

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Острая О.В.

ГОУ ВО «Оренбургский государственный университет», г. Оренбург

Слово «Модель» происходит от латинского *modulus* – «мера, аналог, образец». Оно означает систему, исследование которой может дать информацию о какой-либо другой, более сложной системе. Моделирование, то есть построение моделей, применяется для того, чтобы получить некоторое упрощённое представление о реальном устройстве или природном явлении, о процессе, изучающемся в природе или технике. Моделирование как метод познания, так или иначе, интуитивно или осознанно, применялось человечеством еще на заре его развития. Например, на стенах древних храмов предков южно-американских индейцев исследователями обнаружены своеобразные графические модели мироздания. Учение о моделировании возникло в средние века. Выдающаяся роль в создании этого учения принадлежит гению эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452-1519). Гениальный русский полководец А.В. Суворов (1730—1800) перед атакой крепости Измаил тренировал солдат на модели измаильской крепостной стены, построенной специально в тылу.

Знаменитый русский механик-самоучка И.П. Кулибин (1735-1818) создал модель одноарочного деревянного моста через Неву, а также ряд металлических моделей мостов. Они были полностью технически обоснованы и получили высокую оценку Л. Эйлера и Д. Бернулли. К сожалению, ни один из этих мостов не был построен.

Широко известны работы Н.Н. Моисеева по моделированию систем управления. В частности, для проверки одного нового метода математического моделирования была создана математическая модель Синопского сражения – последнего сражения эпохи парусного флота. 18 (30) ноября 1853 г. в сражении у мыса Синоп русская эскадра под командованием адмирала П.С. Нахимова (1802-1855) разгромила главные силы турецкого флота. Моделирование с помощью вычислительной машины подтвердило, что Нахимов действовал безошибочно. Он так верно расставил корабли русской эскадры и нанес первый удар, что единственным спасением турок могло стать отступление. Они не отступили и были разгромлены.

Сложность и громоздкость технических объектов, которые могут изучаться методами моделирования, практически неограниченны. Во второй половине XX века работа всех крупных сооружений опробовалась на моделях. Имеются в виду модели плотин, каналов, крупнейших электростанций (Братской, Красноярской ГЭС), систем дальних электропередач, образцов военных систем и др.

Под *математическими моделями* понимаются основные закономерности и связи, присущие изучаемому явлению и представленные с помощью формул или уравнений, наборов правил или соглашений, выраженных в

математической форме. В современной науке математические модели являются одним из основных инструментов познания человеком явлений окружающего мира. Они использовались для описания изучаемых явлений в математике, механике, физике и других точных науках еще на ранних этапах развития разных областей естествознания и техники. Например, законы Ньютона полностью описывают движение планет вокруг Солнца. Используя основные законы механики, относительно нетрудно составить уравнения, описывающие движение космического аппарата, например, от Земли к Луне. Однако далеко не всегда возможно получить решение этих уравнений в виде простых выражений. Для расчета траекторий космических аппаратов служат компьютеры.

Применение компьютеров в математическом моделировании изменило само понятие «решить задачу». Ранее исследователь обходился созданием математической модели. Если априори полагалось, что эта модель адекватно описывает изучаемое явление, и удавалось доказать, что решение поставленной задачи в принципе существует, то этого было достаточно. Как правило, не существует простых формул, описывающих поведение модели. Тогда единственный путь решения задачи – свести его к вычислениям, к применению численных методов решения задач. В этом случае необходим конкретный алгоритм, указывающий последовательность вычислительных и логических операций, которые должны быть произведены для получения численного решения.

С алгоритмами связана вся история математики. Еще древнегреческим ученым были известны алгоритмы решения различных вычислительных задач, например, алгоритм вычисления числа "пи" с высокой точностью. Само слово "алгоритм" произошло от имени средневекового восточного ученого Аль-Хорезми (ок. 783-ок. 850), который впервые изложил порядок действий при решении алгебраических уравнений первой и второй степеней. Именно набор инструкций, описывающих порядок действий, выполняемых при решении той или иной задачи, мы называем алгоритмом.

В XVII в. И. Ньютон предложил эффективный численный метод решения алгебраических уравнений, а Л. Эйлер в XVIII в. – численный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Как известно, модифицированные методы И. Ньютона и Л. Эйлера и в наше время занимают почетное место в арсенале вычислительной математики. Ее предметом является выбор расчетной области и расчетных точек, в которых вычисляются характеристики моделируемого объекта, и правильная замена исходной математической модели ее аналогом, пригодным для расчета, т. е. некоторой дискретной моделью. Поскольку модели должны представлять изучаемые явления в необходимой полноте, понятно, что они становятся весьма сложными. В математические модели входят величины, подлежащие определению и зависящие от большого числа переменных и постоянных параметров.

Аппарат классической математической физики приспособлен для работы с линейными моделями. В этом случае сумма (суперпозиция) частных решений дифференциального уравнения также является его решением. Значит, отыскав частное решение уравнения для линейной модели, можно с помощью принципа суперпозиции получить и общее решение. На этом пути в традиционной математической физике были получены замечательные результаты. Однако она становится бессильной, если встречается с нелинейными моделями. Принцип суперпозиции здесь неприменим, и алгоритмов для построения общего решения не существует. Поэтому для нелинейных моделей получено немного окончательных теоретических результатов, в то время как модели реальных процессов, происходящих в природе и технике, оказываются именно нелинейными.

Методология математического моделирования кратко выражена триадой "модель – алгоритм – программа", сформулированной основоположником отечественного математического моделирования академиком А.А. Самарским (1919-2008). Школой А.А. Самарского была разработана технология «вычислительного эксперимента», предназначенная для изучения явлений окружающего мира, когда натурный эксперимент оказывается слишком дорогим и сложным.

Во многих важных областях исследований натурный эксперимент и вовсе невозможен, так как он либо запрещен (например, при изучении здоровья человека), либо слишком опасен (например, при изучении экологических явлений), либо просто неосуществим (например, при изучении астрофизических явлений).

Математическое моделирование с помощью компьютеров применяется не только для решения фундаментальных научных проблем, но и для разработки технологических процессов в промышленности – создание «вычислительных технологий». Для случаев, когда технологические процессы описываются с помощью хорошо известных математических моделей, для расчета которых уже есть эффективные вычислительные алгоритмы, разработаны пакеты прикладных программ, технология вычислительного эксперимента позволяет создавать новые программы и совершенствовать средства общения человека с компьютером.

Для исследования нелинейных процессов в микромире были разработаны соответствующие численные методы с применением компьютеров и компьютерных сетей (сетевых grid-технологий), ориентированные на решение задач физики элементарных частиц. Алгоритмы квантово-механических расчетов совершенствуются так же быстро, как и алгоритмы, применяющиеся в других областях вычислительной математики.

Биология остается преимущественно экспериментальной и описательной наукой, история математического моделирования биологических процессов насчитывает немногим более 20 лет, однако мы уже можем выделить немало биологических проблем, для решения которых определяющей методологией стал вычислительный эксперимент.

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент стали ведущими методологиями для изучения глобальных моделей процессов и явлений на Земле, например климата Земли. Проведение работ такого рода стимулировалось деятельностью Римского клуба, – международной общественной организации, которая объединяет представителей мировой политической, финансовой, культурной и научной элиты. Основной задачей этой организации является привлечение внимания мировой общественности к важнейшим проблемам человечества.

Первая глобальная модель была опубликована в 1971 г. американским специалистом по теории управления Д. Форрестером. Компьютерные игры, проведенные этим ученым с глобальной моделью, показали, что в середине XXI века человечество ждет кризис, к причинам которого относятся истощение природных ресурсов, падение численности населения и производства продуктов, усиливающееся загрязнение окружающей среды.

Другим примером глобального моделирования является моделирование «ядерной зимы», выполненное в ВЦ АН СССР В.В. Александровым и Г.Л. Стенчиковым под руководством академика Н.Н. Моисеева. Полученные ими результаты дали человечеству, в том числе политикам, неопровержимые аргументы против ядерной войны, даже так называемой «ограниченной ядерной войны».

История методологии математического моделирования убеждает: она может и должна быть интеллектуальным ядром информационных технологий, всего процесса информатизации общества.

Технические, экологические, экономические и иные системы, изучаемые современной наукой, уже не поддаются полноценному исследованию обычными теоретическими методами. Прямой натурный эксперимент над ними часто слишком дорог, дорог, опасен, или попросту невозможен. Цена ошибок и просчетов недопустимо высока. Поэтому математическое моделирование является неизбежной составляющей научно-технического прогресса.

Список литературы

1. Амосов, П.В. Математическое моделирование загрязнения подземных вод от потенциального объекта изоляции радиационно опасных материалов / П.В. Амосов, А.В. Наумов, Н.В. Новожилова // *Экологические системы и приборы*, 2008. – № 3. – С. 43-46.

2. Боголюбов, А.Н. Советская школа механики машин / А.Н. Боголюбов; *Акад. наук СССР*. – М.: Наука, 1975. – 176 с.

3. Голубева, Н.В. Математическое моделирование систем и процессов [Электронный ресурс] / Голубева Н.В. – Лань, 2013. – 192 с. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4862.

4. *История и методология естественных наук* / под ред. И.Г. Башмаковой, И.А. Тюлина; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Секция истории и методологии естествознания Ученого совета по естественным наукам. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1971. – 240 с.

5. Самарский, А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2005. – 316 с.

