КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СПОСОБ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОТКЛИКА

Павлов С.И., Семагина Ю.В.
Оренбургский государственный университет, г. Оренбург

Опыт исследовательской работы вместе с анализом литературных данных, позволяет сделать вывод, что подавляющее число изучаемых систем и процессов моделируются объектами многомерного пространства. Вместе с этим нужно отметить весьма ограниченный набор применяемых моделей. И это несмотря на то, что известно большое число методов конструирования геометрических объектов (моделей) пространства E_n^+, которые могут быть обобщены на многомерное пространство.

При работе с объектами многомерного пространства принято их все определять как поверхности различной размерности, *k*-поверхности ($k=0,\ldots,n$). Поверхности, имеющие размерность на единицу ниже размерности рассматриваемого пространства (*m* – поверхность, $m = n-1$) получила название гиперповерхности.

В инженерной практике наибольшее распространение получил кинематический способ конструирования поверхностей трехмерного пространства, при котором некоторая кривая *t* (образующая), перемещаясь по кривой *l* (направляющей), заметает в пространстве E_3^+ отсек 2-поверхности (рис.1).

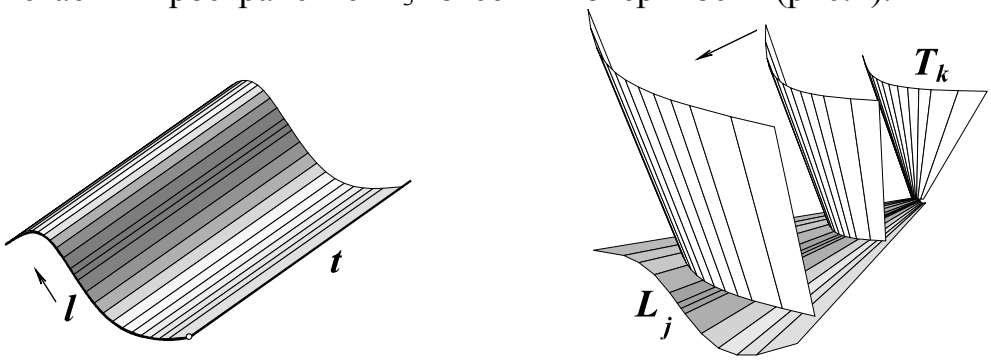

Рисунок 1

Применительно к многомерному пространству E_n^+ эта схема выглядит следующим образом. По направляющей *j*-поверхности *L* перемещается образующая *k*-поверхность *T* ($k+j \le n-1$), которая в рассматриваемом пространстве заметает *m*-поверхность ($m \le n-1$). При формировании поверхностей рассмотренным выше способом должно выполняться условие пересечения образующее и направляющей по точке, т.е. должно выполняться условие $n = k+j-1$, что применительно к пространствам размерностью выше трех обеспечивает получение весьма широкого спектра моделей [1].

Например, уже для пятимерного пространства возможно построение гиперповерхностей: с одномерной направляющей и трехмерной образующей, с двумерной направляющей и образующей, с трехмерной направляющей и одномерной образующей.

В практической деятельности, при формировании геометрических моделей систем или процессов по эмпирическим данным, чаще всего конструируются гиперповерхности с направляющими (образующими) в виде проецирующих *k*-цилиндров различной размерности.

Размерность *r* образующих такой гиперповерхности может быть определена, как $r = n - 2 - k$, где *n* – размерность рассматриваемого пространства, *k* – размерность образующей.

В общем же случае размерность прямолинейных образующих проецирующего гиперцилиндра может быть определена по соотношению $r = n - 1 - k - l$, где *n* и *k* определены выше, *l* – размерность направляющей.

Обобщением весьма значительного числа способов формирования поверхностей может считаться метод конструирования каркасных поверхностей зависимых сечений. Не существует никаких объективных причин ограничивающих обобщение этого метода на случай конструирования гиперповерхностей пространства E_n^+.

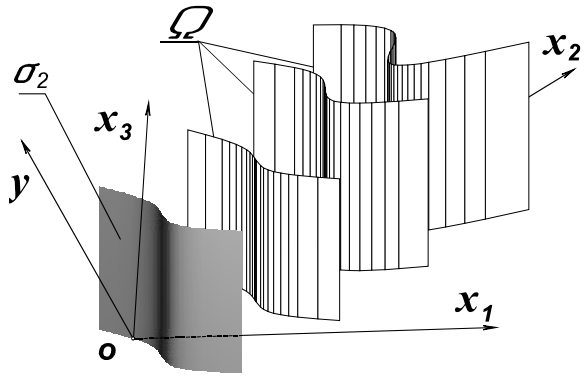

Рисунок 2

Пусть, как и для поверхностей пространства E_3^+, на первом этапе, в одной из координатных *m*–плоскостей Σ_m *(m = n - 1),* например $yOx_1,\ldots, x_m$, выбирается гиперповерхность σ_{m-1} которая размножается в однопараметрическое семейство *(m-1)*–поверхностей Ω (для пространства E_4^+ см. рисунок 2) .

Для уравнения начальной *(m-1)*–поверхности σ_{m-1} вида $y = f(x_1,\ldots, x_m)$, уравнения размноженного семейства определятся, как $y = f(x_1,\ldots, x_m, p)$, где *p* – параметр семейства Ω. Размножение же σ_{m-1} в семейство Ω может быть осуществлено различными способами.

Далее σ_{m-1} поверхности подвергаются вращению вокруг оси *Oy* на углы α^i, функционально зависящие от параметра *p*. В общем же это условие не является обязательным.

В процессе вращения *(m-1)*-поверхности σ переводится во множество поверхностей Θ_{m-1}, определяющих некоторую поверхность Φ, уравнение каркаса которой будет иметь вид:

$$\begin{cases} y = f'(\sqrt{(x_1 + \ldots + x_{m-1})^2 + x_m^2}) \\ x_m = kx_1 + \ldots + k\,x_{m-1} \end{cases}.$$

Задание однопараметрического множества векторов переноса:

$$r\{y(p^i), x_1(p^i), \ldots, x_m(p^i)\},$$

позволяет образующие σ поверхности Θ_{m-1} распределить в пространстве,

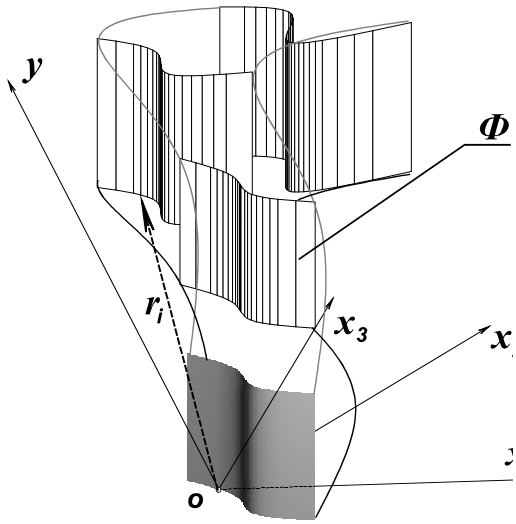

Рисунок 3

формируя гиперповерхность *Ф* заданных сечений, соответствующих по форме *(m-1)*-поверхностям исходного семейства *Ω*.

Получаемые по приведенной выше схеме поверхности *Ф*, по аналогии с трехмерным пространством, будем называть каркасными поверхностями зависимых сечений. В том смысле, что их плоские *m*–сечения по своей форме являются зависимыми по закону образования семейства *Ω* и что уравнения являются уравнениями каркаса сечений [2].

Частным случаем таких поверхностей, без выполнения поворотов, может быть гиперповерхность «плоско-параллельного переноса. В исследовательской практике, чаще всего, приходится иметь дело с плоскими графиками. Уравнение же непрерывного каркаса гиперповерхности (рисунок 4) определится как:

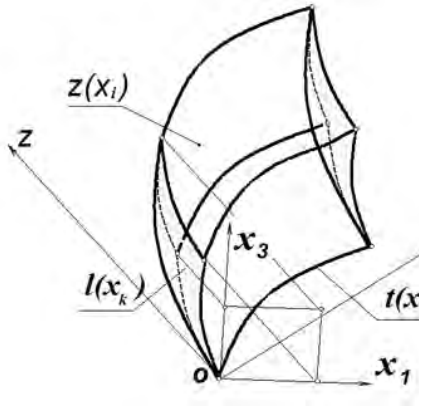

Рисунок 4

$$z(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) = \sum_{i=1}^{m} f_i(xi) - mz_0 ,$$

где $z = f_i(x_i)$, $i=1, \ldots, m$ – уравнения плоских графиков, n – число плоских графиков $(m = n - 1)$, z_0 – координата точки пересечения поверхностей на оси oZ.

Такой подход к построению математических моделей процессов, при незначительном объеме экспериментальных данных, позволяет значительно расширить класс зависимостей, используемых для их описания.

Предложенная схема конструирования каркасных поверхностей позволяет строить адекватные модели самых сложных процессов с использование кривых, полученных экспериментальным путем. Построенная таким образом модель позволяет решать, как задачи идентификации, так и экстраполяции. Уточнение исходных данных позволяет получать зависимости, как угодно близко приближающиеся к реальным [3].

Список литературы

*1. **Павлов, С.И**. Моделирование сложных систем в исследовании задач автоматизации технологии машиностроения: Автореф. дис. к.т.н. – Оренбург, 1995. – 16 с.*

*2. **Семагина, Ю.В.** Формирование геометрических моделей процесса термической обработки спеченных изделий с применением индукционного нагрева: Автореф. дис. к.т.н. – Москва, 2005. – 19 с.*

*3. **Шеннон, Р**. Имитационное моделирование систем - искусство и наука / Р. Шеннон. - М.: Мир, 1978 – 420 с. ISBN: 978-5-458-45798-9*