

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Оренбургский государственный университет"

А.А.ЧАКАК

# **КУРС ФИЗИКИ**

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**

Рекомендовано к изданию Ученым советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Оренбургский государственный университет" в качестве учебного пособия для студентов факультета дистанционных образовательных технологий.

Оренбург 2006

УДК 537 (075.8)

ББК 22.33я 73

Ч 16

Рецензент:

доктор физико-математических наук, профессор Н.А.Манаков

**Чакак А.А.**

Ч 16

**Курс физики. Электричество и магнетизм: учебное пособие для студентов заочного отделения высших учебных заведений/ А.А. Чакак. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2006. – 268 с.**

Учебное пособие предназначено для самостоятельного изучения раздела общей физики «Электричество и магнетизм» студентами заочного отделения высших учебных заведений. Каждая глава пособия завершается контрольными вопросами, тестовыми заданиями с ответами и упражнениями для самоконтроля. В конце учебного пособия приведены контрольные экзаменационные тестовые задания, а также задания для выполнения контрольной работы. В приложении к пособию имеются справочные материалы по математике и общей физике, которые могут понадобиться при выполнении практических заданий.

Учебное пособие рекомендовано к изданию кафедрой общей физики ОГУ и может быть использовано студентами всех форм обучения для самостоятельной проверки своих знаний по данному разделу физики. Составитель Чакак А.А.

Ч 1604050000

ББК 22.33я 73

© Чакак А.А., 2006

© ГОУ ОГУ, 2006

## Содержание

Глава 1 Электрическое поле в вакууме.....	6
§ 1.1 Закон сохранения электрического заряда.....	6
§ 1.2 Закон Кулона.....	8
§ 1.3 Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля..	11
§ 1.4 Потенциал. Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля.....	15
§ 1.5 Электрический диполь.....	22
§ 1.6 Теорема Остроградского – Гаусса .....	25
Контрольные вопросы.....	29
Тесты.....	30
Упражнения для самоконтроля.....	35
Глава 2 Электрическое поле в диэлектриках.....	36
§ 2.7 Поляризация диэлектриков.....	36
§ 2.8 Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике.....	38
§ 2.9 Электрическое смещение. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.....	40
§ 2.10 Условия на границе раздела двух диэлектрических сред.....	42
§ 2.11 Сегнетоэлектрики.....	45
Контрольные вопросы.....	48
Тесты.....	49
Упражнения для самоконтроля.....	54
Глава 3 Энергия электрического поля.....	55
§ 3.12 Емкость.....	55
§ 3.13 Конденсаторы.....	56
§ 3.14 Соединение конденсаторов.....	58
§ 3.15 Энергия электрического поля.....	60
Контрольные вопросы.....	62
Тесты.....	62
Упражнения для самоконтроля.....	69
Глава 4 Постоянный электрический ток.....	70
§ 4.16 Электрический ток.....	70
§ 4.17 Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение.....	73
§ 4.18 Закон Ома. Сопротивление проводников.....	75
§ 4.19 Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.....	79
§ 4.20 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца.....	81
Контрольные вопросы.....	85
Тесты.....	85
Упражнения для самоконтроля.....	90
Глава 5 Магнитное поле.....	90
§ 5.21 Магнитное поле и его характеристики.....	90
§ 5.22 Закон Био-Савара-Лапласа.....	93
§ 5.23 Магнитное поле движущегося заряда .....	96
§ 5.24 Закон Ампера. Сила Лоренца.....	98

§ 5.25 Работа при перемещении контура с током в постоянном магнитном поле.....	101
Контрольные вопросы .....	104
Тесты.....	104
Упражнения для самоконтроля.....	110
Глава 6 Электромагнитная индукция.....	110
§ 6.26 Явление электромагнитной индукции.....	110
§ 6.27 Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея).....	112
§ 6.28 Генератор переменного тока .....	115
§ 6.29 Вихревые токи (токи Фуко).....	119
§ 6.30 Явление самоиндукции. Индуктивность.....	120
§ 6.31 Взаимная индукция.....	123
§ 6.32 Энергия магнитного поля.....	124
Контрольные вопросы.....	126
Тесты.....	127
Упражнения для самоконтроля.....	132
Глава 7 Магнитные свойства вещества.....	132
§ 7.33 Магнитные моменты электронов и атомов.....	133
§ 7.34 Диа- и парамагнетизм.....	136
§ 7.35 Намагничивание магнетика.....	137
§ 7.36 Циркуляция вектора магнитной индукции.....	141
§ 7.37 Условия на границе раздела двух магнетиков.....	144
§ 7.38 Ферромагнетизм.....	148
§ 7.39 О теории ферромагнетизма.....	151
Контрольные вопросы.....	153
Упражнения для самоконтроля.....	154
Глава 8 Уравнения Максвелла.....	155
§ 8.40 Вихревое электрическое поле.....	155
§ 8.41 Ток смещения.....	156
§ 8.42 Уравнения Максвелла для электромагнитного поля.....	160
Контрольные вопросы.....	164
Упражнения для самоконтроля.....	164
§ 43 Относительность электрического и магнитного полей .....	165
Глава 9 Электрические колебания.....	167
§ 9.44 Квазистационарные токи.....	167
§ 9.45 Колебательный контур.....	169
§ 9.46 Свободные затухающие колебания.....	175
§ 9.47 Вынужденные электрические колебания.....	179
§ 9.48 Мощность, выделяемая в цепи переменного тока .....	184
Контрольные вопросы.....	186
Тесты.....	187
Упражнения для самоконтроля.....	191
Глава 10 Контрольная работа .....	192
§ 10.1 Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ.....	193

§ 10.2 Контрольные задачи.....	194
Глава 11 Экзамены .....	204
§ 11. 1 Общие положения.....	204
§ 11. 2 Экзаменационные тестовые задания.....	205
Глава 12 Примеры решения задач.....	222
Литература, рекомендуемая для изучения физики.....	233
Список использованных источников.....	234
Приложение А.....	235
Приложение Б.....	236

# Глава 1 Электрическое поле в вакууме

## § 1.1 Закон сохранения электрического заряда

Еще в древности было обнаружено, что янтарь, потертый о шерсть, приобретает способность притягивать пылинки и ворсинки. Однако только в 1600 г. английский врач У. Гильберт подробно исследовал это явление и выяснил, что подобным свойством обладают и другие вещества. Тела, способные, подобно янтарю, после натирания притягивать легкие предметы, он назвал **наэлектризованными** (от греческого *electron* – янтарь). Теперь мы знаем, что на телах в таком состоянии имеются электрические заряды, т.е. они **заряжены**. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами.

Несмотря на огромное разнообразие веществ в природе, существуют только два рода электрических зарядов: 1) «**положительные**» - подобные тем, которые возникают на стекле, потертом о шелк, 2) «**отрицательные**» - подобные тем, которые возникают на эбоните, потертом о мех. Одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные – притягиваются. Существование двух родов зарядов открыл французский ученый Ш. Дюфе (1733).

Опытным путем в 1910–1914 г.г. американский физик Р. Милликен (1868–1953) показал, что **электрический заряд дискретен**, т. к. заряд  $q$  любого тела является кратным элементарному заряду  $e$  (наименьший встречающийся в природе электрический заряд называют **элементарным зарядом**):

$$q = \pm N \cdot e, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

Однако элементарный заряд настолько мал, что возможную величину макроскопических зарядов можно считать изменяющейся непрерывно. Так, например, электрон ( $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг) и протон ( $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг) являются, соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов. Электрон был открыт в 1897 г. английским физиком Дж. Томсоном. Протон был открыт в 1919 г. английским физиком Э. Резерфордом.

Согласно современным представлениям все вещества состоят из атомов, а каждый атом состоит из ядра и движущихся вокруг него электронов. Размер атома порядка  $10^{-10}$  м, а размер ядра порядка  $5 \cdot 10^{-15}$  м, т.е. отношение объема ядра к объему атома порядка  $10^{-13}$ . Ядро состоит из протонов и нейтронов. Атомный номер элемента  $Z$  в таблице Менделеева равен числу протонов. Общее число  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов в ядре называется массовым числом:  $A = Z + N$ . В нормальном состоянии атом имеет  $Z$  электронов, т.е. атом электрически нейтрален.

Первая последовательная теория электрических явлений была создана американским ученым Б. Франклином. В 1749 г. он высказал гипотезу, что оба рода электричества представляют собой избыток или недостаток «электрической жидкости». При натирании янтарной палочки мехом часть электрической

жидкости переходит к меху, порождая недостаток электричества на палочке. В его теории недостаток электрической жидкости определялся как отрицательное электричество, а избыток – как положительное. Величину избытка или недостатка электричества он назвал зарядом тела. Поэтому на янтаре возникает отрицательный заряд. Когда мы натираем стеклянную палочку, часть электричества переходит от шелка к стеклу, которое приобретает положительный заряд. После открытия электрона стало ясно, что именно электроны переходят от стеклянной палочки на шелк. Однако к этому времени представления, введенные Франклином, прочно утвердились в электротехнике. Для того чтобы не менять установившуюся терминологию и маркировку генераторов и моторов, пришлось приписать электронам отрицательный заряд. Мы по-прежнему говорим, что ток течет от шелка к стеклянной палочке.

Установив электрическую природу молнии, Франклин осуществил свое главное изобретение – молниеотвод или громоотвод. Штырь молниеотвода на здании не предотвращает удар молнии, а обеспечивает безопасный путь к земле для любой молнии, оказавшейся рядом со штырем. Проволока, соединяющая штырь с влажной землей, должна быть достаточно массивной, чтобы не сильно нагреваться при проскальзывании молнии. Штырь молниеотвода создает защитный конус с углом около  $60^{\circ}$  для всего находящегося под ним. Штырь не разряжает облака, которые обычно находятся гораздо выше. Не оказывает он никакого влияния на то, что молния может оборваться в какой-либо точке небосвода, хотя острый конец штыря и может создавать небольшое локализованное облако заряженного воздуха вокруг себя, увеличивая, таким образом, защищенную область.

Б. Франклин сформулировал фундаментальную гипотезу: при натирании стеклянной палочки шелком величина положительного заряда палочки в точности равна величине отрицательного заряда, переданного шелку. Полный заряд изолированной системы палочка – шелковая ткань остается равным нулю (изолированной или замкнутой называют систему, которая не обменивается заряженными частицами с другими системами). Таким образом, при электризации сумма зарядов двух тел не меняется, – электроны переходят от одного тела к другому.

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами (соприкосновением, трением, электростатической индукцией и т.д.), но всегда сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) – избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен фундаментальный закон природы, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем (1791–1867), – **закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма элек-

трических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы не происходили внутри этой системы.

Электрический заряд тела не зависит от выбора (инерциальной) системы отсчета, в которой он измеряется. Он инвариантен относительно перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой.

В 1729 г. англичанин С. Грей обнаружил, электричество может перемещаться по нити и другим телам, и ввел понятия проводник и изолятор (он же открыл явление электростатической индукции).

В зависимости от концентрации свободных зарядов все тела можно делить на проводники, диэлектрики и полупроводники. **Проводники** – тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему. Проводники делятся на две группы:

- проводники первого рода (металлы) – перенесение в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями;

- проводники второго рода (например, расплавленные соли, растворы кислот, щелочей, солей) – перемещение в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) сопровождается химическими превращениями.

**Диэлектрики** (например, стекло, пластмассы) – тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды. **Полупроводники** (например, германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Указанное деление тел является **весьма условным**, однако большое различие в них концентраций свободных зарядов обуславливает огромные качественные различия в их поведении и оправдывает деление тел на проводники, диэлектрики и полупроводники.

Единица заряда – **кулон** (Кл) – является производной единицей и определяется как заряд, проходящий за 1 с через сечение проводника при силе постоянного тока 1 А ( $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$ ). Определение ампера основано на законе магнитного взаимодействия токов и будет дано в § 5.24.

## § 1.2 Закон Кулона

Закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш. Кулоном (примерно за 11 лет до Кулона этот закон был получен Г. Кавендишем, однако его работа оставалась неизвестной в течение более 100 лет). К этому времени большинство ученых уже предполагали, что по аналогии с законом Всемирного тяготения сила взаимодействия зарядов должна быть обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Точность измерений Кулона была невысокой, но достаточной для того, чтобы показать правдоподобность закона обратных квадратов.

Для заряженных тел произвольных размеров такой закон в общей форме дать нельзя, так как сила взаимодействия протяженных тел зависит от их формы и взаимного расположения. Однако форма тел и их взаимная ориентация перестают сказываться, если размеры тел весьма малы по сравнению с расстоянием между ними. Под **точечным зарядом** в физике понимают протяженное за-



ряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других зарядов. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

С помощью крутильных весов Кулон измерял силу взаимодействия двух заряженных шариков в зависимости от величины зарядов на них и от расстояния между ними. При этом Кулону в своих опытах не было необходимости знать абсолютную величину зарядов на шариках. Он исходил из того, что при касании к заряженному шару точно такого же незаряженного шарика заряд распределяется между обоими шариками поровну. Таким образом, Кулон получал равные заряды или известные доли первоначальных зарядов на двух различных шарах.

**Закон Кулона:** сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна величинам зарядов  $q_1$  и  $q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $R$  между ними:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{R^2}, \quad (2.1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц,  $|q_1|$  и  $|q_2|$  – модули зарядов.

Сила  $\vec{F}$  (называемая кулоновской) направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Она соответствует притяжению в случае разноименных зарядов и отталкиванию в случае одноименных зарядов. Опытная проверка закона Кулона проводится в воздухе, так как влияние воздуха на силы взаимодействия очень мало и в большинстве случаев им можно пренебречь.

В векторной форме закон Кулона записывается:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{R_{12}^3} \vec{R}_{12}, \quad (2.2)$$

где  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая на заряд  $q_1$  со стороны заряда  $q_2$ ,  $\vec{R}_{12}$  – радиус-вектор, проведенный от заряда  $q_2$  к заряду  $q_1$ ,  $R = |\vec{R}_{12}|$ .

На заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  действует сила  $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ , т. е. взаимодействие электрических точечных зарядов удовлетворяет третьему закону Ньютона.

В СИ коэффициент пропорциональности равен  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , т.е.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{R^2}, \quad (2.3)$$

Величина  $\epsilon_0$  называется электрической постоянной; она относится к числу фундаментальных физических постоянных и равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$ , или

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad (2.4)$$

где **фарада** (Ф) – единица электрической емкости.

Тогда

$$k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}. \quad (2.5)$$

Опыт показывает, что сила взаимодействия двух данных зарядов не изменяется, если вблизи них поместить еще какие-либо заряды (принцип независимости действия сил). Если в окрестности заряда  $q$  помещены еще  $N$  зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , то результирующая сила  $\vec{F}$ , с которой действуют на  $q$  все  $N$  зарядов  $q_i$ , определяется формулой:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad (2.6)$$

где  $\vec{F}_i$  – сила, с которой действует на  $q$  заряд  $q_i$  в отсутствие остальных  $N-1$  зарядов.

Из формулы (2.6), выражающей **принцип суперпозиции для силы**, следует, что, зная закон взаимодействия между точечными зарядами, можно вычислить силу взаимодействия между зарядами, сосредоточенными на телах конечных размеров. Для этого нужно мысленно разбить каждое тело на столь малые кусочки с зарядом  $dq$ , чтобы их можно было считать точечными, вычислить по формуле (2.2) силу взаимодействия между зарядами  $dq$ , взятыми попарно, и затем произвести векторное сложение этих сил.

Иногда, когда заряженное тело конечных размеров нельзя принять за точечный заряд, необходимо знать распределение зарядов внутри тела. При этом для упрощения математических расчетов во многих случаях бывает удобно игнорировать тот факт, что заряды имеют дискретную структуру (электроны, ядра), и считать, что они «размазаны» определенным образом в пространстве. Другими словами, удобно заменить истинное распределение точечных дискретных зарядов фиктивным непрерывным распределением. Это позволяет значительно упрощать расчеты, не внося сколько-нибудь значительной ошибки. При переходе к непрерывному распределению вводят понятие **плотности зарядов – объемной**  $\rho$ , **поверхностной**  $\sigma$  и **линейной**  $\tau$ . По определению,

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad \sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \tau = \frac{dq}{dL}, \quad (2.7)$$

где  $dq$  – заряд, заключенный соответственно в объеме  $dV$ , на поверхности  $dS$  и на длине  $dL$ .

Опыты Кулона являются не единственным доказательством справедливости закона обратных квадратов. В настоящее время имеется большое количество других экспериментальных данных, показывающих, что закон Кулона вы-

полняется очень точно как для очень больших, так и для очень малых расстояний. В частности, исследования атомных явлений позволяет заключить, что он справедлив, по крайней мере, вплоть до расстояний порядка  $10^{-15}$  м.

### § 1.3 Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

При исследовании взаимодействия электрических зарядов, естественно возникают вопросы: почему появляются силы, действующие на заряды, как они передаются от одного заряда к другому, возникают ли силы только при наличии двух зарядов, происходят ли какие-либо изменения в окружающем пространстве при наличии только одного заряда?

В процессе развития физики существовали два противоположных подхода к ответу на поставленные вопросы. При одном из них предполагалось, что телам присуще свойство действовать на другие тела на расстоянии, без участия промежуточных тел и среды, т.е. предполагалось, что силы могут передаваться от одного тела к другому через пустоту и притом мгновенно (**теории дальнего действия**). С этой точки зрения при наличии только одного заряда никаких изменений в окружающем пространстве не происходит.

Согласно второму взгляду силовые взаимодействия между разобращенными телами могут передаваться только при наличии какой-либо среды, окружающей эти тела, последовательно от одной части этой среды к другой, и с конечной скоростью (**теории ближнего действия**); даже при наличии только одного заряда в окружающем пространстве происходят определенные изменения.

Современная физика подтверждает теорию ближнего действия и отвергает теорию дальнего действия.

Таким образом, для понимания происхождения и передачи сил, действующих между покоящимися зарядами, необходимо допустить наличие между зарядами какого-то физического агента, осуществляющего это взаимодействие. Этим агентом и является **электрическое поле**. Когда в каком-либо месте появляется электрический заряд, то вокруг него возникает электрическое поле. Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.

Рассматривая взаимодействие покоящихся зарядов, мы приходим к понятию электрического поля. Подобным же образом, рассматривая магнитное взаимодействие движущихся зарядов (токов) или постоянных магнитов, мы приходим к понятию магнитного поля. В следующем разделе мы увидим, что электрические и магнитные поля могут превращаться друг в друга и что каждое из них есть частный случай **электромагнитного поля**.

Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются **электростатическими**. В дальнейших рассуждениях для упрощения терминологии электростатическое поле будем называть электрическим, если это несущественно при пояснении приведенных явлений.

Для количественной характеристики электрического поля служит специальная физическая величина – **напряженность электрического поля** (напряженность электростатического поля).

Для обнаружения и опытного исследования электрического поля используется **пробный заряд** – точечный очень малый по величине положительный заряд, не искажающий исследуемое поле (не вызывающий перераспределения зарядов, создающих поле). Если в поле, создаваемое зарядом  $q$ , поместить пробный заряд  $q_{пр}$ , то на последний действует сила  $\vec{F}$ , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона, пропорциональна пробному заряду  $q_{пр}$ . Поэтому отношение  $\vec{F}/q_{пр}$  не зависит от  $q_{пр}$  и характеризует электрическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется напряженностью и является силовой характеристикой электростатического поля.

Итак, **напряженность электростатического поля** в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \vec{F}/q. \quad (3.1)$$

Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля. Если поле создается положительным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен к заряду (см. рисунок 1).

Пользуясь законом Кулона в векторной форме, мы можем написать выражение для напряженности электрического поля точечного заряда в вакууме форме:

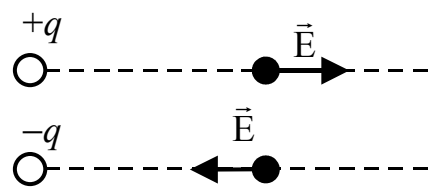


Рисунок 1

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} \vec{R}, \quad (3.2)$$

где  $R$  – расстояние от заряда до рассматриваемой точки поля, а  $\vec{R}$  – радиус-вектор, направленный от заряда в данную точку.

В скалярной форме выражение (3.2) имеет вид:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}. \quad (3.3)$$

Из выражения (3.3) видно, что напряженность поля точечного заряда убывает обратно пропорционально квадрату расстоянию от заряда.

Из (3.1) следует, что если известна напряженность поля в какой-либо точке, то тем самым определена и сила, действующая на электрический заряд, помещенный в эту точку. А именно:

$$\vec{F} = q \vec{E}. \quad (3.4)$$

Из формулы (3.1) следует, что единица напряженности электростатического поля – ньютон на кулон (Н/Кл). 1 Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) – единица потенциала электростатического поля (см. § 1.4).

Для описания электрического поля нужно задать вектор напряженности  $\vec{E}$  в каждой точке поля. Это можно сделать аналитически, выражая зависимость вектора напряженности поля от координат в виде формул. Совокупность этих векторов образует поле вектора напряженности электрического поля. Другой способ описания электрического поля – графический: с помощью **линий напряженности (силовых линий)** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$  (см. рисунок 2). Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой точке пространства вектор напряженности имеет вполне определенное направление, то линии напряженности нигде не пересекаются. При этом силовую линию можно провести через всякую точку поля. Для **однородного поля** (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

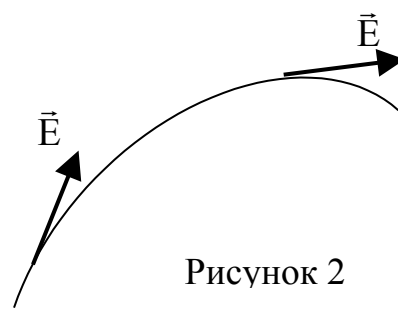


Рисунок 2

Чтобы при помощи силовых линий изображать не только направление, но и величину напряженности поля, условились на графиках поля проводить силовые линии с такой густотой, чтобы число силовых линий, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярной к силовым линиям, было пропорционально модулю вектора  $\vec{E}$  в данном месте.

Линии  $\vec{E}$  поля точечного заряда представляют собой совокупность радиальных прямых, направленных от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен (рисунок 3, случаи а) и б), соответственно). Силовые линии начинаются и заканчиваются лишь на зарядах либо уходят в бесконечность.

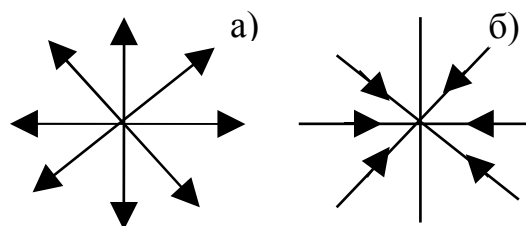


Рисунок 3

По картине распределения силовых линий можно судить о конфигурации данного электрического поля, т.е. о направлении и модуле вектора  $\vec{E}$  в разных точках поля. Вследствие большой наглядности графический способ представления электрического поля широко применяется в электротехнике.

Отметим в заключение, что **силовые линии перпендикулярны к поверхности металлических проводников**. Это и понятно. Если бы напряженность поля

была не перпендикулярна к поверхности проводника, то существовала составляющая поля, направленная вдоль поверхности. Под действием этой составляющей электроны проводимости пришли бы в движение вдоль этой поверхности, и мы не имели бы равновесия электрических зарядов.

Опыт показывает, что напряженность поля системы точечных неподвижных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i \vec{R}_i}{R_i^3}. \quad (3.5)$$

Формула (3.5) выражает **принцип суперпозиции (наложения) электрических полей**. Принцип суперпозиции позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.

Введем понятие потока вектора напряженности электрического поля. Рассмотрим в однородном электрическом поле элементарную плоскую поверхность  $dS$  и выберем определенное направление нормали  $\vec{n}$  к ней (рисунок 4).

Величину

$$d\Phi = E_n \cdot dS = E \cdot dS \cdot \cos\alpha = \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (3.6)$$

называют **поток вектора напряженности** через площадку  $dS$ . Здесь через  $E_n$  обозначена проекция вектора  $\vec{E}$  на направление нормали  $\vec{n}$ ,  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке,  $\alpha$  – угол между  $\vec{E}$  и  $\vec{n}$ . Выбор направления вектора  $\vec{n}$  (а, следовательно, и  $d\vec{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону.

Единица потока вектора напряженности электростатического поля – 1 В·м.

Если поле неоднородно и поверхность, через которую определяется поток, не является плоской, то эту поверхность можно разбить на бесконечно малые элементы  $dS$  и каждый элемент считать плоским, а поле возле него – однородным. Поэтому для любого электрического поля поток вектора напряженности электрического поля есть  $d\Phi = E_n \cdot dS$ . Полный поток вектора  $\vec{E}$  через любую поверхность  $S$  в любом неоднородном электрическом поле равен:

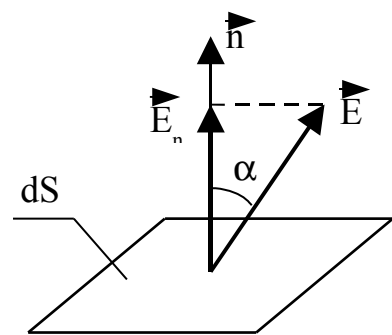


Рисунок 4

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n \cdot dS. \quad (3.7)$$

Поток вектора  $\vec{E}$  является алгебраической величиной: зависит не только от конфигурации поля  $\vec{E}$ , но и от выбора направления  $\vec{n}$ . Для замкнутых по-

верхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

### § 1.4 Потенциал. Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля

Для понимания свойств электрического поля большое значение имеет понятие разности потенциалов или электрического напряжения. К этому понятию мы приходим, рассматривая работу сил электрического поля.

поле, создаваемое неподвижным точечным зарядом  $q_1$ . Рассмотрим заряд  $q_2$ , который перемещается из точки 1 в точку 2. Так как на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  действует кулоновская сила отталкивания, то для перемещения заряда  $q_2$  необходимо совершить работу.

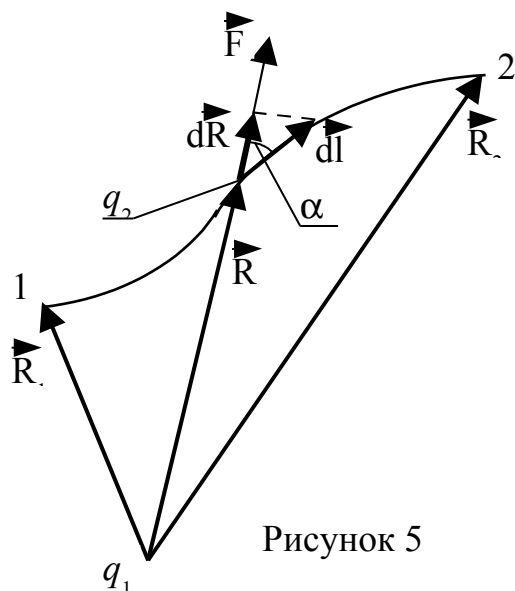


Рисунок 5

Рассмотрим электрическое поле, создаваемое неподвижным точечным зарядом  $q_1$ . Предположим, что электрический заряд  $q_2$  перемещается из некоторой точки 1 в другую точку 2 (см. рисунок 5). Так как на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  действует кулоновская сила отталкивания, то для перемещения заряда  $q_2$  необходимо совершить работу.

Обозначим через  $d\vec{l}$  – элементарное перемещение заряда  $q_2$  на некотором участке траектории,  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  – радиус-векторы, проведенные от заряда  $q_1$  к начальной 1 и конечной 2 точкам траектории перемещения  $q_2$ ,  $\alpha$  – угол между кулоновской силой  $\vec{F}$  и перемещением  $d\vec{l}$  в произвольной точке траектории с радиус-вектором  $\vec{R}$ ,  $d\vec{l} \cdot \cos\alpha = dR$  – приращение модуля радиус-вектора.

Запишем выражение для элементарной работы перемещения заряда  $q_2$  с учетом, что кулоновская сила взаимодействия зарядов определяется соотношением (2.3):

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos\alpha = F \cdot dR = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \cdot dR. \quad (4.1)$$

Работа, совершаемая силами поля над зарядом  $q_2$  при перемещении из точки 1 в точку 2 равна:

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} dA = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.2)$$

Как видно из (4.2), работа  $A_{12}$  не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно,

электростатическое поле точечного заряда является **потенциальным**, а электростатические силы – **консервативными**.

Из (4.2) следует, что работа перемещения заряда в электростатическом поле по любой замкнутой траектории равна нулю (в этом случае начальная и конечные точки совпадают и  $R_1=R_2$ ):

$$\oint_L dA = 0. \quad (4.3)$$

Согласно (3.4) на заряд  $q_2$  в электрическом поле напряженностью  $\vec{E}$  действует сила  $\vec{F}=q_2\vec{E}$ . Тогда в соответствии с (4.1) элементарная работа равна:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_2 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_2 \cdot E \cdot dl \cdot \cos\alpha = q_2 \cdot E_1 \cdot dl, \quad (4.4)$$

где  $E_1$  – проекция вектора напряженности на направление перемещения. Так как в (4.4) множитель  $q_2 \neq 0$ , выражение (4.3) примет вид:

$$\oint_L E_1 \cdot dl = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (4.5)$$

Интеграл (4.5) называют **циркуляцией вектора  $\vec{E}$**  по замкнутому контуру  $L$ . Из (4.5) следует, что циркуляция вектора  $\vec{E}$  электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю (это условие выражает суть **теоремы о циркуляции вектора  $\vec{E}$** ). Из обращения в нуль циркуляции вектора  $\vec{E}$  следует, что силовые линии не могут быть замкнутыми, они начинаются и заканчиваются на зарядах или уходят в бесконечность.

Тело, находящееся в потенциальном силовом поле (а электростатическое поле является потенциальным), обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Как известно, работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Поэтому работу (4.2) сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд  $q_2$  в начальной и конечной точках поля, создаваемого зарядом  $q_1$ :

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} dA = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = W_1 - W_2. \quad (4.6)$$

Из анализа выражения (4.6) приходим к следующему соотношению для **потенциальной энергии заряда  $q_2$  в поле заряда  $q_1$** :

$$W = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R} + \text{const.}$$



Значение константы в выражении потенциальной энергии обычно выбирается таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность (т.е. при  $R \rightarrow \infty$ ) потенциальная энергия обращалась в нуль. При этом условии получается, что потенциальная энергия равна

$$W = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R}. \quad (4.7)$$

Для одноименных зарядов  $q_1 q_2 > 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия положительна, для разноименных зарядов  $q_1 q_2 < 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия отрицательна.

Воспользуемся зарядом  $q_2$  в качестве пробного заряда для исследования поля ( $q_{пр} = q_2$ ). Согласно (4.7) потенциальная энергия, которой обладает пробный заряд, зависит не только от его величины  $q_2$ , но и от величин  $q_1$  и  $R$ , определяющих поле. Следовательно, эта энергия может быть использована для описания поля подобно тому, как была использована для этой цели сила, действующая на пробный заряд.

Разные пробные заряды  $q_2'$ ,  $q_2''$  и т.д. будут обладать в одной и той же точке поля различной энергией  $W'$ ,  $W''$  и т.д. Однако отношение  $W/q_2$ , как видно из (4.7), будет для всех зарядов одним и тем же. Величина

$$\varphi = \frac{W}{q_2} \quad (4.8)$$

называется **потенциалом поля** в данной точке и используется наряду с напряженностью поля  $\vec{E}$  для описания электрических полей.

Из (4.8) следует, что потенциал численно равен потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке поля. Подставив в (4.8) значение потенциальной энергии (4.7), получим следующее выражение для **потенциала  $\varphi$  поля точечного заряда  $q = q_1$**  (индекс 1 в произвольном случае можно опустить):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1}{R} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R}. \quad (4.9)$$

Если поле создается системой  $N$  точечных зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , то работа электростатических сил, совершаемая над пробным зарядом равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия  $W$  пробного заряда  $q_{пр}$ , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий  $W_i$ , создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = q_{\text{пр}} \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q_i}{R_i} \right).$$

Отсюда следует, что

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{R_i}. \quad (4.10)$$

Сопоставление (4.10) и (4.9) приводит к заключению, что **потенциал поля, создаваемого системой неподвижных точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности в данной точке, т.е.**

$$\varphi = \sum \varphi_i. \quad (4.11)$$

Выражение (4.11) определяет **принцип суперпозиции для потенциала электрического поля**. В то время как напряженности поля складываются при наложении полей векторно, потенциалы складываются алгебраически. По этой причине вычисление потенциалов оказывается обычно гораздо проще, чем вычисление напряженностей электрического поля.

Из формулы (4.8) вытекает, что заряд  $q$ , находящийся в точке с потенциалом  $\varphi$ , обладает потенциальной энергией

$$W = q\varphi. \quad (4.12)$$

Следовательно, работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q$  из точки 1 в точку 2, может быть выражена через разность потенциалов:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (4.13)$$

Таким образом, работа, совершаемая силами поля над зарядом, равна произведению величины перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Из сказанного следует, что физический смысл имеет только **разность потенциалов** или **напряжение** между двумя точками поля, так как работа определена только тогда, когда заданы две точки – начало и конец пути. Несмотря на это часто говорят просто о потенциале в данной точке, но всегда имеют в виду, разность потенциалов, подразумевая, что одна из точек выбрана заранее. Такую постоянную точку часто выбирают в «бесконечности», т.е. на достаточном удалении от всех заряженных тел, где потенциал по условию равен нулю.

Если заряд  $q$  удаляется из точки с потенциалом  $\varphi$  на бесконечность, работа сил поля будет равна:

$$A_{\infty} = q\varphi. \quad (4.14)$$

Отсюда следует, что  $\varphi = A_{\infty} / q$ , т.е. **потенциал** численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Из выражения (4.8) определяется единица потенциала – **вольт** (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная в § 1.3 единица напряженности электростатического поля действительно равна 1 В/м:  $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}/(\text{Кл}\cdot\text{м}) = 1 \text{ Дж}/(\text{Кл}\cdot\text{м}) = 1 \text{ В/м}$ .

В физике часто пользуются внесистемной единицей энергии и работы, называемой **электронвольт** (эВ). Это такая энергия, которую приобретает частица с зарядом, равным элементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, пробегая в вакууме разность потенциалов (напряжение) 1 В:

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}. \quad (4.15)$$

В электронвольтах обычно выражают энергию различных элементарных частиц (электронов, протонов и др.). При этом применяют также более крупные единицы:

$$\begin{aligned} 1 \text{ кэВ (килоэлектронвольт)} &= 10^3 \text{ эВ}, \\ 1 \text{ МэВ (мегаэлектронвольт)} &= 10^6 \text{ эВ}, \\ 1 \text{ ГэВ (гигаэлектронвольт)} &= 10^9 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Если известно распределение потенциала, т.е. его значение в каждой точке поля, то можно найти и напряженность этого поля в каждой точке.

Рассмотрим в однородном электрическом поле две точки 1 и 2 и предположим, что единичный положительный заряд ( $q=+1$ ) переходит из точки 1 в точку 2 вдоль отрезка прямой  $\Delta \vec{l}$  (рисунок 6). Работу электрических сил  $A_{12}$  при этом перемещении можно выразить через напряженность поля (см. (4.4)):

$$A_{12} = q \cdot E_1 \cdot \Delta l = E_1 \cdot \Delta l,$$

где  $E_1$  – проекция вектора напряженности  $\vec{E}$  на направление перемещения  $\Delta \vec{l}$ .

С другой стороны, ту же работу перемещения единичного положительного заряда можно выразить через разность потенциалов точек 1 и 2 (см. (4.13)):

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Сравнивая оба выражения для работы, заключаем, что:

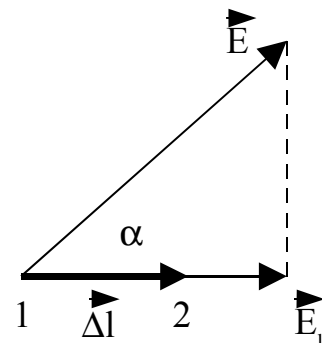


Рисунок 6

$$E_1 \cdot \Delta l = \varphi_1 - \varphi_2.$$

В последнем соотношении разность потенциалов поменяем на приращение потенциала, т.е. на  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -(\varphi_1 - \varphi_2)$ , и получаем для напряженности электрического поля выражение:

$$E_1 = - \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \quad (4.16)$$

В общем случае неоднородного поля обе точки 1 и 2 нужно выбирать достаточно близко друг от друга, строго говоря, бесконечно близко, чтобы считать напряженность поля на отрезке  $\Delta l$  постоянной. Переходя в (4.16) к пределу при  $\Delta l \rightarrow 0$ , получим:

$$E_1 = - \frac{d\varphi}{dl}. \quad (4.17)$$

Производная, стоящая в правой части равенства (4.17), выражает быстроту изменения потенциала в данном направлении. Из этого равенства мы заключаем, что быстрота изменения потенциала в данном направлении равна проекции вектора напряженности  $\vec{E}$  на это направление с обратным знаком. Знак “-” означает, что вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону убывания потенциала  $\varphi$ . Равенство (4.17) устанавливает **связь между напряженностью электростатического поля (являющейся его силовой характеристикой) и потенциалом** – энергетической характеристикой поля.

Из соотношения (4.17) можно получить выражение для работы перемещения единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2, т.е. для разности потенциалов любых двух точек 1 и 2:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_1 dl, \quad (4.18)$$

где интегрирование производится вдоль любого контура  $L$ , соединяющего рассматриваемые точки, в направлении от точки 1 к точке 2.

Если в электрическом поле перемещается не единичный заряд, а заряд величины  $q$ , то в каждой точке сила, действующая на заряд, увеличится в  $q$  раз. Поэтому работа  $A_{12}$ , совершаемая силами поля при перемещении заряда  $q$  из точки 1 в точку 2, равна

$$A_{12} = qU_{12}, \quad (4.19)$$

где величину  $U_{12}$  часто называют напряжением между точками 1 и 2.

Из (4.19) следует, что работа определяется только через **разность потенциалов** или **напряжение** между двумя точками поля, т.е. работа определена только тогда, когда заданы две точки – начало и конец пути. Несмотря на это, часто говорят просто о потенциале или напряжении в данной точке, но всегда имеют в виду разность потенциалов, подразумевая, что одна из точек выбрана заранее. Такую постоянную точку часто выбирают «в бесконечности», т.е. на достаточном удалении от всех заряженных тел.

**Преимущество** использования потенциала для описания электрического поля заключается в том, что

- рассчитать распределение потенциала в пространстве значительно легче, чем распределение вектора напряженности,
- зная значения потенциала в двух точках по формуле (4.13) можно найти работу перемещения заряда между этими точками,
- зная распределение потенциала в пространстве, можно легко рассчитать напряженность поля в любой точке пространства,
- есть простые в исполнении приборы для измерения разности потенциалов (напряжения).

Для графического представления электрического поля удобно использовать так называемые **эквипотенциальные поверхности** или **поверхности равного потенциала**. Эквипотенциальная поверхность есть такая поверхность, на которой потенциал остается постоянным. Он может меняться только при переходе от одной эквипотенциальной поверхности к другой. Пользуясь эквипотенциальными поверхностями, можно изображать электрические поля графически, подобно тому, как это делают с помощью силовых линий. Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают эквипотенциальные линии. Прочерчивая эквипотенциальные линии, соответствующие различным значениям потенциала, мы получаем наглядное представление о том, как изменяется потенциал в данном поле.

Силовые линии всегда перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности равна нулю, т. е. электростатические силы, действующие на заряд, всегда направлены по нормальям к эквипотенциальным поверхностям. Следовательно, вектор  $\vec{E}$  всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям, а поэтому линии вектора  $\vec{E}$  ортогональны этим поверхностям.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

Таким образом, зная расположение линий напряженности электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно всегда построить силовые линии данного поля. Поэтому любое электрическое поле можно графически изобразить при помощи эквипотенциальных поверхностей так же хорошо, как и при помощи силовых линий. На рисунке 7 для примера показан вид линий напряженности (сплошные линии) и эквипотенциальных поверхностей (пунктирные линии) поля двух разноименно заряженных металлических шаров.

В отсутствие электрического тока все точки проводника имеют одинаковый потенциал. Это значит, что в отсутствие тока поверхность проводника есть одна из его эквипотенциальных поверхностей и вектор напряженности электрического поля

направлен нормально к его поверхности. Отсюда следует, что для перемещения какого-либо заряда из любой точки проводника в любую другую его точку не требуется никакой работы, т.е. разность потенциалов любых двух точек внутри проводника равна нулю. При этом заряды в проводнике находятся в равновесии, и напряженность поля внутри проводника равна нулю, т.е.  $\vec{E}=0$ .

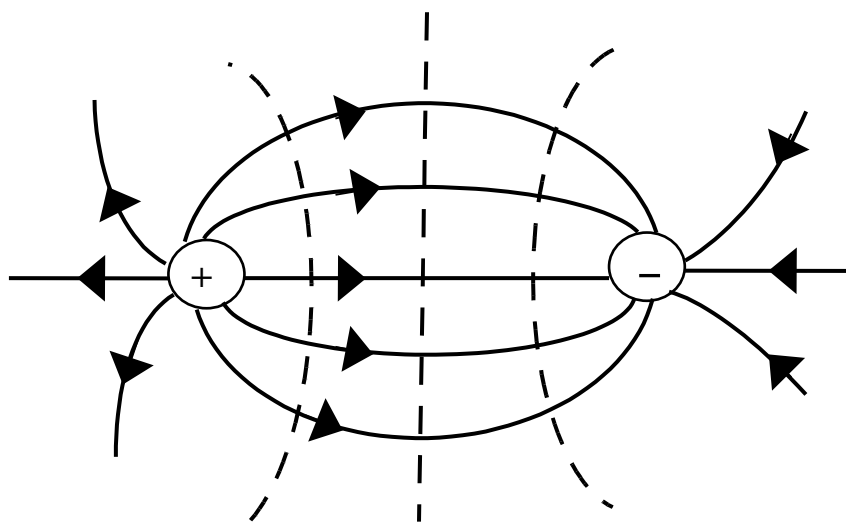


Рисунок 7

направлен нормально к его поверхности. Отсюда следует, что для перемещения какого-либо заряда из любой точки проводника в любую другую его точку не требуется никакой работы, т.е. разность потенциалов любых двух точек внутри проводника равна нулю. При этом заряды в проводнике находятся в равновесии, и напряженность поля внутри проводника равна нулю, т.е.  $\vec{E}=0$ .

### § 1.5 Электрический диполь

**Электрический диполь** – система двух одинаковых по модулю разноименных точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , находящихся на некотором расстоянии  $l$  друг от друга. Когда говорят о поле диполя, то полагают, что расстояние  $R$  от диполя до интересующих нас точек поля значительно больше  $l$  ( $R \gg l$ ) и поэтому считают диполь точечным.

С электрическими диполями нам приходится встречаться весьма часто. Небольшое проводящее тело в электрическом поле можно приближенно рассматривать как диполь, так как на его концах возникают индукционные заряды, равные по величине и разноименные по знаку. Подобные же заряды возникают и на диэлек-

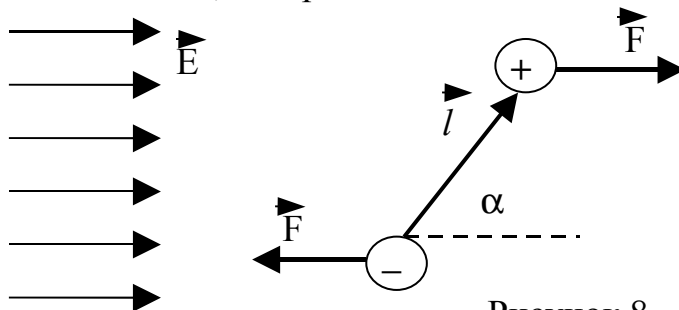


Рисунок 8

трических тел. Подобные же заряды возникают и на диэлек-

триках, и поэтому небольшое диэлектрическое тело в электрическом поле также можно рассматривать как диполь. Наконец, многие молекулы построены из положительных и отрицательных ионов, центры которых смещены друг относительно друга. Такие молекулы можно считать во многих случаях электрическими диполями.

Найдем силы, действующие на диполь в однородном электрическом поле (рисунок 8). На концы диполя действуют равные по величине силы  $F = qE$ , где  $E$  – напряженность поля. Эти силы направлены в противоположные стороны и образуют пару сил. Момент  $M$  этой пары равен:

$$M = F \cdot l \cdot \sin\alpha = qE \cdot l \cdot \sin\alpha, \quad (5.1)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{l}$  и напряженностью  $\vec{E}$ .

Мы видим, что величина момента пары сил зависит от произведения заряда  $q$  на длину диполя  $l$ . Это произведение называют моментом диполя. **Момент диполя**  $\vec{p}$  есть вектор, равный

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (5.2)$$

Электрический момент диполя  $\vec{p}$  направлен так же, как и **плечо диполя**  $\vec{l}$ , т.е. от отрицательного заряда к положительному. Единица измерения момента электрического диполя есть кулон·метр (Кл·м).

Пользуясь понятием момента диполя, можно написать выражение для момента пары сил, действующей на диполь, в виде

$$M = pE \cdot \sin\alpha. \quad (5.3)$$

Направление момента этой пары  $\vec{M}$  совпадает с направлением оси вращения диполя, т.е. перпендикулярно к  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$ , и выражается векторным уравнением:

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}]. \quad (5.4)$$

Момент сил (5.4) стремится повернуть диполь так, чтобы его электрический момент  $\vec{p}$  установился по направлению поля.

В случае нахождения диполя в **неоднородном электрическом поле** силы, действующие на концы диполя, уже неодинаковы, и поэтому их результирующая сила не равна нулю. В неоднородном электрическом поле на диполь действует результирующая сила, стремящаяся передвинуть диполь в область поля с большей напряженностью.

Прямая, проходящая через заряды диполя, называется **осью диполя**. Вычислим сначала потенциал, а затем напряженность поля диполя. Это поле обладает осевой симметрией. Поэтому картина поля в любой плоскости, проходящей через ось диполя, будет одной и той же, причем вектор  $\vec{E}$  лежит в этой плоскости.

Согласно (4.9) потенциал поля диполя в точке А (рисунок 9а) определяется как

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{R_2} - \frac{q}{R_1} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(R_1 - R_2)}{R_1 R_2}. \quad (5.5)$$

Так как  $R_1$  и  $R_2$  много больше  $l$ , то можно считать  $R_1 R_2 = R^2$ , где  $R$  – расстояние от точки А до диполя (диполь точечный!). Из рисунка 9а видно, что  $R_1 - R_2 = l \cos \vartheta$ . С учетом этого выражение (5.5) примет вид

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \vartheta}{R^2}, \quad (5.6)$$

где  $p = ql$  – электрический момент диполя.

Из формулы (5.6) видно, что поле диполя зависит от его электрического момента  $\vec{p}$ . Как мы отметили в уравнении (5.4) поведение диполя во внешнем поле также зависит от  $\vec{p}$ . Следовательно,  $\vec{p}$  является важной характеристикой диполя. Следует также обратить внимание на то, что потенциал поля диполя убывает с расстоянием  $R$  быстрее, чем потенциал поля точечного заряда ( $1/R^2$  вместо  $1/R$ ).

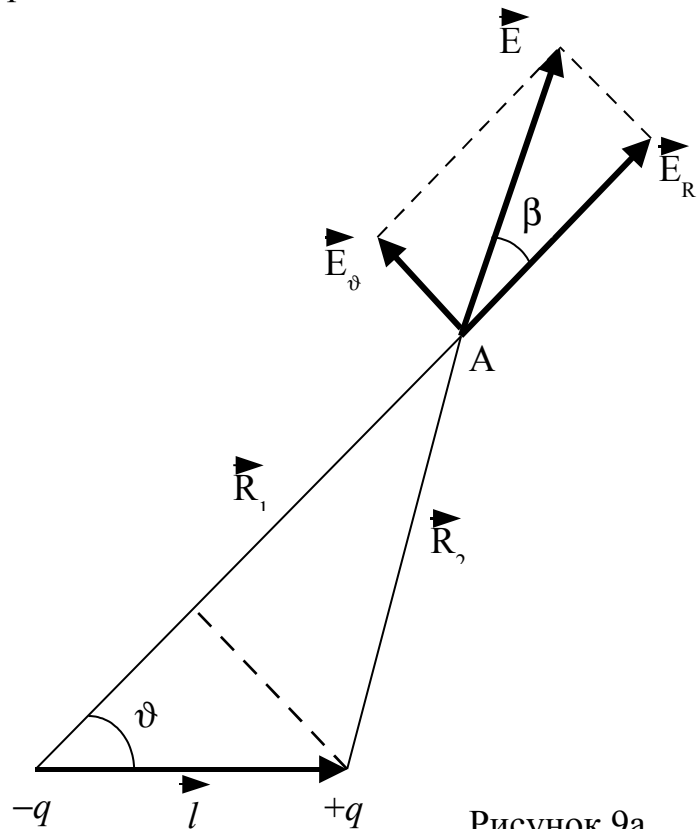


Рисунок 9а

Чтобы найти напряженность электрического поля диполя, вычислим по формуле (4.17) проекции вектора  $\vec{E}$  на два взаимно перпендикулярных направления. Одно из них определяется движением точки, вызванном изменением расстояния  $R$  (при фиксированном  $\vartheta$ ), второе – движением точки, обусловленным изменением угла  $\vartheta$  (при фиксированном  $R$ ; см. рисунок 9а). Первая проекция получается путем дифференцирования выражения (5.6) по  $R$ :

$$E_R = - \frac{\partial \varphi}{\partial R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos \vartheta}{R^3}. \quad (5.7)$$

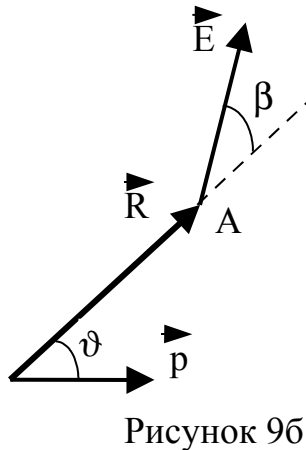
Вторая проекция равна

$$E_\vartheta = - \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin \vartheta}{R^3}. \quad (5.8)$$



Как видно из рисунка 9а модуль вектора  $\vec{E}$  равен:

$$E = \sqrt{E_R^2 + E_\vartheta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{R^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\vartheta}. \quad (5.9)$$



Как следует из выражения (5.9), напряженность поля диполя убывает с расстоянием от диполя как  $1/R^3$ , т.е. быстрее, чем напряженность поля точечного заряда (убывающая как  $1/R^2$ ). Ориентацию вектора напряженности  $\vec{E}$  поля диполя в произвольной точке А пространства (см. рисунки 9а и 9б) характеризует угол  $\beta$  между радиус-вектором  $\vec{R}$  от диполя к выбранной точке и напряженностью  $\vec{E}$ . Поделив почленно соотношения (5.8) и (5.7) друг на друга имеем:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{2} \operatorname{tg}\vartheta. \quad (5.10)$$

Диполь с электрическим моментом  $\vec{p}$  во внешнем электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  обладает потенциальной энергией (см. рисунок 8):

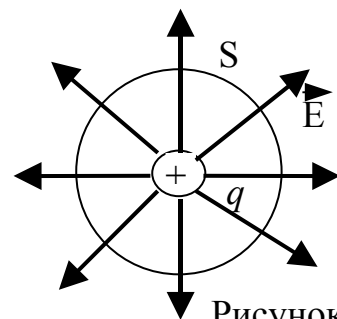
$$W = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cdot \cos\alpha. \quad (5.11)$$

Нужно отметить, что это выражение не учитывает энергию взаимодействия зарядов  $+q$  и  $-q$ , образующих диполь.

### § 1.6 Теорема Остроградского – Гаусса

Вычисление напряженности электрического поля во многих случаях сильно упрощается применением теоремы, которая была установлена М.В. Остроградским в виде некоторой общей математической теоремы и К. Гауссом – применительно к случаю электрического поля.

Рассмотрим точечный положительный заряд  $q$  и в соответствии с формулами (3.6) и (3.7) вычислим поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность  $S$  (рисунок 10), окружающую этот заряд и имеющую центр в точке нахождения заряда. За положительное направление нормали выберем направление внешней нормали. В этом случае напряженность поля  $E$  во всех точках сферической поверхности одинакова (см. уравнение (3.3)), а  $\cos\alpha = 1$ . Тогда поток вектора напряженности через сферическую поверхность (с учетом того, что площадь поверхности  $S$  сферы радиуса  $R$  равен  $S = 4\pi R^2$ ):



$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cdot dS \cdot \cos \alpha = \oint_S E \cdot dS = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot \oint_S dS = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (6.1)$$

где  $\alpha$  – угол между нормалью  $\vec{n}$  и вектором напряженности  $\vec{E}$  в данной точке сферической поверхности.

Полученный результат справедлив не только для сферической поверхности, но и для любой замкнутой поверхности и для любого произвольного расположения заряда  $q$  внутри поверхности. Если под  $q$  подразумевать алгебраическую сумму всех зарядов внутри поверхности, то выражение (6.1) примет вид

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i. \quad (6.2)$$

Формула (6.2) выражает суть **теоремы Остроградского – Гаусса**: поток вектора напряженности электрического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную  $\epsilon_0$ .

При доказательстве этой теоремы мы исходили из закона Кулона, и потому она есть следствие этого закона.

Если заряды, находящиеся внутри замкнутой поверхности, не точечные, а распределены непрерывно с объемной плотностью  $\rho$  (см. (2.7)), зависящей от координат, то можно считать, что каждый элементарный объем  $dV$  содержит заряд  $\rho \cdot dV$ . Тогда выражение (6.2) примет вид:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \cdot dV, \quad (6.3)$$

где интегрирование проводится по объему, заключенному внутри замкнутой поверхности  $S$ .

Рассмотрим **некоторые примеры использования теоремы Остроградского – Гаусса**.

**1. О невозможности устойчивого равновесия заряда в электрическом поле.** Пусть в вакууме имеется система неподвижных точечных зарядов, находящихся в равновесии. Рассмотрим один из этих зарядов – заряд  $q$ . Может ли состояние его равновесия быть устойчивым?

Чтобы ответить на этот вопрос окружим заряд  $q$  небольшой замкнутой поверхностью  $S$  (рисунок 11). Допустим для определенности, что  $q > 0$ . Тогда для того, чтобы равновесие заряда  $q$  было устойчивым, необходимо, чтобы во всех точках поверхности  $S$  поле  $\vec{E}$ , образованное всеми остальными зарядами системы, было направлено к заряду  $q$ . Только в этом случае

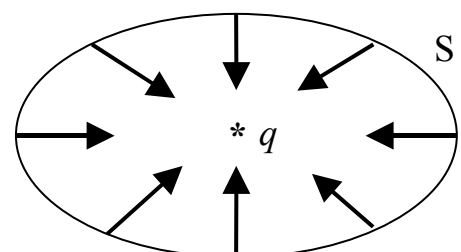


Рисунок 11

при любом малом смещении заряд  $q$  из положения равновесия на него будет действовать **возвращающая** сила, и положение равновесия действительно будет устойчивым. Но такая конфигурация поля  $\vec{E}$  вокруг заряда  $q$  противоречит теореме Остроградского – Гаусса: поток вектора  $\vec{E}$  сквозь поверхность  $S$  отрицателен, согласно же теореме Остроградского – Гаусса он должен быть равным нулю, так как этот поток создается зарядами, расположенными **вне** поверхности  $S$ . А равенство потока вектора  $\vec{E}$  нулю означает, что в каких-то точках поверхности  $S$  вектор  $\vec{E}$  направлен внутрь, а в каких-то обязательно наружу. Отсюда и следует, что устойчивое равновесие заряда в любом электростатическом поле невозможно.

**2. Электростатическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости.** Пусть поверхностная плотность заряда  $\sigma$  на заряженной плоскости постоянна. Ввиду симметрии вектор  $\vec{E}$  должен быть перпендикулярен к этой плоскости. Он направлен от плоскости, если она заряжена положительно, и к плоскости, если ее заряд отрицателен. Для определенности предположим, что  $\sigma > 0$  ( $\sigma = dq/dS$  – заряд, приходящийся на единицу поверхности). Ввиду симметрии модуль (длина) вектора  $\vec{E}$  может зависеть только от расстояния до

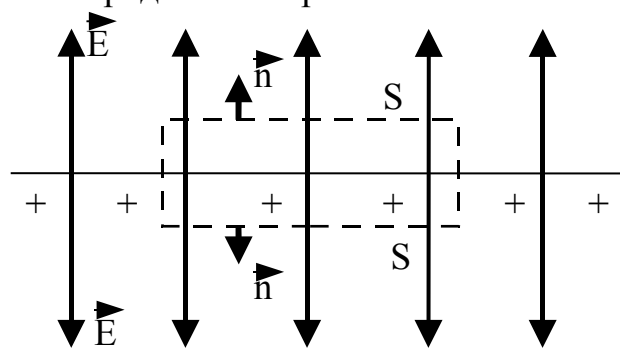


Рисунок 12

заряженной плоскости, но не может зависеть от того, по какую сторону от нее находится точка наблюдения. Выделим в качестве замкнутой поверхности цилиндр, ограниченный двумя плоскими основаниями, перпендикулярными к силовым линиям и расположенными по обеим сторонам заряженной плоскости (рисунок 12). Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ( $\cos\alpha = 0$ ), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны, а проекция вектора напряженности на направление нормали  $E_n$  к основанию совпадает с  $E$ ), т.е. равен  $2ES$ . Заряд, заключенный внутри цилиндрической поверхности, равен  $\sigma S$ . Согласно теореме Остроградского – Гаусса (6.1)  $2ES = \sigma S/\epsilon_0$ , откуда следует выражение для напряженности поля равномерно заряженной плоскости в вакууме:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (6.4)$$

Из формулы (6.4) вытекает, что напряженность поля бесконечной заряженной плоскости  $E$  не зависит от расстояния от нее. Иными словами, поле равномерно заряженной плоскости однородно. Плоскость может считаться бесконечной, если расстояние от нее пренебрежимо мало по сравнению с ее размерами. Только на таких расстояниях напряженность  $E$  не зависит от расстояния до плоскости. На больших расстояниях формула (6.4) неприменима, – напряженность поля убывает с расстоянием. Если расстояние порядка размеров самой

плоскости, то величина и направление поля в пространстве меняется очень сложным образом. На расстояниях, очень больших по сравнению с размерами плоскости, заряженная плоскость действует как точечный заряд – поле убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Отметим еще, что по разные стороны плоскости векторы  $\vec{E}$  одинаковы по модулю, но противоположны по направлению.

### 3. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей (рисунок 13).

Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-\sigma$ . Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности ( $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ).

На рисунке верхние стрелки соответствуют полю (напряженностью  $\vec{E}_1$ ) от положительно заряженной плоскости, нижние стрелки соответствуют полю (напряженностью  $\vec{E}_2$ ) от отрицательно заряженной плоскости. Между плоскостями напряженности полей имеют одинаковое направление, поэтому в соответствии с (6.4) результирующая напряженность поля между плоскостями будет равна

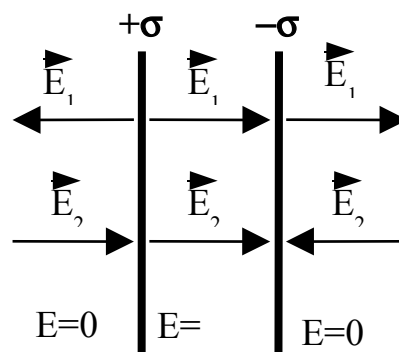


Рисунок 13

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad (6.5)$$

где под  $\sigma$  подразумевается модуль поверхностной плотности заряда.

Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь результирующая напряженность поля  $E = 0$ .

Таким образом, поле оказывается сосредоточенным между плоскостями. Напряженность поля во всех точках этой области одинакова, следовательно, поле однородно. Силовые линии представляют собой совокупность параллельных равноотстоящих прямых. Полученный результат приближенно справедлив и для плоскостей конечных размеров, если расстояние между плоскостями значительно меньше их линейных размеров (плоский конденсатор). В этом случае заметные отклонения наблюдаются только вблизи краев пластин (этим при расчетах часто пренебрегают).

Теперь немного о **равновесии зарядов в проводниках**. Если электрические заряды находятся в равновесии в каком-либо проводнике, т.е. если в этом проводнике нет электрического тока, то напряженность поля  $\vec{E}$  в любой точке этого проводника равна нулю. Действительно, если бы это условие не выполнялось, то подвижные заряженные частицы, имеющиеся во всяком проводнике, под действием сил поля пришли бы в движение, и равновесие было бы нарушено.

Кроме того, в § 1.4 мы выяснили, что при равновесии зарядов вектор напряженности поля у поверхности проводника перпендикулярен к поверхности. Отсюда следует, что для перемещения заряда из какой-либо точки проводника в любую другую его точку не требуется никакой работы. Но согласно (4.18) это означает, что разность потенциалов любой пары точек как внутри проводника, так и на его поверхности равна нулю. В отсутствие электрического тока все точки проводника или полого замкнутого проводника имеют одинаковый электрический потенциал.

Из равенства  $\vec{E} = 0$  следует, что объемная плотность заряда  $\rho$  внутри проводника также равна нулю. В отсутствие электрического тока заряды распределяются только на поверхности проводника. Если бы мы из сплошного проводника удалили внутреннюю часть, то получили бы замкнутый проводник (наподобие жестяной банки). Так как внутренняя часть не имела зарядов, то ее удаление не изменит распределения зарядов внутри оставшейся части проводника. Поэтому равновесное распределение зарядов в полом проводнике будет таким же, как и в сплошном проводнике, т.е. заряды будут распределены только на внешней поверхности. Напряженность же поля будет равна нулю в любой точке внутри стенок и в любой точке внутри полости.

## Контрольные вопросы

- 1 В чем заключается закон сохранения заряда? Приведите примеры проявления этого закона.
- 2 Какой заряд называют элементарным? Каково его значение?
- 3 Что означает дискретность электрических зарядов?
- 4 Какой заряд называют точечным?
- 5 Когда тело является электрически нейтральным? Когда заряженным? Что называют зарядом тела?
- 6 Что принимается за единицу электрического заряда в системе СИ, сформулируйте ее определение.
- 7 В чем состоит явление электризации?
- 8 Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона.
- 9 Почему коэффициент пропорциональности в законе Кулона в системе СИ не равен единице? Чему он равен?
- 10 Что такое электрическая постоянная? Чему она равна?
- 11 Что такое электрическое поле? Какие поля называются электростатическими?
- 12 Какой электрический заряд называют пробным?
- 13 Что такое напряженность  $\vec{E}$  электростатического поля? Каково направление вектора напряженности  $\vec{E}$ ? Единица напряженности в СИ.
- 14 По какой формуле определяется напряженность поля, созданного точечным электрическим зарядом?
- 15 Какое электростатическое поле называют однородным?
- 16 Что называют силовыми линиями (линиями напряженности электриче-

ского поля)? Какими свойствами они обладают? Приведите примеры графического изображения электрических полей.

17 Что такое линейная, поверхностная, объемная плотности электрических зарядов? Какие формулы выражают сущность этих понятий?

18 Что такое электрический диполь? Как направлено плечо диполя?

19 Пользуясь принципом суперпозиции, найдите в поле двух точечных зарядов  $+q$  и  $+2q$ , находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга, точку, где напряженность поля равна нулю.

20 Чему равно отношение напряженностей электрических полей в точке А, лежащей на продолжении оси диполя, и в точке В, лежащей на перпендикуляре, проходящем через середину О оси этого диполя, если  $OA = OB$ ?

21 Приведите примеры применения теоремы Остроградского – Гаусса для расчета некоторых электростатических полей в вакууме.

22 Электрический диполь помещен внутрь замкнутой поверхности. Каков поток вектора напряженности  $\Phi$  сквозь эту поверхность? Почему?

23 Как доказать, что электростатическое поле является потенциальным?

24 Что называется циркуляцией вектора напряженности?

25 Дайте определения потенциала данной точки поля и разности потенциалов двух точек поля. Каковы их единицы измерения?

26 Какова связь между напряженностью и потенциалом? Выведите ее и объясните. Каков физический смысл этих понятий?

27 Чему равна работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?

## Тесты

1. Как изменится сила кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов, если расстояние между ними уменьшить в 3 раза?

- А) увеличится в 3 раза
- В) уменьшится в 3 раза
- С) увеличится в 9 раз**
- Д) уменьшится в 9 раз
- Е) не изменится

2. Для заряженной проводящей сферы в состоянии равновесия напряженность электрического поля равна нулю ...

- А) на поверхности сферы
- В) внутри сферы**
- С) вне сферы
- Д) только в центре сферы
- Е) ни в одной точке

3. По тонкому кольцу радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $q$ . Модуль напряженности электрического поля на оси кольца на расстоянии  $R\sqrt{3}$  от его центра равен

A)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{R^2}$     B)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{8R^2}$     C)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{4R^2}$     D)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{4R^2}$     E)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{8R^2}$

4. Два одинаковых положительных заряда находятся на расстоянии 20 см друг от друга. Найдите на прямой, перпендикулярной линии, соединяющей заряды и проходящей через середину этой линии, точку, в которой напряженность поля максимальна.

A) 10 см    B) 8 см    C) 7,8 см    D) 7,1 см    E) 5 см

5. Если на точечный заряд 1 нКл, помещенный в некоторую точку поля, действует сила 0,02 мкН, то модуль напряженности электрического поля в этой точке равен ...

A) 50 В/м    B) 500 В/м    C) 10 В/м    D) 200 В/м    E) 20 В/м

6. Шарику радиуса  $R=2$  см сообщен заряд  $q=4$  пКл. С какой скоростью подлетает к шару электрон, начавший движение из бесконечно удаленной от него точки? Удельный заряд электрона  $\gamma=1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Электрическая постоянная  $\varepsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

A) 500 км/с    B) 600 км/с    C) 700 км/с    D) 800 км/с    E) 900 км/с

7. Если от капли воды, несущей электрический заряд  $+5e$ , отделится капелька с электрическим зарядом  $-3e$ , то электрический заряд оставшейся части капли будет равен ...

A)  $-8e$     B)  $-2e$     C)  $+2e$     D)  $+4e$     E)  $+8e$

8. Положительный заряд в 1 мкКл равномерно распределен по поверхности шара радиусом 10 см. Каков потенциал в точке, удаленной на 20 см от поверхности шара? Электрическая постоянная  $\varepsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

A) 45 кВ    B) 40 кВ    C) 25 кВ    D) 20 кВ    E) 30 кВ

9. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены разноименными зарядами  $+q$  и  $-5q$ . Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Как изменился модуль силы взаимодействия шариков?

- A) уменьшился в 1,25 раза  
B) увеличился в 1,25 раза  
C) увеличился в 1,8 раза  
D) уменьшился в 1,8 раза

Е) не изменился

10. Два одинаковых маленьких металлических шарика заряжены положительными зарядами  $q$  и  $4q$ . Центры шариков находятся на расстоянии  $r$  друг от друга. Шарик привели в соприкосновение. На какое расстояние  $x$  после этого нужно развести центры шариков, чтобы сила их взаимодействия осталась прежней?

- А)  $0,8r$       В)  $2r$       С)  $r$       **Д)  $1,25r$**       Е)  $1,5r$

11. Напряженность электрического поля на поверхности капли, образовавшейся при слиянии  $N$  маленьких одинаково заряженных одинаковых капелек, больше напряженности на поверхности маленькой капельки до слияния в ... раз.

- А)  $\frac{1}{N^3}$**       В)  $\frac{2}{N^3}$       С)  $\frac{3}{N^2}$       Д)  $\frac{1}{N^2}$       Е)  $N$

12. Точечный заряд удалили от точки  $A$  на расстояние, в  $n=3$  раза превышающее первоначальное. Во сколько раз уменьшилась напряженность электрического поля в точке  $A$ ?

- А) 3      **В) 9**      С) 6      Д) 1,5      Е) 8

13. Определите ускоряющую разность потенциалов, которую проходит в электрическом поле электрон, если его скорость возрастает от  $V_1=1$  Мм/с до  $V_2=5$  Мм/с. Масса электрона  $m=9,11 \cdot 10^{-31}$  кг, его заряд  $e=-1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- А) 68,3 В**      В) 70,3 В      С) 72,3 В      Д) 74,3 В      Е) 76,3 В

14. Восемь заряженных капель воды радиусом 1 мм каждая сливаются в одну большую каплю. Найдите потенциал большой капли, если заряд малой  $10^{-10}$  Кл. Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 2,8 кВ      В) 3,2 кВ      **С) 3,6 кВ**      Д) 4,0 кВ      Е) 4,4 кВ

15. Две материальные точки, имеющие одинаковые массы и заряженные равными по величине, но противоположными по знаку зарядами, движутся по окружности вокруг своего неподвижного центра масс. Действуют только Кулоновские силы. Чему равно отношение потенциальной энергии электрического взаимодействия этих частиц к их кинетической энергии?

- А) 1      В) -1      С) 4      **Д) -2**      Е) 2

16. Напряженность электрического поля на расстоянии 30 см от точечного заряда равна 9 В/см. Чему равна напряженность поля на расстоянии 10 см от заряда?



- A)  $27 \frac{\text{В}}{\text{см}}$     **B)  $81 \frac{\text{В}}{\text{см}}$**     C)  $18 \frac{\text{В}}{\text{см}}$     Д)  $1 \frac{\text{В}}{\text{см}}$     E)  $3 \frac{\text{В}}{\text{см}}$

17. Если проводящий шар радиуса  $R$  заряжен зарядом  $q$ , то в точке на расстоянии  $\frac{R}{2}$  от центра шара напряженность электрического поля равна (электрическая постоянная равна  $\epsilon_0$ ) ...

- A) 0**    B)  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$     C)  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2}$     Д)  $\frac{q}{\pi\epsilon_0 R^2}$     E)  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R}$

18. Какую скорость приобретет первоначально покоившийся протон в результате прохождения разности потенциалов 1 кВ? Масса протона  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, его заряд  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- A) 770 км/с    B) 660 км/с    C) 550 км/с    **Д) 440 км/с**    E) 330 км/с

19. Капля, имеющая отрицательный заряд ( $-e$ ), при освещении потеряла один электрон. Каким стал заряд капли? Элементарный заряд равен  $e$ .

- A)  $+e$     **B) 0**    C)  $-e$     Д)  $+2e$     E)  $-2e$

20. Электризация фрагментов одежды из синтетических волокон при трении их друг о друга объясняется перемещением с одной части одежды на другую ...

- A) молекул    B) атомов    C) ионов    Д) протонов    **E) электронов**

21. Если на точечный заряд, помещенный в электрическое поле с напряженностью  $1,5 \text{ В/см}$ , действует сила, модуль которой равен  $450 \text{ мкН}$ , то величина заряда равна

- A)  $1,5 \cdot 10^{-5}$  Кл    B)  $3 \cdot 10^{-2}$  Кл    **C)  $3 \cdot 10^{-6}$  Кл**    Д)  $3 \cdot 10^{-5}$  Кл    E)  $2 \cdot 10^{-5}$  Кл

22. Напряженность электрического поля у поверхности Земли равна  $130 \text{ В/м}$ . Определите заряд Земли, если ее радиус  $6370 \text{ км}$ . Считайте, что Земля имеет сферическую форму, и ее заряд равномерно распределен по поверхности. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- A)  $5,86 \cdot 10^5$  Кл**    B)  $5,86 \cdot 10^4$  Кл    C)  $5,86 \cdot 10^3$  Кл    Д)  $7,36 \cdot 10^5$  Кл    E)  $7,36 \cdot 10^4$  Кл

23. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом  $R=10 \text{ см}$  с общим зарядом  $Q=15 \text{ нКл}$ . Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях  $r_1=5 \text{ см}$  и  $r_2=15 \text{ см}$  от поверхности сферы. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

А) 240 В      В) 270 В      **С) 360 В**      Д) 400 В      Е) 480 В

24. Точечный заряд удалили от точки А на расстояние, в  $n=3$  раза превышающее первоначальное. Во сколько раз уменьшился потенциал электрического поля в точке А?

**А) 3**      В) 9      С) 6      Д) 1,5      Е) 8

25. Какова сила взаимодействия между положительным и отрицательным точечными зарядами в 1 мкКл при расстоянии между ними в 10 см? Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 900 Н      В) 90 Н      С) 9 Н      **Д) 0,9 Н**      Е) 0,09 Н

26. Разность потенциалов между точками, лежащими на одной силовой линии на расстоянии  $\Delta r=3$  см друг от друга, равна  $\Delta \phi=12$  В. Найдите напряженность  $E$  электрического поля, если известно, что поле однородно.

А) 100 Н/Кл      В) 200 Н/Кл      С) 300 Н/Кл      **Д) 400 Н/Кл**      Е) 500 Н/Кл

27. Заряженный шар вследствие электростатической индукции притягивает незаряженное тело. Как изменится сила притяжения, действующая на тело, если этот шар окружить незаряженной металлической сферой?

- А) станет равной нулю
- В) несколько уменьшится
- С) несколько увеличится
- Д) не изменится**
- Е) ответ зависит от знака заряда на шаре

28. Найдите потенциал проводящего шара радиусом 1 м, если на расстоянии 2 м от его поверхности потенциал электрического поля равен 20 В.

А) 40 В      В) 80 В      **С) 60 В**      Д) 30 В      Е) 10 В

29. Напряженность электростатического поля измеряют с помощью пробного заряда. Если значение этого заряда увеличить в  $n$  раз, то модуль напряженности ...

- А) увеличится в  $n$  раз
- В) уменьшится в  $n$  раз
- С) не изменится**
- Д) увеличится в  $n^2$  раз
- Е) увеличится в  $\sqrt{n}$  раз

30. Возможно ли, чтобы два одноименно заряженных проводника притягивались?

- А) невозможно ни при каких условиях

- В) возможно при любых условиях  
 С) возможно, если заряды проводников равны  
 Д) возможно, если заряд одного проводника много больше заряда другого проводника  
 Е) верный ответ не указан

Верные ответы в тестах отмечены **красным цветом**.

## Упражнения для самоконтроля

1.1. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью  $\sigma=1,5$  нКл/см<sup>2</sup> расположена круглая пластинка. Плоскость пластинки составляет с линиями напряженности угол  $\alpha=45^\circ$ . Определить поток вектора напряженности через эту пластинку, если ее радиус  $R=10$  см. [1,88 кВ·м]

1.2. Кольцо радиусом  $R=10$  см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью  $\tau=10$  нКл/м. Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца в точке А, удаленной на расстояние  $a=20$  см от центра кольца. [1 кВ/м]

1.3. Шар радиусом  $R_0=10$  см заряжен равномерно с объемной плотностью  $\rho=5$  нКл/м<sup>3</sup>. Определить напряженность  $E$  электростатического поля: 1) на расстоянии  $R_1=2$  см от центра шара; 2) на расстоянии  $R_2=12$  см от центра шара. Построить зависимость  $E(R)$ . [1) 3,77 В/м; 2) 13,1 В/м]

1.4. Электростатическое поле создается сферой радиусом  $R_0=4$  см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma=1$  нКл/м<sup>2</sup>. Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях  $R_1=6$  см и  $R_2=10$  см от центра сферы. [1,2 В]

1.5. Заряд  $q > 0$  равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом  $R$ . Найти напряженность  $E$  электрического поля на оси кольца как функцию расстояния  $x$  от его центра.

$$\left[ E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \right]$$

1.6. Заряд  $q$  распределен по тонкому кольцу радиусом  $R$ . Найти работу сил поля при перемещении точечного заряда  $q_0$  из центра кольца на бесконечность.

$$\left[ A = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{qq_0}{R} \right]$$

1.7. Почему явления, связанные с электризацией трением, гораздо лучше получаются зимой, чем летом? Почему так происходит? Ведь очевидно, что заряды одинаково хорошо разделяются в любое время года. [Обычно влажность воздуха зимой ниже, чем летом, особенно внутри отапливаемых строений, а влажный воздух обеспечивает частично проводящий путь для стекания зарядов с тел, возвращая все вокруг в электрически нейтральное состояние]

1.8. Предположим, что было бы возможно сообщить одному шару положительный заряд в 1 Кл, а другому – отрицательный заряд такой же величины. Какой была бы сила взаимодействия шаров при расстоянии между ними в 1 м? [ $9 \cdot 10^9$  Н]

1.9. Можно ли определить электрическое поле вблизи диполя с помощью теоремы Остроградского – Гаусса? Можно ли окружить диполь поверхностью так, чтобы силовые линии на этой поверхности были перпендикулярны ей и располагались в пространстве с неизменной плотностью? [Хотя эта теорема в своей общей форме справедлива всегда, использовать ее для практических целей можно только тогда, когда удастся найти поверхности, которые или перпендикулярны или параллельны силовым линиям. Кроме того, каждая точка на поверхности должна быть одинаково удалена от заряда, создающего поле. Электрический диполь невозможно окружить такой поверхностью.]

1.10. Предположим, что положительный заряд в 1 мкКл равномерно распределен по поверхности шара радиусом 10 см. Каков потенциал этой поверхности? Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить положительный пробный заряд в  $10^{-8}$  Кл на поверхность шара из точки, удаленной на 30 см от его центра? [90 кВ; 600 мкДж]

1.11. Каково примерно отношение электростатического притяжения к гравитационному притяжению между протоном и электроном, например, в атоме водорода? [ $2 \cdot 10^{39}$ ]

## Глава 2 Электрическое поле в диэлектриках

### § 2.7 Поляризация диэлектриков

**Диэлектриками** (или изоляторами) называют вещества, не способные проводить электрический ток. Это связано с тем, что в диэлектриках в отличие от проводников нет зарядов, способных перемещаться на значительные расстояния, создавая ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества в той или иной степени проводят электрический ток. Однако диэлектрики проводят ток в  $10^{15} - 10^{20}$  раз хуже, чем проводники.

При внесении диэлектрика в электрическое поле и поле, и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения. Чтобы понять, почему это происходит, нужно учесть, что в составе атомов и молекул имеются положительно заряженные ядра и отрицательно заряженные электроны. Для диэлектриков, как и для любого вещества, суммарный заряд молекулы, состоящей из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, равен нулю. Поле, создаваемое молекулой, и испытываемая молекулой во внешнем поле сила определяются дипольным моментом молекулы

$$\vec{p} = \sum q_i \vec{R}_i, \quad (7.1)$$

где  $\vec{R}_i$  – средние значения смещений электронов и ядер.

Положительный заряд этого диполя равен суммарному заряду ядер и помещается в «центре тяжести» положительных зарядов; отрицательный заряд равен суммарному заряду электронов и помещается в «центре тяжести» отрицательных зарядов.

Первую группу диэлектриков ( $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,...) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, т. е. «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, симметричные молекулы не обладают собственным дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются **неполярными**. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент. Смещение зарядов пропорционально напряженности поля, поэтому дипольный момент молекулы также пропорционален напряженности поля:

$$\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E},$$

где  $\beta$  - поляризуемость молекулы.

Вторую группу диэлектриков ( $H_2O$ ,  $HCl$ ,  $CO$ ,  $NH_3$ ,...) составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение, т. е. «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы и в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются **полярными**. При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Во внешнем поле на диполи действует ориентирующая вдоль поля сила, и возникает отличный от нуля результирующий момент.

Третью группу диэлектриков ( $NaCl$ ,  $KCl$ ,  $KBr$ ,...) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов. Существуют ионные кристаллы, поляризованные даже при отсутствии внешнего поля. Этим же свойством обладают диэлектрики, называемые **электретами** (они подобны постоянным магнитам).

Таким образом, внесение диэлектрика любой из групп во внешнее электрическое поле приводит к возникновению в нём отличного от нуля результирующего электрического момента, иными словами, к поляризации диэлектрика. **Поляризацией** диэлектрика называется процесс ориентации диполей или их появления во внешнем электрическом поле.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:

- **электронная** или **деформационная поляризация диэлектрика** с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит;

- **ориентационная** или **дипольная поляризация** диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Естественно, что тепловое движение препятствует полной ориентации молекул, но в результате совместного действия обоих факторов (электрическое поле и тепловое движение) возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;

- **ионная поляризация** диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных – против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

## § 2.8 Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике

Обычно в отсутствие внешнего электрического поля дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или ориентированы беспорядочным образом (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

Под действием внешнего поля диэлектрик поляризуется, т.е. приобретает отличный от нуля дипольный момент  $\vec{p}_V = \sum \vec{p}_i$ , где  $\vec{p}_i$  – дипольный момент одной молекулы. Для количественного описания степени поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной – **поляризованностью**, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \vec{p}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_i, \quad (8.1)$$

и характеризующей поляризацию в данной точке. Поэтому поляризованность  $\vec{P}$  может служить характеристикой, как для неоднородного внешнего поля, так и для неоднородного диэлектрика.

В изотропных диэлектриках при не очень больших значениях  $E$  поляризованность  $\vec{P}$  связана с напряженностью поля соотношением

$$\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad (8.2)$$

где  $\epsilon$  – не зависящая от напряженности  $\vec{E}$  величина, называемая **диэлектрической восприимчивостью** диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость  $\epsilon$  – величина безразмерная, причем всегда  $\epsilon > 0$ , и для большинства диэлектриков (твердых и жидких) составляет несколько единиц (хотя, например, для спирта  $\epsilon \approx 25$ , для воды  $\epsilon = 80$ ).

Для установления количественных закономерностей поля в диэлектрике внесем в однородное внешнее электростатическое поле с напряженностью  $\vec{E}_0$  (создается двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями) пластинку из однородного изотропного диэлектрика, расположив ее так, как показано на рисунке 14. Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные – против поля. В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенной к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ , на левой – отрицательного заряда с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ . Эти не скомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются **связанными**. Так как их поверхностная плотность  $\sigma'$  меньше плотности  $\sigma$  свободных зарядов плоскостей, то не всё поле  $\vec{E}_0$  компенсируется полем зарядов диэлектрика (число силовых линий, проходящих через единицу площади в диэлектрике и вне его различно в связи с тем, что часть линий напряженности пройдет сквозь диэлектрик, другая же часть – обрывается на связанных зарядах). Следовательно, поляризация диэлектрика вызывает уменьшение в нем поля по сравнению с первоначальным внешним полем. Вне диэлектрика напряженность поля равна  $\vec{E}_0$ . Таким образом, появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля  $\vec{E}'$  (поля, создаваемого **связанными** зарядами), которое направлено против внешнего поля  $\vec{E}_0$  (поля, создаваемого **свободными** зарядами) и ослабляет его. Результирующая напряженность поля внутри диэлектрика равна

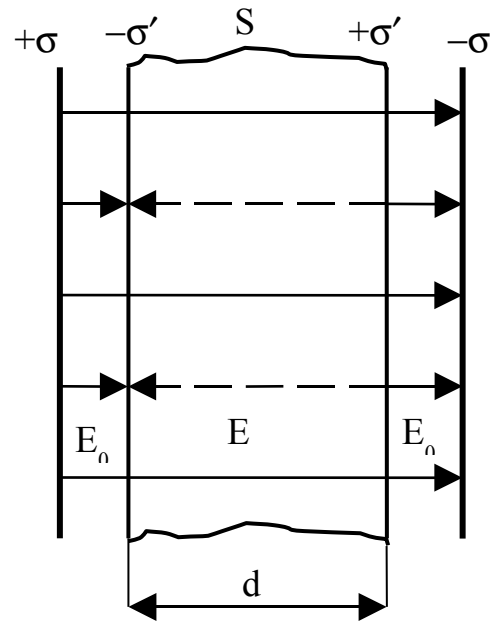


Рисунок 14

$$E = E_0 - E'. \quad (8.3)$$

Напряженность поля, созданного двумя бесконечными заряженными плоскостями согласно (6.5)  $E' = \sigma' / \epsilon_0$ , поэтому

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (8.4)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ . Полный дипольный момент пластинки диэлектрика  $p_v = PV = PSd$ , где  $S$  – площадь грани пластинки,  $d$  – ее толщина. С другой стороны, полный дипольный момент, со-

гласно (5.2), равен произведению связанных зарядов каждой грани  $q' = \sigma' S$  на расстояние  $d$  между ними, т.е.  $p_v = \sigma' S d$ . Таким образом,  $P S d = \sigma' S d$ , откуда следует, что

$$\sigma' = P, \quad (8.5)$$

т. е. поверхностная плотность связанных зарядов  $\sigma'$  равна поляризованности  $P$ . Подставив в (8.4) выражения (8.5) и (8.2), получим

$$E = E_0 - \alpha E,$$

откуда напряженность результирующего поля внутри однородного диэлектрика равна

$$E = E_0 / (1 + \alpha) = E_0 / \epsilon. \quad (8.6)$$

Безразмерная величина

$$\epsilon = 1 + \alpha \quad (8.7)$$

называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, характеризуя количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле. Соотношение (8.6) в векторной форме:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon. \quad (8.8)$$

Так как напряженность электрического поля в диэлектрике уменьшается в  $\epsilon$  раз, то следует ожидать, что все рассмотренные ранее для вакуума физические величины (например, кулоновская сила, напряженность поля точечного заряда, потенциал точечного заряда, потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов) также уменьшатся в  $\epsilon$  раз. Соответственно соотношения для названных величин (2.1), (3.3), (4.9) и (4.7) в сплошном, однородном, изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  примут вид:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\epsilon R^2}; \quad E = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q}{R^2}; \quad \varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q}{R}; \quad W = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R}. \quad (8.9)$$

**§ 2.9 Электрическое смещение. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектрике**



Напряженность электростатического поля, согласно (8.6), зависит от свойств среды: в однородной изотропной среде напряженность поля  $\vec{E}$  обратно пропорциональна  $\epsilon$ . Вектор напряженности  $\vec{E}$ , переходя через границу раздела диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчете электростатических полей. Поэтому оказалось необходимым помимо вектора напряженности характеризовать поле еще **вектором электрического смещения**, который для электрически изотропной среды по определению равен

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (9.1)$$

Так как  $\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$ ,  $\epsilon = 1 + \alpha$ , то

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \alpha) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \alpha \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (9.2)$$

Единицы измерения электрического смещения  $\vec{D}$  и поляризованности  $\vec{P}$  – кулон на метр в квадрате (Кл/м<sup>2</sup>).

Рассмотрим, с чем можно связать вектор электрического смещения. Связанные заряды появляются в диэлектрике при наличии внешнего электростатического поля, создаваемого системой свободных электрических зарядов, т. е. в диэлектрике на электростатическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное поле связанных зарядов. Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором напряженности  $\vec{E}$ , зависящим от свойств диэлектрика. Вектором  $\vec{D}$  описывается электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать, однако, перераспределение свободных зарядов, создающих поле. Поэтому вектор  $\vec{D}$  характеризует электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т. е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Аналогично, как и поле  $\vec{E}$ , поле  $\vec{D}$  изображается с помощью **линий электрического смещения**, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности (см. § 1.3).

Линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах – свободных и связанных, в то время как линии вектора  $\vec{D}$  – только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора  $\vec{D}$  проходят не прерываясь.

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора  $\vec{D}$  сквозь эту поверхность равен

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D_n \cdot dS. \quad (9.3)$$

**Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:**

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D_n \cdot dS = \sum q_i. \quad (9.4)$$

т. е. поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов. В такой форме записи теорема Остроградского – Гаусса справедлива для электростатического поля не только для вакуума, но и для неоднородной среды, т.е. при наличии диэлектрика.

Из (9.2) мы видим, что вектор  $\vec{D}$  представляет сумму двух совершенно разнородных величин:  $\epsilon_0 \vec{E}$  и  $\vec{P}$ . Поэтому вектор  $\vec{D}$  – вспомогательный вектор, не имеющий какого-либо глубокого физического смысла. Его введение во многих случаях значительно упрощает изучение поля в диэлектриках. Например, из (9.4) мы видим, что поток вектора  $\vec{D}$  через замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами. В вакууме ( $\epsilon=1$ ) векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  связаны соотношением  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E}_0$  (см. (8.8) и (9.1)).

## § 2.10 Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Рассмотрим связь между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков (диэлектрические проницаемости которых  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ ) при отсутствии на границе свободных зарядов. Искомые условия получим с помощью теоремы о циркуляции вектора  $\vec{E}$  (см. 4.5) и теоремы Остроградского – Гаусса для вектора  $\vec{D}$  (см. 9.4):

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_1 \cdot dl = 0, \quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D_n \cdot dS = \sum q_i = 0.$$

Возьмем небольшой прямоугольный контур сторонами, параллельными границе раздела и такой длины  $a$ , чтобы в ее пределах напряженность поля  $\vec{E}$  в каждом диэлектрике можно было считать одинаковой, и пренебрежимо малой высотой  $b$ . Контур частично проходит в первом диэлектрике, частично – во втором. Ось  $x$  проходит через середину стороны  $b$  (см. рисунок 15).

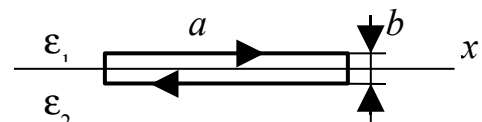


Рисунок 15

Пусть в диэлектриках создано поле, напряженность которого в первом диэлектрике равна  $\vec{E}_1$ , а во втором –  $\vec{E}_2$ . Циркуляция вектора  $\vec{E}$  по выбранному нами контуру должна быть равна нулю. При указанном направлении обхода циркуляция вектора  $\vec{E}$  может быть представлена в виде

$$\oint_L \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = E_{1x} \cdot a - E_{2x} \cdot a + E_b \cdot 2b, \quad (9.5)$$

где  $E_b$  – среднее значение  $E_1$  на перпендикулярных к границе участках контура.

Тогда

$$(E_{2x} - E_{1x}) a = E_b \cdot 2b.$$

В пределе при стремящейся к нулю ширине контура  $b$  получается равенство

$$E_{1x} = E_{2x}. \quad (9.6)$$

Значения проекций векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  на ось  $x$  берутся в непосредственной близости к границе диэлектриков.

Соотношение (9.6) выполняется при произвольном выборе оси  $x$ ; нужно лишь, чтобы эта ось лежала в плоскости раздела диэлектриков. Из (9.6) следует, что при таком выборе оси  $x$ , при котором  $E_{1x} = 0$ , проекция вектора  $E_{2x}$  также будет равна нулю. Это означает, что векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  в двух близких точках, взятых по разные стороны границы, лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела. Представим каждый из векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1n} + \vec{E}_{1\tau}; \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{2n} + \vec{E}_{2\tau}. \quad (9.7)$$

В соответствии с (9.6)

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad (9.8)$$

т.е. тангенциальные составляющие вектора  $\vec{E}$  оказываются одинаковыми по обе стороны границы раздела. В (9.8)  $E_{1\tau}$  и  $E_{2\tau}$  – проекции векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  на единичный вектор  $\vec{\tau}$ , направленный вдоль линии пересечения плоскости раздела диэлектриков с плоскостью, в которой лежат вектора  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ .

Заменив, согласно (9.1), проекции вектора  $\vec{E}$  проекциями вектора  $\vec{D}$ , деленными на  $\epsilon\epsilon_0$ , получим из (9.8) соотношение

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (9.9)$$

На границе раздела двух диэлектриков (рисунок 16) построим прямую цилиндрическую поверхность ничтожно малой высоты  $h$ , одно основание  $S_1$  которой находится в первом диэлектрике, другое основание  $S_2$  находится во втором. Оба основания одинаковы ( $S_1 = S_2 = S$ ) и настолько малы, что в пределах каждого из них поле можно считать однородным. Применим к

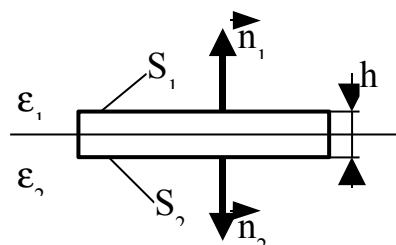


Рисунок 16  
43

этой поверхности теорему Остроградского – Гаусса. Так как на границе между диэлектриками зарядов нет, правая часть в (9.4) равна нулю.

Поток через основание  $S_1$  равен  $D_{1n}S$ , где  $D_{1n}$  – проекция вектора  $\vec{D}$  в первом диэлектрике на нормаль  $\vec{n}_1$ . Аналогично поток через основание  $S_2$  равен  $D_{2n}S$ , где  $D_{2n}$  – проекция вектора  $\vec{D}$  во втором диэлектрике на нормаль  $\vec{n}_2$ . Поток через боковую поверхность можно представить в виде  $D_n S_{\text{бок}}$ , где  $D_n$  – значение электрического смещения, усредненное по всей боковой поверхности,  $S_{\text{бок}}$  – значение этой поверхности. Таким образом, можно записать

$$\oint_S \vec{D}_n \cdot d\vec{S} = D_{1n}S + D_{2n}S + D_n S_{\text{бок}} = 0. \quad (9.10)$$

Если устремить высоту цилиндра  $h$  к нулю,  $S_{\text{бок}}$  также будет стремиться к нулю. Поэтому в пределе соотношение (9.10) примет вид

$$D_{1n} = -D_{2n}.$$

Знаки проекций оказались разными вследствие того, что нормали  $\vec{n}_1$  и  $\vec{n}_2$  к основаниям цилиндра имеют противоположные направления. Если проецировать  $\vec{D}_1$  и  $\vec{D}_2$  на одну и ту же нормаль, получится условие

$$D_{1n} = D_{2n}, \quad (9.11)$$

т.е. нормальные составляющие вектора  $\vec{D}$  оказываются одинаковыми по разные стороны границы раздела двух диэлектриков.

Заменив согласно (9.1) проекции вектора  $\vec{D}$  проекциями вектора  $\vec{E}$ , умноженными на  $\epsilon\epsilon_0$ , получим соотношение

$$\epsilon_1 \epsilon_0 E_{1n} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{2n},$$

из которого следует, что

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (9.12)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора  $\vec{E}$  ( $E_\tau$ ) и нормальная составляющая вектора  $\vec{D}$  ( $D_n$ ) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора  $\vec{E}$  ( $E_n$ ) и тангенциальная составляющая вектора  $\vec{D}$  ( $D_\tau$ ) претерпевают скачок.

Соотношения (9.8), (9.9), (9.11) и (9.12) определяют условия, которым должны удовлетворять векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  на границе двух диэлектриков в случае,

если на этой границе нет сторонних зарядов. Мы получили эти соотношения для электростатического поля. Однако они справедливы и для полей, изменяющихся со временем.

Найденные нами условия справедливы и для границы раздела диэлектрика с вакуумом. В этом случае одну из диэлектрических проницаемостей нужно положить равной единице.

Из полученных условий для составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  на границе раздела двух диэлектриков следует, что линии этих векторов испытывают на этой границе излом, т.е. преломляются. Найдем соотношение между углами преломления  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (см. рисунок 17):

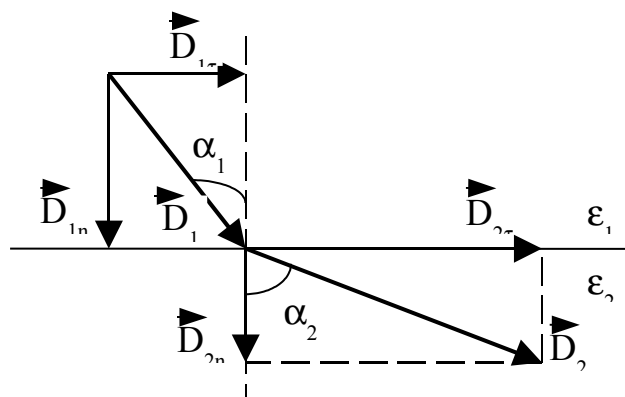


Рисунок 17

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{1\tau} / D_{1n}}{D_{2\tau} / D_{2n}},$$

откуда с учетом (9.9) и (9.11) получается **закон преломления линий вектора электрического смещения  $\vec{D}$** :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (9.13)$$

При входе в диэлектрик с большей  $\varepsilon$  линии  $\vec{D}$  удаляются от нормали, и, наоборот, при входе в диэлектрик с меньшей  $\varepsilon$  угол, образуемый линиями  $\vec{D}$  с нормалью, уменьшается.

Закон преломления силовых линий (линий  $\vec{E}$ ) в изотропных диэлектриках, очевидно, такой же, как и закон преломления линий смещения  $\vec{D}$ , так как в каждом из диэлектриков направления векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  совпадают. Однако картины линий смещения и силовых линий будут все же различны. Различие заключается в том, что линии смещения непрерывны, в то время как силовых линий прерывается на границе раздела (см. § 2.8).

### § 2.11 Сегнетоэлектрики

Некоторые диэлектрики обладают спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью даже в отсутствие внешнего электрического поля. Первоначально эти свойства были обнаружены в кристаллах сегнетовой соли, и поэтому все подобные диэлектрики называли **сегнетоэлектриками**. Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли впервые было проведено в 1930–1934 годах И.В.Курчатовым (1903–1960) и П. П. Кобеко (1897–1954), которыми были установлены все основные свойства сегнетоэлектриков.

Сегнетова соль представляет собой двойную натрий–калиевую соль винной кислоты  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ . Кристаллы сегнетовой соли обнаруживают резкую анизотропию свойств.

Сегнетоэлектрики отличаются от остальных диэлектриков рядом **характерных особенностей**:

1. В то время как у обычных диэлектриков диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков (у воды, например,  $\epsilon = 81$ ), диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков достигает огромного значения – нескольких тысяч.

2. При изменениях напряженности поля  $E$  поляризованность  $P$  оказывается не пропорциональной ей ( $P \neq \epsilon \epsilon_0 E$ ). Следовательно, диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  ( $\epsilon = 1 + \epsilon$ ) оказывается зависящей от напряженности поля  $E$ .

3. При изменениях напряженности  $E$  значения поляризованности  $P$  (а, следовательно, и смещения  $D$ ) определяются не только значением напряженности поля в данный момент, но и предшествующими состояниями поляризации. Это явление называют диэлектрическим **гистерезисом** (от греческого «гистерезис» – **запаздывание**). При циклических изменениях напряженности поля зависимость  $P$  от  $E$  следует изображенной на рисунке 18 кривой, называемой **петлей гистерезиса**. При первоначальном включении поля поляризованность  $P$  растет с напряженностью  $E$  в соответствии с ветвью 1 кривой. Уменьшение  $P$  происходит по ветви 2. При обращении напряженности  $E$  в нуль вещество сохраняет значение поляризованности  $P_{\text{ост}}$ , называемое **остаточной поляризованностью**. Таким образом, сегнетоэлектрик остается поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля. Только под действием противоположно направленного поля напряженности  $E_c$  поляризованность становится равной нулю. Это значение напряженности называют **коэрцитивной силой** (от лат. *coercitio* – удерживание). При дальнейшем изменении напряженности  $E$  получается ветвь 3 петли гистерезиса и т. д.

4. Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры. Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, при которой вещество утрачивает необычные свойства и превращается в обычный диэлектрик. Эта температура называется **точкой Кюри**. Как правило, сегнетоэлектрики имеют только одну точку Кюри. В некоторых случаях, как, например, для сегнетовой соли, существуют две температуры Кюри ( $-15^\circ\text{C}$  и  $+22,5^\circ\text{C}$ ) и сегнетоэлектрические свойства наблюдаются только при температурах, лежащих между обеими точками. Наличие одной или нескольких точек Кюри является четвертым характерным свойством всех сегнетоэлектриков.

Сегнетоэлектрики имеют важные практические применения, мер, используются при изготовлении конденсаторов большой емкости.

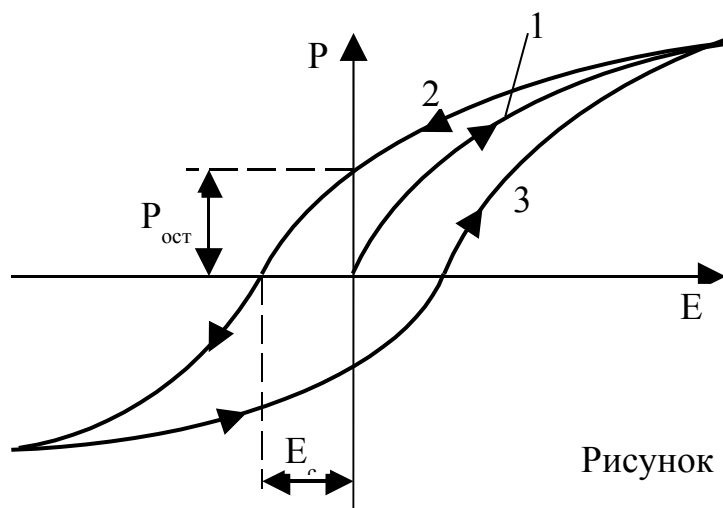


Рисунок 18

трики  
тиче-  
напри-  
при  
ких кон-  
ёмко-

Сегнетоэлектрические свойства объясняются **доменной структурой**, т.е. наличием областей спонтанной (самопроизвольной) поляризованности. В пределах каждой области (домена) дипольные моменты параллельны друг другу, однако направления поляризации разных доменов различны, так что результирующий момент всего кристалла может быть равен нулю. Под действием внешнего электрического поля поляризованности отдельных доменов стремятся расположиться вдоль направления внешнего поля, и поляризованность кристалла становится отличной от нуля.

В некоторых кристаллах поляризация может возникнуть и без внешнего поля, если кристалл подвергается механическим деформациям. Это явление, открытое в 1880 г. Пьером и Жаком Кюри, получило название **пьезоэлектрического эффекта**. Пьезоэлектрический эффект возникает при деформациях растяжения, сжатия и сдвига. Пьезоэлектрические свойства наблюдаются у сегнетовой соли, кварца ( $\text{SiO}_2$ ), титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ), кристаллов соединений элементов 2-й и 6-й групп периодической системы ( $\text{CdS}$ ,  $\text{ZnS}$ ), а также многих других химических соединений.

Пьезоэлектрический эффект объясняется следующим образом. В § 2.7 мы уже говорили, что в ионных кристаллах вследствие несовпадения центров положительных и отрицательных ионов имеется электрический момент и в отсутствие внешнего электрического поля. Однако эта поляризация обычно не проявляется, так как она компенсируется зарядами на поверхности. При деформации кристалла положительные и отрицательные ионы решетки смещаются друг относительно друга, и поэтому, вообще говоря, изменяется электрический момент кристалла. Это изменение электрического момента и проявляется в пьезоэлектрическом эффекте.

Наряду с пьезоэлектрическим эффектом существует и **обратное ему явление**: в пьезоэлектрических кристаллах возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями. Поэтому если на металлические обкладки, укрепленные на кристалле, подать электрическое напряжение то кристалл под действием поля поляризуется и деформируется.

Пьезоэлектрический эффект (прямой и обратный) **широко применяется** в различных электромеханических преобразователях. Электромеханические преобразователи находят многочисленные применения в разнообразной электроакустической и измерительной аппаратуре (пьезоэлектрические микрофон, телефон, зажигалки, манометры, измерители вибраций и т.д.). Особенно важные применения имеют пьезоэлектрические колебания кварца. Если поместить кварцевую пластинку между обкладками конденсатора и подавать на них переменное напряжение, то при частоте электрических колебаний, совпадающей с одной из собственных механических частот пластинки, наступает механический резонанс и в пластинке возникают очень сильные механические колебания. Такая кварцевая пластинка является мощным излучателем волн сверхзвуковой частоты (кварцевые излучатели), используемых в технике, биологии и медицине, а также в многочисленных физических и физико-химических исследованиях. Пьезоэлектрические колебания применяются также для стабилизации частоты генераторов электрических колебаний в радиотехнике.

## Контрольные вопросы

- 1 Какие вещества называют диэлектриками?
- 2 Чему равна работа перемещения заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?
- 3 Что такое поляризованность?
- 4 Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?
- 5 Выведите связь между диэлектрической восприимчивостью и проницаемостью среды.
- 6 В чем различие поляризации диэлектриков с полярными и неполярными молекулами?
- 7 Объясните особенность поляризации ионных кристаллов.
- 8 Какие диэлектрики называют электретами?
- 9 Какая связь между поляризованностью  $\vec{P}$  и напряженностью  $\vec{E}$  в изотропных диэлектриках?
- 10 Какие заряды называют связанными (свободными)?
- 11 Что характеризует диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ ?
- 12 Как определяется вектор электрического смещения? Что он характеризует?
- 13 Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.
- 14 Выведите и прокомментируйте условия для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  на границе раздела двух диэлектрических сред.



- 15 Какие диэлектрики называют сегнетоэлектриками?  
 16 Назовите характерные особенности сегнетоэлектриков.  
 17 Какое явление называют гистерезисом?  
 18 Что понимают под точкой Кюри?  
 19 Что такое домен?  
 20 Объясните суть прямого и обратного пьезоэлектрического эффекта. Где находят применения электромеханические преобразователи?

## Тесты

1. Два заряда  $q_1 = 600$  нКл и  $q_2 = -200$  нКл расположены в керосине на расстоянии 0,4 м друг от друга. Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на середине отрезка прямой, соединяющего центры зарядов. Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 15 кВ/м      В) 30 кВ/м      С) 45 кВ/м      Д) 60 кВ/м      **Е) 90 кВ/м**

2. Незаряженное тело, сделанное из диэлектрика, внесено в электрическое поле отрицательного электрического заряда, а затем разделено на части, как показано на рисунке. Какими электрическими зарядами обладают части А и В после разделения?



- А) А – положительным, В - отрицательным  
 В) А – отрицательным, В - положительным  
 С) А и В положительным  
**Д) А и В нейтральны**  
 Е) А и В отрицательным

3. В некоторых кристаллах при деформации сжатия на противоположных поверхностях возникают разноименные поляризационные заряды. Как называют этот эффект (явление)?

- А) пьезоэффект**  
 В) скин-эффект  
 С) эффект Баркгаузена  
 Д) электронный эффект  
 Е) спонтанная поляризация

4. Как изменится модуль напряженности электрического поля, созданного в вакууме точечным зарядом  $q$ , если заряд поместить в сплошную среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 5$ ?

- А) уменьшится в 25 раз  
 В) не изменится

С) уменьшится в 5 раз

Д) увеличится в 25 раз

Е) увеличится в 5 раз

5. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии  $R_1 = 5$  см, взаимодействуют друг с другом с силой  $F_1 = 120$  мкН, а находясь в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии  $R_2 = 10$  см, – с силой  $F_2 = 15$  мкН. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

А) 8

В) 2

С) 6

Д) 4

Е) 5

6. На каком расстоянии от маленького заряженного шара напряженность электрического поля в воде с диэлектрической проницаемостью 81 будет такой же, как в вакууме на расстоянии 18 см от центра шара?

А) 0,22 см

В) 1 см

С) 2 см

Д) 4 см

Е) 8,8 см

7. Стальной шар радиусом 0,5 см, погруженный в керосин, находится в однородном электрическом поле напряженностью 35 кВ/см, направленной вертикально вверх. Определите заряд шара, если он находится во взвешенном состоянии. Плотности керосина –  $0,8$  г/см<sup>3</sup>, стали –  $7,8$  г/см<sup>3</sup>. Ускорение свободного падения равно  $9,8$  м/с<sup>2</sup>.

А) 10,3 нКл

В) 11,3 нКл

С) 12,3 нКл

Д) 13,3 нКл

Е) 14,3 нКл

8. Если два точечных заряда, находящихся в вакууме, не изменяя расстояние между ними, поместить в воду, диэлектрическая проницаемость которой равна 81, то сила кулоновского взаимодействия между зарядами:

А) увеличится в 81 раз

В) уменьшится в 81 раз

С) не изменится

Д) увеличится в 9 раз

Е) уменьшится в 9 раз

9. На каком расстоянии  $R$  от точечного заряда  $q = 0,1$  нКл, находящегося в дистиллированной воде (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 81$ ), напряженность электрического поля равна  $E = 0,25$  В/м? Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 17 см

В) 21 см

С) 25 см

Д) 29 см

Е) 33 см

10. Два заряда  $q_1 = 600$  нКл и  $q_2 = -200$  нКл расположены в керосине на расстоянии 0,4 м друг от друга. Определите потенциал поля в точке, расположенной на середине отрезка прямой, соединяющего центры зарядов. Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 6 кВ      В) 12 кВ      С) 18 кВ      Д) 24 кВ      Е) 36 кВ

11. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии  $R_0 = 20$  см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии  $R$  нужно поместить эти заряды в масле, чтобы сила взаимодействия осталась прежней? Диэлектрическая проницаемость масла  $\epsilon = 4$ .

- А) 40 см      В) 20 см      С) 10 см      Д) 5 см      Е) 80 см

12. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены положительным зарядом  $5q$  и отрицательным зарядом  $-q$  и находятся на некотором расстоянии друг от друга в вакууме. Шарика привели в соприкосновение и развели на прежнее расстояние, поместив их в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Как изменился модуль силы взаимодействия шариков?

- А) увеличился в 3 раза  
В) уменьшился в 3 раза  
С) не изменился  
Д) увеличился в 2,5 раза  
Е) уменьшился в 2,5 раза

13. Диэлектрическая проницаемость воды равна 81. Как надо изменить каждый из двух одинаковых точечных положительных зарядов, чтобы при погружении их в воду сила электрического взаимодействия зарядов при том же расстоянии между ними была такой же, как в вакууме?

- А) увеличить в 9 раз  
В) уменьшить в 9 раз  
С) уменьшить в 81 раз  
Д) увеличит в 81 раз  
Е) уменьшить в 3 раза

14. Два одинаково заряженных шарика, подвешенных в одной точке на нитях равной длины, разошлись на некоторый угол. Какова плотность материала шариков, если при погружении их в керосин угол между нитями не изменился? Плотность керосина  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>, а его диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2$ .

- А) 1,8 г/см<sup>3</sup>      В) 1,2 г/см<sup>3</sup>      С) 2,0 г/см<sup>3</sup>      Д) 1,4 г/см<sup>3</sup>      Е) 1,6 г/см<sup>3</sup>

15. Несколько одинаково заряженных шариков одного размера и массы подвешены на нитях одинаковой длины, закрепленных в одной точке. Опуская шарика в жидкий диэлектрик, заметили, что угол отклонения нитей остается одним и тем же. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность в 1,25 раз меньше плотности материала шариков?

- А) 2      В) 2,5      С) 4      Д) 5      Е) 8

16. Шар, погруженный в масло ( $\epsilon = 2,2$ ), имеет поверхностную плотность заряда  $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$  и потенциал  $\phi = 500 \text{ В}$ . Определите заряд шара. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 1,19 нКл    В) 1,29 нКл    С) 1,39 нКл    Д) 1,49 нКл    Е) 1,59 нКл

17. Свинцовый шар ( $\rho = 11,3 \text{ г/см}^3$ ) диаметром 0,5 см помещен в глицерин ( $\rho = 1,26 \text{ г/см}^3$ ). Определите заряд шарика, если в однородном электростатическом поле шарик оказался взвешенным в глицерине. Электростатическое поле направлено вертикально вверх, и его напряженность  $E = 4 \text{ кВ/см}$ .

- А) 24,1 нКл    В) 22,1 нКл    С) 20,1 нКл    Д) 18,1 нКл    Е) 16,1 нКл

18. Фарфоровый шар радиусом  $R = 10 \text{ см}$  заряжен равномерно объемной плотностью  $\rho = 15 \text{ нКл/м}^3$ . Определите напряженность электростатического поля на расстоянии  $R_1 = 5 \text{ см}$  от центра шара. Диэлектрическая проницаемость фарфора  $\epsilon = 5$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 113 В/м    В) 56,5 В/м    С) 11,3 В/м    Д) 5,65 В/м    Е) 25,1 В/м

19. Фарфоровый шар радиусом  $R = 10 \text{ см}$  заряжен равномерно объемной плотностью  $\rho = 15 \text{ нКл/м}^3$ . Определите напряженность электростатического поля на расстоянии  $R_1 = 15 \text{ см}$  от центра шара. Диэлектрическая проницаемость фарфора  $\epsilon = 5$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 113 В/м    В) 56,5 В/м    С) 11,3 В/м    Д) 5,65 В/м    Е) 25,1 В/м

20. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700 \text{ В/м}$  перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ( $\epsilon = 7$ ). Определите напряженность электростатического поля внутри пластины. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 700 В/м    В) 600 В/м    С) 100 В/м    Д) 200 В/м    Е) 350 В/м

21. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700 \text{ В/м}$  перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ( $\epsilon = 7$ ). Определите электрическое смещение внутри пластины. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 9,19 нКл/м<sup>2</sup>    В) 8,19 нКл/м<sup>2</sup>    С) 7,19 нКл/м<sup>2</sup>    Д) 6,19 нКл/м<sup>2</sup>    Е) 5,19 нКл/м<sup>2</sup>

22. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700 \text{ В/м}$  перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ( $\epsilon = 7$ ). Определите поляризованность стекла. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 9,31 нКл/м<sup>2</sup>    В) 8,31 нКл/м<sup>2</sup>    С) 7,31 нКл/м<sup>2</sup>    Д) 6,31 нКл/м<sup>2</sup>    Е) 5,31 нКл/м<sup>2</sup>

23. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700$  В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ( $\epsilon = 7$ ). Определите поверхностную плотность связанных зарядов на стекле. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 9,31 нКл/м<sup>2</sup> В) 8,31 нКл/м<sup>2</sup> С) 7,31 нКл/м<sup>2</sup> Д) 6,31 нКл/м<sup>2</sup> Е) 5,31 нКл/м<sup>2</sup>

24. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью  $\rho = 5$  нКл/м<sup>3</sup> по шару радиусом  $R = 10$  см из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 5$ . Определите напряженность электростатического поля на расстоянии  $R_1 = 5$  см от центра шара. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 1,32 В/м В) 1,88 В/м С) 4,15 В/м Д) 8,37 В/м Е) 9,66 В/м

25. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью  $\rho = 5$  нКл/м<sup>3</sup> по шару радиусом  $R = 10$  см из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 5$ . Определите напряженность электростатического поля на расстоянии  $R_1 = 15$  см от центра шара. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 1,32 В/м В) 1,88 В/м С) 4,15 В/м Д) 8,37 В/м Е) 9,66 В/м

26. Шар, погруженный в масло ( $\epsilon = 2,2$ ), имеет поверхностную плотность заряда  $\sigma = 1$  мкКл/м<sup>2</sup> и потенциал  $\phi = 500$  В. Определите радиус шара. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 5,74 мм В) 6,74 мм С) 7,74 мм Д) 8,74 мм Е) 9,74 мм

27. На расстоянии  $R = 3$  см от заряда  $q = 4$  нКл, находящегося в жидком диэлектрике, напряженность поля  $E = 20$  кВ/м. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 1 В) 2 С) 3 Д) 4 Е) 6

28. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700$  В/м перпендикулярно полю поместили стеклянную пластинку ( $\epsilon = 7$ ) толщиной  $d = 1,5$  мм и площадью  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Определите поверхностную плотность связанных зарядов на стекле. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 5,31 нКл/м<sup>2</sup> В) 6,31 нКл/м<sup>2</sup> С) 7,31 нКл/м<sup>2</sup> Д) 8,31 нКл/м<sup>2</sup> Е) 9,31 нКл/м<sup>2</sup>

29. На расстоянии  $R = 3$  см от заряда  $q = 4$  нКл, находящегося в жидком диэлектрике, напряженность поля  $E = 20$  кВ/м. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 1,5 В) 2 С) 2,5 Д) 3 Е) 4

30. Заряженный шарик погрузили в керосин. На каком расстоянии от шарика напряженность поля будет такая же, какая была до погружения в керосин на расстоянии  $R=29$  см? Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon=2$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 10 см      В) 15 см      **С) 20 см**      Д) 25 см      Е) 30 см

Верные ответы в заданиях отмечены **красным цветом**.

### Упражнения для самоконтроля

2.1. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью  $0,8$  г/см<sup>3</sup>. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $1,6$  г/см<sup>3</sup>]

2.2. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью  $\rho=10$  нКл/м<sup>3</sup> по шару радиусом  $R=5$  см из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ . Определить напряженность электростатического поля на расстояниях  $R_1=2$  см и  $R_2=10$  см от центра шара. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $E_1 = 1,25$  В/м;  $E_2 = 23,5$  В/м]

2.3. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено парафином ( $\epsilon = 2$ ). Расстояние между пластинами  $d = 8,85$  мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла  $0,05$  нКл/см<sup>2</sup>? Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $500$  В]

2.4. Точечный сторонний заряд  $q$  находится в центре шара радиусом  $a$  из однородного изотропного диэлектрика проницаемости  $\epsilon$ . Найти напряженность  $E$  поля и **электрическое смещение (электрическую индукцию)  $D$**  как функцию расстояния  $R$  от центра данного шара.

$$\left[ E(R \leq a) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{R^2}; \quad E(R \geq a) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R^2}; \quad D = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{R^2} \right]$$

2.5. В некоторой точке изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  электрическое смещение имеет значение  $\vec{D}$ . Чему равна поляризованность  $\vec{P}$  в этой точке? [ $\vec{P} = (1 - 1/\epsilon)\vec{D}$ ]

2.6. В однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 100$  В/м помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Пластина расположена перпендикулярно к  $\vec{E}_0$ . Определить напряженность поля  $E$  и электрическое смещение  $D$  внутри пластины. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $E = 50$  В/м;  $D = 0,88$  нКл/м<sup>2</sup>]

2.7. В однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 100$  В/м помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотроп-

ного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Пластина расположена перпендикулярно к  $\vec{E}_0$ . Определить поляризованность диэлектрика  $P$  и поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $P = 0,44$  нКл/м<sup>2</sup>;  $\sigma' = \pm 0,44$  нКл/м<sup>2</sup>]

2.8. Во сколько раз надо изменить величину каждого из двух одинаковых зарядов, чтобы при погружении в масло сила взаимодействия на том же расстоянии между ними осталась прежней? Диэлектрическая проницаемость масла  $\epsilon = 4$ . [Увеличить в 2 раза]

2.9. Два одинаковых заряда в непроводящей жидкости на расстоянии  $R=6$  см друг от друга взаимодействуют с силой  $F = 0,4$  мН. Найти величину каждого заряда. Диэлектрическая проницаемость жидкости  $\epsilon = 2,2$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. [ $q = 18,8$  нКл]

2.10. Две металлические пластины расположены параллельно друг другу на расстоянии  $d$ . Пространство между пластинами заполняет диэлектрик проницаемостью  $\epsilon$ . На одной пластине заряд  $q_1$ , на другой  $-q_2$ . Определить разность потенциалов между пластинами. Площадь каждой из пластин  $S$ . Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0$ . 
$$\Delta \phi = \frac{(q_2 - q_1)d}{2\epsilon \epsilon_0 S}$$

## Глава 3 Энергия электрического поля

### § 3.12 Емкость

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, согласно (4.9), прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что если одному и тому же проводнику сообщать различные заряды, то его потенциал  $\phi$  будет пропорционален величине заряда  $q$ . Поэтому для уединенного проводника можно записать

$$q = C \cdot \phi . \quad (12.1)$$

Величину

$$C = \frac{q}{\phi} \quad (12.2)$$

называют **емкостью** (или просто **емкостью**) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется величиной заряда, сообщенного которому проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника,

ни от его потенциала. Сказанное не противоречит формуле (12.2), так как она лишь показывает, что емкость уединенного проводника прямо пропорциональна его заряду и обратно пропорциональна потенциалу.

Единица емкости – **фарад** (Ф): 1Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл.

Согласно (8.9), потенциал уединенного шара радиуса R, находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{R},$$

откуда, используя формулу (12.2), получим, что емкость шара равна

$$C=4\pi\epsilon\epsilon_0R. \quad (12.3)$$

Отсюда следует, что емкостью в 1Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус  $R = C/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^6$  км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (емкость Земли  $C \approx 0,7$  мФ). Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике используются её доли – миллифард (1 мФ =  $10^{-3}$  Ф), микрофард (1 мкФ =  $10^{-6}$  Ф), нанофард (1 нФ =  $10^{-9}$  Ф), пикофард (1 пФ =  $10^{-12}$  Ф). Из формулы (12.3) вытекает также, что единица электрической постоянной  $\epsilon_0$  – фард делить на метр (Ф/м) (см. (2.4)).

### § 3.13 Конденсаторы

Как видно из § 3.12, для того, чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов**.

Рассмотрим два проводника, между которыми существует электрическое напряжение  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , и предположим, что все линии вектора  $\vec{E}$ , исходящие из одного проводника, заканчиваются на другом. Такую пару проводников называют **простым конденсатором** или просто **конденсатором**. Простым конденсатором, например, является плоский конденсатор, состоящий из двух параллельных проводящих пластин, если расстояние между пластинами мало по сравнению с их размерами. Оба проводника, образующие конденсатор, называются его **обкладками**. Так как силовые линии начинаются и заканчиваются на зарядах, то отсюда следует, что заряды, находящиеся на обкладках простого конденсатора, всегда равны по величине и противоположны по знаку.



Напряженность поля в любой точке между обкладками конденсатора всегда пропорциональна величине заряда обкладок. Поэтому согласно (4.18) и напряжение  $U$  между обкладками всегда пропорционально заряду обкладок  $q$ :

$$q = CU. \quad (13.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $C$  в этой формуле называют **электрической емкостью** конденсатора или просто его **емкостью**. Единица электроемкости – **фарад** ( $\Phi$ ):  $1\Phi$  – емкость такого конденсатора, у которого при заряде на каждой обкладке в  $1\text{ Кл}$  напряжение между обкладками равно  $1\text{ В}$ :

$$1\Phi = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}}.$$

Емкость конденсатора зависит от его размеров, формы и от свойств среды, находящейся между его обкладками.

Пусть  $C_0$  – емкость любого конденсатора, когда его обкладки находятся в вакууме. Практически мы получим ту же емкость, если между обкладками будет атмосферный воздух. Пусть далее  $C$  – емкость того же конденсатора, если все пространство между его обкладками заполнено каким-либо другим однородным изолятором. Отношение

$$C/C_0 = \epsilon \quad (13.2)$$

называют диэлектрической проницаемостью изолятора. Из (13.2) вытекает, что емкость  $C$  конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков ( $\epsilon$  достигает  $\sim 10^4$ ) значительно увеличивает емкость конденсаторов.

**Плоский конденсатор** состоит из двух параллельных металлических пластин площадью  $S$  каждая, расположенных на расстоянии  $d$ , друг от друга, малом по сравнению с размерами пластин. Емкость плоского конденсатора определяется соотношением:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (13.3)$$

где  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего зазор между пластинами конденсатора.

Электрическое поле между электродами плоского конденсатора является **однородным** (если пренебречь краевыми эффектами).

**Цилиндрический конденсатор** состоит из двух коаксиальных цилиндров с радиусами  $R$  (внешний) и  $r$  (внутренний). Длину цилиндров  $L$  будем считать

весьма большой по сравнению с зазором между ними. Емкость цилиндрического конденсатора определяется соотношением:

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0L}{\ln(R/r)}. \quad (13.4)$$

**Сферический конденсатор** состоит из двух проводников в виде концентрических сфер, разделенных сферическим слоем диэлектрика. Емкость сферического конденсатора определяется соотношением:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{Rr}{R - r}, \quad (13.5)$$

где  $R$  и  $r$  радиусы внешней и внутренней обкладок.

**Двухпроводная линия** представляет собой два параллельных цилиндрических провода с радиусами  $r$  и расстоянием между осями проводов  $d$  ( $d \gg r$ ). Будем считать, что все окружающие тела, включая и Землю, находятся на расстояниях, больших по сравнению с  $d$ , и поэтому будем считать оба провода как простой конденсатор. Емкость двухпроводной линии определяется соотношением:

$$C = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0L}{\ln(d/r)}, \quad (13.6)$$

где  $L$  – длина двухпроводной линии.

Кроме емкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением (**напряжением пробоя**), которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь его пробоя. При более высоком напряжении происходит электрический пробой и диэлектрик разрушается, т.е. конденсатор выходит из строя. Напряжение пробоя зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

### § 3.14 Соединение конденсаторов

Для того чтобы, располагая определенными конденсаторами, осуществить желаемую емкость при необходимом рабочем напряжении, конденсаторы соединяют в батареи. При этом используется их параллельное и последовательное соединение.

На рисунке 19а показано параллельное соединение конденсаторов. В этом случае общим для всех конденсаторов является напряжение  $U$ , и мы имеем

$$q_1 = C_1U, \quad q_2 = C_2U, \quad q_3 = C_3U, \dots$$

Суммарный заряд, находящийся на батарее, равен

$$q = \sum q_i = U \sum C_i,$$

и поэтому емкость батареи равна

$$C = \frac{q}{U} = \sum C_i. \quad (14.1)$$

Емкость батареи конденсаторов, соединенных параллельно, равна сумме емкостей отдельных конденсаторов. Так как в этом случае напряжение на каждом конденсаторе равно напряжению на батарее, то и допустимое рабочее напряжение батареи будет таким же, как и у одного конденсатора.

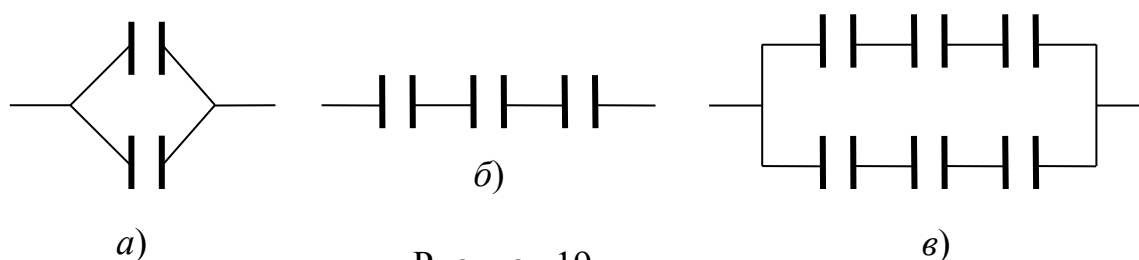


Рисунок 19

На рисунке 19б показано последовательное соединение конденсаторов. В этом случае для всех конденсаторов одинаков заряд  $q$ , равный полному заряду батареи, и мы можем написать

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2}, \quad U_3 = \frac{q}{C_3}, \dots$$

Напряжение батареи будет равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, т.е.

$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i}.$$

Поэтому для емкости  $C$  всей батареи находим

$$\frac{U}{q} = \frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}. \quad (14.2)$$

При последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям, поэтому при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость  $C$  всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее. В этом случае напряжение на каждом конденсаторе будет меньше напряжения на батарее, и поэтому допустимое рабочее напряжение будет больше, чем у одного конденсатора.

На рисунке 19в показано смешанное соединение конденсаторов. Емкость такой батареи легко определить, пользуясь формулами (14.1) и (14.2).

### § 3.15 Энергия электрического поля

Как и всякий заряженный проводник, заряженный конденсатор обладает энергией. Так, например, если заряженный конденсатор замкнуть на электрическую лампочку или на проводник, то наблюдается кратковременное вспыхивание лампочки или нагрев проводника, конденсатор разряжается, а его энергия превращается в тепло. Где же сосредоточена, локализована энергия конденсатора? Можно, предполагать, что она сосредоточена на обкладках конденсатора, т.е. на электрических зарядах или в электрическом поле, т.е. в пространстве между обкладками. Только опыт может дать ответ на этот вопрос.

Пока мы рассматриваем постоянные электрические поля, такой опыт невозможен, так как в этом случае мы всегда имеем заряды, окруженные электрическим полем, и, наоборот, – электрические поля совместно с электрическими зарядами. Однако интересующие нас опытные данные можно получить, рассматривая переменные во времени поля. Далее мы увидим, что существуют электромагнитные волны, представляющие собой электрические и магнитные поля, изменяющиеся во времени и распространяющиеся с определенной скоростью в пространстве. Электрические поля в электромагнитных волнах можно получить без электрических зарядов, первоначально породивших эти поля; а магнитные поля – без электрических токов, их поддерживающих. Опыт показывает, что электромагнитные волны заключают в себе и переносят энергию, и эту энергию мы с успехом используем в радиотехнике для целей связи и в других технических устройствах. Факт существования электромагнитных волн позволяет ответить на поставленный выше вопрос и заключить, что энергия конденсатора сосредоточена в электрическом поле.

Учитывая это, мы получим выражение для энергии заряженного конденсатора и преобразуем его таким образом, чтобы в него входила характеристика поля – его напряженность. Для этого представим себе, что конденсатор разряжается, и обозначим через  $u$  мгновенное значение напряжения на его обкладках в процессе разряда. Если элементарный заряд  $dq$  проходит между обкладками, то работа электрических сил  $dA$ , согласно (4.19) определяется выражением

$$dA = -u dq,$$

в котором знак "–" указывает на уменьшение заряда на обкладках при разряде. Выражая в этой формуле заряд обкладок  $q$  через напряжение по формуле (13.1), получим

$$dA = -Cu du.$$

Полную работу, совершенную электрическими силами при полном разряде конденсатора, равную энергии конденсатора  $W$ , мы найдем, интегрируя это выражение между значениями напряжения  $U$  (начало разряда) и  $0$  (конец разряда):

$$A = W = -C \int_U^0 u du = \frac{1}{2} CU^2. \quad (15.1)$$

Пользуясь соотношением (13.1), можно представить выражение для энергии заряженного конденсатора также в любом из следующих видов:

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} qU = \frac{q^2}{2C}. \quad (15.2)$$

Выразим энергию заряженного конденсатора через напряженность поля. Для простоты рассмотрим случай однородного поля в плоском конденсаторе. Воспользовавшись выражениями для емкости плоского конденсатора ( $C = \epsilon \epsilon_0 S/d$ ) и разности потенциалов между его обкладками ( $U = Ed$ ), из (15.1) получим

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 V,$$

где  $Sd = V$  – объем, занимаемый полем.

Тогда объемная плотность энергии электрического поля (энергия единицы объема)  $w$  равна:

$$w = W/V = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2. \quad (15.3)$$

Выражение (15.3) справедливо только для изотропного диэлектрика, для которого выполняется соотношение (8.2):  $\vec{P} = \alpha \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ .

Используя выражение (15.2), можно найти механическую силу, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга. Для этого предположим, что расстояние  $x$  между пластинами меняется, например, на величину  $dx$ . Тогда действующая сила совершает работу  $Fdx = -dW$  (знак “–” указывает на то, что указанная работа совершается за счет убыли электрической энергии). Таким образом

$$F = - \frac{dW}{dx}. \quad (15.4)$$

Подставив в (15.2) выражение емкости плоского конденсатора (13.3), получим

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0S}x. \quad (15.5)$$

Производя дифференцирование выражения (15.5), найдем искомую силу:

$$F = - \frac{dW}{dx} = - \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0S}, \quad (15.6)$$

где знак "–" указывает, что сила  $F$  является силой притяжения.

## Контрольные вопросы

- 1 Что представляет собой простейший конденсатор?
- 2 Что понимают под обкладками простейшего конденсатора?
- 3 Запишите выражения для емкости плоского, сферического, цилиндрического конденсаторов, двухпроводной линии.
- 4 От чего зависит электроемкость конденсатора?
- 5 Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой – параллельно. Во сколько раз и в каком случае емкость батареи будет больше?
- 6 Выведите формулы для энергии заряженного конденсатора, выражаемые через заряд на обкладках конденсатора и через напряженность поля между обкладками конденсатора.
- 7 Может ли электростатика ответить на вопрос: где локализована энергия заряженного конденсатора, и что является ее носителем – заряды или поле? Почему?
- 8 Запишите выражение электроемкости батареи конденсаторов при их параллельном соединении. Какие физические величины остаются общими для отдельных конденсаторов батареи?
- 9 Запишите выражение электроемкости батареи конденсаторов при их последовательном соединении. Какие физические величины остаются общими для отдельных конденсаторов батареи?
- 10 Для чего используют смешанное (комбинированное) соединение конденсаторов?

## Тесты

1. Какова энергия электрического поля конденсатора электроемкостью 20 мкФ при напряжении 10 В?

- А)  $1 \cdot 10^3$  Дж    В)  $2 \cdot 10^{-4}$  Дж    С)  $1 \cdot 10^{-4}$  Дж    Д)  $2 \cdot 10^{-3}$  Дж    Е)  $1 \cdot 10^{-3}$  Дж

2. Площадь пластины плоского воздушного конденсатора  $60 \text{ см}^2$ , заряд конденсатора  $1 \text{ нКл}$ , разность потенциалов между его пластинами  $90 \text{ В}$ . Определите расстояние между пластинами конденсатора. Электрическая постоянная равна  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- A) 3,9 мм      B) 4,2 мм      C) 4,5 мм      **Д) 4,8 мм**      E) 5,1 мм

3. Действующее значение напряжения на конденсаторе в контуре равно  $100 \text{ В}$ . Определите максимальное значение энергии конденсатора (электрического поля), если электроемкость конденсатора равна  $10 \text{ пФ}$ .

- A) 0,001 мкДж      B) 0,01 мкДж      **С) 0,1 мкДж**      Д) 1 мкДж      E) 10 мкДж

4. Конденсатор емкостью  $1 \text{ мФ}$  при напряжении  $1,2 \text{ кВ}$  применяют для импульсной контактной сварки медной проволоки. Найдите среднюю полезную мощность разряда, если он длится  $1 \text{ мкс}$ . КПД установки  $4 \%$ .

- A) 28,8 МВт**      B) 21,6 МВт      C) 14,4 МВт      Д) 10,8 МВт      E) 7,2 МВт

5. По тонкому кольцу радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $q$ . Модуль напряженности электрического поля на оси кольца на расстоянии  $R\sqrt{3}$  от его центра равен

- A)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{R^2}$       B)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{8R^2}$       C)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{3q}{4R^2}$       Д)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{4R^2}$       **E)  $\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{8R^2}$**

6. Заряженный воздушный конденсатор обладает энергией  $W$ . Чему станет равна его энергия, если пространство между обкладками заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=4$ ?

- A)  $4W$       **B)  $\frac{1}{4}W$**       C)  $W$       Д)  $2W$       E)  $\frac{1}{2}W$

7. Плоский воздушный конденсатор заряжен и отключен от источника. Какова толщина  $L$  плоской стеклянной пластинки, которую нужно ввести в зазор, чтобы разность потенциалов уменьшилась в  $n$  раз? Диэлектрическая проницаемость стекла  $\varepsilon$ . Ширина зазора между обкладками  $d$  ( $d>L$ ).

- A)  $d \frac{n+1}{n} \frac{\varepsilon}{\varepsilon+1}$       **B)  $d \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{n+1}{n}$**       C)  $d \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{n-1}{n}$       Д)  $d \frac{\varepsilon}{\varepsilon+1} \frac{n-1}{n}$       E)  $d \frac{n}{n-1} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$

8. Для того чтобы удалить пластину диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  из заряженного и отключенного от источника напряжения плоского конденсатора, обладающего энергией  $W$ , нужно совершить работу ...

- A)  $\epsilon W$       B)  $\frac{1}{\epsilon} W$       C)  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} W$       **Д)  $(\epsilon - 1)W$**       E)  $(\epsilon + 1)W$

9. Парафиновая пластинка заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина  $\epsilon$ . Емкость конденсатора с парафином равна  $C$ , его заряд  $q$ . Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пластинку из конденсатора?

- А)  $\frac{q^2(\epsilon - 1)}{2C}$**       B)  $\frac{q^2(\epsilon + 1)}{2C}$       C)  $\frac{q^2}{2C(\epsilon - 1)}$       Д)  $\frac{q^2}{2C(\epsilon + 1)}$       E)  $\frac{q^2}{2C\epsilon}$

10. Конденсатор заряжен до разности потенциалов  $U$  и отключен от источника напряжения. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если при его удалении из конденсатора разность потенциалов между пластинами конденсатора возрастает в пять раз (диэлектрик полностью заполняет пространство между обкладками конденсатора).

- А) 5**      B) 3      C) 6      Д) 2,5      E) 10

11. Единица размерности физической величины, которую в системе СИ можно представить как  $\frac{\text{Дж}}{\text{В}^2}$ , называется ...

- A) Кулон      B) Ньютон      C) Ом      **Д) Фарад**      E) Ампер

12. Энергия заряженного и отключенного от источника напряжения плоского воздушного конденсатора при уменьшении расстояния между его пластинами вдвое и заполнении пространства между пластинами диэлектриком с  $\epsilon=2$ :

- A) не изменится  
B) увеличится в 4 раза  
**С) уменьшится в 4 раза**  
Д) уменьшится в 2 раза  
E) увеличится в 2 раза

13. Как изменится емкость плоского конденсатора, если расстояние между его обкладками увеличить в 2 раза?

- A) увеличится в 2 раза  
**В) уменьшится в 2 раза**  
C) уменьшится в 4 раза  
Д) увеличится в 4 раза



Е) однозначно ответить нельзя, так как не заданы заряд конденсатора и разность потенциалов между его обкладками

14. Заряд на обкладках конденсатора увеличился в 2 раза. Как изменилась при этом емкость конденсатора?

- А) не изменилась
- В) увеличилась в 2 раза
- С) уменьшилась в 2 раза
- Д) увеличилась в 4 раза
- Е) ответ зависит от типа конденсатора

15. Конденсатор был заряжен до 10 В. При разрядке конденсатора в электрической цепи выделилась энергия 0,05 Дж. Какой заряд был на обкладке конденсатора?

- А)  $1 \cdot 10^{-2}$  Кл    В)  $1 \cdot 10^{-3}$  Кл    С)  $1 \cdot 10^{-4}$  Кл    Д)  $1 \cdot 10^{-5}$  Кл    Е)  $1 \cdot 10^{-1}$  Кл

16. Если разность потенциалов между обкладками конденсатора увеличить в  $n$  раз, то его емкость ...

- А) не изменится
- В) увеличится в  $n$  раз
- С) уменьшится в  $n$  раз
- Д) увеличится в  $n^2$  раз
- Е) уменьшится в  $n^2$  раз

17. Плоский воздушный ( $\epsilon=1$ ) конденсатор с площадью пластины  $S=500 \text{ см}^2$  подключен к батарее с ЭДС  $E=300 \text{ В}$ . Определите работу внешних сил по раздвижению пластин от  $d_1=1 \text{ см}$  до  $d_2=3 \text{ см}$ , если пластины в процессе раздвигания остаются подключенными к батарее. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

- А) 1,13 мкДж    В) 1,23 мкДж    С) 1,33 мкДж    Д) 1,43 мкДж    Е) 1,53 мкДж

18. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого  $d=5 \text{ см}$ , заряжен до разности потенциалов  $U=200 \text{ В}$  и отключен от источника. Каково будет напряжение на конденсаторе, если расстояние между его пластинами увеличить на  $\Delta d=0,05 \text{ м}$ ?

- А) 50 В    В) 100 В    С) 300 В    Д) 400 В    Е) 500 В

19. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено стеклом с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ . Расстояние между обкладками  $d=2 \text{ мм}$ . Конденсатор заряжен до напряжения  $U=200 \text{ В}$ . Найдите поверх-

ностную плотность зарядов  $\sigma$  на обкладках конденсатора. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А)  $9,3 \text{ мкКл/м}^2$                       В)  $8,3 \text{ мкКл/м}^2$                       С)  $7,3 \text{ мкКл/м}^2$   
Д)  $6,3 \text{ мкКл/м}^2$                       Е)  $5,3 \text{ мкКл/м}^2$

20. Две пластины с электрическими зарядами противоположных знаков расположены параллельно. Как изменится энергия электрического поля между пластинами при увеличении расстояния между ними в 2 раза? Заряд пластин не изменяется.

- А) не изменяется  
В) уменьшится в 2 раза  
С) увеличится в 2 раза  
Д) уменьшится в 4 раза  
Е) увеличится в 4 раза

21. Парафиновая пластинка заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина  $\epsilon=2$ . Емкость конденсатора с парафином  $C=4 \text{ мкФ}$ , его заряд  $q=0,2 \text{ мКл}$ . Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пластинку из конденсатора?

- А) 2 мДж    В) 4 мДж    С) 5 мДж    Д) 6 мДж    Е) 8 мДж

22. Какую площадь должны иметь пластины плоского конденсатора для того, чтобы его емкость была равна 1 нФ, если между пластинами помещается слой слюды толщиной 0,1 мм? Диэлектрическая проницаемость слюды 7. Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А)  $8 \text{ см}^2$     В)  $12 \text{ см}^2$     С)  $16 \text{ см}^2$     Д)  $20 \text{ см}^2$     Е)  $25 \text{ см}^2$

23. Расстояние между пластинами заряженного плоского конденсатора равно  $d$ . От одной из пластин одновременно стали двигаться по нормали к ним протон («р») и альфа-частица (« $\alpha$ »). Какое расстояние пройдет альфа-частица за время, необходимое протону на весь путь от одной пластины до другой?

- А)  $\frac{d}{2}$     В)  $d$     С)  $\frac{d}{4}$     Д)  $\frac{d}{8}$     Е)  $\frac{d}{3}$

24. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d=0,5 \text{ мм}$ . Конденсатор зарядили до разности потенциалов  $U=10 \text{ В}$  и отключили от источника. Какова будет разность потенциалов, если пластины раздвинуть на 2,0 мм? Полагайте, что размеры обкладок значительно больше расстояния между ними.

- А) 35 В    В) 40 В    С) 45 В    Д) 50 В    Е) 55 В

25. Плоский воздушный конденсатор, площадь пластины которого равна  $S$ , заряжен до разности потенциалов  $U$ . При напряженности поля в конденсаторе  $E$ , энергия, запасенная в конденсаторе, определяется выражением... Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0$ .

А)  $\frac{\epsilon_0 EU}{2}$     В)  $\frac{\epsilon_0 SEU}{2}$     С)  $\frac{\epsilon_0 SE}{2}$     Д)  $\frac{\epsilon_0 SE^2}{2}$     Е)  $\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

26. Плоский воздушный конденсатор, площадь пластины которого равна  $S$ , заряжен до разности потенциалов  $U$ . Напряженность поля в конденсаторе  $E$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Определите поверхностную плотность заряда на пластинах.

А)  $\frac{\epsilon_0 ES}{2}$     В)  $\frac{\epsilon_0 ESU}{2}$     С)  $\epsilon_0 E$     Д)  $\frac{\epsilon_0 E^2 S}{2}$     Е)  $\frac{\epsilon_0 E^2}{2U}$

27. Между пластинами плоского воздушного конденсатора, к которому приложено напряжение 500 В, находится во взвешенном состоянии пылинка массой  $10^{-7}$  г. Расстояние между пластинами 5 см. Определите заряд пылинки, если ускорение силы тяжести  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

А)  $1 \cdot 10^{-9}$  Кл    В)  $1 \cdot 10^{-10}$  Кл    С)  $1 \cdot 10^{-11}$  Кл    Д)  $1 \cdot 10^{-12}$  Кл    Е)  $1 \cdot 10^{-13}$  Кл

28. Энергия электрического поля, созданного внутри плоского конденсатора, отключенного от источника тока, равна  $W$ . Чему станет равной энергия поля, если из него вынуть диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=3$ ?

А)  $3W/2$     В)  $2W/3$     С)  $W$     Д)  $3W$     Е)  $W/3$

29. Две пластины с электрическими зарядами противоположных знаков расположены на небольшом расстоянии параллельно друг другу. Изменится ли энергия электрического поля между пластинами при уменьшении расстояния между ними в 2 раза? Заряд пластин не изменяется.

А) не изменится    В) уменьшится в 2 раза    С) увеличится в 2 раза  
 Д) уменьшится в 4 раза    Е) увеличится в 4 раза

30. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора  $S$ . Если конденсатор заряжен зарядом  $q$  и отключен от источника тока, то для того, чтобы расстояние между пластинами увеличить на  $\Delta x$ , необходимо совершить работу, равную... Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0$ .

А)  $\frac{q^2 \Delta x}{4\pi \epsilon_0 S}$     В)  $\frac{q^2 \Delta x}{2\epsilon_0 S}$     С)  $\frac{q^2 \Delta x}{2\pi \epsilon_0 S}$     Д)  $\frac{q^2 S}{4\pi \epsilon_0 \Delta x}$     Е)  $\frac{q^2 S}{2\epsilon_0 \Delta x}$

31. Расстояние между квадратными пластинами плоского конденсатора со стороны в 10 см равно 1 мм. Какова разность потенциалов между пластинами, если заряд на одной пластине равен 1 нКл? Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 1,1 В    В) 11 В    С) 110 В    Д) 2,2 В    Е) 22 В

32. Найдите энергию уединенной сферы радиусом  $R=4$  см, заряженной до потенциала  $\phi=500$  В. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Сфера находится в вакууме.

А) 0,56 мкДж    В) 0,66 мкДж    С) 0,76 мкДж    Д) 0,86 мкДж    Е) 0,96 мкДж

33. Плоский воздушный конденсатор заряжен до некоторой разности потенциалов. В конденсатор поместили диэлектрическую пластинку, заполняющую все пространство между обкладками. После этого для восстановления прежней разности потенциалов пришлось увеличить заряд пластины в три раза. Определите диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  пластинки.

А) 2    В) 3    С)  $\sqrt{3}$     Д) 9    Е) верного ответа нет

34. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C_1=10$  пФ заряжен до разности потенциалов  $U_1=900$  В. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 3 раза. Определите разность потенциалов  $U_2$  на обкладках конденсатора после их раздвижения.

А) 100 В    В) 300 В    С) 900 В    Д) 2 700 В    Е) 8 100 В

35. Лейденская банка емкостью 3,3 нФ заряжена до разности потенциалов 20 кВ. Предполагая, что при разряде банки 10 % ее энергии рассеивается в виде звуковых и электромагнитных волн, определите количество выделившейся теплоты.

А) 0,55 Дж    В) 0,6 Дж    С) 0,65 Дж    Д) 0,7 Дж    Е) 0,75 Дж

36. Плоский конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Как изменится энергия электрического поля конденсатора при уменьшении расстояния между его пластинами в 2 раза?

- А) увеличится в 2 раза
- В) увеличится в 4 раза
- С) не изменится
- Д) уменьшится в 2 раза**
- Е) уменьшится в 4 раза

37. Каким выражением определяется модуль напряженности электрического поля между пластинами плоского конденсатора, если площадь каждой пластины  $S$ , на одной пластине находится заряд  $+2q$ , на другой  $-q$ ?

- А)  $\frac{3q}{\epsilon_0 S}$
- В)  $\frac{3q}{2\epsilon_0 S}$**
- С)  $\frac{q}{3\epsilon_0 S}$
- Д)  $\frac{q}{2\epsilon_0 S}$
- Е)  $\frac{q}{\epsilon_0 S}$

38. Парафиновая пластинка заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина  $\epsilon$ . Емкость конденсатора с парафином  $C$ , его заряд  $q$ . Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пластинку из конденсатора?

- А)  $\frac{q^2(\epsilon - 1)}{2C}$**
- В)  $\frac{q^2\epsilon}{2C}$
- С)  $\frac{q^2\epsilon}{C}$
- Д)  $\frac{C}{q^2\epsilon}$
- Е)  $\frac{4C}{q^2\epsilon}$

Верные ответы в заданиях отмечены **красным цветом**.

### Упражнения для самоконтроля

3.1. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ( $\epsilon = 7$ ). Расстояние между пластинами  $d = 5$  мм, разность потенциалов  $U = 500$  В. Определить энергию поляризованной стеклянной пластины, если ее площадь  $S = 50$  см<sup>2</sup>. [6,64 мкДж]

3.2. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C = 10$  пФ заряжен до разности потенциалов  $U = 1$  кВ. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в два раза. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин.

[1) 2 кВ; 2) 5 мкДж]

3.3. Разность потенциалов между пластинами конденсатора  $U = 200$  В. Площадь каждой пластины  $S = 100$  см<sup>2</sup>, расстояние между пластинами  $d = 1$  мм, пространство между ними заполнено парафином ( $\epsilon = 2$ ). Определить силу притяжения пластин друг к другу. [3,54 мН]

3.4. Плоский конденсатор с размером пластин  $25 \times 25$  см<sup>2</sup> и расстоянием между ними  $d_1 = 0,5$  мм заряжен до разности потенциалов  $U_1 = 10$  В и отключен

от источника. Какова будет разность потенциалов  $U_2$ , если пластины раздвинуть до расстояния  $d_2=5$  мм? [100 В]

3.5. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C$  подсоединен к источнику тока, который поддерживает разность потенциалов между обкладками, равную  $U$ . Какой заряд пройдет через источник при заполнении такого конденсатора диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ? [ $(\epsilon-1)CU$ ]

3.6. Как изменится энергия подключенного к источнику постоянного напряжения плоского конденсатора при увеличении расстояния между его пластинами в 2 раза и введении между пластинами диэлектрика с  $\epsilon=4$ ?

[увеличится в 2 раза]

3.7. Плоский воздушный конденсатор заряжен до некоторой разности потенциалов. В конденсатор поместили диэлектрическую пластинку, заполняющую все пространство между обкладками. После этого для восстановления прежней разности потенциалов пришлось увеличить заряд пластины в три раза. Определите диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  пластинки. [ $\epsilon=3$ ]

3.8. Между пластинами плоского воздушного конденсатора внесена плоскопараллельная пластина из твердого диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  так, что между ней и пластинами остались воздушные зазоры. Как изменится при этом сила притяжения пластин друг к другу, если конденсатор заряжен и отключен от источника тока? [не изменится]

3.9. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов  $U$  и отключен от источника тока. Определите разность потенциалов, если расстояние между обкладками конденсатора увеличить в  $n$  раз. [ $nU$ ]

3.10. К плоскому воздушному конденсатору, площадь пластин которого  $60$  см<sup>2</sup>, приложено напряжение  $90$  В, при этом заряд конденсатора оказался равным  $1$  нКл. Определите емкость конденсатора. [ $11$  пФ]

## Глава 4 Постоянный электрический ток

### § 4.16 Электрический ток

Электрическим током называют всякое упорядоченное движение электрических зарядов. При отсутствии электрического поля носители тока совершают хаотическое (тепловое) движение в проводящей среде. При включении же электрического поля свободные электрические заряды перемещаются: "положительные" – по полю, "отрицательные" – против поля, т.е. в проводнике возникает электрический ток, называемый **током проводимости**. Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела, то возникает так называемый **конвекционный ток**. **Носители тока** в металлах – электроны, в электролитах – ионы, в газах – ионы и электроны. За **направление тока** условились считать направление движения положительно заряженных частиц. Поэтому направление тока в металлах противоположно направлению движения электронов. Для возникновения и существования электрического тока **необходимо**, с одной сто-

роны, наличие свободных **носителей тока** – заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой – наличие **электрического поля**, энергия которого, каким-либо образом восполняясь, расходуется на их упорядоченное движение.

Для количественной характеристики электрического тока служат две основные величины: **сила тока** и **плотность тока**.

Сила тока  $I$  – скалярная физическая величина, равная электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (16.1)$$

Единицей силы тока служит ампер (А). При токе в 1 А через полное сечение проводника проходит заряд в 1 Кл за время 1 с.

Электрический ток может быть обусловлен движением как положительных, так и отрицательных носителей. Перенос отрицательного заряда в одном направлении эквивалентен переносу такого же по величине положительного заряда в противоположном направлении. Если ток создается носителями обоих знаков, причем за время  $dt$  через данную поверхность положительные носители переносят заряд  $dq_+$  в одном направлении, а отрицательные – заряд  $dq_-$  в противоположном направлении, то

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt} = I_+ + I_-. \quad (16.2)$$

Таким образом, сила тока  $I$  в таком проводнике складывается из сил тока, создаваемых положительными и отрицательными зарядами:  $I = I_+ + I_-$ .

Следует отметить, что электрическое поле, вызывающее в проводнике постоянный ток, по своим свойствам отличается от электростатического поля:

- это поле существует как внутри проводника, так и вне его, тогда как электростатическое поле, создаваемое неподвижными зарядами на проводнике, существует только вне проводника, а внутри проводника отсутствует;

- потенциалы разных точек проводника с током различны, тогда как потенциалы всех точек на поверхности проводника, находящегося в электростатическом поле, одинаковы;

- линии напряженности стационарного электрического поля внутри проводника с током параллельны его оси, а на поверхности проводника расположены наклонно к его поверхности, тогда как линии напряженности электростатического поля перпендикулярны поверхности проводника.

Физическая величина, определяемая силой тока  $dI$  через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения носителей тока площадку  $dS_{\perp}$ , отнесенной к величине этой площадки, называется **плотностью тока**:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (16.3)$$

Единица плотности тока есть ампер на квадратный метр (А/м<sup>2</sup>).

Рассмотрим сначала простейший случай, когда все носители тока одинаковы (например, электроны в металлах). Выделим мысленно в среде, по которой течет ток, произвольный бесконечно малый объем и обозначим через  $\vec{v}$  средний вектор скорости рассматриваемых носителей в этом объеме. Его называют **средней, дрейфовой** или **упорядоченной** скоростью движения носителей тока. Обозначим далее через  $n$  концентрацию носителей тока, т.е. их число в единице объема. Проведем бесконечно малую площадку  $dS$ , перпендикулярную к скорости  $\vec{v}$ . Построим на ней бесконечно короткий прямой цилиндр с высотой  $vdt$ , как указано на рисунке 20. Все частицы, заключенные внутри этого цилиндра, за время  $dt$  пройдут через площадку  $dS$ , перенеся через нее в направлении скорости  $\vec{v}$  электрический заряд  $dq = nev dS dt$ , где  $e$  – заряд одной частицы (например, электрона). Таким образом, через единицу площади за единицу времени переносится электрический заряд  $j = nev$ . Вектор

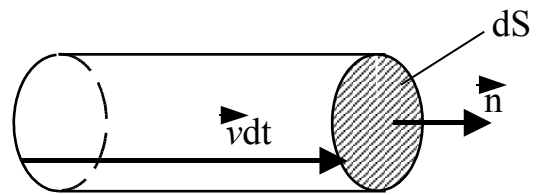


Рисунок 20

$$\vec{j} = ne\vec{v} \quad (16.4)$$

называют **вектором плотности электрического тока**.

Скаляр  $j$  есть заряд, переносимый в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к току. Направление вектора  $\vec{j}$  совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

В случае нескольких типов зарядов, создающих ток, плотность тока определяется выражением

$$\vec{j} = \sum n_i e_i \vec{v}_i, \quad (16.5)$$

где суммирование ведется по всем типам носителей тока ( $n_i$ ,  $e_i$ ,  $\vec{v}_i$  означают концентрацию, заряд и упорядоченную скорость  $i$ -го носителя).

Зная вектор плотности тока в каждой точке интересующей нас поверхности  $S$ , можно найти и силу тока через эту поверхность как поток вектора  $\vec{j}$ :

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int j \cdot dS_{\perp} = \int j_n \cdot dS, \quad (16.6)$$

где  $d\vec{S} = \vec{n} dS$  ( $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $dS$ ),  $j_n$  – проекция вектора плотности тока  $\vec{j}$  на направление нормали  $\vec{n}$ .



Сила тока  $I$  является величиной скалярной и алгебраической. Ее знак, как видно из формулы (16.6), определяется, кроме всего прочего, выбором направления нормали в каждой точке поверхности  $S$ , т.е. выбором направления векторов  $d\vec{S}$ . Последняя формула остается верной и в том случае, когда площадка  $dS$  не перпендикулярна к вектору  $\vec{j}$ . Чтобы убедиться в этом, достаточно заметить, что составляющая вектора  $\vec{j}$ , перпендикулярная к вектору  $\vec{n}$ , через площадку  $dS$  электричества не переносит.

#### § 4.17 Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Если бы на носители тока действовали только силы электростатического поля, то под их действием положительные носители перемещались бы из мест с большим потенциалом к местам с меньшим потенциалом, а отрицательные носители двигались бы в обратном направлении. Это вело бы к выравниванию потенциалов всех соединенных между собой проводников и ток прекратился. Чтобы этого не произошло, в цепи постоянного тока наряду с участками, где положительные носители движутся в сторону уменьшения потенциала  $\phi$ , должны иметься участки, на которых перенос положительных носителей происходит в сторону возрастания  $\phi$ , т.е. против сил электрического поля. Перенос носителей на этих участках возможен лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения. Такие силы назвали **сторонними**. Работа сторонних сил обеспечивается при помощи **источников тока**.

Таким образом, для поддержания постоянного тока необходимы сторонние силы, действующие либо на отдельных участках цепи, либо на всем протяжении цепи. Физическая природа сторонних сил может быть различной. Они могут быть обусловлены, например, химической и физической неоднородностью проводника. Такие силы, возникают при соприкосновении разнородных проводников (гальванические элементы, аккумуляторы) или проводников с различной температурой (термоэлементы). Сторонние силы могут быть также обусловлены электрическими (но не электростатическими) полями, порождаемыми переменными магнитными полями и т.д.

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами. Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом называют электродвижущей силой (ЭДС)  $E$ , действующей в цепи или на ее участке. Следовательно, если работа сторонних сил над зарядом  $q$  равна  $A$ , то

$$E = \frac{A}{q}.$$

(17.1)

Из сопоставления формул (17.1) и (4.14) вытекает, что размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала. Поэтому  $E$  измеряется в вольтах (В), как и  $\phi$ .

Стороннюю силу  $\vec{F}_{\text{ст}}$ , действующую на заряд  $q$ , можно представить в виде

$$\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}_{\text{ст}}. \quad (17.2)$$

Векторную величину  $\vec{E}_{\text{ст}}$  называют **напряженность поля сторонних сил** ( $\vec{E}_{\text{ст}}$  равна силе, действующей на единичный положительный заряд, которая обусловлена не электростатическим полем). Работа сторонних сил над зарядом  $q$  на участке 1-2 равна

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$$

Разделив эту работу на  $q$ , получим ЭДС, действующую на данном участке:

$$E_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (17.3)$$

Аналогичный интеграл, вычисленный для замкнутой цепи, даст ЭДС, действующую в этой цепи:

$$E = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

(17.4)

Таким образом, ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил.

Кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ . Следовательно, результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд  $q$  равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_{\text{ст}} = q(\vec{E} + \vec{E}_{\text{ст}}).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом  $q$  на участке цепи 1-2, определяется интегралом:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + qE_{12}. \quad (17.5)$$

**Падением напряжения** или просто **напряжением**  $U$  на участке 1-2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом, согласно (17.5):

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}. \quad (17.6)$$

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называют **однородным**. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называют **неоднородным**. Для однородного участка цепи  $E_{12} = 0$ , и

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (17.7)$$

т.е. напряжение совпадает с разностью потенциалов на концах участка.

#### § 4.18 Закон Ома. Сопротивление проводников

Немецкий физик Георг Ом (1787–1854) экспериментально установил, что сила тока  $I$ , текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению  $U$  на концах проводника:

$$I = \frac{1}{R} U. \quad (18.1)$$

где  $R$  – электрическое сопротивление проводника.

Уравнение (18.1) выражает **закон Ома для однородного участка цепи**. Единицей сопротивления служит Ом, равный сопротивлению такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет ток силой 1 А. Величина, обратная сопротивлению

$$G = 1/R,$$

называется **электрической проводимостью** проводника. Единица проводимости сименс (См): 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от свойств материала, из которого он изготовлен. Для однородного цилиндрического проводника сопротивление  $R$  прямо пропорционально его длине  $l$  и обратно пропорционально площади его поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (18.2)$$

где  $\rho$  – коэффициент пропорциональности, характеризующий свойства материала проводника.

Коэффициент  $\rho$  называется **удельным электрическим сопротивлением вещества**. Единица удельного электрического сопротивления – Ом-метр (Ом·м). Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ( $1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м) и медь ( $1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м). На практике наряду с медными применяются алюминиевые провода. Хотя алюминий и имеет большее, чем медь, удельное сопротивление ( $2,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м), но зато обладает меньшей плотностью по сравнению с медью.

Найдем связь между векторами плотности тока  $\vec{j}$  и напряженности  $\vec{E}$  в одной и той же точке проводника. В изотропном проводнике упорядоченное движение положительных носителей тока происходит в направлении вектора  $\vec{E}$ .

Поэтому направление векторов  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  совпадают. Выделим мысленно в окрестности некоторой точки элементарный цилиндрический объем с образующими, параллельными векторам  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  (рисунок 21). Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой  $j dS$ . Напряжение, приложенное к цилиндру, равно  $E dl$ , где  $E$  – напряженность поля в данном месте,  $dl$  – высота цилиндра. Наконец, сопротивление цилиндра, согласно (18.2), равно  $\rho(dl/dS)$ . Подставив эти значения в формулу (18.1), придем к соотношению:

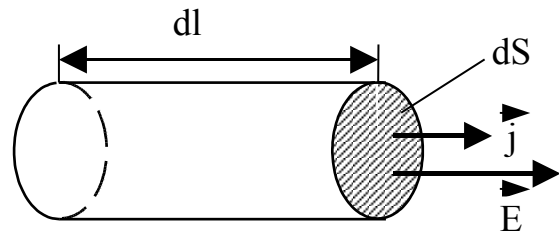


Рисунок 21

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl \quad \text{или} \quad j = \frac{E}{\rho}.$$

Воспользовавшись тем, что векторы  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  имеют одинаковое направление, можно написать

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}. \quad (18.3)$$

Формула (18.3) выражает **закон Ома в дифференциальной форме**. Обратная  $\rho$  величина  $\sigma$  называется **удельной электрической проводимостью** материала. Единица, обратная Ом, называется сименсом (См). Соответственно единицей  $\sigma$  является сименс на метр (См/м). Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Допустим для простоты, что в проводнике имеются носители лишь одного знака. Согласно формуле (16.5) плотность тока в этом случае равна

$$\vec{j} = ne\vec{v}. \quad (18.4)$$

Сравнение этого выражения с формулой (18.3) приводит к заключению, что скорость упорядоченного движения носителей тока пропорциональна напряженности поля  $\vec{E}$ , т.е. силе, сообщающей носителям упорядоченное движение. Пропорциональность скорости приложенной к телу силе наблюдается в тех случаях, когда кроме силы, вызвавшей движение, на тело действует сила сопротивления среды. Эта сила вызывается взаимодействием носителей тока с частицами, из которых построено вещество проводника. Наличие силы сопротивления упорядоченному движению носителей тока обуславливает электрическое сопротивление проводника.

Способность вещества проводить электрический ток характеризуется его удельным сопротивлением  $\rho$  или удельной проводимостью  $\sigma$ . Эти величины определяются химической природой вещества и внешними условиями, в частности температурой, при которых оно находится.

Если в закон Ома для однородного участка цепи  $I = U/R$  (18.1) подставим выражение (17.6) для напряжения  $U = \varphi_1 - \varphi_2 + E$ , действующего на этом участке, то получаем соотношение

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E}{R} \quad \text{или} \quad \varphi_1 - \varphi_2 + E = IR, \quad (18.5)$$

выражающее **закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома)**.

На примере схем, приведенных на рисунке 22, можно рассмотреть примеры использования обобщенного закона Ома. На схеме (а) вольтметр, подключенный к точкам 1 и 2 цепи, покажет напряжение  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Так как клемма «+» источника присоединена со стороны точки 1, то, если бы в цепи ток отсутствовал, точка 1 находилась бы под более положительным потенциалом в сравнении с потенциалом точки 2, поэтому в последнем равенстве слагаемое  $E$  необходимо брать со знаком «+». В схеме (а) ток течет от точки 2 к точке 1, поэтому слагаемое  $IR$  нужно брать со знаком «-». В итоге, в схеме (а) вольтметр, подключенный к точкам 1 и 2, покажет напряжение:  $\varphi_1 - \varphi_2 = E - IR$ .

В схеме (б) ток течет навстречу ЭДС, это возможно в том случае, когда к рассматриваемому участку цепи подключен источник тока с ЭДС, большей ЭДС данного участка. Такую схему включения используют при зарядке аккумуляторной батареи.

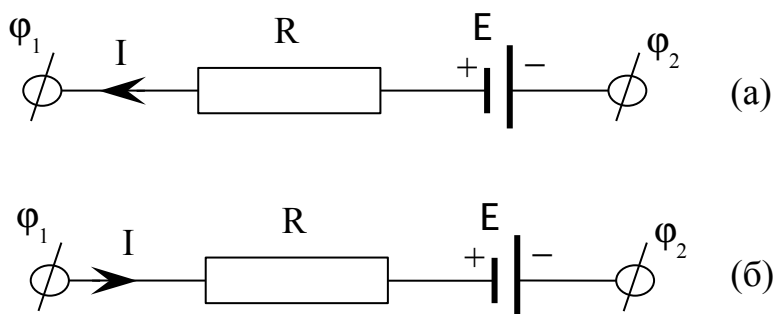


Рисунок 22

В схеме (б) вольтметр, подключенный к точкам 1 и 2, покажет напряжение:  $\varphi_1 - \varphi_2 = E + IR$ .

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует ( $E = 0$ ), то из (18.5) приходим к закону Ома для однородного участка цепи (18.1):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}. \quad (18.1)$$

Если же электрическая цепь замкнута, то выбранные точки 1 и 2 совпадают, и  $\varphi_1 = \varphi_2$ ; тогда из (18.5) получаем выражение для **закона Ома для замкнутой (полной) цепи**:

$$I = \frac{E}{R_{\text{общ}}},$$

где  $E$  – ЭДС, действующая в цепи,  $R_{\text{общ}}$  – суммарное (общее) сопротивление всей цепи.

В общем случае  $R_{\text{общ}} = r + R$ , где  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока,  $R$  – сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (18.6)$$

Если цепь разомкнута и, следовательно, в ней ток отсутствует ( $I = 0$ ), то из закона Ома для неоднородного участка цепи (18.5) получим, что  $E = \varphi_1 - \varphi_2$ , т. е. ЭДС, действующая в разомкнутой цепи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того, чтобы найти ЭДС источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

Закон Ома для полной цепи можно представить и в форме

$$E = I(R + r) = IR + Ir = U_R + U_r, \quad (18.7)$$

и сформулировать его следующим образом: в замкнутой цепи постоянного тока ЭДС источника тока равна сумме падений напряжений на внешней и внутренней частях цепи. Величину  $U_R = IR$ , равную напряжению на внешней нагрузке, называют напряжением на клеммах источника. Замкнутую цепь в простейшем случае изображают так, как она представлена на рисунке 23. Если приведенная на рисунке 23 цепь разомкнута, то  $R \rightarrow \infty$ , а сила тока в

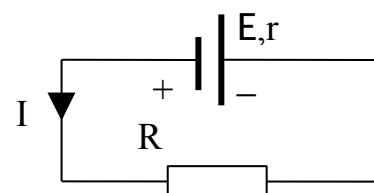


Рисунок 23

цепи  $I = 0$ , и  $E = U_R$ , т.е. напряжение на полюсах источника тока при разомкнутой цепи равно ЭДС источника тока.

Если клеммы источника  $E$  в приведенной на рисунке 23 цепи замкнуть, т.е. замкнуть между собой, то мы имеем случай так называемого короткого замыкания. При коротком замыкании источника сопротивление внешней цепи  $R = 0$ , и в случае незначительного внутреннего сопротивления  $r$  источника тока **сила тока короткого замыкания**  $I_{кз}$ , равная

$$I_{кз} = \left. \frac{E}{R + r} \right|_{R=0} = \frac{E}{r}, \quad (18.8)$$

может оказаться значительной и привести к разрушению источника тока.

### § 4.19 Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей, например, нахождение сил токов в отдельных ее ветвях, значительно упрощается при применении правил Кирхгофа, чем при применении обобщенного закона Ома для всех ее отдельных ветвей (Г. Р. Кирхгоф (1824–1887) – немецкий физик). Этих правил два. Первое из них относится к узлам цепи. Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется **узлом**. При этом ток, входящий в узел, считается имеющим один знак (например, плюс), а ток, выходящий из узла, – имеющим другой знак (например, минус).

**Первое правило Кирхгофа:** алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum I_k = 0. \quad (19.1)$$

Например, применительно к рисунку 24 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае вместе с зарядами менялось бы во времени и электрическое поле, а потому токи не могли бы оставаться постоянными.

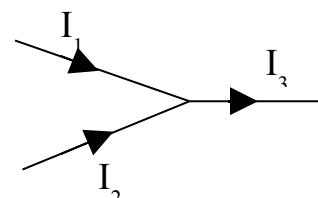


Рисунок 24

**Второе правило Кирхгофа:** для любого замкнутого контура разветвленной цепи алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках этого

контура на сопротивления соответствующих участков равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре

$$\sum I_k R_k = \sum E_n . \quad (19.2)$$

Каждое из произведений  $IR$  в (19.2) определяет разность потенциалов, которая существовала бы между концами соответствующего участка, если бы ЭДС в нем была равна нулю, т.е. это произведение есть падение напряжения, вызываемого протекающим по  $R$  током. Поэтому второе правило Кирхгофа можно выразить следующим образом: для любого замкнутого контура алгебраическая сумма всех падений напряжения равна алгебраической сумме всех ЭДС в этом контуре.

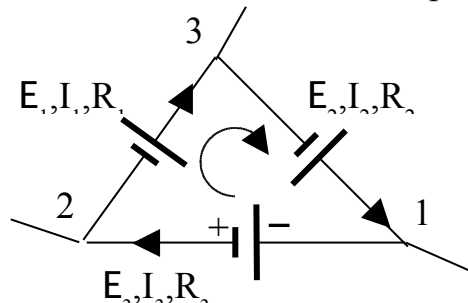


Рисунок 25

Рассмотрим контур, состоящий из трех участков (рисунок 25). Направление обхода по часовой стрелке примем за положительное, отметив, что выбор этого направления совершенно произволен. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие с направлением обхода – отрицательными. Источники ЭДС считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура. Затем применим к каждому из трех участков обобщенный закон Ома (см. (18.5)):

$$I_1 R_1 = \varphi_2 - \varphi_3 - E_1,$$

$$I_2 R_2 = \varphi_3 - \varphi_1 - E_2,$$

$$I_3 R_3 = \varphi_1 - \varphi_2 + E_3.$$

Сложив эти равенства, приходим после сокращения всех потенциалов к формуле (19.2), т.е. ко второму правилу Кирхгофа. Таким образом, уравнение (19.2) является следствием закона Ома для неоднородных участков цепи.

При расчете разветвленных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

- выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи – если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному;

- выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение  $IR$  положительно, если направление тока на данном участке совпадает с направлением обхода, и наоборот. ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными;



- составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомым величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи). При этом надо следить, чтобы одни уравнения не являлись следствием других;

- если в разветвленной цепи  $N$  узлов, то независимые уравнения типа (19.1) можно составить лишь для  $N-1$  узлов, так как уравнение для последнего узла будет следствием предыдущих. Если в разветвленной цепи можно выделить несколько замкнутых контуров, то независимые уравнения типа (19.2) можно составить только для тех контуров, которые не получаются в результате наложения уже рассмотренных.

## § 4.20 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим однородный участок цепи, между концами которого существует напряжение  $U$ . При силе тока  $I$  за время  $t$  через цепь пройдет заряд  $q = It$ . Поэтому работа электрического тока на этом участке будет равна:

$$A = Uq = IUt. \quad (20.1)$$

Комбинируя законом Ома для однородного участка цепи  $U = IR$ , можно получить еще два выражения **работы тока**:

$$A = IUt = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t. \quad (20.2)$$

Выражение (20.2) справедливо для постоянного тока в любом случае, для какого угодно участка цепи.

**Мощность тока**, т.е. работа в единицу времени равна:

$$P = \frac{A}{t} = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (20.3)$$

Формулу (20.3) в системе СИ используют для определения единицы напряжения. Единица напряжения вольт есть

$$[U] = [P] / [I] = 1 \text{ Вт/А} = 1 \text{ В.}$$

Вольт – электрическое напряжение, вызывающее в электрической цепи постоянный ток силой 1 А при мощности 1 Вт.

Если сила тока выражается в Амперах, напряжение – в Вольтах, сопротивление – в Омах, то работа тока выражается в Джоулях, а мощность – в Ваттах. На практике применяются также внесистемные единицы работы тока: ватт·час (Вт·ч) и киловатт·час (кВт·ч). 1 Вт·ч – работа тока мощностью в 1 Вт в течение 1 часа:  $1 \text{ Вт·ч} = 3\,600 \text{ Вт·с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ ;  $1 \text{ кВт·ч} = 10^3 \text{ Вт·ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ .

В однородном неподвижном проводнике при отсутствии в нем химических превращений вся работа тока идет на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник нагревается. По закону сохранения энергии количество теплоты  $Q$ , выделившейся в неподвижном проводнике, при пропускании тока за время  $t$  равно  $A$ , то из (20.2) имеем

$$Q = IUt = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t. \quad (20.4)$$

Выражение (20.4) представляет собой **закон Джоуля-Ленца**, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Х. Ленцем. Джоуль и Ленц установили свой закон для однородного участка цепи. Однако он справедлив и для неоднородного участка цепи при условии, что действующие в нем сторонние силы имеют нехимическое происхождение.

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем  $dV = dS \cdot dl$  (ось цилиндра совпадает с направлением тока), электрическое сопротивление которого равно  $R = \rho \cdot dl/dS$ . По закону Джоуля – Ленца, за время  $dt$  в объеме  $dV$  выделится теплота

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho \, dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 \cdot dV \cdot dt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется **удельной тепловой мощностью тока**. Она равна

$$w = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \rho j^2. \quad (20.5)$$

Используя дифференциальную форму закона Ома (18.3) из соотношения (20.5) получим:

$$w = \rho j^2 = \frac{j^2}{\sigma} = \sigma E^2 = jE. \quad (20.6)$$

Формулы (20.6) являются обобщенным выражением **закона Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**, пригодным для любого проводника.

Тепловое действие тока находит широкое применение в технике, которое началось с изобретения в 1873 г. русским инженером А. Н. Лодыгиным (1847–1923) лампы накаливания. На нагревании проводников электрическим током основано действие электрических муфельных печей, электрической дуги (открыта русским инженером В. В. Петровым (1761–1834)), контактной электросварки, бытовых электронагревательных приборов и т. д.

Теперь рассмотрим **энергетические превращения** в замкнутой цепи, содержащей ЭДС (см. рисунок 23). При этом будем учитывать полученные ранее соотношения (18.6), (18.7) и (18.8). Мощность, потребляемая цепью (т.е. мощ-

ность, развиваемая источником тока), равна  $P = EI$ . Мощности, выделяемые на нагрузке  $P_R$  и внутреннем сопротивлении  $P_r$ , соответственно, равны

$$P_R = I^2 R = \left( \frac{E}{R + r} \right)^2 R = E^2 \frac{R}{(R + r)^2}, \quad P_r = I^2 r = E^2 \frac{r}{(R + r)^2}. \quad (20.7)$$

Согласно закону сохранения энергии  $P = P_R + P_r$ , т.е.

$$EI = U_R I + U_r I = I^2 (R + r). \quad (20.8)$$

**Коэффициент полезного действия**  $\eta$  источника тока равен:

$$\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{U_R I}{EI} = \frac{U_R}{E} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}. \quad (20.9)$$

Из выражения (20.9) видно, что  $\eta$  достигает наибольшего значения  $\eta = 1$  в случае разомкнутой цепи ( $R \rightarrow \infty$ , при этом  $P_R \rightarrow 0$ ) и обращается в нуль ( $\eta = 0$ ) при коротком замыкании ( $R = 0$ ).

Зависимость полезной мощности от сопротивления нагрузки  $R$

$$P_R(R) = E^2 \frac{R}{(R + r)^2} \quad (20.10)$$

изображена на рисунке 26.

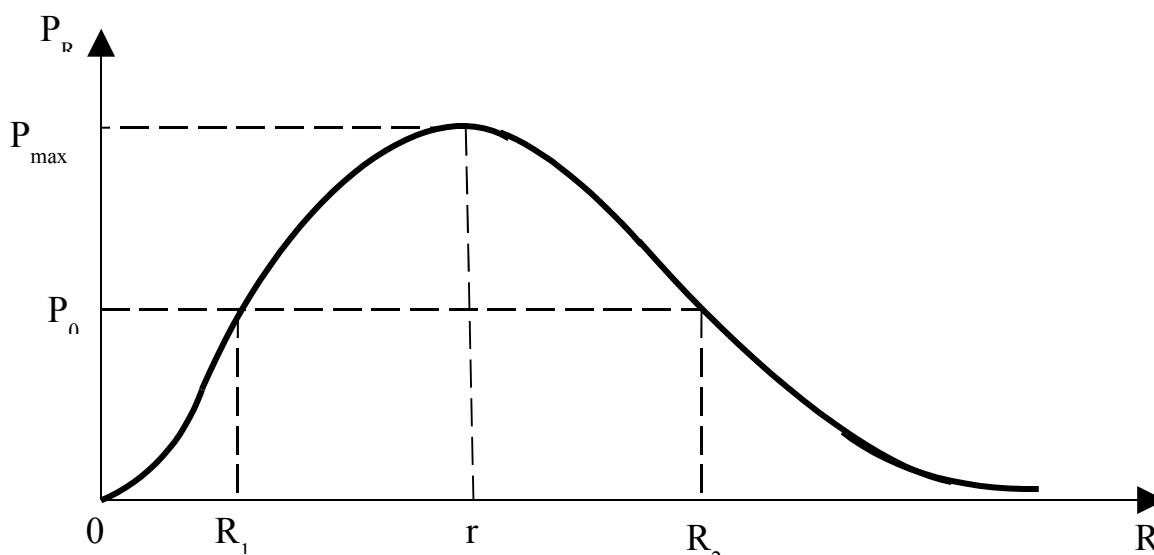


Рисунок 26

Как

видно из графика  $P_R(R)$ , одна и та же мощность  $P_0$  выделяется при двух разных

значениях  $R_1$  и  $R_2$  сопротивления нагрузки (при  $R_1 \neq R_2$  значения КПД различны, т.е.  $\eta_1 \neq \eta_2$ ). Если в (20.10) вместо  $P_R$  подставить  $P_0$ , получим квадратное уравнение, из которого можно определить значения  $R_1$  и  $R_2$ :

$$P_0(R) = P_0 = E^2 \frac{R}{(R+r)^2} \quad \text{или} \quad R^2 + \left(2r - \frac{E^2}{P_0}\right)R + r^2 = 0. \quad (20.11)$$

Значение внешнего сопротивления  $R_{\max}$ , при котором на нем выделяется максимальная мощность  $P_{\max}$ , найдем, дифференцируя выражение  $P_0(R)$  по  $R$  и приравнивая первую производную нулю:

$$P_0(R)'_R = \left( E^2 \frac{R}{(R+r)^2} \right)'_R = E^2 \frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} = 0, \quad (20.12)$$

откуда, с учетом того, что  $r > 0$  и  $R > 0$ , получаем  $R_{\max} = r$ . Полезная мощность, т.е. мощность, выделяемая во внешней цепи, достигает наибольшего значения, если сопротивление внешней цепи равно внутреннему сопротивлению, т.е. при  $R = r$ . При этом сила тока в цепи равна:

$$I_{\max} = \frac{E}{R_{\max} + r} = \frac{E}{r+r} = \frac{1}{2} \frac{E}{r} = \frac{1}{2} I_{\text{кз}}, \quad (20.13)$$

т.е. половине силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}}$ . В этом случае КПД источника тока равен 0,5 (50 %):

$$\eta_{\max} = \frac{R_{\max}}{R_{\max} + r} = \frac{r}{r+r} = \frac{1}{2}. \quad (20.14)$$

А максимальная мощность, выделяемая на нагрузке, равна

$$P_{\max} = E^2 \frac{R_{\max}}{(R_{\max} + r)^2} = E^2 \frac{r}{(r+r)^2} = \frac{E^2}{4r}. \quad (20.15)$$

Если к квадратному уравнению (20.11) для определения  $R_1$  и  $R_2$  применить теорему Виета, то она дает формулы, связывающие корни этого уравнения:

$$R_1 + R_2 = \frac{E^2}{P_0} - r \quad \text{и} \quad R_1 \cdot R_2 = r^2. \quad (20.16)$$

Практический интерес представляет вторая формула в (20.16), т.е.  $(R_1 \cdot R_2 = r^2)$ , которая связывает внутреннее сопротивление источника  $r$  и сопротивления нагрузки  $R_1$  и  $R_2$ , при которых на нагрузке выделяется одинаковая мощность  $(P_0)$ .

## Контрольные вопросы

- 1 Что называется силой тока? плотностью тока? Каковы их единицы измерения? (Дать определения.)
- 2 Назовите условия возникновения и существования электрического тока.
- 3 Что такое сторонние силы? Какова их природа?
- 4 В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, действующей в цепи? напряжения? разности потенциалов?
- 5 Почему напряжение является обобщенным понятием разности потенциалов?
- 6 Какова связь между сопротивлением и проводимостью, удельным сопротивлением и удельной проводимостью? Каковы их единицы измерения? (Дать определения.)
- 7 Что понимают под средней, дрейфовой или упорядоченной скоростью движения носителей тока?
- 8 Что понимают под напряженностью поля сторонних сил?
- 9 Выведите законы Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.
- 10 В чем заключается физический смысл удельной тепловой мощности тока?
- 11 Проанализируйте обобщенный закон Ома. Какие частные законы можно из него получить?
- 12 Как формулируются правила Кирхгофа? На чем они основаны?
- 13 Как составляются уравнения, выражающие правила Кирхгофа? Как избежать лишних уравнений?
- 14 Какие участки цепи называют однородными (неоднородными)?

## Тесты

1. Выражение  $\frac{E^2 r}{(R + r)^2}$  представляет собой:

- А) силу тока в замкнутой цепи
- В) мощность, выделяющуюся во внешней цепи
- С) мощность, выделяющуюся во внутренней цепи источника тока**
- Д) напряжение на зажимах источника тока
- Е) работу перемещения единичного положительного заряда по замкнутой цепи

2. Аккумулятор с внутренним сопротивлением  $r=0,08$  Ом при токе  $I_1=4$  А отдает во внешнюю цепь мощность  $P_1=8$  Вт. Какую мощность  $P_2$  отдаст он во внешнюю цепь при токе  $I_2=6$  А?

- A) 16 Вт      B) 12 Вт      C) 8 Вт      D) 10 Вт      E) 11 Вт

3. Определите ток короткого замыкания аккумулятора, если при внешнем сопротивлении  $R_1=50$  Ом ток в цепи  $I_1=0,2$  А, а при  $R_2=110$  Ом ток  $I_2=0,1$  А.

- A) 9,6 А      B) 4,8 А      C) 2,4 А      D) 1,2 А      E) 0,6 А

4. Два резистора с одинаковым сопротивлением каждый включаются в сеть постоянного напряжения первый раз параллельно, а второй раз последовательно. Найти соотношение между потребляемыми мощностями в этих случаях.

- A)  $P_1=P_2$       B)  $P_2=4P_1$       C)  $P_1=4P_2$       D)  $P_2=2P_1$       E)  $P_1=2P_2$

5. Гальванический элемент с внутренним сопротивлением  $r=6$  Ом замкнут на сопротивление  $R=24$  Ом. При каком другом внешнем сопротивлении полезная мощность цепи будет такой же?

- A) 9,5 Ом      B) 6,5 Ом      C) 4,5 Ом      D) 2,5 Ом      E) 1,5 Ом

6. Элемент с ЭДС, равной 6 В, дает максимальную силу тока 3 А. Найдите наибольшее количество теплоты, которое может быть выделено внешним сопротивлением за 2 минуты.

- A) 2 160 Дж      B) 540 Дж      C) 1 540 Дж      D) 480 Дж      E) 40 Дж

7. Напряжение на (внешнем) участке цепи  $U_1=5$  В, сила тока  $I_1=3$  А. После изменения сопротивления этого участка напряжение стало  $U_2=8$  В, а сила тока  $I_2=2$  А. Каково внутреннее сопротивление источника тока?

- A) 1 Ом      B) 2 Ом      C) 3 Ом      D) 4 Ом      E) 5 Ом

8. Вычислите сопротивление спирали лампы от карманного фонаря, если при напряжении 3,5 В сила тока в ней 280 мА.

- A) 12,5 Ом      B) 125 Ом      C) 50 Ом      D) 25 Ом      E) 250 Ом

9. К источнику с ЭДС  $E=2$  В и внутренним сопротивлением  $r=1$  Ом подключают нагрузку. Если ток в цепи равен  $I=1$  А, то нагрузка потребляет мощность, равную ...

- A) 1 Вт      B) 2 Вт      C) 4 Вт      D)  $\sqrt{2}$  Вт      E)  $2\sqrt{2}$  Вт

10. Какой силы ток должен проходить по проводнику, включенному в сеть напряжением 220 В, чтобы в нем ежеминутно выделялось по 6,6 кДж теплоты?

- А) 0,33 А      В) 0,5 А      С) 0,66 А      Д) 0,4 А      Е) 0,44 А

11. К источнику постоянного тока, ЭДС которого 36 В, а внутреннее сопротивление 1 Ом, подключены параллельно два резистора с сопротивлением 4 Ом каждый. Каково напряжение на выходе источника тока?

- А) 28,8 В      В) 7,2 В      С) 12 В      Д) 24 В      Е) 32 В

12. Электрический утюг рассчитан на напряжение 220 В. Сопротивление его нагревательного элемента 88 Ом. Чему равна мощность этого утюга?

- А)  $4 \cdot 10^2$  Вт      В)  $5,5 \cdot 10^2$  Вт      С)  $2 \cdot 10^3$  Вт      Д)  $4 \cdot 10^3$  Вт      Е)  $5,5 \cdot 10^3$  Вт

13. При замыкании источника тока на внешнее сопротивление 4 Ом в цепи протекает ток 0,3 А, а при замыкании на сопротивление 7 Ом протекает ток 0,2 А. Определите ток короткого замыкания этого источника.

- А) 1,2 А      В) 2,1 А      С) 0,5 А      Д) 1,6 А      Е) 0,9 А

14. Аккумуляторная батарея перед зарядкой имела ЭДС  $E_1=90$  В, после зарядки  $E_2=100$  В. Величина тока в начале зарядки была  $I_1=10$  А. Какова была величина тока  $I_2$  в конце зарядки, если внутреннее сопротивление батареи  $r=2$  Ом, а напряжение  $U$ , создаваемое зарядным устройством, постоянно.

- А) 8 А      В) 9 А      С) 6 А      Д) 5 А      Е) 4 А

15. Коэффициент полезного действия источника тока может быть вычислен по формуле ...

- А)  $\eta = \frac{r}{R+r}$       В)  $\eta = \frac{ER^2}{R+r}$       С)  $\eta = \frac{R}{R+r}$       Д)  $\eta = \frac{E^2R}{(R+r)^2}$       Е)  $\eta = \frac{ER}{R+r}$

16. Каково сопротивление  $R$  отрезка медного провода диаметром  $d=2$  мм, если его масса  $m=0,89$  кг? Удельное сопротивление меди  $\rho=0,017 \cdot 10^{-4}$  Ом·см, ее плотность  $\tau=8,9$  г/см<sup>3</sup>.

- А) 0,17 Ом      В) 0,34 Ом      С) 1,7 Ом      Д) 3,4 Ом      Е) 0,85 Ом

17. Два проводника, соединенные последовательно, имеют сопротивление в 6,25 раза большее, чем при их параллельном соединении. Найдите во сколько раз сопротивление одного проводника больше сопротивления другого.

- А) 8      В) 2      С) 3      Д) 4      Е) 5

18. Если при неизменных размерах и температуре проводника плотность тока возросла в 2 раза, то во сколько раз увеличилось напряжение на концах этого проводника?

- А) 8 раз    В)  $\sqrt{2}$  раза    **С) 2 раза**    Д) 4 раза    Е) не изменилось

19. Определите плотность тока в медной проволоке длиной  $L=10$  м, если разность потенциалов на ее концах  $\Delta\varphi=0,12$  В. Удельное сопротивление меди  $\rho=1,7\cdot 10^{-8}$  Ом·м.

- А)  $0,3 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$     В)  $0,4 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$     С)  $0,5 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$     Д)  $0,6 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$     **Е)  $0,7 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$**

20. По проводнику с площадью сечения  $50 \text{ мм}^2$  течет ток. Средняя скорость дрейфа свободных электронов  $0,282 \text{ мм/с}$ , а их концентрация  $7,9\cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ . Найдите силу тока в проводнике. Элементарный заряд  $e=1,6\cdot 10^{-19}$  Кл.

- А) 13,8 А    В) 14,8 А    С) 15,8 А    Д) 16,8 А    **Е) 17,8 А**

21. Какая работа будет произведена, если к концам проводника с сопротивлением  $R=10$  Ом на время  $\tau=20$  с приложено напряжение  $U=12$  В?

- А) 324 Дж    В) 168 Дж    С) 256 Дж    Д) 240 Дж    **Е) 288 Дж**

22. Найдите КПД насосной установки, которая подает в единицу времени объем воды  $V_{\tau}=75$  л/с на высоту  $h=4,7$  м через трубу, имеющую сечение  $S=0,01 \text{ м}^2$ , если мотор потребляет мощность  $N=10$  кВт. Плотность воды  $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение силы тяжести  $g=9,8 \text{ м/с}^2$ .

- А) 53,6 %    **В) 55,6 %**    С) 57,6 %    Д) 59,6 %    Е) 61,6 %

23. Если элемент с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 2 Ом замкнуть на сопротивление 10 Ом, то мощность, выделяемая во внешней цепи, будет равна ...

- А) 10 Вт**    В) 8 Вт    С) 6 Вт    Д) 12 Вт    Е) 24 Вт

24. Проволока растягивается до тех пор, пока ее длина не удваивается. Как изменяется сопротивление проволоки?

- А) увеличится в 2 раза  
**В) увеличится в 4 раза**  
С) не изменится  
Д) уменьшится в 2 раза  
Е) верный ответ не указан



25. Сколько энергии израсходовала электрическая лампа накаливания при постоянном напряжении 12 В, если по ней протекло 600 Кл электричества?

- А) 5 кДж      В) 50 Дж      **С) 7,2 кДж**      Д) 72 кДж      Е) 72 Дж

26. Мощность электронагревательного прибора при уменьшении длины нагревательной спирали вдвое и уменьшении напряжения в цепи вдвое ...

- А) уменьшится в 8 раз  
В) уменьшится в 4 раза  
**С) уменьшится в 2 раза**  
Д) увеличится в 2 раза  
Е) не изменится

27. Два резистора, сопротивления которых отличаются в  $n=4,8$  раза, включают в цепь постоянного тока при неизменном напряжении в цепи один раз последовательно, а другой – параллельно. Каково отношение  $\frac{P_2}{P_1}$  тепловых мощностей, выделяющихся на резисторах во втором ( $P_2$ ) и в первом ( $P_1$ ) случаях?

- А) 3      В) 4      С) 5      Д) 6      **Е) 7**

28. Сопротивления  $R_1=300$  Ом и  $R_2=100$  Ом включены последовательно в сеть. Какое количество теплоты  $Q_1$  выделилось на первом сопротивлении, если на втором за это же время выделилось  $Q_2=60$  кДж?

- А) 20 кДж      В) 30 кДж      С) 60 кДж      Д) 120 кДж      **Е) 180 кДж**

29. Во сколько раз увеличится сила тока, протекающего по проводнику, если напряжение на концах проводника увеличить в 2 раза, а длину проводника уменьшить в 4 раза?

- А) 2 раза      В) 4 раза      С)  $\sqrt{2}$  раз      **Д) 8 раз**      Е) 16 раз

30. Физическая величина, размерность которой можно представить как  $\frac{В^2 \cdot с}{Дж}$ , является

- А) сопротивлением**  
В) ЭДС источника тока  
С) удельным сопротивлением  
Д) силой тока  
Е) проводимостью

Верные ответы в заданиях отмечены **красным цветом**.

## Упражнения для самоконтроля

4.1. По медному проводнику сечением  $1 \text{ мм}^2$  течет ток; сила тока  $1 \text{ А}$ . Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди  $8,9 \text{ г/см}^3$ . [ $74 \text{ мкм/с}$ ]

4.2. Сопротивления  $R_1=300 \text{ Ом}$  и  $R_2=100 \text{ Ом}$  включены параллельно в сеть. Какое количество теплоты  $Q_1$  выделилось на первом сопротивлении, если на втором за это же время выделилось  $Q_2=60 \text{ кДж}$ ? [ $20 \text{ кДж}$ ]

4.3. По медному проводу сечением  $0,3 \text{ мм}^2$  течет ток  $0,3 \text{ А}$ . Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление меди  $17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$ . [ $2,72\cdot 10^{-21} \text{ Н}$ ]

4.4. Сила тока в проводнике сопротивлением  $10 \text{ Ом}$  равномерно убывает от  $I_0 = 3 \text{ А}$  до  $I = 0$  за  $30 \text{ с}$ . Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты. [ $900 \text{ Дж}$ ]

4.5. Плотность электрического тока в алюминиевом проводе равна  $5 \text{ А/см}^2$ . Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление алюминия  $26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$ . [ $65 \text{ Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{с})$ ]

4.6. Определить внутреннее сопротивление  $r$  источника тока, если во внешней цепи при силе тока  $I_1 = 5 \text{ А}$  выделяется мощность  $P_1 = 10 \text{ Вт}$ , а при силе тока  $I_2 = 8 \text{ А}$  – мощность  $P_2 = 12 \text{ Вт}$ . [ $0,17 \text{ Ом}$ ]

4.7. Три источника тока с ЭДС  $E_1 = 1,8 \text{ В}$ ,  $E_2 = 1,4 \text{ В}$  и  $E_3 = 1,1 \text{ В}$  соединены накоротко одноименными полюсами. Внутреннее сопротивление первого источника равно  $r_1 = 0,4 \text{ Ом}$ , второго –  $r_2 = 0,6 \text{ Ом}$ . Определить внутреннее сопротивление третьего источника, если через первый источник идет ток  $I_1 = 1,13 \text{ А}$ . [ $0,2 \text{ Ом}$ ]

4.8. На спираль электроплитки мощностью  $P=576 \text{ Вт}$  подается напряжение  $U=120 \text{ В}$ . Какое количество электронов  $n$  ежесекундно проходит через поперечное сечение спирали? Элементарный заряд  $e=1,6\cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ . [ $3\cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$ ]

4.9. Электрический утюг, рассчитанный на напряжение  $U_0=120 \text{ В}$ , имеет мощность  $P=300 \text{ Вт}$ . При включении утюга в сеть напряжение на розетке падает с  $U_1=127 \text{ В}$  до  $U_2=115 \text{ В}$ . Определите сопротивление подводящих проводов. Считайте, что сопротивление утюга не меняется. [ $5 \text{ Ом}$ ]

4.10. Двухпроводная медная осветительная линия имеет длину  $500 \text{ м}$ . Какова плотность тока в проводах, если напряжение на зажимах генератора  $110 \text{ В}$ , а на зажимах потребителя  $105 \text{ В}$ ? Удельное сопротивление меди равно  $\rho=1,7\cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . [ $2,94\cdot 10^5 \text{ А/м}^2$ ]

## Глава 5 Магнитное поле

### § 5.21 Магнитное поле и его характеристики

В 1820 г. датский физик Эрстед обнаружил, что проводник с током вызывает появление сил, действующих на магнитную стрелку. Если заменить металлическую проволоку стеклянной трубкой, наполненной каким-либо проводящим раствором, например раствором серной кислоты в воде, и присоединить проводящий столб раствора при помощи металлических проволок, опущенных в него, к полюсам источника тока, то магнитная стрелка также отклоняется. Отклонение стрелки наблюдается и в том случае, если вместо проволоки использовать газоразрядную трубку, питаемую постоянным током. Магнитное действие тока наблюдается во всех случаях независимо от природы проводника и является **самым общим признаком тока**. Существует и обратное явление: магниты действуют на токи. А в 1820 г. Ампером было открыто взаимодействие токов.

Опыты показывают, что взаимодействие контуров с током подобно действию токов на магниты и действию магнитов на токи, поэтому взаимодействие проводников с током назвали **магнитным взаимодействием токов**. Причина возникновения сил магнитного взаимодействия заключается в появлении вокруг проводников с током **магнитного поля**. Основное свойство магнитного поля заключается в том, что на проводники с током в магнитном поле действуют силы.

Так как электрический ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов, то отсюда следует, что магнитное поле создается движущимися зарядами.

В опыте Эрстеда проволока, по которой протекал ток, была натянута над магнитной стрелкой, вращающейся на игле. При включении тока стрелка устанавливалась перпендикулярно к проволоке. Изменение направления тока заставляло стрелку повернуться в противоположную сторону. Из этих примеров следует, что магнитное поле имеет направленный характер и может быть охарактеризовано некоторой векторной величиной, которую обозначают  $\vec{B}$  и называют **магнитной индукцией**.

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды.

Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**, т.е. индукция  $\vec{B}$  результирующего магнитного поля нескольких токов равна векторной сумме магнитных индукций полей отдельных токов:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i . \quad (21.1)$$

Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в про-

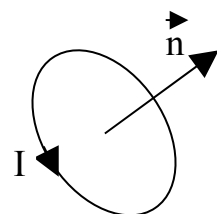


Рисунок 27<sup>1</sup>

странстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током правилом правого винта, т. е. за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рису-

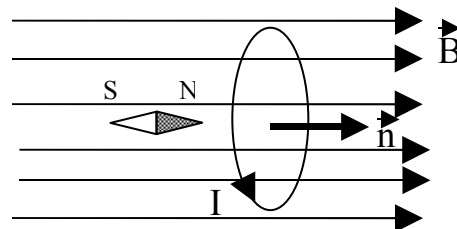


Рисунок 28

Опыты показывают, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат связывается с определенным направлением магнитного поля. За направление магнитного поля  $\vec{B}$  в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке (рисунок 28). За направление  $\vec{B}$  индукции магнитного поля также принимают направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку (рисунок 28). Если контур повернуть так, чтобы направления нормали и поля не совпадали, возникает **вращающий момент**, стремящийся вернуть контур в равновесное положение. Модуль момента зависит от угла  $\alpha$  между нормалью и направлением поля, достигая максимального значения  $M_{\max}$  при  $\alpha = \pi/2$  (в этом случае  $\vec{n} \perp \vec{B}$ ); при  $\alpha = 0$  имеем  $\vec{n} \parallel \vec{B}$ , и момент равен нулю, как в случае на рисунке 28.

Поведение плоских контуров с током в магнитном поле удобно характеризовать с помощью вектора **магнитного момента** рамки с током:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (21.2)$$

где  $I$  – сила тока в контуре,  $S$  – его площадь,  $\vec{n}$  – положительная нормаль к контуру.

Единицей магнитного момента является ампер умноженный на квадратный метр ( $A \cdot m^2$ ).

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение  $M_{\max}/p_m$  при фиксированном  $\alpha$  для всех контуров оказывается одним и тем же. Поэтому отношение  $M_{\max}/p_m$  может служить характеристикой магнитного поля, называемой **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \quad (21.3)$$

Итак, магнитная индукция есть векторная величина, модуль которой определяется выражением (21.3), а направление задается равновесным положением положительной нормали к контуру с током. Единица измерения величины магнитной индукции – **тесла** (Тл) равна магнитной индукции однородного поля, в

котором на плоский контур с током, имеющим магнитный момент  $1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ , действует максимальный вращающий момент  $1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] . \quad (21.4)$$

где  $\vec{B}$  – **вектор магнитной индукции**, являющейся количественной характеристикой магнитного поля,  $\vec{p}_m$  – вектор магнитного момента рамки с током.

Для графического изображения магнитного поля часто используют понятие силовых линий. Линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ , называют **силовыми линиями** магнитной индукции (**линиями магнитной индукции**). Величина магнитной индукции, пропорциональна числу силовых линий, пересекающих единицу площади.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током, поэтому магнитное поле называют вихревым полем. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми (начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность).

## § 5.22 Закон Био-Савара-Лапласа

Французские ученые Ж. Био и Ф. Савар в 1820 г. провели исследования магнитных полей, создаваемых постоянными токами в проводниках различной формы. Результаты их опытов обобщил П. Лаплас и установил зависимость, которая получила название закона Био-Савара-Лапласа. Согласно этому закону магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока. Когда ток течет по тонкому проводу, можно ввести понятие **элемента тока**  $I \cdot d\vec{l}$ , где  $I$  – сила тока,  $dl$  – элемент длины провода,  $d\vec{l}$  – вектор, по модулю равный длине  $dl$  элемента проводника и совпадающий по направлению с направлением тока. А индукция  $d\vec{B}$  элемента тока **в вакууме** (в воздухе) согласно опытам равна:

$$d\vec{B} = K \frac{I [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3} , \quad (22.1)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из элемента тока в рассматриваемую точку; а  $K$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения (в СИ  $K = \mu_0/4\pi$ ,  $\mu_0$  – **магнитная постоянная**).

Следовательно, в СИ формула (22.1) имеет вид

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}, \quad (22.2)$$

Из (22.2) следует, что модуль магнитной индукции в точке, удаленной на расстояние  $r$  от элемента тока, равен:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{r^2}, \quad (22.3)$$

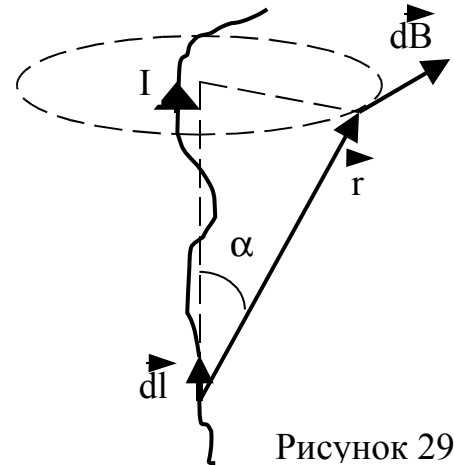


Рисунок 29

где  $\alpha$  – угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$  (рисунок 29).

Направление вектора  $d\vec{B}$  перпендикулярно к  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , т. е. перпендикулярно к плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения головки винта дает направление  $d\vec{B}$ , если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Формула (22.2) носит название **закона Био-Савара-Лапласа**. Магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  единицы СИ. Это значение  $\mu_0$  непосредственно следует из определения единицы силы тока ампер, которое будет дано в § 5.24. Сама же единица для измерения  $\mu_0$  в СИ получила название Гн/м (генри на метр, см. § 6.30).

Расчет характеристик магнитного поля (индукции  $\vec{B}$ ) по приведенным формулам в общем случае довольно сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет довольно просто рассчитать конкретные поля.

Применим формулу (22.3) для вычисления **магнитного поля прямого тока**. Найдем индукцию магнитного поля, создаваемого тонким прямым проводом в точке А (рисунок 30), удаленной на расстояние  $R$  от оси провода. Длину провода будем считать весьма большой по сравнению с  $R$ . В этом случае направление магнитного поля всех элементов тока провода одинаково (перпендикулярно к плоскости рисунка 30), и поэтому можно складывать модули индукций отдельных элементов тока. Индукция магнитного поля какого-либо элемента проводника  $dl$  с током  $I$  выражается формулой (22.3). Из рисунка 30 видно, что

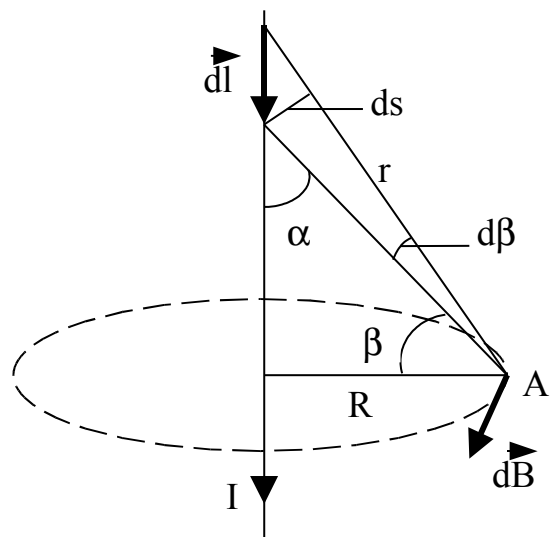


Рисунок 30

$$\frac{dl \cdot \sin \alpha}{r} = \frac{dl \cdot \cos \beta}{r} = \frac{ds}{r} = d\beta, \quad r = \frac{R}{\cos \beta}.$$

Подставляя эти выражения в (22.3), мы находим, индукция магнитного поля, создаваемого элементом провода, равна

$$dB = \frac{\mu_0 I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \beta d\beta.$$

Угол  $\beta$  для всех элементов бесконечного прямого провода изменяется в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ . Поэтому для полной индукции поля получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \beta d\beta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot 2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Таким образом, **магнитная индукция поля прямого тока** определяется формулой:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (22.4)$$

Применяя закон Био-Савара-Лапласа (22.3), найдем индукцию магнитного поля в вакууме **в центре кругового тока** (рисунок 31). В этом случае все элементы проводника перпендикулярны к радиус-вектору  $\vec{r}$  и  $\sin \alpha = 1$ . Расстояние всех проводников в центре круга одинаково и равно радиусу круга  $R$ . Поэтому (22.3) дает:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot dl.$$

Все элементы тока создают магнитное поле одинакового направления, перпендикулярное к плоскости витка, и поэтому полная индукция поля в центре кругового витка равна:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (22.5)$$

Направление магнитного поля находим по правилу правого винта, который нужно расположить перпендикулярно к плоскости витка; при вращении головки винта по кру-

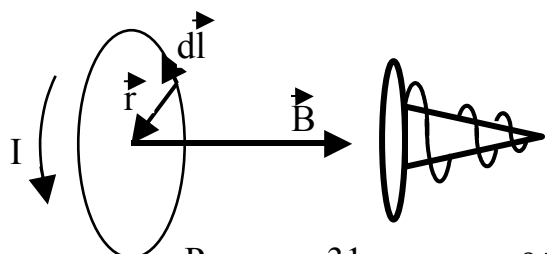


Рисунок 31

гу в направлении протекания тока поступательное движение винта укажет ориентацию поля (см. рисунок 31).

Для описания магнитного поля наряду с магнитной индукцией широко используют еще другую величину – **напряженность магнитного поля**. Если  $\vec{B}$  – магнитная индукция в какой-либо точке поля в вакууме (в воздухе), то напряженностью магнитного поля в той же точке поля называется:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (22.6)$$

Так как  $\mu_0$  есть положительная скалярная величина, то направления векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  совпадают. Принимая во внимание (22.6), (22.2) и (22.3), можем записать уравнения выражающие закон Био-Савара-Лапласа для напряженности магнитного поля:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}; \quad dH = \frac{1}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{r^2}. \quad (22.7)$$

С учетом (22.6) выражения для напряженности магнитного поля прямого тока и кругового тока имеют вид (сравните с индукциями для соответствующих случаев (22.4) и (22.5)):

$$H = \frac{I}{2\pi R} \quad \text{и} \quad H = \frac{I}{2R}. \quad (22.8)$$

Из (22.8) следует, что напряженность магнитного поля имеет размерность ампер на метр (А/м).

### § 5.23 Магнитное поле движущегося заряда

Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. Из формулы (22.2) легко получить выражение для магнитной индукции поля, создаваемого точечным зарядом  $q$ , движущимся со скоростью  $\vec{v}$ . Допустим, что ток создается носителями с зарядом  $e'$  (знак безразличен), скорость упорядоченного движения которых равна  $\vec{v}$ . Тогда

$$I = jS = ne'vS, \quad (23.1)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника,  $n$  – концентрация носителей тока (число носителей тока в единице объема).



Подставим выражение (23.1) в формулу (22.2):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ne'vS[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}. \quad (23.2)$$

Учитывая, что векторы  $e'\vec{v}$  и  $d\vec{l}$  совпадают по направлению, заменим  $e'v d\vec{l}$  на  $e'\vec{v} dl$ . Тогда формула (23.2) примет вид

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ne'Sdl[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3}, \quad (23.3)$$

так как скалярные множители можно вносить и выносить за знак векторного произведения от любого множителя векторного произведения (свойство векторного произведения).

Произведение  $Sdl$  соответствует объему отрезка провода длины  $dl$ , а  $nSdl$  равно числу носителей тока, содержащихся в этом объеме. Следовательно, разделив выражение (23.3) на  $nSdl$ , найдем магнитную индукцию  $\vec{B}$  поля, создаваемого зарядом  $e'$ , движущимся со скоростью  $\vec{v}$  **в вакууме** (в воздухе). Заменив  $e'$  на  $q$ , получим

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3}, \quad (23.4)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от заряда  $q$  к точке поля,  $r$  – его модуль,  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$  (рисунок 32).

Согласно выражению (23.4), вектор  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ , а его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{v}$  к  $\vec{r}$ . Модуль магнитной индукции (23.4) вычисляется по формуле:

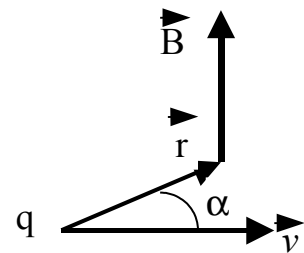


Рисунок 32

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha. \quad (23.5)$$

Приведенные соотношения (23.4) и (23.5) справедливы лишь при малых скоростях  $v$  ( $v \ll c$ ,  $c$  – скорость света в вакууме) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т. е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени находится движущийся заряд.

Формула (23.4) определяет магнитную индукцию положительного заряда, движущегося со скоростью  $\vec{v}$ . Если движется отрицательный заряд, то  $q$  надо заменить на  $-q$ . Скорость  $\vec{v}$  – относительная скорость, т. е. скорость относи-

тельно наблюдателя. Вектор  $\vec{B}$  в рассматриваемой системе отсчета зависит как от времени, так и от положения точки наблюдения. Поэтому следует подчеркнуть относительный характер магнитного поля движущегося заряда.

Впервые поле движущегося заряда удалось обнаружить американскому физику Г. Роуланду (1848–1901). Окончательно этот факт был установлен профессором Московского университета А. А. Эйхенвальдом (1863–1944), изучившим магнитное поле конвекционного тока, а также магнитное поле связанных зарядов поляризованного диэлектрика. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А. Ф. Иоффе, доказавшим, что электронный пучок и ток проводимости эквивалентны с точки зрения образования магнитного поля.

### § 5.24 Закон Ампера. Сила Лоренца

Причина возникновения сил магнитного взаимодействия токов (§ 5.21) заключается в появлении вокруг проводников с током магнитного поля (§ 5.22). Это магнитное поле в свою очередь действует на второй проводник с током. Сила взаимодействия двух контуров с током конечных размеров складывается из взаимодействия отдельных элементов тока. Она зависит от размеров контуров, их формы и взаимного расположения, и поэтому сформулировать общий закон взаимодействия контуров с током нельзя. Однако такой закон можно дать для элементов тока.

Оба контура с током мысленно разбиваем на элементы тока. Применяя закон Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции, довольно просто рассчитать конкретное поле, создаваемое одним из контуров в точке пространства, где располагается элемент тока другого контура. Затем, используя принцип суперпозиции для силы, можно рассчитать результирующую силу магнитного взаимодействия контуров с током. Согласно третьему закону Ньютона силы взаимодействия двух контуров равны по модулю и противоположны по направлению.

Результаты опытов Ампера и последующих многочисленных исследований можно сформулировать следующим образом. Сила  $d\vec{F}$ , действующая на элемент тока  $I \cdot d\vec{l}$ , равна

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad (24.1)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции.

Соотношение (24.1) было установлено экспериментально Ампером и носит название **закона Ампера**. Полную силу, действующую на проводник, можно найти суммированием элементарных сил  $d\vec{F}$  на отдельных элементах проводника, т.е.  $\vec{F} = \int d\vec{F}$ . Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют **амперовыми** или **силами Ампера**.

Если имеется прямолинейный отрезок провода и магнитная индукция во всех его точках постоянна, то **сила Ампера** согласно (24.1):

$$\vec{F} = I[\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (24.2)$$

Величина этой силы равна

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha, \quad (24.3)$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы  $\vec{F}$  перпендикулярно к  $\vec{l}$  и  $\vec{B}$  подчиняется правилу правого винта: при движении головки винта от вектора  $\vec{l}$  к вектору  $\vec{B}$  поступательное движение винта происходит в направлении силы  $\vec{F}$ . Взаимное расположение векторов  $\vec{l}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{F}$  показано на рисунке 33.

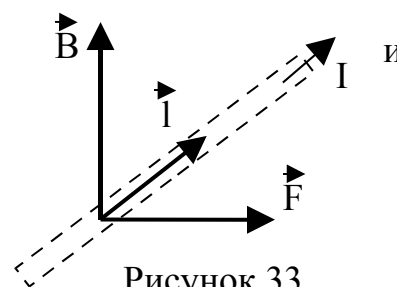


Рисунок 33

Закон Ампера позволяет определить единицу измерения магнитной индукции. Предположим, что проводник длиной  $l$  с током  $I$  перпендикулярен вектору магнитной индукции. Тогда закон Ампера (24.3) запишется в виде  $F = I \cdot l \cdot B$ , и

$$B = \frac{F}{I \cdot l},$$

откуда определяем, что 1 Тл – магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику протекает ток в 1 А, т.е.  $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н}/(\text{А} \cdot \text{м})$ .

Одним из методов измерения магнитной индукции  $B$  является использование зависимости электрического сопротивления висмута от величины индукции магнитного поля (примерно на 5 % на каждую десятую долю тесла). Помещая предварительно проградуированную висмутовую спираль в магнитное поле, и измеряя относительное изменение ее сопротивления, можно определить магнитную индукцию поля. Следует отметить, что у других металлов электрическое сопротивление также возрастает в магнитном поле, но в гораздо меньшей степени. У меди, например, увеличение сопротивления примерно в  $10^4$  раз меньше, чем у висмута.

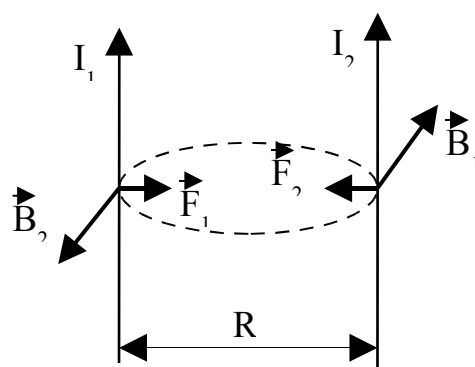


Рисунок 34

Применим закон Ампера для вычисления силы взаимодействия двух находящихся в вакууме параллельных бесконечно длинных прямых токов. Если расстояние между токами  $R$  (рисунок 34), то каждый элемент тока  $I_2$  будет нахо-

даться в магнитном поле, индукция которого равна  $B_1 = (\mu_0/2\pi) \cdot (I_1/R)$  (см. формулу (22.4)). Угол  $\alpha$  между элементами тока  $I_2$  и вектором  $\vec{B}_1$  прямой. Следовательно, согласно (24.3) на единицу длины ( $l_2 = 1$  м) тока  $I_2$  действует сила

$$F_2 = I_2 l_2 B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{R} I_1 I_2. \quad (24.4)$$

Нетрудно убедиться, что токи, одинаково направленные, притягиваются, а противоположно направленные – отталкиваются. Для силы  $F_1$ , действующей на единицу длины тока  $I_1$ , получается аналогичное (24.4) выражение.

В § 1.1 уже отмечалось, что единица силы тока (**ампер**) – определяется через магнитное взаимодействие токов. Если в (24.4) положить  $I_1 = I_2 = 1$  А, а  $R = 1$  м, то можно дать следующее определение: 1 А – сила постоянного тока, протекающего по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывающего между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины. Из этого определения следует, что магнитная постоянная должна иметь значение  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  единицы системы СИ.

Так как всякий ток есть движение заряженных частиц (электронов или ионов), то очевидно, что на движущийся заряд в магнитном поле действует сила. Нетрудно определить величину этой силы. На проводник длиной  $l$  с током  $I$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  действует сила Ампера

$$F_A = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

С другой стороны

$$I \cdot l = Nev,$$

где  $N$  – полное число движущихся заряженных частиц,  $e$  – заряд частицы (носителя тока),  $v$  - скорость движения частиц.

Учитывая, что направление  $\vec{l}$  совпадает с направлением скорости  $\vec{v}$  движения положительных частиц (с направлением тока), мы можем выражение для силы представить в следующем виде:

$$F_A = Nev \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Сила, действующая на проводник, пропорциональна полному числу движущихся частиц, а значит, сила, действующая на одну частицу, равна:

$$F = ev \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (24.5)$$

Заменяя в (24.5) заряд носителя тока на  $q$ , получаем

$$F = qv \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (24.6)$$

Полученный результат можно выразить в векторной форме:

$$\vec{F} = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (24.7)$$

Направление этой силы перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , и подчиняется правилу правого винта. Скорость  $\vec{v}$  в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля. Если заряд  $q$  положителен, направление силы  $\vec{F}$  совпадает с направлением векторного произведения  $[\vec{v} \cdot \vec{B}]$ . В случае отрицательного заряда  $q$  направления  $\vec{F}$  и  $[\vec{v} \cdot \vec{B}]$  противоположны. Сила  $\vec{F}$  всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила  $\vec{F}$  работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется. Причем на покоящуюся заряженную частицу ( $\vec{v}=0$ ) магнитное поле не действует ( $\vec{F}=0$ ).

Если одновременно имеются электрическое и магнитное поля, сила, действующая на заряженную частицу, равна:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (24.8)$$

Это выражение было получено Лоренцем путем обобщения экспериментальных данных, и  $\vec{F}_L$  носит название **силы Лоренца**.

Сила Лоренца складывается из двух слагаемых:  $\vec{F}_L = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_M$ , где  $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$  и  $\vec{F}_M = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$ , которые называют, соответственно, электрической и магнитной составляющими силы Лоренца. Разделение полной силы Лоренца  $\vec{F}_L$  на электрическую и магнитную составляющие зависит от выбора системы отсчета. Без указания системы отсчета такое разделение не имеет смысла.

### § 5.25 Работа при перемещении контура с током в постоянном магнитном поле

Введем понятие **потока вектора магнитной индукции** или **магнитного потока**. Рассмотрим в однородном магнитном поле элементарную плоскую поверхность  $dS$  и выберем определенное направление нормали  $\vec{n}$  к ней (рисунок 35). Величину

$$d\Phi = B_n \cdot dS = B \cdot dS \cdot \cos\alpha = \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (25.1)$$

называют **магнитным потоком** через площадку  $dS$ . Здесь через  $B_n$  обозначена проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали  $\vec{n}$ ,  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке,  $\alpha$  – угол между  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$ . Выбор направления вектора  $\vec{n}$  (а, следовательно, и  $d\vec{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону.

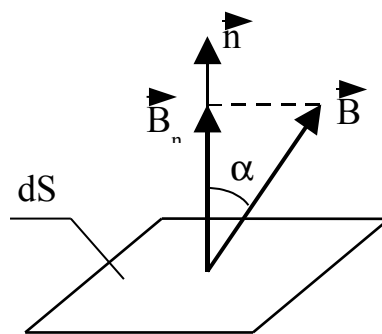


Рисунок 35

Из формулы (25.1) определяется единица измерения магнитного потока **вебер** (Вб): 1 Вб – магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью  $1 \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл ( $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$ ).

Если поле неоднородно и поверхность не является плоскостью, то последнюю можно разбить на бесконечно малые элементы  $dS$  и каждый элемент считать плоским, а поле в котором он находится – однородным. Поэтому для любого магнитного поля поток вектора магнитной индукции есть  $d\Phi = B_n \cdot dS$ . Полный поток вектора  $\vec{B}$  через поверхность  $S$  в любом неоднородном магнитном поле равен:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS \quad (25.2)$$

Поток вектора  $\vec{B}$  может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака  $\cos\alpha$  (определяется выбором положительного направления нормали  $\vec{n}$ ). Обычно поток вектора  $\vec{B}$  связывают с определенным контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено (см. § 5.21) (оно связано с направлением тока правилом правого винта). Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

**Теорема Гаусса для магнитного поля:** поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS = 0 \quad (25.3)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми, т.е. магнитное поле является вихревым.

Так как на проводник с током в магнитном поле действуют силы Ампера, то

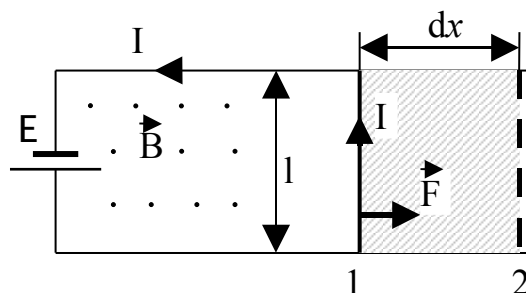


Рисунок 36

при движении проводника совершается определенная работа. Найдем величину этой работы.

Предположим, что прямая перемычка длиной  $l$ , входящая в цепь тока, перемещается поступательно параллельно самой себе на отрезок  $dx$  по двум параллельным шинам (рисунок 36). Допустим, что этот контур находится в однородном магнитном поле перпендикулярном к плоскости контура («на нас»). При указанных направлениях тока и индукции  $\vec{B}$  сила  $\vec{F}$ , действующая на перемычку, будет направлена вправо в плоскости контура и равна

$$F = I \cdot l \cdot B.$$

Поэтому механическая работа  $dA$ , совершаемая при перемещении перемычки, выразится формулой

$$dA = I \cdot l \cdot B \cdot dx = I \cdot B \cdot dS, \quad (25.4)$$

где  $dS = l \cdot dx$  – площадь, описанная перемычкой с током при движении (на рисунке 36 заштрихована).

Если индукция  $\vec{B}$  направлена иначе, то ее всегда можно разложить на составляющую  $\vec{B}_n$ , перпендикулярную к  $dS$ , и составляющую  $\vec{B}_\tau$ , лежащую в плоскости  $dS$ . Так как сила  $\vec{F}$  всегда перпендикулярна к  $\vec{B}$  (§ 5.24), то составляющая  $\vec{B}_\tau$  вызовет силу, перпендикулярную к  $dx$ , и работа этой силы будет равна нулю. Поэтому

$$dA = I \cdot B_n \cdot dS = I \cdot d\Phi, \quad (25.4)$$

где  $d\Phi$  – приращение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром с током.

Для работы по перемещению перемычки из положения 1 в положение 2 при  $I = \text{const}$  имеем:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = I \int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (25.5)$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  – магнитные потоки сквозь контур в начальном и конечном положениях.

Выражая в этой формуле магнитный поток в веберах, а силу тока – в амперах, мы получим работу в джоулях.

Выражение (25.5) дает величину и знак работы, совершаемой силой Ампера. Указанная работа совершается за счет источника тока, а не за счет энергии внешнего магнитного поля.

## Контрольные вопросы

- 1 Как, пользуясь магнитной стрелкой, можно определить знаки полюсов источников постоянного тока?
- 2 Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?
- 3 Что называют индукцией магнитного поля? Как определяют направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ?
- 4 Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока.
- 5 Что такое линии магнитной индукции? Как определяется их направление? Чем они отличаются от линий напряженности электростатического поля?
- 6 Записав закон Био-Савара-Лапласа, объясните его физический смысл.
- 7 Рассчитайте, применяя закон Био-Савара-Лапласа, магнитное поле:  
1) прямого тока; 2) в центре кругового проводника с током.
- 8 Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления. Начертите рисунок с указанием сил.
- 9 Назовите единицу измерения магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Дайте их определения.
- 10 Определить численное значение магнитной постоянной.
- 11 Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?
- 12 Чему равна и как направлена сила, действующая на отрицательный электрический заряд, движущийся в магнитном поле?
- 13 Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.
- 14 Что называют потоком вектора магнитной индукции? Запишите теорему Гаусса для магнитного поля, объяснив ее физический смысл.
- 15 Какая физическая величина выражается в веберах? Дайте определение вебера.
- 16 Чему равна работа по перемещению проводника с током в магнитном поле? замкнутого контура с током? Выведите эти формулы; чем они принципиально отличаются?

## Тесты

1. Электрон, обладая скоростью  $V=10$  Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля  $B=0,1$  мТл. Определите нормальное ускорение электрона. Масса электрона  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, его заряд  $e = - 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- |    |                                       |                                       |                                       |                                       |
|----|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| A) | B)                                    | C)                                    | Д)                                    | Е)                                    |
| 0  | $1,43 \cdot 10^{11}$ м/с <sup>2</sup> | $1,54 \cdot 10^{12}$ м/с <sup>2</sup> | $1,65 \cdot 10^{13}$ м/с <sup>2</sup> | $1,76 \cdot 10^{14}$ м/с <sup>2</sup> |



2. Вычислите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон в однородном магнитном поле с индукцией  $10^{-4}$  Тл, если вектор скорости электрона направлен перпендикулярно вектору индукции, а модуль скорости равен  $10^6$  м/с. Элементарный заряд  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

- А) 8,7 см      В) 7,7 см      С) 6,7 см      **Д) 5,7 см**      Е) 4,7 см

3. По двум направляющим параллельным проводникам, расстояние между которыми  $L=15$  см, движется с постоянной скоростью  $V=0,6$  м/с перемычка перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1$  Тл. В замкнутую цепь включен резистор с сопротивлением  $R=2$  Ом. Определите количество теплоты  $Q$ , выделенной в резисторе в течение  $t=2$  с.

- А) 9,2 мДж      **В) 8,1 мДж**      С) 7,0 мДж      Д) 5,9 мДж      Е) 4,8 мДж

4. Ионы двух изотопов с массами  $m_1$  и  $m_2$ , имеющие одинаковый заряд и прошедшие в электрическом поле одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетают в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Отношение радиусов окружностей  $\frac{r_1}{r_2}$ , по которым будут двигаться ионы в магнитном поле, равно

- А)  $\frac{m_1}{m_2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$       В)  $\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$       **С)  $\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$**       Д)  $\frac{m_1}{m_2}$       Е)  $\frac{m_2}{m_1}$

5. Если частица, имеющая заряд  $q$ , движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ , то импульс частицы равен ...

- А)  $\frac{qB}{2\pi R}$       В)  $qB2\pi R$       С)  $qB\pi R^2$       Д)  $qBR^2$       **Е)  $qBR$**

6. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,1$  Тл по окружности. Определите угловую скорость вращения электрона. Масса электрона  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, элементарный заряд  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- А)  $1,46 \cdot 10^{10} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$       В)  $1,56 \cdot 10^{10} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$       С)  $1,66 \cdot 10^{10} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$       **Д)  $1,76 \cdot 10^{10} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$**       Е)  $1,86 \cdot 10^{10} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

7. Частица массы  $m$  и заряда  $q$  движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Если радиус окружности  $R$ , то кинетическая энергия частицы равна ...

А)  $\frac{q^2 BR^2}{2m}$       В)  $\frac{qB^2 R^2}{2m}$       С)  $\frac{q^2 B^2 R}{2m}$       **Д)  $\frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$**       Е)  $\frac{qBR^2}{2m}$

8. Какую размерность в системе СИ имеет единица измерения магнитного потока?

А)  $\frac{Н}{А \cdot м^2}$       В)  $\frac{Н \cdot м^2}{А}$       **С)  $\frac{Н \cdot м}{А}$**       Д)  $\frac{кг}{с^2 \cdot А}$       Е)  $\frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot А}$

9. Прямой проводник длиной  $L=10$  см помещен в однородном магнитном поле с индукцией  $B=1$  Тл. Концы проводника замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи  $R=0,4$  Ом. Какая мощность  $P$  потребуется для того, чтобы двигать проводник перпендикулярно линиям индукции со скоростью  $V=20$  м/с?

А) 2 Вт      В) 4 Вт      **С) 10 Вт**      Д) 20 Вт      Е) 40 Вт

10. В магнитном поле, индукция которого  $B=0,05$  Тл, вращается стержень длиной  $L=1$  м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найдите магнитный поток  $\Phi$ , пересекаемый стержнем при каждом обороте.

**А) 0,16 Вб**      В) 0,2 Вб      С) 0,25 Вб      Д) 0,1 Вб      Е) 0,5 Вб

11. Как взаимодействуют два кольцевых проводника, если их плоскости расположены параллельно друг другу, а токи протекают в противоположных направлениях?

- А) проводники притягиваются  
 В) результирующая сила взаимодействия равна нулю  
 С) стремятся сдвинуться друг относительно друга в параллельных плоскостях  
**Д) проводники отталкиваются**  
 Е) верный ответ не указан

12. Периоды обращения по окружности  $\alpha$  - частицы ( $T_\alpha$ ) и протона ( $T_p$ ), влетевших в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одной и той же скоростью, соотносятся между собой ( $m_\alpha=4m_p$ ;  $q_\alpha=2q_p$ ) ...

А)  $T_\alpha=8T_p$       В)  $T_\alpha=\frac{1}{2} T_p$       **С)  $T_\alpha=2T_p$**       Д)  $T_\alpha=4T_p$       Е)  $T_\alpha=\frac{1}{4} T_p$

13. На проволочный виток радиусом  $R=10$  см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент  $M=6,5$  мкН·м.

Сила тока в витке  $I=2$  А. Определите магнитную индукцию  $B$  поля между полюсами магнита.

- А) 93 мкТл    В) 103 мкТл    С) 113 мкТл    Д) 123 мкТл    Е) 133 мкТл

14. Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U=1\ 000$  В, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению его движения. Индукция магнитного поля  $B=1,19\cdot 10^{-3}$  Тл. Найдите радиус кривизны траектории электрона при движении в магнитном поле. Масса электрона  $m=9,11\cdot 10^{-31}$  кг, его заряд  $e=-1,6\cdot 10^{-19}$  Кл.

- А) 9 см    В) 8 см    С) 7 см    Д) 6 см    Е) 5 см

15. В однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,5$  Тл движется равномерно проводник длиной  $L=10$  см. По проводнику течет ток  $I=2$  А. Скорость движения проводника  $V=20$  см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найдите работу  $A$  перемещения проводника за время  $t=10$  с.

- А) 0,05 Дж    В) 0,1 Дж    С) 0,2 Дж    Д) 0,4 Дж    Е) 0,5 Дж

16. Найдите кинетическую энергию  $W_k$  протона, движущегося по дуге окружности радиусом  $r=60$  см в магнитном поле с индукцией  $B=1$  Тл. Масса протона  $1,67\cdot 10^{-27}$  кг, его заряд  $1,6\cdot 10^{-19}$  Кл.

- А) 14,2 МэВ    В) 15,2 МэВ    С) 16,2 МэВ    Д) 17,2 МэВ    Е) 18,2 МэВ

17. Линии индукции однородного магнитного поля с индукцией 4 Тл пронизывают рамку под углом  $30^\circ$  к ее плоскости, создавая магнитный поток, равный 1 Вб. Чему равна площадь рамки?

- А) 0,3 м<sup>2</sup>    В) 0,5 м<sup>2</sup>    С) 1 м<sup>2</sup>    Д) 0,25 м<sup>2</sup>    Е) 2 м<sup>2</sup>

18. Заряженная частица движется со скоростью  $V$  в вакууме в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ . Чему будет равен радиус окружности при скорости частицы  $2V$  и индукции поля  $2B$ ?

- А) 4R    В)  $\frac{1}{4}R$     С)  $\frac{1}{2}R$     Д) 2R    Е) R

19. Определите магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом  $R=10$  см, по которому течет ток  $I=1$  А. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А) 6,28 мкТл    В) 62,8 мкТл    С) 15,7 мкТл    Д) 31,4 мкТл    Е) 3,14 мкТл

20. По двум параллельным прямым проводникам длиной  $L=2$  м каждый, находящимся в вакууме на расстоянии  $d=10$  см друг от друга, в противоположных направлениях текут токи  $I_1=50$  А и  $I_2=100$  А. Определите силу взаимодействия токов. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А) 62,8 мН      В) 50 мН      С) 10 мН      **Д) 20 мН**      Е) 31,4 мН

21. Заряженная частица движется со скоростью  $V$  в вакууме в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ . Чему будет равен радиус окружности при скорости частицы  $2V$  и индукции поля  $\frac{B}{2}$ ?

- А)  $R$       В)  $2R$       С)  $\frac{1}{2}R$       **Д)  $4R$**       Е)  $\frac{1}{4}R$

22. Как изменяется радиус траектории движения заряженной частицы в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору индукции при уменьшении ее энергии в 4 раза?

- А) увеличивается в 2 раза  
В) увеличивается в 4 раза  
С) не изменяется  
**Д) уменьшается в 2 раза**  
Е) уменьшается в 4 раза

23. Прямолинейный проводник длиной 0,5 м находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл. Проводник расположен под углом  $30^\circ$  к вектору  $\vec{B}$  индукции магнитного поля. Чему равна сила Ампера, действующая на проводник со стороны магнитного поля при силе тока в проводнике 4 А?

- А) 0,4 Н      **В) 0,2 Н**      С)  $0,2\sqrt{2}$  Н      Д)  $0,4\sqrt{3}$  Н      Е)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  Н

24. Прямолинейный проводник длиной 0,5 м, по которому течет постоянный ток силой 20 А, находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,25$  Тл, и расположен перпендикулярно линиям индукции. При перемещении проводника на 0,1 метра по направлению действия силы Ампера совершается работа, равная ...

- А) 0      В) 1 Дж      **С) 0,25 Дж**      Д) 5 Дж      Е) 0,5 Дж

25. Частица, обладающая зарядом  $q=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, движется в однородном магнитном поле индукцией  $B$  по круговой орбите радиусом  $R=3 \cdot 10^{-4}$  м. Значе-

ние импульса частицы равно  $p=2,4 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. Чему равна индукция  $B$  магнитного поля?

- A) 4 Тл      **B) 5 Тл**      C) 2,5 Тл      Д) 2 Тл      E) 0,4 Тл

26. Радиусы окружностей, по которым движутся  $\alpha$ -частица ( $R_\alpha$ ) и протон ( $R_p$ ) ( $m_\alpha=4m_p$ ,  $q_\alpha=2q_p$ ), влетевшие в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одной и той же скоростью ( $V_\alpha=V_p$ ), соотносятся как:

- A)  $R_\alpha=4R_p$       B)  $R_\alpha=\frac{1}{4}R_p$       C)  $R_\alpha=R_p$       **Д)  $R_\alpha=2R_p$**       E)  $R_\alpha=\frac{1}{2}R_p$

27. Электрон влетает в область однородного магнитного поля индукцией  $B=0,01$  Тл со скоростью  $V=1\,000$  км/с перпендикулярно линиям магнитной индукции. Какой путь он пройдет к тому моменту времени, когда вектор его скорости повернется на угол, равный  $1^\circ$ ? Элементарный заряд  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса электрона  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

- A)  $1 \cdot 10^{-4}$  м      B)  $5 \cdot 10^{-5}$  м      **С)  $1 \cdot 10^{-5}$  м**      Д)  $1 \cdot 10^{-3}$  м      E)  $5 \cdot 10^{-3}$  м

28. Если заряженная частица, имеющая импульс  $p$ , движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ , то заряд этой частицы равен ...

- A)  $pB2\pi R$       B)  $pBR$       **С)  $\frac{p}{BR}$**       Д)  $\frac{p}{B2\pi R}$       E)  $pB\pi R^2$

29. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом  $R_1=5$  см, второй ион – по окружности радиусом  $R_2=2,5$  см. Найдите отношение масс ионов  $\frac{m_1}{m_2}$ , если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

- A) 2      B) 0,5      C) 1      Д) 0,25      **E) 4**

30. По жесткому проволочному кольцу диаметром  $d=10$  см и сечением  $S=5$  мм<sup>2</sup> течет ток силой  $I=5$  А. Плоскость кольца перпендикулярна магнитному полю, индукция которого  $B=1$  Тл. Определите механическое напряжение (силу, действующую на единицу площади поверхности) в проволоке.

- A)  $1 \cdot 10^5$  Па      B)  $2 \cdot 10^5$  Па      **С)  $5 \cdot 10^5$  Па**      Д)  $8 \cdot 10^5$  Па      E)  $10 \cdot 10^5$  Па

## Упражнения для самоконтроля

5.1. Тонкое кольцо массой 15 г и радиусом 12 см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью 10 нКл/м. Кольцо равномерно вращается с частотой  $8 \text{ с}^{-1}$  относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Определить отношение магнитного момента кругового тока, создаваемого кольцом, к его моменту импульса. [251 нКл/кг]

5.2. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной, равной 60 см, течет постоянный ток 3 А. Определить индукцию магнитного поля в центре квадрата. [5,66 мкТл]

5.3. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми равно 25 см, текут токи 20 и 30 А в противоположных направлениях. Определить магнитную индукцию  $B$  в точке, удаленной на  $r_1 = 30$  см от первого и  $r_2 = 40$  см от второго проводника. [9,5 мкТл]

5.4. Определить магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом 10 см, по которому течет ток 10 А, в точке, расположенной на расстоянии 15 см от центра кольца. [10,7 мкТл]

5.5. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии  $R$ . Чтобы их раздвинуть до расстояния  $3R$ , на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа  $A = 220$  нДж. Определить силу тока в проводниках. [10 А]

5.6. Определить индукцию поля, создаваемого прямолинейно равномерно движущимся со скоростью 500 км/с электроном в точке, находящейся от него на расстоянии 20 нм и лежащей на перпендикуляре к скорости, проходящем через мгновенное положение электрона. [20 мкТл]

5.7. Протон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, влетая в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл, движется по окружности. Определить радиус этой окружности. [3,23 см]

5.8. Определить, при какой скорости пучок заряженных частиц, проходя перпендикулярно области, в которой созданы однородные поперечные электрическое и магнитное поля с  $E = 10$  кВ/м и  $B = 0,2$  Тл, не отклоняется. [50 км/с]

5.9. Круглая рамка с током площадью  $20 \text{ см}^2$  закреплена параллельно магнитному полю ( $B = 0,2$  Тл), и на нее действует вращающий момент 0,6 мН·м. Рамку освободили, после поворота на  $90^\circ$  ее угловая скорость стала  $20 \text{ с}^{-1}$ . Определить: 1) силу тока, текущего в рамке; 2) момент инерции рамки относительно ее диаметра. [1) 1,5 А; 2)  $3 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ]

## Глава 6 Электромагнитная индукция

### § 6.26 Явление электромагнитной индукции

В главе 5 было показано, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, возникает электрический ток, получивший название **индукционного тока**.

Рассмотрим классические опыты Фарадея, с помощью которых было обнаружено явление электромагнитной индукции. Если в замкнутую на гальванометр  $G$  катушку (соленоид) вдвигать или выдвигать постоянный магнит (рису-

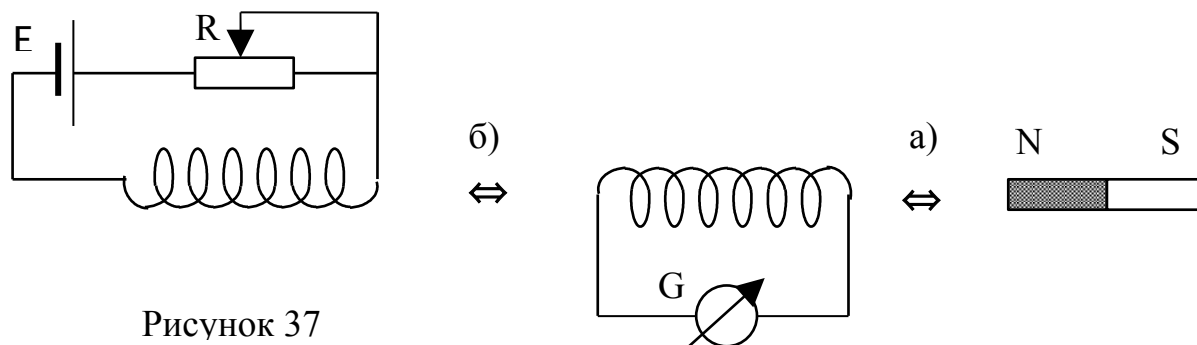


Рисунок 37

нок 37, а), то в моменты его движения наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонений стрелки при изменении направления движения магнита также меняются. Отклонение стрелки гальванометра и, следовательно, сила индукционного тока тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита ( $N \Leftrightarrow S$ ) направление отклонения стрелки, т.е. направление индукционного тока, изменяется. Для получения индукционного тока можно передвигать соленоид относительно неподвижного магнита.

Если концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру  $G$ , а через другую катушку пропускается ток, то при перемещении катушек друг относительно друга (рисунок 37, б) или в моменты включения (выключения) тока наблюдается отклонение стрелки гальванометра. Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении и выключении тока, его увеличении или уменьшении, сближении или удалении катушек.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции. Например, при повороте в однородном магнитном поле замкнутого проводящего контура в нем также возникает индукционный ток. В данном случае индукция магнитного поля вблизи проводника остается постоянной, а меняется только поток магнитной индукции через площадь контура.

Появление индукционного тока означает, что при изменении магнитного потока в контуре возникает ЭДС индукции  $E_i$ . При этом  $E_i$  совершенно не зави-

сит от того, каким образом осуществляется изменение магнитного потока  $\Phi$ , и определяется лишь скоростью его изменения, т.е. величиной  $d\Phi/dt$ . Причем изменение знака производной  $d\Phi/dt$  приводит к изменению направления индукционного тока, т.е. полярности  $E_i$ . Направление индукционного тока, а значит и знак  $E_i$ , определяется **правилом Ленца**: индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток. Правило Ленца выражает существенный факт – стремление системы противодействовать изменению ее состояния (электромагнитная инерция).

Открытие явления электромагнитной индукции имело огромное научное и техническое значение. Это явление показало, что можно не только получить магнитное поле при помощи токов, но и, наоборот, получить электрические токи при помощи магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

### § 6.27 Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)

В результате многочисленных опытов Фарадей установил основной количественный закон электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток. Возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой **электродвижущей силой электромагнитной индукции**. Фарадей установил, что значение ЭДС электромагнитной индукции  $E_i$  пропорционально скорости изменения магнитного потока:

$$E_i = -K \frac{d\Phi}{dt}, \quad (27.1)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности, зависящий только от выбора единиц измерения.

В системе единиц СИ коэффициент  $K = 1$ , т.е.

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (27.2)$$

Эта формула и представляет собой **закон электромагнитной индукции Фарадея**. Знак минус в этой формуле соответствует правилу (закону) Ленца.

**Закон Фарадея** можно сформулировать еще таким образом: ЭДС электромагнитной индукции  $E_i$  в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную



этим контуром. Этот закон является универсальным: ЭДС  $E_i$  не зависит от способа изменения магнитного потока.

Знак минус в (27.2) показывает, что увеличение потока ( $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ) вызывает ЭДС  $E_i < 0$ , т.е. магнитный поток индукционного тока направлен навстречу потоку, вызвавшему его; уменьшение потока ( $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ ) вызывает  $E_i > 0$  т. е. направления магнитного потока индукционного тока и потока, вызвавшего его, совпадают. Знак минус в формуле (27.2) является математическим выражением правила Ленца – общего правила для нахождения направления индукционного тока (а значит и знака и ЭДС индукции), выведенного в 1833 г. **Правило Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.** Иначе говоря, индукционный ток создает магнитный поток, препятствующий изменению магнитного потока, вызывающего ЭДС индукции.

ЭДС индукции выражается в вольтах (В). Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является **вебер** (Вб), получим:

$$\left[ \frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Если замкнутый контур, в котором индуцируется ЭДС индукции, состоит из  $N$  витков, то  $E_i$  будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каждом из витков. И если магнитный поток, охватываемый каждым витком, одинаков и равен  $\Phi$ , то суммарный поток сквозь поверхность  $N$  витков, равен  $(N\Phi)$  – **полный магнитный поток (потокосцепление)**. В этом случае ЭДС индукции равна:

$$E_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \quad (27.3)$$

Формула (27.2) выражает закон электромагнитной индукции в общей форме. Она применима как к неподвижным контурам, так и к движущимся проводникам в магнитном поле. Входящая в нее производная от магнитного потока по времени в общем случае состоит из двух частей, одна из которых обусловлена изменением магнитной индукции во времени, а другая – движением контура относительно магнитного поля (или его деформацией). Рассмотрим некоторые примеры применения этого закона.

Пример 1. Прямолинейный проводник длиной  $l$  движется параллельно самому себе в однородном магнитном поле (рисунок 38). Этот проводник может входить в состав замкнутой цепи,

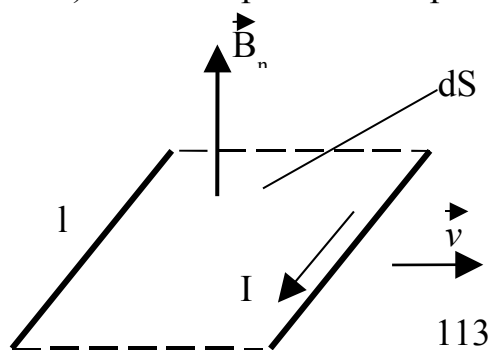


Рисунок 38

остальные части которой неподвижны. Найдем ЭДС, возникающую в проводнике.

Если мгновенное значение скорости проводника есть  $v$ , то за время  $dt$  он опишет площадь  $dS = l \cdot v \cdot dt$  и за это время пересечет все линии магнитной индукции, проходящие через  $dS$ . Поэтому изменение магнитного потока через контур, в состав которого входит движущийся проводник, будет  $d\Phi = B_n \cdot l \cdot v \cdot dt$ . Здесь  $B_n$  – составляющая магнитной индукции, перпендикулярная к  $dS$ . Подставляя это в формулу (27.2) получаем величину ЭДС:

$$E_i = B_n \cdot l \cdot v.$$

(27.4)

Направление индукционного тока и знак ЭДС определяются **правилом Ленца**: индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток. В некоторых случаях возможно определение направления индукционного тока (полярности ЭДС индукции) согласно другой формулировке правила Ленца: индукционный ток в движущемся проводнике направлен таким образом, что возникающая при этом сила Ампера противоположна вектору скорости (тормозит движение).

Разберем численный пример. Вертикальный проводник (автомобильная антенна) длиной  $l = 2$  м движется с востока на запад в магнитном поле Земли со скоростью  $v = 72$  км/час = 20 м/с. Вычислим напряжение между концами проводника. Так как проводник разомкнут, то тока в нем не будет и напряжение на концах будет равно ЭДС индукции. Учитывая, что горизонтальная составляющая магнитной индукции поля Земли (т.е. составляющая, перпендикулярная к направлению движения) для средних широт равна  $2 \cdot 10^{-5}$  Тл, по формуле (27.4) находим

$$U = B_n \cdot l \cdot v = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 20 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ В},$$

т.е. около 1 мВ. Магнитное поле Земли направлено с юга на север. Поэтому мы находим, что ЭДС направлена сверху вниз. Это значит, что нижний конец провода будет иметь более высокий потенциал (зарядится положительно), а верхний – более низкий (зарядится отрицательно).

Пример 2. В магнитном поле находится замкнутый проволочный контур, пронизываемый магнитным потоком  $\Phi$ . Предположим, что этот поток уменьшается до нуля, и вычислим полную величину заряда, прошедшего по цепи. Мгновенное значение ЭДС в процессе исчезновения магнитного потока выражается формулой (27.2). Следовательно, согласно закону Ома мгновенное значение силы тока есть

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (27.5)$$

где  $R$  – полное сопротивление цепи.  
 Величина прошедшего заряда равна

$$q = \int I \cdot dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi}^0 d\Phi = \frac{\Phi}{R}. \quad (27.6)$$

Полученное соотношение выражает закон электромагнитной индукции в форме, найденной Фарадеем, который из своих опытов заключил, что величина заряда, прошедшего по цепи, пропорциональна полному числу линий магнитной индукции, пересеченных проводником (т.е. изменению магнитного потока  $\Phi_1 - \Phi_2$ ), и обратно пропорциональна сопротивлению цепи  $R$ . Соотношение (27.6) позволяет дать определение единицы магнитного потока в системе СИ: вебер – магнитный поток, при убывании которого до нуля в сцепленном с ним контуре сопротивлением 1 Ом проходит заряд 1 Кл.

Согласно закону Фарадея, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае она не может быть причиной возникновения ЭДС индукции. Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве **вихревое электрическое поле**, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора напряженности  $\vec{E}_B$  этого поля по любому неподвижному контуру  $L$  проводника представляет собой ЭДС электромагнитной индукции:

$$E_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (27.7)$$

Линии напряженности вихревого электрического поля представляют собой замкнутые кривые, поэтому при перемещении заряда в вихревом электрическом поле по замкнутому контуру совершается отличная от нуля работа. В этом заключается отличие вихревого электрического поля от электростатического, линии напряженности которого начинаются и заканчиваются на зарядах.

## § 6.28 Генератор переменного тока

Явление электромагнитной индукции применяют для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этого используют генераторы. Принцип действия **генератора переменного тока** рассмотрим на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле, не касаясь деталей конструкции генератора.

На рисунке 39 изображена плоская рамка площадью  $S$ , равномерно вращающаяся вокруг горизонтальной оси. Концы рамки подключены к двум изолированным медным кольцам (контактные кольца) 1 и 2, укрепленным на оси вращения рамки. Кольца при помощи прижимных проводников из меди или графита (щеток) 3 и 4 могут быть включены в замкнутую цепь, не создавая помехи вращению рамки.

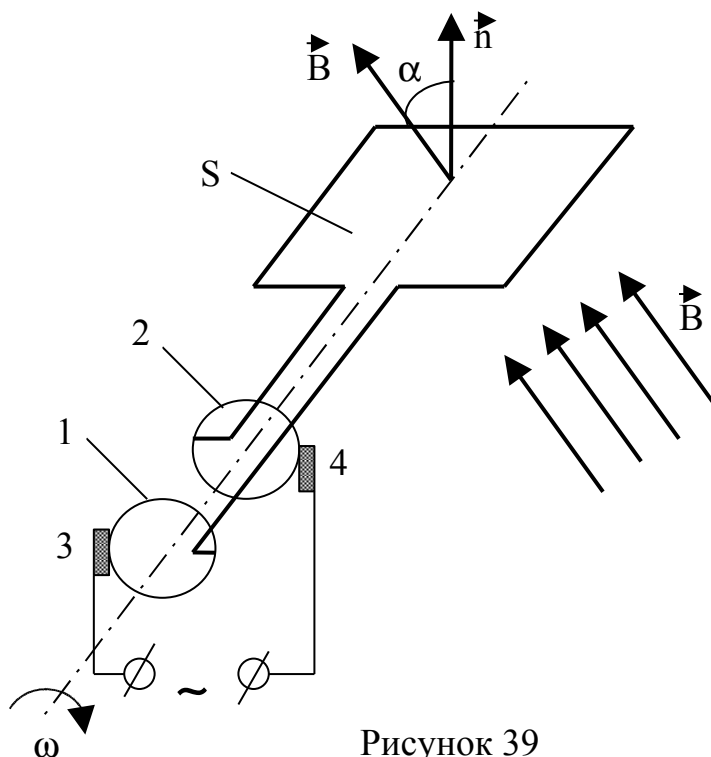


Рисунок 39

Если  $\alpha$  – угол между нормалью к плоскости рамки (витка) и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , то поток магнитной индукции через рамку равен:

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha . \quad (28.1)$$

При равномерном вращении рамки с угловой скоростью  $\omega$  угол  $\alpha = \omega t$ , и магнитный поток

$$\Phi_1 = BS \cos \omega t . \quad (28.2)$$

Из основного закона электромагнитной индукции найдем ЭДС индукции  $E_1$ :

$$E_1 = - \frac{d\Phi_1}{dt} = BS \omega \sin \omega t = E_{01} \sin \omega t, \quad (28.3)$$

где  $E_{01} = BS \omega$  – амплитудное значение ЭДС.

Если рамка состоит из  $N$  витков, то полный магнитный поток через рамку  $\Phi$  и амплитудное значение ЭДС  $E_0$ , индуцируемой в рамке, будут в  $N$  раз больше:

$$\Phi = N\Phi_1 = NBS\cos\alpha = NBS\sin\omega t; \quad (28.4)$$

$$E = E(t) = \frac{d\Phi}{dt} = NBS\sin\omega t = E_0\sin\omega t; \quad (28.5)$$

$$E_0 = NE_{01} = NBS\omega. \quad (28.6)$$

Итак, если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то на выходе рамки возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону. Таким образом, получили генератор переменного тока, который на выходе создает переменную разность потенциалов (переменное напряжение), подаваемую во внешнюю цепь:

$$\varphi_3 - \varphi_4 = U = E_0\sin\omega t. \quad (28.7)$$

При равномерном вращении период  $T$  и частота  $\nu$  вращения выражаются через угловую скорость  $\omega$ :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}; \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (28.8)$$

Из приведенных выше уравнений следует, что частота и период переменного тока равны частоте  $\nu$  и периоду  $T$  вращения рамки.

Для увеличения амплитудного значения ЭДС, равного  $E_0 = NBS\omega$ , следует увеличивать число витков  $N$ , площадь рамки  $S$  и индукцию магнитного поля  $B$ .

Процесс преобразования механической энергии в электрическую обратим. Если через рамку, помещенную в магнитное поле, пропускать ток, то на рамку будет действовать вращающий момент ( $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ ;  $\vec{p}_m = NIS\vec{n}$ ) и рамка начнет вращаться. На этом принципе действуют **электродвигатели**.

Однако, генераторы (электродвигатели), имеющие в своей основе вращающиеся в магнитном поле рамки, имеют существенные недостатки:

- щеточная система передачи тока не позволяет развивать большие токи (мощности);

- увеличение площади рамки и числа витков приводит к увеличению массы рамки и в итоге к нежелательным деформациям и потерям на преодоление сил трения при вращении. Поэтому на практике рамку, состоящую из множества витков, закрепляют неподвижно (статор), а во вращение приводят многополюсный электромагнит (ротор). Так как в России принята стандартная частота  $\nu = 50$  Гц, то частота вращения ротора равна

$$n = \frac{\nu}{p}, \quad (28.9)$$

где  $p$  – число пар полюсов.

В мощных генераторах (электродвигателях) число пар полюсов электромагнита может достигать нескольких десятков. Двухполюсный ротор должен был бы вращаться с частотой 50 об/с.

При протекании переменного тока, изменяющегося по гармоническому закону  $I(t) = I_0 \sin \omega t$  по резистору с сопротивлением  $R$  на резисторе выделяется мгновенная мощность

$$P(t) = I^2(t) R = I_0^2 R \sin^2 \omega t = I_0^2 R \sin^2 \frac{2\pi}{T} t. \quad (28.10)$$

Обычно необходимо знать не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за продолжительное время. Так как мы имеем дело с периодическим процессом, то для нахождения среднего значения мощности достаточно вычислить среднее значение мощности за период колебаний  $T$ .

Работа переменного тока за время  $dt$  равна

$$dA = P(t)dt = I_0^2 R \sin^2 \frac{2\pi}{T} t dt. \quad (28.11)$$

Тогда работа  $A$  за время полного периода  $T$  будет равна:

$$A = \int_0^T P(t)dt = I_0^2 R \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi}{T} t dt = \frac{1}{2} I_0^2 R T. \quad (28.12)$$

Отсюда получаем для средней мощности  $P$  выражение:

$$P = \frac{A}{T} = \frac{1}{2} I_0^2 R. \quad (28.13)$$

Так как  $U_0 = I_0 R$ , то имеем

$$P = \frac{1}{2} I_0^2 R = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{R} = \frac{1}{2} U_0 I_0. \quad (28.14)$$

Обозначим через  $I_{\text{Э}}$  и  $U_{\text{Э}}$  – **силу тока и напряжение постоянного тока, который выделяет на сопротивлении  $R$  такую же мощность, что и данный переменный ток**, т.е.

$$P = I_{\text{Э}}^2 R = \frac{U_{\text{Э}}^2}{R} = U_{\text{Э}} I_{\text{Э}}. \quad (28.15)$$

Сравнивая эти выражения (28.15) с выражениями (28.14) для мощности переменного тока, находим

$$I_{\text{Э}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{Э}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad (28.16)$$

где  $U_0, I_0$  – амплитудные значения напряжения и силы переменного тока.

Величины  $I_{\text{Э}}$  и  $U_{\text{Э}}$  – называют, соответственно, **эффективными (действующими) значениями силы тока и напряжения**. Обычно амперметры и вольтметры градуируются по эффективным значениям силы тока и напряжения. Пользуясь эффективными значениями, можно выразить среднюю мощность переменного тока теми же формулами, что и мощность постоянного тока. В цепях переменного тока резисторы с сопротивлением  $R$  называют **активным сопротивлением**.

### § 6.29 Вихревые токи (токи Фуко)

Если в переменном магнитном поле находится какой-либо сплошной массивный проводник, то вихревое электрическое поле вызывает в нем индукционный ток. Плотность этого тока в какой-либо точке проводника по закону Ома  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Так как линии напряженности  $\vec{E}$  замкнуты, то и линии тока также замыкаются внутри проводника, потому такие токи получили название **вихревых токов**. Их также называют **токами Фуко** – по имени первого исследователя.

Электрическое сопротивление массивного проводника мало, поэтому токи Фуко могут достигать очень большой силы. Вихревые токи вызывают нагревание проводников. Если внутри катушки с переменным током поместить проводящее тело, например, металлический диск, ориентированный перпендикулярно к оси катушки, то диск можно раскалить до высокой температуры и расплавить. Нагревание проводников вихревыми токами применяют в индукционных металлургических печах для плавления металлов и их сплавов. Таким способом осуществляют плавление металлов в вакууме, что позволяет получать материалы высокой чистоты.

Во многих технических устройствах вихревые токи бывают нежелательными, и приходится принимать специальные меры для борьбы с ними. Так, например, в железных сердечниках трансформаторов и вращающихся частях электрических генераторов возникающие вихревые токи вызывают бесполезное нагревание и снижают КПД этих устройств. Для ослабления вихревых токов такие детали изготавливают из тонких листов, разделенных тончайшими слоями изолятора (например, лака), и листы располагают так, чтобы возможные направления токов Фуко были перпендикулярны к изолирующим прослойкам. Появление ферритов (полупроводниковых магнитных материалов с большим

электрическим сопротивлением) сделало возможным изготовление сердечников сплошными.

Вихревые токи возникают также при движении массивных проводников в магнитном поле. Взаимодействуя с магнитным полем, вихревые токи вызывают появление сил, действующих на движущееся проводящее тело, которые, согласно правилу Ленца, всегда противодействуют движению. Этим пользуются для успокоения подвижных частей электроизмерительных приборов (такие устройства называют **электромагнитными демпферами**), в электросчетчиках, тахометрах (приборах для бесконтактного измерения частоты вращения деталей машин и механизмов) и др. Преимущество электромагнитных демпферов состоит в том, что силы торможения возникает лишь при движении деталей и исчезают, когда деталь неподвижна. Поэтому электромагнитный демпфер совершенно не препятствует точному приходу системы в положение равновесия (в отличие от силы трения).

### § 6.30 Явление самоиндукции. Индуктивность

Явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий контур. При этом совершенно не важно, чем вызывается это изменение потока. Если в некотором контуре течет изменяющийся во времени ток, то магнитное поле этого тока также будет изменяться. Это приводит к изменению магнитного потока через контур, а, следовательно, к появлению ЭДС индукции в контуре. Таким образом, изменение тока в контуре ведет к возникновению ЭДС индукции в этом же самом контуре. Это явление, открытое Д. Генри в 1837 г., называют **самоиндукцией**, а дополнительные токи, вызываемые ЭДС самоиндукции, - **экстратоками самоиндукции**.

Так как в соответствии с законом Био-Савара-Лапласа величина магнитной индукции пропорциональна силе тока  $I$ , то и магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий контур, пропорционален силе тока :

$$\Phi = LI, \quad (30.1)$$

где коэффициент пропорциональности  $L$  называют **индуктивностью контура** или **коэффициентом самоиндукции**.

В соответствии с принятым правилом знаков для величин  $\Phi$  и  $I$  оказывается, что  $\Phi$  и  $I$  всегда имеют одинаковые знаки. Это означает, что индуктивность  $L$  – величина всегда положительная.

Из выражения (30.1) определяется единица индуктивности **генри** (Гн): 1 Гн – индуктивность такого контура, магнитный поток сквозь который при силе тока 1 А равен 1 Вб: 1 Гн=1 Вб/А.

Индуктивность  $L$  зависит от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств окружающей среды. Если контур жесткий (недеформируемый) и поблизости от него нет ферромагнетиков, индуктивность  $L = \text{const}$  и не зависит от силы тока  $I$ . Для длинного соленоида, когда его длину можно счи-



татъ большой по сравнению с его диаметром, индуктивность выражается формулой:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 V, \quad (30.2)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $N$  – полное число витков,  $l$  – длина соленоида,  $S$  – площадь сечения соленоида,  $n=N/l$  – число витков на единицу длины,  $V = Sl$  – объем соленоида.

При изменении силы тока в контуре согласно (27.2) возникает ЭДС самоиндукции  $E_i$ :

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI). \quad (30.3)$$

Если при изменении силы тока индуктивность  $L$  остается постоянной (не меняется конфигурация контура, отсутствуют ферромагнитные сердечники), то

$$E_i = -L \frac{dI}{dt}. \quad (30.4)$$

Знак минус показывает, что в соответствии с правилом Ленца электродвижущая сила самоиндукции направлена таким образом, чтобы препятствовать изменению силы тока. Из (30.4) опять можно определить единицу измерения индуктивности  $L$ : **1 Гн** – индуктивность такого контура, в котором изменение тока на 1 А за 1 с возбуждает в нем ЭДС самоиндукции 1 В.

В замкнутой цепи, содержащей источник тока с ЭДС  $E$ , катушку индуктивности и резистор с сопротивлением  $R$ , закон Ома имеет вид:

$$IR = E_i - L \frac{dI}{dt}. \quad (30.5)$$

Из (30.5) следует, что установление тока при замыкании цепи и убывание тока при размыкании цепи происходят не мгновенно, а постепенно. Этот эффект тем заметней, чем больше индуктивность  $L$ , и он связан с тем, что дополнительные токи, возникающие вследствие самоиндукции, всегда направлены так, чтобы противодействовать изменениям тока в цепи. Причем в цепях, содержащих катушки с большой индуктивностью (электромагниты, электродвигатели, электрогенераторы, трансформаторы), и в которых после размыкания цепи остаются замкнутые контуры, возникают экстратоки размыкания значительной силы.

Это может привести к образованию электрической дуги между контактами выключателя. Для предотвращения разрушительного действия больших экстратов в подобных цепях ставят реостаты, с помощью которых перед выключением рубильников значительно увеличивают сопротивления контуров.

Индуктивность любого контура зависит от свойств среды, в которой он находится. Если обозначить  $L_0$  – индуктивность контура в вакууме, а  $L$  – индуктивность того же контура в однородном веществе, то отношение

$$\frac{L}{L_0} = \mu \quad (30.6)$$

называют **магнитной проницаемостью** вещества. Магнитная проницаемость  $\mu$  характеризует магнитные свойства вещества и зависит от рода вещества. Отсюда следует, что индуктивность соленоида с сердечником из вещества с магнитной проницаемостью  $\mu$  будет равна (см. (30.2)):

$$L = \mu L_0 = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu \mu_0 n^2 V. \quad (30.7)$$

Поскольку индуктивность контура пропорциональна магнитной проницаемости  $\mu$  окружающей среды, то и магнитный поток, пронизывающий контур, также будет пропорционален  $\mu$ . Следовательно, и магнитная индукция  $B$  в среде с **магнитной проницаемостью  $\mu$**  будет в  $\mu$  раз больше, чем в вакууме  $B_0$ , т.е.

$$B = \mu B_0. \quad (30.8)$$

Тогда выражения для магнитных индукций прямого тока (сравните с (22.4)) и в центре кругового тока (сравните с (22.5)) в среде с магнитной проницаемостью  $\mu$  принимают вид:

$$B = \mu \frac{\mu_0 I}{2\pi R}; \quad B = \mu \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (30.9)$$

Из выражения  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$  (22.6), связывающего  $\vec{B}_0$  и  $\vec{H}$  в вакууме, и (30.8) получаем для однородной изотропной среды соотношение, связывающее вектор магнитной индукции с напряженностью магнитного поля (см. (34.9)):

$$\vec{B}_0 = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (30.10)$$

Используя соотношения (30.1) и (30.7), с учетом того, что полный магнитный поток через соленоид равен  $\Phi = NBS$ , приходим к выражению для магнитной индукции внутри соленоида:

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I = \mu\mu_0 nI. \quad (30.11)$$

### § 6.31 Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2 (рисунок 40), расположенных достаточно близко друг к другу. Если в контуре 1 течет ток  $I_1$ , он создает через контур 2 магнитный поток (линии индукции, создающие этот поток, на рисунке изображены сплошными линиями)  $\Phi_2$ , пропорциональный току  $I_1$ :

$$\Phi_2 = L_{21}I_1. \quad (31.1)$$

Совершенно так же, если в контуре 2 течет ток  $I_2$ , он создает магнитный поток  $\Phi_1$  через контур 1, причем

$$\Phi_1 = L_{12}I_2. \quad (31.2)$$

Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называют **коэффициентами взаимной индукции** или **взаимной индуктивностью** контуров. Очевидно, взаимная индуктивность численно равна магнитному потоку сквозь один из контуров, создаваемому единичным током в другом контуре. Коэффициенты  $L_{12}$  и  $L_{21}$  зависят от формы, размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости окружающей среды. Эти коэффициенты измеряются в тех же единицах, что и индуктивность  $L$  (т.е. в генри).

Соответствующий расчет дает, а опыт подтверждает, что при отсутствии ферромагнетиков коэффициенты  $L_{12}$  и  $L_{21}$  одинаковы:

$$L_{12} = L_{21}. \quad (31.3)$$

Это замечательное свойство взаимной индуктивности принято **называть теоремой взаимности**. Благодаря этой теореме можно не делать различия между  $L_{12}$  и  $L_{21}$  и просто говорить о взаимной индуктивности двух контуров.

Наличие магнитной связи между контурами проявляется в том, что при всяком изменении тока в одном из контуров в другом возникает ЭДС индукции. Это явление называют **взаимной индукцией**.

Согласно основному закону электромагнитной индукции ЭДС, возникающие в контурах 1 и 2 при изменении силы тока в соседнем контуре, равны, соответственно:

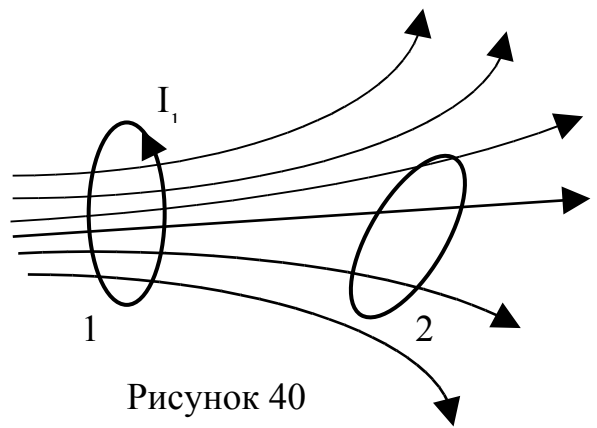


Рисунок 40

$$E_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}; \quad E_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (31.4)$$

В соотношениях (31.4) предполагается, что контуры неподвижны и ферромагнетиков поблизости нет.

С учетом явления самоиндукции ток в контуре 1 при изменении токов в обоих контурах определяется по закону Ома как

$$I_1 R_1 = E_1 - L_1 \frac{dI_1}{dt} - L_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad (31.5)$$

где  $E_1$  – сторонняя ЭДС в контуре 1 (помимо индукционных ЭДС),  $L_1$  – индуктивность контура 1.

Аналогичное уравнение можно записать и для силы тока  $I_2$  в контуре 2.

На явлении взаимной индукции основано действие трансформаторов – устройств, служащих для преобразования токов и напряжений.

В отличие от индуктивности  $L$ , которая, как было сказано, является всегда положительной величиной, взаимная индуктивность  $L_{12}$  – величина алгебраическая (в частности, равная нулю). Это связано с тем, что, например, в (31.1) величины  $\Phi_2$  и  $I_1$  относятся к разным контурам. Из рисунка 40 сразу видно, что знак магнитного потока  $\Phi_2$  при данном направлении тока  $I_1$  будет зависеть от выбора нормали к поверхности, ограниченной контуром 2 (или от выбора положительного направления обхода этого контура).

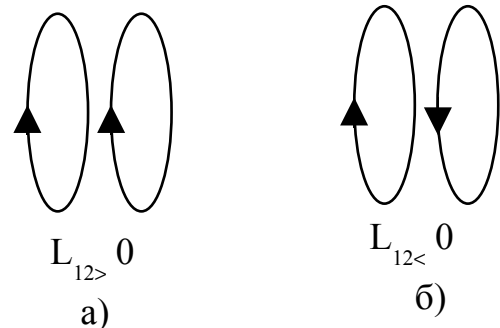


Рисунок 41

Положительные направления для токов (и ЭДС) в обоих контурах всегда можно выбрать произвольно (а с положительным направлением обхода контура однозначно – правилом правого винта – связано направление нормали  $\vec{n}$  к поверхности, ограниченной контуром, т.е. в конечном счете, знак магнитного потока). Раз эти направления выбраны, величину  $L_{12}$  мы должны считать положительной, когда при положительных токах магнитные потоки взаимной индукции через контур оказываются также положительными, т.е. совпадают по знаку с потоками самоиндукции.

Другими словами  $L_{12} > 0$ , если при положительных токах в обоих контурах они «подмагничивают» друг друга, в противном случае  $L_{12} < 0$ . В частных случаях можно заранее так установить положительные направления обхода контуров, чтобы получить желательный знак величины  $L_{12}$  (рисунок 41).

### § 6.32 Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появ-

лением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ . С данным контуром сцеплен магнитный поток (см. (30.1))  $\Phi = L \cdot I$ , причем при изменении тока на  $dI$  магнитный поток изменяется на  $d\Phi = L \cdot dI$ . Однако для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi$  (см. § 5.25) необходимо совершить работу  $dA = I \cdot d\Phi = L \cdot I \cdot dI$ . Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  будет равна

$$A = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = \frac{1}{2} LI^2. \quad (32.1)$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (32.2)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай – однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Подставив в формулу (32.2) выражение (30.6), получим

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{N^2 I^2}{l} S = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{(NI)^2}{l} S. \quad (32.3)$$

Так как в случае **длинного соленоида** магнитная индукция внутри него (см. (30.10)) равен:

$$B = \mu\mu_0 nI, \quad (32.4)$$

где  $n = N/l$  – число витков на единицу длины,  $V = Sl$  – объем (см. § 6.30), то выражение (32.3) примет вид

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V. \quad (32.5)$$

В (32.3)  $N$  – число **витков**,  $I$  – сила тока измеряется в **амперах**. Поэтому часто говорят, что произведение  $NI$  определяет число **ампер-витков** соленоида. Соот-

ветственно, в (32.4) произведение  $nI$  называют числом ампер-витков на единицу длины (метр).

Магнитное поле длинного соленоида однородно и отлично от нуля только внутри него. Следовательно, энергия (32.5) локализована внутри соленоида и распределена по его объему с постоянной плотностью  $w$ , которую можно найти, разделив  $W$  на  $V$ :

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (32.6)$$

Так как  $B = \mu\mu_0 H$  (30.10), то соотношение (32.6) можно представить в виде:

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (32.7)$$

Выражение (32.7) для **объемной плотности энергии магнитного поля** имеет вид, аналогичный формуле (15.3) для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины заменены в нем магнитными. Формула (32.7) выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение (32.7) справедливо только для сред, для которых зависимость  $B$  от  $H$  линейная, т.е. оно относится только к пара- и диамагнетикам (см. главу 7).

## Контрольные вопросы

1 В чем заключается явление электромагнитной индукции? Что является причиной возникновения ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре? От чего и как зависит ЭДС индукции, возникающая в контуре?

2 Почему для обнаружения индукционного тока лучше использовать замкнутый проводник в виде катушки, а не в виде одного витка провода?

3 Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами.

4 Всегда ли при изменении потока магнитной индукции в проводящем контуре в нем возникает ЭДС индукции? индукционный ток?

5 Возникает ли индукционный ток в проводящей рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле?

6 Какова природа ЭДС электромагнитной индукции?

7 Выведите выражение для ЭДС индукции в плоской рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле. За счет чего ее можно увеличить?

8 Что такое вихревые токи? Вредны они или полезны?

9 Почему сердечники трансформаторов не делают сплошными?

10 В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции?

11 Какая физическая величина выражается в генри? Дайте определение генри.

12 В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?

13 Запишите и проанализируйте выражения для объемной плотности энергии электростатического и магнитного полей. Чему равна объемная плотность энергии электромагнитного поля?

17 Индукция магнитного поля возросла в два раза. Как изменилась объемная плотность энергии магнитного поля?

18 Какие меры необходимо предпринимать для предотвращения разрушительных последствий при замыкании и размыкании цепей, содержащих катушки с большой индуктивностью (электромагниты, электродвигатели, электрогенераторы, трансформаторы)?

## Тесты

1. Катушка длиной  $L=50$  см и диаметром  $d=5$  см содержит  $N=200$  витков. По катушке течет ток  $I=1$  А. Определите индуктивность катушки. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

А) 177 мкГн    В) 187 мкГн    **С) 197 мкГн**    Д) 207 мкГн    Е) 217 мкГн

2. В магнитном поле, индукция которого равна  $B$ , вращается стержень длиной  $L$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Ось вращения перпендикулярна стержню, проходит через его конец и параллельна линиям индукции магнитного поля. ЭДС индукции, возникающая в стержне, равна ...

А)  $BL^2\omega$     В)  $\frac{1}{4}BL^2\omega$     С)  $\frac{1}{4\pi}BL^2\omega$     **Д)  $\frac{1}{2}BL^2\omega$**     Е)  $\frac{1}{2\pi}BL^2\omega$

3. Две длинные катушки намотаны на общий сердечник, причем индуктивности этих катушек  $L_1=0,64$  Гн и  $L_2=0,04$  Гн. Определите, во сколько раз число витков первой катушки больше, чем у второй.

**А) 4 раза**    В) 8 раз    С) 16 раз    Д) 128 раз    Е) 256 раз

4. Плоская горизонтальная фигура площадью  $S=0,1$  м<sup>2</sup>, ограниченная проводящим контуром, имеющим сопротивление  $R=5$  Ом, находится в однородном магнитном поле. Какой заряд протечет по контуру за большой промежуток времени, пока проекция магнитной индукции на вертикаль равномерно меняется с  $B_{1z}=2$  Тл до  $B_{2z}=-2$  Тл?

А) 0,04 Кл    В) 0,06 Кл    **С) 0,08 Кл**    Д) 0,1 Кл    Е) 0,12 Кл

5. Чему равна индуктивность соленоида, если при протекании по виткам соленоида тока силой 5 А, его пронизывает магнитный поток 0,5 Вб?

А) 10 мГн      В) 100 мГн      С) 1 000 мГн      Д) 250 мГн      Е) 25 мГн

6. По длинному соленоиду с немагнитным сердечником ( $\mu=1$ ) сечением  $S=5 \text{ см}^2$ , содержащему  $N=1\ 200$  витков, течет ток силой  $I=2 \text{ А}$ . Индукция магнитного поля в центре соленоида  $B=10 \text{ мТл}$ . Определите его индуктивность.

А) 1 мГн      В) 2 мГн      С) 3 мГн      Д) 4 мГн      Е) 5 мГн

7. Однородное магнитное поле с индукцией  $B$  перпендикулярно к плоскости кольца, изготовленного из медной проволоки. Радиус кольца  $R=10 \text{ см}$ . Диаметр проволоки  $d=2 \text{ мм}$ . С какой скоростью должна изменяться во времени магнитная индукция  $B$ , чтобы индукционный ток в кольце равнялся  $10 \text{ А}$ ? Удельное сопротивление меди  $\rho=1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

А)  $1,02 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$       В)  $1,08 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$       С)  $1,14 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$       Д)  $1,20 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$       Е)  $1,26 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$

8. Катушка без сердечника длиной  $l=50 \text{ см}$  содержит  $N=200$  витков. По катушке течет ток  $I=1 \text{ А}$ . Определите объемную плотность энергии магнитного поля внутри катушки. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

А)  $0,5 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       В)  $0,4 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       С)  $0,3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       Д)  $0,2 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       Е)  $0,1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$

9. Энергия магнитного поля соленоида, в котором при силе тока  $10 \text{ А}$  возникает магнитный поток  $1 \text{ Вб}$ , равна ...

А) 25 Дж      В) 5 Дж      С) 10 Дж      Д) 20 Дж      Е) 100 Дж

10. Металлический диск радиусом  $r=10 \text{ см}$ , расположенный перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1 \text{ Тл}$ , вращается вокруг оси, проходящей через центр, с частотой  $\nu=100 \text{ с}^{-1}$ . Два скользящих контакта (один на оси диска, другой – на окружности) соединяют диск с реостатом сопротивлением  $R=5 \text{ Ом}$ . Чему равна тепловая мощность, выделяемая на реостате?

А) 0,5 Вт      В) 1 Вт      С) 2 Вт      Д) 4 Вт      Е) 5 Вт

11. В однородном магнитном поле, индукция которого  $B=50 \text{ мТл}$ , вращается стержень длиной  $L=1 \text{ м}$  с постоянной угловой скоростью  $\omega=20 \text{ рад/с}$ . Ось вращения проходит через конец стержня и параллельно силовым линиям поля. Найдите ЭДС индукции, возникающую на концах стержня.

А) 4,5 В      В) 3,5 В      С) 2,5 В      Д) 1,5 В      Е) 0,5 В



12. Медный куб с длиной ребра  $a=10$  см скользит по столу с постоянной скоростью  $V=10$  м/с, касаясь стола одной из плоских поверхностей. Вектор индукции магнитного поля направлен вдоль поверхности стола перпендикулярно вектору скорости куба. Найдите модуль вектора напряженности электрического поля, возникающего внутри металла, если модуль вектора индукции  $B=0,2$  Тл.

- A) 2 000 В/м    B) 200 В/м    C) 20 В/м    **Д) 2 В/м**    E) 0,2 В/м

13. Определите магнитный поток через площадь поперечного сечения катушки (без сердечника), имеющей на каждом сантиметре длины  $n=8$  витков. Радиус соленоида  $r=2$  см, а сила тока в нем  $I=2$  А. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- A) 1,53 мкВб    **В) 2,53 мкВб**    C) 3,53 мкВб    Д) 4,53 мкВб    E) 5,53 мкВб

14. Как выражается единица индуктивности в системе СИ через единицы напряжения, силы тока и времени?

- A)  $\frac{В \cdot А}{с}$     B)  $\frac{В \cdot с}{А^2}$     C)  $\frac{А}{В \cdot с}$     **Д)  $\frac{В \cdot с}{А}$**     E)  $\frac{А \cdot с}{В}$

15. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл, равномерно вращается катушка, состоящая из 100 витков проволоки. Площадь поперечного сечения катушки  $100$  см<sup>2</sup>. Ось вращения катушки перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Угловая скорость вращения катушки равна 10 рад/с. Чему равна максимальная ЭДС, возникающая в катушке?

- A) 10 В    B) 8 В    C) 4 В    Д) 2 В    **Е) 1 В**

16. Какова индуктивность катушки, если при равномерном увеличении тока в ней от 1 до 3 Ампер за 0,1 с возникает ЭДС самоиндукции, равная 40 В?

- A) 20 Гн    B) 0,1 Гн    C) 0,2 Гн    Д) 1 Гн    **Е) 2 Гн**

17. По двум направляющим параллельным проводникам, расстояние между которыми  $L=15$  см, движется с постоянной скоростью  $V=0,6$  м/с перемычка перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1$  Тл. В замкнутую цепь включен резистор сопротивлением  $R=2$  Ом. Определите силу индукционного тока  $I$  в цепи.

- А) 45 мА**    B) 50 мА    C) 60 мА    Д) 75 мА    E) 80 мА

18. Если магнитный поток через проводящий контур увеличивается на 0,02 Вб в результате изменения силы тока в контуре с 4 А до 8 А, то индуктивность контура  $L$  равна ...

- А) 1 мГн      В) 5 мГн      С) 4 мГн      Д) 2 мГн      Е) 8 мГн

19. Индуктивность соленоида при длине  $l=1$  м и площади поперечного сечения  $S=20$  см<sup>2</sup> равна  $L=0,4$  мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна  $w=0,1$  Дж/м<sup>3</sup>.

- А) 0,2 А      В) 0,4 А      С) 0,5 А      Д) 0,8 А      Е) 1 А

20. Чему равна индуктивность катушки, если при изменении тока в ней с 12 А до 8 А энергия магнитного поля уменьшается на 2 Дж?

- А) 25 мГн      В) 40 мГн      С) 50 мГн      Д) 64 мГн      Е) 80 мГн

21. Какой магнитный поток пронизывал каждый виток катушки, имеющей  $n=1\,000$  витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля за время  $\tau=100$  мс в катушке возникает ЭДС индукции  $E=10$  В?

- А) 10 мВб      В) 5 мВб      С) 0,5 мВб      Д) 1 мВб      Е) 0,1 мВб

22. Определите, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром  $d=0,5$  мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром  $D=1,5$  см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью  $L=100$  мкГн? Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А) 200      В) 225      С) 250      Д) 275      Е) 300

23. Два металлических стержня расположены вертикально и замкнуты вверху проводником. По этим стержням без трения и нарушения контакта скользит перемычка длиной  $L=5$  см и массой  $m=10$  г. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B=1$  Тл, перпендикулярной плоскости рамки. Установившаяся скорость  $V=1$  м/с. Найдите сопротивление перемычки. Сопротивлением стержней и провода пренебрегайте. Ускорение свободного падения  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

- А)  $2,5\cdot 10^{-3}$  Ом      В)  $25\cdot 10^{-3}$  Ом      С)  $5\cdot 10^{-3}$  Ом      Д)  $50\cdot 10^{-3}$  Ом      Е)  $12,5\cdot 10^{-3}$  Ом

24. Прямолинейный проводник длиной 20 см перемещают в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Проводник, вектор его скорости и вектор индукции поля взаимно перпендикулярны. С каким ускорением нужно переме-

шать проводник, чтобы разность потенциалов на его концах возрастала со скоростью  $V=0,1 \text{ В/с}$ ?

- А)  $2 \text{ м/с}^2$       В)  $25 \text{ м/с}^2$       С)  $20 \text{ м/с}^2$       Д)  $10 \text{ м/с}^2$       Е)  $5 \text{ м/с}^2$

25. Магнитная индукция поля между полюсами двухполюсного генератора равна 1 Тл. Ротор имеет  $N=140$  витков площадью  $S=500 \text{ см}^2$  каждый виток. Определите частоту вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции равно 220 В.

- А) 50 об/с      В) 40 об/с      С) 20 об/с      Д) 10 об/с      Е) 5 об/с

26. Катушка с железным сердечником имеет индуктивность, равную 1,4 Гн при силе тока в ее витках 10 А. Магнитная проницаемость материала сердечника при этих условиях равна 1 000. Чему равна индуктивность катушки после удаления сердечника из катушки?

- А) 14 Гн      В) 1,4 Гн      С) 0,14 Гн      Д)  $1,4 \cdot 10^{-2}$  Гн      Е)  $1,4 \cdot 10^{-3}$  Гн

27. Между концами ускоренно движущегося металлического проводника появляется разность потенциалов  $U=1 \text{ мкВ}$ . Определите величину ускорения проводника длиной  $L=1 \text{ м}$ . Масса электрона  $m=9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , элементарный заряд  $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .

- А)  $26 \text{ км/с}^2$       В)  $76 \text{ км/с}^2$       С)  $126 \text{ км/с}^2$       Д)  $176 \text{ км/с}^2$       Е)  $226 \text{ км/с}^2$

28. Соленоид диаметром  $d=4 \text{ см}$ , имеющий  $N=500$  витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью  $V=1 \text{ мТл/с}$ . Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол  $\alpha=45^\circ$ . Определите ЭДС индукции, возникающей в соленоиде.

- А)  $0,444 \text{ мВ}$       В)  $0,555 \text{ мВ}$       С)  $0,666 \text{ мВ}$       Д)  $0,777 \text{ мВ}$       Е)  $0,888 \text{ мВ}$

29. В однородном магнитном поле с индукцией 0,12 Тл находится круглая рамка диаметром 10 см, расположенная так, что вектор индукции перпендикулярен плоскости рамки. Определите количество витков рамки, если при ее повороте на угол  $180^\circ$  за 0,14 с в ней наводится ЭДС 0,942 В.

- А) 110      В) 100      С) 90      Д) 80      Е) 70

30. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл, равномерно вращается катушка, состоящая из 100 витков проволоки. Площадь поперечного сечения катушки  $100 \text{ см}^2$ . Ось вращения катушки перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Угловая скорость вращения катушки равна 10 рад/с. Чему равна максимальная ЭДС, возникающая в катушке?

- А) 10 В      В) 8 В      С) 4 В      Д) 2 В      **Е) 1 В**

31. Какую силу нужно приложить к металлической перемычке для равномерного ее перемещения со скоростью 8 м/с по двум параллельным проводникам (рельсам), расположенным на расстоянии 25 см друг от друга в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл? Вектор индукции перпендикулярен плоскости, в которой расположены рельсы. Проводники замкнуты резистором с электрическим сопротивлением 2 Ом.

- А) 200 Н      В) 2 Н      С) 4 Н      **Д) 1 Н**      Е) 400 Н

Верные ответы в заданиях отмечены **красным цветом**.

### Упражнения для самоконтроля

6.1. Кольцо из алюминиевого провода ( $\rho = 26 \text{ нОм} \cdot \text{м}$ ) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца 20 см, диаметр провода 1 мм. Определить скорость изменения индукции магнитного поля, если сила тока в кольце 0,5 А. [0,33 Тл/с]

6.2. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл, равномерно с частотой  $300 \text{ мин}^{-1}$  вращается катушка, содержащая 200 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь поперечного сечения катушки  $100 \text{ см}^2$ . Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальную ЭДС, индуцируемую в катушке. [31,4 В].

6.3. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром 0,3 мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром 1 см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью 1 мГн. [3040]

6.4. Найдите индуктивность соленоида, пренебрегая краевыми эффектами. Пусть,  $V$  – объем соленоида,  $n$  – число витков на единицу его длины,  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества внутри соленоида. [ $L = \mu\mu_0 n^2 V$ ]

6.5. Два соленоида (индуктивность одного  $L_1=0,36 \text{ Гн}$ , второго  $L_2=0,64 \text{ Гн}$ ) одинаковой длины и практически равного сечения вставлены один в другой. Определить взаимную индуктивность соленоидов. [0,48 Гн]

6.6. Два соленоида одинаковой длины и практически одинакового сечения вставлены полностью один в другой. Индуктивности соленоидов  $L_1$  и  $L_2$ . Пренебрегая краевыми эффектами, найдите их взаимную индуктивность по модулю. [ $|L_{12}| = \sqrt{L_1 L_2}$  ]

## Глава 7 Магнитные свойства вещества

### § 7.33 Магнитные моменты электронов и атомов

До сих пор мы рассматривали магнитное поле в вакууме. Если проводники с током находятся не в вакууме, а в какой-либо среде, то магнитное поле изменяется. Это показывает, что различные вещества в магнитном поле намагничиваются, т.е. сами становятся источниками магнитного поля. Результирующее магнитное поле в среде является суммой полей, создаваемых проводниками с током и намагниченной средой, и поэтому не равно полю в вакууме. Вещества, способные намагничиваться, называются **магнетиками**. Так как все вещества намагничиваются и изменяют магнитное поле в среде, то любое вещество в природе является магнетиком.

Рассматривая действие магнитного поля на проводники с током и на движущиеся заряды, мы не интересовались процессами, происходящими в веществе. Свойства среды учитывались формально с помощью магнитной проницаемости  $\mu$ .

Как показывает опыт, все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим причину этого явления с точки зрения строения атомов и молекул, положив в основу гипотезу Ампера, согласно которой в любом веществе существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут изменять свою ориентацию в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле (веществе) дополнительное магнитное поле. Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  характеризует **результирующее** магнитное поле, создаваемое всеми **макро-** и **микротоками**, т.е. при одном и том же макротоке и прочих равных условиях вектор  $\vec{B}$  в **различных** средах будет иметь разные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности  $\vec{H}$ . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности соотношением (30.9):

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (33.1)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – безразмерная величина – магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков  $\vec{H}$  усиливается за счет поля микротоков среды.

Сравнивая векторные характеристики электростатического ( $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ ) и магнитного ( $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ ) полей, необходимо отметить, что аналогом вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , так как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения  $\vec{D}$  является вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ .

Электроны в атоме находятся в состоянии непрерывного движения. Для многих целей, в том числе и для объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электроны движутся в атоме по круговым орбитам. Каждый из атомных электронов движется по своей собственной орбите, а разные электронные орбиты лежат в разных плоскостях. Такие электроны, обращающиеся по орбитам, представляют собой замкнутые электрические токи (молекулярные токи) являющиеся ответственными за намагничивание вещества. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает **орбитальным магнитным моментом** (см. (21.2))  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ , модуль которого

$$p_m = IS = evS, \quad (33.2)$$

где  $I = ev$  – сила тока,  $v$  – частота вращения электрона по орбите,  $S$  – площадь орбиты,  $e$  – элементарный заряд.

Если электрон движется по часовой стрелке (рисунок 42), то ток направлен против часовой стрелки и вектор  $\vec{p}_m$  в соответствии с правилом правого винта направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона.

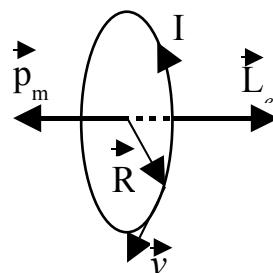


Рисунок 42

Движущийся по орбите электрон обладает также механическим моментом импульса  $\vec{L}_e$ , модуль которого равен

$$L_e = mvR = 2m\pi vS, \quad (33.3)$$

где  $v$  – скорость орбитального движения электрона ( $v = 2\pi vR$ ),  $\pi R^2 = S$  – площадь орбиты.

Вектор  $\vec{L}_e$  (его направление также подчиняется правилу правого винта), называется **орбитальным механическим моментом электрона**.

Из рисунка 42 следует, что направления векторов  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}_e$  противоположны, поэтому, учитывая выражения (33.2) и (33.3), получим

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}_e = g\vec{L}_e \quad (33.4)$$

где величина

$$g = -\frac{e}{2m} \quad (33.5)$$

называется **гиромагнитным отношением орбитальных моментов** (общепринято писать со знаком “-”, указывающим на то, что направления моментов противоположны).

Это отношение, определяемое универсальными постоянными, одинаково для любой орбиты, хотя для разных орбит значения  $v$  и  $R$  различны. Формула (33.5)

выведена для круговой орбиты, но она оказывается справедливой и для эллиптических орбит.

Из соотношения (33.4) следует возможность наблюдения так называемого **магнитомеханического явления**: намагничивание вещества должно сопровождаться определенными механическими явлениями – появлением у намагничиваемого тела момента импульса. Магнитомеханическое явление впервые наблюдали Эйнштейн и де Гааз в 1915 г. В их опытах небольшой железный цилиндр был подвешен на тончайшей нити и помещен внутри соленоида. При намагничивании цилиндр начинал поворачиваться, причем направление вращения изменялось при изменении направления магнитного поля. Поворот цилиндра отмечался при помощи небольшого зеркальца, скрепленного с цилиндром. Эйнштейн и де Гааз наблюдали вынужденные крутильные колебания железного стержня во внешнем переменном магнитном поле, образованном при пропускании переменного тока по обмотке соленоида. Для усиления наблюдаемого эффекта они использовали явление механического резонанса: частоту крутильных колебаний цилиндрического стержня делали равной частоте переменного тока. При исследовании вынужденных крутильных колебаний стержня определялось гиромагнитное отношение, которое оказалось равным  $-(e/m)$ . Таким образом, знак носителей, обуславливающих молекулярные токи, совпадал со знаком заряда электрона, а гиромагнитное отношение оказалось в два раза большим, чем введенная ранее величина  $g$  (см. (33.5)). Для объяснения этого результата, имевшего большое значение для дальнейшего развития физики, было предположено, а впоследствии доказано, что кроме орбитальных моментов (см. (33.2) и (33.3)) электрон обладает **собственным механическим моментом импульса**  $\vec{L}_{es}$ , называемым **спином**. Вначале считалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси, что привело к целому ряду противоречий. В настоящее время установлено, что спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе, и со спином уже не связывают представление о механическом вращении электрона. Спину электрона  $\vec{L}_{es}$  соответствует **собственный (спиновый) магнитный момент**  $\vec{p}_{ms}$  пропорциональный  $\vec{L}_{es}$  и направленный в противоположную сторону:

$$\vec{p}_{ms} = g_s \vec{L}_{es}, \quad (33.6)$$

где величина  $g_s = -(e/m)$  называется **гиромагнитным отношением спиновых моментов**.

Проекция собственного магнитного момента электрона на направление вектора  $\vec{B}$  может принимать только одно из двух значений:

$$p_{msB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B, \quad (33.7)$$

где  $\hbar = h/2\pi$  ( $h$  – постоянная Планка),  $\mu_B$  – **магнетон Бора**, являющийся единицей магнитного момента электрона ( $\mu_B = 9,283 \cdot 10^{-24}$  А·м<sup>2</sup>).

Магнитный и механический моменты электрона проявляются не только в магнитных свойствах вещества, но и в других многочисленных явлениях и, в частности, в особенностях оптических спектров. Поэтому существование этих свойств у электрона в настоящее время установлено с большой надежностью.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра (последний обусловлен магнитными моментами входящих в ядро протонов и нейтронов). Однако магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают.

Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы)  $\vec{p}_a$  равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms} . \quad (33.8)$$

При рассмотрении магнитных моментов электронов и атомов мы пользовались классической теорией, не учитывая ограничений, накладываемых на движение электронов законами квантовой механики. Однако это не противоречит полученным результатам, так как для дальнейшего объяснения намагничивания веществ существенно лишь то, что атомы обладают магнитными моментами.

### § 7.34 Диа- и парамагнетизм

Для понимания механизма намагничивания веществ необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

Ради простоты предположим, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора  $\vec{B}$  произвольным образом, составляя с ним угол  $\alpha$  (рисунок 43), то можно доказать, что она приходит в такое движение вокруг  $\vec{B}$ , при котором вектор магнитного момента  $\vec{p}_m$ , сохраняя постоянным угол  $\alpha$ , вращается вокруг направления  $\vec{B}$  с некоторой угловой скоростью. Такое движение в механике называется **прецессией**. Прецессию вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры, совершает, например, диск волчка при замедлении движения.

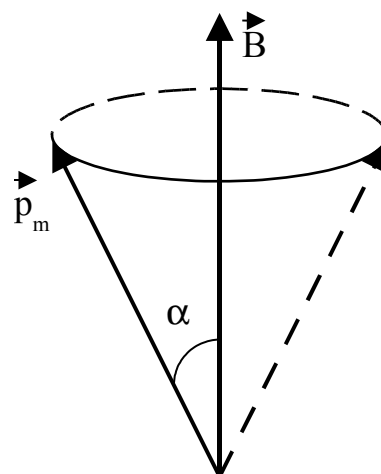


Рисунок 43

Таким образом, электронные орбиты атома под действием внешнего магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно некоторому круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют соб-



ственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название **диамагнитного эффекта**, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются **диамагнетиками**.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен, поскольку в данном случае магнитные моменты электронов взаимно компенсируются, и суммарный магнитный момент атома, равный векторной сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов, равен нулю. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т. д.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на орбитальное движение электронов в атомах вещества, то диамагнетизм присущ всем веществам. Однако наряду с диамагнитными веществами существуют и **парамагнитные** – вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому намагниченность парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля равна нулю. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется **парамагнитным**. При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т. д. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Объяснение явления парамагнетизма совпадает с объяснением ориентационной (дипольной) поляризации диэлектриков с полярными молекулами (см. § 2.7), только электрический момент атомов в случае поляризации надо заменить магнитным моментом атомов в случае намагничивания.

Подводя итог качественному рассмотрению диа- и парамагнетизма, еще раз отметим, что атомы всех веществ являются носителями диамагнитных свойств. Если магнитные моменты атомов не равны нулю, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитные моменты атомов равны нулю, то наблюдаются диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

### § 7.35 Намагничивание магнетика

Если проводники с током находятся в какой-либо среде, то магнитное поле изменяется. Это означает, что вещество в магнитном поле намагничивается, т.е. само становится источником магнитного поля. Результирующее магнитное поле  $\vec{B}$  в среде равно сумме полей, создаваемых проводниками с током  $\vec{B}_0$  и намагниченной средой  $\vec{B}'$ :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' . \quad (35.1)$$

Здесь под  $\vec{B}'$  и  $\vec{B}_0$  имеются в виду поля, усредненные по бесконечно малому объему, поэтому  $\vec{B}$  также усредненное (макроскопическое) поле, причем  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ .

Молекулы вещества обладают собственным магнитным моментом (см. (33.8)), обусловленным внутренним движением зарядов. Каждому магнитному моменту соответствует элементарный круговой ток, создающий в окружающем пространстве магнитное поле. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы беспорядочно, поэтому обусловленное ими результирующее магнитное поле равно нулю. Равен нулю и результирующий магнитный момент вещества.

Если вещество поместить во внешнее магнитное поле, то под действием этого поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, и вещество намагничивается – его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. При этом магнитные поля отдельных молекул не компенсируют друг друга, в результате возникает поле  $\vec{B}'$ .

Иначе происходит намагничивание веществ, молекулы которых при отсутствии внешнего поля не имеют магнитного момента. Внесение таких веществ во внешнее поле индуцирует элементарные круговые токи в молекулах, и молекулы, а вместе с ними и все вещество приобретают магнитный момент, что также приводит к возникновению поля  $\vec{B}'$ . Большинство веществ при внесении в магнитное поле намагничивается слабо (см. § 7.34).

Для количественного описания намагничивания магнетиков вводят векторную величину – **намагниченность**, равную магнитному моменту молекул единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_a , \quad (35.2)$$

где  $\Delta V$  – элементарный объем в окрестности данной точки,  $\vec{p}_a$  – магнитный момент отдельной молекулы.

Суммирование проводится по всем молекулам в объеме  $\Delta V$ . Если во всех точках вещества вектор  $\vec{J}$  одинаков, говорят, что вещество намагничено однородно.

Вектор намагниченности  $\vec{J}$  является основной величиной, характеризующей магнитное состояние вещества. Зная его в каждой точке какого-либо тела, можно определить и магнитное поле, создаваемое рассматриваемым намагниченным телом.

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения  $S$  и длины  $l$ , внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$ . Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадет с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору  $\vec{B}_0$ , так как векторы их магнитных моментов  $\vec{p}_m$  антипараллельны вектору  $\vec{B}_0$  (для диамагнетиков) и параллельны  $\vec{B}_0$  (для парамагнетиков). Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рисунок 44). Некомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра.

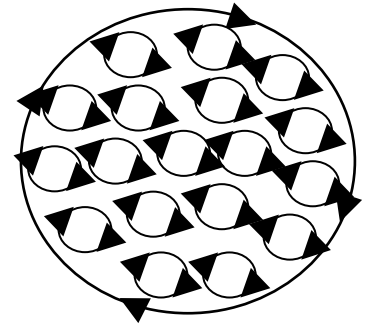


Рисунок 44

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию  $B'$  которого можно вычислить, учитывая формулу (30.10) для  $N = 1$  (соленоид из одного витка):

$$B' = \mu_0 \frac{I'}{l}. \quad (35.3)$$

где  $I'$  – сила молекулярного тока,  $l$  – длина рассматриваемого цилиндра, а магнитная проницаемость  $\mu$  принята равной единице.

С другой стороны,  $I'/l$  – ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока  $p = I'S/l = I'V/l$ , где  $V$  – объем магнетика. Если  $P$  – магнитный момент магнетика объемом  $V$ , то намагниченность магнетика

$$J = \frac{P}{V} = \frac{I'}{l}. \quad (35.4)$$

Сопоставляя (35.3) и (35.4), получим, что  $B' = \mu_0 J$ , или в векторной форме

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}. \quad (35.5)$$

Подставив выражения для  $\vec{B}_0$  и  $\vec{B}'$  в (35.1), получим

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}). \quad (35.6)$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}. \quad (35.7)$$

Намагниченность  $\vec{J}$  зависит от магнитной индукции  $\vec{B}$  в данной точке вещества. Однако,  $\vec{J}$  принято связывать не с  $\vec{B}$ , а с вектором напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ .

Для многих веществ направления  $\vec{H}$  и  $\vec{J}$  всегда совпадают. Намагниченность  $\vec{J}$  таких веществ зависит только от величины намагничивающего поля и не зависит от его направления. Такие вещества получили название **изотропных магнетиков**. В них направления  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  также всегда совпадают.

Как показывает опыт, в изотропных магнетиках намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничивание, т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (35.8)$$

где  $\chi$  – безразмерная скалярная величина, называемая **магнитной восприимчивостью вещества**.

Она зависит от рода магнетика и его состояния (температуры и т.д.). Для **диамагнетиков**  $\chi < 0$  (поле молекулярных токов противоположно внешнему полю), для **парамагнетиков**  $\chi > 0$  (собственный нескомпенсированный магнитный момент молекулярных токов совпадает с внешним полем).

Используя формулу (35.8), выражение (35.6) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (35.9)$$

где безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (35.10)$$

представляет собой **магнитную проницаемость** вещества. Выражение (35.9) представляет собой соотношение (30.9), записанное нами ранее.

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка  $10^{-4} - 10^{-6}$ ), то для них  $\mu$  незначительно отличается от единицы. Таким образом, для диамагнетиков  $\chi < 0$  и  $\mu < 1$ , для парамагнетиков  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$ .

Кроме этих магнетиков существуют **ферромагнетики**, у которых зависимость  $\vec{J}(\vec{H})$  имеет весьма сложный характер: она не линейная и, помимо того, наблюдается гистерезис, т.е. зависимость  $\vec{J}$  от предыстории магнетика (см. § 7.38).

Направления напряженности поля  $\vec{H}$  и намагниченности  $\vec{J}$  могут не совпадать друг с другом. Это наблюдается для ряда магнитных кристаллов. В таких кристаллах величина намагниченности зависит еще и от направления поля относительно осей кристалла. Подобные вещества называют **анизотропными** магнетиками. Для них направления индукции  $\vec{B}$  и напряженности  $\vec{H}$ , могут быть различными.

### § 7.36 Циркуляция вектора магнитной индукции

Ранее мы вводили понятие циркуляции вектора напряженности электростатического поля (см. (4.5)) по замкнутому контуру  $L$ :

$$\oint_L \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Из равенства нулю циркуляции вектора  $\vec{E}$  электростатического поля вдоль любого замкнутого контура следует, что электростатическое поле потенциальное.

Аналогичное понятие можно ввести для вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ . Циркуляцией вектора  $\vec{B}$  в вакууме по заданному замкнутому контуру называется интеграл:

$$\oint_L \vec{B}_1 d\vec{l} = \oint_L \vec{B} d\vec{l},$$

где  $d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль направления обхода контура,  $B_1 = B \cos \alpha$  – проекция вектора на направление контура (с учетом выбранного направления обхода),  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ .

**Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )** – циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B}_1 d\vec{l} = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (36.1)$$

где  $n$  – число проводников с токами, охватываемых контуром  $L$  произвольной формы.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным.

Из того, что циркуляция вектора  $\vec{B}$  отлична от нуля, следует, что магнитное поле является вихревым, т.е. силовые линии вектора  $\vec{B}$  имеют вид замкнутых кривых.

Выражение (36.1) справедливо только для поля в вакууме, так как для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

Теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$  имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как и теорема Остроградского-Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био-Савара-Лапласа.

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида, находящегося в вакууме. Рассмотрим соленоид длиной  $l$ , имеющий  $N$  витков, по которому течет ток  $I$  (рисунок 45). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т.е. рассматриваемый соленоид можно считать бесконечно длинным. Экспериментальное изучение магнитного поля длинного соленоида показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида – неоднородным и очень слабым.

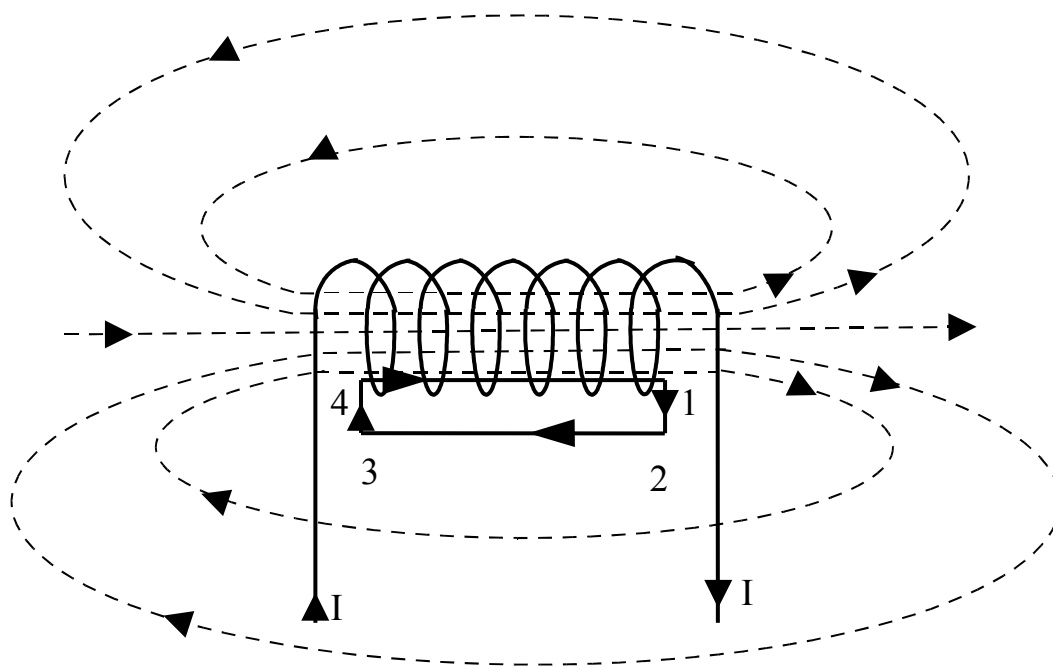


Рисунок 45

На рисунке 45 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь.

Для нахождения магнитной индукции  $B$  выберем замкнутый прямоугольный контур 12341, как показано на рисунке 45. Циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру 12341, охватывающему все  $N$  витков, согласно (36.1), равна

$$\oint_{12341} \vec{B}_1 d\vec{l} = \mu_0 N I. \quad (36.2)$$

Интеграл (36.2) по прямоугольному контуру 12341 можно представить в виде четырех слагаемых по отрезкам 12, 23, 34 и 41. На участках 12 и 34 контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и  $B_1 = 0$ . На участке 23 вне соленоида  $B = 0$ . На участке 41 циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна  $B l$  (контур совпадает с линией магнитной индукции). Следовательно,

$$\oint_{12341} \vec{B}_1 d\vec{l} = \int_4^1 B_1 dl = B l = \mu_0 N I. \quad (36.3)$$

Из (36.3) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида в вакууме:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I. \quad (36.4)$$

Отметим, что вывод этой формулы не совсем корректен (линии магнитной индукции замкнуты, и интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен). Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био-Савара-Лапласа; в результате получается та же формула (36.4).

**Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )** является обобщением закона (36.1):

$$\oint_L \vec{B}_1 d\vec{l} = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I'), \quad (36.5)$$

где  $I$  и  $I'$  – соответственно алгебраические суммы макротокков (токов проводимости) и микротокков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром  $L$ .

Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную. Вектор  $\vec{B}$ , таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  не имеют источников и являются замкнутыми.

Можно доказать, что циркуляция намагниченности  $\vec{J}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме **молекулярных токов**, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I'. \quad (36.6)$$

Тогда закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать также в виде

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I, \quad (36.7)$$

где  $I$ , подчеркнем это еще раз, есть алгебраическая сумма токов проводимости.

Выражение, стоящее в скобках в (36.7), согласно (34.7), есть не что иное, как введенный ранее вектор  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (36.8)$$

Итак, циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I. \quad (36.9)$$

Выражение (36.8) представляет собой **теорему о циркуляции вектора  $\vec{H}$** .

Как видно из (36.8) вектор  $\vec{H}$  представляет собой комбинацию двух различных величин  $\vec{B}/\mu_0$  и  $\vec{J}$ . Поэтому вектор  $\vec{H}$  – вспомогательный вектор, не имеющий физического смысла. Однако во многих случаях его использование значительно упрощает изучение поля в магнетиках.

### § 7.37 Условия на границе раздела двух магнетиков

Рассмотрим связь между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  на границе раздела двух однородных магнетиков (магнитные проницаемости которых  $\mu_1$  и  $\mu_2$ ) при отсутствии на границе тока проводимости. Искомые условия, как и в случае диэлектрика, получим с помощью теоремы о циркуляции вектора  $\vec{H}$  и теоремы Остроградского – Гаусса для вектора  $\vec{B}$ .

На границе раздела двух магнетиков (см. рисунок 46) построим прямую цилиндрическую поверхность ничтожно малой высоты  $h$ , одно основание  $S_1$  которой находится в первом магнетике, другое основание  $S_2$  находится во втором. Оба основания одинаковы ( $S_1 = S_2 = S$ ) и настолько малы, что в

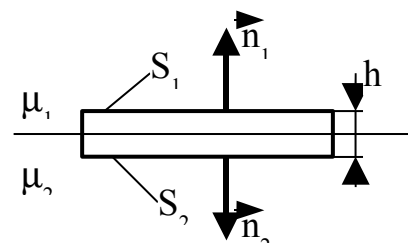


Рисунок 46



пределах каждого из них поле можно считать однородным. Так как магнитных зарядов нет, то правая часть выражения (25.3) равна нулю. Применим к этой поверхности теорему Остроградского – Гаусса (25.3).

Поток через основание  $S_1$  равен  $B_{1n}S$ , где  $B_{1n}$  – проекция вектора  $\vec{B}$  в первом магнетике на нормаль  $\vec{n}_1$ . Аналогично поток через основание  $S_2$  равен  $B_{2n}S$ , где  $B_{2n}$  – проекция вектора  $\vec{B}$  во втором магнетике на нормаль  $\vec{n}_2$ . Поток через боковую поверхность можно представить в виде  $B_n S_{бок}$ , где  $B_n$  – значение магнитной индукции, усредненное по всей боковой поверхности,  $S_{бок}$  – значение этой поверхности. Таким образом, можно записать

$$\oint_S \vec{B}_n \cdot d\vec{S} = B_{1n}S + B_{2n}S + B_n S_{бок} = 0. \quad (37.1)$$

Если устремить высоту цилиндра  $h$  к нулю,  $S_{бок}$  также будет стремиться к нулю. Поэтому в пределе соотношение (37.1) примет вид

$$B_{1n} = - B_{2n}.$$

Знаки проекций оказались разными вследствие того, что нормали  $\vec{n}_1$  и  $\vec{n}_2$  к основаниям цилиндра имеют противоположные направления. Если проецировать  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  на одну и ту же нормаль, получится условие

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad (37.2)$$

т.е. нормальные составляющие вектора  $\vec{B}$  оказываются одинаковыми по разные стороны границы раздела двух магнетиков.

Заменив согласно (30.10) проекции вектора  $\vec{B}$  проекциями вектора  $\vec{H}$ , умноженными на  $\mu\mu_0$ , получим соотношение

$$\mu_1\mu_0 H_{1n} = \mu_2\mu_0 H_{2n},$$

из которого следует, что

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (37.3)$$

Возьмем небольшой прямоугольный контур со сторонами, параллельными границе раздела с пренебрежимо малой высотой  $b$  и такой длины  $a$ , чтобы в ее пределах напряженность поля  $\vec{H}$  в каждом магнетике можно было считать одинаковой. Контур частично проходит в первом магнетике, частично – во втором. Ось  $x$  проходит через середину стороны  $b$  (см. рисунок 47).

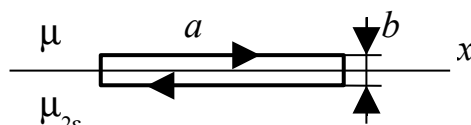


Рисунок 47

Пусть в магнетиках создано поле, напряженность которого в первом диэлектрике равна  $\vec{H}_1$ , а во втором –  $\vec{H}_2$ . Вследствие того, что циркуляция вектора  $\vec{H}$  по выбранному нами контуру должна быть равна нулю, то при указанном направлении обхода циркуляция вектора  $\vec{H}$  может быть представлена в виде

$$\oint_L \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = H_{1x} \cdot a - H_{2x} \cdot a + H_b \cdot 2b, \quad (37.4)$$

где  $H_b$  – среднее значение  $H_1$  на перпендикулярных к границе участках контура.

Приравняв это выражение нулю, придем к соотношению

$$(H_{2x} - H_{1x}) a = H_b \cdot 2b.$$

В пределе при стремящейся к нулю высоте контура  $b$  получается равенство

$$H_{1x} = H_{2x}. \quad (37.5)$$

Значения проекций векторов  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$  на ось  $x$  берутся в непосредственной близости к границе магнетиков.

Соотношение (37.5) выполняется при произвольном выборе оси  $x$ ; нужно лишь, чтобы эта ось лежала в плоскости раздела магнетиков. Из (37.5) следует, что при таком выборе оси  $x$ , при котором  $H_{1x} = 0$ , проекция вектора  $H_{2x}$  также будет равна нулю. Это означает, что векторы  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$  в двух близких точках, взятых по разные стороны границы, лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела. Представим каждый из векторов  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$  в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_{1n} + \vec{H}_{1\tau}; \quad \vec{H}_2 = \vec{H}_{2n} + \vec{H}_{2\tau}. \quad (37.6)$$

В соответствии с (37.5)

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (37.7)$$

т.е. тангенциальные составляющие вектора  $\vec{H}$  оказываются одинаковой по обе стороны границы раздела. В (37.7)  $H_{1\tau}$  и  $H_{2\tau}$  – проекции векторов  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$  на единичный вектор  $\vec{\tau}$ , направленный вдоль линии пересечения плоскости раздела магнетиков с плоскостью, в которой лежат вектора  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$ .

Заменив, согласно (30.10), проекции вектора  $\vec{H}$  проекциями вектора  $\vec{B}$ , деленными на  $\mu_0$ , получим из (37.7) соотношение

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (37.8)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора  $\vec{B}$  ( $B_n$ ) и тангенциальная составляющая вектора  $\vec{H}$  ( $H_\tau$ ) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а тангенциальная составляющая вектора  $\vec{B}$  ( $B_\tau$ ) и нормальная составляющая вектора  $\vec{H}$  ( $H_n$ ) претерпевают скачок.

Из полученных условий (37.2) – (37.8) для составляющих векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  следует, что линии этих векторов испытывают излом (преломляются). Как и в случае диэлектриков (см. § 2.10), можно найти закон преломления линий  $\vec{B}$ , а значит, и линий  $\vec{H}$  (рисунок 48):

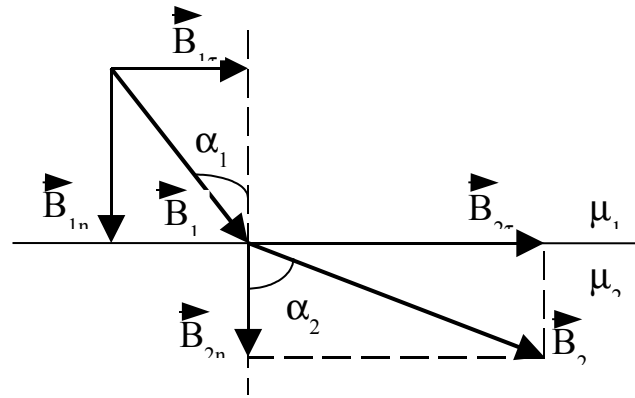


Рисунок 48

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau} / B_{1n}}{B_{2\tau} / B_{2n}},$$

откуда с учетом (37.2) и (37.8) получается **закон преломления линий вектора магнитной индукции  $\vec{B}$** :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (37.9)$$

Из этой формулы следует, что, входя в магнетик с большей магнитной проницаемостью, линии  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  удаляются от нормали. На преломлении линий вектора магнитной индукции основана **магнитная защита**. При внесении замкнутой железной оболочки ( $\mu \gg 1$ ) во внешнее магнитное поле линии этого поля будут концентрироваться (сгущаться) преимущественно в самой оболочке. В полости, охватываемой оболочкой, магнитное поле оказывается сильно ослабленным по сравнению с внешним полем. Этим пользуются для предохранения чувствительных приборов от внешних магнитных полей. Но полной защиты, как в случае электростатического поля, – нет.

Из сказанного ясно, что если конфигурация первоначального поля и форма тела таковы, что линии индукции не пересекают поверхность тела, то не будет и преломления линий индукции, и магнитное поле вне тела не будет изменяться при внесении тела. Так, например, если на прямой длинный провод с током надеть длинную железную трубу, коаксиально с проводом, то линии индукции, имеющие в этом случае вид концентрических окружностей, не будут пересе-

катушки ни внутреннюю, ни внешнюю поверхность трубы. Поэтому и магнитное поле во всем пространстве, кроме толщи самой трубы, будет таким же, как и до надевания трубы. В самом же теле трубы величина магнитной индукции увеличится в  $\mu$  раз ( $\mu$  – магнитная проницаемость железа).

### § 7.38 Ферромагнетизм

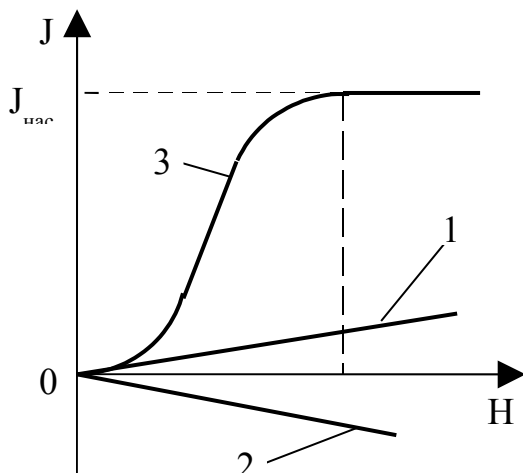
Помимо рассмотренных двух классов веществ – диа- и парамагнетиков, называемых **слабомагнитными веществами**, существуют еще **сильномагнитные вещества** – **ферромагнетики** – вещества, обладающие **спонтанной** намагниченностью, т. е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам кроме основного их представителя – железа (от него и идет название «ферромагнетизм») – относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения. В результате исследования магнитных сплавов и химических соединений было обнаружено, что некоторые сплавы из ферромагнитных элементов при определенном соотношении между компонентами обладают сильным ферромагнетизмом. Таковы сплавы марганец-висмут, марганец-сурьма, хром-теллур и др. Магнитная проницаемость большинства ферромагнетиков при обычных температурах измеряется многими сотнями и тысячами единиц, а у некоторых специально приготовленных и обработанных ферромагнетиков она достигает миллиона.

Для слабомагнитных веществ зависимость  $\vec{J}(\vec{H})$  линейна (см. (34.8) и рисунок 49).

Ферромагнетики помимо высокой магнитной проницаемости обладают еще и другими свойствами, существенно отличающими их от диа- и парамагнетиков. Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость  $\vec{J}(\vec{H})$  или  $\vec{B}(\vec{H})$ .

На рисунке 49 дана кривая намагничивания ферромагнетика, из исходно размагниченного состояния. По мере возрастания  $H$  намагниченность  $J$  сначала растет быстро, затем медленнее и, наконец, достигается так называемое **магнитное насыщение**  $J_{\text{нас}}$  уже не зависящее от напряженности поля. Кривая намагничивания впервые была установлена в 1878 г. русским физиком А.Г. Столетовым для железа.

Магнитная индукция  $B = \mu_0(H + J)$  также растет с увеличением  $H$ , а после достижения состояния магнитного насыщения  $B$  продолжает расти с увеличением  $H$  по линейному закону:  $B = \mu_0 H + \text{const}$ , где  $\text{const} = \mu_0 J_{\text{нас}}$ . На рисунке 50 приведена кривая намагничивания на диаграмме  $B(H)$ .



- 1 – парамагнетик
- 2 – диамагнетик
- 3 – ферромагнетик

Рисунок 49

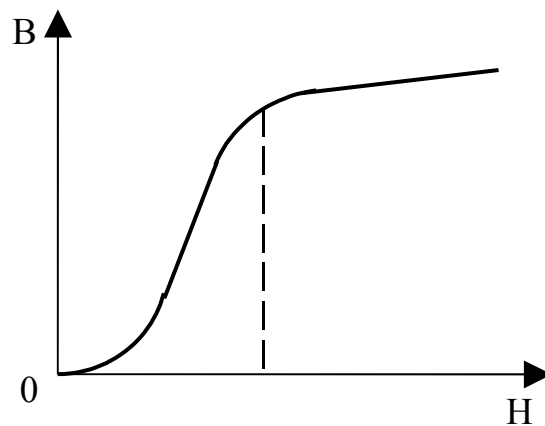


Рисунок 50

Ввиду нелинейной зависимости  $B(H)$  для ферромагнетиков нельзя ввести магнитную проницаемость  $\mu$  как определенную постоянную величину, характеризующую магнитные свойства данного ферромагнетика. Однако, по-прежнему считают, что  $\mu = B/\mu_0 H$ , при этом  $\mu$  является функцией  $H$  (см. рисунок 51). Кривая зависимости  $\mu$  от  $H$  возрастает с увеличением напряженности поля от начального значения до некоторой максимальной величины  $\mu_{\text{макс}}$ , но затем, после прохождения через максимум,  $\mu$  уменьшается и асимптотически стремится к значению, очень близкому к единице. Заметим, что понятие магнитной проницаемости применяют только к кривой намагничивания, так как зависимость  $B(H)$  неоднозначна.

Указанные особенности намагничивания ферромагнетиков показывают, что использование ферромагнетиков для получения сильных магнитных полей весьма эффективно в области намагничивания, далеких от насыщения. В случае очень сильных полей наступает магнитное насыщение, и применение ферромагнетиков делается практически бесполезным.

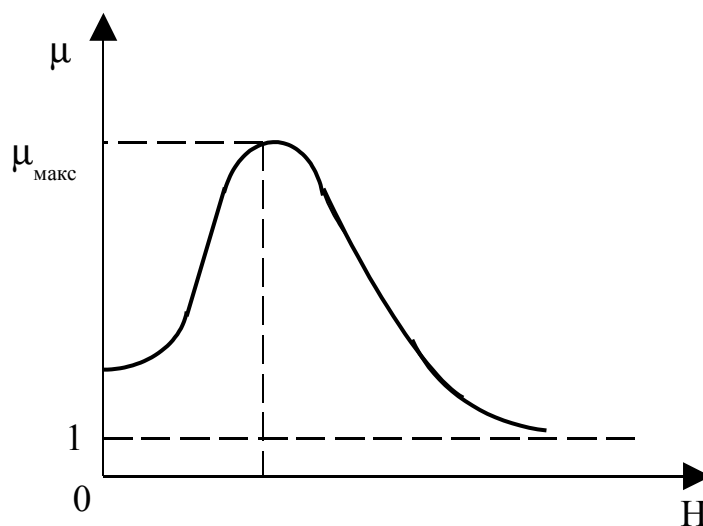


Рисунок 51

Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для них зависимость  $J$  от  $H$  (а, следовательно, и  $B$  от  $H$ ) определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика. Это явление получило название **магнитного гистерезиса**. Если намагнитить ферромагнетик до насыщения

(точка 1, рисунок 52), а затем начать уменьшать напряженность  $H$  намагничивающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение  $J$  описывается кривой 1–2, лежащей выше кривой 0–1. При  $H = 0$  значение  $J$  отличается от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается **остаточная намагниченность**  $J_{ост}$ .

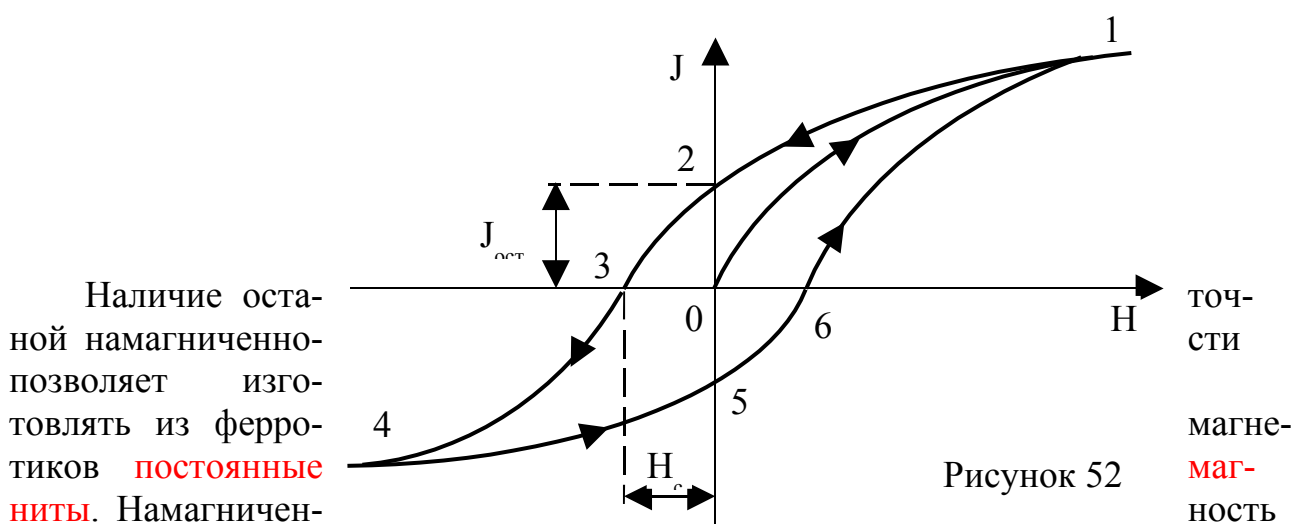


Рисунок 52

Наличие остаточной намагниченности позволяет изготавливать из ферритов **постоянные магниты**. Намагничен-

обращается в нуль под действием магнитного поля величиной  $H_c$ , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность  $H_c$  называется **коэрцитивной силой**.

При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3–4), и в точке 4 достигается насыщение. Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (кривая 4–5–6) и вновь намагнитить до насыщения (кривая 6–1). В точках 1 и 4 векторы  $\vec{J}_{нас}$  имеют противоположные направления.

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность  $J$  изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–6–1, которая называется **петлей гистерезиса** (от греч. «запаздывание»). Гистерезис приводит к тому, что намагниченность ферромагнетика не является однозначной функцией  $H$ , т. е. одному и тому же значению  $H$  соответствует несколько значений  $J$ .

Различные ферромагнетики характеризуются разными гистерезисными кривыми. Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1 – 2 А/см) коэрцитивной силой  $H_c$  (с узкой петлей гистерезиса) называются **магнетомягкими**, а с большой (от нескольких десятков до нескольких тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) – **магнито-**

**жесткими.** Величины  $H_c$ ,  $J_{ост}$  и  $\mu_{макс}$  определяют применимость ферромагнетиков для тех или иных практических целей. Так, магнитожесткие ферромагнетики (например, сплавы на основе соединений  $SmCo_5$ ,  $Nd_2Fe_{14}B$ , углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а магнитомягкие (например, аморфное железо, сплавы железа с никелем) – для изготовления сердечников трансформаторов.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая **температурой** или **точкой Кюри**, при которой он теряет свои ферромагнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное состояние, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты. Температуры Кюри для некоторых веществ имеют следующие значения: кобальт – 1150 °С, железо – 770 °С, 78 % -ный пермаллой (сплав 22 % Fe, 78 % Ni) – 550 °С, никель – 360 °С, гадолиний – 17 °С.

Процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема, т.е. его деформацией. Возникающие при этом деформации весьма малы: относительные удлинения образца ферромагнетика  $\frac{\Delta l}{l}$  в полях порядка  $10^3$  А/см обычно имеет порядок  $10^{-5}$ – $10^{-6}$ . Это явление было открыто в середине 19 века Джоулем и получило название **магнитострикции**. Магнитострикцию используют подобно обратному пьезоэлектрическому эффекту для устройства мощных излучателей ультразвуковых волн и для других целей. Величина и знак эффекта зависят от напряженности  $H$  намагничивающего поля, от природы ферромагнетика и ориентации его кристаллографических осей по отношению к полю.

### § 7.39 О теории ферромагнетизма

Ферромагнитные вещества состоят из атомов, в которых спиновые магнитные моменты электронов не скомпенсированы. Как правило, это кристаллические вещества, для которых характерна анизотропия магнитных свойств (их зависимость от направления в кристалле). Действительно, опыт показывает, что при одних направлениях в кристалле его намагниченность при данном значении напряженности магнитного поля наибольшая (направление легчайшего намагничивания), в других – наименьшая (направление трудного намагничивания). Из рассмотрения магнитных свойств ферромагнетиков следует, что они похожи на сегнетоэлектрики (см. § 2.11).

Физическую природу ферромагнетизма удалось понять с помощью квантовой физики. При определенных условиях в веществе может возникать так называемое **обменное взаимодействие** между атомами, которое заставляет не скомпенсированные спиновые магнитные моменты электронов устанавливаться параллельно друг другу. В результате возникают области (размером 1–10 мкм) спонтанного, т.е. самопроизвольного, намагничивания. Эти области называют

**доменами.** В каждом домене спиновые магнитные моменты электронов имеют одинаковое направление, вследствие чего каждый домен оказывается намагниченным до насыщения и имеет определенный магнитный момент. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю, т.е. образец в целом не намагничен.

При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля, а также происходит переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс в слабых полях является обратимым, а в более сильных полях – необратим. Необратимый процесс перемагничивания приводит к неоднозначной зависимости намагниченности от величины внешнего магнитного поля и служит причиной гистерезиса.

Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности. Поэтому с ростом  $H$  намагниченность  $J$  (см. рисунок 49) и магнитная индукция  $B$  (см. рисунок 50) в сравнительно слабых полях растут очень быстро. Этим объясняется также увеличение магнитной проницаемости  $\mu$  ферромагнетиков до максимального значения в слабых полях (см. рисунок 51). Эксперименты показали, что зависимость  $B$  от  $H$  не является такой плавной, как показано на рисунке 50, а имеет ступенчатый вид. Это явление носит название **эффект Баркгаузена**. Оно обусловлено наличием доменов в ферромагнетике, переориентация которых происходит скачком (а не плавно).

Силы обменного взаимодействия вызывают в ферромагнетиках параллельную ориентировку электронных спинов. Однако обменные силы зависят от структуры тела, и поэтому характер вызываемой ими ориентировки спинов может быть различен. Оказывается, что существуют вещества, в которых также возникает сильная ориентировка электронных спинов, но, в отличие от ферромагнетиков, электронные спины ориентированы в них попарно антипараллельно. В простейшем случае электронные спины образуют как бы две пространственные подрешетки, вставленные друг в друга и намагниченные в противоположных направлениях.

Вещества, в которых намагничение обеих подрешеток одинаково по величине, получили название **антиферромагнетиков**. Их существование было предсказано теоретически Л. Д. Ландау в 1933 г. Антиферромагнетиками являются некоторые соединения марганца ( $MnO$ ,  $MnS$ ), хрома ( $NiCr$ ,  $Cr_2O_3$ ), ванадия ( $VO_2$ ) и др. Подобные вещества при низких температурах имеют ничтожно малую магнитную восприимчивость. При повышении температуры строгая попарная антипараллельность электронных спинов нарушается и магнитная восприимчивость увеличивается. При некоторой температуре (антиферромагнитная температура Кюри или температура Нееля) области самопроизвольной ориентировки электронных спинов разрушаются и антиферромагнетик превращается в парамагнетик. При дальнейшем повышении температуры магнитная восприимчивость, как у всякого парамагнетика, уменьшается, а, следовательно,



при антиферромагнитной температуре Кюри магнитная восприимчивость имеет максимум.

Если намагничение обеих подрешеток неодинаково по величине, то появляется некомпенсированный антиферромагнетизм и вещество может приобрести значительный магнитный момент. Такой характер намагничивания имеет место в ферритах, которые в последнее время приобрели большое значение. **Ферриты** – полупроводниковые ферромагнетики, химические соединения типа  $MeO \cdot Fe_2O_3$ , где  $Me$  – ион двухвалентного металла (Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd, Fe). В отличие от металлических ферромагнетиков они обладают большим удельным электрическим сопротивлением (порядка  $10^4 - 10^8$  Ом·м). Этим и обусловлено большое техническое значение ферритов. Ферриты применяются для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, сердечников радиочастотных контуров, элементов оперативной памяти в вычислительной технике, в магнитных лентах и т. д.

### Контрольные вопросы

- 1 Почему орбитальный магнитный и механический моменты электрона в атоме противоположно направлены?
- 2 Что называют гиромагнитным отношением?
- 3 Из каких магнитных моментов складывается магнитный момент атома?
- 4 Что такое диамагнетики? парамагнетики? В чем различие их магнитных свойств?
- 5 Что такое намагниченность? Какая величина может служить ее аналогом в электростатике?
- 6 Запишите и объясните соотношения между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью для парамагнетика; для диамагнетика.
- 7 Выведите связь между векторами магнитной индукции, напряженности магнитного поля и намагниченности.
- 8 Объясните физический смысл циркуляции по произвольному замкнутому контуру векторов: 1)  $\vec{B}$ ; 2)  $\vec{H}$ ; 3)  $\vec{J}$ .
- 9 Выведите и прокомментируйте условия для векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  на границе раздела двух магнетиков.
- 10 Изобразите и поясните петлю гистерезиса ферромагнетика.
- 11 Что такое магнитоstriction?
- 12 Какие ферромагнетики являются магнитомягкими? магнито жесткими? Где их применяют?
- 13 Каков механизм намагничивания ферромагнетиков?
- 14 Какую температуру для ферромагнетика называют точкой Кюри?

## Упражнения для самоконтроля

7.1. Напряженность однородного магнитного поля в меди равна 10 А/м. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого молекулярными токами, если диамагнитная восприимчивость меди  $|\chi| = 8,8 \cdot 10^{-8}$ . [1,11 пТл]

7.2. По круговому контуру радиусом 50 см, погруженному в жидкий кислород, течет ток 1,5 А. Определить намагниченность в центре этого контура, если магнитная восприимчивость жидкого кислорода  $3,4 \cdot 10^{-3}$ . [5,1 мА/м]

7.3. По обмотке соленоида индуктивностью 1 мГн, находящегося в диамагнитной среде, течет ток 2 А. Соленоид имеет длину 20 см, площадь поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$  и 400 витков. Определить внутри соленоида: 1) магнитную индукцию; 2) намагниченность. [1) 5 мТл; 2) 20 А/м]

7.4. Алюминиевый шарик радиусом 0,5 см помещен в однородное магнитное поле ( $B_0 = 0,1 \text{ Тл}$ ). Определить магнитный момент, приобретенный шариком, если магнитная восприимчивость алюминия  $2,1 \cdot 10^{-5}$ . [8,75 мкА·м<sup>2</sup>]

7.5. Принимая, что электрон в невозбужденном атоме водорода движется по круговой орбите радиусом  $R = 52,8 \text{ пм}$ , определите: 1) магнитный момент  $P_m$  эквивалентного кругового тока; 2) орбитальный механический момент  $L_e$  электрона. [1)  $9,25 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ ; 2)  $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ ]

7.6. В однородное магнитное поле вносится длинный вольфрамовый стержень (магнитная проницаемость вольфрама  $\mu = 1,0176$ ). Определите, какая доля суммарного магнитного поля в этом стержне определяется молекулярными токами. [ $B'/B = 0,0173$ ]

7.7. Напряженность однородного магнитного поля в платине равна 5 А/м. Определите магнитную индукцию поля, создаваемого молекулярными токами, если магнитная восприимчивость платины равна  $3,6 \cdot 10^{-4}$ . [2,26 нТл]

7.8. По круговому контуру радиусом  $R = 40 \text{ см}$ , погруженному в жидкий кислород, течет ток  $I = 1 \text{ А}$ . Определите намагниченность в центре этого контура. Магнитная восприимчивость жидкого кислорода  $\chi = 3,4 \cdot 10^{-3}$ . [4,25 мА/м]

7.9. По обмотке соленоида индуктивностью  $L=3 \text{ мГн}$ , находящегося в диамагнитной среде, течет ток  $I=0,4 \text{ А}$ . Соленоид имеет длину  $l=45 \text{ см}$ , площадь поперечного сечения  $S=10 \text{ см}^2$  и число витков  $N=1 \text{ 000}$ . Определите внутри соленоида: 1) магнитную индукцию; 2) намагниченность. [1) 1,2 мТл; 2) 66 А/м]

7.10. Соленоид, находящийся в диамагнитной среде, имеет длину  $l = 30 \text{ см}$ , площадь поперечного сечения  $S = 15 \text{ см}^2$  и число витков  $N = 500$ . Индуктивность соленоида  $L = 1,5 \text{ мГн}$ , а сила тока, протекающего по нему,  $I = 1 \text{ А}$ . Определите: 1) магнитную индукцию внутри соленоида, 2) намагниченность внутри соленоида. [1) 2 мТл; 2) 75 А/м]

7.11. Найти поверхностный ток намагничивания, приходящийся на единицу длины цилиндра из однородного магнетика, если его намагниченность  $\vec{J}$ , причем вектор  $\vec{J}$  направлен всюду вдоль оси цилиндра. [ J ]

7.12. Что произойдет с полем бесконечно длинного соленоида при заполнении соленоида однородным изотропным магнетиком с проницаемостью  $\mu$ ? [1)  $\vec{B}$  увеличится в  $\mu$  раз; 2)  $\vec{H}$  останется прежним]

7.13. Чему равно среднее значение модуля тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля  $H_\tau$  для произвольного замкнутого контура длины  $l$ , охватывающего провод, по которому течет ток силы  $I$ ? [ $H_\tau = I / l$ ]

## Глава 8 Уравнения Максвелла

Между электрическими и магнитными полями существует глубокая внутренняя связь, изменяющееся магнитное поле вызывает появление электрического поля, и изменяющееся электрическое поле вызывает появление магнитного поля. Эту связь открыл во второй половине 19 века Максвелл, который развил общую теорию электромагнитного поля в покоящихся средах. Теория Максвелла позволяет с единой точки зрения охватить всю совокупность свойств электрических и магнитных полей. В этой главе мы рассмотрим основные идеи этой теории.

### § 8.40 Вихревое электрическое поле

Из закона Фарадея (см. (27.2))  $E_i = -d\Phi/dt$  следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток. Следовательно, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле. Однако ЭДС в любой цепи возникает только тогда, когда в ней на носители тока действуют сторонние силы – силы неэлектростатического происхождения (см. § 4.17). Поэтому возникает вопрос о природе сторонних сил в данном случае.

Опыт показывает, что эти сторонние силы не связаны ни с тепловыми, ни с химическими процессами в контуре; их возникновение также нельзя объяснить силами Лоренца, так как они на неподвижные заряды не действуют. Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется ЭДС индукции, играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь «прибором», обнаруживающим это поле. Под действием поля электроны проводимости в контуре приходят в движение и возникает индукционный ток.

Итак, по Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле  $\vec{E}_B$ , циркуляция которого согласно (27.7):

$$(40.1) \quad \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \oint_L E_{B\parallel} dl = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $E_{B\parallel}$  – проекция вектора  $\vec{E}_B$  на направление  $d\vec{l}$ .

Подставив в формулу (40.1) выражение  $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS$  (см. (25.2)), получим

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (40.2)$$

В связи с тем, что вектор  $\vec{B}$  зависит, вообще говоря, как от времени, так и от координат, мы написали под знаком интеграла символ частной производной по времени (интеграл  $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$  является функцией только от времени).

Согласно (4.5), циркуляция вектора напряженности электростатического поля (обозначим его  $\vec{E}_q$ ) вдоль любого замкнутого контура равна нулю:

$$\oint_L E_{q\parallel} \cdot dl = \oint_L \vec{E}_q \cdot d\vec{l} = 0. \quad (40.3)$$

Сравнивая выражения (40.1) и (40.3), видим, что между рассматриваемыми полями ( $\vec{E}_B$  и  $\vec{E}_q$ ) имеется принципиальное различие: циркуляция вектора  $\vec{E}_B$  в отличие от циркуляции вектора  $\vec{E}_q$  не равна нулю. Следовательно, электрическое поле  $\vec{E}_B$ , возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле является **вихревым** (см. § 7.36).

Полученный результат составляет **первое основное положение теории Максвелла**: переменное магнитное поле вызывает вихревое электрическое поле.

### § 8.41 Ток смещения

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: переменное электрическое поле должно вызывать

появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля (**второе основное положение теории Максвелла**). Так как магнитное поле есть основной обязательный признак всякого тока, то Максвелл назвал переменное электрическое поле **током смещения**, в отличие от тока проводимости, обусловленного движением заряженных частиц (электронов и ионов).

Понятие тока смещения можно пояснить при помощи следующего опыта. Представим себе цепь переменного тока, содержащую конденсатор. Для суждения о наличии тока в контуре включим последовательно с конденсатором небольшую лампочку накаливания, играющую роль демонстрационного амперметра. Если бы контур был подключен к источнику постоянного тока, то через такой разомкнутый конденсатором контур постоянный ток не проходит и при длительном включении источника лампочка не обнаруживает никакого накала (лампочка кратковременно будет вспыхивать только в момент подключения источника). При подключении контура в осветительную цепь переменного тока (частотой 50 Гц) перезарядки конденсатора будут следовать непрерывно друг за другом с частотой 100 раз в секунду, и в контуре длительно будет существовать переменный ток. В этом случае отдельные вспышки лампочки уже не будут заметны, и лампочка будет накаливаться равномерно.

Можно отметить, что, в отличие от постоянного тока, переменные токи могут существовать и в разомкнутых контурах. При этом всякий раз, когда в разомкнутом контуре имеется ток, между его концами (между обкладками конденсатора) имеется изменяющееся во времени электрическое поле или ток смещения. Таким образом, токи проводимости в металлическом проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике.

Согласно Максвеллу электрическое поле в конденсаторе в любой момент времени создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости с силой, равной силе тока в металлических проводах. Или, иными словами, магнитное поле нашего разомкнутого контура оказывается таким же, как если бы контур был замкнут.

Это позволяет найти количественную связь между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем. Напряженность поля между обкладками плоского конденсатора согласно (6.5) равна  $E_0 = \sigma/\epsilon_0$ , но если пространство между обкладками заполнено диэлектриком с проницаемостью  $\epsilon$ , то напряженность в соответствии с (8.6) будет в  $\epsilon$  раз меньше, т.е.

$$E = \sigma/\epsilon\epsilon_0. \quad (41.1)$$

Согласно (9.1) электрическое смещение  $D$  и напряженность поля  $E$  связаны соотношением

$$D = \epsilon\epsilon_0 E, \quad (41.2)$$

где под  $\sigma$  подразумевается модуль поверхностной плотности заряда. Сравнивая выражения (41.1) и (41.2), находим, что электрическое смещение  $D$  в конденсаторе равно поверхностной плотности заряда  $\sigma$  на обкладках:

$$D = \sigma. \quad (41.3)$$

Поэтому полный заряд  $q$  на каждой из обкладок равен:

$$q = S\sigma = SD,$$

где  $S$  – площадь обкладок.

Если за время  $dt$  заряд конденсатора изменяется на  $dq$ , то сила тока в проводе равна

$$I = \frac{dq}{dt} = S \frac{dD}{dt}.$$

Она однозначно связана с быстротой изменения электрического смещения (индукции электрического поля). Отсюда следует, что меняющееся поле конденсатора вызывает такое же магнитное поле, как ток, имеющий силу  $S \cdot dD/dt$  или плотность тока

$$\vec{J}_{\text{см}} = \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (41.4)$$

Эта величина получила название **плотности тока смещения**.

Пользуясь этим понятием, можно **второе положение Максвелла** сформулировать в следующем виде: переменное во времени электрическое поле вызывает такое же магнитное поле, как и ток проводимости с плотностью  $\vec{J}_{\text{см}}$ , определяемый формулой (41.4).

В общем случае электрическое поле может быть неоднородным и может зависеть не только от времени, но и от координат. В этом случае выражение для плотности тока смещения будет

$$\vec{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (41.5)$$

где знак частной производной указывает на то, что магнитное поле зависит от быстроты изменения индукции электрического поля во времени в каждой точке поля.

Следует подчеркнуть, что ток смещения определяется производной вектора  $\vec{D}$ , но не самим этим вектором.

Подчеркнем, что термин «ток смещения» является чисто условным. По существу ток смещения – это изменяющееся со временем электрическое поле. Основанием для того, чтобы назвать «плотностью тока» величину (41.5), служит лишь то, что размерность этой величины совпадает с размерностью плотности тока. Из всех физических свойств, присущих действительному току, ток смещения обладает лишь одним – способностью создавать магнитное поле.

Если в каком-либо проводнике имеется переменный ток, то внутри проводника существует переменное электрическое поле. Поэтому внутри проводника

имеются и ток проводимости, и ток смещения, и магнитное поле проводника определяется их суммой, т.е. **ПОЛНЫМ ТОКОМ**. Плотность полного тока

$$\vec{J}_{\text{полн}} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (41.6)$$

В зависимости от электропроводности среды и быстроты изменения поля (частоты переменного тока) оба слагаемых в (41.6) играют разную роль. В хорошо проводящих веществах (металлах) и при низких частотах плотность тока смещения мала, и током смещения можно пренебречь по сравнению с током проводимости. Напротив, в плохо проводящих средах (изоляторах) и при высоких частотах ток смещения играет основную роль.

Оба члена в формуле (41.6) могут иметь и одинаковые знаки и противоположные. Поэтому полный ток может быть как больше, так и меньше тока проводимости и в частном случае может обращаться в нуль.

Такой пример приведен на рисунке 53, где изображен сферический конденсатор, заполненный проводящей средой. Если заряд обкладок есть  $q$ , то электрическое смещение  $D$  на расстоянии  $R$  от центра равна

$$D = q/4\pi R^2.$$

Плотность тока смещения равна

$$J_{\text{см}} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{dq}{dt},$$

а сила тока смещения равна

$$I_{\text{см}} = 4\pi R^2 J_{\text{см}} = \frac{dq}{dt}.$$

При разряде конденсатора этот ток направлен от внутренней обкладки к наружной. Ток же проводимости направлен противоположно (от плюса к минусу) и его сила есть

$$I = - \frac{dq}{dt}.$$

Поэтому полный ток

$$I_{\text{полн}} = I + I_{\text{см}} = 0$$

и, несмотря на движение зарядов между обкладками, магнитное поле равно нулю.

Таким образом, в общем случае меняющихся токов магнитное поле определяется не током проводимости, а полным током. Если мы имеем разомкнутый контур, то на концах проводника обрывается лишь ток проводимости. В диэлектрике же между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости. Поэтому, если под электрическим током понимать полный ток, определяемый формулой (41.6), то окажется, что в природе все электрические токи замкнуты. Этот важный вывод также был получен Максвеллом.

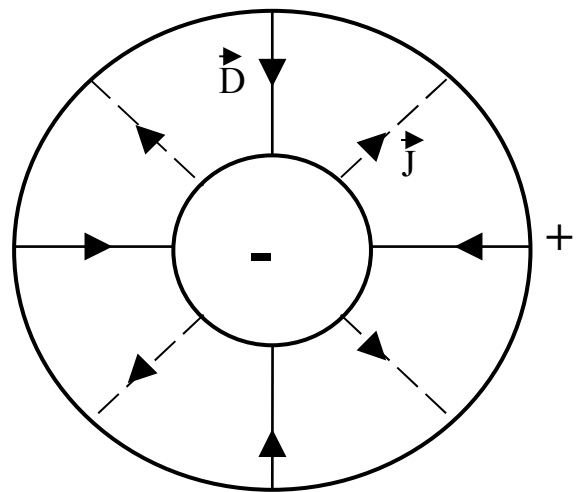


Рисунок 53

Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора  $\vec{H}$  (см. (36.9)), введя в ее правую часть полный ток  $I_{\text{полн}} = \int_S \vec{J}_{\text{полн}} d\vec{S}$  сквозь поверхность  $S$ , натянутую на замкнутый контур  $L$ . Тогда **обобщенная теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$**  запишется в виде

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{полн}} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (41.7)$$

Выражение (41.7) справедливо всегда, свидетельством чего является полное соответствие теории и опыта.

## § 8.42 Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

В теории Максвелла мысль о тесной связи электрических и магнитных явлений получила окончательное оформление в виде двух основных положений, рассмотренных нами в предыдущих параграфах. Эта теория позволила с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но и предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные выше четыре уравнения.

1. Электрическое поле (см. § 8.40) может быть как потенциальным ( $\vec{E}_q$ ), так и вихревым ( $\vec{E}_B$ ), поэтому напряженность суммарного поля равна их сумме  $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$ . Так как циркуляция вектора  $\vec{E}_q$  равна нулю (см. (40.3)), а циркуляция вектора  $\vec{E}_B$  определяется выражением (40.2), то циркуляция вектора напряженности суммарного поля ( $\vec{E}_B$  и  $\vec{E}_q$ ) равна

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (42.1)$$



Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$  (см. (41.7)):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (42.2)$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Остроградского – Гаусса для электрического поля (см. (9.4)):

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i. \quad (42.3)$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью  $\rho$ , то формула (42.3) запишется в виде

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dV. \quad (42.4)$$

4. Теорема Остроградского – Гаусса для магнитного поля (см. (25.3)):

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (42.5)$$

Итак, **полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:**

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}; & \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \int_V \rho \cdot dV; \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; & \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0. \end{aligned} \quad (42.6)$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми. Этих уравнений недостаточно для нахождения полей по заданным распределениям зарядов и токов.

Для изотропных сред, не содержащих сегнетоэлектриков и ферромагнетиков, в случае достаточно слабых электромагнитных полей, сравнительно медленно меняющихся в пространстве и во времени между ними существует следующая связь:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (42.7)$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные, соответственно;  $\epsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости, соответственно;  $\sigma$  – удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет магнитных зарядов.

Для стационарных полей ( $E = \text{const}$  и  $B = \text{const}$ ) уравнения Максвелла примут вид

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= 0; & \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= q; \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= I; & \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0. \end{aligned} \quad (42.8)$$

Т.е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного – только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно постоянные электрическое и магнитное поля.

Воспользовавшись известными из векторного анализа теоремами Стокса и Гаусса

$$\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} \quad \text{и} \quad \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} \cdot dV$$

можно представить **полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме** (характеризующих поле в каждой точке пространства):

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \text{div} \vec{D} &= \rho; \\ \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; & \text{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (42.9)$$

Если заряды и токи распределены в пространстве непрерывно, то обе формы записи уравнений Максвелла – интегральная и дифференциальная – эквивалентны. Однако когда имеются **поверхности разрыва** – поверхности, на кото-

рых свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме предполагают, что все величины в пространстве и времени изменяются непрерывно. Чтобы достичь математической эквивалентности обеих форм уравнений Максвелла, дифференциальную форму дополняют граничными условиями, которым должно удовлетворять электромагнитное поле на границе раздела двух сред. Интегральная форма уравнений Максвелла содержит эти условия. Они были рассмотрены ранее (см. § 2.10 и § 7.37):

$$D_{1n} = D_{2n}; \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad B_{1n} = B_{2n}; \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (42.10)$$

Первое и последнее уравнения отвечают случаям, когда на границе раздела нет ни свободных зарядов, ни токов проводимости.

Уравнения Максвелла содержат в себе все основные законы электрического и магнитного полей, включая электромагнитную индукцию, и поэтому являются наиболее общими уравнениями для электромагнитного поля **в покоящихся средах**. Из уравнений Максвелла следует важный вывод о существовании принципиально нового физического явления: электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов. При этом переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, и наоборот, переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным полем. Одним из важных выводов теории Максвелла явилось существование магнитного поля токов смещения (§ 8.41), что позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. Таким образом, электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом, – они образуют единое **электромагнитное поле**, распространяющееся в пространстве – **электромагнитные волны**.

Теория Максвелла не только предсказала возможность существования электромагнитных волн, но и позволила установить их общие свойства:

- скорость распространения в непроводящей нейтральной неферромагнитной среде  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ ,  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ , где  $c$  – скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами и токами) в вакууме (она равна скорости света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с;

- векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  – образуют взаимно перпендикулярную правовинтовую систему;

- в электромагнитной волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  колеблются в одинаковых фазах.

Максвелл также показал, что электромагнитное поле обладает энергией и импульсом. Электромагнитные волны, отражаясь или поглощаясь в телах, на которые они падают, оказывают на них давление.

Максвелл блестяще развил электромагнитную теорию света. Свет представляет собой электромагнитные волны определенного диапазона частот.

Максвелл предсказал, что колебания заряда в резонансном контуре приведут к испусканию электромагнитных волн, т.е. Максвелл предсказал возможность радиосвязи задолго до открытия радиоволн.

Электромагнитные волны на опыте были получены немецким физиком Г. Герцем (1857–1894), доказавшим, что законы их возбуждения и распространения полностью описываются уравнениями Максвелла. Таким образом, теория Максвелла получила полное блестящее экспериментальное подтверждение.

## Контрольные вопросы

- 1 Что является причиной возникновения вихревого электрического поля? Чем оно отличается от электростатического поля?
- 2 Чему равна циркуляция вихревого электрического поля?
- 3 Почему вводится понятие тока смещения? Что он собой по существу представляет?
- 4 Выведите и объясните выражение для плотности тока смещения.
- 5 В каком смысле можно сравнивать ток смещения и ток проводимости?
- 6 Запишите, объяснив физический смысл, обобщенную теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля.
- 7 Запишите полную систему уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах и объясните их физический смысл.
- 8 Почему постоянные электрические и магнитные поля можно рассматривать обособленно друг от друга? Запишите для них уравнение Максвелла в обеих формах.
- 9 Почему уравнения Максвелла в интегральной форме являются более общими?
- 10 Какие основные выводы можно сделать на основе теории Максвелла?

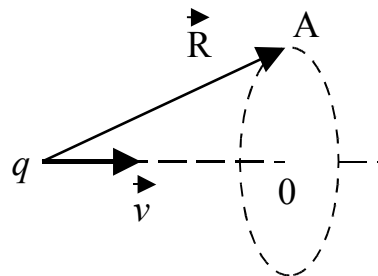
## Упражнения для самоконтроля

8.1. Пространство между двумя концентрическими металлическими сферами заполнено слабо проводящей средой с удельным сопротивлением  $\rho$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . В некоторый момент заряд на внутренней сфере равен  $q$ . Найти: 1) связь между векторами плотностей токов смещения и проводимости в каждой точке среды; 2) ток смещения в данный момент через произвольную поверхность в среде, охватывающую внутреннюю сферу.

$$[1) \vec{J}_{\text{см}} = -\vec{J}; 2) I_{\text{см}} = q/\epsilon\epsilon_0\rho]$$

8.2. Точечный заряд  $q$  движется с нерелятивистской скоростью  $\vec{v} = \text{const}$ . Взяв циркуляцию вектора  $\vec{H}$  по окружности (см. рисунок), найти  $\vec{H}$  в точке  $A$  как функцию радиуса-вектора  $\vec{R}$  и скорости  $\vec{v}$  заряда.

$$[\vec{H} = q[\vec{v}\vec{R}]/4\pi R^3]$$



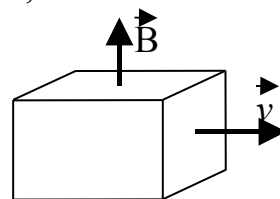
8.3. Плоский конденсатор образован двумя дисками, между которыми находится однородная слабо проводящая среда. Конденсатор зарядили и отклю-

чили от источника напряжения. Пренебрегая краевыми эффектами, показать, что магнитное поле внутри конденсатора отсутствует. [Кроме тока проводимости следует учесть ток смещения]

8.4. В некоторой области инерциальной системы отсчета имеется вращающееся с угловой скоростью  $\vec{\omega}$  магнитное поле, индукция которого равна  $\vec{B}$ . Найти  $\text{rot}\vec{E}$  в этой области как функцию векторов  $\vec{\omega}$  и  $\vec{B}$ . [  $\text{rot}\vec{E} = -[\vec{\omega}\vec{B}]$  ]

8.5. Плоский воздушный конденсатор ( $\epsilon = 1$ ), площадь каждой пластины которого  $S = 100 \text{ см}^2$ , включен последовательно в цепь переменного тока. Найти амплитуду напряженности электрического поля в конденсаторе, если амплитуда синусоидального тока  $I_m = 1,0 \text{ мА}$  и частота тока  $\omega = 1,6 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ .  
[  $E_m = I_m / \epsilon_0 \omega S = 7 \text{ В/см}$  ]

8.6. Большая пластина из неферромагнитного металла движется со скоростью  $v = 90 \text{ см/с}$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 50 \text{ мТл}$ , как показано на рисунке. Найти поверхностную плотность электрических зарядов, возникающих на пластине вследствие ее движения. [  $\sigma = \epsilon_0 v B = 0,40 \text{ пКл/м}^2$  ]



8.7. Определите силу тока смещения между квадратными пластинами конденсатора со стороной 5 см, если напряженность электрического поля изменяется со скоростью  $4,52 \text{ МВ/(м}\cdot\text{с)}$ . [  $I_{\text{см}} = 0,1 \text{ мкА}$  ]

### § 43 Относительность электрического и магнитного полей

В предыдущей главе мы выяснили, что электрическое и магнитное поля всегда должны рассматриваться вместе как одно полное электромагнитное поле. Деление же электромагнитного поля на электрическое и магнитное имеет **относительный характер**: такое деление в решающей степени зависит от системы отсчета, в которой рассматриваются явления. При этом поле, постоянное в одной системе отсчета, в общем случае оказывается переменным в другой системе. Рассмотрим некоторые примеры.

Заряд движется в инерциальной  $K$ -системе отсчета с постоянной скоростью  $v$ . В этой системе отсчета мы будем наблюдать как электрическое, так и магнитное поля данного заряда, причем оба поля переменные во времени. Если же перейти в инерциальную  $K'$ -систему, перемещающуюся вместе с зарядом, то в ней заряд покоится и мы будем наблюдать только электрическое поле.

Два одинаковых заряда движутся в  $K$ -системе отсчета навстречу друг другу с одинаковой скоростью  $v$ . В этой системе отсчета мы будем наблюдать и электрическое и магнитное поля, оба переменные. Найти такую  $K'$ -систему, где наблюдалось бы только одно из полей, в данном случае нельзя.

В  $K$ -системе существует постоянное неоднородное магнитное поле (например, поле неподвижного постоянного магнита). Тогда в  $K'$ -системе, движущейся относительно  $K$ -системы, мы будем наблюдать переменное магнитное и электрическое поля.

Таким образом, становится ясно, что соотношение между электрическим полем и магнитным полем оказывается разным в различных системах отсчета.

При переходе от одной системы отсчета к другой поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определенным образом преобразуются. Законы этого преобразования устанавливаются в специальной теории относительности, причем довольно сложным образом. По этой причине мы не будем воспроизводить здесь соответствующие выводы.

Поскольку векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , характеризующие электромагнитное поле, зависят от системы отсчета, возникает естественный вопрос об **инвариантах**, т.е. не зависящих от системы отсчета количественных характеристиках электромагнитного поля (инвариант обозначают  $inv$ ; см. например, (43.1)).

Можно показать, что существуют два таких инварианта, представляющие собой комбинации векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , это

$$\vec{E} \vec{B} = inv; \quad E^2 - c^2 B^2 = inv, \quad (43.1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

Инвариантность этих величин (относительно преобразований Лоренца) является следствием формул преобразования полей при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Использование данных инвариантов позволяет в ряде случаев быстро и просто находить решение и делать соответствующие выводы и предсказания. Приведем наиболее важные из них:

- из инвариантности скалярного произведения  $\vec{E} \vec{B}$  сразу следует, что в случае, когда в какой-либо системе отсчета  $\vec{E} \perp \vec{B}$ , т.е.  $\vec{E} \vec{B} = 0$ , то и во всех других инерциальных системах отсчета  $\vec{E}' \perp \vec{B}'$ ;

- из инвариантности  $E^2 - c^2 B^2$  следует, что в случае, когда  $E = cB$  (т.е. когда  $E^2 - c^2 B^2 = 0$ ), то и в любой другой инерциальной системе отсчета  $E' = cB'$ ;

- если в какой-либо системе отсчета угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  острый (или тупой), – это значит, что  $\vec{E} \vec{B}$  больше (либо меньше) нуля, - то угол между векторами  $\vec{E}'$  и  $\vec{B}'$  также будет острым (или тупым) во всякой другой системе отсчета;

- если в какой-либо системе отсчета  $E > cB$  (или  $E < cB$ ) – это значит, что  $E^2 - c^2 B^2 > 0$  (либо  $E^2 - c^2 B^2 < 0$ ), то и в любой другой системе отсчета будет также  $E' > cB'$  (или  $E' < cB'$ );

- если оба инварианта равны нулю, то во всех инерциальных системах отсчета  $\vec{E} \perp \vec{B}$  и  $E = cB$ , именно это и наблюдается в электромагнитной волне;

- если равен нулю только инвариант  $\vec{E} \vec{B}$ , то можно найти такую систему отсчета, в которой или  $E' = 0$ , или  $B' = 0$ ; какое именно, определяется знаком другого инварианта. Справедливо и обратное утверждение: если в какой-либо системе отсчета  $E = 0$  или  $B = 0$ , то во всякой другой системе отсчета  $\vec{E}' \perp \vec{B}'$ .

И последнее. Нужно помнить, что поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , вообще говоря, зависят и от координат, и от времени. Поэтому каждый из инвариантов (43.1) относится к одной и той же пространственно-временной точке поля, координаты и время которой в разных системах отсчета связаны преобразованиями Лоренца.

К электромагнитному полю применим только принцип относительности Эйнштейна, так как факт распространения электромагнитных волн в вакууме во всех системах отсчета с одинаковой скоростью  $c$  не совместим с принципом относительности Галилея.

Согласно **принципу относительности Эйнштейна** механические, оптические и электромагнитные явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково, т. е. описываются одинаковыми уравнениями. Уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразований Лоренца: их вид не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, хотя величины  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$  в них преобразуются по определенным правилам.

Из принципа относительности вытекает, что отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл. Так, если электрическое поле создается системой неподвижных зарядов, то эти заряды, являясь неподвижными относительно одной инерциальной системы отсчета, движутся относительно другой и, следовательно, будут порождать не только электрическое, но и магнитное поле. Аналогично, неподвижный относительно одной инерциальной системы отсчета проводник с постоянным током, возбуждая в каждой точке пространства постоянное магнитное поле, движется относительно других инерциальных систем, и создаваемое им переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле.

Таким образом, теория Максвелла, ее экспериментальное подтверждение, а также принцип относительности Эйнштейна приводят к единой теории электрических, магнитных и оптических явлений, базирующейся на представлении об электромагнитном поле.

## Глава 9 Электрические колебания

### § 9.44 Квазистационарные токи

При рассмотрении электрических колебаний приходится иметь дело с токами, изменяющимися со временем. До сих пор мы рассматривали законы постоянного тока (глава 4). Однако они оказываются справедливыми и для изменяющихся (переменных) токов, если только изменение силы тока происходит не слишком быстро. Если изменения тока настолько медленны, что за время установления электрического равновесия в цепи относительные изменения токов и ЭДС малы, то мгновенные значения токов и ЭДС будут подчиняться всем законам постоянного тока. Такие токи называют медленно меняющимися или **квазистационарными**. Для квазистационарного тока мгновенные значения тока оказываются практически одинаковыми на всех участках цепи.

Отметим, что скорость установления электрического равновесия весьма велика, и поэтому под понятие квазистационарных токов подпадают в обычном смысле весьма быстрые процессы. Все технические переменные токи являются квазистационарными. Даже очень быстрые электрические колебания, употреб-

ляемые в радиотехнике, с частотами порядка миллиона колебаний в секунду, очень часто можно рассматривать как квазистационарные.

Из сказанного следует, что задачи на квазистационарные электрические процессы можно решать при помощи законов постоянных токов, если применять эти законы к мгновенным значениям электрических величин. Однако при этом вместо алгебраических соотношений мы приходим к дифференциальным уравнениям, интегрирование которых и дает зависимость искомых величин от времени.

Чтобы процесс был квазистационарным, необходимо выполнение двух условий. **Первое** условие относится к процессам внутри проводника. Если в проводящей среде возник избыточный объемный заряд с плотностью  $\rho$ , то этот заряд под действием вызванного им самим поля будет уменьшаться с течением времени по закону:

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp(-t/\tau_M). \quad (44.1)$$

В (44.1)  $\rho_0$  – объемная плотность заряда в момент времени  $t = 0$ , а

$$\tau_M = \varepsilon\varepsilon_0/\sigma, \quad (44.2)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\sigma$  – ее удельная электропроводность.

Время  $\tau_M$  называется **временем релаксации Максвелла**. Оно равно времени, в течение которого объемный заряд уменьшается в  $e = 2,72$  раза. Следовательно, время релаксации Максвелла, определяет порядок величины времени, в течение которого восстанавливается стационарность электрических процессов. Чтобы токи можно было считать квазистационарными, характерное время рассматриваемого неустановившегося процесса  $T$  должно удовлетворять условию:

$$\tau_M \ll T. \quad (44.3)$$

Если токи изменяются периодически (электрические колебания), то под  $T$  следует понимать период колебаний и сформулированное **условие квазистационарности** примет вид:

$$\nu\tau_M \ll 1, \quad (44.4)$$

где  $\nu = 1/T$  – частота колебаний.

Для изоляторов время релаксации Максвелла  $\tau_M$  ~ минуты, для металлов  $\tau_M$  ~  $10^{-17}$  с.

**Второе** условие накладывается на размеры контура  $l$ . Дело в том, что при любом изменении электрического состояния в какой-либо части контура электрические возмущения распространяются вдоль контура с конечной скоростью, равной (глава 8):



$$v = c / \sqrt{\epsilon\mu} .$$

Здесь  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с скорость света в вакууме, а  $\epsilon$  и  $\mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, окружающей проводники. Если  $l$  – длина контура, то время прохождения электромагнитного возмущения вдоль контура равно

$$\tau = l/v = (l/c) \sqrt{\epsilon\mu} . \quad (44.5)$$

Для периодически изменяющихся токов условие квазистационарности будет выполнено, если

$$\tau \ll T, \quad \text{или} \quad v\tau_m \ll 1, \quad (44.6)$$

где  $T$  – период изменений тока,  $\nu = 1/T$  – частота колебаний.

В металлах  $v \sim c$ , и при размерах контура  $l \approx 3$  м, время  $\tau \sim 10^{-8}$  с. Поэтому для этого контура токи можно считать квазистационарными вплоть до частот  $10^6$  Гц (это соответствует периоду  $T = 10^{-6}$  с).

В зависимости от свойств проводников одно из условий квазистационарности обычно гораздо сильнее другого, и поэтому лишь одно из них является определяющим. При изучении этой главы токи будем считать квазистационарными. Это позволит нам использовать формулы, полученные в статических полях. В частности, закон Ома для мгновенных значений квазистационарных токов.

## § 9.45 Колебательный контур

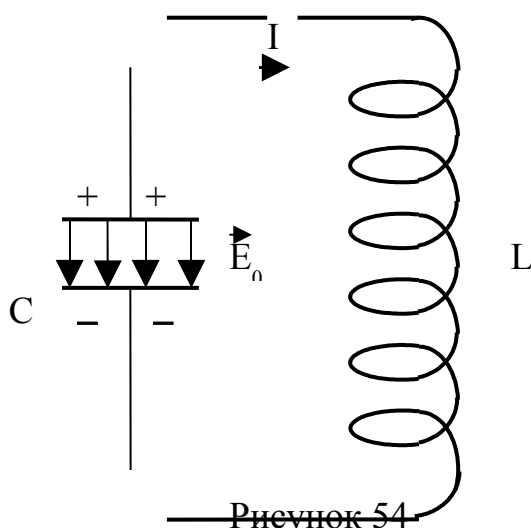
Неразрывная связь между электрическими и магнитными явлениями заключается в том, что любое изменение электрического поля порождает вихревое магнитное поле, а любое изменение магнитного поля приводит в свою очередь к появлению вихревого электрического поля. По этой причине электрические и магнитные колебания могут существовать только совместно, и такие колебания называют **электромагнитными колебаниями**. При электромагнитных колебаниях периодически изменяющимися величинами являются параметры электрического и магнитного полей.

Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используют **колебательный контур** – цепь, состоящую из последовательно включенных катушки индуктивностью  $L$  и конденсатора емкостью  $C$  (см. рисунок 54). Электромагнитные колебания, происходящие в колебательном контуре за счет первоначально сообщенной этому контуру энергии, которая в дальнейшем не пополняется, называют **свободными (собственными) электромагнитными колебаниями**. Собственные электромагнитные колебания происходят под действием процессов, происходящих в самом колебательном контуре. Если пренебречь сопротивлением проводов катушки индуктивности ( $R \approx 0$ ), то можно пренебречь потерями на выделение тепла Джоуля-Ленца. Если к тому же не учитывать не-

значительные потери энергии на излучение электромагнитных волн в окружающее пространство, то мы имеем **незатухающие электромагнитные колебания** в контуре.

Рассмотрим **превращения энергии в колебательном контуре** при свободных незатухающих электромагнитных колебаниях. Предположим, что, разомкнув контур, зарядили конденсатор. Между обкладками конденсатора появляется электрическое поле, которое обладает определенной энергией. Замкнем конденсатор на катушку. В этот момент времени ( $t = 0$ ) напряженность электрического поля  $E_0$  между обкладками конденсатора, напряжение  $U_0$  между обкладками и заряд  $q_0$  на обкладках конденсатора максимальны. Тока в контуре еще нет, следовательно, отсутствует и магнитное поле. При этом вся энергия  $W$  колебательного контура сосредоточена в виде энергии электрического поля в конденсаторе, т.е.  $W = \frac{1}{2}CU_0^2$ .

Когда конденсатор начинает разряжаться, напряжение на нем и напряженность электрического поля между обкладками будут уменьшаться. Из-за возникшего в контуре электрического тока разряда конденсатора в катушке индуктивности появится магнитное поле. При этом согласно правилу Ленца в катушке возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая мгновенному нарастанию этого тока. Через время, равное четверти периода колебаний ( $t = \frac{T}{4}$ ) конденсатор полностью разряжается ( $U = 0$ ;  $E = 0$ ), а сила тока  $I_0$  в контуре и индукция магнитного поля  $B_0$  этого тока достигают максимальных значений. В этот момент времени вся энергия контура заключена в виде энергии магнитного поля в катушке индуктивности, т.е.  $W = \frac{1}{2}LI_0^2$ .



В интервале времени от  $\frac{T}{4}$  до  $\frac{T}{2}$  магнитное поле будет уменьшаться. Уменьшающееся магнитное поле вызывает экстраток самоиндукции, который в соответствии с правилом Ленца стремится поддержать ток разряда конденсатора и будет направлен так же, как и ток разряда. Конденсатор начинает перезарядаться и между его обкладками появится электрическое поле противоположного направления. Это поле стремится ослабить ток, который в момент времени  $t = \frac{T}{2}$  обратится в нуль, а заряд  $q_0$  на обкладках конденсатора (соответственно, напряженность электрического поля  $E_0$  и напряжение  $U_0$ ) достигает первоначального максимального значения.

В интервале времени от  $\frac{T}{2}$  до  $\frac{3}{4}T$  конденсатор будет снова разряжаться.

При этом в контуре возникает ток, направленный противоположно току в предыдущей стадии процесса. В момент времени  $t = \frac{3}{4}T$  конденсатор полностью разряжается, т.е. напряжение  $U$  между его обкладками становится равным нулю (соответственно,  $q = 0$  и  $E = 0$ ), а ток  $I_0$  и индукция  $B_0$  магнитного поля достигают максимальных значений. В этот момент вся энергия электрического поля снова превращается в энергию магнитного поля.

В интервале времени от  $\frac{3}{4}T$  до  $T$  возникшая в катушке индуктивности ЭДС самоиндукции поддерживает убывающий ток и перезаряжает конденсатор, и через промежуток времени, равный периоду колебаний ( $t = T$ ), электрическое состояние контура будет таким же, как и в момент  $t = 0$ .

После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора. При отсутствии энергетических потерь процесс взаимных периодических превращений энергий электрического поля и магнитного поля будет продолжаться неограниченно долго, и мы получим **незатухающие электромагнитные колебания**. При этом в контуре периодически изменяются (колеблются) заряд  $q$  на обкладках конденсатора, напряжение  $U$  на конденсаторе и сила тока  $I$ , текущего через катушку индуктивности.

Для получения уравнения колебаний заряда  $q$  в контуре вначале положим, что контур обладает активным сопротивлением  $R$ . Тогда согласно закону Ома

$$U_R + U_C = E,$$

где  $U_R = IR$  – напряжение на сопротивлении,

$U_C = \frac{q}{C}$  – напряжение на конденсаторе,

$$E = -L \frac{dI}{dt} = -LI_t' = -Lq''_{tt}, \quad (I = q'_t, I_t' = q''_{tt}),$$

$E$  – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке.

Итак,

$$IR + \frac{q}{C} = -Lq'',$$

откуда, поделив все слагаемые на  $L$ , имеем:

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (45.1)$$

Поскольку в колебательном контуре внешние ЭДС отсутствуют, то рассмотренные электромагнитные колебания представляют собой **свободные колебания**. Если сопротивление контура  $R = 0$ , то уравнение (45.1) примет вид:

$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (45.2)$$

или, обозначая  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , получим

$$q'' + \omega_0^2 q = 0. \quad (45.3)$$

Уравнение (45.3) представляет собой **дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре**, которое, как легко проверить подстановкой, имеет решение:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (45.4)$$

где  $q_0$  – амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора,  $\omega_0$  – циклическая частота колебаний (**собственная частота контура**),  $\alpha$  – начальная фаза.

Период свободных колебаний в идеальном контуре (т.е. при  $R = 0$ ) равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (45.5)$$

Формула (45.5) впервые была получена У. Томсоном и называется **формулой Томсона**. Частота колебаний

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (45.6)$$

В выражении (45.4) значения амплитуды колебаний заряда  $q_0$  и начальной фазы  $\alpha$  определяют из начальных условий, т.е. значениями силы тока  $I(0)$  и заряда  $q(0)$  (или напряжения  $U(0) = q(0)/C$ ) в момент времени  $t = 0$ .

Напряжение на обкладках конденсатора равно:

$$U_C = U(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{q_0}{C}\cos(\omega_0 t + \alpha) = U_0\cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (45.7)$$

где  $U_0 = \frac{q_0}{C}$  – амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе.

Сравнивая выражения (45.4) (45.7) убеждаемся, что заряд  $q(t)$  и напряжение  $U(t)$  колеблются в фазе друг с другом.

Сила тока в колебательном контуре равна:

$$I(t) = I = q'_t = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}), \quad (45.8)$$

где  $I_0 = \omega_0 q_0$ , – амплитуда силы тока.

Сопоставляя выражения (45.4) и (45.8) заключаем, что колебания тока опережает по фазе колебания заряда на  $\frac{\pi}{2}$ , т.е. когда ток достигает максимального значения, заряд равен нулю, и наоборот.

Уравнения (45.4), (45.7), (45.8) для  $\alpha = 0$  записываются так:

$$q(t) = q_0 \cos \omega_0 t, \quad U_C(t) = U_0 \cos \omega_0 t, \quad I(t) = I_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}),$$

и графики этих зависимостей  $q(t)$ ,  $U_C(t)$ ,  $I(t)$  представлены на рисунке 55.

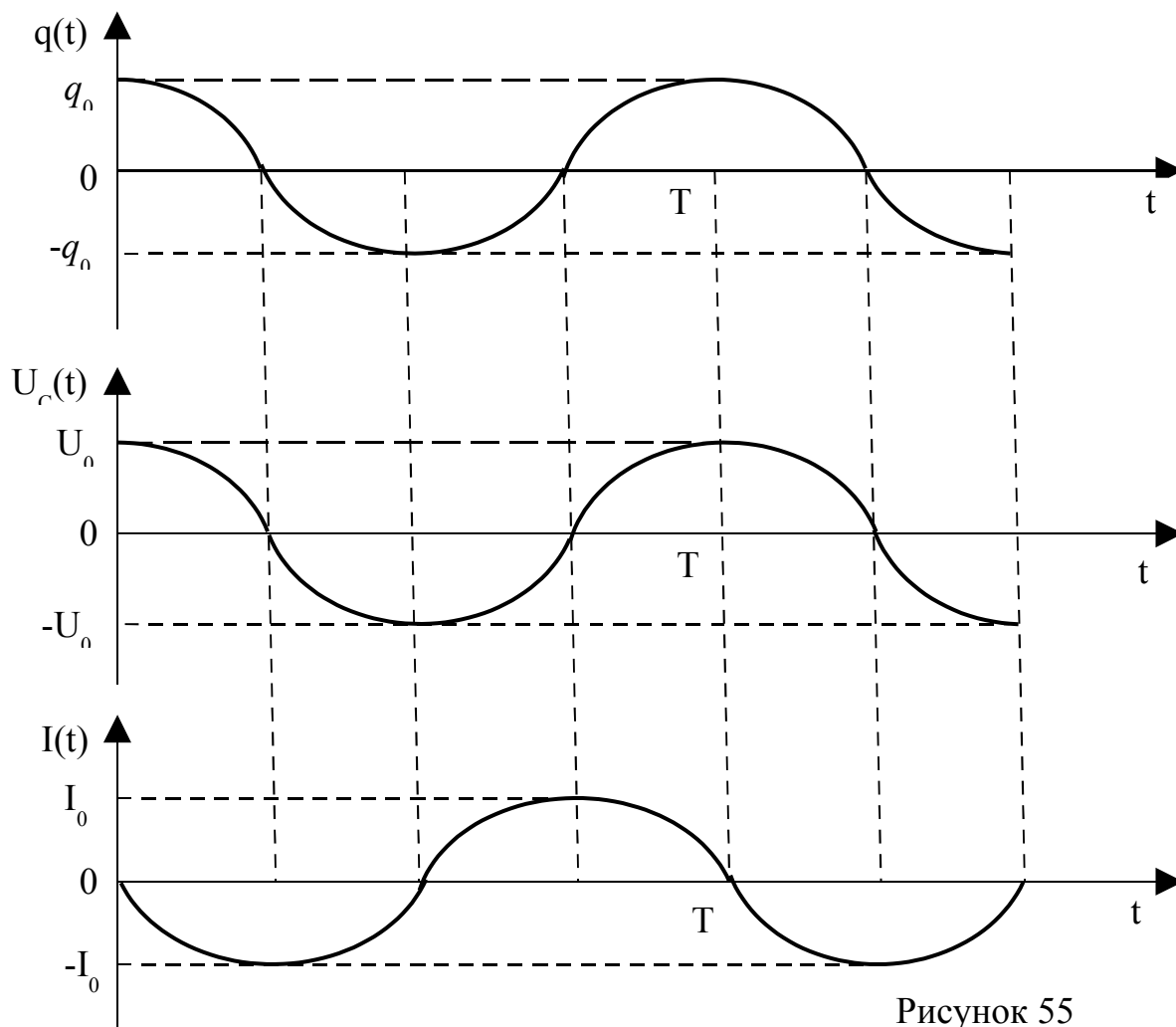


Рисунок 55

Если в формуле Томсона  $T = 2\pi \sqrt{LC}$  индуктивность измерять в генри ( $[L] = \text{Гн}$ ), емкость в фарадах ( $[C] = \text{Ф}$ ), то период колебаний будет измеряться в секундах ( $[T] = \text{с}$ ).

Из закона сохранения энергии следует, что в идеальном контуре ( $R = 0$ ) максимальные значения энергии электрического и магнитного полей равны, т.е.

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}, \quad (45.9)$$

откуда с учетом того, что  $I_0 = \omega_0 q_0$ , опять приходим к результату

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}. \quad (45.10)$$

Для произвольного момента времени энергии электрического поля и магнитного поля равны, соответственно:

$$\begin{aligned} W_{\text{эл}}(t) &= \frac{1}{2C} q^2(t) = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \alpha) = \frac{q_0^2}{2C} \frac{1 + \cos 2(\omega_0 t + \alpha)}{2} = \\ &= \frac{1}{4} \frac{q_0^2}{C} (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\alpha)), \end{aligned} \quad (45.11)$$

$$\begin{aligned} W_{\text{м}}(t) &= \frac{1}{2} LI^2(t) = \frac{1}{2} LI_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha) = \frac{1}{2} LI_0^2 \frac{1 - \cos 2(\omega_0 t + \alpha)}{2} = \\ &= \frac{1}{4} LI_0^2 (1 - \cos(2\omega_0 t + 2\alpha)). \end{aligned} \quad (45.12)$$

Из уравнений (45.11) и (45.12) следует, что энергии электрического поля и магнитного поля в контуре изменяются с частотой, в два раза превышающей частоту гармонических электрических колебаний (заряда, силы тока, напряжения) в контуре.

Полная энергия  $W$  контура складывается из энергий электрического и магнитного полей и равна максимальному значению энергии электрического или магнитного поля:

$$W = W_{\text{эл}}(t) + W_{\text{м}}(t) = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (45.13)$$

Полная энергия  $W$  остается постоянной, т. е. неизменной со временем.

Уравнения колебаний энергий электрического поля  $W_{\text{эл}}(t)$  и магнитного поля  $W_{\text{м}}(t)$ , т.е. выражения (45.11) и (45.12), для  $\alpha=0$  с учетом соотношения (45.13) для полной энергии  $W$  принимают вид:

$$W_{\text{эл}}(t) = \frac{1}{2} W \cdot (1 + \cos 2\omega_0 t), \quad W_{\text{м}}(t) = \frac{1}{2} W \cdot (1 - \cos 2\omega_0 t),$$

и графики этих зависимостей  $W_{\text{эл}}(t)$  и  $W_{\text{м}}(t)$  представлены на рисунке 56.

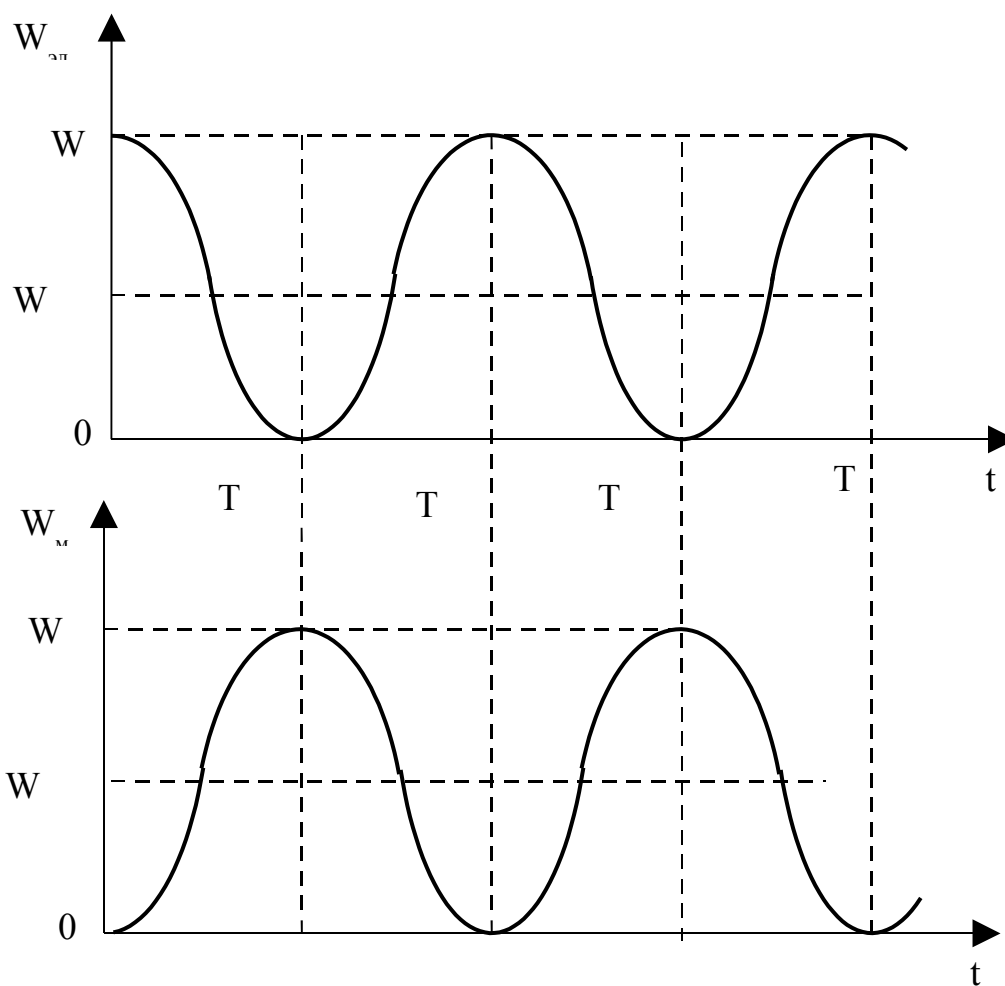


Рисунок 56

Как  
из гра-

видно из графиков энергии  $W_{эл}(t)$  и  $W_{м}(t)$  совершают гармонические колебания в противофазе по отношению друг другу около равновесного положения  $\frac{1}{2}W$  ( $W$  – полная энергия контура) с частотой в два раза превышающей частоту гармонических колебаний в контуре.

### § 9.46 Свободные затухающие колебания

В § 9.45 мы предполагали, что электрическое сопротивление катушки, включенной в контур, равно нулю. Создать идеальный колебательный контур на практике не удастся, так как и катушка индуктивности и соединительные провода имеют отличное от нуля активное (омическое) сопротивление  $R$  (через  $R$  обозначим их суммарное сопротивление). Таким образом, в реальном колебательном контуре (см. рисунок 57) на-

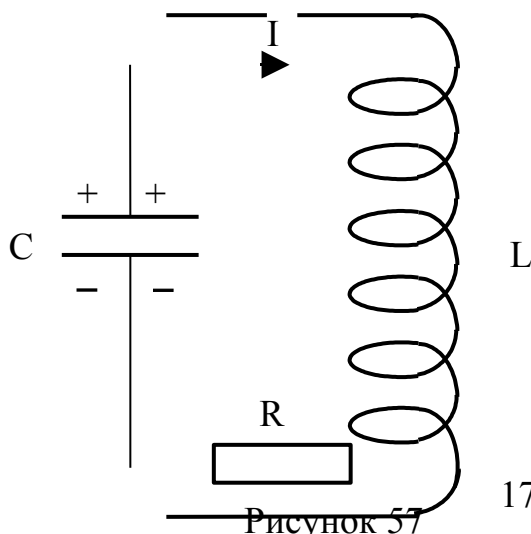


Рисунок 57

ряду с процессом перехода энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и обратно происходит выделение тепла Джоуля-Ленца на сопротивлении  $R$ . Электромагнитные колебания в реальном контуре описываются уравнением (45.1):

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (46.1)$$

Вводя обозначения

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad (46.2)$$

перепишем уравнение (46.1)

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0. \quad (46.3)$$

В уравнении (46.3) величину  $\omega_0$  называют собственной частотой контура,  $\beta$  - **коэффициентом затухания**. Так как в схеме, приведенной на рисунке 57, внешние переменные ЭДС  $E$  отсутствуют, а  $R \neq 0$ , то уравнение (46.3) описывает **свободные затухающие колебания** (колебательная система, в которой происходят затухающие колебания, называется **диссипативной**). При  $\beta < \omega_0$  решение этого однородного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (46.4)$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}, \quad (46.5)$$

$q_0$  и  $\alpha$  - постоянные, определяемые из начальных условий, а величина

$$A = q_0 e^{-\beta t} \quad (46.6)$$

– **амплитуда затухающих колебаний**.

Зависимость (46.4) показана на рисунке 58 сплошной линией, а зависимость (46.6) – штриховыми линиями. Затухающие колебания не имеют определенного значения периода колебаний. Но при малом затухании небольшие интервалы зависимости  $q(t)$  можно принять за отрезки соответствующей синусоиды и считать затухающие колебания как гармонические колебания, амплитуда которых непрерывно уменьшается с течением времени по закону  $q_0 e^{-\beta t}$ . В этом случае **условный период затухающих колебаний** равен:



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (46.7)$$

С увеличением сопротивления контура  $R$  частота  $\omega$  уменьшается, а период колебаний  $T$  увеличивается. Через время  $T$  достигаются максимальные и минимальные значения заряда (а также силы тока и напряжения).

Разделив функцию (46.4) на емкость  $C$ , получим напряжение на конденсаторе:

$$U(t) = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (46.8)$$

Чтобы найти силу тока, продифференцируем (46.4) по времени

$$I(t) = q' = q_0 e^{-\beta t} [-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)].$$

Преобразуем выражение в квадратных скобках к косинусу. Для этого умножим и разделим это выражение на  $\omega_0$  ( $\sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \omega_0$ ), а затем введем угол  $\delta$  по формулам

$$-\beta/\omega_0 = \cos\delta, \quad \omega/\omega_0 = \sin\delta. \quad (46.9)$$

После этого выражение для силы тока примет вид

$$I(t) = \omega q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \delta). \quad (46.10)$$

Из (46.9) следует, что угол  $\delta$  лежит во второй четверти ( $\pi/2 < \delta < \pi$ ). Это означает, что при наличии активного сопротивления  $R$  ток в контуре опережает по фазе напряжение (46.8) на конденсаторе более чем на  $\pi/2$  (при  $R=0$  опережение составляет  $\delta = \pi/2$ ).

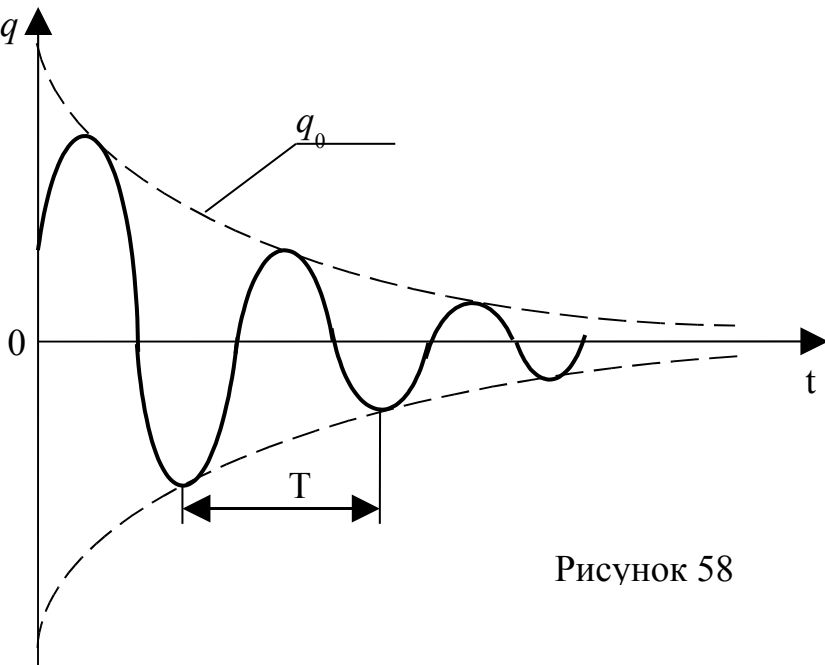


Рисунок 58

Графики зависимостей  $U(t)$  и  $I(t)$  имеют вид, аналогичный зависимости  $q(t)$  (см. рисунок 58).

Промежуток времени, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз, называется **временем релаксации** ( $e \approx 2,72$ ). Из формулы (46.4) легко определить, что

$$\tau = 1/\beta. \quad (46.11)$$

Затухание колебаний принято характеризовать **логарифмическим декрементом затухания**. Он определяется как натуральный логарифм отношения двух значений амплитуд заряда (или тока, напряжения), взятых через период колебания  $T$ :

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}, \quad (46.12)$$

где  $\lambda$  – логарифмический декремент затухания;  $N_e$  – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

Логарифмический декремент затухания – постоянная для данной колебательной системы величина.

Если затухание мало ( $\beta \ll \omega_0$ ), то  $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  и согласно (46.12)

$$\lambda \approx \beta \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{\pi R}{L\omega_0} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (46.13)$$

Для характеристики затухания контуров вводят понятие **добротности колебательного контура**  $Q$ , пропорциональной отношению энергии, запасенной в контуре, к ее изменению  $\Delta W$  за период  $T$ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (46.14)$$

Энергия, равная  $\Delta W = W(t) - W(t+T)$ , рассеивается на сопротивлении  $R$  за время  $T$  в виде теплоты Джоуля-Ленца. В реальных контурах значение добротности лежит в интервале 50 – 200. Добротность также равна

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e, \quad (46.15)$$

где  $\lambda$  – логарифмический декремент затухания.

Из формулы (46.15) следует, что добротность пропорциональна числу колебаний  $N_e$ , совершаемых системой за время релаксации. Чем меньше затухание, тем больше  $Q$ . При слабом затухании ( $\beta \ll \omega_0$ ) согласно (46.13) добротность равна

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (46.16)$$

В заключение отметим, что при увеличении коэффициента затухания  $\beta$  период затухающих колебаний растет, и при  $\beta \geq \omega_0$  вместо колебаний происходит **апериодический** разряд конденсатора. Сопротивление контура, при котором колебательный процесс переходит в апериодический, называется **критическим**. Значение критического сопротивления  $R_{кр}$  определяется из условия  $\beta = \omega_0$  и, подставляя значения  $\beta$  и  $\omega_0$  из (46.2), имеем

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (46.17)$$

Для получения длительно существующих электрических (также и механических) колебаний большое значение имеют так называемые **автоколебательные** системы. Автоколебательные системы реальные устройства, сопротивление которых не равно нулю.

В автоколебательных системах незатухающие колебания возникают под влиянием процессов, происходящих внутри системы, и для их поддержания не требуется никаких внешних воздействий. В состав автоколебательной системы входит источник энергии (в случае механических колебаний – сжатая пружина, поднятый груз и т.д., в случае электрических колебаний – источник тока). Этот источник периодически включается самой системой и вводит в нее определенную энергию, компенсирующую потери на выделение тепла Джоуля-Ленца, что и делает колебания незатухающими.

### § 9.47 Вынужденные электрические колебания

Для получения в реальном контуре незатухающих колебаний нужно компенсировать потери энергии электромагнитного поля, связанные с ее переходом в теплоту, подключив контур к источнику внешней переменной ЭДС. Считая токи в контуре квазистационарными, будем применять к мгновенным значениям всех электрических величин законы постоянного тока (переменные токи можно считать квазистационарными, если время  $\tau$ , в течение которого электрические величины принимают установившиеся значения, мало по сравнению с периодом колебаний  $T$ , т.е. должно быть  $\tau \ll T$ ). Будем предполагать, что колебания в контуре являются установившимися, т.е. с момента начала колебаний прошло достаточно продолжительное время, так что амплитуды заряда, тока и напряжения достигли постоянного значения. В этом случае имеем **вынужденные** электромагнитные колебания в контуре с частотой внешнего ис-

точника. Рассмотрим последовательно процессы, происходящие в цепи, содержащей резистор, катушку индуктивности и конденсатор, если в цепи имеется переменный ток, сила которого изменяется по синусоидальному закону

$$I(t) = I_0 \sin \omega t. \quad (47.1)$$

1. **Сопротивление R в цепи переменного тока** (рисунок 59). Применяя к рассматриваемому участку цепи закон Ома, имеем:

$$U_R = IR = I_0 R \sin \omega t = U_0 \sin \omega t, \quad (47.2)$$

где  $U_0 = I_0 R$  – амплитудное значение напряжения.

Для наглядного изображения соотношений между током и напряжением воспользуемся методом векторных диаграмм. Так как разность фаз между током  $I$  и напряжением  $U_R$  на резисторе равна нулю, то вектор  $\vec{U}_R$  направим вдоль оси тока (см. рисунок 59).

2. **Емкость C в цепи переменного тока** (рисунок 60). Напряжение  $U_C$  на конденсаторе равно  $U_C = q/C$ , где

$$q = \int I(t) dt = \int I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Следовательно,

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{I_0}{\omega C} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_0 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (47.3)$$

где

$$U_0 = I_0 \frac{1}{\omega C} \quad (47.4)$$

– амплитудное значение напряжения. Сравнивая выражения (47.1) и (47.3) видим, что колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний тока на  $\pi/2$ . Это показано на векторной диаграмме (см. рисунок 60).

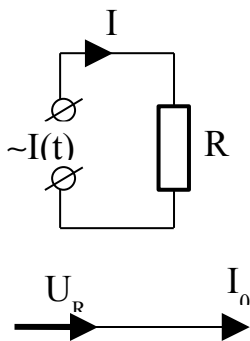


Рисунок 59

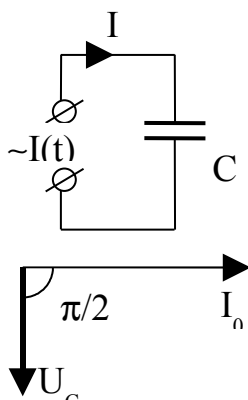


Рисунок 60

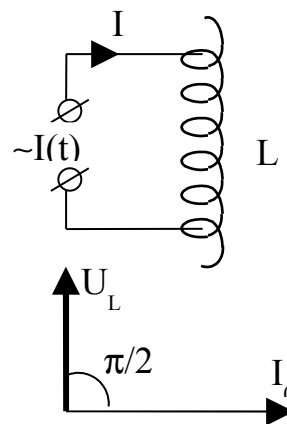


Рисунок 61

Сравнивая выражение (47.4) с законом Ома для участка цепи, видим, что величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (47.5)$$

играет роль сопротивления участка цепи, и ее называют **(реактивным) емкостным сопротивлением**. Как видно из (47.5) емкостное сопротивление  $X_C$  зависит от частоты  $\omega$ . В частности, для постоянного тока ( $\omega = 0$ )  $X_C \rightarrow \infty$ , а для очень больших частот ( $\omega \rightarrow \infty$ )  $X_C \rightarrow 0$ .

3. **Индуктивность  $L$  в цепи переменного тока** (рисунок 61). Если бы сопротивление катушки индуктивности было равно  $R$ , то закон Ома для неоднородного участка цепи записывается так:

$$U_L = IR - E.$$

На схеме  $R = 0$ , а ЭДС самоиндукции равна

$$E = -LI'.$$

Тогда

$$U_L = LI' = L(I_0 \sin \omega t)' = I_0 \omega L \cos \omega t = U_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (47.6)$$

где

$$U_0 = I_0 \omega L \quad (47.7)$$

– амплитудное значение напряжения. Сравнивая выражения (47.1) и (47.6) видим, что колебания напряжения на катушке индуктивности опережают по фазе колебаний тока на  $\pi/2$ . Это показано на векторной диаграмме (см. рисунок 59).

Сравнивая выражение (47.7) с законом Ома для участка цепи, видим, что величина

$$X_L = \omega L \quad (47.8)$$

играет роль сопротивления участка цепи, и ее называют **(реактивным) индуктивным сопротивлением**. Как видно из (47.8) индуктивное сопротивление  $X_L$  прямо пропорционально частоте  $\omega$ . Поэтому для постоянного тока ( $\omega = 0$ )  $X_L = 0$ , а для очень больших частот ( $\omega \rightarrow \infty$ )  $X_L \rightarrow \infty$ .

3. **Закон Ома для цепи переменного тока**. Рассмотрим цепь переменного тока, состоящую из последовательно соединенных сопротивления  $R$ , емкости  $C$

и катушки индуктивности  $L$  (см. рисунок 62). В цепи протекает переменный ток, вызывающий на  $R$ ,  $L$ ,  $C$  соответствующие падения напряжения  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ . Для получения амплитуды результирующего напряжения на входе цепи воспользуемся векторной диаграммой напряжений, используя результаты, изложенные ранее. На векторной диаграмме (см. рисунок 62) отложены амплитуды падений напряжений на резисторе  $U_R$ , катушке индуктивности  $U_L$ , емкости  $U_C$ .

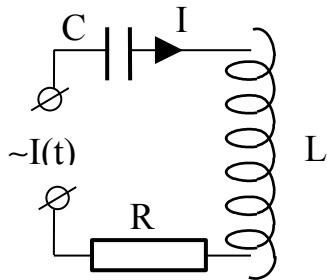
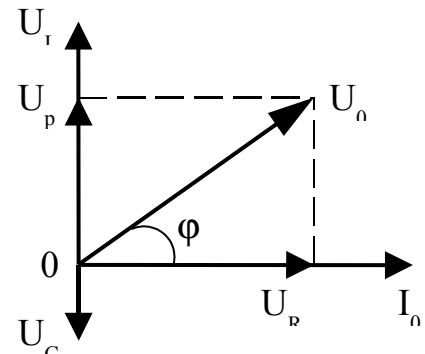


Рисунок 62



Складывая  $U_L$  и  $U_C$ , получим одно гармоническое колебание, изображаемое вектором  $\vec{U}_p$ , имеющим модуль

$$U_p = U_L - U_C = I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = I_0 (X_L - X_C) = I_0 X, \quad (47.9)$$

где  $X$  – называют **реактивным сопротивлением** цепи.

$X_L$  и  $X_C$  – называют **реактивными** сопротивлениями потому, что в отличие от **активного** сопротивления  $R$ , на  $X_L$  и  $X_C$  не выделяется джоулево тепло, которое, как известно,  $Q = I^2 R t$ .

Полное напряжение  $U_0$  на входе цепи равно

$$\begin{aligned} U_0 &= \sqrt{U_R^2 + U_p^2} = \sqrt{(I_0 R)^2 + I_0^2 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \\ &= I_0 \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = I_0 Z, \end{aligned} \quad (47.10)$$

где  $Z$  – называют **полным сопротивлением цепи переменного тока** или **импедансом**,  $U_p$  – называют реактивной составляющей напряжения,  $U_R$  – активной составляющей напряжения.

Складывая  $U_p$  и  $U_R$ . получаем гармонические колебания напряжения на входе:

$$U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (47.11)$$

где  $\varphi$  - сдвиг по фазе между напряжением и током (см. (47.1) и (47.11)).

Напряжение  $U(t)$  на входе цепи равно ЭДС генератора  $E(t)$ .

Из векторной диаграммы (рисунок 62) видно, что

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_p}{U_R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (47.12)$$

и

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_0} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{R}{Z}. \quad (47.13)$$

Величину  $\cos\varphi$  при вычислении мощности в цепи переменного тока называют **коэффициентом мощности**. Записанные выше уравнения (47.10) и (47.12) выражают **закон Ома для цепи переменного тока**.

Уравнение (47.10), выражающее закон Ома для цепи переменного тока, можно выразить как функциональную зависимость силы тока  $I$  от частоты  $\omega$ :

$$I_0(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (47.14)$$

Функция  $I_0(\omega)$  достигает максимального значения, равного  $\frac{U_0}{R}$ , при условии  $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ , из которого находим значение частоты  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , соответствующей максимуму функции  $I_0(\omega)$ . При совпадении частот вынужденных ( $\omega$ ) и собственных ( $\omega_0$ ) электромагнитных колебаний, т.е. при  $\omega = \omega_0$ , в колебательном контуре наблюдают явление **электрического резонанса**. В случае резонанса напряжения на конденсаторе  $U_C$  и катушке индуктивности  $U_L$  противоположны по фазе и равны по амплитуде:

$$(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}} = I_0\omega_0 L = I_0 \frac{1}{\sqrt{LC}} L = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = U_0 Q, \quad (47.15)$$

где  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  – добротность колебательного контура.

Поскольку добротность обычных колебательных контуров  $Q > 1$ , то согласно соотношению (47.15) амплитуды напряжений  $(U_L)_{\text{рез}}$  и  $(U_C)_{\text{рез}}$  больше амплитуды напряжения  $U_0$  на входе цепи в  $Q$  раз.

Таким образом, при резонансной частоте  $\omega = \omega_0$  амплитуда тока достигает максимального значения, а разность фаз между током и напряжением становится равной нулю  $\left( \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = 0 \right)$ , т.е. контур для переменного тока представляет чисто активное сопротивление  $R$ . При рассмотренном случае резонанса, который называют **резонансом напряжений**, напряжения на катушке индуктивности  $(U_L)_{\text{рез}}$  и конденсаторе  $(U_C)_{\text{рез}}$ , равные по модулю, в  $Q$  раз превышают напряжение  $U_0$  на входе цепи. Поэтому явление резонанса напряжений используют в технике радиосвязи для усиления колебаний напряжения какой-либо определенной частоты (из многих сигналов различных частот). В радиосхемах усиленное напряжение обычно снимают с конденсатора или катушки индуктивности.

Так как при резонансе напряжений в колебательном контуре напряжения  $(U_L)_{\text{рез}}$  на индуктивности и  $(U_C)_{\text{рез}}$  на емкости в  $Q$  раз больше, чем входное напряжение, то при большой добротности  $Q$  колебательного контура может произойти пробой. Поэтому явление резонанса напряжений необходимо учитывать при расчете изоляции колебательных контуров.

Когда говорят, что в цепи отсутствует емкость (индуктивность), это нужно понимать как  $X_C = 0$  ( $X_L = 0$ ).

Хотя реактивное сопротивление измеряют в тех же единицах, что и активное (т.е. в Ом), между ними существует принципиальное различие. Оно заключается в том, что только активное сопротивление определяет необратимые процессы в цепи, такие, например, как преобразование электромагнитной энергии в джоулеву теплоту.

## § 9.48 Мощность, выделяемая в цепи переменного тока

Мгновенная мощность, выделяемая в цепи переменного тока, равна произведению мгновенных значений силы тока и напряжения:

$$P(t) = I(t) \cdot U(t), \quad (48.1)$$

где  $I(t) = I_0 \cos \omega t$ ;  $U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ;  $\varphi$  - разность фаз между напряжением и силой тока.

Используя известное из тригонометрии уравнение

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)],$$

можно представить произведение

$$\cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi].$$



Тогда, соотношение (48.1) для мгновенной мощности запишется в виде

$$P(t) = I(t) \cdot U(t) = \frac{1}{2} I_0 U_0 [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi]. \quad (48.2)$$

Практический интерес представляет не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за продолжительное время. Так как мы имеем дело с периодическим процессом, то для нахождения среднего значения мощности  $P$  достаточно вычислить ее среднее значение за период колебаний  $T$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cdot \frac{1}{T} \left( \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt + \int_0^T \cos\varphi dt \right) = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cdot \cos\varphi. \quad (48.3)$$

где  $I_0$  и  $U_0$  – амплитудные значения силы тока и напряжения.

Используя эффективные (действующие) значения силы тока  $I_{\text{Э}}$  и напряжения  $U_{\text{Э}}$ , равные

$$I_{\text{Э}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{Э}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}},$$

имеем выражение для средней мощности:

$$P = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cdot \cos\varphi = I_{\text{Э}} U_{\text{Э}} \cdot \cos\varphi, \quad (48.4)$$

где множитель  $\cos\varphi$  – называют **коэффициентом мощности**.

Формула (48.4) показывает, что мощность, выделяемая в цепи переменного тока, в общем случае зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между ними. Если в цепи реактивное сопротивление отсутствует, то  $\cos\varphi = 1$  и  $P = I_{\text{Э}} U_{\text{Э}}$ .

Если цепь содержит только реактивное сопротивление ( $R = 0$ ), то  $\cos\varphi = 0$  и средняя мощность равна нулю, какими бы большими ни были ток и напряжение. В этом случае количество энергии, передаваемое за четверть периода от генератора во внешнюю цепь, в точности равно энергии, передаваемой из внешней цепи в генератор в течение следующей четверти периода, и вся энергия колеблется между генератором и внешней цепью.

Зависимость мощности от  $\cos\varphi$  учитывают при проектировании линий электропередач на переменном токе. Когда нагрузки имеют большое реактивное сопротивление (например, двигатели, имеющие значительную индуктивность), то  $\cos\varphi$  может быть значительно меньше единицы. В этих случаях для передачи заданной мощности при данном напряжении генератора нужно увеличивать силу тока  $I_{\text{Э}}$ , что приводит к возрастанию выделения тепла Джоуля-Ленца в линии, или нужно увеличивать сечение проводов, т.е. их вес, что повышает

стоимость линий электропередач. Поэтому на практике всегда стремятся распределить нагрузки (лампы, двигатели, печи и т.д.) таким образом, чтобы значение  $\cos\varphi$  было близко к единице (наименьшее допустимое значение  $\cos\varphi$  для промышленных установок составляет примерно 0,85). Иногда в электродвигателях (с большим реактивным индуктивным сопротивлением) для увеличения  $\cos\varphi$  достаточно подключения конденсатора значительной емкости.

## Контрольные вопросы

1 Какие токи называют квазистационарными? Сформулируйте два условия квазистационарности.

2 Запишите дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в LC – контуре, его решение. Как изменяются со временем ток и напряжение в LC – контуре? Как изменяются со временем энергии электрического и магнитного полей в LC – контуре?

3 Запишите формулу Томсона.

4 Какие процессы происходят при свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре?

5 Запишите дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение. Проанализируйте его.

6 По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний? Являются ли затухающие колебания периодическими?

7 Почему частота затухающих колебаний меньше частоты собственных колебаний системы?

8 Что такое коэффициент затухания? декремент затухания? логарифмический декремент затухания? В чем заключается физический смысл этих величин?

9 При каких условиях наблюдается апериодическое движение?

10 Что такое вынужденные колебания? Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Проведите его анализ.

11 От чего зависит амплитуда вынужденных колебаний (закон Ома для цепи переменного тока)? Запишите выражение для амплитуды и фазы при резонансе.

12 Почему добротность является важнейшей характеристикой резонансных свойств системы?

13 Что называется резонансом напряжений? Какова его роль?

14 От чего зависит индуктивное сопротивление? емкостное сопротивление? Что называется реактивным сопротивлением?

15 Как сдвинуты по фазе колебания переменного напряжения и переменного тока текущего через конденсатор? катушку индуктивности? резистор? Ответ обосновать с помощью векторных диаграмм.

16 Нарисуйте и объясните векторную диаграмму для цепи переменного тока с последовательно включенными резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.

17 Как вычислить мощность, выделяемую в цепи переменного тока? Что называется коэффициентом мощности?

## Тесты

1. Период электрических колебаний в контуре  $T=10$  мкс. При подключении параллельно конденсатору контура дополнительного конденсатора емкостью  $C_1=30$  нФ период колебаний увеличился в два раза. Определите емкость  $C$  первого конденсатора.

- А) 15 нФ      В) 20 нФ      С) 30 нФ      **Д) 10 нФ**      Е) 60 нФ

2. После того, как конденсатору колебательного контура был сообщен заряд 1 мкКл, в контуре происходят затухающие электромагнитные колебания. Какое количество теплоты выделится в контуре к тому времени, когда колебания полностью затухнут? Емкость конденсатора 10 нФ.

- А) 7 мкДж      В) 5 мкДж      С) 5 мДж      **Д) 50 мкДж**      Е) 70 мкДж

3. Действующее значение напряжения на конденсаторе в контуре равно 100 В. Определите максимальное значение энергии конденсатора (электрического поля), если емкость конденсатора равна 10 пФ.

- А) 0,001 мкДж      В) 0,01 мкДж      **С) 0,1 мкДж**      Д) 1 мкДж      Е) 10 мкДж

4. В идеальном колебательном контуре сила тока изменяется по закону  $I=0,4 \cdot \cos 10^4 t$ , А. Если в этом контуре индуктивность катушки равна 0,01 Гн, то емкость конденсатора равна ...

- А)  $10^{-2}$  мкФ      **В) 1 мкФ**      С) 10 мкФ      Д)  $10^{-1}$  мкФ      Е)  $10^2$  мкФ

5. В колебательном контуре максимальное напряжение на конденсаторе 120 В. Определите максимальную силу тока, если индуктивность катушки 5 мГн, а емкость конденсатора 10 мкФ. Считайте, что активное сопротивление пренебрежимо мало.

- А) 5,37 А**      В) 4,12 А      С) 3,42 А      Д) 2,13 А      Е) 1,08 А

6. В процессе колебаний в идеальном колебательном контуре в момент времени  $t$  заряд конденсатора  $q=4 \cdot 10^{-9}$  Кл, а сила электрического тока в катушке равна  $I=3$  мА. Период колебаний  $T=6,3 \cdot 10^{-6}$  с. Найдите амплитуду колебаний заряда.

- А) 5 нКл**      В) 6 нКл      С) 7 нКл      Д) 8 нКл      Е) 9 нКл

7. Конденсатор емкости  $C$  заряжается до напряжения  $U_0$  и замыкается на катушку с индуктивностью  $L$ . Чему равна амплитуда  $I_0$  силы тока в образовавшемся колебательном контуре? Активным сопротивлением контура пренебрегайте.

- А)  $\frac{\sqrt{LC}}{U_0}$       В)  $\frac{U_0}{\sqrt{LC}}$       С)  $U_0\sqrt{LC}$       Д)  $U_0\sqrt{\frac{L}{C}}$       Е)  $U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$

8. Заряженный конденсатор подключается к идеальной катушке. Какая доля энергии останется в конденсаторе через  $\frac{1}{8}$  периода свободных колебаний в контуре?

- А)  $\frac{1}{6}$       В)  $\frac{1}{12}$       С)  $\frac{1}{2}$       Д)  $\frac{1}{4}$       Е)  $\frac{1}{8}$

9. Найдите коэффициент мощности  $\cos\varphi$  электрической цепи, если генератор отдает в цепь мощность  $P=8$  кВт. Амплитуда тока в цепи  $I_0=100$  А и амплитуда напряжения на зажимах генератора  $U_0=200$  В.

- А) 0,4      В) 0,5      С) 0,6      Д) 0,7      Е) 0,8

10. В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы электрического тока в катушке индуктивности  $I_0=5$  мА, а амплитуда напряжения на конденсаторе  $U_0=2$  В. В момент времени  $t$  сила тока в катушке  $I=3$  мА. Найдите напряжение на конденсаторе в этот момент.

- А) 1,8 В      В) 1,6 В      С) 1,4 В      Д) 1,2 В      Е) 1 В

11. В сеть переменного тока действующим напряжением  $U=220$  В последовательно включены конденсатор емкостью  $C=2$  мкФ, катушка индуктивностью  $L=0,51$  Гн и активным сопротивлением  $R=100$  Ом. Определите силу тока при наступлении резонанса.

- А) 0,51 А      В) 1 А      С) 2,2 А      Д) 44 А      Е) 2 А

12. В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке  $I_0=5$  мА, а амплитуда колебаний заряда конденсатора равна  $q_0=2,5$  нКл. В момент времени  $t$  заряд конденсатора  $q=1,5$  нКл. Найдите силу тока в катушке в этот момент.

- А) 4 мА      В) 3 мА      С) 1 мА      Д) 2 мА      Е) 5 мА

13. Каким выражением определяется амплитуда колебаний силы тока  $I_0$  в последовательной цепи переменного тока с частотой  $\omega$  при амплитуде колебаний напряжения  $U_0$  на катушке индуктивности  $L$ ?

- A)  $U_0\omega L$       B)  $\frac{U_0}{\omega L}$       C)  $\frac{\omega L}{U_0}$       D)  $\frac{U_0 L}{\omega}$       E)  $\frac{U_0\omega}{L}$

14. Энергия свободных незатухающих колебаний, происходящих в колебательном контуре, составляет 0,2 мДж. При медленном раздвигании пластин конденсатора частота колебаний увеличилась в  $n=2$  раза. Определите работу, совершенную против сил электрического поля.

- A) 0,4 мДж      B) 0,8 мДж      C) 0,1 мДж      D) 0,05 мДж      E) 0,6 мДж

15. Каким выражением определяется амплитуда  $I_0$  колебаний силы тока в последовательной цепи переменного тока с частотой  $\omega$  при амплитуде колебаний напряжения  $U_0$  на конденсаторе электроемкостью  $C$ ?

- A)  $\frac{U_0}{\omega C}$       B)  $\frac{U_0\omega}{C}$       C)  $U_0\omega C$       D)  $\frac{U_0 C}{\omega}$       E)  $\frac{U_0}{\sqrt{LC}}$

16. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L=5$  мкГн и конденсатора емкостью  $C=13,4$  нФ,  $U_0=1,2$  В. Сопротивление контура ничтожно мало. Определите действующее значение силы тока в контуре.

- A) 33 мА      B) 44 мА      C) 55 мА      D) 66 мА      E) 77 мА

17. Конденсатор емкостью  $C$  зарядили до напряжения  $U_0$  и замкнули на катушку индуктивностью  $L$ . Пренебрегая сопротивлением контура, определите амплитудное значение силы тока в данном колебательном контуре.

- A)  $U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$       B)  $U_0\sqrt{LC}$       C)  $\frac{U_0}{LC}$       D)  $\frac{U_0}{\sqrt{LC}}$       E)  $U_0\sqrt{\frac{L}{C}}$

18. Во сколько раз изменится частота собственных колебаний контура, если между пластинами воздушного конденсатора, входящего в контур, внести пластину из диэлектрика ( $\epsilon=4$ ), толщина которой вдвое меньше расстояния между пластинами конденсатора?

- A) 0,58      B) 0,65      C) 0,72      D) 0,79      E) 0,86

19. В электрической цепи переменного тока соединены последовательно резистор с активным сопротивлением 4 Ом, идеальная катушка с индуктивным сопротивлением 2 Ом и идеальный конденсатор с емкостным сопротивлением 1 Ом. Какая мощность выделяется в электрической цепи при амплитудном значении силы тока 2 А?

- A) 10 Вт      B) 4 Вт      C) 20 Вт      D) 16 Вт      E) 8 Вт

20. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков  $N=100$  индуктивностью  $L=10$  мкГн и конденсатор емкостью  $C=1$  нФ. Максимальное напряжение  $U_0$  на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определите максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

- A)  $1 \cdot 10^{-3}$  Вб      B)  $1 \cdot 10^{-5}$  Вб      C)  $1 \cdot 10^{-7}$  Вб      D)  $1 \cdot 10^{-4}$  Вб      E)  $1 \cdot 10^{-6}$  Вб

21. Катушка индуктивностью  $L=31$  мГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью каждой пластины  $S=20$  см<sup>2</sup> и расстоянием между ними  $d=1$  см. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ , заполняющей пространство между пластинами, если амплитуда силы тока  $I_0=0,2$  мА, а амплитуда напряжения  $U_0=10$  В? Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

22. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L=0,2$  Гн и конденсатора емкостью  $C=10^{-5}$  Ф. Конденсатор зарядили до напряжения  $U=2$  В, и он начал разряжаться. Какой будет сила тока в тот момент, когда энергия окажется поровну распределенной между электрическим и магнитным полем?

- A) 10 мА      B)  $10\sqrt{2}$  мА      C)  $5\sqrt{2}$  мА      D) 20 мА      E) 40 мА

23. В колебательном контуре происходят свободные колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора  $q_0=1$  мкКл, а максимальная сила тока  $I_0=10$  А, найдите частоту колебаний этого контура.

- A) 0,16 МГц      B) 1,6 МГц      C) 1,0 МГц      D) 3,14 МГц      E) 0,314 МГц

24. Катушка индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 м<sup>2</sup> и расстоянием между ними 0,1 мм. Найдите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на частоту 400 кГц. Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

25. Концы катушки подключили к источнику переменного напряжения с частотой  $\nu=50$  Гц. Действующие значения напряжения и силы тока в цепи при этом, соответственно, равны 50 В и 0,2 А. Найдите индуктивность  $L$  катушки. Активное сопротивление катушки пренебрежимо мало.

- A) 0,2 Гн      B) 0,4 Гн      C) 0,5 Гн      D) 0,6 Гн      E) 0,8 Гн

26. В электрическом колебательном контуре емкость конденсатора равна 1 мкФ, а индуктивность катушки 1 Гн. Если для свободных незатухающих ко-

лебаний в контуре амплитуда силы тока составляет 100 мА, то амплитуда напряжения на конденсаторе при этом равна

- А) 50 В      В) 1 В      С) 5 В      **Д) 100 В**      Е) 10 В

27. Найдите сдвиг фаз  $\varphi$  между напряжением  $U=U_0\sin(\omega t+\varphi)$  и током  $I=I_0\sin \omega t$  для цепи, состоящей из последовательно включенных резистора с сопротивлением  $R=1$  кОм, катушки с индуктивностью  $L=0,5$  Гн и конденсатора с емкостью  $C=1$  мкФ. Частота тока  $\nu=50$  Гц.

- А)  $72^\circ$       В)  $36^\circ$       С)  $15^\circ$       Д)  $-36^\circ$       **Е)  $-72^\circ$**

28. Заряженный конденсатор подключается к идеальной катушке. Через какую долю периода  $T$  свободных колебаний в электрическом контуре после подключения энергия в контуре будет распределена между конденсатором и катушкой поровну?

- А)  $\frac{T}{12}$       **В)  $\frac{T}{8}$**       С)  $\frac{T}{6}$       Д)  $\frac{T}{4}$       Е)  $\frac{T}{3}$

29. Конденсатор электроемкостью 10 мкФ, заряженный до напряжения 100 В, разряжается через катушку с очень малым электрическим сопротивлением и индуктивностью 1 мГн. Найдите максимальное значение силы тока в катушке.

- А) 10 А**      В) 1 А      С) 14,1 А      Д) 7,1 А      Е) 0,71 А

30. Катушка индуктивностью  $L=0,5$  Гн обладает электрическим сопротивлением в цепи постоянного тока, равным  $R=100$  Ом. При каком значении  $\nu$  частоты переменного тока индуктивное сопротивление  $X_L$  катушки будет в  $N=100$  раз больше ее активного сопротивления  $R$ ?

- А) 2,5 кГц      В) 6,4 кГц      С) 5 кГц      **Д) 3,2 кГц**      Е) 4,8 кГц

31. Какой электроемкостью должен обладать конденсатор для того, чтобы при включении его в цепь переменного тока с частотой 1 кГц при действующем напряжении 2 В действующее значение силы тока в цепи было равно 20 мА?

- А) 16 мкФ      В) 8 мкФ      **С) 1,6 мкФ**      Д) 0,8 мкФ      Е) 0,16 мкФ

Верные ответы в заданиях отмечены **красным цветом**.

## Упражнения для самоконтроля

9.1. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков, равным 50, индуктивностью 5 мкГн и конденсатор емкостью 2нФ. Максималь-

ное напряжение на обкладках конденсатора составляет 150 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку. [0,3 мкВб]

9.2. За время, за которое система совершает 100 полных колебаний, амплитуда уменьшается в три раза. Определить добротность системы. [286]

9.3. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 25 мГн, конденсатор емкостью 10 мкФ и резистор сопротивлением 1 Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества  $q_0 = 1$  мКл. Определить: 1) период колебаний контура; 2) логарифмический декремент затухания колебаний; 3) уравнение зависимости изменения напряжения на обкладках конденсатора от времени. [1) 3,14 мс; 2) 0,05; 3)  $U = 100e^{-20t} \cos 636\pi t$ ]

9.4. Последовательно соединенные резистор с сопротивлением 110 Ом и конденсатор подключены к источнику внешнего переменного напряжения с амплитудным значением 110 В. Оказалось, что амплитудное значение установившегося тока в цепи 0,5 А. Определить разность фаз между током и внешним напряжением. [ $60^\circ$ ]

9.5. В цепь переменного тока частотой 50 Гц включена катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$ , содержащая 3 000 витков. Определить активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током составляет  $60^\circ$ . [4,1 Ом]

9.6. Генератор, частота которого составляет 32 кГц и амплитудное значение напряжения равно 120 В, включен в резонирующую цепь, емкость которой 1 нФ. Определить амплитудное значение напряжения на конденсаторе, если активное сопротивление цепи 5 Ом. [119 кВ]

9.7. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 5 мГн и конденсатор емкостью 2 мкФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе 1 В необходимо подводить среднюю мощность 0,1 мВт. Считая затухание колебаний в контуре достаточно малым, определить добротность данного контура. [100]

9.8. Колебательный контур имеет емкость  $C$ , индуктивность  $L$  и активное сопротивление  $R$ . Найти, через сколько колебаний амплитуда тока в контуре

уменьшится в  $e$  раз. 
$$\left[ N_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1} \right]$$

9.9. Найти время  $t_0$ , за которое амплитуда колебаний тока в контуре с добротностью  $Q$  уменьшится в  $\eta$  раз, если частота затухающих колебаний равна  $\omega$

$$\left[ t_0 = \frac{2Q}{\omega} \ln \eta \right]$$

## Глава 10 Контрольная работа



## § 10.1 Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ

1 За время изучения курса физики студент должен представить контрольные работы после изучения каждого раздела дисциплины (всего 5 разделов).

2 Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по **таблицам вариантов. Номер варианта определяется по последней цифре номера зачетной книжки.** Критерии оценки контрольной работы следующие:

- “отлично” - 9-10 правильных ответов;
- “хорошо” - 8-9 правильных ответов;
- “удовлетворительно” - 6-7 правильных ответа;
- “неудовлетворительно” - менее 6 правильных ответов.

При получении положительной оценки контрольная работа считается засчитанной.

3 Контрольные работы нужно выполнять **письменно** на листах формата А4, **либо в электронном виде** (высылается на факультет дистанционных образовательных технологий). Титульный лист включает в себя следующие пункты, расположенные по высоте страницы в следующей последовательности (сверху вниз):

- Министерство образования и науки Российской Федерации;
- Оренбургский государственный университет;
- контрольная работа по дисциплине «Физика»;
- фамилию и инициалы студента, группа, номер зачетной книжки;
- номер варианта.

4 Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах оставлять поля. В конце контрольной работы необходимо оставить 1-2 чистые страницы, предназначенные для замечаний рецензента.

5 В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

При выполнении контрольных заданий студентам можно рекомендовать данное пособие, литературу, указанную в конце пособия, справочные материалы из приложений к данному пособию.

6 Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с не зачтенной.

7 Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

8 Решать задачу надо в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

9 После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц измерения этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица измерения соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

10 Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах измерения числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

11 При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти (т.е. в нормированном виде). Например, вместо 3520 надо записать  $3,52 \cdot 10^3$ , вместо 0,00129 записать  $1,29 \cdot 10^{-3}$  и т. п.

12 Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач									
	201	211	221	231	241	251	261	271	281	291
1	201	211	221	231	241	251	261	271	281	291
2	202	212	222	232	242	252	262	272	282	292
3	203	213	223	233	243	253	263	273	283	293
4	204	214	224	234	244	254	264	274	284	294
5	205	215	225	235	245	255	265	275	285	295
6	206	216	226	236	246	256	266	276	286	296
7	207	217	227	237	247	257	267	277	287	297
8	208	218	228	238	248	258	268	278	288	298
9	209	219	229	239	249	259	269	279	289	299
0	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

## § 10.2 Контрольные задачи

201. Три одинаковых одноименных заряда  $q$  расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд  $Q$  противоположного знака нужно поместить в центре этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

202. Два одинаковых шарика подвешены на непроводящих нитях равной длины в одной точке. После того, как каждому шару был сообщен заряд  $q=4 \cdot 10^{-7}$  Кл, они разошлись на угол  $\alpha=60^\circ$ . Найти массу шариков, если расстояние от центров шариков до точки подвеса  $L=0,2$  м.

203. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии  $r_1=5$  см, взаимодействуют друг с другом с силой  $F_1=1,2 \cdot 10^{-4}$  Н, а находясь в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии  $r_2=10$  см, – с силой  $F_2=1,5 \cdot 10^{-5}$  Н. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

204. Между зарядами  $q_1=+q$  и  $q_2=+9q$  расстояние равно  $L=8$  см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля равна нулю?

205. Два маленьких шарика массой по  $m=6,3$  мг каждый подвешены в точке  $O$  на непроводящих нитях длиной  $L=0,2$  м каждая. После того, как шарикам сообщили одинаковые заряды, они разошлись на угол  $\alpha=60^\circ$  (рисунок 63). Определить напряженность электрического поля, создаваемого зарядами в точке подвеса.

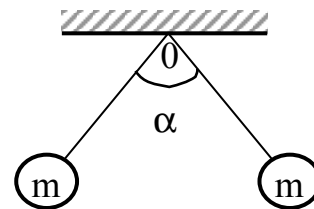


Рисунок 63

206. К бесконечной плоскости, расположенной вертикально и имеющей поверхностную плотность заряда  $\sigma$ , прикреплен на непроводящей и нерастяжимой нити одноименно заряженный шарик массы  $m$  и с зарядом  $q$ . Найти силу натяжения нити и угол отклонения нити от вертикали. Напряженность поля, создаваемого заряженной плоскостью, не зависит от расстояния до плоскости и равна  $E=\sigma/2\epsilon_0$  ( $\epsilon_0$  – электрическая постоянная), вектор напряженности  $\vec{E}$  перпендикулярен плоскости.

207. Две частицы, массами  $m$  и  $M$ , имеющие заряды  $-q$  и  $Q$  соответственно, движутся как одно целое вдоль силовой линии однородного поля напряженностью  $\vec{E}$ . При каком расположении частиц это возможно? Определите ускорение частиц и расстояние между ними. Силой тяжести, действующей на частицы, пренебречь.

208. Положительно заряженный шарик массой  $m_{ш}=0,18$  г и плотностью  $\rho_{ш}=1,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> находится во взвешенном состоянии в жидком диэлектрике плотностью  $\rho_{д}=900$  кг/м<sup>3</sup>. В диэлектрике имеется однородное электрическое поле напряженностью  $E=4,5 \cdot 10^4$  В/м, направленное вертикально вверх. Найти заряд шарика.

209. Две металлические параллельные пластинки расположены на небольшом по сравнению с их линейными размерами расстоянии друг от друга. Первой пластинке сообщили заряд  $Q_1=2 \cdot 10^{-3}$  Кл, а второй – заряд  $Q_2=4 \cdot 10^{-3}$  Кл. Какие заряды находятся на правой и на левой стороне второй пластинки?

210. При переносе точечного заряда  $q_0=10^{-8}$  Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии  $r=20$  см от поверхности заряженного металлического шара, необходимо совершить работу  $A=5 \cdot 10^{-7}$  Дж. Радиус шара  $R=4$  см. Найти потенциал  $\phi_0$  на его поверхности.

211. Два заряда  $q_1=2 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $q_2=3 \cdot 10^{-8}$  Кл находятся на расстоянии  $L=20$  см друг от друга. Определите потенциал электрического поля в точке, где напряженность поля равна нулю.

212. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами  $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$  К и  $q_2 = -6 \cdot 10^{-9}$  К, находящимися в вакууме. Расстояние между зарядами равно  $R = 10$  см.

213. Материальная точка с зарядом  $0,67$  нКл, двигаясь в ускоряющем электрическом поле, приобретает кинетическую энергию  $10$  МэВ. Найдите разность потенциалов между начальной и конечной точками траектории частицы в поле, если ее начальная скорость равна нулю. Элементарный заряд равен  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

214. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда  $q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$  Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол  $60^\circ$ . Найти массу шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно  $20$  см.

215. На двух одинаковых капельках воды находятся по одному лишнему электрону. Сила электрического отталкивания капелек уравнивается силой их тяготения. Найдите радиус капелек. Элементарный заряд  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Гравитационная постоянная  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ . Плотность воды  $\rho=1$  г/см<sup>3</sup>.

216. С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименные заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда в  $\sigma = 3 \cdot 10^{-8}$  Кл/см<sup>2</sup>?

217. Два одинаковых маленьких металлических шарика заряжены положительными зарядами  $q$  и  $4q$ . Центры шариков находятся на расстоянии  $r$  друг от друга. Шарiki привели в соприкосновение. На какое расстояние  $x$  после этого нужно развести центры шариков, чтобы сила их взаимодействия осталась прежней?

218. Определите величину (модуль) силы, действующей на точечный заряд  $q=4$  нКл, который помещен посередине между двумя точечными зарядами  $q_1=30$  нКл и  $q_2=-50$  нКл, если они находятся в вакууме на расстоянии  $r=0,6$  м. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

219. Медный шар диаметром  $1$  см помещен в масло. Плотность масла равна  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>. Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле? Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность равна  $E = 36$  кВ/см.

220. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно разноименными зарядами с поверхностной плотностью  $|\sigma_1|=1$  нКл/м<sup>2</sup> и  $|\sigma_2|=2$  нКл/м<sup>2</sup>. Определите напряженность электростатического поля за пределами плоскостей. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

221. Конденсатор электроемкостью  $C_1=4$  мкФ, заряженный до напряжения  $U_1=80$  В, соединяют параллельно с конденсатором емкостью  $C_2=10$  мкФ, заряженным до напряжения  $U_2=16$  В, первый раз обкладками, имеющими одинаковые заряды, а второй раз - обкладками с разноименными зарядами. В каком случае и во сколько раз напряжение на конденсаторах после их соединения будет больше?

222. Два одинаковых конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Во сколько раз изменится напряжение на одном из конденсаторов, если другой погрузить в жидкий парафин с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=2$ ?

223. Плоский конденсатор с обкладками площадью  $S=10$  см<sup>2</sup> каждая и расстоянием  $d=0,2$  см между ними подключили к источнику питания напряжением  $U=10$  В. В конденсатор вдвигают пластинку из стекла, плотно прилегающую к его обкладкам так, что она заполняет ровно половину зазора между обкладками конденсатора (рисунок 64). Определить заряд  $q$ , прошедший при этом через источник питания. Диэлектрическая проницаемость стекла  $\epsilon=7$ .

224. Определите разность потенциалов  $\Delta\phi$  между обкладками плоского конденсатора емкостью  $C$ , если обкладкам сообщили заряды  $+Q$  и  $+4Q$ ?

225. Конденсатор емкостью  $C$ , заряженный до разности потенциалов  $U_1=50$  В, соединяется параллельно одноименно заряженными обкладками с конденсатором емкостью  $2C$ , заряженным до напряжения  $U_2=300$  В. Определите напряжение на конденсаторах после соединения.

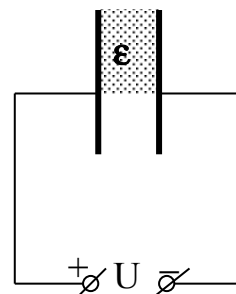


Рисунок 64

226. Конденсатор емкостью  $C=100$  мкФ заряжается постоянным током через резистор сопротивлением  $100$  кОм. Через какое время после начала зарядки энергия, запасенная в конденсаторе, станет равной энергии, выделенной в резисторе?

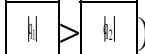
227. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии  $d=1$  см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхности заряды с плотностями  $\sigma_1=+0,2$  мкКл/м<sup>2</sup> и  $\sigma_2=+0,5$  мкКл/м<sup>2</sup>. Найдите разность потенциалов между плоскостями. Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

228. Какова энергия электрического поля конденсатора электроемкостью  $20$  мкФ при напряжении  $10$  В?

229. К плоскому конденсатору с расстоянием между пластинами в  $1$  мм приложено напряжение  $100$  В. Чему равна поверхностная плотность заряда на обкладках? Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

230. Найдите поверхностную плотность заряда на пластинах плоского конденсатора, если электрон, не имевший начальной скорости, пройдя путь от одной пластины к другой, приобретает скорость  $v=10^7$  м/с. Расстояние между пластинами  $d=3$  см. Удельный заряд электрона  $\gamma=1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

231. Плоский конденсатор подключен к источнику тока. Как изменится энергия электрического поля конденсатора при уменьшении расстояния между его пластинами в 2 раза?

232. В пространство между параллельными пластинами с зарядами  $+q_1$  и  $+q_2$  (полагайте, что ) вносят незаряженную металлическую пластину. Какие по модулю заряды будут индуцированы на ее поверхности?

233. Колебательный контур, собственная частота колебаний в котором равна  $\nu=1$  МГц, имеет индуктивность  $L=0,2$  Гн и омическое сопротивление (т.е. сопротивление проводника постоянному току)  $R=2$  Ом. На сколько процентов уменьшится энергия этого контура за время одного полного колебания? На протяжении одного колебания можно считать, что амплитуда силы тока меняется незначительно.

234. Расстояние между пластинами плоского конденсатора уменьшили вдвое. Как при этом изменилась его емкость?

235. Между обкладками плоского горизонтального конденсатора неподвижно висит заряженное тело. Определите плотность тела, если его равновесие не нарушается после заполнения пространства между пластинами керосином. Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon=2$ , его плотность  $\rho=800$  кг/м<sup>3</sup>.

236. Два конденсатора с емкостями  $C_1=1$  мкФ и  $C_2=2$  мкФ зарядили до разности потенциалов  $U_1=40$  В и  $U_2=50$  В. Найдите разность потенциалов  $U$  после соединения конденсаторов разноименными полюсами.

237. Парафиновая пластинка заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина  $\epsilon$ . Емкость конденсатора с парафином  $C$ , его заряд  $q$ . Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пластинку из конденсатора?

238. Плоский конденсатор, имеющий расстояние между пластинами  $d$ , заполнен средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho$  и включен в цепь батареи с ЭДС  $U_0$  и внутренним сопротивлением  $r$ . Чему равна напряженность электрического поля внутри конденсатора, если его емкость равна  $C$ ?

239. Заряженный воздушный конденсатор обладает энергией электрического поля  $W$ . Чему станет равна энергия конденсатора, если пространство между его обкладками заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=4$ ?

240. Как изменится емкость плоского конденсатора, если расстояние между его обкладками увеличить в 2 раза?

241. Для некоторого источника тока суммарная мощность, выделяющаяся на резисторах, сопротивление которых  $R_1=3$  Ом и  $R_2=12$  Ом, одинакова при последовательном и параллельном соединениях этих резисторов. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

242. При коротком замыкании источника, ЭДС которого  $E=10$  В, сила тока равна  $I_0=10$  А. Определите величину максимальной мощности, которая может быть отдана во внешнюю цепь.

243. Найдите мощность  $P$ , выделенную во внешней цепи, состоящей из двух одинаковых сопротивлений  $R$ , если известно, что на сопротивлениях выделяется одна и та же мощность, как при последовательном, так и при параллельном их соединении. Источником служит элемент с ЭДС  $E=12$  В и внутренним сопротивлением  $r=2$  Ом.

244. Два элемента с ЭДС  $E_1=2$  В и  $E_2=1$  В соединены по схеме, показанной на рисунке 65. Сопротивление  $R=0,5$  Ом. Внутренние сопротивления элементов одинаковы и равны  $r_1=r_2=1$  Ом. Определить силы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$ , протекающих через элементы и сопротивление  $R$ . При каком значении сопротивления  $R$  ток через гальванический элемент с ЭДС  $E_2$  не пойдет?

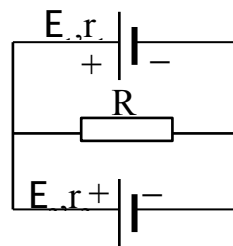


Рисунок 65

245. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление  $R_1 = 2$  Ом, а затем на внешнее  $R_2 = 0,5$  Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев, мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна 2,54 Вт.

246. Сопротивление медного провода в два раза больше сопротивления алюминиевого провода. Определить, какой провод длиннее и во сколько раз, если масса медного провода в четыре раза меньше массы провода из алюминия. Плотность меди  $\gamma_m=8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, алюминия  $\gamma_a=2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, удельное сопротивление меди  $\rho_m=0,01$  мкОм·м, алюминия  $\rho_a=0,028$  мкОм·м. Площади поперечного сечения проводов различны.

247. Нагреватель в электрическом чайнике, предназначенном для включения в сеть с напряжением  $U=120$  В, имеет  $n=3$  секции одинакового сопротивления  $R=40$  Ом. Если все три секции соединены последовательно, то вода в чайнике закипит через время  $t_0=90$  мин. Вычислите количество теплоты  $Q$ , необходимое для нагревания воды до кипения. Считать, что КПД чайника близок к 100%. Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

248. Конденсаторы емкости  $C_1$  и  $C_2$  и проводники, сопротивления которых равны  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  включены в электрическую цепь так, как показано на рисунке 66. На точку  $A$  подан постоянный потенциал  $U_0$ , точка  $B$  схемы заземлена. Найти заряды конденсаторов.

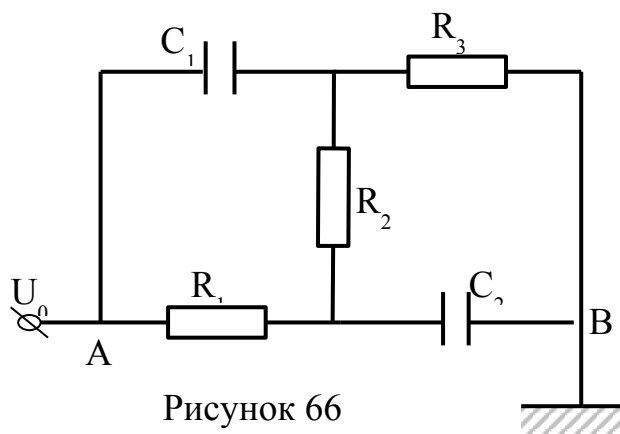


Рисунок 66

249. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление  $R_1=4$  Ом ток  $I_1=0,2$  А. Если же внешнее сопротивление  $R_2=7$  Ом, то элемент дает ток  $I_2=0,14$  А. Какой ток  $I_{кз}$  он даст, если его замкнуть накоротко?

250. При подключении к батарее сначала сопротивления  $R_1=3$  Ом, а затем последовательно с ним сопротивления  $R_2=63$  Ом коэффициент полезного действия батареи возрос в  $n=2$  раза. Каково внутреннее сопротивление  $r$  батареи?

251. Рассчитайте отношение периодов обращения  $\frac{T_1}{T_2}$  двух электронов,

если они имеют скорости  $v_1$  и  $v_2$  и движутся по окружностям в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной линиям магнитной индукции.

252. Элемент с внутренним сопротивлением 4 Ом и ЭДС 12 В замкнут проводником с сопротивлением 8 Ом. Какое количество теплоты будет выделяться во внешней цепи за 1 с?

253. Две электрические лампочки включены в сеть параллельно. Сопротивление первой лампочки 360 Ом, сопротивление второй 240 Ом. На какой из лампочек выделяется большая мощность? Во сколько раз?

254. Сколько по весу меди потребуется для изготовления проволоки с площадью поперечного сечения  $0,5 \text{ мм}^2$ , чтобы сопротивление этой проволоки было равно 1,72 Ом? Плотность меди  $8,9 \text{ г/см}^3$ , ее удельное сопротивление  $1,68 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Ускорение силы тяжести  $9,8 \text{ м/с}^2$ .

255. Генератор, способный давать мощность 100 кВт, подсоединен к фабрике через кабель с общим сопротивлением 5 Ом. Если этот генератор дает энергию с разностью потенциалов 5 кВ, то какова будет мощность, получаемая фабрикой?

256. Найдите минимальную площадь сечения проводов, отводящих ток от генератора мощности  $P=1 \text{ ГВт}$ , если ток передается на трансформатор под напряжением  $U=15 \text{ кВ}$ . Плотность тока в проводе не должна превышать  $j=10 \text{ А/мм}^2$ .

257. Рассчитайте силу тока, проходящего по медному проводу длиной 100 м и площадью поперечного сечения  $0,5 \text{ мм}^2$  при напряжении 6,8 В. Удельное сопротивление меди  $\rho=1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

258. Сопротивления  $R_1=300 \text{ Ом}$  и  $R_2=100 \text{ Ом}$  включены параллельно в сеть. Какое количество теплоты  $Q_1$  выделилось на первом сопротивлении, если на втором за это же время выделилось  $Q_2=60 \text{ кДж}$ ?

259. Прямолинейный проводник с током длиной 5 см перпендикулярен линиям индукции однородного магнитного поля. Чему равен модуль индукции магнитного поля, если при токе в 2 А на проводник действует сила, модуль которой равен 0,01 Н?

260. Найдите индукцию магнитного поля в точке, отстоящей на 2 см от бесконечно длинного прямого провода, по которому течет ток 5 А. Магнитная постоянная равна  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

261. Через соленоид, индуктивность которого  $L=4 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$  и площадь поперечного сечения  $S=10 \text{ см}^2$ , протекает ток  $I=0,5 \text{ А}$ . Какова индукция  $B$  поля внутри соленоида, если он содержит  $N=100$  витков? Поле считать однородным.

262. В однородном магнитном поле расположен виток сопротивлением  $R=9,5 \text{ Ом}$  и площадью  $S=100 \text{ см}^2$ . Плоскость витка составляет угол  $\alpha=60^\circ$  с вектором  $\vec{B}$ . За время  $\tau=0,5 \text{ с}$  индукция поля увеличивается с постоянной скоростью от  $B_1=0,1 \text{ Тл}$  до  $B_2=0,6 \text{ Тл}$ . Найти количество тепла, которое выделилось в витке за это время.



263. Определите скорость, с которой должен двигаться прямолинейный проводник перпендикулярно магнитным линиям однородного поля с индукцией  $B=1$  Тл, чтобы между концами проводника возникла разность потенциалов  $\Delta\varphi=0,1$  В. Длина проводника  $L=20$  см.

264. Ток силой  $I=10$  А течет по проводнику квадратного сечения, помещенному в однородное магнитное поле с индукцией  $B=2$  Тл, магнитные линии которого перпендикулярны боковой поверхности проводника. Разность потенциалов между нижней и верхней поверхностями проводника  $\Delta\varphi=2 \cdot 10^{-6}$  В. Определите плотность электронов проводимости в проводнике, если площадь его сечения  $S=0,04$  см<sup>2</sup>.

265. Из двух одинаковых проводников равной длины, изготовлены два контура - квадратный и круглый. Оба контура помещены в одной плоскости в однородном, изменяющемся во времени магнитном поле. В квадратном контуре возникает постоянный ток  $I=2$  А. Определите силу тока в круглом контуре.

266. Плоский контур площадью  $S$  образован сверхпроводящей проволокой. Индуктивность контура  $L$ . Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , составляющей угол  $\alpha$  с нормалью к плоскости контура. Поле внезапно исчезает. Определите ток, возникающий в сверхпроводящем контуре.

267. Определите приращение магнитного потока через катушку, если она имеет 2 000 витков и за время 10 мс в ней возникает ЭДС индукции 200 В.

268. Заряженная частица движется со скоростью  $v$  в вакууме в магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ . Чему будет равен радиус окружности при скорости частицы  $2v$  и индукции поля  $2B$ ?

269. Вычислите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон в однородном магнитном поле с индукцией  $10^{-4}$  Тл, если вектор скорости электрона направлен перпендикулярно вектору индукции, а модуль скорости равен  $10^6$  м/с. Элементарный заряд  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

270. Один из способов измерения магнитной индукции состоит в том, чтобы, выдергивая из этого поля катушку, пропустить индукционный ток через устройство для измерения заряда. Если катушка из 50 витков с поперечным сечением  $1$  см<sup>2</sup> включена в цепь с общим сопротивлением  $10$  Ом и выдергивается из магнитного поля с индукцией  $1$  Тл, какой заряд проходит по цепи?

271. Ионы двух изотопов с массами  $m_1$  и  $m_2$ , имеющие одинаковый заряд и прошедшие в электрическом поле одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетают в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Рассчи-

тайте отношение радиусов окружностей  $\frac{r_1}{r_2}$ , по которым будут двигаться ионы в магнитном поле.

272. Какова индуктивность катушки с железным сердечником, если за время  $\Delta t=0,5$  с ток в цепи изменился от  $I_1=10$  А до  $I_2=5$  А, а возникшая при этом ЭДС самоиндукции  $E=25$  В?

273. Соленоид длиной  $l=0,5$  м содержит  $N=1\ 000$  витков. Определите магнитную индукцию  $B$  поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки

$R=120$  Ом, а напряжение на ее концах  $U=60$  В. Магнитная постоянная равна  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

274. Рамка площадью  $S=400$  см<sup>2</sup> имеет  $N=100$  витков и равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $B=10^{-2}$  Тл, причем период вращения  $T=0,1$  с. Определите максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке, если ось ее вращения перпендикулярна силовым линиям.

275. За 2 с магнитный поток, пронизывающий контур, равномерно уменьшился с 8 до 2 Вб. Чему при этом было равно значение ЭДС индукции в контуре?

276. Обмотка электромагнита имеет индуктивность 0,5 Гн, сопротивление 15 Ом и находится под постоянным напряжением. Определите время, в течение которого в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике электромагнита.

277. В однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,1$  Тл расположен плоский проволочный виток так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, прошедший через гальванометр при повороте витка,  $q=9,5$  мКл. На какой угол повернули виток? Площадь витка  $S=10^3$  см<sup>2</sup>, сопротивление  $R=2$  Ом.

278. Какой должна быть индуктивность дросселя, чтобы при силе тока в его обмотке, равной 2 А, энергия магнитного поля оказалась равной 2 Дж?

279. Металлический диск радиусом  $r=10$  см, расположенный перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1$  Тл, вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с частотой  $n=100$  об/с. Два скользящих контакта (один – на оси диска, другой – на окружности) соединяют диск с нагрузкой, сопротивление которой  $R=5$  Ом. Чему равна мощность  $P$ , выделяемая на нагрузке?

280. Какой магнитный поток пронизывал каждый виток катушки, имеющей  $n$  витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля за время  $\tau$  в катушке возникает ЭДС индукции  $E$ ?

281. В идеальном электрическом колебательном контуре емкость конденсатора 2 мкФ, а амплитуда напряжения на нем 10 В. Чему равна максимальная энергия магнитного поля катушки в таком контуре?

282. Изменения электрического заряда конденсатора в колебательном контуре происходят по закону  $q=10^{-2} \cdot \cos 20t$ . Определите циклическую частоту колебаний заряда.

283. Колебательный контур содержит соленоид (длина  $l=5$  см, площадь поперечного сечения  $S_1=1,5$  см<sup>2</sup>, число витков  $N=500$ ) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами  $d=1,5$  мм, площадь пластин  $S_2=100$  см<sup>2</sup>). Определите частоту  $\omega$  собственных колебаний контура. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)^{-1}$  Ф/м. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

284. Выберите правильные утверждения:

1. Максвелл, опираясь на эксперименты Фарадея по исследованию электромагнитной индукции, теоретически предсказал существование электромагнитных волн.

2. Герц, опираясь на теоретические предсказания Максвелла, обнаружил электромагнитные волны экспериментально.
3. Максвелл, опираясь на эксперименты Герца по исследованию электромагнитных волн, создал теорию их распространения в вакууме.

285. В колебательном контуре максимальное напряжение на конденсаторе равно 120 В. Определите максимальную силу тока, если индуктивность катушки 5 мГн, а емкость конденсатора 10 мкФ. Считайте, что активное сопротивление пренебрежимо мало.

286. Конденсатор емкостью  $2 \cdot 10^{-5}$  Ф, заряженный до напряжения 1 кВ, разряжается через катушку сопротивлением R и индуктивностью 0,004 Гн. Через некоторое время конденсатор разрядился до напряжения 600 В, а ток в катушке достиг 20 А. Какое количество тепла выделилось к этому моменту в катушке?

287. Заряженный конденсатор емкостью  $C=0,5 \cdot 10^{-6}$  Ф подключили к катушке с индуктивностью  $L=0,01$  Гн. Определите минимальное время, через которое энергия электрического поля конденсатора станет в  $n=2$  раза меньше энергии магнитного поля катушки.

288. Колебательный контур состоит из воздушного конденсатора и катушки индуктивности. В пространство между пластинами конденсатора внесли пластину из диэлектрика ( $\epsilon=4$ ), толщина которой совпадает с расстоянием между пластинами, а индуктивность катушки уменьшили в  $n=2$  раза. Во сколько раз необходимо увеличить расстояние между пластинами конденсатора, чтобы частота собственных колебаний контура не изменилась?

289. Конденсатор емкостью 10 мкФ, заряженный до напряжения 100 В, разряжается через катушку с очень малым электрическим сопротивлением и индуктивностью 1 мГн. Найдите максимальное значение силы тока в катушке.

290. Неоновая лампа начинает светиться, когда напряжение на ее электродах достигает строго определенного значения. Какую часть периода T будет светить лампа, если ее включить в сеть, действующее напряжение в которой равно этому напряжению? Считайте, что потенциалы зажигания и гашения неоновой лампы одинаковы.

291. За какой промежуток времени в колебательном контуре с индуктивностью 1,5 мГн и емкостью 6 нФ совершится  $1 \cdot 10^4$  колебаний?

292. К источнику переменного тока, подключили последовательно катушку индуктивностью 86 мГн, конденсатор емкостью 160 мкФ и резистор с сопротивлением 100 Ом. Определите полное сопротивление (импеданс) цепи, если ток в цепи меняется по закону  $I=2 \sin 200\pi t$  (А).

293. Концы катушки подключили к источнику переменного напряжения с частотой  $\nu=50$  Гц. Действующие значения напряжения и силы тока в цепи при этом, соответственно, равны 50 В и 0,2 А. Найдите индуктивность L катушки. Активное сопротивление катушки пренебрежимо мало.

294. В последовательной цепи переменного тока из резистора с активным сопротивлением R, конденсатора емкостью C и катушки индуктивно-

стью  $L$  наблюдается электрический резонанс. Амплитуда колебаний силы тока в цепи при резонансе  $I_0$ . Какова амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе?

295. Колебательный контур составлен из дросселя с индуктивностью  $L=0,2$  Гн и конденсатора емкостью  $C=10^{-5}$  Ф. В момент, когда напряжение на конденсаторе  $U=1$  В, сила тока в контуре  $I=0,01$  А. Найдите максимальную силу тока  $I_0$  в этом контуре.

296. В колебательном контуре происходят свободные колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора  $q_0=1$  мкКл, а максимальная сила тока равна  $I_0=10$  А, найдите частоту колебаний этого контура.

297. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L=6$  мкГн и конденсатора емкостью  $C=15$  нФ, равно  $U_0=1,2$  В. Сопротивление контура ничтожно мало. Определите действующее значение силы тока в контуре.

298. Амплитуда силы тока в контуре  $I_0=1,4$  А, а амплитуда напряжения  $U_0=280$  В. Найдите силу тока в тот момент времени, когда энергия магнитного поля катушки равна энергии электрического поля конденсатора.

299. Катушка индуктивностью  $30$  мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин  $0,01$  м<sup>2</sup> и расстоянием между ними  $0,1$  мм. Найдите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на частоту  $400$  кГц. Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

300. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L=5$  мкГн и конденсатора емкостью  $C=13,33$  нФ, равно  $U_0=1,2$  В. Сопротивление ничтожно мало. Определите максимальное значение магнитного потока, если число витков катушки  $N=28$ .

## Глава 11 Экзамены

### § 11. 1 Общие положения

За время изучения курса физики студент должен представить экзаменационные тестовые задания после изучения каждого раздела дисциплины (всего 5 разделов).

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач									
1	201, 205	211, 215	221, 225	231, 235	241, 245	251, 255	261, 265	271, 275	281, 285	291, 295
2	202, 206	212, 216	222, 226	232, 236	242, 246	252, 256	262, 266	272, 276	282, 286	292, 296
3	203, 207	213, 217	223, 227	233, 237	243, 247	253, 257	263, 267	273, 277	283, 287	293, 297
4	204, 208	214, 218	224, 228	234, 238	244, 248	254, 258	264, 268	274, 278	284, 288	294, 298

	208	218	228	238	248	258	268	278	288	298
5	205, 209	215, 219	225, 229	235, 239	245, 249	255, 259	265, 269	275, 279	285, 289	295, 299
6	206, 210	216, 220	226, 230	236, 240	246, 250	256, 260	266, 270	276, 280	286, 290	296, 300
7	207, 211	217, 221	227, 231	237, 241	247, 251	257, 261	267, 271	277, 281	287, 291	297, 201
8	208, 212	218, 222	228, 232	238, 242	248, 252	258, 262	268, 272	278, 282	288, 292	298, 202
9	209, 213	219, 223	228, 233	239, 243	249, 253	259, 263	269, 273	279, 283	289, 293	299, 203
0	210, 214	220, 224	230, 234	240, 244	250, 254	260, 264	270, 274	280, 284	290, 294	300, 204

Номера тестовых заданий, которые студент должен включить в свою экзаменационную работу, определяются по **таблицам вариантов**. **Номер варианта определяется по последней цифре номера зачетной книжки**. Каждый вариант включает в себя 20 (двадцать) тестовых заданий, номера которых определяются номером варианта.

Оформление экзаменационного теста производится либо **в электронном виде**, либо **письменно**. При оформлении записываются номера тестовых заданий и отмечаются правильные ответы (Если, например, по мнению студента в **37** тестовом задании верный ответ **С**, то правильный ответ следует отмечать следующим образом: **37-С**). Как и в контрольных работах непременно необходимо оформлять титульный лист.

Критерии экзаменационной оценки следующие:

- “отлично” - более 18 правильных ответов;
- “хорошо” - 16-18 правильных ответов;
- “удовлетворительно” - 12-15 правильных ответа;
- “неудовлетворительно” - менее 12 правильных ответов.

## § 11. 2 Экзаменационные тестовые задания

201. Как изменится сила кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов, если расстояние между ними уменьшить в 3 раза?

- А) увеличится в 3 раза
- В) уменьшится в 3 раза
- С) увеличится в 9 раз
- Д) уменьшится в 9 раз
- Е) не изменится

202. По тонкому кольцу радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $q$ . Модуль напряженности электрического поля на оси кольца на расстоянии  $R\sqrt{3}$  от его центра равен

А)  $\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{3q}{R^2}$     В)  $\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{3q}{8R^2}$     С)  $\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{3q}{4R^2}$     Д)  $\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{4R^2}$     Е)  $\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{\sqrt{3}q}{8R^2}$

203. Если на точечный заряд 1 нКл, помещенный в некоторую точку поля, действует сила 0,02 мкН, то модуль напряженности электрического поля в этой точке равен ...

А) 50 В/м    В) 500 В/м    С) 10 В/м    Д) 200 В/м    Е) 20 В/м

204. Положительный заряд в 1 мкКл равномерно распределен по поверхности шара радиусом 10 см. Каков потенциал в точке, удаленной на 20 см от поверхности шара? Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

А) 45 кВ    В) 40 кВ    С) 25 кВ    Д) 20 кВ    Е) 30 кВ

205. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены разноименными зарядами  $+q$  и  $-5q$ . Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Как изменился модуль силы взаимодействия шариков?

- А) уменьшился в 1,25 раза
- В) увеличился в 1,25 раза
- С) увеличился в 1,8 раза
- Д) уменьшился в 1,8 раза
- Е) не изменился

206. Ртутный шарик, заряженный до потенциала 800 В, разбивается на 64 одинаковых капли. Определите потенциал каждой капли.

А) 50 В    В) 100 В    С) 80 В    Д) 40 В    Е) 20 В

207. Потенциал одной маленькой заряженной сферической капли ртути равен  $\phi$ . При слиянии  $N$  таких капель в одну большую, ее потенциал станет равным:

А)  $\phi \cdot \frac{1}{N^3}$     В)  $\phi \cdot \frac{2}{N^3}$     С)  $\phi$     Д)  $\phi \cdot N$     Е)  $\phi \cdot \frac{1}{N}$

208. На стержне электроскопа имеется небольшой положительный электрический заряд  $+q$ . К стержню постепенно приближается шар с большим отрицательным зарядом  $-Q$ . Что будет происходить с лепестками электроскопа по мере приближения шара до момента соприкосновения?

- А) Лепестки неподвижны до соприкосновения, после соприкосновения их отклонение увеличивается
- В) Отклонение лепестков постепенно увеличивается
- С) Отклонение лепестков сначала увеличивается, после соприкосновения уменьшается
- Д) Лепестки совершают малые колебания
- Е) Отклонение лепестков сначала уменьшается до нуля, потом увеличивается

209. Два одинаковых шарика, имеющих одинаковые одноименные заряды, соединены пружиной, жесткость которой 20 Н/м, а длина  $L_0=4$  см. Шарiki колеблются так, что расстояние между ними меняется от  $L_1=3$  см до  $L_2=6$  см. Найдите заряды шариков. Электрическая постоянная равна  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А)  $1,4 \cdot 10^{-5}$  Кл   В)  $1,4 \cdot 10^{-6}$  Кл   С)  $1,4 \cdot 10^{-7}$  Кл   Д)  $1,4 \cdot 10^{-8}$  Кл   Е)  $1,4 \cdot 10^{-9}$  Кл

210. Два одинаковых металлических шарика, заряженные одноименными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  ( $q_1 > q_2$ ) находятся на расстоянии  $r$  друг от друга ( $r$  много больше размеров шариков). Шарiki привели в соприкосновение. На какое расстояние нужно их развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

- А)  $r \frac{q_1 - q_2}{2\sqrt{q_1 q_2}}$    В)  $r \frac{q_1 + q_2}{2\sqrt{q_1 q_2}}$    С)  $r \frac{q_1 + q_2}{\sqrt{q_1 q_2}}$    Д)  $r \frac{q_1 - q_2}{\sqrt{q_1 q_2}}$    Е)  $r \frac{q_1}{q_2}$

211. Каким выражением определяется модуль напряженности электрического поля между пластинами воздушного конденсатора, если площадь каждой пластины  $S$ , на одной пластине не имеется заряд  $+2q$ , на второй заряд  $-q$ ? Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ .

- А)  $\frac{q}{3\epsilon_0 S}$    В)  $\frac{3q}{2\epsilon_0 S}$    С)  $\frac{3q}{\epsilon_0 S}$    Д)  $\frac{q}{\epsilon_0 S}$    Е)  $\frac{q}{2\epsilon_0 S}$

212. Рассчитайте, на какое наименьшее расстояние  $\alpha$  - частица, имеющая скорость  $1,9 \cdot 10^7$  м/с, может приблизиться к ядру атома золота, двигаясь по прямой, проходящей через центр ядра. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Заряд ядра золота  $1,3 \cdot 10^{-17}$  Кл. Масса  $\alpha$  - частицы равна  $6,6 \cdot 10^{-27}$  кг, ее заряд  $3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл.

- А)  $6,1 \cdot 10^{-14}$  м   В)  $5,1 \cdot 10^{-14}$  м   С)  $4,1 \cdot 10^{-14}$  м   Д)  $3,1 \cdot 10^{-14}$  м   Е)  $2,1 \cdot 10^{-14}$  м

213. Какова сила притяжения, действующая со стороны незаряженной металлической пластины на отрицательный электрический заряд  $q$ , находящийся на расстоянии  $r$  от пластины?

A) 0    B)  $k \frac{q^2}{2r^2}$     C)  $k \frac{q^2}{r^2}$     D)  $k \frac{q^2}{4r^2}$     E)  $k \frac{q^2}{8r^2}$

214. Напряженность электрического поля на поверхности капли, образовавшейся от слияния  $N$  маленьких равновеликих одинаково заряженных капелек, больше напряженности на поверхности маленькой капельки до слияния в ... раз (считайте, что капли имеют сферическую форму):

A)  $\sqrt[3]{N^2}$     B)  $\sqrt{N^3}$     C)  $N$     D)  $\sqrt[3]{N}$     E)  $\sqrt{N}$

215. Один электрон движется со скоростью  $v$  к другому неподвижному свободному электрону. На какое минимальное расстояние электроны сближаются? Элементарный заряд –  $e$ , масса электрона –  $m$ , электрическая постоянная равна  $\epsilon_0$ .

A)  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0mv^2}$     B)  $\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0mv^2}$     C)  $\frac{e^2}{\pi\epsilon_0mv^2}$     D)  $\frac{2e^2}{\pi\epsilon_0mv^2}$     E)  $\frac{4e^2}{\pi\epsilon_0mv^2}$

216. Два заряда  $q_1 = 600$  нКл и  $q_2 = -200$  нКл расположены в керосине на расстоянии 0,4 м друг от друга. Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на середине отрезка прямой, соединяющего центры зарядов. Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

A) 15 кВ/м    B) 30 кВ/м    C) 45 кВ/м    D) 60 кВ/м    E) 90 кВ/м

217. Как изменится модуль напряженности электрического поля, созданного в вакууме точечным зарядом  $q$ , если заряд поместить в среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 5$ ?

- A) уменьшится в 25 раз
- B) не изменится
- C) уменьшится в 5 раз
- D) увеличится в 25 раз
- E) увеличится в 5 раз

218. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии  $R_1 = 5$  см, взаимодействуют друг с другом с силой  $F_1 = 120$  мкН, а находясь в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии  $R_2 = 10$  см, – с силой  $F_2 = 15$  мкН. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

A) 8    B) 2    C) 6    D) 4    E) 5



219. Стальной шар радиусом 0,5 см, погруженный в керосин, находится в однородном электрическом поле напряженностью 35 кВ/см, направленной вертикально вверх. Определите заряд шара, если он находится во взвешенном состоянии. Плотности керосина – 0,8 г/см<sup>3</sup>, стали – 7,8 г/см<sup>3</sup>. Ускорение свободного падения равно 9,8 м/с<sup>2</sup>.

- А) 10,3 нКл    В) 11,3 нКл    С) 12,3 нКл    Д) 13,3 нКл    Е) 14,3 нКл

220. На каком расстоянии R от точечного заряда q = 0,1 нКл, находящегося в дистиллированной воде (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 81$ ), напряженность электрического поля равна E = 0,25 В/м? Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 17 см    В) 21 см    С) 25 см    Д) 29 см    Е) 33 см

221. Диэлектрическая проницаемость воды равна 81. Как надо изменить каждый из двух одинаковых точечных положительных зарядов, чтобы при погружении их в воду сила электрического взаимодействия зарядов при том же расстоянии между ними была такой же, как и в вакууме?

- А) увеличить в 9 раз    В) уменьшить в 9 раз    С) уменьшить в 81 раз  
Д) увеличить в 81 раз    Е) уменьшить в 3 раза

222. Для того чтобы удалить пластину диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  из заряженного отключенного от источника напряжения плоского конденсатора, обладающего энергией W, нужно совершить работу:

- А)  $\epsilon W$     В)  $\frac{1}{\epsilon} W$     С)  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} W$     Д)  $(\epsilon - 1)W$     Е)  $(\epsilon + 1)W$

223. В некоторых кристаллах при деформации сжатия на противоположных поверхностях возникают разноименные поляризационные заряды. Как называют этот эффект (явление)?

- А) пьезоэффект    В) скин – эффект    С) эффект Баркгаузена  
Д) электронный эффект    Е) спонтанная поляризация

224. Заряженный воздушный конденсатор обладает энергией W. Чему станет равна его энергия, если пространство между обкладками заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 4$ ?

- А)  $\frac{W}{4}$     В)  $\frac{W}{2}$     С) W    Д) 2W    Е) 4W

225. На каком расстоянии  $r$  от точечного заряда  $q=0,1$  нКл, находящегося в дистиллированной воде (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon=81$ ), напряженность электрического поля  $E=0,25$  В/м? Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 17 см      В) 21 см      С) 25 см      Д) 29 см      Е) 33 см

226. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C$  подсоединен к источнику тока, который поддерживает разность потенциалов между обкладками, равную  $U$ . При заполнении такого конденсатора диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  через источник пройдет заряд, равный по величине:

- А)  $\epsilon CU$       В)  $(\epsilon-1)CU$       С)  $CU$       Д)  $\frac{CU}{\epsilon}$       Е) 0

227. Как изменится энергия подключенного к источнику постоянного напряжения плоского конденсатора при увеличении расстояния между его пластинами в 2 раза и введении между пластинами диэлектрика с  $\epsilon=4$ ?

- А) уменьшится в 8 раз  
В) увеличится в 8 раз  
С) увеличится в 2 раза  
Д) уменьшится в 2 раза  
Е) не изменится

228. На каком расстоянии от маленького заряженного шара напряженность электрического поля в воде с диэлектрической проницаемостью 81 будет такой же, как в вакууме на расстоянии 18 см от центра шара?

- А) 0,22 см      В) 1 см      С) 2 см      Д) 4 см      Е) 8,8 см

229. Между пластинами плоского воздушного конденсатора внесена перпендикулярная пластина из твердого диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  так, что между ней и пластинами остались воздушные зазоры. Как изменится при этом сила притяжения пластин друг к другу, если конденсатор заряжен и отключен от источника тока?

- А) уменьшится в  $\epsilon$  раз      В) увеличится в  $\epsilon$  раз      С) не изменится  
Д) уменьшится в  $\epsilon^2$  раз      Е) увеличится в  $\epsilon^2$  раз

230. Плоский воздушный конденсатор заряжен до некоторой разности потенциалов. В конденсатор поместили диэлектрическую пластинку, заполняющую все пространство между обкладками. После этого для восстановления прежней разности потенциалов пришлось увеличить заряд пластины в три раза. Определите диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  пластинки.

- А) 2      В) 3      С)  $\sqrt{3}$       Д) 9      Е) верного ответа нет

231. Плоский воздушный конденсатор заряжен и отключен от источника. Какова толщина  $L$  плоской стеклянной пластинки, которую нужно ввести в зазор, чтобы разность потенциалов уменьшилась в  $n$  раз? Диэлектрическая проницаемость стекла  $\epsilon$ . Ширина зазора между обкладками  $d$  ( $d > L$ ).

А)  $d \frac{n+1}{n} \frac{\epsilon}{\epsilon+1}$    В)  $d \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \frac{n+1}{n}$    С)  $d \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \frac{n-1}{n}$    Д)  $d \frac{\epsilon}{\epsilon+1} \frac{n-1}{n}$    Е)  $d \frac{n}{n-1} \frac{\epsilon-1}{\epsilon}$

232. Парафиновая пластинка заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина  $\epsilon$ . Емкость конденсатора с парафином равна  $C$ , его заряд  $q$ . Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пластинку из конденсатора?

А)  $\frac{q^2(\epsilon-1)}{2C}$    В)  $\frac{q^2(\epsilon+1)}{2C}$    С)  $\frac{q^2}{2C(\epsilon-1)}$    Д)  $\frac{q^2}{2C(\epsilon+1)}$    Е)  $\frac{q^2}{2C\epsilon}$

233. Плоский воздушный ( $\epsilon=1$ ) конденсатор с площадью пластины  $S=500 \text{ см}^2$  подключен к батарее с ЭДС  $E=300 \text{ В}$ . Определите работу внешних сил по раздвижению пластин от  $d_1=1 \text{ см}$  до  $d_2=3 \text{ см}$ , если пластины в процессе раздвигания остаются подключенными к батарее. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

А) 1,13 мкДж   В) 1,23 мкДж   С) 1,33 мкДж   Д) 1,43 мкДж   Е) 1,53 мкДж

234. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено стеклом с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ . Расстояние между обкладками  $d=2 \text{ мм}$ . Конденсатор заряжен до напряжения  $U=200 \text{ В}$ . Найдите поверхностную плотность зарядов  $\sigma$  на обкладках конденсатора. Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

А) 9,3 мкКл/м<sup>2</sup>   В) 8,3 мкКл/м<sup>2</sup>   С) 7,3 мкКл/м<sup>2</sup>   Д) 6,3 мкКл/м<sup>2</sup>   Е) 5,3 мкКл/м<sup>2</sup>

235. Плоский воздушный конденсатор, площадь пластины которого равна  $S$ , заряжен до разности потенциалов  $U$ . Напряженность поля в конденсаторе  $E$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Определите поверхностную плотность заряда на пластинах.

А)  $\frac{\epsilon_0 ES}{2}$    В)  $\frac{\epsilon_0 ESU}{2}$    С)  $\epsilon_0 E$    Д)  $\frac{\epsilon_0 E^2 S}{2}$    Е)  $\frac{\epsilon_0 E^2}{2U}$

236. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d=0,5 \text{ мм}$ . Конденсатор зарядили до разности потенциалов  $U=10 \text{ В}$  и отключили от источника. Какова будет разность потенциалов, если пластины раздвинуть на  $2,0 \text{ мм}$ ? Полагайте, что размеры обкладок значительно больше расстояния между ними.

- A) 35 В      B) 40 В      C) 45 В      D) 50 В      E) 55 В

237. Между горизонтальными пластинами плоского воздушного конденсатора, к которому приложено напряжение 500 В, находится во взвешенном состоянии пылинка массой  $10^{-7}$  г. Расстояние между пластинами 5 см. Определите заряд пылинки, если ускорение силы тяжести  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

- A)  $1 \cdot 10^{-9}$  Кл    B)  $1 \cdot 10^{-10}$  Кл    C)  $1 \cdot 10^{-11}$  Кл    D)  $1 \cdot 10^{-12}$  Кл    E)  $1 \cdot 10^{-13}$  Кл

238. Два заряда  $q_1=600$  нКл и  $q_2=-200$  нКл расположены в керосине на расстоянии 0,4 м друг от друга. Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на середине отрезка прямой, соединяющего центры зарядов. Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon=2$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- A) 15 кВ/м    B) 30 кВ/м    C) 45 кВ/м    D) 60 кВ/м    E) 90 кВ/м

239. Конденсатор заряжен до разности потенциалов  $U$  и отключен от источника напряжения. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если при его удалении из конденсатора, разность потенциалов между пластинами конденсатора возрастает в пять раз.

- A) 5      B) 3      C) 6      D) 2,5      E) 10

240. Плоский воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Как изменится энергия электрического поля конденсатора при уменьшении расстояния между его пластинами в 2 раза?

- A) увеличится в 2 раза    B) увеличится в 4 раза    C) не изменится  
D) уменьшится в 4 раза    E) уменьшится в 2 раза

241. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов  $U$  и отключен от источника тока. Если расстояние между обкладками конденсатора увеличить в  $n$  раз, то разность потенциалов станет равной:

- A)  $U$     B)  $nU$     C)  $U/n$     D)  $(n - 1) U$     E)  $n^2U$

242. Плоский конденсатор с размером пластин  $25 \cdot 25 \text{ см}^2$  и расстоянием между ними  $d_1=0,5$  мм заряжен до разности потенциалов  $U_1=10$  В и отключен от источника. Какова будет разность потенциалов  $U_2$ , если пластины раздвинуть до расстояния  $d_2=5$  мм?

- A) 120 В    B) 100 В    C) 80 В    D) 60 В    E) 40 В

243. Частица, имеющая заряд  $q$ , разгоняется до энергии  $W$  и влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Заряд конденсатора  $Q$ , емкость  $C$ , расстояние между пластинами  $d$ . Первоначально частица находится на

одинаковом расстоянии от пластин. Какой минимальной длины должна быть каждая пластина, чтобы частица упала на ее поверхность?

- А)  $2d\sqrt{\frac{WC}{qQ}}$     В)  $\frac{d}{2}\sqrt{\frac{WC}{qQ}}$     С)  $d\sqrt{\frac{WC}{2qQ}}$     Д)  $d\sqrt{\frac{WC}{qQ}}$     Е)  $d\sqrt{\frac{2WC}{qQ}}$

244. К плоскому воздушному конденсатору, площадь пластин которого  $60 \text{ см}^2$ , приложено напряжение  $90 \text{ В}$ , при этом заряд конденсатора оказался равным  $1 \text{ нКл}$ . Определите емкость конденсатора.

- А)  $11 \text{ пФ}$     В)  $13 \text{ пФ}$     С)  $15 \text{ пФ}$     Д)  $17 \text{ пФ}$     Е)  $19 \text{ пФ}$

245. Конденсатор емкостью  $1 \text{ мФ}$  при напряжении  $1,2 \text{ кВ}$  применяют для импульсной контактной сварки медной проволоки. Найдите среднюю полезную мощность разряда, если он длится  $1 \text{ мкс}$ . КПД установки  $4 \%$ .

- А)  $28,8 \text{ МВт}$     В)  $21,6 \text{ МВт}$     С)  $14,4 \text{ МВт}$     Д)  $10,8 \text{ МВт}$     Е)  $7,2 \text{ МВт}$

246. При замыкании источника тока на внешнее сопротивление  $4 \text{ Ом}$  в цепи протекает ток  $0,3 \text{ А}$ , а при замыкании на сопротивление  $7 \text{ Ом}$  протекает ток  $0,2 \text{ А}$ . Определите ток короткого замыкания этого источника.

- А)  $1,2 \text{ А}$     В)  $2,1 \text{ А}$     С)  $0,5 \text{ А}$     Д)  $1,6 \text{ А}$     Е)  $0,9 \text{ А}$

247. Два проводника, соединенные последовательно, имеют сопротивление в  $6,25$  раза большее, чем при их параллельном соединении. Найдите во сколько раз сопротивление одного проводника больше сопротивления другого.

- А)  $8$     В)  $2$     С)  $3$     Д)  $4$     Е)  $5$

248. Два резистора, сопротивления которых отличаются в  $n=4,8$  раза, включают в цепь постоянного тока при неизменном напряжении в цепи один раз последовательно, а другой – параллельно. Каково отношение  $\frac{P_2}{P_1}$  тепловых мощностей, выделяющихся на резисторах во втором ( $P_2$ ) и в первом ( $P_1$ ) случаях?

- А)  $3$     В)  $4$     С)  $5$     Д)  $6$     Е)  $7$

249. Сопротивления  $R_1=300 \text{ Ом}$  и  $R_2=100 \text{ Ом}$  включены последовательно в сеть. Какое количество теплоты  $Q_1$  выделилось на первом сопротивлении, если на втором за это же время выделилось  $Q_2=60 \text{ кДж}$ ?

- А)  $20 \text{ кДж}$     В)  $30 \text{ кДж}$     С)  $60 \text{ кДж}$     Д)  $120 \text{ кДж}$     Е)  $180 \text{ кДж}$

250. Во сколько раз увеличится сила тока, протекающего по проводнику, если напряжение на концах проводника увеличить в  $2$  раза, а длину проводника уменьшить в  $4$  раза?

- А) 2 раза      В) 4 раза      С)  $\sqrt{2}$  раз      Д) 8 раз      Е) 16 раз

251. К источнику с внутренним сопротивлением  $r$  подключено сопротивление  $R = r$ . Затем последовательно подключено второе такое же сопротивление. Во сколько раз изменится тепловая мощность, выделяющаяся в сопротивлении  $R$ , после подключения второго сопротивления?

- А) уменьшится в  $3/2$  раза  
В) увеличится в  $3/2$  раза  
С) не изменится  
Д) увеличится в  $9/4$  раза  
Е) уменьшится в  $9/4$  раза

252. Какое количество теплоты выделится за 1 мин в электрической плитке с активным сопротивлением 30 Ом, если плитка включена в сеть переменного тока, напряжение которого, измеренное в вольтах, изменяется со временем по закону  $U=180 \sin \omega t$ ?

- А) 28,4 кДж      В) 30,4 кДж      С) 32,4 кДж      Д) 36,4 кДж      Е) 39,4 кДж

253. Каково сопротивление  $R$  отрезка медного провода диаметром  $d=2$  мм, если его масса  $m=0,89$  кг? Плотность меди  $\tau=8,9$  г/см<sup>3</sup>, ее удельное сопротивление  $\rho=0,017 \cdot 10^{-4}$  Ом·см.

- А) 0,17 Ом      В) 0,34 Ом      С) 1,7 Ом      Д) 3,4 Ом      Е) 0,85 Ом

254. Аккумулятор замыкается внешней цепью: один раз – с сопротивлением  $R_1=2$  Ом, другой раз  $R_2=8$  Ом. При какой величине внутреннего сопротивления аккумулятора количество теплоты, выделяющейся во внешней цепи в единицу времени, будет одинаковым в обоих случаях?

- А) 2 Ом      В) 10 Ом      С) 5 Ом      Д) 8 Ом      Е) 4 Ом

255. Если сечение проводника уменьшить в два раза, оставив неизменным его длину и разность потенциалов на его концах, то мощность, выделяющаяся в проводнике:

- А) увеличится в 4 раза      В) уменьшится 4 раза      С) увеличится в  $\sqrt{2}$  раза  
Д) уменьшится в 2 раза      Е) увеличится в 2 раза

256. Если два одинаковых сопротивления подключают к источнику постоянной ЭДС сначала последовательно, а затем параллельно, и в обоих случаях тепловая мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова, то отношение силы токов, протекающих в цепи в 1-м и во 2-м случае  $\frac{I_1}{I_2}$ , равно:

А) 0,50      В) 0,10      С) 0,75      Д) 0,25      Е) 0,05

257. Определите силу тока в обмотке двигателя электропоезда, развивающего силу тяги 6 кН, если напряжение, подводимое к двигателю, равно 600 В и поезд движется со скоростью 72 км/ч. КПД двигателя равен 80 %.

А) 75 А      В) 125 А      С) 200 А      Д) 250 А      Е) 300 А

258. Две нагревательные спирали сопротивлением  $R=100$  Ом каждая включены параллельно в сеть с напряжением  $U=200$  В. Какова электрическая мощность одной спирали?

А) 400 Вт      В) 200 Вт      С) 800 Вт      Д) 100 Вт      Е) 500 Вт

259. Напряжение на зажимах генератора 36 В, а сопротивление внешней цепи в 9 раз больше внутреннего сопротивления. Какова ЭДС генератора?

А) 60 В      В) 42 В      С) 54 В      Д) 40 В      Е) 48 В

260. Две лампочки имеют одинаковые мощности. Первая лампочка рассчитана на напряжение 127 В, а вторая на 220 В. Отношение сопротивления второй лампочки к сопротивлению первой лампочки равно:

А) 1,73      В) 2,00      С) 3,00      Д) 3,46      Е) 4,00

261. Найдите кинетическую энергию  $W_k$  протона, движущегося по дуге окружности радиусом  $r=60$  см в магнитном поле с индукцией  $B=1$  Тл. Масса протона  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, его заряд  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

А) 14,2 МэВ      В) 15,2 МэВ      С) 16,2 МэВ      Д) 17,2 МэВ      Е) 18,2 МэВ

262. Заряженная частица движется со скоростью  $V$  в вакууме в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ . Чему будет равен радиус окружности при скорости частицы  $2V$  и индукции поля  $2B$ ?

А)  $4R$       В)  $\frac{1}{4}R$       С)  $\frac{1}{2}R$       Д)  $2R$       Е)  $R$

263. Прямолинейный проводник длиной 0,5 м находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл. Проводник расположен под углом  $30^\circ$  к вектору  $\vec{B}$  индукции магнитного поля. Чему равна сила Ампера, действующая на проводник со стороны магнитного поля при силе тока в проводнике 4 А?

А) 0,4 Н      В) 0,2 Н      С)  $0,2\sqrt{2}$  Н      Д)  $0,4\sqrt{3}$  Н      Е)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  Н

264. Частица, имеющая заряд  $q=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, движется в однородном магнитном поле индукцией  $B$  по круговой орбите радиусом  $R=3 \cdot 10^{-4}$  м. Значение импульса частицы равно  $p=2,4 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. Чему равна индукция  $B$  магнитного поля?

- А) 4 Тл      В) 5 Тл      С) 2,5 Тл      Д) 2 Тл      Е) 0,4 Тл

265. Если заряженная частица, имеющая импульс  $p$ , движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиуса  $R$ , то заряд этой частицы равен ...

- А)  $pB2\pi R$       В)  $pBR$       С)  $\frac{p}{BR}$       Д)  $\frac{p}{B2\pi R}$       Е)  $pB\pi R^2$

266. В соленоиде длиной 30 см имеется 3 000 витков. Диаметр одного витка 5 см. Определите индукцию магнитного поля внутри соленоида при силе тока в нем 1,5 А. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А) 12 мТл      В) 15 мТл      С) 19 мТл      Д) 24 мТл      Е) 31 мТл

267. Как выражается единица индуктивности в системе СИ через единицы напряжения, силы тока и времени?

- А)  $\frac{В \cdot А}{с}$       В)  $\frac{В \cdot с}{А^2}$       С)  $\frac{А}{В \cdot с}$       Д)  $\frac{В \cdot с}{А}$       Е)  $\frac{А \cdot с}{В}$

268. Вектор индукции однородного магнитного поля направлен вертикально вверх. Как будет двигаться в вакууме электрон, вектор скорости которого перпендикулярен вектору магнитной индукции? Влияние силы тяжести не учитывайте.

- А) Равномерно прямолинейно  
 В) Равномерно по окружности в горизонтальной плоскости, против часовой стрелки при взгляде по направлению вектора индукции  
 С) Равномерно по окружности в горизонтальной плоскости, по часовой стрелке при взгляде по направлению вектора индукции  
 Д) По спирали к центру в горизонтальной плоскости  
 Е) По спирали от центра в горизонтальной плоскости.

269. По кольцу из медной проволоки с площадью поперечного сечения  $1 \text{ мм}^2$  протекает ток 10 А. К концам кольца приложена разность потенциалов 100 мВ. Найдите индукцию магнитного поля в центре кольца. Магнитная постоянная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Удельное сопротивление меди  $1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

- А) 57 мкТл      В) 67 мкТл      С) 77 мкТл      Д) 87 мкТл      Е) 97 мкТл



270. Протон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинает двигаться по окружности. Как изменится частота вращения протона, если величину индукции магнитного поля уменьшить в 2 раза?

- А) уменьшится в 2 раза    В) увеличится в 2 раза    С) не изменится  
Д) уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз    Е) увеличится в  $\sqrt{2}$  раз

271. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом  $R_1=2$  см, прошла через металлическую фольгу, расположенную на ее пути. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным  $R_2=1$  см. Определите относительное изменение энергии частицы  $\eta$ .

- А)  $-0,25$     В)  $-0,40$     С)  $-0,50$     Д)  $-0,75$     Е)  $-0,80$

272. В магнитном поле с индукцией  $B$  поместили две разноименно заряженные параллельные металлические пластины, расстояние между которыми равно  $d$ . Поток электронов между пластинами движется со скоростью  $v$  прямолинейно параллельно плоскости пластин. Векторы  $\vec{v}, \vec{E}, \vec{B}$  взаимно перпендикулярны. Какова разность потенциалов между пластинами?

- А)  $\frac{Bv}{d}$     В)  $Bvd$     С)  $Bvd^2$     Д)  $Bv$     Е)  $\frac{vd}{B}$

273. Какой формулой определяется модуль индукции магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником на расстоянии  $R$  от него?

- А)  $\mu_0 \frac{I}{2\pi R}$     В)  $\mu_0 \frac{I}{2R}$     С)  $\mu_0 nI$     Д)  $\frac{1}{2} \mu_0 nI$     Е)  $\mu_0 \frac{IL}{4\pi R^2} \sin \alpha$

274. Прямой провод длиной  $L=20$  см с током  $I=5$  А, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,1$  Тл, расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите работу сил поля, под действием которых проводник переместился на 2 см.

- А) 1 мДж    В) 1,5 мДж    С) 2 мДж    Д) 3 мДж    Е) 4 мДж

275. По длинному соленоиду с немагнитным сердечником ( $\mu=1$ ) сечением  $S=5$  см<sup>2</sup>, содержащему  $N=1$  200 витков, течет ток силой  $I=2$  А. Индукция магнитного поля в центре соленоида  $B=10$  мТл. Определите его индуктивность.

- А) 1 мГн    В) 2 мГн    С) 3 мГн    Д) 4 мГн    Е) 5 мГн

276. Катушка без сердечника длиной  $l=50$  см содержит  $N=200$  витков. По катушке течет ток  $I=1$  А. Определите объемную плотность энергии магнитного поля внутри катушки. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А)  $0,5 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       В)  $0,4 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       С)  $0,3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       Д)  $0,2 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$       Е)  $0,1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$

277. Металлический диск радиусом  $r=10$  см, расположенный перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1$  Тл, вращается вокруг оси, проходящей через центр, с частотой  $\nu=100$  с<sup>-1</sup>. Два скользящих контакта (один на оси диска, другой – на окружности) соединяют диск с реостатом сопротивлением  $R=5$  Ом. Чему равна тепловая мощность, выделяемая на реостате?

- А) 0,5 Вт      В) 1 Вт      С) 2 Вт      Д) 4 Вт      Е) 5 Вт

278. Определите магнитный поток через площадь поперечного сечения катушки (без сердечника), имеющей на каждом сантиметре длины  $n=8$  витков. Радиус соленоида  $r=2$  см, а сила тока в нем  $I=2$  А. Магнитная постоянная  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

- А) 1,53 мкВб      В) 2,53 мкВб      С) 3,53 мкВб      Д) 4,53 мкВб      Е) 5,53 мкВб

279. По двум направляющим параллельным проводникам, расстояние между которыми  $L=15$  см, движется с постоянной скоростью  $V=0,6$  м/с перемычка перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B=1$  Тл. В замкнутую цепь включен резистор сопротивлением  $R=2$  Ом. Определите силу индукционного тока  $I$  в цепи.

- А) 45 мА      В) 50 мА      С) 60 мА      Д) 75 мА      Е) 80 мА

280. Какую силу нужно приложить к металлической перемычке для равномерного ее перемещения со скоростью 8 м/с по двум параллельным проводникам (рельсам), расположенным на расстоянии 25 см друг от друга в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл? Вектор индукции перпендикулярен плоскости, в которой расположены рельсы. Проводники замкнуты резистором с электрическим сопротивлением 2 Ом.

- А) 200 Н      В) 2 Н      С) 4 Н      Д) 1 Н      Е) 400 Н

281. Самолет летит горизонтально со скоростью  $v=900$  км/ч. Найдите разность потенциалов, возникающую между концами крыльев самолета, если вертикальная составляющая индукции земного магнитного поля  $B=0,5$  мкТл и размах крыльев самолета  $l=12$  м.

- А) 3,5 мВ      В) 3 мВ      С) 2,5 мВ      Д) 2 мВ      Е) 1,5 мВ

282. Сколько витков имеет рамка площадью сечения  $S=500 \text{ см}^2$ , если при вращении ее с частотой  $\nu=20 \text{ с}^{-1}$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B=100 \text{ мТл}$  амплитудное значение ЭДС  $E_0=63 \text{ В}$ ?

- А) 60      В) 80      С) 90      Д) 100      Е) 120

283. Проволочная рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B=0,06 \text{ Тл}$ , направление линий индукции этого поля составляет угол  $\alpha=30^\circ$  с перпендикуляром к плоскости рамки. Если при равномерном уменьшении индукции до нуля за время  $\Delta t=0,03 \text{ с}$  в рамке индуцируется ЭДС  $30 \text{ мВ}$ , то длина стороны рамки равна:

- А) 0,2 м      В) 0,15 м      С) 0,1 м      Д) 0,05 м      Е) 0,025 м

284. Медное кольцо, площадь которого  $0,08 \text{ м}^2$ , а сопротивление  $4 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$ , помещено в однородное магнитное поле так, что плоскость кольца перпендикулярна линиям индукции поля. Какое количество теплоты выделится в кольце за  $0,1 \text{ с}$ , если индукция магнитного поля убывает со скоростью  $0,01 \text{ Тл/с}$ ?

- А) 8 мкДж      В) 16 мкДж      С) 32 мкДж      Д) 36 мкДж      Е) 64 мкДж

285. Явление электромагнитной индукции послужило основой для создания...

- А) электродвигателя  
В) электромагнита  
С) лазера  
Д) генератора электрического тока  
Е) транзистора

286. Два металлических стержня расположены вертикально и замкнуты сверху проводником. По этим стержням без трения и нарушения контакта скользит перемычка длиной  $L=5 \text{ см}$  и массой  $m=10 \text{ г}$ . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B=1 \text{ Тл}$ , перпендикулярной плоскости рамки. Установившаяся скорость  $\nu=1 \text{ м/с}$ . Найдите сопротивление перемычки. Сопротивлением стержней и провода пренебрегайте. Ускорение свободного падения  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

- А)  $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$       В)  $25 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$       С)  $5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$       Д)  $50 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$       Е)  $12,5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$

287. Магнитная индукция поля между полюсами двухполюсного генератора равна  $1 \text{ Тл}$ . Ротор имеет  $N=140$  витков площадью  $S=500 \text{ см}^2$  каждый виток. Определите частоту вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции равно  $220 \text{ В}$ .

- А) 50 об/с      В) 40 об/с      С) 20 об/с      Д) 10 об/с      Е) 5 об/с

288. В однородном магнитном поле с индукцией  $B$  с постоянной скоростью  $v$  движется металлический шарик радиусом  $r$ . Определите максимальную разность потенциалов  $\Delta\varphi_{\max}$  между точками на поверхности шарика. Угол между направлениями скорости  $\vec{v}$  и индукции  $\vec{B}$  равен  $\alpha$ . Заряд электрона равен  $e$ .

- А)  $\frac{2vB}{r} \sin\alpha$     В)  $\frac{2evB}{r} \sin\alpha$     С)  $\frac{2vBr}{e} \sin\alpha$     Д)  $2vBrsin\alpha$     Е)  $2evBrsin\alpha$

289. Квадратная рамка со стороной  $a=10$  см помещена в однородное магнитное поле. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями индукции магнитного поля угол  $\alpha=60^\circ$ . Найдите магнитную индукцию  $B$  этого поля, если в рамке при выключении поля в течение времени  $\Delta t=10$  мс индуцируется ЭДС  $E=50$  мВ.

- А) 25 мТл    В) 50 мТл    С) 100 мТл    Д) 200 мТл    Е) 400 мТл

290. Прямоугольная рамка площадью  $500 \text{ см}^2$ , состоящая из 238 витков провода, равномерно вращается в однородном магнитном поле вокруг оси, проходящей через ее центр параллельно одной из ее сторон с частотой 10 об/с. При этом в рамке индуцируется ЭДС, максимальное значение которой 150 В. Найдите индукцию магнитного поля.

- А) 0,15 Тл    В) 0,2 Тл    С) 0,25 Тл    Д) 0,3 Тл    Е) 0,35 Тл

291. В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы электрического тока в катушке индуктивности  $I_0=5$  мА, а амплитуда напряжения на конденсаторе  $U_0=2$  В. В момент времени  $t$  сила тока в катушке  $I=3$  мА. Найдите напряжение на конденсаторе в этот момент.

- А) 1,8 В    В) 1,6 В    С) 1,4 В    Д) 1,2 В    Е) 1 В

292. Энергия свободных незатухающих колебаний, происходящих в колебательном контуре, составляет 0,2 мДж. При медленном раздвигании пластин конденсатора частота колебаний увеличилась в  $n=2$  раза. Определите работу, совершенную против сил электрического поля.

- А) 0,4 мДж    В) 0,8 мДж    С) 0,1 мДж    Д) 0,05 мДж    Е) 0,6 мДж

293. Во сколько раз изменится частота собственных колебаний контура, если между пластинами воздушного конденсатора, входящего в контур, внести пластину из диэлектрика ( $\epsilon=4$ ), толщина которой вдвое меньше расстояния между пластинами конденсатора?

- А) 0,58    В) 0,65    С) 0,72    Д) 0,79    Е) 0,86

294. В электрической цепи переменного тока соединены последовательно резистор с активным сопротивлением 4 Ом, идеальная катушка с индуктивным сопротивлением 2 Ом и идеальный конденсатор с емкостным сопротивлением 1 Ом. Какая мощность выделяется в электрической цепи при амплитудном значении силы тока 2 А?

- А) 10 Вт      В) 4 Вт      С) 20 Вт      Д) 16 Вт      Е) 8 Вт

295. Катушка индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 м<sup>2</sup> и расстоянием между ними 0,1 мм. Найдите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на частоту 400 кГц. Электрическая постоянная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

- А) 3      В) 4      С) 5      Д) 6      Е) 7

296. В цепи переменного тока с циклической частотой  $\omega$  последовательно соединены резистор сопротивлением R, катушка индуктивностью L и конденсатор емкостью C. Действующее значение силы тока в цепи I. По какой формуле следует рассчитывать количество теплоты, выделившейся в конденсаторе за время  $t \gg T$ ; ( $T = \frac{2\pi}{\omega}$ )?

- А)  $Q=I^2Rt$     В)  $Q=I^2\omega Lt$     С)  $Q=\frac{I^2}{\omega C}t$     Д)  $Q=0$     Е)  $Q=I^2 \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} t$

297. Определите период колебаний переменного тока, для которого конденсатор емкостью 2 мкФ представляет сопротивление 8 Ом.

- А)  $0,5 \cdot 10^{-4}$  с    В)  $1 \cdot 10^{-4}$  с    С)  $2 \cdot 10^{-4}$  с    Д)  $4 \cdot 10^{-4}$  с    Е)  $8 \cdot 10^{-4}$  с

298. В сеть переменного тока с действующим напряжением 110 В включены последовательно конденсатор емкостью 50 мкФ, катушка индуктивностью 200 мГн и активным сопротивлением 4 Ом. Определите амплитуду силы тока в цепи, если частота переменного тока 100 Гц.

- А) 1,96 А    В) 1,86 А    С) 1,76 А    Д) 1,66 А    Е) 1,56 А

299. Во сколько раз уменьшится энергия заряженного конденсатора через 1/8 периода свободных электрических колебаний в контуре после подключения его к катушке? Потерями пренебрегайте.

- А) в 2 раза    В) в  $2\sqrt{2}$  раза    С) в 4 раза    Д) в 8 раз    Е) в 64 раза

300. В цепь переменного тока включены последовательно активная нагрузка сопротивлением 3 Ом, катушка с индуктивным сопротивлением 2 Ом и кон-

денсатор с емкостным сопротивлением 6 Ом. Каково полное сопротивление электрической цепи?

- А) 11 Ом    В) 7 Ом    С) 5 Ом    Д) 1 Ом    Е)  $\sqrt{41}$  Ом

## Глава 12 Примеры решения задач

1. На шелковых нитях длиной  $l = 50$  см подвешены в одной точке в воздухе два одинаково заряженных шарика массами  $m = 0,8$  г каждый. Сколько избыточных электронов надо сообщить каждому шарiku, чтобы нити подвеса шариков разошлись на угол  $\alpha = 60^\circ$ ? Элементарный заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Ускорение силы тяжести  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. Диэлектрическая проницаемость воздуха  $\epsilon = 1$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Дано:  $l = 0,5$  м;  $m = 0,8 \cdot 10^{-3}$  кг;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл;  
 $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;  $\epsilon = 1$ ;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $\alpha = 60^\circ$ .  
 N—?

**Решение.** На каждый шарик действуют силы:  $m\vec{g}$  — сила тяжести,  $\vec{T}$  — сила натяжения нити,  $\vec{F}_3$  — сила электрического (кулоновского) отталкивания шариков (см. рисунок). Так как шарики находятся в равновесии, то условие равновесия любого из шариков записывается в виде:

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_3 = 0,$$

т.е. векторная сумма сил, действующих на шарик, равна нулю. Распишем это векторное уравнение в проекциях по осям координат  $Ox$ ,  $Oy$ :

$$F_3 - T \sin \frac{\alpha}{2} = 0; \quad T \cos \frac{\alpha}{2} - mg = 0,$$

Или

$$T \sin \frac{\alpha}{2} = F_3; \quad T \cos \frac{\alpha}{2} = mg.$$

Поделив почленно уравнения в последней системе, друг на друга, имеем:

$$\frac{F_3}{mg} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \text{или} \quad F_3 = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

В последнее уравнение подставим выражение для  $F_3$ , следующее из закона Кулона:

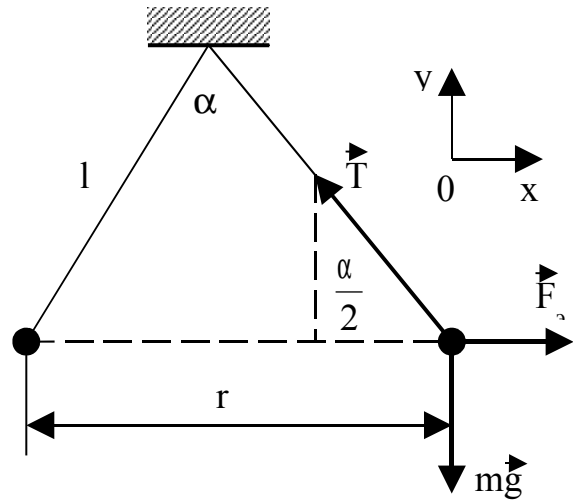
$$F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}, \quad \text{где} \quad r = 2l \sin \frac{\alpha}{2},$$

т.е.

$$F_3 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Итак,

$$F_3 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$



Заряд каждого шарика  $q$  складывается из зарядов избыточных электронов, так как создается их совокупностью, т.е.  $q = Ne$ , где  $N$  – число избыточных электронов. Подстановка выражения для  $q$  в предыдущее уравнение дает:

$$\frac{N^2 e^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

откуда находим

$$\begin{aligned} N &= \frac{4l}{e} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\pi\epsilon\epsilon_0 mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \\ &= \frac{4 \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19}} \sin 30^\circ \sqrt{\pi \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} = 2,21 \cdot 10^{12}. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $N = 2,21 \cdot 10^{12}$ .

2. Четыре конденсатора  $C_1 = 3$  пФ,  $C_2 = 7$  пФ,  $C_3 = 6$  пФ и  $C_4 = 4$  пФ соединены по схеме, приведенной на рисунке, и подключены к источнику напряжения с ЭДС  $E = 1\,000$  В. Определите показания вольтметра, подключенного между точками А и В схемы.

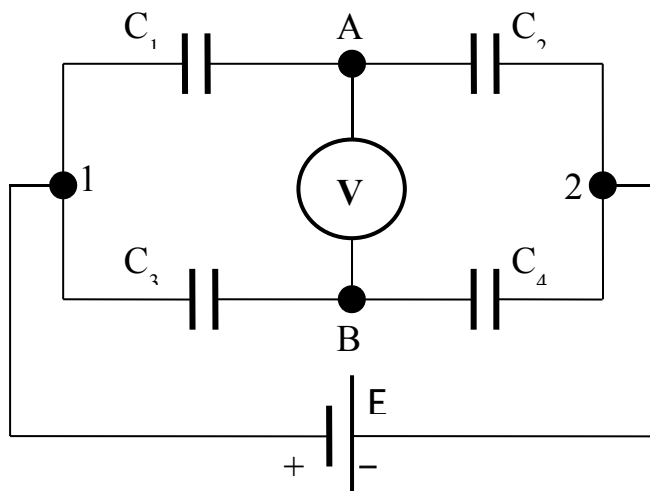
Дано:  $C_1 = 3$  пФ;  $C_2 = 7$  пФ;  $C_3 = 6$  пФ;  $C_4 = 4$  пФ;  $E = 1\,000$  В.

$U_V$  –?

**Решение.** Напряжение  $U$ , поданное на схему (между точками 1 и 2), равно ЭДС источника, т.е.

$$U = U_{12} = E = 1000 \text{ В.}$$

Рассмотрим участок цепи, состоящий из последовательно соединенных конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ , к которой приложено напряжение  $U_{12} = U$ . При последовательном соединении конденсаторов заряды их одинаковы и равны заряду системы из  $C_1$  и  $C_2$ :



$$q_1 = q_2 = q_{12}.$$

Емкость  $C_{12}$  цепи из двух последовательно соединенных конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  найдем из известного соотношения для емкости батареи конденсаторов при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \quad \Rightarrow \quad C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Теперь найдем заряд, ушедший из источника в систему из конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ :

$$q_{12} = C_{12} U_{12} = C_{12} U = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U.$$

Определим напряжение  $U_1$  на конденсаторе  $C_1$ :

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_{12}}{C_1} = \frac{1}{C_1} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U.$$

Повторяя приведенные выше рассуждения для цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсаторов  $C_3$  и  $C_4$ , можно найти напряжение на конденсаторе  $C_3$ :

$$U_3 = \frac{C_4}{C_3 + C_4} U.$$



Напряжение  $U_3$  есть разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_B$  (см. рисунок):

$$U_3 = \varphi_1 - \varphi_B,$$

и, соответственно,

$$U_1 = \varphi_1 - \varphi_A.$$

Вычитая почленно два последних уравнения, имеем:

$$U_3 - U_1 = \varphi_A - \varphi_B.$$

Но  $(\varphi_A - \varphi_B)$  – есть разность потенциалов (напряжение) между точками А и В и будет равно показанию вольтметра, подключенного между этими точками:

$$\begin{aligned} U_V = U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = U_3 - U_1 &= \frac{C_4}{C_3 + C_4} U - \frac{C_2}{C_1 + C_2} U = \\ &= U \left( \frac{C_4}{C_3 + C_4} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) = 1\,000 \left( \frac{4}{6 + 4} - \frac{7}{3 + 7} \right) = -300 \text{ В}. \end{aligned}$$

Знак “–” указывает на то, что  $\varphi_A - \varphi_B < 0$ , т.е.  $\varphi_A < \varphi_B$ .

**Ответ:**  $U_V = -300 \text{ В}$ .

Теперь исследуем случай, когда показание вольтметра будет нулевое, т.е. когда

$$U_V = \varphi_A - \varphi_B = U \left( \frac{C_4}{C_3 + C_4} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) = 0.$$

Поскольку  $U \neq 0$ , то должно быть:

$$\frac{C_4}{C_3 + C_4} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} = 0,$$

откуда находим

$$\frac{C_4}{C_3 + C_4} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}, \quad \text{или} \quad \frac{1}{\frac{C_3}{C_4} + 1} = \frac{1}{\frac{C_1}{C_2} + 1}.$$

Последнее равенство выполняется при выполнении условия:

$$\frac{C_3}{C_4} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Эту пропорцию можно привести к виду

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}.$$

Таким образом, при выполнении соотношений между емкостями приведенной схемы:

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}, \quad \text{или} \quad \frac{C_3}{C_4} = \frac{C_1}{C_2},$$

будет  $\varphi_A - \varphi_B = 0$ , т.е.  $\varphi_A = \varphi_B$ .

В этом случае:

- показания вольтметра, подключенного между точками А и В будут нулевыми, т.е.  $U_V = \varphi_A - \varphi_B = 0$ ;

- подключение между точками А и В приведенной схемы конденсатора любой емкости (также любого резистора) или наличие между этими точками разрыва или перемычки (шунта) никак не повлияет на распределение зарядов и напряжений на конденсаторах  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$ ;

- полученные результаты можно использовать при расчете подобных схем.

3. Аккумулятор с внутренним сопротивлением  $r = 0,08$  Ом при силе тока  $I_1 = 4$  А отдает во внешнюю цепь мощность  $P_1 = 8$  Вт. Какую мощность  $P_2$  он отдает во внешнюю цепь при силе тока  $I_2 = 6$  А?

Дано:  $r = 0,08$  Ом;  $I_1 = 4$  А;  $P_1 = 8$  Вт;  $I_2 = 6$  А.  
 $P_2$  –?

**Решение:** Обозначим через  $E$  – ЭДС источника тока (аккумулятора);  $R_1$  и  $R_2$  – сопротивление нагрузки в первом и во втором случаях, соответственно;  $I_1$  и  $I_2$  – сила тока в цепи в первом и во втором случаях, соответственно.

В первом случае мощность, отдаваемая аккумулятором во внешнюю цепь, равна

$$P_1 = I_1^2 R_1, \quad \text{где} \quad I_1 = \frac{E}{R_1 + r}.$$

Во втором случае сила тока изменилась из-за того, что сопротивление нагрузки изменилось и стало равным, например,  $R_2$ . Тогда мощность, отдаваемая во внешнюю цепь во втором случае, равна:

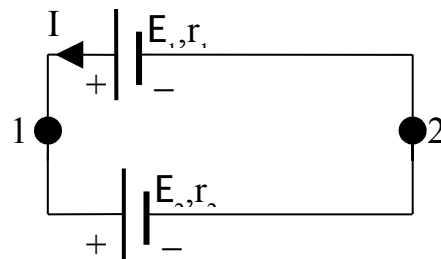
$$P_2 = I_2^2 R_2, \quad \text{где} \quad I_2 = \frac{E}{R_2 + r}.$$

Решая систему из написанных четырех последних уравнений, находим:

$$P_2 = I_2 \left[ \frac{P_1}{I_1} + (I_1 - I_2)r \right] = 6 \left[ \frac{8}{4} + (4 - 6)0,08 \right] = 11,04 \text{ Вт.}$$

**Ответ:**  $P_2 = 11,04 \text{ Вт.}$

4. Два гальванических элемента с ЭДС  $E_1 = 2 \text{ В}$  и  $E_2 = 1,5 \text{ В}$  и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 0,6 \text{ Ом}$  и  $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$ , соответственно, соединены параллельно (см. рисунок). Определите силу тока  $I$  в контуре и разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между точками 1 и 2.



Дано:  $E_1 = 2 \text{ В}; E_2 = 1,5 \text{ В}; r_1 = 0,6 \text{ Ом}; r_2 = 0,4 \text{ Ом.}$

$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$

**Решение:** Согласно второму правилу Кирхгофа

$$E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2),$$

Откуда находим

$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{2 - 1,5}{0,6 + 0,4} = 0,5 \text{ А.}$$

Согласно закону Ома для неоднородного участка цепи

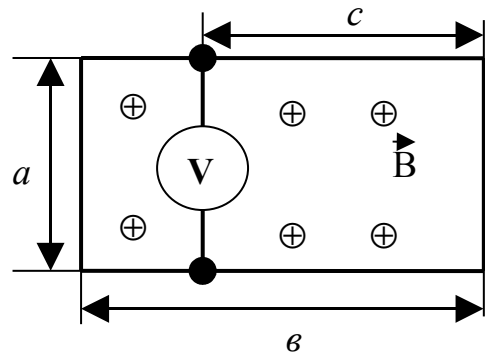
$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_1 - Ir_1 = 2 - 0,5 \cdot 0,6 = 1,7 \text{ В,}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_2 + Ir_2 = 1,5 + 0,5 \cdot 0,4 = 1,7 \text{ В.}$$

**Ответ:**  $\varphi_1 - \varphi_2 = 1,7 \text{ В}$ .

5. Из однородной проволоки, обладающей заметным сопротивлением, сделан прямоугольный контур размером  $a \cdot b$ . Перпендикулярно плоскости контура создается магнитное поле, индукция которого растет со временем по закону  $B = \alpha t$ . На расстоянии  $c$  от одной из сторон  $a$  подключен вольтметр  $V$ , сопротивление которого очень велико (см. рисунок). Какое напряжение  $U$  покажет вольтметр?



Дано:  $a, b, c; B = \alpha t$ .  
 $U - ?$

**Решение:** По основному закону электромагнитной индукции из-за изменения магнитного потока через весь контур возникает ЭДС индукции:

$$|E| = \mathcal{E} = \Phi' = (BS)' = (\alpha t \cdot a \cdot b)' = \alpha a b.$$

По закону Ома определяем силу тока в контуре:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \alpha a b \left( \rho \frac{2(a+b)}{S} \right)^{-1} = \alpha a b \frac{S}{2\rho(a+b)},$$

где  $R$  – сопротивление контура,  $\rho$  - удельное сопротивление проволоки,  $S$  – площадь ее поперечного сечения.

В контуре, образованном вольтметром и участком провода длиной  $c$  и имеющим сопротивление

$$R_1 = \rho \frac{2c + a}{S},$$

создается ЭДС

$$\mathcal{E}_1 = \alpha a c.$$

Согласно закону Ома

$$\mathcal{E}_1 = U + IR_1,$$

откуда находим

$$U = E_1 - IR_1 = \alpha ac - \alpha av \frac{S}{2\rho(a+v)} \rho \frac{2c+a}{S} = \frac{\alpha a^2(2c-v)}{2(a+v)}.$$

**Ответ:**  $U = \frac{\alpha a^2(2c-v)}{2(a+v)}.$

6. Провод из материала плотностью  $\rho$  и сечением  $S$  согнут в виде трех сторон квадрата и прикреплен своими концами к горизонтальной оси, вокруг которой он может вращаться в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B$  (см. рисунок). На какой угол  $\alpha$  от вертикали отклонится плоскость этого контура при прохождении по проводу тока  $I$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

Дано:  $\rho$ ;  $S$ ;  $g$ ;  $B$ ;  $I$ .  
 $\alpha$  —?

**Решение:** Обозначим силы, действующие на согнутый проводник:

- одинаковые силы тяжести  $m\vec{g}$ , приложенные к участкам  $OA$ ,  $AC$ ,  $CO_1$  одинаковой длины, т.е.  $OA=AC=CO_1=l$ ;

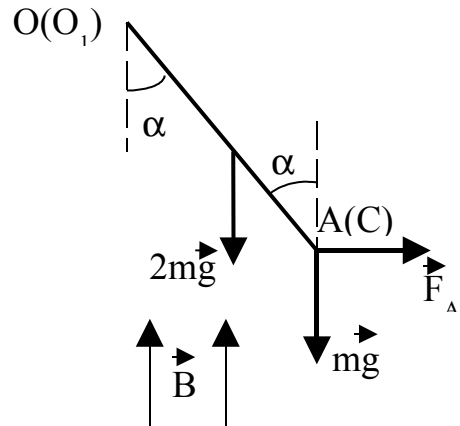
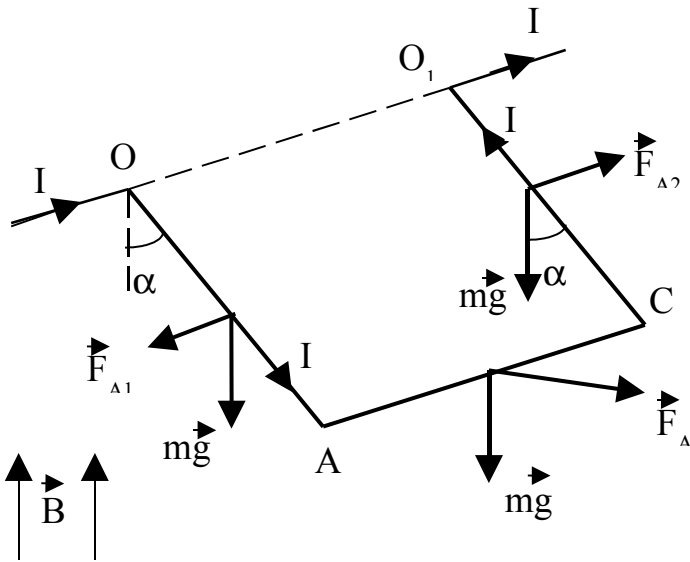
- силу Ампера  $\vec{F}_A$ , действующую на горизонтальный участок  $AC$ ;

- силы Ампера  $\vec{F}_{A1}$  и  $\vec{F}_{A2}$ , действующие на участки  $OA$  и  $CO_1$ .

Направления сил  $\vec{F}_A$ ,  $\vec{F}_{A1}$  и  $\vec{F}_{A2}$  определяем по правилу правого винта (правилу левой руки).

Так как контур находится в равновесии, то сумма моментов всех приложенных к нему сил относительно оси вращения  $OO_1$  равна нулю. Силы  $\vec{F}_{A1}$  и  $\vec{F}_{A2}$  параллельны оси  $OO_1$  и их моменты относительно  $OO_1$  равны нулю. Моменты сил реакции шарниров (на рисунке эти силы не показаны) относительно оси  $OO_1$  также равны нулю. Для остальных сил уравнение моментов сил относительно оси  $OO_1$  запишется так:

$$mglsin\alpha + 2mg\frac{1}{2}sin\alpha - F_A lcos\alpha = 0.$$



Подставляя в это уравнение

$$m = \rho \cdot S \cdot l \quad \text{и} \quad F_A = I \cdot l \cdot B,$$

получаем

$$2\rho \cdot S \cdot l \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha = I \cdot l \cdot B \cdot l \cdot \cos\alpha,$$

откуда находим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{IB}{2\rho Sg}.$$

**Ответ:**  $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{I \cdot B}{2 \cdot \rho \cdot S \cdot g}.$

7. В колебательном контуре к конденсатору параллельно присоединили другой конденсатор вдвое большей емкости, после чего частота колебаний в контуре уменьшилась на  $\Delta\nu = 300$  Гц. Определите первоначальную частоту колебаний в контуре.

Дано:  $\Delta\nu = 300$  Гц;  $C = 2C_1.$

$$\nu_1 - ?$$

**Решение:** напишем выражения для частот  $\nu$  колебаний в контуре в двух случаях:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}, \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}},$$

где емкость  $C_2$  контура во втором случае равна

$$C_2 = C + C_1 = 2C_1 + C_1 = 3C_1,$$

так как во втором случае к конденсатору емкости  $C_1$  присоединяют параллельно конденсатор вдвое большей емкости, т.е. емкости  $2C_1$ .

Согласно условию задачи

$$\begin{aligned} \Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} - \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} - \frac{1}{2\pi\sqrt{L3C_1}} = \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \nu_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \end{aligned}$$

откуда находим

$$\nu_1 = \Delta\nu \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1} = 300 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1} = 710 \text{ Гц.}$$

**Ответ:**  $\nu_1 = 710 \text{ Гц.}$

8. Лампочку для карманного фонаря, рассчитанную на напряжение  $U_0 = 3,5 \text{ В}$  и силу тока  $I_0 = 0,28 \text{ А}$ , соединили последовательно с конденсатором и включили в сеть с эффективным напряжением  $U_3 = 220 \text{ В}$  и частотой  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Какой должна быть емкость  $C$  конденсатора, чтобы лампочка горела нормальным накалом?

Дано:  $U_0 = 3,5 \text{ В}; I_0 = 0,28 \text{ А}; U_{\text{Э}} = 220 \text{ В}; \nu = 50 \text{ Гц}.$   
 $C - ?$

**Решение:** Электрическое сопротивление  $R$  лампочки находим из закона Ома для участка цепи:

$$R = \frac{U_0}{I_0}.$$

Амплитудное значение напряжения  $U_A$  в сети равно

$$U_A = U\sqrt{2}.$$

Нормальный накал лампочки будет в случае, когда сила тока через нее будет равна  $I_0$ . Тогда согласно закону Ома для цепи переменного тока

$$I_0 = \frac{U_A}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{U_0}{I_0}\right)^2 + \frac{1}{(2\pi\nu C)^2}}},$$

откуда находим

$$C = \frac{1}{2\pi\nu} \left( \frac{2U^2}{I_0^2} - \frac{U_0^2}{I_0^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50} \left( \frac{2 \cdot 220^2}{0,28^2} - \frac{3,5^2}{0,28^2} \right)^{-\frac{1}{2}} =$$
$$= 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 2,86 \text{ мкФ}.$$

**Ответ:**  $C = 2,86 \text{ мкФ}.$

9. Катушка длиной  $l = 0,5 \text{ м}$  и площадью поперечного сечения  $S = 10^{-3} \text{ м}^2$  включена в цепь переменного тока частотой  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Число витков катушки  $N = 3\,000$ . Найдите сопротивление  $R$  катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током  $\varphi = 60^\circ$ . Магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

Дано:  $l = 0,5 \text{ м}; S = 10^{-3} \text{ м}^2; \nu = 50 \text{ Гц}; N = 3\,000; \varphi = 60^\circ; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$



R –?

**Решение:** Сдвиг фаз  $\varphi$  между напряжением и током в данной задаче определяется из выражения:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi \nu L}{R},$$

где

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S,$$

– индуктивность катушки индуктивности.

Подстановка соотношения для  $L$  в выражение для  $\operatorname{tg}\varphi$  дает:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\pi \nu L}{R} = \frac{2\pi \nu \mu_0 N^2 S}{Rl},$$

откуда находим

$$R = \frac{2\pi \nu \mu_0 N^2 S}{l \operatorname{tg}\varphi} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3000^2 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot \operatorname{tg}60^\circ} = 4,1 \text{ Ом.}$$

**Ответ:** R = 4,1 Ом.

### Литература, рекомендуемая для изучения физики

1 Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова.–М.: Высшая школа, 2004.–544 с.

2 Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.–М.: Наука, 1988.

Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.–496 с.

3 **Детлаф, А.А.** Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский.–М.: Высшая школа, 2000.–718 с.

4 **Савельев, И.В.** Курс общей физики: учебное пособие для вузов в 5 кн. / И.В. Савельев.–М.: Астрель, АСТ, 2003.

Кн.2: Электричество и магнетизм.–336 с.

5 **Яворский, Б.М.** Справочное руководство по физике / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев.–М.: Наука, 1989.–576 с.

6 **Савельев, И.В.** Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев.–М.: Наука, 1988.–288 с.

7 **Трофимова, Т.И.** Сборник задач по курсу физики с решениями / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова.–М.: Высшая школа, 2003.–591 с.

### **Список использованных источников**

1 **Трофимова, Т.И.** Курс физики / Т.И. Трофимова.–М.: Высшая школа, 2004.–544 с.

2 **Савельев, И.В.** Курс общей физики: учебное пособие для вузов в 5 кн. / И.В. Савельев.–М.: Астрель, АСТ, 2003.

Кн.2: Электричество и магнетизм.–336 с.

3 **Иродов, И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы / И.Е. Иродов.–М.: Лаборатория Базовых знаний, 2001.–352 с.

4 **Савельев, И.В.** Курс общей физики / И.В. Савельев.–М.: Наука, 1988.

Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.–496 с.

5 **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики: учебное пособие для вузов в 5 т. / Д.В. Сивухин.–М.: ФИЗМАТЛИТ МФТИ, 2002.

Т.3: Электричество.–656 с.

6 **Калашников, С.Г.** Электричество / С.Г. Калашников.–М.: Наука, 1977.–592 с.

7 **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А.М. Прохоров.–М.: Советская энциклопедия, 1988.

Т.1: Ааронова – Бома эффект – Длинные линии.–704 с.

8 **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А.М. Прохоров.–М.: Советская энциклопедия, 1990.

Т.2: Добротность – Магнитооптика.–703 с.

9 **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А.М. Прохоров.–М.: Большая Российская энциклопедия, 1992.

Т.3: Магнитоплазменный – Пойнтинга теорема.–672 с.

10 **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А.М. Прохоров.–М.: Большая Российская энциклопедия, 1994.

Т.4: Пойнтинга – Робертсона – Стримеры.–704 с.

11 **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А.М. Прохоров.–М.: Большая Российская энциклопедия, 1998.

Т.5: Стробоскопические приборы – Яркость.–760 с.

12 **Савельев, И.В.** Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев.–М.: Наука, 1988.–288 с.

13 **Иродов, И.Е.** Задачи по общей физике / И.Е. Иродов.–М.: Лаборатория Базовых знаний, 2001.–432 с.

## Приложение А

(справочное)

### Основные физические константы

Скорость света в вакууме	$c=2,9979 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G=6,67 \cdot 10^{-11}$ Н· м <sup>2</sup> /кг <sup>2</sup>

Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_{\mu}=22,414$	$\frac{\text{л}}{\text{моль}}$
Универсальная газовая постоянная	$R=8,314$	$\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Постоянная Фарадея	$F=96\,500$	$\frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$
Число Авогадро	$N_A=6,022 \cdot 10^{23}$	$\text{моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k=1,38 \cdot 10^{-23}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{К}}=8,625 \cdot 10^{-5}$
Элементарный заряд	$e=1,6 \cdot 10^{-19}$	$\text{Кл}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$	$\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ $k=(4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)^{-1}=9 \cdot 10^9 \frac{\text{М}}{\text{Ф}}$
Магнитная постоянная	$\mu_0=4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$	$\frac{\text{Гн}}{\text{м}}=12,56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$
Постоянная Планка	$h=6,626 \cdot 10^{-34}$	$\text{Дж} \cdot \text{с}=4,136 \cdot 10^{-15} \text{эВ} \cdot \text{с}$ $\hbar=\frac{h}{2\pi}=1,054 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R=3,29 \cdot 10^{15}$	$\text{с}^{-1}$ $R=1,10 \cdot 10^7 \text{м}^{-1}$
Масса покоя электрона	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31}$	$\text{кг}$
Масса покоя протона	$m_p=1,672 \cdot 10^{-27}$	$\text{кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n=1,675 \cdot 10^{-27}$	$\text{кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.}=1,6606 \cdot 10^{-27}$	$\text{кг}$
Электрон-вольт	$1 \text{ эВ}=1,6 \cdot 10^{-19}$	$\text{Дж}$
Нормальное атмосферное давление	$760 \text{ мм рт. ст.}$	$=101\,325 \text{ Па}$
Первый Боровский радиус	$r_1=0,528 \cdot 10^{-10}$	$\text{м}$
Масса изотопа ${}^1_1\text{H}$	$m_H=1,6736 \cdot 10^{-27}$	$\text{кг}$

## Приложение Б

(справочное)

### Соотношения между единицами некоторых физических величин

Длина	$1 \text{ \AA} (\text{Ангстрем})=1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
	$1 \text{ дюйм}=2,54 \text{ см}$
	$1 \text{ пк} (\text{парсек}) \approx 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м}$

	1 св. год (световой год) $\approx 0,95 \cdot 10^{16}$ м 1 ферми = $10^{-15}$ м 1 фут = 30,48 см 1 ярд = 91,44 см
Масса	1 тонна = $10^3$ кг 1 а.е.м. = $1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг 1 кар (карат) = 0,2 г
Время	1 сутки = 86400 с 1 мин = 60 с 1 час = 60 мин 1 сутки = 24 часа 1 год $\approx 3,16 \cdot 10^7$ с
Объем	1 л = $1 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup>
Сила	1 кГ = 1 кгс (килограмм-сила) = 9,81 Н
Давление	1 бар = $1 \cdot 10^5$ Па 1 атм = 760 мм рт. ст. = $1,01325 \cdot 10^5$ Па 1 ат = 1 кгс/см <sup>2</sup> = $0,98 \cdot 10^5$ Па 1 торр = 1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Энергия	1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж 1 квт·ч = $3,6 \cdot 10^6$ Дж 1 кал = 4,1868 Дж
Мощность	1 л.с. (лошадиная сила) = 735 Вт

**Приложение В**  
*(справочное)*