д = 0,01 м/с^2. Через какое время t тело будет иметь ускорение a = 1 м/с^2?

4 Аэростат поднимается вертикально вверх с некоторым ускорением. Когда скорость подъема аэростата была равна v_1 = 10 м/с, из него выпал предмет. На какой высоте выпал предмет, если на землю он упал через t_0 = 5 с. Найти скорость, с которой предмет упал на землю.

5 Тело брошено вертикально вверх с некоторой начальной скоростью v_0. Когда оно достигло высшей точки подъема на высоте H = 100 м от поверхности земли, из того же начального пункта и с той же начальной скоростью брошено второе тело. На какой высоте h тела встретятся? Какие они будут иметь скорости в момент встречи? С какой начальной скоростью брошены тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

6 С высоты h = 1000 м падает тело без начальной скорости. Одновременно с высоты H = 1100 м падает другое тело с некоторой начальной скоростью. Оба

тела достигли земли в один и тот же момент времени. Найти начальную скорость 2-го тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

7 Тело брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 с. Какова была начальная скорость тела v_0 и на какую высоту оно поднялось?

8 Камень бросили вертикально вверх на высоту h_0 = 10 м. Через какое время t он упадет на землю? На какую высоту h поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить вдвое?

9 Тело, падающее без начальной скорости с некоторой высоты h_1, прошло последние h_2 = 30 м за время t_2 = 0,5 с. Найти высоту падения h_1 и время падения t_1. Сопротивлением воздуха пренебречь.

10 Одно тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх с некоторой начальной скоростью, а другое падает с высоты без начальной скорости. Движения начались одновременно и проходят по одной прямой. Найти начальную скорость первого тела, если известно, что через t с после начала движения расстояние между телами равно S.

11 С аэростата, находящегося на высоте h = 300 м, упал камень. Через какое время t камень достигнет земли, если: а) аэростат поднимается со скоростью v = 5 м/с, аэростат опускается со скоростью v = 5 м/с; б) аэростат неподвижен.

12 Тело падает с высоты h = 19,6 м с начальной скоростью v_0 = 0. Какой путь пройдет тело за первую и последнюю 0,1 с своего движения?

13 Тело падает с высоты h = 19,6 м с начальной скоростью v_0 = 0. За какое время тело пройдет первый и последний 1 м своего пути?

14 Свободно падающее тело в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты h падает тело и какое время t его падения?

15 Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0, тело 2 падает с высоты h без начальной скорости. Найти зависимость расстояния l между телами 1 и 2 от времени t, если известно, что тела начали двигаться одновременно.

16 Маховик диаметром Д = 1,5 м делает n = 600 об/мин. Масса маховика m = 0,5 т. Найти угловую скорость вращения ϖ маховика, линейную скорость v движения точек на ободе колеса, кинетическую энергию маховика $W_к$, считая его массу сосредоточенной на ободе. Выразить кинетическую энергию маховика через его угловую скорость.

17 Камень, привязанный к веревке длиной 80 см, вращается в вертикальной плоскости, делая 240 об/мин. В тот момент, когда скорость камня была направлена вертикально вверх, веревка оборвалась. На какую высоту взлетел камень? Сопротивлением воздуха пренебречь.

18 Вал, диаметром 40 см с насаженным на нем шкивом диаметром 2,0 м вращается равномерно. Во сколько раз линейная скорость и центростремительное ускорение на ободе шкива больше, нежели на внешней границе вала?

19 Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии l = 0,5 м друг от друга, вращается с частотой n = 1600 об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска, при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi = 12^0$. Найти скорость v пули.

20 Найти радиус R вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раз больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на расстоянии r = 5 см ближе к оси колеса.

21 Колесо, вращаясь равноускоренно через время t = 1 мин после начала вращения приобретает частоту n = 720 об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

22 Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время t = 1 мин уменьшило свою частоту с n_1 = 300 об/мин до n_2 = 180 об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса
и число оборотов N колеса за это время.

23 Вентилятор вращается с частотой n = 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N = 75 об. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

24 Вал вращается с частотой n = 180 об/мин. С некоторого момента вал начинает вращаться равнозамедленно с угловым ускорением ε = 3 рад/с^2. Через какое время t вал остановится? Найти число оборотов N вала до остановки.

25 Точка движется по окружности радиусом R = 20 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ = 5 см/с^2. Через какое время t после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?

26 Точка движется по окружности радиусом R = 10 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки v = 79,2 см/с.

27 Точка движется по окружности радиусом R = 10 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение a_n точки через время t = 20 с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки v = 10 см/с.

28 На каком расстоянии от намеченной точки на земле самолет, летящий на высоте 180 м со скоростью 360 км/ч, должен сбросить груз? Дальность полета в воздухе составляет 30% дальности в безвоздушном пространстве.

29 Из самолета летящего на высоте 125 м со скоростью 144 км/ч, сброшен груз. На какое расстояние по горизонтали уйдет самолет от точки приземления груза за время падения его? Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета груза в 4 раза.

30 Вертолет летит горизонтально со скоростью v_1 = 180 км/ч на высоте h = 500 м. С вертолета нужно сбросить груз на теплоход, движущийся встречным курсом со скоростью v_2 = 24 км/ч. На каком расстоянии от теплохода по горизонтали летчик должен сбросить груз?

31 Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через время t = 0,5 с на расстоянии l = 5 м по горизонтали от места бросания. С какой высоты h брошен камень? С какой скоростью v_x он брошен? С какой скоростью он упал

на землю? Какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

32 Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии l = 5 м от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на $\Delta h = 1$ м меньше высоты h, с которой брошен мяч. С какой скоростью v_x брошен мяч? Под каким углом φ мяч подлетает к поверхности стенки?

33 Мальчик бросил горизонтально мяч из окна, расположенного на высоте 15 м. Сколько времени летел мяч до земли и с какой скоростью он был брошен, если мяч упал на расстоянии 5,3 м от основания дома.

34 Шарик, движущийся по столу со скоростью 1 м/с упал, скатившись на расстояние 0,45 м от стола. Какова высота стола?

35 На холме высотой 20 м установлено оружие и произведен выстрел в горизонтальном направлении. На каком расстоянии от места выстрела упадет снаряд, если скорость вылета снаряда из ствола орудия 600 м/с? Дальность полета снаряда в воздухе составляет 30% дальности полета в безвоздушном пространстве.

36 Камень, брошенный горизонтально, через время t = 0,5 с после начала движения имел скорость v, в 1,5 раза большую скорости v_x в момент бросания. С какой скоростью v_x был брошен камень?

37 Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15$ м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорение камня через время t = 1 с после начала движения.

38 Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 10$ м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время t = 3 с после начала движения.

39 Струя воды в гидромониторе вылетает из ствола со скоростью 50 м/с под углом 30^0 к горизонту. Найти дальность полета и наибольшую высоту подъема.

40 Пуля из пружинного пистолета, установленного на высоте H = 80 см от пола, вылетает со скоростью v = 5 м/с. Определить дальность L полета пути, а также величину и направление ее конечной скорости $v_к$. Сопротивлением воздуха движению пули пренебречь.

41 Пружинный пистолет установлен на горизонтальной поверхности так, что его ствол направлен под углом α к горизонту. При каком значении α дальность полета пули при выстреле будет максимальной? Определить максимальную дальность полета пули при скорости вылета $v_0 = 7$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

42 Из орудия сделали выстрел вверх по склону горы. Угол наклона горы к горизонту $\alpha = 30^0$, угол наклона ствола орудия к горизонту $\beta = 60^0$, скорость вылета снаряда v = 21 м/с. Найти расстояние от орудия до точки падения снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

43 По кривому желобу, установленному на стене на высоте h = 3,0 м от пола, скатывается шарик со скоростью $v_0 = 7$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. На каком расстоянии l от конца желоба шарик упадет на пол? Сопротивлением воздуха пренебречь.

44 Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы высота его подъема была равна дальности полета?

45 Под каким углом надо бросить тело, чтобы дальность полета была наибольшей?

46 Тело брошенное под углом к горизонту, находилось в полете 4 с. Какой наибольшей высоты достигло тело?

47 Тело брошено со скоростью v_0 под углом к горизонту. Время полета $t = 2{,}2$ с. На какую высоту h поднимется тело?

48 Камень, брошенный со скоростью $v_0 = 12$ м/с под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, упал на землю на расстояние l от места бросания. С какой высоты h надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости v_0 он упал на то же место.

49 Тело брошено со скоростью $v_0 = 14{,}\ 7$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время $t = 1{,}25$ с после начала движения.

50 Тело брошено со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту. Найти радиус кривизны R траектории тела через время $t = 1$ с после начала движения.

51 Мяч брошен со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 40^0$ к горизонту. На какую высоту h поднимется мяч? На какое расстояние l от места бросания он упадет на землю? Какое время t он будет в движении?

52 Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти скорость v_0 и угол α, если известно, что высота подъема тела $h = 3$ м и радиус кривизны траектории тела в верхней точке траектории $R = 3$ м.

53 С башни высотой $h_0 = 25$ м брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Какое время t камень будет в движении? На какое расстояние он упадет на землю? Какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

54 Мяч, брошенный со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $l = 3$ м от места бросания. Когда происходит удар мяча о стенку (при подъеме мяча или при его опускании)? На какой высоте h мяч ударит о стенку (считая от высоты, с которой брошен мяч)? Найти скорость v мяча в момент удара.

55 Под каким углом нужно бросать тело, чтобы высота подъема равнялась половине дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать.

56 Автомобиль движется со скорость 10 м/с по гладкой горизонтальной дороге. Пройдя с выключенным мотором расстояние 150 м, автомобиль останавливается. Сколько времени автомобиль двигался с выключенным мотором и каков коэффициент трения при его движении?

57 Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30° под действием силы тяги 7 кН, Найти ускорение автомобиля, считая,, что сила сопротивления не зависит от скорости движения. Коэффициент сопротивления равен 0,1.

58 Телега массой 500 кг начинает двигаться вверх по наклонной дороге через 10 с от начала движения она проходит 100 м. Определите силу тяги телеги, если длина уклона дороги 1,5 км, подъем 100 м и коэффициент трения равен 0,4.

59 На автомобиль массой m = 1 т во время движения действует сила трения равная 0.1, действующей на него силы тяжести mg. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути; 2) под гору с тем же уклоном.

60 На автомобиль массой m - 1 т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силе тяжести mg. Какова должна быть сила тяги F, развиваемая мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением a = 1 м/с^2 в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути.

61 Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α = 4°. При каком предельном коэффициенте трения k. тело начнет скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением a будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения k = 0,03? Какое время t: потребуется для прохождения при этих условиях пути S = 100 м? Какую скорость v будет иметь тело в конце пути?

62 Тело скользит по наклонной плоскости, угол наклона которой к горизонту α = 30°: 1) определите ускорение тела, если коэффициент трения между телом и поверхностью плоскости k = 0,1; 2) найдите угол наклона α_0, при котором тело не будет скользить по наклонной плоскости.

63 Через какое время скорость тела, которому была сообщена скорость *v*, направленная вверх по наклонной плоскости, снова будет равна v_0? Ко-эффициент трения k, угол наклона плоскости к горизонту α. Тело начинает двигаться со скоростью v_0, находясь посередине наклонной плоскости.

64 Шарик массой 500 г, подвешенный на нерастяжимой нити длиной 1 м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Найти силу натяжения нити в момент, когда она образует с вертикалью угол 60°. Скорость шарика в этот момент 1,5 м/с.

65 Снаряд массой 40 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью 600 м/с, разрывается на две части с массами 30 и 10 кг. Большая часть стала двигаться в прежнем направлении со скоростью 900 м/с. Определить величину и направление скорости меньшей части снаряда.

66 Метеорит и ракета движутся под улом 90° друг к другу. Ракета попадает в метеорит и застревает в нем. Масса метеорита m, масса ракеты m /2, скорость метеорита v, скорость ракеты 2v. Определить импульс метеорита и ракеты после соударения.

67 Снаряд массой 100 кг летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Найти скорость вагона, если он двигался со скоростью 36 км/ч навстречу снаряду.

68 Электровоз массой 180 т, движущийся по инерции с выключенными двигателями со скоростью 05 м/с, подъезжает к неподвижному вагону и

продолжает движение с ним вместе. Какова масса вагона, если скорость локомотива уменьшилась до 0,4 м/с? Трением локомотива и вагона о рельсы пренебречь.

69 Автомат выпускает пули с частотой $n = 600$ мин$^{-1}$. Масса каждой пули $m = 4$ г, ее начальная скорость $v = 500$ м /с. Найти среднюю силу отдачи F при стрельбе.

70 От удара груза массой $M = 50$ кг, падающего свободно с высоты 4 м, свая массой $m = 150$ кг погружается в грунт на 10 см. Определить силу сопротивления грунта, считая, ее постоянной, а удар абсолютно неупругим.

71 Груз массой $m = 1$ кг, падая с высоты $H = 120$ м, углубляется в песчаный грунт на глубину $h = 0{,}2$ м. Определить силу сопротивления грунта, если начальная скорость падения груза $v = 14$ м/с. Сопротивление воздуха не учитывать, силу сопротивления грунта считать постоянной.

72 Бревно диаметром 60 см и длиной 2 м медленно ставят вертикально. Плотность древесины $p = 0{,}8{\cdot}10^3$ кг/м^3. Какая работа при этом совершена внешними силами?

73 Маховое колесо, момент инерции которого $J = 245$ кг·м^2, вращается с частотой $n = 20$ об/с. Через время $t = 1$ мин после того, как на колесо перестал действовать момент сил M, оно остановилось. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и число оборотов N, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

74 Маховик радиусом $R = 0{,}2$ м и массой $m = 10$ кг соединен мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, едущего без скольжения, $T = 14{,}7$ Н. Какую частоту вращения n будет иметь маховик через время $t = 10$ с после начала движения. Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

75 К ободу колеса радиусом 0,5 м и массой $m = 50$ кг приложена касатель-ная сила $F = 98{,}1$ Н. Найти угловое ускорение ε колоса. Через какое время t после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения $n = 100$ об/с. Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь.

76 На барабан радиусом $R = 20$ см. момент инерции которого $J = 0{,}1$ кг·м^2, намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 0{,}5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом $h_0 = 1$ м. Через какое время t груз опустится до пола? Найти кинетическую энергию $W_к$ груза в момент удара о пол и силу натяжения нити T. Трением пренебречь.

77 Шар диаметром $Д = 6$ см и массой $m = 0{,}25$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения $n = 4$ об/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ шара.

78 Обруч и диск одинаковой массы $m_1 = m_2$ катятся без скольжения с одной и той же скоростью v. Кинетическая энергия обруча $W_{к1} = 4$ кгс·м. Найти $W_{к2}$ диска.

79 Шар массой $m = 1$ кг катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку $v = 10$см/с, после удара $u = 8$ см/с. Найти количество теплоты Q, выделившееся при ударе о стенку.

80 Кинетическая энергия вала вращающегося с частотой п - 5 об/с, $W_к$ =60 Дж. Найти момент импульса L вала.

81 Найти кинетическую $W_к$, энергию велосипедиста, едущего со скоростью v =9 км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом m =78 кг, причем на колеса приходится масса m_0 =3 кг. Колеса велосипеда считать обручами.

82 Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью v = 7,2 км/ч. На какое расстояние S может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10м на каждые 100 м пути.

83 С какой наименьшей высоты h должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом R = 3 м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом m = 75 кг, причем на колеса приходится масса m_0 = 3 кг. Колеса велосипеда считать обручами.

84 Горизонтальная платформа массой m = 10 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой n_1 = 10 об/мин. Человек массой m_0 = 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к его центру? Считать платформу однородным диском, а человека точечной массой.

85 Какую работу А совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы R = 1,5 м.

86 К обду диска массы m = 5 кг приложена касательная сила F = 19,6 Н. Какую кинетическую энергию $W_к$ будет иметь диск через время t = 5 с после начала действия силы?

87 Горизонтальная платформа массы m = 80 кг и радиусом R = 1 м вращается с частотой n_1 = 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от J_1 = 2,94 до J_2 = 0,98 кг·м^2? Считать платформу однородным диском.

88 Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия $W_к$ платформы с человеком в условиях предыдущей задачи?

89 Вентилятор вращается с частотой n = 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N = 75 об. Работа сил торможения А = 44,4 Дж. Найти момент инерции J вентилятора и момент сил торможения М.

90 Человек массой m_0 = 60 кг находится на неподвижной платформе массой m = 100 кг. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиуса г = 5м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы v = 4 км/ч. Радиус платформы R = 10м. Считать платформу однородным диском, а чело века - точечной массой.

91 В дне цилиндрического сосуда диаметром D = 0,5 м имеется круглое отверстие диаметром d = 1 см. Найти зависимостьскорости понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти значение этой скорости для

высоты $h = 0,2$ м.

92 На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии l от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случае, если: а) $h_1 = 5$ см, $h_2 = 16$ см; $h_1 = 16$ см, $h_2 = 25$ см?

93 Сосуд наполненный водой, сообщается с атмосферой через стеклянную трубку, закрепленную в горлышке сосуда. Кран находится на расстоянии $h_2 = 2$ см от дна сосуда. Найти скорость вытекания воды из крана в случае, если расстояние между нижним концом трубки и дном сосуда: а) $h_1 = 2$ см ; б) $h_1 = 7,5$ см; в) $h_1 = 10$ см.

94 Какое давление P создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вылетает из него со скоростью $v = 25$ м /с ? Плотность краски $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг /м^3.

95 Шарик всплывает с постоянной скоростью v в жидкости, плотность ρ_1 которой в 4 раза больше плотности материала шарика. Во сколько раз сила трения $F_{тр}$, действующая на всплывающий шарик, больше силы тяжести mg, действующей на этот шарик?

96 Стеклянная трубка с одной стороны закрыта пластинкой и опущена этим концом вертикально в воду на глубину 0,68 м. Какой высоты нужно налить в трубку ртуть или керосин, чтобы пластинка отпала?

97 Какую силу давления испытывает плотина длиной 150 м, если высота напора воды 8 м?

98 Какую силу давления испытывает стенка аквариума длиной 3 м, если угол наклона ее 30^0, а высота воды в аквариуме 2 м?

99 Деталь отлита из железа и никеля. Определить какой процент по объему составляет железо и никель, а также объем всей детали, если деталь в воздухе весит 3,42 кг, а в воде 3,02 кг.

100 В море плавает льдина, часть которой объемом 194 м^3 находится над водой. Определить объем всей льдины и ее подводной части.

101 В сосуде 1 объем $V_1 = 3$ л находится газ под давлением $P_1 = 0,2$ МПа. В сосуде 2 объем $V_2 = 4$ л находится тот же газ под давлением $P_2 = 0,1$ МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением P будет находится газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

102 В сосуде находится масса $m_1 = 14$ г азота и масса $m_2 = 9$ г водорода при температуре $t = 10^0$C и давлении $P = 1$ МПа. Найти молярную массу μ смеси и объем V сосуда.

103 Закрытый сосуд объемом $V = 2$ л наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый эфир ($C_2H_5OC_2H_5$). После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равным $P = 0,14$ МПа. Какая масса m эфира была введена в сосуд?

104 В сосуде содержится 23,6% кислорода и 76,4% азота (по массе) при давлении $P = 100$ кПа и температуре $t = 13^0$C. Найти плотность ρ воздуха и парциальные давления P_1 и P_2 кислорода и азота.

105 В сосуде находится масса $m_1 = 10$ г углекислого газа и масса $m_2 = 15$ г азота.

Найти плотность ρ смеси при температуре $t = 27^0C$ и давлении $P = 150$ кПа.

106 Молекула азота, летящая со скоростью 600 м /с, упруго ударяется о стенку сосуда по нормали к ней. Найти импульс силы, полученный стенкой сосуда эа время удара.

107 Молекула аргона, летящая со скоростью 500 м /с, упруго ударяется о стенку сосуда. Направление скорости молекулы и нормаль к стенке сосуда составляет угол $\alpha = 60^0$. Найти импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара.

108 В сосуде находится количество $\nu_1 = 10^{-7}$ молей кислорода и масса $m_2 = 10^{-6}$ г азота. Температура смеси $t = 100^0C$, давление в сосуде $P = 133$ мПа. Найти объем V сосуда, парциальные давления P_1 и P_2 кислорода и азота и число молекул n в единице объема сосуда.

109 Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре $t = 17^0C$. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг / моль.

110 Найти число молекул n водорода в единице объема сосуда при давлении $P = 266{,}6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул равна 2,4 км /с.

111 Плотность некоторого газа $\rho = 0{,}06$ кг /м^3, средняя квадратичная скорость его молекул 500 м /с. Найти давление P, которое газ оказывает на стенки сосуда.

112 В сосуде объемом $V = 2$ л находится масса $m = 10$ г кислорода при давлении $P = 90{,}6$ кПа. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, число молекул N, находящихся в сосуде, и плотность ρ газа.

113 Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа 450 м /с. Давление газа $P = 50$ кПа. Найти плотность ρ газа при этих условиях.

114 Плотность некоторого газа $\rho = 0{,}082$ кг /м^3 при давлении $P = 100$ кПа и температуре $t = 17^0C$. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа. Какова молярная масса μ этого газа?

115 Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях 461 м /с. Какое число молекул n содержит единица массы этого газа?

116 Найти удельную теплоемкость c_p хлористого водорода HCl.

117 Найти удельную теплоемкость c_p неона Ne.

118 Найти удельную теплоемкость c_p окиси азота NO.

119 Найти удельную теплоемкость c_p окиси углерода CO.

120 Найти удельную теплоемкость c_p паров ртути Hg.

121 Удельная теплоемкость некоторого c_p двухатомного газа = 14,7 кДж /(кг К). Найти молярную массу μ этого газа.

122 Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $\rho = 1{,}43$ кг /м^3. Найти удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

123 Молярная масса некоторого газа $\mu = 0{,}03$ кг /моль, отношение $c_p / c_v = 1{,}4$. Найти удельные теплоемкости c_p и c_v этого газа.

124 Найти удельную теплоемкость c_p газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1 = 3$ кмоль аргона и количества $\nu_2 = 3$ кмоль азота.

125 Найти отношение c_p / c_v для газовой смеси, состоящей из массы $m_1 = 8$ г гелия и массы $m_2 = 16$ г кислорода.

126 В сосуде объемом $V = 2$ л находится азот при давлении $P = 0{,}1$ МПа. Какое

количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы при P = const объем увеличился вдвое?

127 В сосуде объемом V = 2 л находится азот при давлении P = 0,1 МПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы при V = const давление увеличилось вдвое?

128 В закрытом сосуде находится масса m = 14 г азота при давлении P_1 = 0,1 МПа и температуре t = 27^{0}С. После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. До какой температуры t_2 был нагрет газ ? Найти объем V сосуда и количество теплоты Q, сообщенное газу.

129 Какое количество теплоты Q надо сообщить массе m = 12 г кислорода, чтобы нагреть его на Δ t = 50^{0}С при P = const?

130 В закрытом сосуде объемом V = 10 л находится воздух при давлении P_1 = 0,1 МПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз?

131 Какую массу m углекислого газа можно нагреть при P = const от температуры t_1= 20^{0}С до t_2 = 100^{0}С количеством теплоты Q = 222 Дж ? На сколько при этом изменится кинетическая энергия одной молекулы?

132 В закрытом сосуде объем V = 2 л находится азот, плотность которого ρ = 1,4 кг /м^3. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы нагреть его на ΔT = 100 К?

133 Азот находится в закрытом сосуде объемом V = 3 л при температуре t_1 = 27^{0}С и давлении P_1 = 0,3 МПа. После нагревания давление в сосуде повысилось до P_2 = 2,5 МПа. Найти температуру t_2 азота после нагревания и количество теплоты Q, сообщенное азоту.

134 Масса m = 10 г кислорода находится при давлении P = 300 кПа и температуре t = 10^{0}С. После нагревания при P = const газ занял объем V = 10 л. Найти количество теплоты Q, полученное газом, изменение внутренней энергии газа ΔU и работу A, совершенную газом при расширении.

135 Масса m = 6,5 г водорода, находящегося при температуре t = 27^{0}С, расширяется вдвое при P = const за счет притока тепла извне. Найти работу A расширения газа, изменение внутренней энергии газа ΔU и количество теплоты Q, сообщенное газу.

136 В закрытом сосуде находится масса m_1 = 20 г азота и масса m_2 = 32 г кислорода. Найти изменение ΔU внутренней энергии смеси газов при охлаждении ее на ΔT = 28 К.

137 Количество ν = 2 кмоль углекислого газа нагревается при P = const на ΔT = 50 К. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU, работу A расширения газа и количество теплоты Q, сообщенное газу.

138 Двухатомному газу сообщено количество теплоты Q = 2,093 кДж. Газ расширяется при P = const. Найти работу A расширения газа.

139 При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа A = 156,8 Дж. Какое количество теплоты Q было сообщено газу?

140 В сосуде объемом V = 5 л находится газ при давлении P = 200 кПа и температуре t = 17^{0}С. При изобарическом расширении газа была совершена работа A =196 Дж. На сколько нагрели газ?

141 Масса $m = 7$ г углекислого газа была нагрета на $\Delta T = 10$ К в условиях свободного расширения. Найти работу A расширения газа и изменение ΔU его внутренней энергии.

142 Количество $\nu = 1$ кмоль многоатомного газа нагревается на $\Delta T = 100$ К в условиях свободного расширения. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу, изменение ΔU его внутренней энергии и работу A расширения газа.

143 Масса $m = 10{,}5$ г азота изотермически расширяется при температуре $t = -23^0$C, причем его давление изменяется от $P_1 = 250$ кПа до $P_2 = 100$ кПа. Найти работу A, совершенную газом при расширении.

144 При изотермическом расширении массы $m = 10$ г азота, находящегося при температуре $t = 17^0$C, была совершена работа $A = 860$ Дж. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

145 Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Найти работу A, совершенную газом при расширении, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

146 При изобарическом расширении газа, занимавшего объем $V = 2$ м^3, давление его меняется от $P_1 = 0{,}5$ МПа до $P_2 = 0{,}4$ МПа. Найти работу A, совершенную при этом.

147 До какой температуры t_2 охладится воздух, находящийся при $t_1 = 0^0$C, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 2V_1$?

148 Масса $m = 10$ г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема $V_2 = 1{,}4$ л. Найти давление P_2 , температуру t_2 кислорода после сжатия, работу A сжатия. Кислород сжимается изотермически.

149 Масса $m = 10$ г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема $V_2 = 1{,}4$ л. Найти давление P_2 , температуру t_2 кислорода после сжатия, работу A сжатия. Кислород сжимается адиабатически.

150 Масса $m = 28$ г азота, находящегося при температуре $t_1 = 40^0$C и давлении $P_1 = 100$ кПа, сжимается до объема $V_2 = 13$ л. Найти давление P_2 , температуру t_2 азота после сжатия, работу A сжатия. Азот сжимается изотермически.

151 Масса $m = 28$ г азота, находящегося при температуре $t_1 = 40^0$C и давлении $P_1 = 100$ кПа, сжимается до объема $V_2 = 13$ л. Найти давление P_2 , температуру t_2 азота после сжатия, работу A сжатия. Азот сжимается адиабатически.

152 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Найти работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2 , отдаваемое холодильнику за один цикл.

153 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 2{,}94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты $Q_2 = 13{,}4$ кДж. Найти к.п.д. цикла η.

154 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 73{,}5$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100^0$C, температура холодильника $t_2 = 0^0$C. Найти количество теплоты Q_1 , получаемое машиной за один цикл от нагревателя и количество теплоты Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику. Найти к.п.д. цикла η.

155 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты Q_1 = 6,28 кДж. При этом 80 % количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Найти работу А, совершаемую машиной за один цикл и к.п.д. цикла η.

156 Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу А = 37 кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой t_2 = -10^0С и передает тепло телу с температурой t_1 = 17^0С. Найти к.п.д. цикла η, количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела за один цикл, и количество теплоты Q_1, переданное более горячему телу за один цикл.

157 Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 20 см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

158 Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8\cdot10^{-9}$ К и $q_2 = -6\cdot10^{-9}$ К. Расстояние между зарядами равно r = 10 см; ε = 1.

159 В центр квадрата, в вершинах которого находится по заряду в 7$СГС_q$, помещен отрицательный заряд. Найти величину этого заряда, если результирующая сила, действующая на каждый заряд, равна нулю.

160 Расстояние между двумя точечными зарядами q_1 = 22,5 $СГС_q$ и q_2 = -44,0 $СГС_q$ равно 5 см. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного заряда.

161 Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 4\cdot10^{-7}$ К они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60^0. Найти массу шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 20 см.

162 Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным 0,098 Н? Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 см. Масса каждого шарика равна $5\cdot 10^{-3}$ кг.

163 Найти плотность материала шариков задачи 162, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равен 54^0.

164 Два заряженных шарика одинакового радиуса и веса, подвешенные на нитях одинаковой длины, опускаются в жидкий диэлектрик, плотность которого ρ_1 и диэлектрическая проницаемость ε. Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике были одинаковыми?

165 С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименные заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда в $3\cdot10^{-8}$ К/см^2?

166 Медный шар диаметром 1 см помещен в масло. Плотность масла ρ = 800 кг/м^3. Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле? Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность Е = 36000 В/см.

167 В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля E = 600 В/см. Заряд капли равен $2,4\cdot10^{-9}$ $СГС_q$. Найти радиус капли.

168 Кольцо из проволоки радиусом R = 10 см заряжено отрицательно и несет заряд $q = -5\cdot10^{-9}$ К. 1) Найти напряженность электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстоянии L, равном 0,5,8,10 и 15 см. Начертить график E = f(L). 2) На каком расстоянии L от центра кольца напряженность электрического поля будет максимальной?

169 Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии $L = L_{max}$ от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $L = 0,5\ L_{max}$ от центра кольца, будет меньше максимальной напряженности?

170 Шарик массой в 40 мг, заряженный положительным зарядом в 10^{-9}К, движется со скоростью 10 см/с. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду, равному 4 $СГС_q$?

171 На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью, равной 10^8 см/сек?

172 Протон (ядро атома водорода) движется со скоростью $7,7\cdot10^8$ см/сек. На како наименьшее расстояние может приблизиться этот протон к ядру атома алюминия? Заряд ядер атомов алюминия $q = Ze_0$, где Z - порядковый номер атома в таблице Менделеева и e_0 – заряд протона, численно равный заряду электрона. Массу протона считать равной массе атома водорода. Протон и ядра атома алюминия считать точечными зарядами. Влиянием электронной оболочки атома алюминия пренебречь.

173 При бомбардировке неподвижного ядра натрия α-частицей сила отталкивания между ними достигла 14 кг. 1) На какое наименьшее расстояние приблизилась α-частица к ядру атома натрия? 2) Какую скорость имела α-частица? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

174 Два шарика с зарядами q_1 = 20 $СГС_q$ и q_2 = 40 $СГС_q$ находятся на расстоянии r_1 = 40 см. Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния r_2 = 25 см?

175 Шар радиусом 1 см, имеющий заряд в $4\cdot10^{-8}$ К, помещен в масло. Начертить график зависимости U = f(x) для точек поля, отстоящих от поверхности шара на расстояниях x, равных 1,2,3,4 и 5 см.

176 Определить потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 10 см от центра заряженного шара радиусом в 1 см. Задачу решить при следующих условиях: 1) задана поверхностная плотность заряда на шаре, равная 10^{-11} К/см^2, 2) задан потенциал шара, равный 300 В.

177 Какая совершается работа при перенесении точечного заряда в $2\cdot10^{-8}$ К из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности шара радиусом 1 см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-9}$ К/см^2?

178 Шарик массой 1 г и зарядом 10^{-8} К перемещается из точки A, потенциал которой равен 600 В, в точку B, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке A, если в точке B она стала равной 20 см/с?

179 Найти скорость v электрона, прошедшего разность потенциалов U, равную 1, 5, 10, 100, 1000 В.

180 При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $1{,}6\cdot10^9$ см/с. Найти кинетическую энергию этой α-частицы и разность потенциалов поля, в котором можно разогнать покоящуюся α-частицу до такой же скорости.

181 Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна 90 В. Площадь каждой пластины 60 $см^2$ и заряд 10^{-9} Кл. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

182 Плоский конденсатор может быть применен в качестве чувствительных микровесов. Внутри горизонтально расположенного плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого d = 3,84 мм, находится заряженная частица с зарядом $q = 1{,}44\cdot10^{-9}$ $СГС_q$. Для того, чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов U = 40 В.Найти массу частицы.

183 Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 2 см друг от друга; разность потенциалов между ними 120 В. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя по силовой линии расстояние в 3 мм?

184 Электрон, находящийся в однородном электрическом поле, получает ускорение, равное 10^{14} $см/с^2$. Найти: 1) напряженность электрического поля, 2) скорость, которую получит электрон за 10^{-6} с своего движения, если начальная его скорость равна нулю, 3) разность потенциалов, пройденную при этом электроном.

185 Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами равна 3 кВ; расстояние между пластинами 5 мм. Найти: 1) силу, действующую на электрон, 2) ускорение электрона, 3) скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, 4) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.

186 Найти емкость земного шара. Радиус земного шара принять равным 6400 км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить количество электричества, равное 1 К?

187 Шарик радиусом 2 см заряжается отрицательно до потенциала 2000 В. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику при зарядке.

188 Два шарика одинакового радиуса R = 1 см и веса $P = 4\cdot10^{-5}$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и натяжение нитей стало равно $F = 4{,}9\cdot10^{-4}$ Н. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно l = 10 см.

189 Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 $см^2$ и расстояние между ними 5 мм. К пластинам приложена разность потенциалов 300 В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. 1) Какова будет разность потенциалов между пластинами после заполнения? 2) Какова емкость конденсато-

ра до и после заполнения? 3) Какова поверхностная плотность заряда на пластинах до и после заполнения?

190 Сила тока I в проводнике меняется со временем t по уравнению I = 4+2t, где выражено в амперах и t – в секундах. 1) Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от t_1 = 2 с до t_2 = 6 с? 2) При какой силе постоянного тока через поперечное сечение проводника за это же время проходит такое же количество электричества?

191 Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек, включенных параллельно. Найти сопротивление реостата: 1) когда горят все лампочки, 2)когда вывинчиваются: а) одна, б) две, в) три, г) четыре лампочки. Сопротивление каждой лампочки равно 350 Ом.

192 Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы получить печь сопротивлением 40 Ом?

193 Катушка из медной проволоки имеет сопротивление R = 10,8 Ом. Вес медной проволоки равен P = 3,41 кг. Сколько метров проволоки и какого диаметра d намотано на катушке?

194 Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 см, если вес этого стержня 1 кг.

195 Два цилиндрических проводника, один из меди, а другой из алюминия, имеют одинаковую длину и одинаковое сопротивление. Во сколько раз медный провод тяжелее алюминиевого?

196 Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20^0C равно 35,8 Ом. Какова будет температура нити лампочки, если при включении в сеть напряжением в 120 В по нити идет ток 0,33 А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама равен $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ $град^{-1}$.

197 Реостат из железной проволоки, миллиамперметр и генератор тока включены последовательно. Сопротивление реостата при 0^0C равно 120 Ом, сопротивление миллиамперметра 20 Ом. Миллиамперметр показывает 22 мА. Что будет показывать миллиамперметр, если реостат нагреется на 50^0? Температурный коэффициент сопротивления железа равен $6 \cdot 10^{-3}$ $град^{-1}$. Сопротивлением генератора пренебречь.

198 Обмотка катушки из медной проволоки при температуре 14^0C имеет сопротивление 10 Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равно 12,2 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди равен $4{,}15 \cdot 10^{3}$ $град^{-1}$.

199 Найти падение потенциала на медном проводе длиной 500 м и диаметром 2 мм, если сила тока в нем равна 2 А.

200 Элемент с ЭДС в 1,1 В и внутренним сопротивлением в 1 Ом замкнут на внешнее сопротивление 9 Ом. Найти: 1) силу тока в цепи, 2) падение потенциала во внешней цепи, 3) падение потенциала внутри элемента, 4) с каким КПД работает элемент.

201 Построить график зависимости падения потенциала во внешней цепи от внешнего сопротивления для цепи предыдущей задачи. Внешнее сопротивление взять в пределах $0 \le R \le 10$ Ом через каждые 2 Ом.

202 Элемент с ЭДС в 2В имеет внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Определить падение потенциала внутри элемента при силе тока в цепи 0,25 А. Найти внешнее сопротивление цепи при этих условиях.

203 Электродвижущая сила элемента равна 1,6 В и внутреннее его сопротивление 0,5 Ом. Чему равен КПД элемента при силе тока в 2,4 А?

204 ЭДС элемента равна 6 В. При внешнем сопротивлении, равном 1,1 Ом сила тока в цепи равна 3 А. Найти падение потенциала внутри элемента и его сопротивление.

205 Какую долю ЭДС элемента составляет разность потенциалов на его концах, если сопротивление элемента в n раз меньше внешнего сопротивления. Задачу решить для: 1) n = 0,1; 2) n = 1; 3) n = 10.

206 Элемент, реостат и амперметр включены последовательно. Элемент имеет ЭДС 2 В и внутреннее сопротивление 0,4 Ом. Амперметр показывает силу тока 1 А. С каким КПД работает элемент?

207 Имеются два одинаковых элемента с ЭДС в 2 В и внутренним сопротивлением в 0,3 Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить большую силу тока, если: 1) внешнее сопротивление равно 0,2 Ом, 2) внешнее сопротивление равно 16 Ом? Вычислить силу тока в каждом из этих случаев.

208 Элемент, амперметр и некоторое сопротивление включены последовательно. Сопротивление сделано из медной проволоки длиной в 100 м и поперечным сечением в 2 мм^2, сопротивление амперметра 0,05 Ом; амперметр показывает 1,43 А. Если же взять сопротивление из алюминиевой проволоки длиной в 57,3 м и поперечным сечением в 1 мм^2, то амперметр покажет 1 А. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление.

209 Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,33 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

210 Имеются три электрические лампочки, рассчитанные на напряжение 110 В каждая, мощности которых равны соответственно 40, 40 и 80 Вт. Как надо включить эти три лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Найти силу тока, текущего через лампочки при нормальном накале. Начертить схему.

211 В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки равной длины и диаметра. Найти: 1) отношение количеств тепла, выделяющегося в этих проволоках, 2) отношение падений напряжений на этих проволоках.

212 Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

213 Элемент, ЭДС которого равна 6 В, дает максимальную силу тока 3 А. Найти наибольшее количество тепла, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении за 1 минуту.

214 Определить: 1) общую мощность, 2) полезную мощность и 3) КПД батареи, ЭДС которой равна 240 В, если внешнее сопротивление равно 23 Ом и сопротивление батареи 1 Ом.

215 Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления R_1 = 5 Ом и R_2 = 0,2 Ом. Найти КПД генератора в каждом из этих случаев.

216 Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление R_1 = 2 Ом, а затем на внешнее R_2 = 0,5 Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев, мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна 2,54 Вт.

217 Элемент, ЭДС которого ε и внутреннее сопротивление r, замкнут на внешнее сопротивление R. Наибольшая мощность во внешней цепи равна 9 Вт. Сила тока, текущего при этих условиях по цепи, равна 3 А. Найти величины ε и r.

218 Разность потенциалов между двумя точками А и В равна 9 В. Имеются два проводника, сопротивления которых равны соответственно 5 и 3 Ом. Найти количество тепла, выделяющегося в каждом из проводников в 1 сек, если проводники между А и В включены: 1) последовательно, 2) параллельно.

219 Две электрические лампочки включены в сеть параллельно. Сопротивление первой лампочки 360 Ом, сопротивление второй 240 Ом. Какая из лампочек поглощает большую мощность? Во сколько раз?

220 Ток I = 20 А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением S = 1 мм^2, создает в центре кольца напряженность магнитного поля Н = 178 А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

221 Напряженность магнитного поля в центре кругового витка H_0 = 0,8 Э. Радиус витка R = 11 см. Найти напряженность Н магнитного поля на оси витка на расстоянии а = 10 см от его плоскости.

222 В однородном магнитном поле напряженностью Н = 79,6 кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол α = 45^0. Сторона рамки а = 4 см. Найти магнитный поток Ф, пронизывающий рамку.

223 Электрон, ускоренный разностью потенциалов U = 1 кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля В = 1,19 мТл. Найти радиус R окружности, по которой движется электрон, период обращения Т и момент импульса L электрона.

224 Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой А = 5 см, если за время, равное 1 мин совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний φ = π /4. Начертить график этого движения.

225 Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой А = 50 мм, периодом Т = 4 с и начальной фазой φ = π /4. Найти смещение х колеблющейся точки от положения равновесия при t = 0 и t = 1,5 с. Начертить график этого движения.

226 Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A = 5$ см, периодом $T = 8$, если начальная фаза колебаний равна а) 0; б) $\pi/2$; в) π; г) $3\pi/2$; д) 2π. Начертить график этого движения во всех случаях.

227 Через какое время от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний $T = 24$ с, начальная фаза $\varphi = 0$.

228 Начальная фаза гармонического колебания $\varphi = 0$. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

229 Через какое время от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению $x = 7 \sin \pi/2\ t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

230 Амплитуда гармонического колебания $A = 5$ см, период $T = 4$ с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

231 Уравнение движения точки дано в виде $x = \sin \pi/6\ t$. Найти моменты времени t, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

232 Уравнение движения точки дано в виде $x = 2\sin(\pi/2\ t + \pi/4)$см. Найти период колебаний T, максимальную скорость и максимальное ускорение точки.

233 Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний $T = 2$ с, амплитуда $A = 50$ мм, начальная фаза $\varphi = 0$. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия $x = 25$ мм.

234 Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки $a_{мах} = 49{,}3$ см /с^2, период колебаний $T = 2$ с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени $x_0 = 25$ мм.

235 Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, $W = 30$ мкДж; максимальная сила, действующая на тело, $F = 1{,}5$ мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T = 2$ с и начальная фаза $\varphi = \pi/3$.

236 Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстающих на расстоянии 2 м друг от друга, если длина волны $\lambda = 1$м.

237 Найти смещение x от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda/12$, для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0{,}05$ м.

238 Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = 4$ см, в момент времени $t = T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину λ бегущей волны.

239 Найти длину λ колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны $l = 15$ см.

240 На какой диапазон волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $L = 2$ мГн, а емкость может меняться от $C_1 = 69$ пФ до $C_2 = 533$ пФ?

241 Написать уравнения, выражающие зависимость напряжения и силы тока от времени в электроплитке сопротивлением $R = 60$ Ом, включенной в цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В, если его частота $\nu = 50$ Гц.

242 При каких фазах φ в пределах одного периода мгновенное значение напряжения U равно по модулю половине максимального напряжения U_{max} ?

243 В какой момент времени , считая от начала колебания, мгновенное значение силы переменного тока будет равно его действующему значению ? Период колебаний тока Т считать известным.

244 Найти сдвиг фаз φ между напряжением и током в цепи, состоящей из последовательно включенных сопротивления R = 1кОм, катушки индуктивности L = 50 Гн и конденсатора емкостью С = 1 мкФ. Найти среднюю мощность тока Р в этой цепи, если амплитуда напряжения U_{max} = 100 В, а частота колебаний тока ν = 50 Гц.

245 Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ_1 = 500 нм) заменить красным (λ_2 = 650 нм)?

246 В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом (λ = 600 нм). Расстояние между отверстиями d = 1 мм, расстояние от отверстий до экрана L =3 м. Найти положение трех первых светлых полос.

247 Два когерентных источника S_1 и S_2 испускают свет с длиной волны λ = 500 нм. На каком расстоянии x от точки 0 на экране располагается первый максимум освещенности, если расстояние между источниками 0,5 мм, а расстояние от каждого источника до экрана 2 м.

248 Как изменяется расстояние Δx между соседними максимумами освещенности на экране, если: 1) не изменяя расстояния d между когерентными источниками S_1 и S_2 света, удалять их от экрана; 2) не изменяя расстояние до экрана L, сближать источники света; 3) уменьшать длину волны света λ, испускаемого источниками?

249 Два когерентных источника S_1 и S_2 с длиной волны $\lambda = 5\cdot10^{-7}$ м находятся на расстоянии d = 30 мм друг от друга. Экран расположен на расстоянии L = 4 см от каждого источника. Что будет наблюдаться на экране в точке, расположенной напротив источника S_1?

250 На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $\varphi = 36^0 48^1$ к нормали. Найти постоянную d решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

251 Какое число максимумов (не считая центрального) дает дифракционная решетка предыдущей задачи?

252 На каком расстоянии от дифракционной решетки нужно поставить экран, чтобы расстояние между нулевым максимумом и спектром четвертого порядка было равно 50 мм для света с длиной волны $5\cdot10^{-7}$м? Период решетки 0,02 мм.

253 Найти наибольший порядок спектра красной линии лития с длиной волны 671 нм, если период дифракционной решетки 0,01 мм.

254 При помощи дифракционной решетки с периодом 0,02 мм получено первое дифракционное изображение на расстоянии 3,6 см от центрального и на расстоянии 1,8 м от решетки. Найти длину световой волны.

255 При какой температуре T кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 589$ нм?

256 Найти массу m фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре $t = 20°$ С. Скорость молекулы считать равной среднеквадратичной скорости.

257 Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275$ нм. Найти работу выхода A электрона из металла, максимальную скорость $v_{мах}$ электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны $\lambda = 180$ нм, и максимальную кинетическую энергию W_{max} электронов.

258 Найти частоту ν света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 3$В. Фотоэффект начинается при частоте света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти работу выхода A электрона из металла.

259 Найти задерживающую разность потенциалов U для электронов, вырываемых при освещении калия светом с длиной волны $\lambda = 330$ нм.

260 При фотоэффекте с платиновой поверхности электроны полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 0{,}8$ В. Найти длину волны λ применяемого облучения и предельную длину волны λ_0 ,при которой ещё возможен фотоэффект.

261 Фотоны с энергией $\varepsilon = 4{,}9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 4{,}5$ эВ. Найти максимальный импульс p_{max} , передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

262 Найти постоянную Планка h , если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $\nu_1 = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ Гц , полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6.6$ В, а вырываемые светом с частотой $\nu_2 = 4{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц – разностью потенциалов $U_2 = 16.5$ В.

263 Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода (вольфрамового шарика) и анода (внутренней поверхности посеребренной изнутри колбы). Контактная разность потенциалов между электродами $U_0 = 0{,}6$ В ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещается светом с длиной волны λ=230 нм. Какую задерживающую разность потенциалов U надо приложить между электродами, чтобы фототок упал до нуля? Какую скорость v получат электроны, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом разности потенциалов?

264 Найти радиусы r_k трех первых боровских электронных орбит в атоме водорода и скорости v_k электрона на них.

265 Найти кинетическую W_k , потенциальную W_n и полную W энергии электрона на первой боровской орбите.

266 Найти кинетическую энергию $W_к$ электрона, находящегося на k-той орбите атома водорода, для $k = 1,2,3$ и ∞.

267 Найти период T обращения электрона на первой боровской орбите атома водорода и его угловую скорость ω.

268 Найти наибольшую длину волны λ_{max} в ультрафиолетовой области спектра водорода. Какую наименьшую скорость v_{min} должны иметь электроны, что-

бы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

269 Найти потенциал ионизации U_1 атома водорода.

270 На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомов фотона с длиной волны λ =486 нм?

271 В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты r_k электрона увеличился в 9 раз?

272 Найти радиус r_1 первой боровской электронной орбиты для однократно ионизированного гелия и скорость v_1 электрона на ней.

273 Найти первый потенциал возбуждения U_1: а) однократно ионизированного гелия; б) двукратно ионизированного лития.

274 Найти потенциал ионизации U_1 : а) однократно ионизированного гелия; б) двукратно ионизированного лития.

275 Найти длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

276 Найти длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в двукратно ионизированном атоме лития.

277 Электрон, пройдя разность потенциалов U =4,9 В, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбуждённое состояние. Какую длину волны λ имеет фотон, соответствующий переходу атома ртути в нормальное состояние?

278 К электродам рентгеновской трубки приложена разность потенциалов U = 60 кВ. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых от этой трубки, λ = 20,6 пм. Найти из этих данных постоянную h Планка.

279 Найти длину волны λ , определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, для случаев, когда к рентгеновской трубке приложена разность потенциалов U , равная: 30, 40, 50 кВ.

280 Найти длину волны λ, определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на ΔU = 23 кВ увеличивает искомую длину волны в 2 раза.

281 Какая доля радиоактивных ядер некоторого элемента распадается за время t, равное половине периода полураспада?

282 Сколько атомов радона распадается за время Δt = 1 сут из $N = 10^6$ атомов?

283 Ядро изотопа висмута $\boxed{^{210}_{83}Bi}$ получилось из другого ядра после одного α-распада и одного β-распада. Что это за ядро?

284 В результате захвата α-частицы ядром изотопа азота $\boxed{^{14}_{7}N}$ образуется неизвестный элемент и протон. Написать реакцию и определить неизвестный элемент.

285 Запишите ядерную реакцию, происходящую при бомбардировке алюминия α-частицами и сопровождающуюся выбиванием нейтронов, если в результате получается ядро кремния с массовым числом 30.

286 При бомбардировке изотопа азота ${}^{14}_{7}N$ нейтронами получается изотоп углерода ${}^{14}_{6}C$, который оказывается β-радиоактивным. Напишите уравнения ядерных реакций.

287 Какой изотоп образуется из ${}^{232}_{90}Th$ после четырех α-распадов и двух β-распадов?

288 Какой изотоп образуется из ${}^{238}_{92}U$ после трех α-распадов и двух β-распадов?

289 Какой изотоп образуется из ${}^{239}_{92}U$ после двух β-распадов и одного α-распада?

290 Какой изотоп образуется из ${}^{8}_{3}Li$ после одного β-распада и одного α-распада?

291 Какой изотоп образуется из ${}^{133}_{51}Sb$ после четырех β-распадов?

292 Найти энергию Q, поглощенную при реакции ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{17}_{8}O$.

293 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{3}_{1}H$.

294 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{8}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$.

295 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{10}_{5}Be + {}^{1}_{0}n$.

296 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow + {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n$.

297 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$.

298 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{4}_{2}He$.

299 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$.

300 Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{6}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He$

.

8.3 Номера задач в вариантах

Номер Варианта	Номера задач
01	1, 21, 41, 61, 81, 101, 121, 141, 161, 181, 201, 221, 241, 261, 281
02	2, 22, 42, 62, 82, 102, 122, 142, 162, 182, 202, 222, 242, 262, 282
03	3, 23, 43, 63, 83, 103, 123, 143, 163, 183, 203, 223, 243, 263, 283
04	4, 24, 44, 64, 84, 104, 124, 144, 164, 184, 204, 224, 244, 264, 284
05	5, 25, 45, 65, 85, 105, 125, 145, 165, 185, 205, 225, 245, 265, 285

06	6, 26, 46, 66, 86, 106, 126, 146, 166, 186, 206, 226, 246, 266, 286
07	7, 27, 47, 67, 87, 107, 127, 147, 167, 187, 207, 227, 247, 267, 287
08	8, 28, 48, 68, 88, 108, 128, 148, 168, 188, 208, 228, 248, 268, 288
09	9, 29, 49, 69, 89, 109, 129, 149, 169, 189, 209, 229, 249, 269, 289
10	10, 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170, 190, 210, 230, 250, 270, 290
11	11, 31, 51, 71, 91, 111, 131, 151, 171, 191, 211, 231, 251, 271, 291
12	12, 32, 52, 72, 92, 112, 132, 152, 172, 192, 212, 232, 252, 272, 292
13	13, 33, 53, 73, 93, 113, 133, 153, 173, 193, 213, 233, 253, 273, 293
14	14, 34, 54, 74, 94, 114, 134, 154, 174, 194, 214, 234, 254, 274, 294
15	15, 35, 55, 75, 95, 115, 135, 155, 175, 195, 215, 235, 255, 275, 295
16	16, 36, 56, 76, 96, 116, 136, 156, 176, 196, 216, 236, 256, 276, 296
17	17, 37, 57, 77, 97, 117, 137, 157, 177, 197, 217, 237, 257, 277, 297
18	18, 38, 58, 78, 98, 118, 138, 158, 178, 198, 218, 238, 258, 278, 298
19	19, 39, 59, 79, 99, 119, 139, 159, 179, 199, 219, 239, 259, 279, 299
20	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300
21	1, 22, 43, 64, 85, 106, 127, 148, 169, 190, 202, 223, 244, 265, 286
22	2, 23, 44, 65, 86, 107, 128, 149, 170, 191, 203, 224, 245, 266, 287
23	3, 24, 45, 66, 87, 108, 129, 150, 171, 192, 204, 225, 246, 267, 288
24	4, 25, 46, 67, 88, 109, 130, 151, 172, 193, 205, 226, 247, 268, 289
25	5, 26, 47, 68, 89, 110, 131, 152, 173, 194, 206, 227, 248, 269, 290
26	6, 27, 48, 69, 90, 111, 132, 153, 174, 195, 207, 228, 249, 270, 291
27	7, 28, 49, 70, 91, 112, 133, 154, 175, 196, 208, 229, 250, 271, 292
28	8, 29, 50, 71, 92, 113, 134, 155, 176, 197, 209, 230, 251, 272, 293
29	9, 30, 51, 72, 93, 114, 135, 156, 177, 198, 210, 231, 252, 273, 294
30	10, 31, 52, 73, 94, 115, 136, 157, 178, 199, 211, 232, 253, 274, 295
31	11, 32, 53, 74, 95, 116, 137, 158, 179, 200, 212, 233, 254, 275, 296
32	12, 33, 54, 75, 96, 117, 138, 159, 180, 181, 213, 234, 255, 276, 297
33	13, 34, 55, 76, 97, 118, 139, 160, 181, 182, 214, 235, 256, 277, 298
34	14, 35, 56, 77, 98, 119, 140, 141, 182, 183, 215, 236, 257, 278, 299
35	15, 36, 57, 78, 99, 120, 121, 142, 183, 184, 216, 237, 258, 279, 300
36	16, 37, 58, 79, 100, 101, 122, 143, 184, 185, 217, 238, 259, 280, 281
37	17, 38, 59, 80, 81, 102, 123, 144, 185, 186, 218, 239, 260, 261, 282
38	18, 39, 60, 61, 82, 103, 124, 145, 186, 187, 219, 240, 241, 262, 283
39	19, 40, 41, 62, 83, 104, 125, 146, 187, 188, 220, 221, 242, 263, 284
40	20, 31, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 188, 189, 201, 222, 243, 264, 285
41	1, 23, 45, 67, 89, 111, 133, 155, 177, 199, 201, 223, 245, 267, 289
42	2, 24, 46, 68, 90, 112, 134, 156, 178, 200, 202, 224, 246, 268, 290
43	3, 25, 47, 69, 91, 113, 135, 157, 179, 181, 203, 225, 247, 269, 291
44	4, 26, 48, 70, 92, 114, 136, 158, 180, 182, 204, 226, 248, 270, 292
45	5, 27, 49, 71, 93, 115, 137, 159, 161, 183, 205, 227, 249, 271, 293
46	6, 28, 50, 72, 94, 116, 138, 160, 162, 184, 206, 228, 250, 272, 294
47	7, 29, 51, 73, 95, 117, 139, 141, 163, 185, 207, 229, 251, 273, 295
48	8, 30, 52, 74, 96, 118, 140, 142, 164, 186, 208, 230, 252, 274, 296
49	9, 31, 53, 75, 97, 119, 121, 143, 165, 187, 209, 231, 253, 275, 297
50	10, 32, 54, 76, 98, 120, 122, 144, 166, 188, 210, 232, 254, 276, 298

51	11, 33, 55, 77, 99, 101, 123, 145, 167, 189, 211, 233, 255, 277, 299
52	12, 34, 56, 78, 100, 102, 124, 146, 168, 190, 212, 234, 256, 278, 300
53	13, 35, 57, 79, 81, 103, 125, 147, 169, 191, 213, 235, 257, 279, 281
54	14, 36, 58, 80, 82, 104, 126, 148, 170, 192, 214, 236, 258, 280, 282
55	15, 37, 59, 61, 83, 105, 127, 149, 171, 193, 215, 237, 259, 261, 283
56	16, 38, 60, 62, 84, 106, 128, 150, 172, 194, 216, 238, 260, 262, 284
57	17, 39, 41, 63, 85, 107, 129, 151, 173, 195, 217, 239, 241, 263, 285
58	18, 40, 42, 64, 86, 108, 130, 152, 174, 196, 218, 240, 242, 264, 286
59	19, 21, 43, 65, 87, 109, 131, 153, 175, 197, 219, 221, 243, 265, 287
60	20, 22, 44, 66, 88, 110, 132, 154, 176, 198, 220, 222, 244, 266, 288
61	1, 24, 47, 69, 92, 115, 138, 151, 174, 197, 220, 234, 257, 280, 283
62	2, 25, 48, 70, 93, 116, 139, 152, 175, 198, 201, 235, 258, 261, 284
1	3, 26, 49, 71, 94, 117, 140, 153, 176, 199, 202, 236, 259, 262, 285
64	4, 27, 50, 72, 95, 118, 121, 154, 177, 200, 203, 237, 260, 263, 286
65	5, 28, 51, 73, 96, 119, 122, 155, 178, 181, 204, 238, 241, 264, 287
66	6, 29, 52, 74, 97, 120, 123, 156, 179, 182, 205, 239, 242, 265, 288
67	7, 30, 53, 75, 98, 101, 124, 157, 180, 183, 206, 240, 243, 266, 289
68	8, 31, 54, 76, 99, 102, 125, 158, 161, 184, 207, 221, 244, 267, 290
69	9, 32, 55, 77, 100, 103, 126, 159, 162, 185, 208, 222, 245, 268, 291
70	10, 33, 56, 78, 81, 104, 127, 160, 163, 186, 209, 223, 246, 269, 292
71	11, 34, 57, 79, 82, 105, 128, 141, 164, 187, 210, 224, 247, 270, 293
72	12, 35, 58, 80, 83, 106, 129, 142, 165, 188, 211, 225, 248, 271, 294
73	13, 36, 59, 61, 84, 107, 130, 143, 166, 189, 212, 226, 249, 272, 295
74	14, 37, 60, 62, 85, 108, 131, 144, 167, 190, 213, 227, 250, 273, 296
75	15, 38, 41, 63, 86, 109, 132, 145, 168, 191, 214, 228, 251, 274, 297
76	16, 39, 42, 64, 87, 110, 133, 146, 169, 192, 215, 229, 252, 275, 298
77	17, 40, 43, 65, 88, 111, 134, 147, 170, 193, 216, 230, 253, 276, 299
78	18, 21, 44, 66, 89, 112, 135, 148, 171, 194, 217, 231, 254, 277, 300
79	19, 22, 45, 67, 90, 113, 136, 149, 172, 195, 218, 232, 255, 278, 281
80	20, 23, 46, 68, 91, 114, 137, 150, 173, 196, 219, 233, 256, 279, 282
81	1, 25, 49, 73, 97, 101, 125, 149, 173, 197, 201, 225, 249, 273, 297
82	2, 26, 50, 74, 98, 102, 126, 150, 174, 198, 202, 226, 250, 274, 298
83	3, 27, 51, 75, 99, 103, 127, 151, 175, 199, 203, 227, 251, 275, 299
84	4, 28, 52, 76, 100, 104, 128, 152, 176, 200, 204, 228, 252, 276, 300
85	5, 29, 53, 77, 81, 105, 129, 153, 177, 181, 205, 229, 253, 277, 281
86	6, 30, 54, 78, 82, 106, 130, 154, 178, 182, 206, 230, 254, 278, 282
87	7, 31, 55, 79, 83, 107, 131, 155, 179, 183, 207, 231, 255, 279, 283
88	8, 32, 56, 80, 84, 108, 132, 156, 180, 184, 208, 232, 256, 280, 284
89	9, 33, 57, 61, 85, 109, 133, 157, 161, 185, 209, 233, 257, 261, 285
90	10, 34, 58, 62, 86, 110, 134, 158, 162, 186, 210, 234, 258, 262, 286
91	11, 35, 59, 63, 87, 111, 135, 159, 163, 187, 211, 235, 259, 263, 287
92	12, 36, 60, 64, 88, 112, 136, 160, 164, 188, 212, 236, 260, 264, 288
93	13, 37, 41, 65, 89, 113, 137, 141, 165, 189, 213, 237, 241, 265, 289
94	14, 38, 42, 66, 89, 114, 138, 142, 166, 190, 214, 238, 242, 266, 290
95	15, 39, 43, 67, 91, 115, 139, 143, 167, 191, 215, 239, 243, 267, 291

96	16, 40, 44, 68, 92, 116, 140, 144, 168, 192, 216, 240, 244, 268, 292
97	17, 21, 45, 69, 93, 117, 121, 145, 169, 193, 217, 221, 245, 269, 293
98	18, 22, 46, 70, 94, 118, 122, 146, 170, 194, 218, 222, 246, 270, 294
99	19, 23, 47, 71, 95, 119, 123, 147, 171, 195, 219, 223, 247, 271, 295
100	20, 24, 48, 72, 95, 120, 124, 148, 172, 196, 220, 224, 248, 272, 296

Список использованных источников:

1 **Савельев, И.В.** Курс физики: учебник /И.В. Савельев. – М.: Наука, 1992. – 304 с.

2 **Трофимова, Т.И.** Курс физики: учебник /Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.

3 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике: справочное издание /Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.– М.: Наука, 1989. – 576 с.

4 **Савельев, И.В.** Сборник вопросов и задач по общей физике: учебное пособие /И.В. Савельев. - М.: Наука, 1982. – 272 с.

5 **Парфентьева, Н.А.** Решение задач по физике: учебное пособие /Н.А. Парфентьева, М.В.Фомина. – М.: Мир, 1995. – Ч. 1,2. – 422 с.

6 **Волькенштейн, В.С.** Сборник задач по общему курсу физики: учебное пособие /В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1973. – 464 с.

7 **Кобушкин, В.К.** Методика решения задач по физике: учебное пособие /В.К. Кобушкин. – Л.: ЛГУ, 1972. - 247 с.

8 **Гурский, И.П.** Элементарная физика с примерами решения задач: учебное пособие /И.П. Гурский. – М.: Наука, 1976. – 463 с.